



**HAL**  
open science

# Contribution à la modélisation et à la caractérisation des supraconducteurs HTC pour leur intégration dans les machines électriques

Yazid Statra

## ► To cite this version:

Yazid Statra. Contribution à la modélisation et à la caractérisation des supraconducteurs HTC pour leur intégration dans les machines électriques. Energie électrique. Université de Lorraine, 2021. Français. NNT : 2021LORR0112 . tel-03367038

**HAL Id: tel-03367038**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-03367038v1>**

Submitted on 18 Oct 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



**Ecole Doctorale IAEM (Informatique Automatique Electronique –  
Electrotechnique Mathématiques)**

**THESE**

Présentée et soutenue publiquement pour l'obtention du titre de

**Docteur de l'Université de Lorraine  
en Génie Electrique**

par **Yazid STATRA**

---

**Contribution à la modélisation et à la caractérisation des  
supraconducteurs HTC pour leur intégration dans les  
machines électriques**

---

Soutenance publique le 05/07/2021

Membres du jury :

<b><u>Président :</u></b>	Jean-Philippe LECOINTE	Professeur, LSEE, Université d'Artois
<b><u>Rapporteurs :</u></b>	Benoît VANDERHEYDEN	Professeur, Institut Montefiore, Université de Liège
	Francesco GRILLI	Professeur, ITEP, Institut de Technologie de Karlsruhe
<b><u>Examineurs :</u></b>	Sabrina AYAT	Docteur, Safran Tech, Paris
	Bruno DOUINE	Professeur, GREEN, Université de Lorraine
	Hocine MENANA	Maître de Conférences, GREEN, Université de Lorraine
<b><u>Invités :</u></b>	Abdelhalim ZAOUI	Professeur, Ecole Nationale Supérieure de Technologie (ENST), Alger



# Avant-Propos

Tout d'abord, je tiens à remercier M. Nourredine TAKORABET et M. Bernard DAVAT, Professeurs à l'Université de Lorraine, directeur et ancien directeur du laboratoire GREEN, pour leur accueil au sein du Laboratoire.

Je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères à M. Hocine MENANA et M. Bruno DOUINE, maître de conférences et professeur à l'Université de Lorraine, pour m'avoir encadré lors de cette thèse. Je les remercie pour leur disponibilité et pour leurs précieux conseils qui m'ont permis de progresser tout au long de ce travail de recherche.

Mes remerciements à M. Jean-Philippe LECOINTE, Professeur à l'Université d'Artois, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider mon jury de soutenance.

Je remercie également M. Benoit VANDERHEYDEN et M. Francesco GRILLI, respectivement Professeur à l'Université de Liège et Professeur à l'Institut de Technologie de Karlsruhe (KIT), pour avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

Mes remerciements vont également au Pr. Abdelhalim ZAOUI de l'Ecole Nationale Supérieure de Technologie (ENST) d'Alger et au Dr. Sabrina AYAT de Safran Tech, pour avoir accepté de faire partie du jury de cette thèse.

Je tiens également à exprimer mes remerciements aux collègues du laboratoire GREEN pour l'agréable ambiance de travail. Je remercie Abderezzak Rezzoug, Smail Mezani, Thierry Lubin, Lamia Belguerras, Kévin Berger, Jean Lévêque, Melika Hinaje, Alexandre Colle, Moussa Kelouaz, Jakub Kapek, Mohamed Elbaa, Mohamed Farhat, Sajjad Ahmadi, Badr El Boudour Bidouche, Quentin Nouhaitas, Walid Diraoui, Sara Fawaz, Ghazi Hajiri, Rémi Dorget, Isabelle Schwencker et Stéphanie Lamane. Merci aussi à tout ce que j'ai oublié.

Enfin, je tiens à remercier très sincèrement mes chers parents, frères et sœurs pour leur soutien et leurs sacrifices. Mes derniers remerciements vont aux restes de ma famille, à mes amis et à ceux qui m'ont entouré.



# Table des matières

Introduction Générale .....	1
Chapitre I : Etat de l'art.....	5
I.1 Introduction .....	7
I.2 Les supraconducteurs .....	7
I.2.1 Historique .....	7
I.2.2 Propriétés générales.....	9
I.2.3 Aspects techniques et applications .....	13
I.2.4 Pertes dans les supraconducteurs HTC .....	17
I.2.5 Cryogénie .....	19
I.3 Caractérisation des supraconducteurs .....	20
I.3.1 Méthode électromagnétique .....	20
I.3.2 Méthode calorimétrique .....	22
I.4 Modélisation des supraconducteurs.....	23
I.4.1 Modèles analytiques .....	23
I.4.2 Modèles numériques .....	24
I.4.3 Modèles semi-analytiques .....	26
I.5 Conclusion.....	26
Chapitre II : Caractérisation expérimentale de bobinages supraconducteurs HTC .....	27
II.1 Introduction .....	29
II.2 Description des bobines HTC.....	29
II.3 Caractérisation en courant continu .....	30
II.3.1 Description du banc expérimental.....	31
II.3.2 Cas étudiés.....	32
II.3.3 Résultats et comparaisons .....	34
II.4 Caractérisation en régime variable périodique .....	37
II.4.1 Cas étudiés.....	37
II.4.2 Résultats des mesures de pertes.....	45
II.5 Conclusion.....	51
Chapitre III : Modélisation par méthodes intégrales du champ électromagnétique dans les supraconducteurs HTC.....	53
III.1 Introduction .....	55
III.2 Approche de modélisation.....	56
III.2.1 Systèmes modélisés.....	56
III.2.2 Calcul intégral des grandeurs électromagnétiques .....	57
III.3 Application à la caractérisation de bobines supraconductrices .....	64
III.3.1 Calcul du courant critique d'un solénoïde.....	64

III.3.2	Calcul des pertes en courant alternatif.....	71
III.4	Application à l'optimisation d'une structure de machine en 3D .....	89
III.4.1	Structure étudiée .....	89
III.4.2	Problème d'optimisation.....	91
III.4.3	Résultats de l'optimisation .....	94
III.5	Conclusion.....	97
Chapitre IV : Tests préliminaires sur un prototype de machine électrique à induit supraconducteur 99		
IV.1	Introduction .....	101
IV.2	Les machines supraconductrices.....	101
IV.3	Prototype d'un moteur à un induit supraconducteur.....	103
IV.3.1	Description du prototype .....	103
IV.3.2	Calcul du courant critique des bobines .....	107
IV.3.3	Test de la machine à 77 K.....	110
IV.4	Conclusion.....	116
Conclusions et perspectives.....		117
Annexes.....		121
Références Bibliographiques.....		137
Nomenclature .....		147
Résumé.....		154

---

# **Introduction Générale**

---



Depuis la découverte de la supraconductivité en 1911, les recherches dans ce domaine n'ont cessé d'évoluer et les progrès réalisés à ce jour ont permis son développement à l'échelle industrielle. Ces recherches concernent aussi bien l'amélioration des performances des matériaux supraconducteurs que les systèmes de refroidissement cryogénique.

La découverte des supraconducteurs à haute température critique (HTC), en 1986, a notamment relancé l'intérêt pour ces matériaux et a permis une véritable avancée dans la recherche et les applications des supraconducteurs. En effet, ils ont l'avantage de pouvoir fonctionner à la température de l'azote liquide, ce qui réduit le coût et les contraintes cryogéniques, rendant ainsi leur utilisation facile et accessible à un plus grand nombre de laboratoires de recherche.

L'application des supraconducteurs à l'échelle industrielle est devenue une réalité. Les plus mûres de ses applications sont les IRM (Imagerie par Résonance Magnétique) dans le domaine médical et les accélérateurs de particules. Dans le domaine de l'énergie électrique, ces matériaux trouvent une place prometteuse dans : le stockage de l'énergie, les réseaux électriques (câbles, limiteurs de courant, stabilisateurs du réseau, ...), et surtout dans le domaine de la conversion électromécanique où les supraconducteurs permettent d'obtenir des gains significatifs en termes de puissance massique et volumique dans les machines électriques, mais avec quelques verrous scientifiques et techniques qui restent encore à lever. Ces dernières sont liées aux contraintes techniques de réalisation et à la méconnaissance du comportement de ces matériaux dans un environnement électromagnétique complexe. En effet, même si beaucoup de travaux ont été réalisés pour la caractérisation des propriétés d'éléments supraconducteurs (câbles, rubans, pastilles...), le passage de l'élément au système n'est pas trivial, car, le comportement d'un élément isolé peut être très différent lorsqu'il est intégré dans un système.

Dans ce contexte, les travaux de cette thèse s'inscrivent dans la continuité des travaux réalisés au GREEN dans le domaine de la modélisation et la caractérisation des matériaux supraconducteurs, et leurs applications aux machines électriques.

Ces travaux ont été menés sur deux axes principaux dont les objectifs sont :

- La caractérisation expérimentale de ces matériaux dans le but de déterminer le courant critique en courant continu (DC) et les pertes dissipées en courant alternatif (AC). L'étude va de l'élément de base (rubans supraconducteurs) au système (machine électrique).
- Le développement d'approches de modélisation permettant le calcul des quantités électromagnétiques créées par les différentes parties du système modélisé tout en tenant compte des contraintes spécifiques liées aux matériaux supraconducteurs. Un intérêt particulier est porté aux méthodes intégrales qui présentent plusieurs avantages pour la modélisation de tels systèmes.

Au cours de cette étude, ces deux axes ont été menés en parallèle dans le double objectif d'une validation expérimentale des modèles développés et la consolidation des résultats expérimentaux obtenus notamment à l'échelle du système. Cette partie expérimentale met également en lumière la délicatesse de la mesure des grandeurs électromagnétiques dans les supraconducteurs HTC, et les difficultés rencontrées lors de leurs caractérisations à l'échelle d'un système.

Ce mémoire de thèse est structuré en quatre chapitres :

- **Chapitre I : Etat de l'art**

La première partie de ce travail présente une étude bibliographique sur les aspects théoriques et techniques des matériaux supraconducteurs à l'échelle macroscopique et leurs applications en génie électrique. Par la suite, ce chapitre présente un état de l'art des différentes méthodes de caractérisation des pertes AC et des approches de modélisation électromagnétique de ces matériaux.

- **Chapitre II : Caractérisation de bobinages supraconducteurs HTC**

Ce chapitre est consacré à la caractérisation expérimentale, par la méthode électrique, de bobinages supraconducteurs HTC composés de rubans de première génération (1G) refroidis à la température de l'azote liquide (77K), en courant continu et en régime variable. Différentes configurations qui visent à reproduire expérimentalement l'environnement magnétique d'un bobinage supraconducteur dans une machines électrique ont été considérées pour mettre en évidence l'influence de l'environnement électromagnétique sur le comportement du supraconducteur.

- **Chapitre III : Modélisation par méthodes intégrales du champ électromagnétique dans les supraconducteurs HTC**

Dans cette partie, nous présenterons une approche de modélisation reposant sur un calcul par méthodes intégrales des grandeurs électromagnétiques dans les supraconducteurs HTC. L'approche développée permet le calcul du courant critique et des pertes AC dissipées dans une bobine supraconductrice sous différentes configurations et différentes conditions d'utilisation, avec, notamment, la prise en compte de la proximité de matériaux ferromagnétiques, à perméabilités magnétiques linéaires et non-linéaires, ce qui constitue l'une des majeures contributions de ce travail à l'état de l'art.

- **Chapitre IV : Tests préliminaires sur un prototype de machine électrique à induit supraconducteur**

En vue d'une caractérisation de bobines supraconductrices HTC à l'échelle d'une machine électrique, Ce dernier chapitre est dédié à la réalisation et aux tests d'un prototype à échelle réduite d'un moteur synchrone à flux axial incluant un induit supraconducteur.

- **Conclusions et perspectives.**

---

## **Chapitre I : Etat de l'art**

---



## I.1 Introduction

Malgré leur coût, la nécessité d'un système de refroidissement et les verrous techniques liés principalement à leurs caractéristiques électromagnétiques et structurales particulières, les matériaux supraconducteurs possèdent des propriétés physiques exceptionnelles qui leur permettent d'occuper une place importante dans la recherche actuelle dans le domaine électrique et d'envisager une réelle rupture technologique dans ce domaine.

Ce chapitre présente une étude bibliographique sur les matériaux supraconducteurs. Dans une première partie, nous présentons un bref historique et des propriétés générales des matériaux supraconducteurs, ainsi que leurs aspects techniques et applications en génie électrique. Puis, nous décrivons les méthodes de caractérisation des pertes AC et les approches communément utilisées pour la modélisation électromagnétique de ces matériaux, dans la deuxième et la troisième partie respectivement.

## I.2 Les supraconducteurs

### I.2.1 Historique

Le phénomène de supraconductivité a été découvert par le chercheur néerlandais Heike Kamerlingh Onnes et son équipe suite à leur première réussite de liquéfaction de l'hélium en 1908. Ses travaux ont ainsi permis d'étudier l'évolution de la résistivité électrique des matériaux à très basses températures. En 1911, et lors d'une expérience de caractérisation d'un barreau de mercure (Hg), qu'il découvrit la chute brutale de sa résistance électrique autour de la température de 4,2 K (Figure I-1). Ensuite, le même phénomène a été observé pour le plomb et l'étain en dessous de 6 K et 3,7 K, respectivement. Cette température, pour laquelle la supraconductivité apparaît, sera appelée température critique.

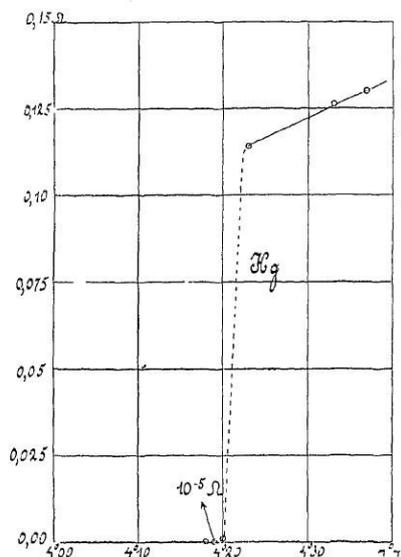


Figure I-1 Le graphique historique de la résistance [Ohms] en fonction de la température [Kelvin] pour le mercure datant de 1911[WYS12].

Plus tard en 1933, une seconde propriété caractéristique de la supraconductivité est mise en évidence par Walter Meissner et Robert Ochsenfeld. Elle concerne le diamagnétisme parfait des supraconducteurs sous des valeurs de champs magnétiques très faibles, appelé aussi effet Meissner. Il faudra attendre 1957 pour avoir la première théorie microscopique par Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS) qui permet d'expliquer la supraconductivité par la formation de paires d'électrons appelées paires de Cooper.

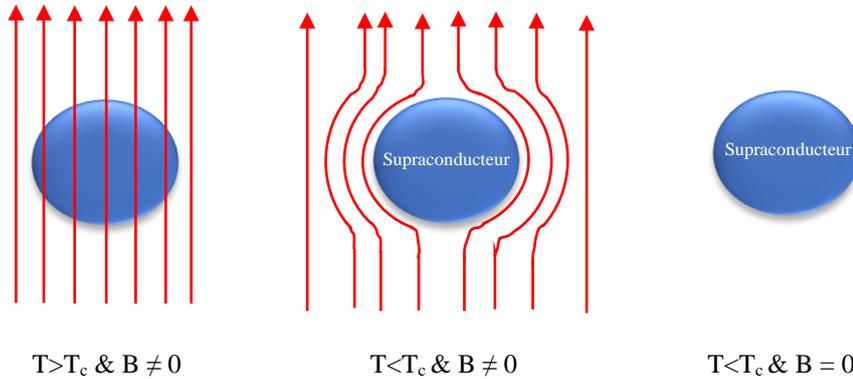


Figure I-2 Effet Meissner.

En 1986, un nouveau matériau supraconducteur composé de Baryum-Lanthane-Cuivre possédant une température critique de 35 K a été découvert par Berdnoz et Müller. Rapidement après, des matériaux composés d'Yttrium ou de Bismuth tels que le BSCCO ou l'YBCO, de températures critiques pouvant dépasser les 92 K, permettent d'envisager des applications à l'azote liquide. Néanmoins, comme il s'agit de céramiques, ces matériaux ne peuvent pas être utilisés facilement. En 2000, le caractère supraconducteur a été découvert dans le composé  $MgB_2$  pour des températures inférieures ou égales à 39 K. En 2008, la supraconductivité a été mise en évidence dans pnictures de fer à des températures de l'ordre de 56 K. La Figure I-3 résume les différents matériaux supraconducteurs avec leur date de découverte.

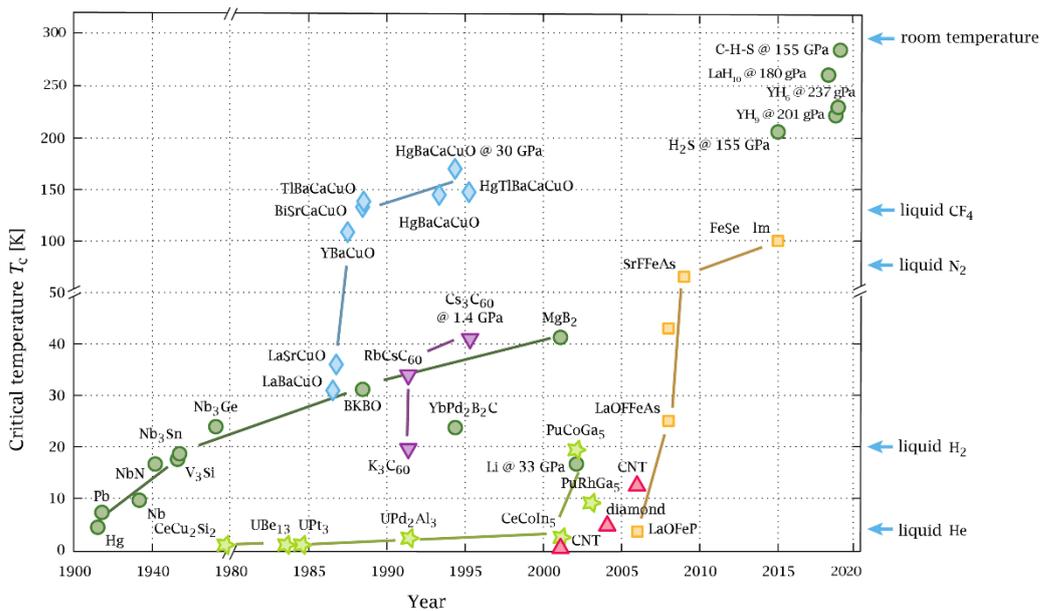


Figure I-3 Découverte des supraconducteurs au cours du temps [EXT20].

La découverte des matériaux supraconducteurs sous forme de cuprates, possédant des températures critiques supérieures à la limite de 29 K prédite par la théorie BCS, a fait la différence entre les supraconducteurs Haute Température critique (SHTC) et les supraconducteurs Basse Température critique (SBTC). Les principaux supraconducteurs utilisés dans les applications en électrotechnique sont :

- Les SHTC : le  $\text{MgB}_2$  à 39 K, l'YBCO à 93 K et le BSCCO à 110 K.
- Les SBTC : le niobium étain (NbTi) à 10 K et le niobium titane (NbSn) à 18,3 K.

La recherche scientifique sur les supraconducteurs ne cesse de progresser afin d'améliorer leurs performances tolérance aux champs magnétiques plus forts à des températures critiques plus élevées. Récemment, des matériaux supraconducteurs à des températures allant jusqu'à environ 15 °C ont été découverts, mais leur inconvénient est qu'ils ne fonctionnent qu'à haute pression (> 150 GPa) [EXT20].

## 1.2.2 Propriétés générales

### 1.2.2.1 Types de supraconducteurs

On distingue deux types de supraconducteurs selon leur comportement magnétique : le type I et le type II.

Les supraconducteurs de type I possèdent un diamagnétisme parfait jusqu'à une valeur du champ magnétique notée  $H_c$ , où le champ magnétique est écranté par des super courants qui se développent à la surface du matériau sur une longueur, appelée longueur de London. L'état supraconducteur disparaît dès que cette valeur du champ est dépassée et le matériau retrouve une perméabilité positive (Figure I-4-a). La transition entre l'état supraconducteur et l'état normal est brutale. Comme leur champ critique est très faible, ces matériaux n'ont pas d'applications en électrotechnique.

Les supraconducteurs de type II sont caractérisés par deux champs magnétique critiques  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$ . De même, ces matériaux offrent un diamagnétisme parfait jusqu'au premier champ critique, mais son franchissement ne conduit pas à une transition vers l'état normal. Ils possèdent un troisième état intermédiaire appelé état mixte, comme le montre la Figure I-4-b, dans lequel le matériau comprend des zones supraconductrices et d'autres à l'état normal. Dans ces dernières, le champ magnétique traverse le matériau dans des canaux qu'on appelle vortex (Figure I-5). Quand le champ appliqué augmente, le nombre de vortex augmente jusqu'au  $H_{c2}$  où le matériau transite et retrouve l'état normal. Vu que ce deuxième champ critique peut être très élevé ( $\mu_0 H_{c2} > 100$  T à 4 K, dans certains matériaux), les matériaux supraconducteurs de types II présentent un fort potentiel d'utilisation en énergie électrique. Ainsi, la suite du travail concerne uniquement les supraconducteurs de type II.

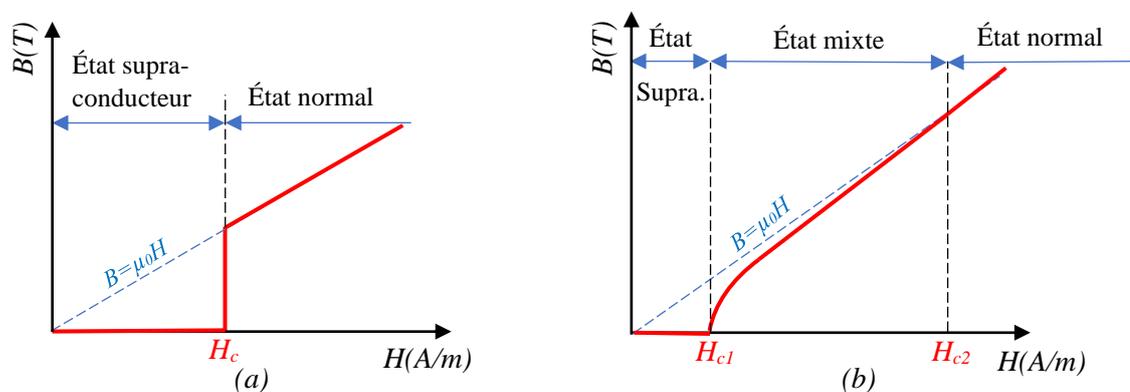


Figure I-4 Les deux types des supraconducteurs (a) Type I (b) Type II.

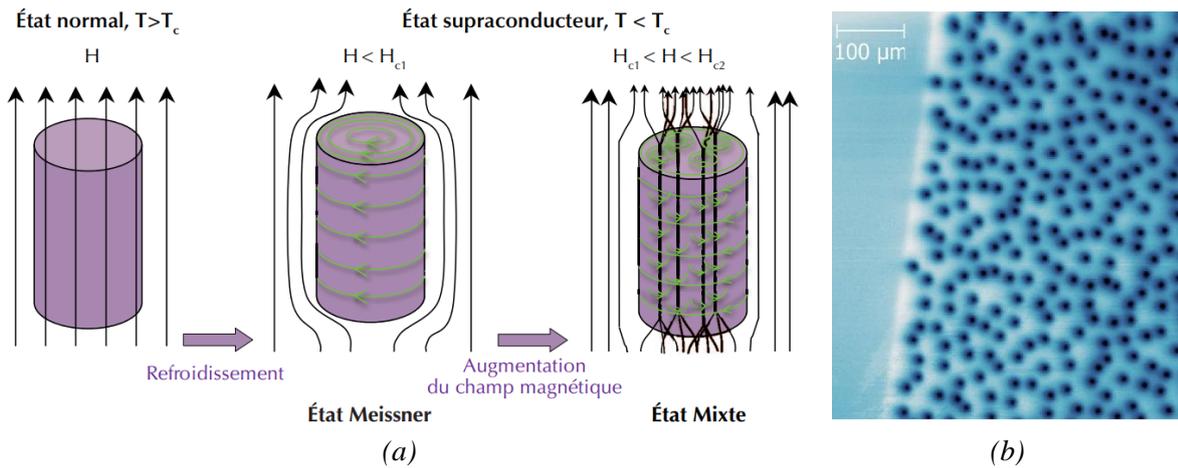


Figure I-5 (a) Illustration des différents états dans un supraconducteur de type II [VAN12] (b) Image des vortex dans un supraconducteur de type II après refroidissement jusqu'à 4 K [WEL15].

### 1.2.2.2 Surface critique

Pour tout matériau supraconducteur, une troisième grandeur critique est identifiée en plus de la température de transition  $T_c$  et le champ magnétique critique  $H_c$ . Il s'agit de la densité de courant critique  $J_c$ . Un matériau est dans son état supraconducteur si ces trois caractéristiques se trouvent sous la surface critique définie par une combinaison de ces trois grandeurs (Figure I-6). Cet état est caractérisé par une très faible résistance électrique, inférieure à toute valeur mesurable. Les propriétés du matériau supraconducteur sont de plus en plus dégradées lorsqu'on s'approche de ses grandeurs critiques. En dehors de cette surface, il aura un comportement dissipatif annonçant la transition de l'état supraconducteur à l'état normal. À l'état normal, les supraconducteurs présentent une résistivité électrique généralement plus élevée que celle des conducteurs classiques (Figure I-7).

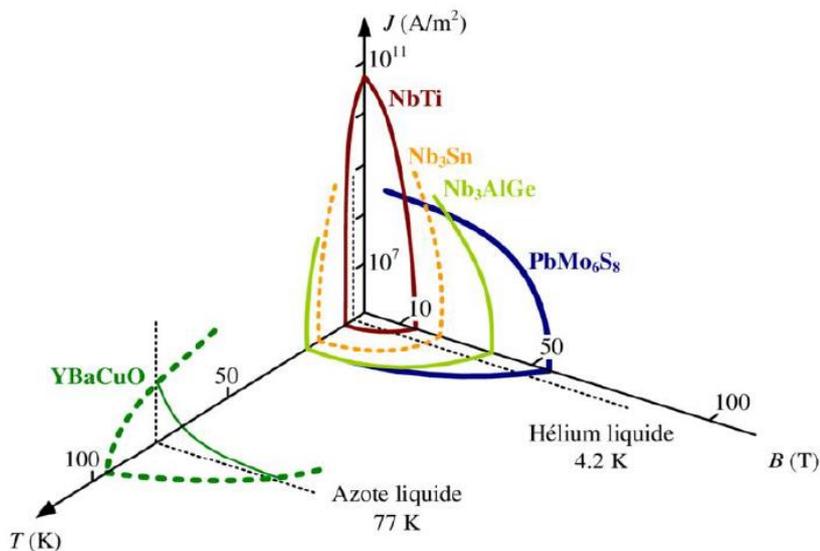


Figure I-6 Surface critique caractérisant les matériaux supraconducteurs de type II [BRU89].

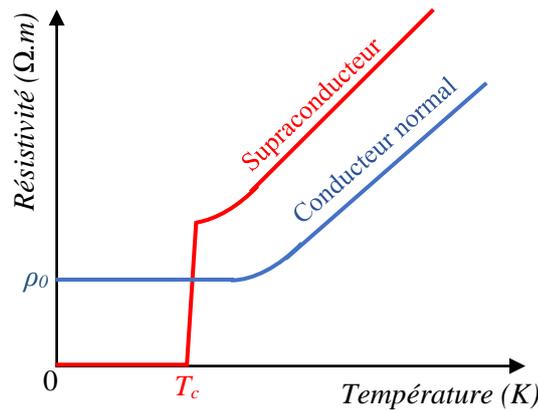


Figure I-7 La résistivité en fonction de la température.

### I.2.2.3 Caractéristique électrique $E(J)$

Les supraconducteurs de type II permettent de transporter des forts courants au-dessus de  $H_{c1}$ . La densité de courant qui engendre des forces supérieures à celle d'ancrage des vortex et qui les mettent en mouvement est appelée densité de courant critique ( $J_c$ ). Ce déplacement induit une variation de l'induction magnétique et par conséquent un champ électrique va apparaître, et sera à l'origine d'une dissipation de puissance dans le matériau. En pratique, sa valeur est généralement déterminée par un critère basé sur une valeur de champ électrique, appelé champ électrique critique ( $E_c$ ). Il est couramment pris comme étant égal à  $1 \mu V/cm$  pour les supraconducteurs à haute température critique et égal à  $0,1 \mu V/cm$  pour les basses températures.

Comme nous pouvons le voir dans la Figure I-8, l'état dissipatif représentant la transition entre l'état supraconducteur (non dissipatif) et l'état normal, est caractérisé par une évolution non linéaire du champ électrique, et, il est nécessaire de définir des modèles représentant cette évolution.

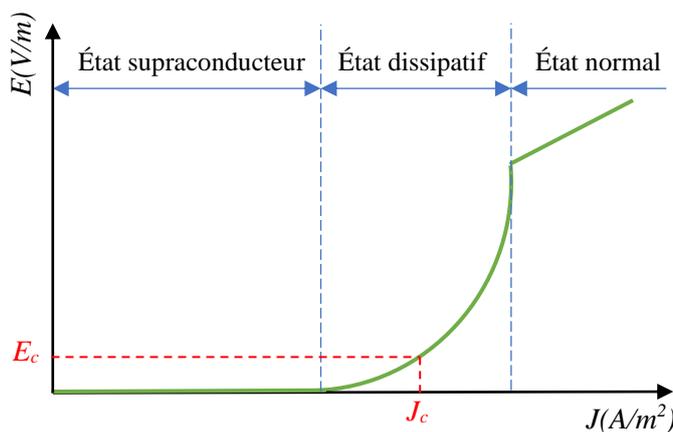


Figure I-8 Caractéristique typique de la relation  $E(J)$  d'un ruban supraconducteur HTC.

#### Modèle de l'état critique

Le modèle de l'état critique a été présenté pour la première fois par Charles. P. Bean en 1964 [BEA64], afin d'étudier le comportement hystérétique lors de l'aimantation des supraconducteurs de type II. Il stipule que la densité locale de courant dans un matériau supraconducteur est soit nulle, soit égale à sa valeur critique  $J_c$  (Figure I-9) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \text{ avec } \begin{cases} |J| = J_c \text{ si } \vec{E} \neq \vec{0} \\ |J| = 0 \text{ si } \vec{E} = \vec{0} \end{cases} \quad (I-1)$$

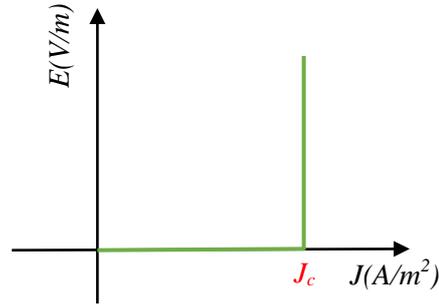


Figure I-9 Caractéristique  $E(J)$  selon le modèle de Bean.

Ce modèle a été largement utilisé pour décrire la pénétration des grandeurs électromagnétiques et par conséquent développer des formules analytiques permettant le calcul de la densité de courant critique et des pertes AC dans les supraconducteurs de formes simples [CAR83, DOU01, MIK13].

### Modèle en puissance

La loi en puissance est l'un des modèles continus qui ont été proposés pour reproduire le comportement non linéaire de la caractéristique  $E(J)$  réelle ce qui n'est pas le cas pour le modèle précédent. Cette loi associe le champ électrique à la densité de courant comme suit :

$$\vec{E}(\vec{J}) = E_c \left( \frac{\|\vec{J}\|}{J_c(\vec{B}, T)} \right)^{n(\vec{B}, T)} \frac{\vec{J}}{\|\vec{J}\|} \quad (I-2)$$

Où  $E_c$ ,  $J_c$  et  $n$  sont le champ électrique critique, la densité de courant critique et le coefficient de fluage qui caractérise la raideur de la courbe  $E(J)$ . Une valeur de  $n$  élevée représente une transition brutale de l'état supraconducteur à l'état normal.

Comme le montre la relation (I-2), la densité de courant critique et l'exposant  $n$  dépendent du champ magnétique et de la température auxquels le matériau est soumis. Les caractéristiques  $J_c(B, T)$  et  $n(B, T)$  changent d'un matériau à l'autre et sont déterminées par caractérisation expérimentale sur des petits échantillons sous différentes conditions de température et de champs appliqué [WIM17].

Pour tenir en compte de ces caractéristiques, KIM a proposé un premier modèle en 1962 décrivant la relation  $J_c(B)$  comme suit [KIM62] :

$$J_c(\vec{B}) = \frac{J_{c0}}{1 + \frac{\|\vec{B}\|}{B_0}} \quad (I-3)$$

Où :  $J_{c0}$ ,  $B_0$  représentent respectivement la densité de courant critique sous champ nul et une constante caractérisant le matériau.

Le modèle suivant permet de considérer les dépendances à la température du  $J_c$  et  $n$  [BER06] :

$$\begin{cases} J_c(T) = J_c(T_0) \left( \frac{1-T/T_c}{1-T_0/T_c} \right)^\alpha \\ n(T) = n(T_0) \frac{T_0}{T} \end{cases} \quad (I-4)$$

Où :  $J_c(T_0)$ ,  $n(T_0)$  sont les valeurs de la densité de courant critique et du paramètre  $n$  à la température de l'enceinte cryogénique  $T_0$  et  $\alpha$  est un paramètre d'adaptation aux données expérimentales.

### 1.2.3 Aspects techniques et applications

Les SBTC, dans les applications de génie électrique, se présentent sous forme d'assemblages multi-filamentaires reposant sur des alliages métalliques tel que le niobium titane (NbTi) et le niobium étain (NbSn) pour réaliser des bobines de forts champs magnétiques (Imagerie médicale, les accélérateurs de particules, ...). Ils permettent de réaliser des fils de plusieurs kilomètres avec des bonnes propriétés mécaniques et des rayons de courbures réduits.

Les SHTC se présentent généralement soit sous forme massive, soit sous forme de composites multi-filamentaires ou multicouches. Les supraconducteurs massifs sont caractérisés par leur capacité à piéger ou à écranter le champ magnétique et donc ils sont très utilisés pour générer de forts champs magnétiques (aimants supraconducteurs), pour blinder ou guider le flux magnétique (barrières magnétiques, ...). Ils sont également utilisés comme des amenées de courant liant le supraconducteur à son circuit d'alimentation à température ambiante (Figure I-10).



Figure I-10 Structures de supraconducteurs massifs [CAN] (a) Pastilles (b) Amenées de courant.

Les fils SHTC sont sous forme de conducteurs composites multi-filamentaires en BSCCO (Bismuth Strontium Calcium Oxyde de Cuivre) ou multicouches en Re-BCO (Rare-earth Barium Copper Oxide). Leur structure est plus fragile que les SBTC particulièrement celle des rubans Re-BCO. Ces fils peuvent être utilisés pour réaliser des bobines pour des applications telles que les moteurs électriques, les aimants de fort champ et le stockage d'énergie (SMES). Ils peuvent être utilisés également dans le transport d'électricité (câbles électriques, transformateurs) et la protection des réseaux électriques (limiteurs de courant), comme le montre la Figure I-12.

Le BSCCO constitue la première génération de fil SHTC commercialisé sous le nom « HTS-1G ». Ce dernier est composé de filaments très fins immergés dans une matrice en argent pour la stabilisation thermique et l'évacuation des pertes, comme le montre la Figure I-11(a) [KAL15]. Son processus de fabrication permet d'avoir un fil avec des longueurs pouvant dépasser 1500 m, cependant, le prix de l'argent qui constitue une grande partie de la section du conducteur accroît le coût de ce fil.

Les supraconducteurs de deuxième génération « HTS-2G » sont généralement basés sur l' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$  (Yttrium Barium Copper Oxide). Ils sont constitués d'un ensemble de couches extrêmement fines qui sont responsables de leur forte anisotropie et de leur fragilité intrinsèque. La Figure I-11(b) montre la constitution d'un ruban YBCO [BHA20]. Ces rubans offrent des meilleures performances en termes de densité de courant et du champ magnétique critiques par rapport aux supraconducteurs de première génération (HTS-1G). Cependant, leur procédé de fabrication complexe augmente les coûts de production et limite leurs longueurs à quelques centaines de mètres.

Le  $\text{MgB}_2$  (di-borure de magnésium) est un supraconducteur ayant une température critique de 39 K et il est habituellement classé dans la catégorie des matériaux SHTC. Il possède une structure multi filamentaire avec une matrice métallique généralement peu coûteuse (Figure I-11(c)). Le  $\text{MgB}_2$  est un conducteur robuste, facile à produire sur des longueurs de plusieurs dizaines de kilomètres avec des formes et des sections différentes (sous forme de fil rond ou de ruban). Utilisé à des températures inférieures à 20 K, il présente des caractéristiques intéressantes, même s'il est moins performant que les SHTC.

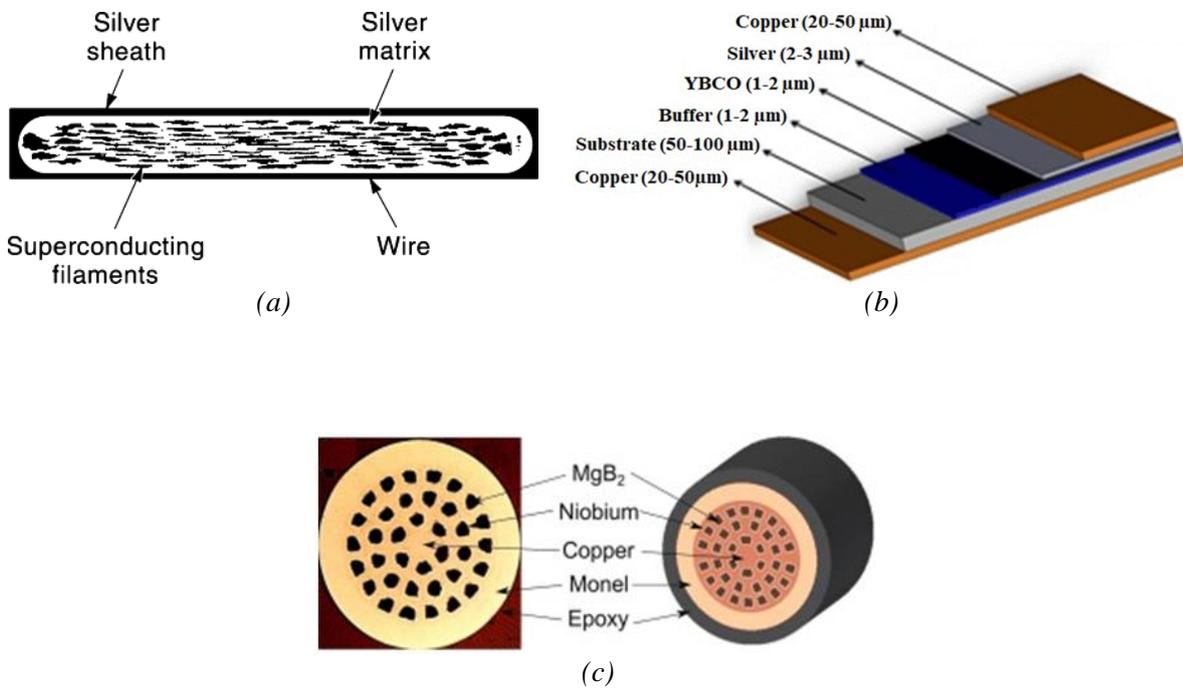
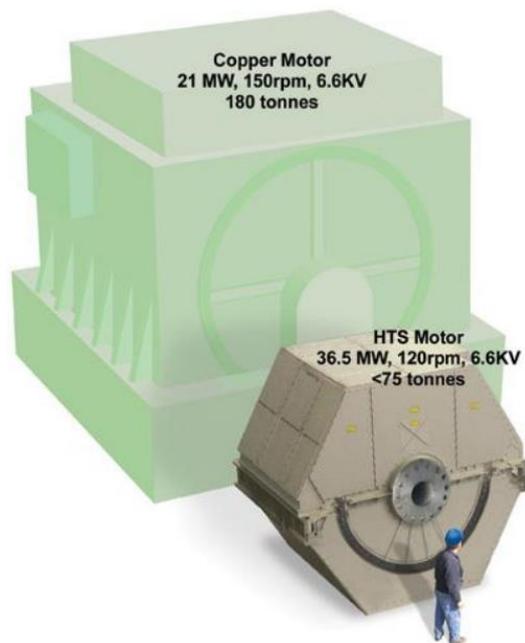


Figure I-11 Structure des fils SHTC (a) Ruban BSCCO (b) Ruban YBCO (c) Fil  $\text{MgB}_2$  [AMI18].

Tableau I-1 Caractéristiques des supraconducteurs les plus couramment utilisés.

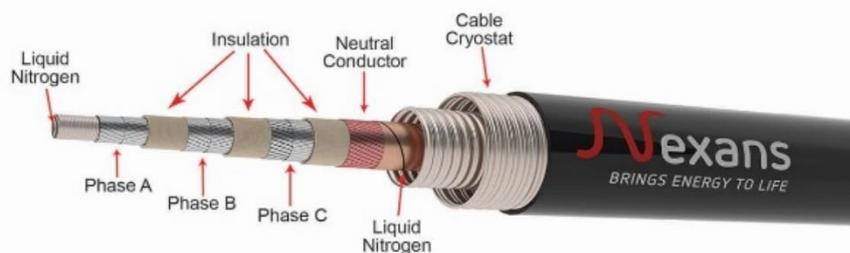
Catégorie	Matériau	$T_c$ (K)	$B_{c2}$ (T) @ 4.2 K	$B_{c2}$ (T) @ 77 K
SBTC	NbTi	9.2	< 10	/
	NbSn	18.3	< 25	/
SHTC	BSCCO	108	> 45	< 1
	YBCO	93	> 45	< 2
	$\text{MgB}_2$	39	< 49	/



(a) Moteur électrique [JEN12]



(b) Transformateur [WAN07]



(c) Cable électrique [NEX]

Figure I-12 Quelques applications des supraconducteurs HTC dans le domaine électrique.

Les SBTC sont encore à l'heure actuelle les plus utilisés car ils offrent des bonnes propriétés mécaniques et des performances meilleures. Cependant, ils présentent l'inconvénient de nécessiter de très basses températures proches de 4.2 K. Les SHTC BSCCO et YBCO ont l'avantage de pouvoir fonctionner à la température de l'azote liquide, ce qui rend leur refroidissement moins coûteux. Mais ils sont des matériaux anisotropes, chers et offrent des longueurs des fils limitées. Le choix d'un fil supraconducteur dépend de plusieurs facteurs : l'application visée (niveau d'induction toléré), température de fonctionnement, propriétés mécaniques et aussi de l'aspect économique.

Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons aux supraconducteurs HTC (BSCCO & YBCO) possédants une structure plate sous forme de ruban (Figure I-13). Cette structure entraîne une dépendance anisotrope face au champ magnétique (Figure I-14). Plusieurs travaux ont été consacrés à l'élaboration d'autres modèles empiriques qui prennent en compte ce caractère anisotrope de la dépendance au champ magnétique de  $J_c$  et du paramètre  $n$ . Le modèle le plus couramment utilisé dans la littérature, dit « Kim-Anderson », faisant intervenir l'effet combiné des champs magnétiques perpendiculaires et parallèles (Figure I-13), est formulé comme suit [ZER13, BEN12] :

$$\left\{ \begin{aligned} J_c(B_{\perp}, B_{\parallel}) &= \frac{J_{c0}}{\left(1 + \frac{\sqrt{k^2 B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2}}{B_{j0}}\right)^{\beta}} \\ n(B_{\perp}, B_{\parallel}) &= \frac{n_0}{1 + \frac{\sqrt{k^2 B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2}}{B_{n0}}} \end{aligned} \right. \quad (I-5)$$

Avec :

- $J_{c0}$  et  $n_0$  : constantes représentant respectivement, la densité de courant critique ( $A/m^2$ ) et la valeur de l'exposant  $n$  sous champ extérieur nul.
- $B_{j0}$ ,  $B_{n0}$  et  $\beta$  : constantes dépendant du matériau supraconducteur considéré.
- $k$  : facteur d'anisotropie ( $<1$ ).

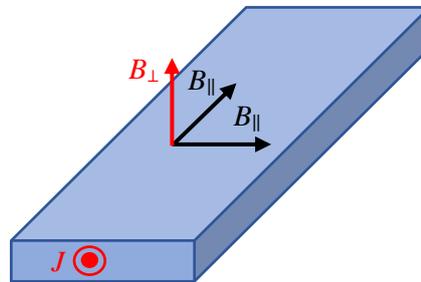


Figure I-13 Orientation du champ magnétique appliqué sur un ruban.

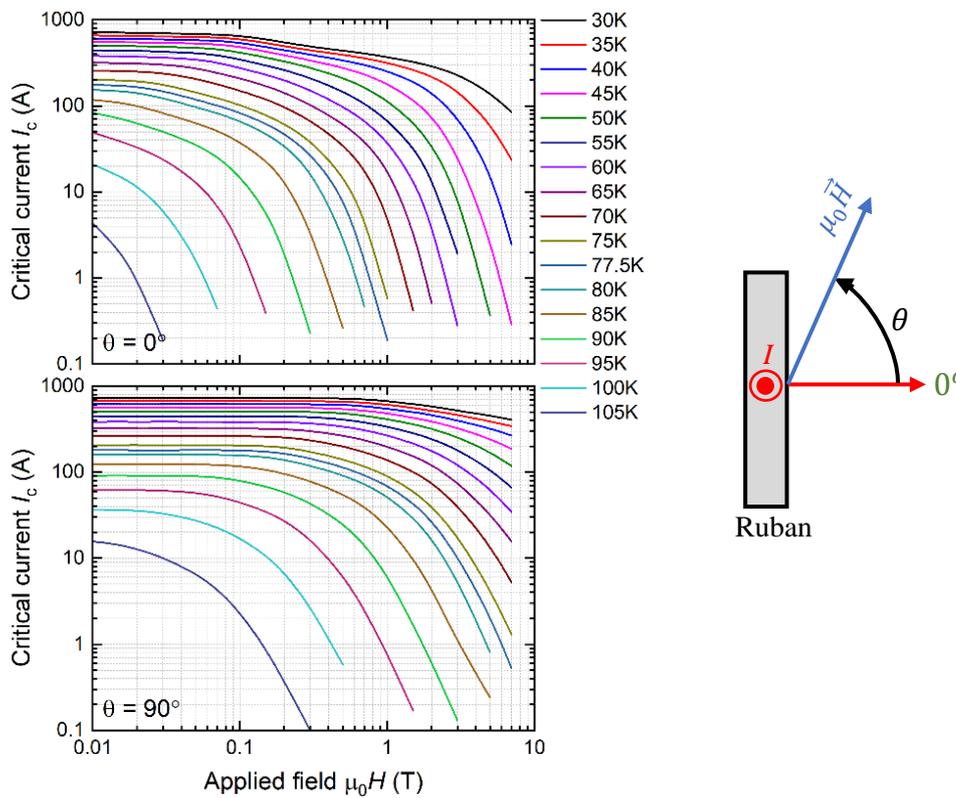


Figure I-14 Dépendance au champ magnétique et à la température du courant critique d'un ruban BSCCO [WIM19].

### I.2.4 Pertes dans les supraconducteurs HTC

L'application individuelle ou simultanée d'un champ magnétique et/ou d'un courant de transport à un matériau supraconducteur donne lieu à des pertes dont la densité volumique ( $P_v$ ) est exprimée comme suit :

$$P_v = \vec{E} \cdot \vec{J} \quad (I-6)$$

Les différents matériaux composant un supraconducteur HTC peuvent contribuer à ces pertes en fonction des conditions de fonctionnement.

En régime continu, ces pertes sont très faibles, voir même négligeables dans la phase où le point de fonctionnement est éloigné de la surface critique. À l'approche du régime critique, ces pertes vont augmenter et sont principalement dues au mouvement des vortex qui est fortement lié aux propriétés d'ancrage du matériau [BER06]. Au-delà de la phase critique, les pertes sont importantes et le matériau passe à l'état normal.

En fonctionnement alternatif, les pertes sont plus élevées. Nous pouvons en distinguer plusieurs types qui peuvent être classés en fonction du matériau dont ils sont issus.

#### I.2.4.1 Mécanismes des pertes

##### - Pertes par hystérésis

Quand un supraconducteur de type II est soumis à un champ magnétique, et comme mentionné dans la section I.2.2.1, celui-ci pénètre dans le matériau dans ce qu'on appelle des vortex de flux. Si le champ magnétique est variable, les vortex doivent se réarranger régulièrement à cette variation et la configuration des lignes de flux et le champ magnétique interne changent également, ce qui entraîne des pertes. L'aimantation du matériau en fonction du champ appliqué décrit un cycle d'hystérésis comme dans le cas des matériaux ferromagnétiques. La Figure I-15 représente ce cycle mesuré pour un supraconducteur YBCO à 77K [CEL00].

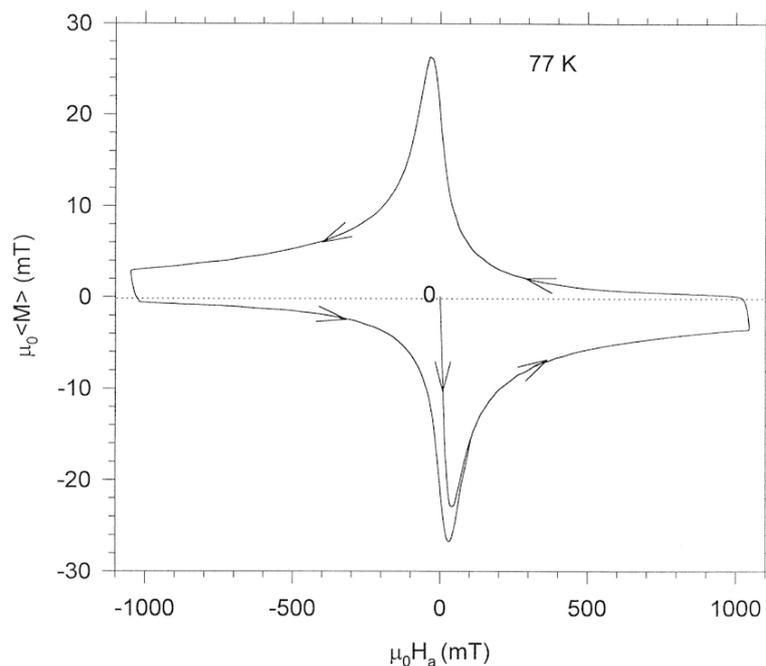


Figure I-15 Cycle d'hystérésis mesuré dans un supraconducteur YBCO.

Ces pertes peuvent être produites par le passage d'un courant de transport (champ propre) ou d'un champ magnétique extérieur variables. Dans le premier cas ces pertes sont appelées pertes de transport ou pertes en champ propre alors que pour le dernier on parle de pertes de magnétisation.

### - Pertes résistives

Dès que le courant dans le supraconducteur dépasse le courant critique, des pertes résistives se produisent. Dans ces conditions, le courant passe également à travers la matrice d'argent pour les supraconducteurs 1G ou à travers les autres couches (argent, cuivre, ...) pour les supraconducteurs 2G. Ces pertes sont dissipées par effet Joule et sont déterminées par la résistance électrique des différents matériaux composant le supraconducteur HTC.

### - Pertes de couplage

Dans le cas d'un supraconducteur BSCCO et quand ce dernier est exposé à un champ magnétique variable, des courants de couplage vont se développer entre les filaments à travers la matrice donnant lieu à des pertes appelées des pertes de couplages [GRI14, OOM00].

### - Pertes par courants de Foucault

Les pertes par courants de Foucault se présentent dans les couches normales des supraconducteurs HTC quand un champ magnétique extérieur variable est appliqué. Elles sont proportionnelles au carré de la fréquence. Notons que ces pertes sont fortement dépendantes de l'épaisseur/largeur de conducteurs où les courants de Foucault circulent [MAR10]. La contribution de ces pertes aux pertes totales est souvent considérée faible aux basses fréquences (inférieures à 200 Hz) [GRI14] et de nombreux travaux négligent ces pertes [MAJ07, PAA96].

### - Pertes ferromagnétiques

Les rubans supraconducteurs HTS de deuxième génération peuvent être composés des substrats magnétiques fabriqués à base d'alliage de Nickel (Ni) [GAI13]. Ce matériau ferromagnétique génère des pertes supplémentaires par hystérésis classique en raison du changement d'orientation des domaines magnétiques avec la variation du champ extérieur et affecte également les pertes dans la partie supraconductrice en modifiant la distribution du champ magnétique à l'intérieur de celle-ci.

## 1.2.4.2 Réduction des pertes

Les pertes AC dissipées sous forme de chaleur dans un environnement cryogénique doivent être prévues et si possible réduites pour deux considérations importantes : la première est d'éviter la transition du matériau (quench) et la seconde est que cette chaleur doit être évacuée par un système de refroidissement qui consomme un multiple de la puissance dissipée. Plusieurs stratégies visant à réduire les pertes dans les supraconducteurs ont fait l'objet de diverses études. Nous en énumérons ici quelques-unes :

- ❖ La réduction de l'épaisseur du fil supraconducteur entraîne une réduction des pertes par hystérésis [OOM00]. Le supraconducteur est donc subdivisé en plusieurs filaments minces logés dans une matrice normale comme le cas des fils BSCCO. La même idée a également été proposée pour l'YBCO par Carr et Oberly [CAR99]. Une synthèse des efforts déjà réalisés pour produire des rubans à base des filaments 2G avec les différents aspects de ce procédé est décrite dans [GRI16].
- ❖ Les pertes de couplage peuvent être réduites en rendant les filaments supraconducteurs électromagnétiquement découplés par torsadage ou en introduisant des barrières isolantes entre les filaments et la matrice d'argent.
- ❖ L'utilisation de matériaux ferromagnétiques comme déviateurs de flux permet d'augmenter le courant critique du supraconducteur et donc de réduire les pertes en courant alternatif dissipées.

Cela a été testé sur des rubans [GOM07], des bobines [FUR03] et également sur des bobines utilisées dans des machines électriques [FUKU16]. L'emplacement, la forme géométrique et la nature du matériau des disques ferromagnétiques ont été aussi étudiés et optimisés dans [CHE16].

### I.2.5 Cryogénie

Le fonctionnement des supraconducteurs dans n'importe quelle application nécessite un refroidissement à basse température (à une température inférieure à sa température critique). Plus la température est basse, meilleures sont les propriétés du supraconducteur, mais plus les coûts cryogéniques sont élevés. La Figure I-16 représente la puissance électrique nécessaire pour extraire un watt de chaleur à la température froide pour un réfrigérateur à température ambiante [TIX04].

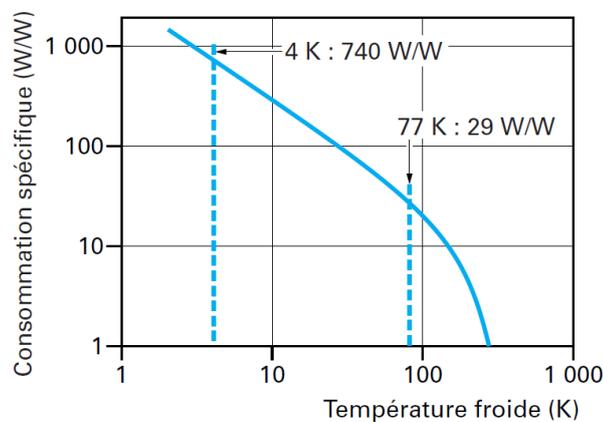


Figure I-16 Consommation spécifique en fonction de la température froide (réfrigérateur di-therme; température ambiante de 300 K et rendement de 10 %) [TIX04].

Ce refroidissement est assuré soit par immersion dans un fluide cryogénique ou par conduction en utilisant des cryo-réfrigérateurs ou les deux (Figure I-17). Le choix du fluide dépend principalement de l'application et de l'utilisation maximale du matériau. Les principaux fluides cryogéniques utilisés sont l'hélium, l'hydrogène et l'azote liquide. Leurs caractéristiques sont rassemblées dans le Tableau I-2 [GIA15, TIX04].

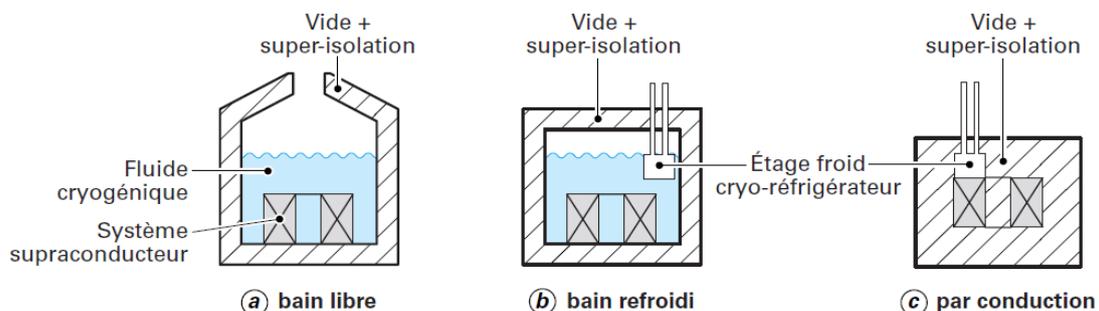


Figure I-17 Méthodes de refroidissement d'un système supraconducteur [TIX04].

Tableau I-2 Propriétés de principaux fluides cryogéniques utilisés.

<b>Propriétés :</b>	<b>Hélium</b>	<b>Hydrogène</b>	<b>Azote</b>
Température de solidification : $T_s$ (K)	0.9	14.1	63.1
Température d'ébullition : $T_{eb}$ (K)	4.2	20.3	77
Densité du liquide à $T_{eb}$ (g/L)	125	71	810
Chaleur latente (kJ/kg) : (1,013 bar, point d'ébullition)	20.3	454.3	198.38
Conductivité thermique du liquide à $T_{eb}$ (mW/Km)	20	118	140
Conductivité thermique du gaz à $T_{eb}$ (mW/Km)	10	15	7.6
<b>Utilisation :</b>			
BTC	Liquide	/	/
HTC	Liquide/gazeux	Liquide/gazeux	Liquide

### 1.3 Caractérisation des supraconducteurs

La caractérisation des matériaux supraconducteurs consiste à déterminer leurs propriétés électromagnétiques (caractéristique  $E(J)$ ,  $J_c(B)$ ...) et leurs pertes AC dans différentes configurations, afin de dimensionner correctement les systèmes les intégrant.

La caractérisation DC est généralement accomplie par la méthode électrique à quatre points (cette méthode est bien décrite dans le chapitre suivant).

Dans cette partie, nous allons décrire les deux principales méthodes utilisées pour la caractérisation des pertes AC dans les supraconducteurs. La première mesure les pertes directement à la source tandis que la seconde mesure les pertes une fois qu'elles se sont dissipées sous forme de chaleur.

#### 1.3.1 Méthode électromagnétique

##### 1.3.1.1 Méthode électrique

La méthode électrique est souvent utilisée dans le cas où les pertes dissipées dans le supraconducteur sont dues au passage d'un courant de transport. La tension aux bornes du supraconducteur est mesurée puis multipliée par le courant et moyennée sur une période de temps, au régime permanent. Les pertes sont mesurées en utilisant soit :

Un Amplificateur à détection synchrone : il fournit à la sortie la valeur efficace du fondamental du signal d'entrée (tension) en phase avec le signal de référence (courant) :  $U_{1eff} \cos(\varphi_1)$ . Ainsi, les pertes AC de transport (pertes en champ propre) peuvent être calculées comme suit :

$$P = I_{eff} U_{1eff} \cos(\varphi_1) \quad (I-7)$$

La mesure des pertes par l'amplificateur à détection synchrone est particulièrement efficace lorsqu'il s'agit de signaux de très faible amplitude. C'est l'une des méthodes les plus utilisées dans la littérature [JAN05, GRI07, NGU09, AIN11, STA20]. Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle n'est valable que si le signal de courant est sinusoïdal.

La plupart des résultats de mesure présentés dans cette thèse ont été obtenus avec la méthode électrique en utilisant un amplificateur à détection synchrone, qui est décrite plus en détail dans le chapitre II.

*Un Oscilloscope ou un Wattmètre* : les pertes AC sont obtenues directement par une intégration numérique du produit des deux signaux (tension & courant) permettant d'obtenir la valeur moyenne des pertes :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \times i(t) dt \quad (I-8)$$

Dans ce cas, la mesure permet de déduire les pertes AC dues aux courants sinusoïdaux et non sinusoïdaux [BRU17, FUKU12].

Sur le même principe, une méthode de mesure sans contact électrique des prises de potentiel avec l'élément supraconducteur a également été utilisée pour mesurer les pertes dans les bobines HTC [AMA15].

### 1.3.1.2 Méthode magnétique

La méthode magnétique est utilisée lorsque les pertes sont dues à l'exposition d'un supraconducteur à un champ magnétique externe variable. Ces pertes sont connues sous le nom de pertes de magnétisation. Elle consiste à déterminer les pertes d'hystérésis en mesurant la magnétisation dans le supraconducteur (ces pertes sont proportionnelles à la surface du cycle d'hystérésis parcouru). Pour cela deux bobines, dites de détection (pick-up coil en anglais) et de compensation, sont utilisées. La première est placée devant le ruban supraconducteur et mesure une tension due à la variation du champ total ( $B$ ) qui la somme du champ appliqué ( $\mu_0 H_a$ ) et de la magnétisation dans le supraconducteur ( $\mu_0 M$ ). La deuxième, de compensation, est placée loin du ruban et mesure seulement la tension due à la variation du champ extérieur ( $\mu_0 H_a$ ) (Figure I-18). Une soustraction des deux tensions nous permette d'obtenir la tension due à la variation du moment magnétique de supraconducteur [MAR10] :

$$B - \mu_0 H_a = \mu_0 M \quad (I-9)$$

A partir de cette tension, on peut remonter aux pertes moyennes dissipées dans le ruban supraconducteur [KAJ99, OOM00].

Pour calibrer le système, le supraconducteur est retiré du banc expérimental et ainsi, la tension résultant de la soustraction doit être nulle.

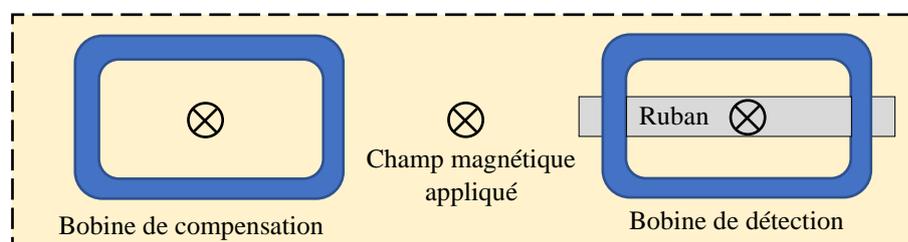


Figure I-18 Diagramme illustrant la mesure des pertes par la méthode magnétique [MAR10].

Il existe d'autres techniques pour mesurer le moment magnétique dans les supraconducteurs : les sondes à effet Hall [DIN07], les SQUIDS [ZHA11] et les magnétomètres à échantillons vibrants (VSM) [STA98].

En plus des pertes, cette méthode peut fournir des informations supplémentaires sur les propriétés physiques du supraconducteur telles que les valeurs des champs et de densité de courant critiques [GOM97, VAN99, DOU10, KIR13].

La combinaison des deux méthodes magnétique et électrique est généralement utilisée pour mesurer les pertes dans un ruban supraconducteur qui transporte un courant alternatif et soumis en même temps à un champ magnétique externe, à condition de porter beaucoup de soins à la disposition des prises de potentiels [TON03, WAN14].

### 1.3.2 Méthode calorimétrique

La mesure des pertes dans les supraconducteurs par la méthode calorimétrique est applicable dans tout environnement électromagnétique complexe. En principe, deux méthodes calorimétriques sont habituellement utilisées : soit en mesurant l'augmentation de la température du supraconducteur dans un environnement adiabatique soit en mesurant la quantité de gaz libérée par le liquide réfrigérant du fait des pertes.

#### 1.3.2.1 Méthode basée sur la mesure de la température

Cette méthode consiste à mesurer l'élévation locale de la température dans le supraconducteur due à la dissipation de la chaleur, du fait des pertes, à l'aide d'un thermomètre ou un thermocouple. Les deux extrémités du ruban sont portées à la température cryogénique tandis que la partie du supraconducteur, où la température sera mesurée, est isolée du liquide cryogénique et n'est refroidie que par conduction [MAR10, ASH01]. Dans ce cas, l'augmentation de la température ( $\Delta T$ ) est reliée directement aux pertes dissipées dans le ruban [OOM00, WAN14].

Les capteurs optiques comme le capteur FBG (fiber Bragg grating) peuvent aussi être utilisés pour la mesure de la température due aux pertes. En plus de leur petite taille, ces capteurs présentent une immunité aux interférences du champ magnétique et une faible invasion thermique [LIU20]. Différentes études dans la littérature ont montré l'efficacité des capteurs FBG pour la mesure des pertes AC dans les supraconducteurs HTC [DAI14, WAN15]. Plus de détails sur les relations théoriques de la mesure sont fournis dans [LIU20].

#### 1.3.2.2 Méthode d'évaporation

Cette deuxième méthode est appelée méthode d'ébullition ou d'évaporation (Boil-off method). La chaleur dissipée dans le supraconducteur fait évaporer une certaine quantité du liquide cryogénique qui sera mesurée par un débitmètre à gaz. Un échangeur de chaleur et un thermocouple sont utilisés pour assurer une température constante (généralement à température ambiante) du gaz à l'entrée du débitmètre [MAR10].

En considérant une relation linéaire entre la quantité de gaz mesurée par le débitmètre et les pertes dissipées, la calibration de ce système consiste ainsi à utiliser une bobine résistive dont les pertes sont connues et à mesurer la quantité de liquide évaporée correspondante.

Cette méthode est souvent utilisée pour toute configuration, orientation ou combinaison de champs magnétiques et de courants appliqués [ZHA15, MUR13].

Le choix de la méthode dépend de l'élément supraconducteur testé et de son environnement électromagnétique. La méthode électromagnétique présente l'inconvénient d'être sensible aux perturbations électromagnétiques ; elle convient à la mesure des pertes dans des rubans ou de bobines dans un environnement électromagnétique relativement simple, mais elle est instantanée et très précise. La méthode calorimétrique présente l'avantage de pouvoir fonctionner à des environnements électromagnétiques complexes (combinaison de champs magnétiques et de courants de transports DC

et/ou AC comme le cas d'une machine électrique), mais cette mesure est lente et globale. En effet, elle ne peut pas déterminer combien des pertes sont issues du courant de transport ou du champ appliqué, mais elle fournit uniquement les pertes totales. En plus, l'équilibre thermique doit être atteint pour chaque mesure, ce qui prend donc beaucoup de temps.

## I.4 Modélisation des supraconducteurs

La modélisation des supraconducteurs est une étape clé lors de la phase de conception ou de dimensionnement d'un dispositif fabriqué à partir de ces matériaux. Leur comportement est décrit par les équations de Maxwell associées aux relations constitutives qui les différencient des autres matériaux.

Les équations de Maxwell dans le cas de l'approximation des régimes quasi-stationnaires s'écrivent comme suit :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (I-10)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad (I-11)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (I-12)$$

A ces équations, on associe les lois de comportement caractérisant le matériau supraconducteur :

- i. La densité de courant  $\vec{J}$  et le champ électrique  $\vec{E}$  sont généralement liés par la loi en puissance donnée par l'équation (I-2) :

$$\vec{E}(\vec{J}) = E_c \left( \frac{\|\vec{J}\|}{J_c(\vec{B}, T)} \right)^{n(\vec{B}, T)} \frac{\vec{J}}{\|\vec{J}\|} \quad (I-13)$$

- ii. La perméabilité de matériau SHTC est égale à celle du vide tant qu'il est bien utilisé au-dessus de son premier champ critique :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (I-14)$$

Dans le cadre du calcul des pertes dans les supraconducteurs, de nombreuses études ont contribué à différentes approches de modélisation, qui peuvent être regroupées en trois catégories :

### I.4.1 Modèles analytiques

Ces modèles analytiques sont basés sur l'intégration des équations aux dérivées partielles issues des formulations électromagnétiques associées au modèle de l'état critique [MIK13]. Des formules analytiques sont développées uniquement pour des géométries simples (formes rectangulaires ou cylindriques infiniment longues, ...), et des conditions électromagnétiques bien particulières (champs appliqués uniformes, réaction magnétique de l'induit négligée...). Différents modèles semi-empiriques basés sur ces formules ont ensuite été proposés dans la littérature pour le calcul des pertes dans des bobines composées de plusieurs rubans [MAG01, OOM00, RYU03, XU10, FUN13].

Le Tableau I-3 présente quelques formules analytiques de calcul des pertes AC dans un simple conducteur infiniment long sous champ alternatif (propre ou appliqué), où  $I_m$  l'amplitude du courant parcourant le conducteur en champ propre, et  $B_m$  est l'amplitude de l'induction magnétique extérieure appliquée.

Ces modèles analytiques ne tiennent pas compte de l'effet de la proximité d'autres matériaux actifs (matériaux ferromagnétiques, ...). Cependant, Y.Mawatari a proposé un modèle analytique qui permet

de calculer, dans certains cas particuliers, la distribution du champ magnétique et les pertes AC dans un ruban YBCO avec un substrat ferromagnétique de perméabilité magnétique infinie ( $\mu \approx \infty$ ) [MAW08].

Tableau I-3 Quelques formules analytiques donnant les pertes AC dans des éléments supraconducteurs en champs propre et appliqué

Conditions	Géométrie	Pertes exprimées en [W/m <sup>3</sup> ]	Références
Courant de transport quand ( $i < 1$ ) avec $i = I_m / I_c$	Ruban de section rectangulaire	$P = \left( \frac{\mu_0 I_c J_c}{\pi} \right) \left[ (1-i) \ln(1-i) + (1+i) \ln(1+i) - i^2 \right]$	[NOR70]
	Ruban de section elliptique	$P = f \left( \frac{\mu_0 I_c J_c}{\pi} \right) \left[ (1-i) \ln(1-i) + (2-i) \frac{i}{2} \right]$	[NOR70]
	Cylindre de rayon R	$P = f \mu_0 R^2 J_c^2 \left[ i - \frac{i^2}{2} + (1-i) \ln(1-i) \right]$	[DOU01]
Champ magnétique extérieur	Ruban mince d'épaisseur ( $d$ ) $\ll$ largeur ( $w$ ) soumis à un champ perpendiculaire (Figure I-13)	$P = \frac{2fB_m^2}{\mu_0} \frac{\pi w}{2\alpha d} \left[ \frac{2}{\alpha} \ln(\cosh \alpha) - \tanh \alpha \right]$ $\alpha = B_m \pi / (\mu_0 J_c d).$	[BRA93] [Mul95] [OOM00]
	Plaque d'épaisseur $d$ et de largeur infinie soumise à un champ appliqué le long de sa largeur	$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{2fB_m^2}{\mu_0} \left[ \frac{\beta}{3} \right] \quad \text{pour } \beta < 1 \\ P = \frac{2fB_m^2}{\mu_0} \left[ \frac{1}{\beta} - \frac{2}{3\beta^2} \right] \quad \text{pour } \beta > 1 \end{array} \right.$ $\beta = 2B_m / (\mu_0 J_c d).$	[CLE91] [OOM00]
	Cylindre de rayon R soumis à un champ longitudinal (axial)	$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{2fB_m^2}{\mu_0} \left[ \frac{2\beta}{3} - \frac{\beta^2}{3} \right] \quad \text{pour } \beta < 1 \\ P = \frac{2fB_m^2}{\mu_0} \left[ \frac{2}{3\beta} - \frac{1}{3\beta^2} \right] \quad \text{pour } \beta > 1 \end{array} \right.$ $\beta = B_m / (\mu_0 J_c R).$	[CAR83] [DOU01]

#### 1.4.2 Modèles numériques

Ces modèles permettent de représenter des géométries complexes, ainsi de pouvoir tenir en compte du comportement non linéaire de la loi  $E(J)$  et de la saturation des matériaux ferromagnétiques, et cela en résolvant les équations aux dérivées partielles issues des formulations électromagnétiques par une méthode numérique. La méthode des éléments finis est la plus répandue et la plupart des logiciels de calcul sont basés sur cette méthode [WIKIP]. Cependant, elle est souvent couteuse en espace mémoire et en temps de calcul.

Parmi les formulations utilisées pour la modélisation du champ électromagnétique dans les supraconducteurs, on peut citer : la formulation A-V [MOR12, CAM09], la formulation T- $\phi$  [STE10], formulation en H [BRA06, ZER13] et la formulation T-A [ZHA16, LIA17].

La formulation A-V basée sur la conservation du flux magnétique ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ) utilise le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et le potentiel scalaire électrique  $V$ . Ce dernier permet de tenir compte de la source

de tension. Cette formulation est notamment intéressante pour les problèmes 2D où  $\vec{A}$  peut être réduit à une quantité scalaire au lieu d'un champ vectoriel. Cependant, la conservation du courant doit être imposée pour les problèmes 3D, et elle présente quelques problèmes de convergence, car, elle utilise une loi  $J(E)$  et non  $E(J)$  [ROZ19].

La formulation  $T-\phi$  utilisant le potentiel vecteur électrique  $\vec{T}$  et le potentiel scalaire magnétique  $\phi$  assure de manière naturelle la conservation du courant électrique et permet de mieux traiter la non-linéarité électrique. Elle permet également de réduire le nombre d'inconnues à résoudre dans les régions non conductrices, où seul le potentiel scalaire magnétique est évalué. En revanche, son implémentation n'est pas aisée comparés à d'autres formulations, et les domaines non simplement connexes nécessitent un traitement particulier [DUL96]. La conservation du champ magnétique doit également être imposée.

La formulation en  $H$  utilisant le champ magnétique  $\vec{H}$  comme variable, est la formulation la plus répandue pour la modélisation des supraconducteurs [SHE20]. Comme la formulation  $T-\phi$ , elle assure de manière naturelle la conservation du courant et utilise une loi  $E(J)$ , ce qui améliore la convergence. Son inconvénient principal est dans le traitement des régions d'air où une résistivité finie doit être définie ce qui peut donner lieu à des courants non physiques dans ces régions.

La formulation  $T-A$  se présente comme un couplage entre la formulation en potentiel vecteur électrique  $\vec{T}$  dans les régions supraconductrices et la formulation en potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  dans le domaine entier. Elle possède les avantages combinés des deux formulations, notamment la conservation naturelle du courant et du champ magnétique.

Un traitement particulier des problèmes présentant un problème d'échelle (associant très petites et très grandes dimensions) est nécessaire, comme dans le cas des systèmes intégrant les rubans supraconducteurs 2G, où la géométrie de ces derniers est souvent réduite d'une dimension (la variation du champ électromagnétique suivant l'épaisseur du ruban est, dans certains cas, négligée) [THA09, ZER11].

Tableau I-4 Les formulations couramment utilisées pour la modélisation numérique du champ électromagnétique dans les supraconducteurs

Formulation	Définitions	Equations
A-V	$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B} ;$ $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} V ;$ $\vec{J} = \sigma(E)\vec{E}$	$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \times \left( \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) + \sigma(E) \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} V \right) = \vec{0} \\ \vec{\nabla} \cdot \left\{ \sigma(E) \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} V \right) \right\} = 0 \end{array} \right.$
T- $\phi$	$\vec{\nabla} \times \vec{T} = \vec{J} ;$ $\vec{H} = \vec{T} - \vec{\nabla} \phi + \vec{T}_0 ;$ $\vec{E} = \rho(J)\vec{J}$	$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \times \left( \rho(J) \vec{\nabla} \times (\vec{T} + \vec{T}_0) \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left( \mu (\vec{T} - \vec{\nabla} \phi + \vec{T}_0) \right) = \vec{0} \\ \vec{\nabla} \cdot \left( \mu (\vec{T} - \vec{\nabla} \phi + \vec{T}_0) \right) = 0 \end{array} \right.$
Formulation en H	$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} ;$ $\vec{E} = \rho(J)\vec{J}$	$\vec{\nabla} \times \left( \rho(J) \vec{\nabla} \times \vec{H} \right) = -\frac{\partial (\mu \vec{H})}{\partial t}$ $\vec{\nabla} \cdot (\mu \vec{H}) = 0$

T-A	$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B} ;$ $\vec{\nabla} \times \vec{T} = \vec{J} ;$ $\vec{E} = \rho(J)\vec{J}$	$\vec{\nabla} \times \left( \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) = \vec{J} ;$ $\vec{\nabla} \times \left( \rho(J) \vec{\nabla} \times \vec{T} \right) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
-----	--	--

### 1.4.3 Modèles semi-analytiques

Ces méthodes utilisent des expressions des champs et des potentiels par des équations intégrales impliquant leurs sources, ce qui permet de ne discrétiser que les parties actives du système étudié, et ne requièrent pas de conditions aux frontières contrairement aux méthodes différentielles. Cependant, elles conduisent généralement à des matrices pleines et présentent des singularités à la source nécessitant un traitement particulier. Toutefois, ces matrices ne dépendent pas des propriétés des matériaux mais seulement de la géométrie du problème, leur calcul n'est donc effectué qu'une seule fois et elles sont directement réutilisées par la suite autant de fois que nécessaire.

Les modèles semi-analytiques peuvent être utilisés en DC ou en AC pour la résolution des problèmes en 1D, 2D ou 3D. Un modèle intégral permettant le calcul de la distribution du courant et les pertes AC en deux dimensions, en tenant en compte du comportement non linéaire de la loi  $E(J)$ , a été proposé par Brandt [BRA94]. Pour mieux s'adapter aux géométries complexes, dans ses travaux de [SIR07] utilise une discrétisation en éléments triangulaires. Une évaluation des performances d'une telle approche en comparaison aux éléments finis a été présentée dans [SIR09]. Pour le traitement de l'anisotropie électrique en plus de la non linéarité, des formulations intégro-différentielles en potentiel vecteur électrique ont été proposées en 3D [MEN09, FAR19].

L'une des difficultés majeures liées à l'utilisation cette méthode est la prise en compte des matériaux ferromagnétiques. La méthode des images peut être utilisée dans certains cas [BIN92, DUR68], mais elle suppose une perméabilité magnétique infinie et ne tient pas en compte de la géométrie de la partie ferromagnétique. Une partie des travaux de cette thèse est de ce fait consacrée à l'intégration des matériaux ferromagnétiques dans les modèles basés sur des équations intégrales, en tenant compte de leur comportement magnétique non linéaire et de leur forme géométrique exacte.

## 1.5 Conclusion

L'objectif de ce premier chapitre est de rappeler les propriétés fondamentales des matériaux supraconducteurs, et leur comportement à l'échelle macroscopique, en focalisant sur les supraconducteurs HTC dont le potentiel d'utilisation en énergie électrique est avéré. La connaissance des propriétés de ces matériaux est d'une importance capitale pour le développement des dispositifs électromagnétiques les intégrant; et l'état de l'art révèle un besoin de développement de méthodes plus efficaces et de modèles plus réalistes pour leur caractérisation.

Dans ce contexte, les travaux de cette thèse constituent une contribution à la modélisation et à la caractérisation des supraconducteurs HTC pour leur intégration dans les machines électriques. Nous nous limiterons à leur intégration sous forme de bobinages constituant l'inducteur ou l'induit, bien qu'ils puissent être aussi présents sous forme massive (pour l'induction ou l'écrantage de champ magnétique).

Le chapitre suivant est consacré à, la caractérisation expérimentale, par la méthode électrique, de bobinages supraconducteurs en DC et en AC, sous différentes configurations, afin de se reproduire leur environnement électromagnétique au sein d'une machine électrique.

---

## **Chapitre II : Caractérisation expérimentale de bobinages supraconducteurs HTC**

---



## II.1 Introduction

L'utilisation des matériaux supraconducteurs à haute température critique (HTC) présente un grand intérêt pour le développement des applications supraconductrices dans le domaine du génie électrique telles que les machines électriques. Leur capacité à transporter des courants de fortes intensités permet de concevoir des bobines plus compactes et plus légères. Toutefois, les performances de ces bobines sont liées à leur courant critique, qui dépend de plusieurs facteurs, notamment le champ magnétique appliqué, la température et les contraintes mécaniques. L'estimation du courant critique d'une bobine supraconductrice à l'échelle du système est d'une grande importance pour la conception et l'optimisation des systèmes supraconducteurs.

Un autre aspect de la caractérisation de bobinages supraconducteurs concerne la détermination de leurs pertes en régime variable. En effet, même si les matériaux supraconducteurs ne présentent pas de pertes en courant DC, ils peuvent développer des pertes relativement importantes (hystérésis, courants induits et de couplage) lorsqu'ils sont parcourus par un courant variable et/ou lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique variable. Cela entraîne une augmentation de la puissance nécessaire au refroidissement. La connaissance des pertes et leur maîtrise est un enjeu important pour l'optimisation des dispositifs et l'amélioration de leur efficacité énergétique.

Dans ce contexte, ce chapitre est consacré à la caractérisation expérimentale, par la méthode électrique, de bobinages supraconducteurs HTC composés de rubans de première génération (1G), en courant continu et en régime variable.

Nous commençons par présenter les spécifications du ruban et des bobines HTC utilisées. Puis, nous décrivons le banc expérimental pour la caractérisation en courant continu. La caractéristique tension-courant d'une bobine HTC a été mesurée pour trois configurations différentes, en présence de différentes sources du champ magnétique extérieur. Les résultats obtenus nous permettent d'analyser le comportement de la bobine dans ces conditions étudiées.

Nous passons ensuite à la caractérisation en régime variable de bobines HTC alimentées par un système biphasé, sous champ propre, et à proximité d'une plaque ferromagnétique, afin de prédire le comportement d'un induit supraconducteur dans une machine électrique. Le banc expérimental et la méthode de mesure sont décrits pour chaque cas d'étude. Enfin, nous présenterons les résultats des mesures de pertes.

## II.2 Description des bobines HTC

Tous les résultats de mesures présentés dans ce chapitre sont menés sur des bobines supraconductrices réalisées à base d'un conducteur BSCCO fabriqué par Sumitomo Electric [GLO]. Ce ruban de première génération est commercialisé sous le nom « DI-BSCCO » de type ACT-CA. Il est composé de filaments séparés et torsadés dans une matrice en argent. Le pourcentage du matériau supraconducteur par rapport à la matrice en argent est d'environ 30%. Les spécifications du ruban sont décrites dans le tableau ci-dessous :

Tableau II-1 Spécifications du ruban DI-BSCCO de type ACT-CA

Paramètre	Valeur
Courant critique sous champ propre (77K)	70 A
Largeur du ruban	2.8 mm
Epaisseur du ruban	0.33 mm
Rayon de courbure minimal ( $R_c$ )	20 mm

Le ruban supraconducteur, isolé avec un film en Kapton, est bobiné autour d'un noyau amagnétique de forme cylindrique. La bobine obtenue est ensuite imprégnée d'une résine Epoxy pour se rigidifier et résister aux températures cryogéniques (77K dans notre cas).

Pour alimenter les bobines, deux amenées de courant en cuivre ont été soudées au niveau de ses extrémités. Plus de détails sur la technique de bobinage et les équipements nécessaires sont donnés en Annexe C.

Au total, sept bobines ont été caractérisées :

- Quatre (4) bobines identiques qui ont déjà été développées dans un précédent projet au laboratoire [BEL14], et recyclées pour les besoins de cette thèse. Elles seront nommées Bi (i=1, 2, 3, 4).
- Trois (3) bobines identiques réalisées pour les besoins de cette thèse et qui seront nommées Ci (i=1, 2, 3).

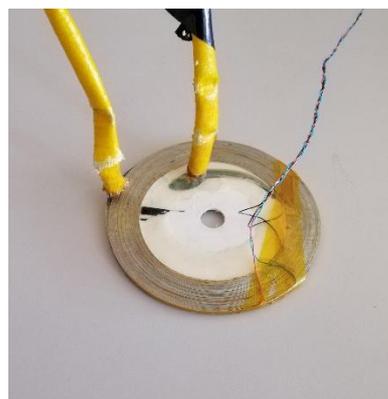
La Figure II-1 montre deux photographies représentant les bobines Bi et Ci. Leurs dimensions sont données dans le tableau suivant :

Tableau II-2 Dimensions des bobines supraconductrices caractérisées

Paramètre	Bobines « Bi »	Bobines « Ci »
Longueur de ruban	14.8 m	10.15 m
Epaisseur	0.33 mm	0.33 mm
Rayon interne	25 mm	35 mm
Rayon externe	50 mm	50 mm
Nombre de spires	63	38



(a)



(b)

Figure II-1 Bobines supraconductrices caractérisées (a) bobines Bi (b) bobines Ci

### II.3 Caractérisation en courant continu

La loi en puissance donnée par (I-2) est généralement utilisée pour les supraconducteurs HTC. Le courant critique est communément défini comme le courant auquel un champ électrique critique de  $1\mu V/cm$  est atteint. Cette définition du courant critique est standardisée pour les rubans HTC [INT06].

La connaissance du courant critique d'un élément supraconducteur est d'une importance capitale pour le dimensionnement des systèmes intégrant ces derniers. Il est donc nécessaire de disposer de méthodes fiables pour le mesurer.

Nous commençons tout d'abord par décrire le banc expérimental qui permet de réaliser les caractérisations électriques en courant continu des bobines HTC à l'azote liquide (77 K) et de vérifier et valider la loi en puissance pour le ruban BSCCO utilisé. Ensuite, différentes configurations des bobines supraconductrices à différentes conditions d'utilisation sont étudiées. Les résultats obtenus nous ont permis d'extrapoler le comportement de ces bobines à l'échelle d'un système.

### II.3.1 Description du banc expérimental

La mesure électrique de la densité du courant critique des matériaux supraconducteur est habituellement accomplie par la méthode de mesure à quatre points [MAT07, ZHU14]. L'élément supraconducteur (ruban ou bobine) est refroidi à une température inférieure à sa température critique (il est immergé dans un bain d'azote liquide dans notre cas), puis alimenté par un courant continu ( $I$ ), et la différence de potentiel ( $U$ ) aux bornes de celui-ci est relevée par deux fils indépendants des amenées de courant, séparés par une certaine distance ( $L_{pp}$ ).

Le schéma du dispositif permettant cette mesure est présenté sur la Figure II-2. Le banc de mesure est composé d'une source de courant continu stabilisée, dont la valeur peut varier de 0 à 300 A et d'un nano voltmètre d'une précision 0.1 $\mu$ V. Plus de détails sur les équipements utilisés sont donnés dans l'Annexe A.

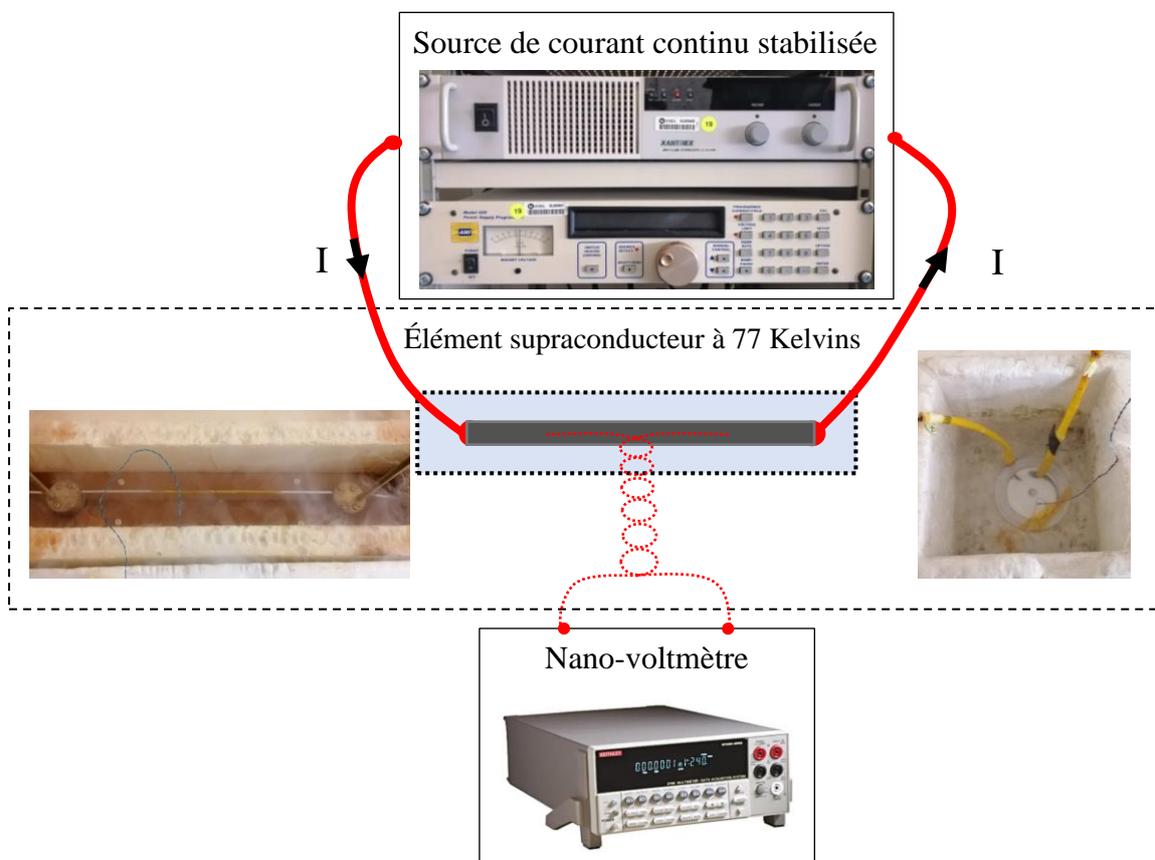


Figure II-2 Schéma du dispositif de la mesure de la caractéristique  $U(I)$ .

La caractéristique  $E(J)$  est déduite de la mesure de la courbe tension-courant  $U(I)$ , en considérant que le champ électrique et la densité de courant électrique sont uniformément répartis dans la section du ruban ( $S_r$ ), ce qui mène aux équations suivantes :

$$\begin{cases} U = E \times L_{pp} \\ I = J \times S_r \end{cases} \quad (II-1)$$

La tension critique de l'échantillon ( $U_c$ ) est le produit de la distance entre les prises de potentiel ( $L_{pp}$ ) par le champ électrique critique et le courant critique ( $I_c$ ) est le courant qui donne cette tension critique ( $U_c$ ).

La mesure des courbes  $U(I)$  en courant continu peut être influencée par différents paramètres. Il est donc important de noter que :

- Les relations données par l'équation (II-1) ne sont valables théoriquement que si la densité de courant a entièrement pénétré l'élément supraconducteur c'est à dire dans le cas où le courant est supérieur ou égal au courant critique.
- Lorsque ( $I \gg I_c$ ), les effets thermiques dus aux pertes dans le matériau supraconducteur et dans les résistances de contact supra-cuivre peuvent empêcher de réaliser des mesures parfaitement isothermes et dans certains cas endommager l'élément supraconducteur sous test.
- Pour éviter de mesurer des composantes de tension résistives liées au passage du courant dans la matrice en argent, il est important d'éloigner suffisamment les prises de potentiels et les amenées de courant.

### II.3.2 Cas étudiés

Les propriétés en courant continu peuvent nous aider à déterminer le courant maximal admissible dans une bobine HTC intégrée dans un système, comme une machine électrique supraconductrice HTC, ce qui aura un grand impact sur la taille et le poids de la machine, et donc sur sa densité de puissance.

Pour reproduire progressivement des situations électromagnétiques réelles des bobines supraconductrices dans les machines électriques, nous avons étudié plusieurs configurations d'une bobine supraconductrice, à différentes conditions d'utilisation. Elles permettent de mettre en évidence l'effet du champ magnétique sur la caractéristique  $U(I)$ , et par conséquent, sur les performances de l'élément supraconducteur. Il s'agit du champ magnétique produit par :

- L'élément supraconducteur (ruban ou bobine) sur lui-même, appelé « champ propre ».
- Des sources extérieures à proximité (aimants permanents ou bobines).
- La proximité des circuits ferromagnétiques (environnement magnétique).

Trois configurations ont été étudiées :

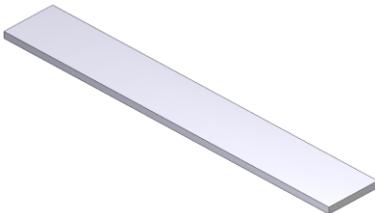
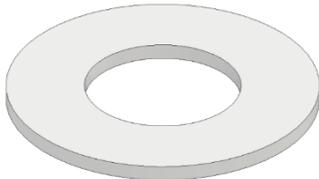
- **Configuration 1** : élément supraconducteur (ruban ou bobine) seul dans l'air.
- **Configuration 2** : Bobines supraconductrices + source de champ dans l'air. Trois cas ont été considérés :

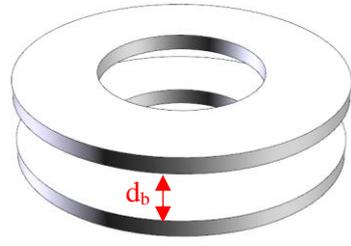
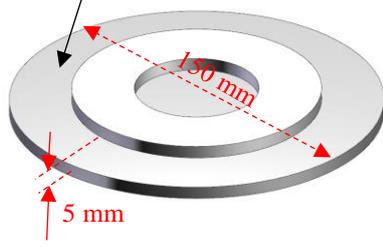
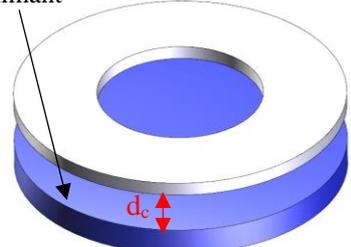
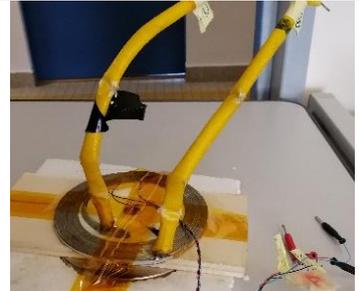
Cas 2.a : Deux bobines concentriques placées dans l'air séparées par une distance ( $d_b$ ), alimentées en série par le même courant dans la même direction.

Cas 2.b : Une bobine montée sur une plaque ferromagnétique de rayon 75 mm et d'épaisseur 5 mm, séparées par une distance de 1 mm.

Cas 2.c : Bobine avec aimant permanent de forme cylindrique, de rayon 50 mm et d'épaisseur 10 mm ( $B_{rem}=1.25T$ ), séparées par une distance ( $d_c$ ).

- **Configuration 3** : Bobines supraconductrices + source de champ magnétique + présence d'un matériau ferromagnétique.

Configuration 1		
Élément supraconducteur seul	<p>Ruban</p> 	<p>Bobine</p> 

Configuration 2		
Cas 2.a		
Cas 2.b	<p>Plaque ferromagnétique</p> 	
Cas 2.c	<p>Aimant</p> 	

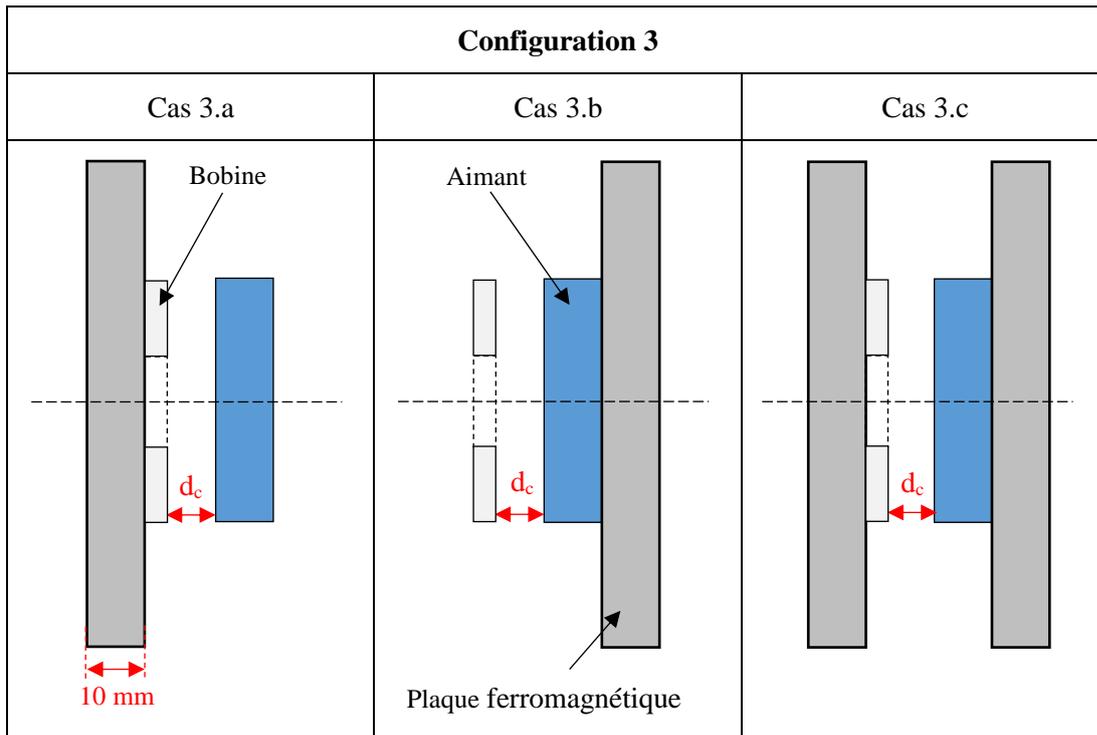


Figure II-3 Configurations étudiées.

### II.3.3 Résultats et comparaisons

#### ❖ Configuration 1:

D’abord, nous avons mesuré la caractéristique  $U(I)$  du ruban seul pour vérifier les données du constructeur de ruban. Nous avons utilisé 30 cm de ruban avec des prises de potentiel séparées de 20 cm. La tension critique vaut donc  $20\mu V$ . La figure suivante est déduite de ces mesures.

Le courant critique mesuré est de 69.5 A, sachant que le constructeur [GLO] donne un courant critique de 70 A, ce qui confirme la validité de la mesure effectuée.

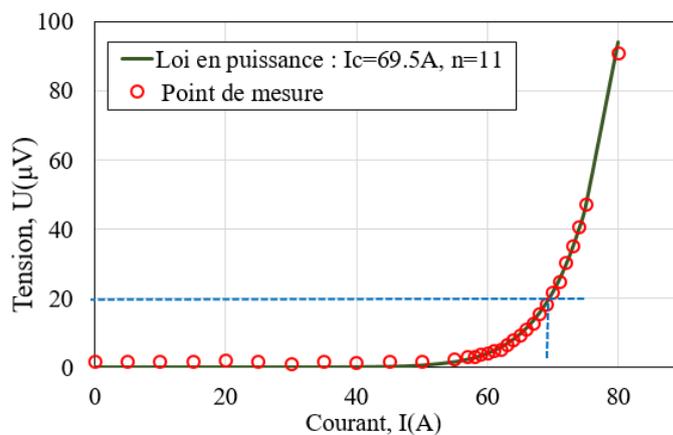


Figure II-4 Courbe  $U(I)$  mesurée et interpolée par la loi en puissance du ruban seul à 77 K.

Pour vérifier le bon fonctionnement des bobines après construction, les caractéristiques tension-courant ont été relevées (Figure II-5). La longueur totale du ruban utilisé étant de 14.8 m pour les bobines

« B » et de 10.15 m pour les bobines « C », ce qui donne une tension critique de 1.48 mV et 1.015 mV respectivement pour chaque bobine.

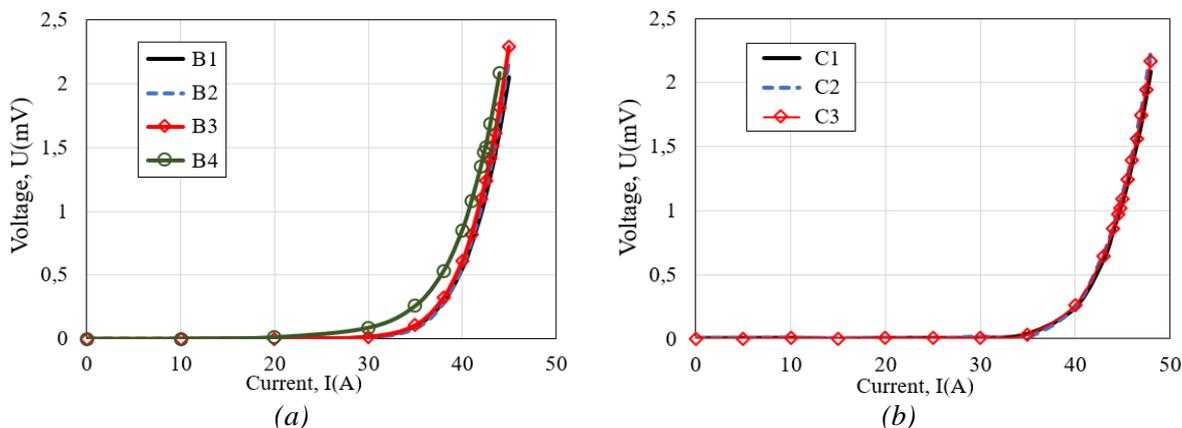


Figure II-5 Courbes U(I) mesurées des bobines supraconductrices (a) bobines B (b) bobines C

Les courants critiques mesurés sur les bobines (Tableau II-3) sont plus faibles que le courant critique du ruban sous champ propre ( $I_{c0}$ ). Il représente approximativement 62% et 65% du  $I_{c0}$  pour les bobines « B » et « C » respectivement. Cela s’explique par l’influence du champ magnétique produit par les ampères-tours de chaque bobine sur le ruban supraconducteur.

Tableau II-3 Courants critiques mesurés de chaque bobine

Bobines	Courant critique (A)	Moyenne / % de $I_{c0}$
B1	43.6	43.3 A / 62.3%
B2	43.5	
B3	43.2	
B4	43	
C1	45	44.9 A / 64.6%
C2	44.8	
C3	45	

❖ Configuration 2 :

Les deux Bobines B1 et B2 ont été séparées par une distance  $d_b = 4.5 \text{ mm}$  et alimentées en série par le même courant dans la même direction (Figure II-3). La Figure II-6 (a) montre la courbe U(I) mesurée de la bobine B1 comparée aux résultats obtenus pour la même bobine dans le premier cas d’étude. Le courant critique mesuré est de 39.8 A.

Dans les cas 2.b et 2.c et pour une distance  $d_c = 12 \text{ mm}$ , les caractéristiques U(I) de la bobine C1 mesurées sont représentées sur la Figure II-6 (b). Les courants critiques mesurés sont de 40.5 et 27A respectivement.

Nous remarquons que les courant critiques mesurés sont inférieurs au courant critique de la même bobine seule, cela montre clairement l’effet du champ magnétique qui dégrade les performances du fil supraconducteur. Dans le cas d’une machine électrique, il faut donc tenir compte de tout l’environnement magnétique.

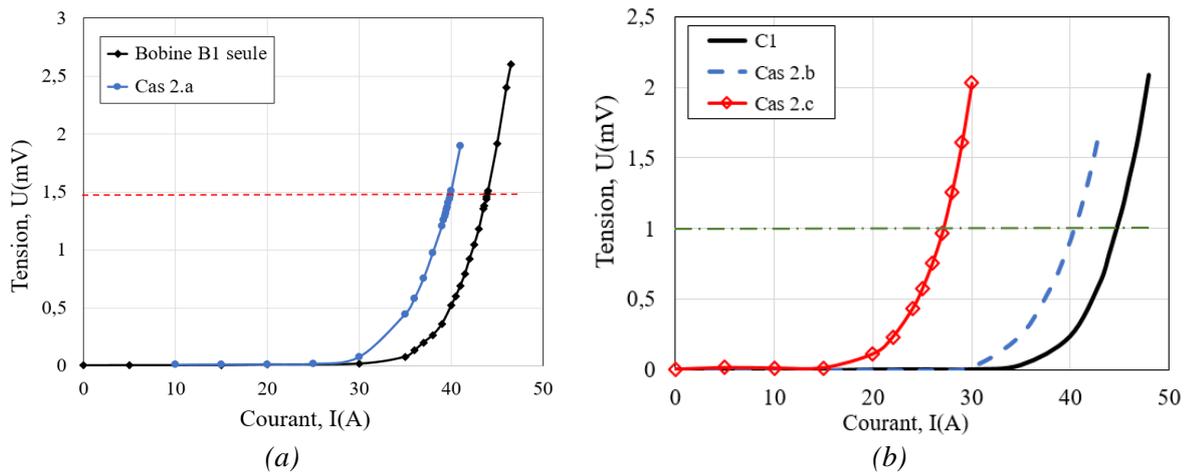


Figure II-6 Courbes  $U(I)$  mesurées pour la configuration 2 (a) cas 2.a (b) cas 2.b et 2.c.

❖ Configuration 3 :

Dans cette configuration, la bobine C1 est placée devant un aimant permanent selon trois situations (Figure II-3) :

- 3.a Une plaque ferromagnétique est placée du côté de la bobine.
- 3.b Une plaque ferromagnétique est placée du côté de l'aimant.
- 3.c Deux plaques ferromagnétiques sont placées des deux côtés.

Nous présenterons sur la Figure II-7 les caractéristiques  $U(I)$  mesurées de la bobine pour les trois situations décrites au-dessus. Les courants critiques mesurés sont résumés dans le Tableau II-4 pour un entrefer de  $d_c = 10\text{ mm}$ .

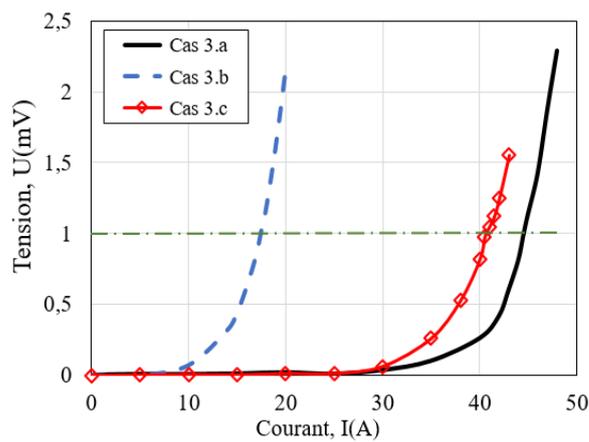


Figure II-7 Courbes  $U(I)$  de la bobine C1 mesurées sous différentes conditions.

Tableau II-4 Courants critiques de la bobine C1 mesurés pour chaque situation.

Bobine C1	Courant critique (A)
3.a	44.6
3.b	18
3.c	41

Nous constatons que les courants critiques mesurés sont inférieurs au courant critique de la bobine seule. Cela est dû à la dépendance de la densité de courant critique  $J_c$  et de l'exposant  $n$  au champ magnétique produit par l'aimant et le circuit magnétique.

On remarque aussi que le courant critique de la bobine dans la situation (b) est inférieur à celui mesuré dans les situations (a) et (c). Cela indique que le champ magnétique perpendiculaire appliqué aux spires de la bobine augmente dans cette situation et par conséquent provoque une chute dramatique de son courant critique. Cela montre clairement que le choix de l'emplacement des matériaux ferromagnétique dans un dispositif supraconducteur comme dans le cas d'une machine électrique est très important lors de la conception et de l'optimisation.

Les résultats obtenus dans ces différentes configurations nous permettent de mettre en évidence l'influence du champ magnétique sur le comportement et les performances des bobines supraconductrices à l'échelle d'un système.

## II.4 Caractérisation en régime variable périodique

Dans cette partie, nous présentons les mesures de pertes en régime variable périodique. L'élément HTC caractérisée (ruban, bobine) est alimenté par différentes formes du courant (sinusoïdale, carrée et triangulaire). Cette caractérisation en régime AC est effectuée à la température de l'azote liquide (77 K) pour deux cas : monophasé et biphasé. Les pertes AC ont également été mesurées en présence d'une plaque ferromagnétique, afin de reproduire le comportement d'un induit dans une machine supraconductrice.

Dans le premier chapitre nous avons vu que la méthode calorimétrique fournit une mesure globale qui englobe toutes les puissances dissipées dans le système [ZHA15, MUR13]. La méthode électrique, qui est plus précise et plus robuste, est la plus utilisée dans le cas où les pertes sont dues au passage d'un courant de transport dans l'élément supraconducteur [ZHU14, SHE18], même si les deux méthodes aboutissent globalement à des résultats similaires [YUA11]. Dans ce travail nous avons donc adopté la méthode électrique pour la caractérisation des pertes AC.

Tout d'abord nous présentons le banc expérimental, puis la méthode de mesure pour chaque cas d'étude, et enfin les résultats de mesure des pertes en régime AC en fonction de l'amplitude du courant et de la fréquence.

### II.4.1 Cas étudiés

#### II.4.1.1 Cas monophasé

Dans ce cas d'étude, l'élément supraconducteur est parcouru par un courant de transport alternatif et périodique. Il n'est donc soumis qu'à son champ propre.

##### a) Banc expérimental

La Figure II-8 représente le schéma du dispositif pour la mesure de pertes en courant alternatif dans un élément supraconducteur (ruban/bobine HTC). Un générateur basse fréquence (GBF) produit des signaux de différentes formes (sinusoïdale, carrée et triangulaire ...) variant dans le temps, utilisés comme entrée de référence de l'amplificateur de puissance. Ce signal alimente ensuite l'élément supraconducteur plongé à l'azote liquide à 77 K, à travers un transformateur. Ce dernier sert à la fois à amplifier le courant (transformateur abaisseur) et d'isoler la terre entre la partie de puissance de la partie mesure (isolation galvanique), afin d'éviter les perturbations.

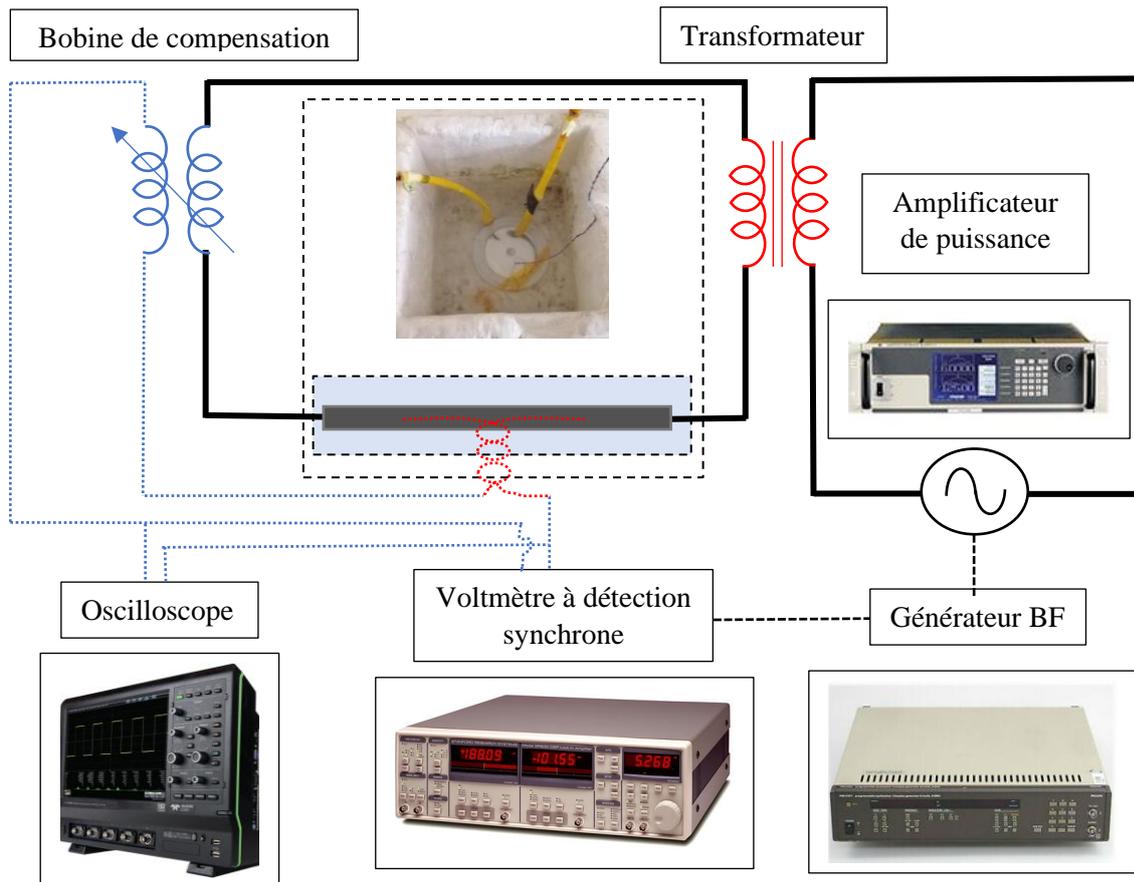


Figure II-8 Schéma du dispositif de mesure des pertes en courant alternatif.

Le courant alternatif d'alimentation est directement contrôlé par le générateur basse fréquence (GBF). Sa forme et sa valeur efficace dans le secondaire du transformateur sont obtenues en utilisant une sonde à effet hall. Cette tension et la tension aux bornes de l'élément supraconducteur après compensation de la partie inductive (Figure II-8) sont injectées simultanément dans un amplificateur à détection synchrone et un oscilloscope.

#### b) Méthode de mesure

La tension  $u(t)$  mesurée aux bornes de l'élément est composée d'une partie inductive et une partie résistive  $u_{\text{pertes}}(t)$  en phase avec le courant d'alimentation, et qui représente les pertes. C'est cette dernière qui représente les pertes en courant alternatif. Or, la composante inductive est quelques centaines de fois plus élevée que la partie résistive. Si l'appareil de mesure est calibré pour ce niveau de tension, la partie résistive serait noyée dans sa marge d'erreur, ce qui engendrerait des erreurs de mesure importantes de cette partie. Pour pallier cette difficulté, et pour augmenter la précision de mesure, la partie inductive de la tension est compensée [DOU01, BEN12].

Pour cela, on utilise une bobine de compensation branchée en série avec les fils de mesure, et placée à proximité du câble d'alimentation (Figure II-8). La bobine de compensation est orientée de telle sorte que sa mutuelle inductance avec le câble d'alimentation ( $M$ ) s'oppose à l'inductance ( $L$ ) de l'élément caractérisé (ruban ou bobine). La tension totale mesurée s'exprime alors comme suit :

$$u(t) = u_{\text{pertes}}(t) + (L - M) \frac{di(t)}{dt} \quad (\text{II-2})$$

On fait varier la distance entre la bobine de compensation et le câble d'alimentation de sorte que la valeur de l'inductance mutuelle ( $M$ ) se rapproche de l'inductance propre ( $L$ ) de l'échantillon supraconducteur. On procède à tâtons, car, il n'est pas nécessaire d'éliminer complètement la partie inductive ; il suffit de la ramener à une valeur proche de celle de la partie résistive.

Les tensions et les courants avec et sans compensation, mesurés aux bornes de la bobine C1 pour une valeur efficace du courant de 20 A à 20 Hz sont présentées sur la Figure II-9.

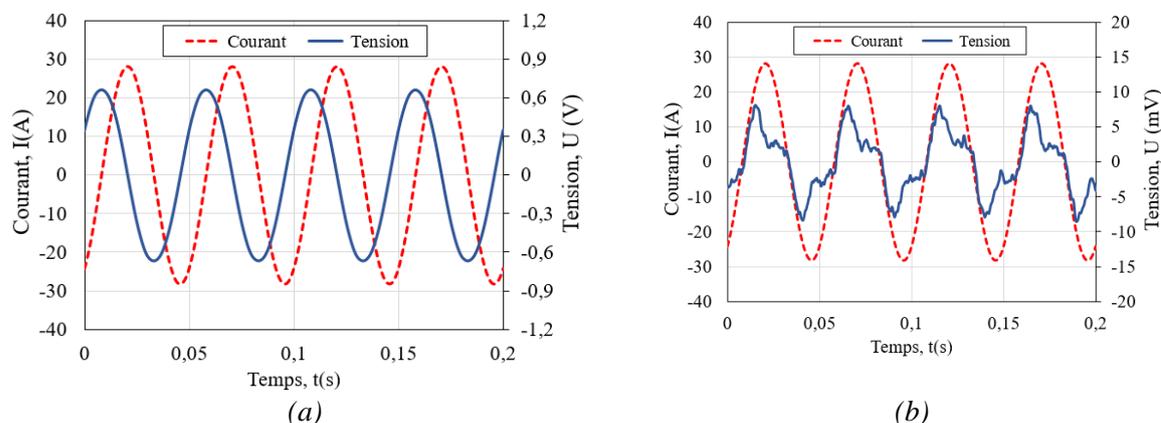


Figure II-9 Tension et courant mesurés (a) sans compensation (b) avec compensation

Pour déterminer la valeur moyenne des pertes, deux techniques de mesure ont été testées :

#### A l'oscilloscope

Les signaux du courant et de la tension de période  $T$  recueillies à l'entrée de l'oscilloscope sont échantillonnées selon une période d'échantillonnage  $T_e$  puis filtrées numériquement. Une intégration numérique du produit des deux signaux permet d'obtenir la valeur moyenne des pertes :

$$|P| = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \times i(t) dt = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(kT_e) i(kT_e) \quad (II-3)$$

Avec :  $T = N \times T_e$ .

#### Par un amplificateur à détection synchrone

La tension de pertes est généralement d'amplitude faible et parfois noyée dans le bruit environnant. L'utilisation d'un voltmètre à détection synchrone permet de filtrer tous les signaux et les bruits qui ne sont pas en phase avec le signal de référence et par conséquent d'améliorer considérablement la précision de mesure de signal utile.

Les pertes moyennes de courant alternatif ont été ensuite calculées comme suit :

$$P = I_{eff} U_{1eff} \cos(\varphi_1) \quad (II-4)$$

Avec :  $I_{eff}$  et  $U_{1eff} \cos(\varphi_1)$  sont, respectivement, la valeur efficace du courant et du fondamental de la tension en phase avec le signal de référence (courant), mesurée par le voltmètre à détection synchrone.

L'inconvénient principal de cette méthode est qu'elle ne fonctionne que si le signal de référence est sinusoïdal. Pour d'autres formes de courant, la première technique est utilisée.

Les pertes en champ propre de la bobine C1 pour un courant sinusoïdal à différentes fréquences ont été relevées, en utilisant les deux méthodes de mesure décrites ci-dessus. Nous avons obtenu des résultats similaires, comme le montre la Figure II-10.

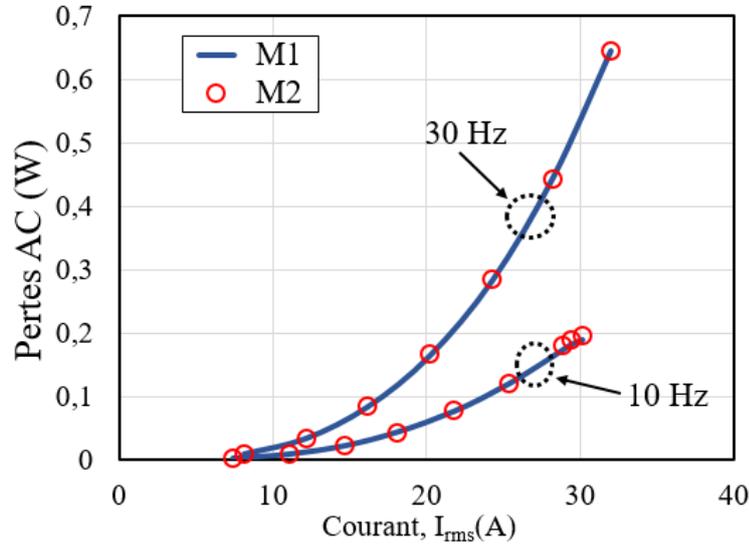


Figure II-10 Comparaison des pertes mesurées en fonction du courant, à différentes fréquences pour les deux méthodes (M1) Par le voltmètre à détection synchrone (M2) Par l'oscilloscope

En utilisant le voltmètre à détection synchrone, on a deux façons d'obtenir la composante résistive de la tension (tension de pertes), selon le choix du signal de référence :

- Le courant qui traverse l'élément supraconducteur est pris comme signal de référence, donc la tension en phase avec ce signal correspond à la tension de pertes.
- La tension aux bornes de la bobine de compensation est prise comme signal de référence, alors la tension déphasée de  $90^\circ$  par rapport à ce signal correspond à la tension de pertes.

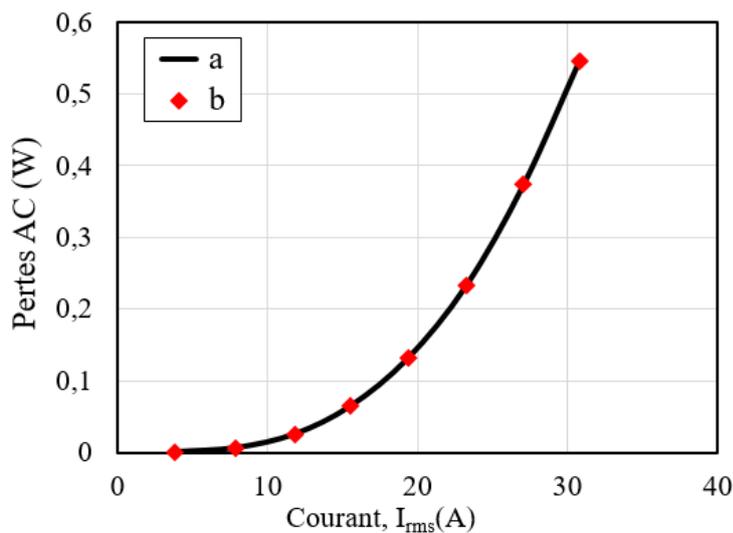


Figure II-11 Comparaison des pertes mesurées à l'aide du voltmètre à détection synchrone, selon le signal de référence (a) Courant (b) Tension aux bornes de la bobine de compensation

Nous avons mesuré les pertes AC de la bobine C1 avec les deux méthodes pour une fréquence de 30 Hz. Des résultats très proches ont été obtenus comme le montre la Figure II-11.

La mesure des pertes AC peut être influencée par différents paramètres. Il est donc préférable de :

- Torsader les fils de mesure de la tension aux bornes de l'élément supraconducteur, pour diminuer la pollution issue de l'environnement électromagnétique.
- S'affranchir de tout matériau ferromagnétique à proximité du supraconducteur afin de ne pas interférer les pertes mesurées.
- Eviter la mesure à la fréquence du réseau (50 Hz).

#### II.4.1.2 Cas biphasé

Dans cette partie d'étude, les quatre bobines supraconductrices HTC nommées « B » ont été montées sur un support non magnétique et non conducteur d'électricité, et ont été utilisées comme un induit supraconducteur à bobinage concentrique d'une machine électrique biphasée.

Dans ce cas, l'interaction magnétique entre les deux phases de l'induit supraconducteur rend la mesure des pertes par la méthode électrique très complexe. En effet, dans une telle configuration, les bobines transportent un courant et sont également soumises à un champ magnétique alternatif qui n'est pas en phase avec le courant. Le signal en phase avec le courant représente non seulement la tension liée aux pertes, mais aussi la tension induite due au champ magnétique variable appliquée sur les bobines.

Nous avons suivi les mêmes étapes que celles évoquées par [ASH10] pour résoudre ce problème. Il a déjà été mis en avant, dans le cadre d'un câble supraconducteur triphasé, que la mesure des pertes par la méthode électrique est possible. Nous allons en exposer maintenant les points principaux.

##### a) Méthode

La structure de l'induit supraconducteur étudié est présentée sur la Figure II-12. Dans cette configuration, chaque phase est composée de deux bobines, et chaque bobine transporte un courant de transport et est soumise à un champ magnétique qui n'est pas en phase avec ce courant, puisque les courants des deux phases sont déphasés 90°. Le schéma de connexion des bobines est présenté sur la Figure II-13, où, a et b représentent les deux phases.

Les équations électriques de ce circuit peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{cases} u_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + M_{ab} \frac{di_b(t)}{dt} \\ u_b(t) = R_b i_b(t) + L_b \frac{di_b(t)}{dt} + M_{ba} \frac{di_a(t)}{dt} \end{cases} \quad (II-5)$$

Où :  $R_a$ ,  $L_a$  et  $M_{ab}$  représentent, respectivement, la résistance, l'inductance de la phase  $a$  et la mutuelle inductance entre la phase  $b$  et la phase  $a$  (idem pour la phase  $b$ ).

Les courants  $i_a$  et  $i_b$  sont donnés par l'équation suivante :

$$\begin{cases} i_a(t) = \sqrt{2} I_a \sin(\omega t) \\ i_b(t) = \sqrt{2} I_b \sin(\omega t + \pi/2) \end{cases} \quad (II-6)$$

Avec :  $I_a$  et  $I_b$  les valeurs efficaces du courant passant dans les phases  $a$  et  $b$  respectivement, et  $\omega$  est la pulsation.

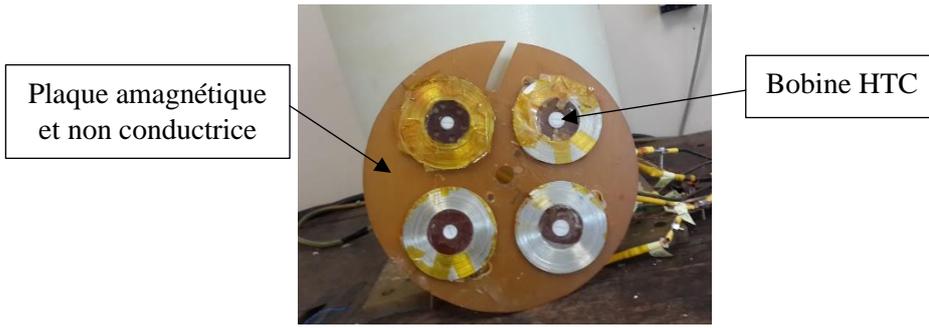


Figure II-12 Configuration de l'induit supraconducteur étudié

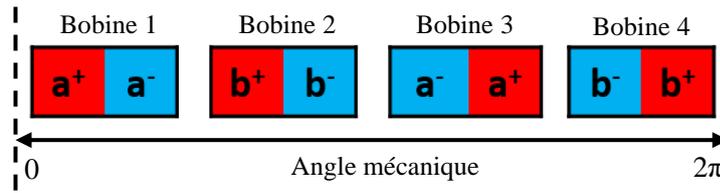


Figure II-13 Schéma de connexion des bobines en biphasé

En utilisant le voltmètre à détection synchrone, les tensions en phases avec le courant qui circule dans chaque phase sont données comme suit :

$$\begin{cases} U_{a,p} = (R_a I_a - M_{ab} \omega I_b) \\ U_{b,p} = (R_b I_b + M_{ba} \omega I_a) \end{cases} \quad (II-7)$$

Ainsi, en multipliant chaque tension par le courant de sa phase, l'équation (II-7) devient :

$$\begin{cases} U_{a,p} \times I_a = (R_a I_a^2 - M_{ab} \omega I_b I_a) \\ U_{b,p} \times I_b = (R_b I_b^2 + M_{ba} \omega I_a I_b) \end{cases} \quad (II-8)$$

Comme  $M_{ab} = M_{ba}$  et en additionnant les deux expressions dans (II-8), la puissance totale  $P_t$  qui représente les pertes moyennes totales dissipées dans les bobines HTC s'expriment comme suit :

$$P_t = (R_a I_a^2 + R_b I_b^2) \quad (II-9)$$

Généralement, dans un système biphasé:  $I_a = I_b = I$ , l'équation (II-9) peut être simplifiée :

$$P_t = I^2 (R_a + R_b) \quad (II-10)$$

Comme dans la méthode électrique, une bobine de compensation est utilisée dans chaque phase pour minimiser le signal résultant du terme inductif (II-5) et qui ne contribue pas aux pertes (Figure II-9). Il est important de noter que cette bobine doit être placée suffisamment loin des câbles d'alimentation de l'autre phase.

Lors de la mesure des tensions en phase, à l'aide du voltmètre à détection synchrone, il est nécessaire de s'assurer que toutes les connexions ont des polarités connues aussi bien pour les courant d'alimentation que pour les tensions mesurées.

Cette méthode nous permet de déterminer les pertes totales dans les bobines HTC et non les pertes individuelles dans chaque bobine ou phase, comme il a été conclu dans [ASH10]. La seule condition est que les formes des courants appliqués soient sinusoïdales.

### b) Banc expérimental

La Figure II-14 présente une photographie du dispositif de la mesure de pertes en biphasé. Les mêmes équipements présentés dans la section précédente sont utilisés. Un déphaseur électronique a été mis en place pour régler l'amplitude et le déphasage de 90 degrés entre les courants des deux phases (Figure II-15). Plus de détails sur le système déphaseur sont donnés dans l'Annexe B.

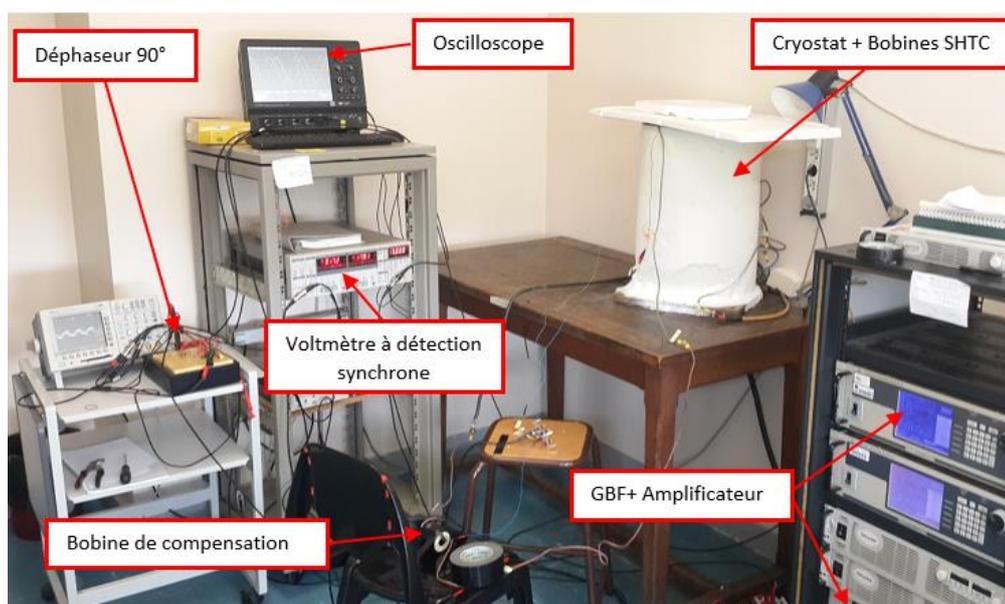


Figure II-14 Dispositif de la mesure de pertes en biphasé

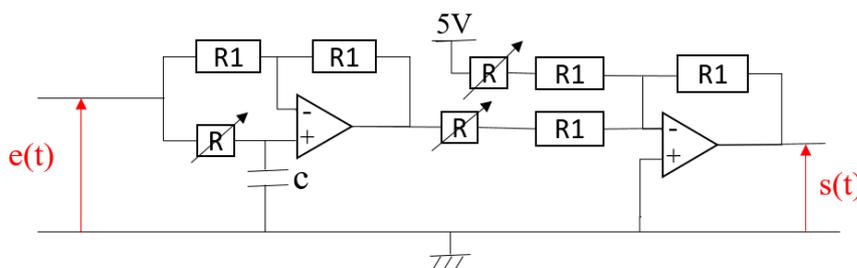


Figure II-15 Schéma du circuit du déphaseur électronique

#### II.4.1.3 Extraction des pertes AC en présence d'une plaque ferromagnétique

Dans les machines électriques en fer, le bobinage supraconducteur peut être logé dans des encoches ou placé sur une armature ferromagnétique. Dans ce cas, la mesure du pertes moyennes, en utilisant l'amplificateur à détection synchrone comprend les pertes AC dans le bobinage SHTC et les pertes fer dans le matériau ferromagnétique.

Dans les machines électriques supraconductrices HTC comprenant du fer, l'enceinte cryogénique peut englober le bobinage SHTC et le fer, comme il peut être restreint au bobinage SHTC uniquement, selon les contraintes de construction (entrefer, volume...) et les contraintes énergétiques pour le

refroidissement des bobines SHTC. En effet, le coût cryogénique pouvant atteindre le 1kW/W, nous impose parfois à limiter la partie cryogénique à la partie supraconductrice de la machine. De ce fait, il est nécessaire d'extraire les pertes AC dans les bobines, des pertes totales qui incluent les pertes fer dans les parties ferromagnétiques.

L'extraction des pertes AC en présence du fer a déjà été effectuée sur une bobine SHTC montée sur un noyau en fer [LI19] et une bobine logée dans des encoches d'une machine électrique [FUKU16, FUKU19]. Le principe consiste à remplacer la bobine SHTC par une bobine en cuivre ayant la même géométrie (Figure II-16). Nous avons utilisé la même méthode pour extraire les pertes AC dissipées dans une des bobines Bi montée sur l'armature ferromagnétique (Figure II-17). Le principe de la méthode de mesure est le suivant :

- i. Les pertes totales mesurées aux bornes de la bobine sont composées des pertes AC et les pertes fer :  $P_{HTS} = P_{AC} + P_f$ .
- ii. On remplace la bobine SHTC par une bobine en cuivre de mêmes dimensions (épaisseur et rayons interne et externe), et alimentée par les mêmes ampères-tours. Les pertes mesurées comprennent alors les pertes joule dans le cuivre et les pertes fer :  $P = P_{jc} + P_f$ .
- iii. Les pertes joule dans la bobine en cuivre ( $P_{jc}$ ) peuvent être mesurées dans la bobine en cuivre sans proximité de la plaque ferromagnétique, car la résistivité du cuivre ne dépend pas du champ magnétique (ces pertes joule restent les mêmes en présence de la plaque ferromagnétique). Les pertes fer sont alors obtenues comme suit :  $P_f = P - P_{jc}$ . Par conséquent, les pertes AC dans la bobine SHTC sont égales à :  $P_{AC} = P_{HTS} - P_f$ .



Figure II-16 Bobines utilisées pour l'estimation des pertes fer (a) Bobine en cuivre (b) Bobine supraconductrice.

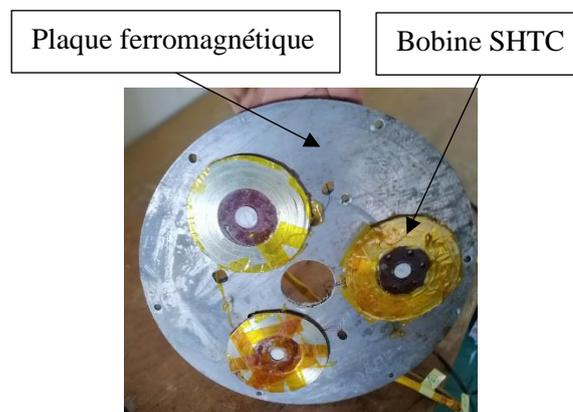


Figure II-17 Bobines SHTC montées sur une armature ferromagnétique.

## II.4.2 Résultats des mesures de pertes

Les résultats des mesures des pertes AC pour le ruban supraconducteur, et les deux types de bobines B et C sont présentés dans cette partie. La mesure avec l'oscilloscope a été faite seulement pour le premier cas d'étude (II.4.1.1). Pour le deuxième et le troisième cas (II.4.1.2 & II.4.1.3), la caractérisation des pertes AC a été effectuée en utilisant le voltmètre à détection synchrone.

### ❖ Cas monophasé

L'élément supraconducteur (ruban ou bobine) est alimenté par un courant sinusoïdal d'amplitude et de fréquence variables.

Les pertes AC mesurées dans le ruban HTC pour différentes fréquences sont représentées sur la Figure II-18 en fonction du rapport :  $i = I_{max}/I_c$ .

Pour une comparaison avec la théorie, nous avons tracé sur la même figure les pertes données par les formules de Norris pour un ruban supraconducteur de section elliptique et de section rectangulaire mince. Ces dernières sont respectivement données, par cycle par unité de longueur, par les équations suivantes (Tableau I-3) [NOR70] :

$$Q_{ellip} = \left( \frac{\mu_0 I_c^2}{\pi} \right) \left[ (1-i) \ln(1-i) + (2-i) \frac{i}{2} \right] \quad (II-11)$$

$$Q_{rect} = \left( \frac{\mu_0 I_c^2}{\pi} \right) \left[ (1-i) \ln(1-i) + (1+i) \ln(1+i) - i^2 \right] \quad (II-12)$$

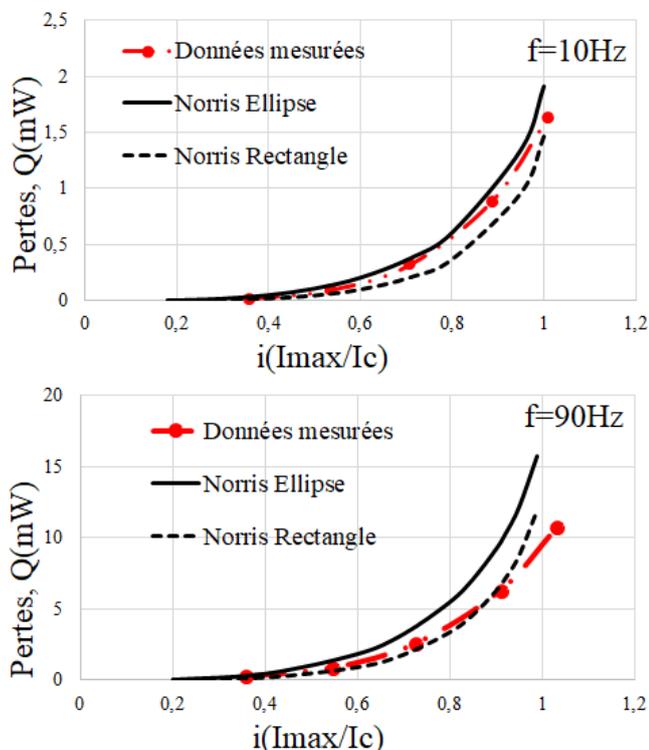


Figure II-18 Pertes AC sous champ propre du ruban HTC en fonction du courant pour deux fréquences : 10Hz et 90Hz.

On remarque que les pertes AC mesurées se situent entre les courbes de Norris obtenues pour une section elliptique et une section rectangulaire. Aux basses fréquences, les pertes mesurées se rapprochent de celles calculées pour une section elliptique (II-11). Plus la fréquence augmente plus les pertes mesurées se rapprochent de celles calculées pour un conducteur de section rectangulaire mince (II-12). Les pertes spécifiques (pertes par cycle), en champ propre, diminuent avec la fréquence, comme le montre la Figure II-19, qui représente les pertes mesurées normalisées à  $\mu_0 I_c^2 f / \pi$ . Cette évolution des pertes spécifiques n'est pas prédite par le modèle de Norris. Cette dépendance en fréquence est toutefois retrouvée par une modélisation numérique utilisant un modèle en puissance de la loi  $E(J)$  [STA20].

Les Figure II-20 et Figure II-21 représentent, respectivement, les pertes AC mesurées en fonction du courant pour différentes fréquences, pour les deux types de bobines Bi et Ci. Nous remarquons que les courbes de pertes obtenues sont similaires pour chaque type de bobines (Bi ou Ci), ce qui prouve la bonne construction et le bon fonctionnement des bobines supraconductrices.

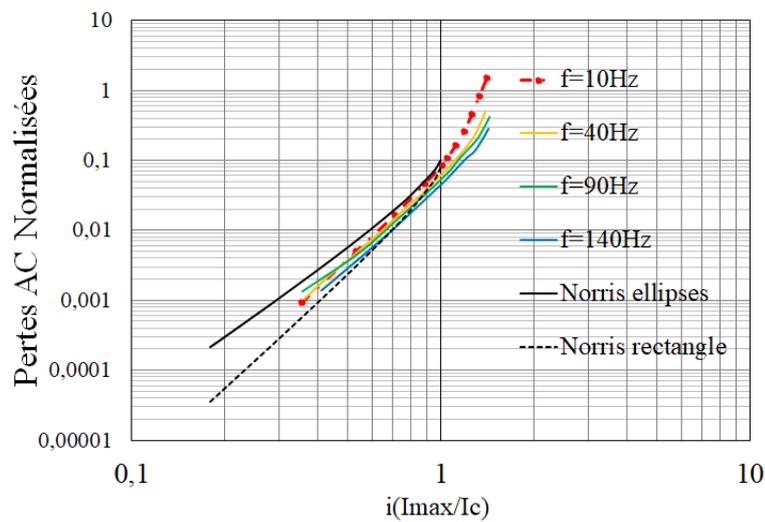


Figure II-19 Pertes AC dans le ruban en fonction du courant pour différentes fréquences.

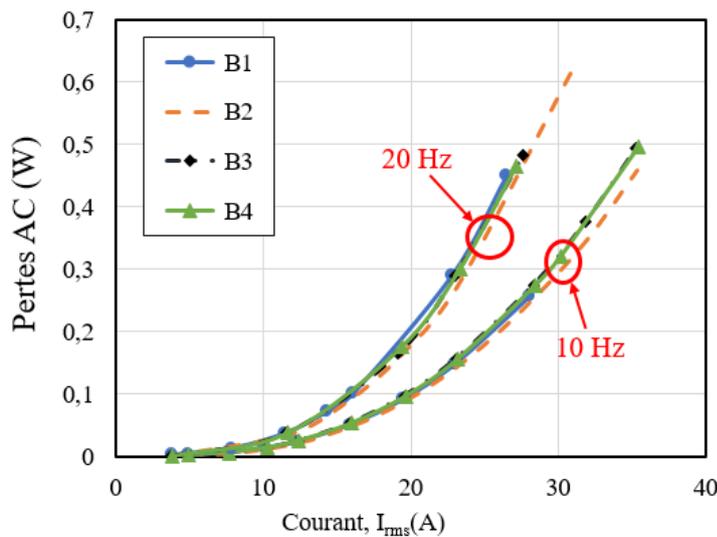


Figure II-20 Pertes AC sous champ propre des bobines B en fonction du courant.

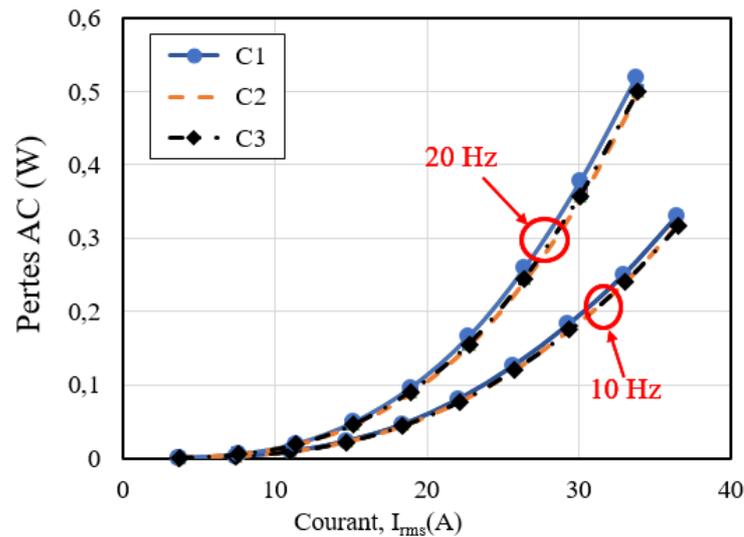


Figure II-21 Pertes AC sous champ propre des bobines C en fonction du courant.

La Figure II-22 présente les pertes AC mesurées en fonction de la fréquence sur les bobines B1 et C1 pour une valeur efficace du courant de 20A. Nous remarquons que les pertes sont proportionnelles à la fréquence, ce qui signifie que les pertes par hystérésis dans les bobines HTC sont prédominantes.

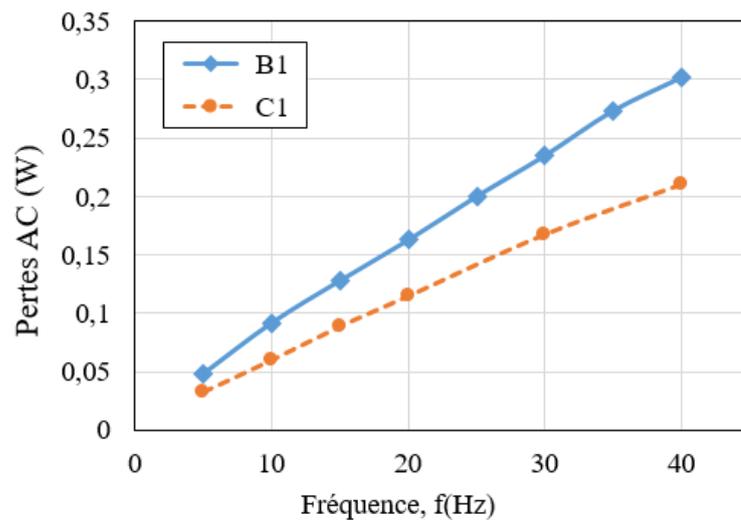
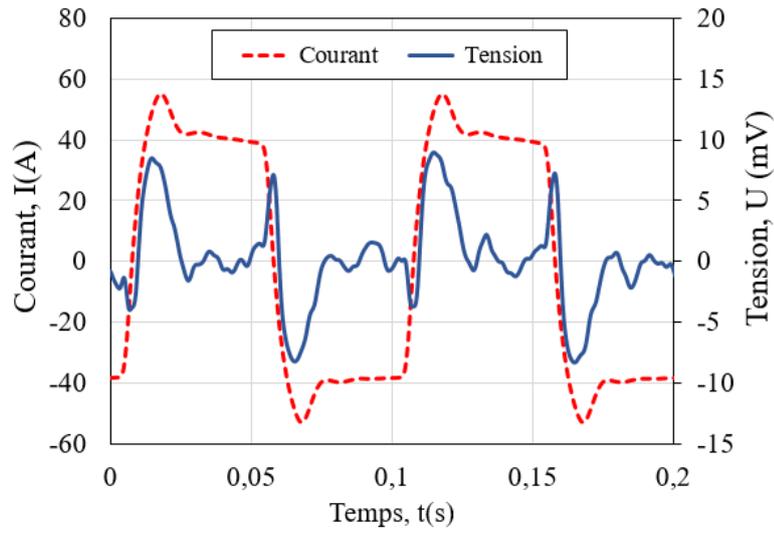


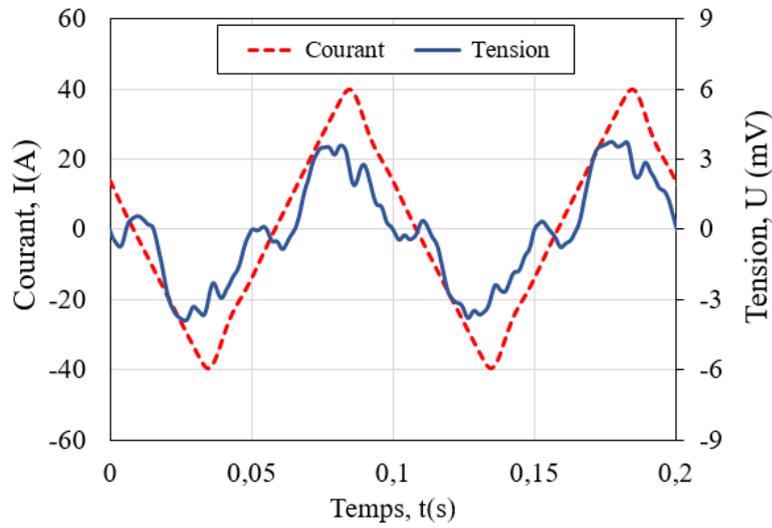
Figure II-22 Pertes AC mesurées en fonction de la fréquence.

Nous nous sommes également intéressés aux pertes dans la bobine C1 alimentée en courant de forme carrée et triangulaire. La Figure II-23 représente les tensions et les courants instantanés relevés pour une fréquence de 10Hz et un maximum de courant appliqué ( $I_{max}$ ) de 40A.

La Figure II-24 représente les pertes AC mesurées en fonction de l'amplitude du courant appliqué, à une fréquence de 10 Hz, pour différentes formes du courant. Nous remarquons que les pertes sont proches pour les courants de forme d'onde sinusoïdale et triangulaire. Les pertes AC sont plus élevées dans le cas d'un courant de forme d'onde carrée, qui comprend plus d'harmoniques que le triangulaire. Ces résultats expérimentaux mettent en évidence l'effet des harmoniques d'alimentation, et sont d'une grande importance pour la conception des systèmes supraconducteurs à alimentation non sinusoïdale (comme dans le cas des machines électriques).



(a)



(b)

Figure II-23 Allures de la tension et du courant (a) Forme carrée (b) Forme rectangulaire.

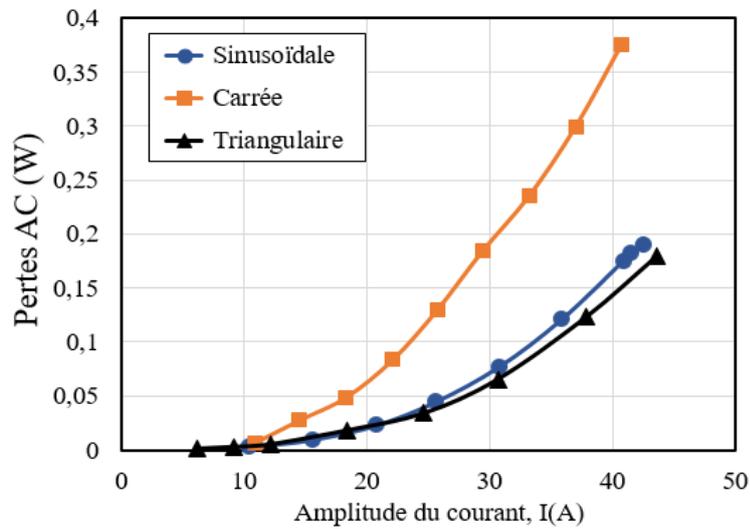


Figure II-24 Pertes AC mesurées pour différentes formes du courant appliqué

## ❖ Cas biphasé :

Dans ce cas, les mesures ont été effectuées d'abord pour chaque phase individuellement ; les deux bobines de chaque phase sont alimentées en alternance. La Figure II-25 compare les résultats des pertes AC mesurées pour différentes fréquences dans chaque phase en fonction du courant. Dans cette figure, la somme des pertes AC, sous champ propre (bobine prise seule), de deux bobines est également tracée.

Nous remarquons que les pertes AC dans chaque phase sont similaires, ceci est dû aux caractéristiques identiques et aussi à la disposition symétrique des bobines HTC dans chaque phase. Les résultats obtenus coïncident également avec la somme des pertes AC sous champ propre de deux bobines, ce qui montre que les bobines de chaque phase sont découplées magnétiquement dans notre cas (en raison de la distance entre bobines).

Les pertes AC ont été ensuite mesurées dans une configuration biphasée où toutes les bobines sont alimentées comme dans une machine électrique biphasée. Les pertes totales et la somme des valeurs des pertes AC pour chaque phase, obtenues précédemment, sont présentées dans la Figure II-26. Encore une fois, les résultats sont identiques et montrent que dans ces conditions, les deux phases sont découplées ( $M_{ab}=M_{ba}=0$ ).

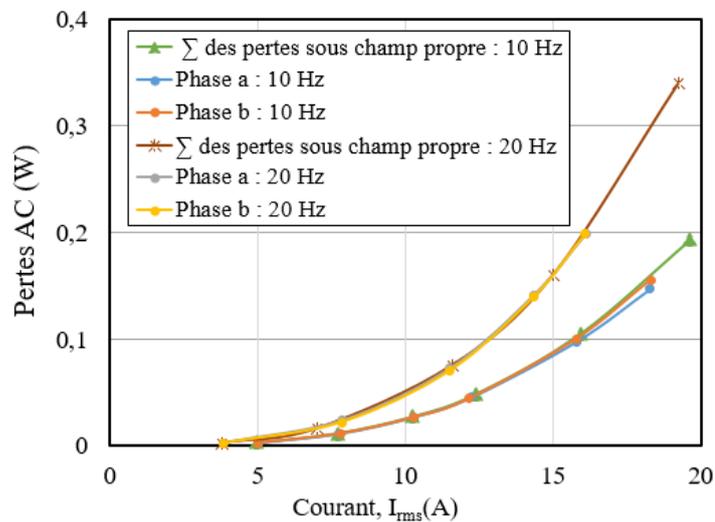


Figure II-25 Comparaison des pertes AC mesurées et la somme des pertes sous champ propre.

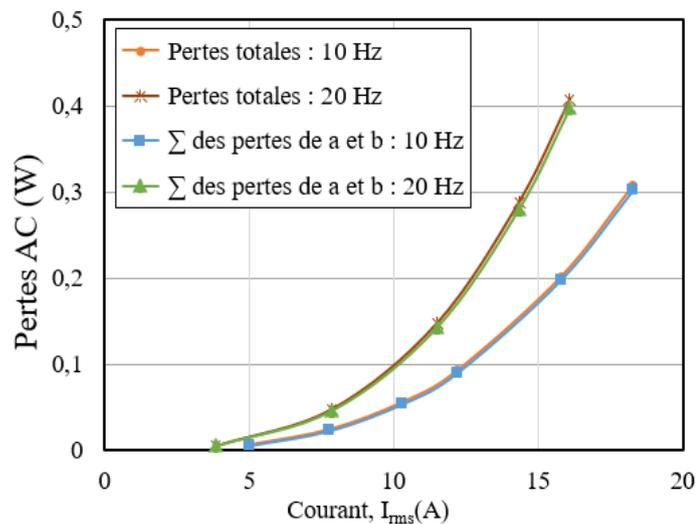


Figure II-26 Comparaison des pertes totales et la somme des pertes dans chaque phase

❖ **Présence d'une pièce ferromagnétique :**

La Figure II-27 représente les pertes totales, les pertes fer et les pertes AC dans la bobine B1, en présence d'un support ferromagnétique, en fonction du courant, pour une fréquence de 10 Hz. Dans ces conditions, les valeurs des pertes fer sont supérieures à celles dissipées dans le matériau supraconducteur. Nous remarquons également que les pertes AC augmentent, du fait de la présence de matériaux ferromagnétique, comme le montre la Figure II-28. Des travaux de caractérisation de pertes d'une bobine supraconductrices montée sur un noyau en fer ont menés aux mêmes conclusions [L119].

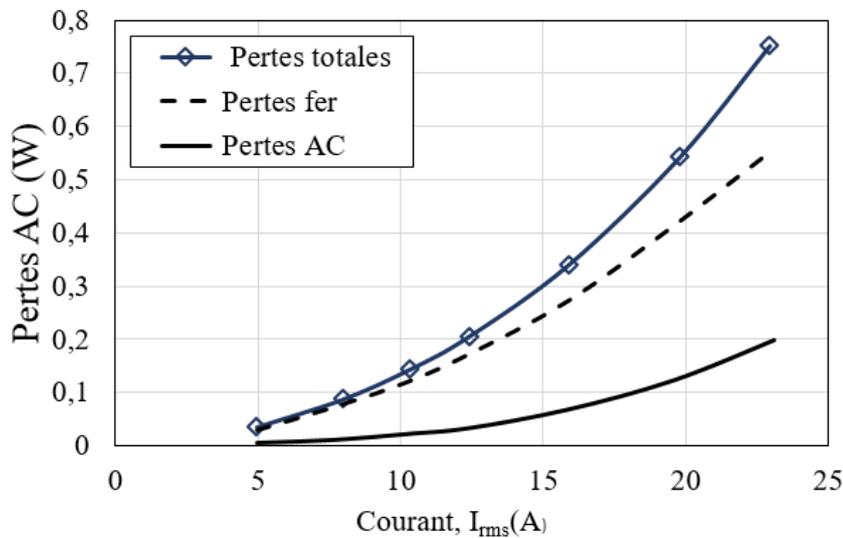


Figure II-27 Pertes mesurées pour une fréquence de 10 Hz.

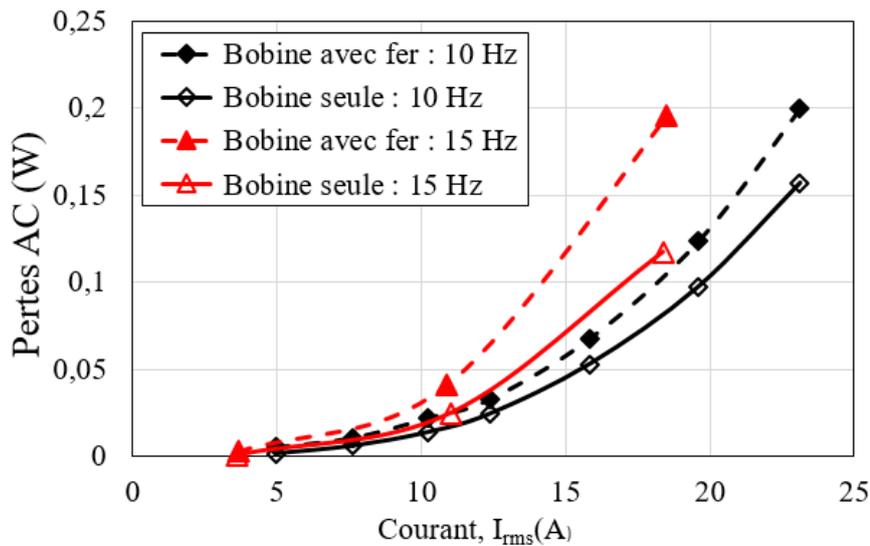


Figure II-28 Comparaison des pertes AC avec et sans le support ferromagnétique.

## II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé la caractérisation en courant continu (DC) et alternatif (AC) de rubans et bobines supraconductrices HTC de type BSCCO, refroidi à la température de l'azote liquide (77K), par la méthode électrique. Après avoir décrit les dispositifs et les techniques de mesures, nous avons considéré plusieurs configurations qui visent à reproduire expérimentalement l'environnement magnétique d'un bobinage supraconducteur dans une machine électrique. Les résultats obtenus mettent en évidence l'influence de l'environnement magnétique sur le comportement et les performances des bobines supraconductrices, et sont indispensables pour le dimensionnement et l'optimisation des machines électriques intégrant des bobinages supraconducteurs. Les résultats obtenus en biphasé et en présence d'un matériau ferromagnétique peuvent être transposés pour une machine électrique triphasée.

La caractérisation expérimentale ne permet pas de tester toutes les configurations, et comme nous l'avons vu dans ce chapitre, la modélisation analytique, basée sur des hypothèses simplificatrices, ne permet pas de tenir compte de tous les phénomènes physiques. Une modélisation numérique plus réaliste est donc nécessaire. Les résultats expérimentaux obtenus dans ce chapitre serviront pour la validation des modèles de calcul qui seront développés dans le chapitre suivant.



---

**Chapitre III : Modélisation par méthodes  
intégrales du champ électromagnétique  
dans les supraconducteurs HTC**

---



## III.1 Introduction

La caractérisation des supraconducteurs à l'échelle du système n'est généralement pas possible, car, une mesure en laboratoire est souvent requise, où seuls des échantillons peuvent y être caractérisés. D'autre part, le comportement d'un élément supraconducteur dépend de l'environnement électromagnétique du système dont il fait partie, et, qui est souvent difficile voire impossible à reproduire en Laboratoire. La modélisation est de ce fait incontournable. En effet, la modélisation des supraconducteurs est d'une importance capitale pour le dimensionnement et l'optimisation des systèmes qui les intègrent. Elle nous permet de prévoir leur comportement avant la phase de la réalisation.

Nous présenterons dans ce chapitre une modélisation reposant sur un calcul par méthodes intégrales du champ électromagnétique dans les supraconducteurs HTC. Ces méthodes présentent l'avantage de ne discrétiser que les parties actives des systèmes modélisés, ce qui est plus convenable pour les systèmes à grande échelle.

Notre attention est essentiellement portée sur les bobines supraconductrices qui sont les éléments de base de la majorité des systèmes supraconducteurs. L'approche développée permet le calcul du courant critique et des pertes AC dissipées dans une bobine supraconductrice sous différentes configurations et différentes conditions d'utilisation, avec, notamment, la prise en compte de la proximité de matériaux ferromagnétiques, à perméabilités magnétiques linéaires et non-linéaires, ce qui constitue l'une des majeures contributions de ce travail à l'état de l'art.

Tout d'abord, nous commençons par le développement des équations intégrales donnant le potentiel vecteur et le champ à n'importe quel point de l'espace pour différents types de sources : courants, aimantation. Puis, nous appliquerons cette approche pour le calcul du champ magnétique produit par une bobine supraconductrice, en tenant compte des différentes sources situées à proximité (bobines, aimants permanents et matériaux ferromagnétiques à perméabilité magnétique linéaire et non linéaire), dans le but de remonter au courant critique de cette dernière.

Nous portons ensuite notre attention sur le calcul des pertes en régime variable. Un modèle basé sur une formulation intégrale du potentiel vecteur magnétique est développé. Il prend en compte, de manière naturelle, la conservation du flux magnétique. La taille des matrices intégrales résultant de la discrétisation est réduite grâce à une stratégie d'homogénéisation. Ce modèle prend également en compte la proximité de matériaux ferromagnétiques à perméabilité magnétique linéaire et non linéaire. Enfin, dans la dernière partie, la modélisation est étendue au cas tridimensionnel, associée à une procédure d'optimisation d'une structure de machine supraconductrice.

Afin d'apprécier les performances des approches de modélisation développées, les résultats obtenus sont comparés aux mesures et à des calculs numériques par la méthode des éléments finis (MEF) implémentée sur COMSOL®.

## III.2 Approche de modélisation

L'approche de modélisation est basée sur un calcul intégral de la distribution du champ magnétique combiné avec les caractéristiques du matériau supraconducteur utilisé.

### III.2.1 Systèmes modélisés

Le système modélisé est représenté dans la Figure III-1. Il est composé de cinq (5) régions principales :

- La région  $\Omega_c$  formée par une structure en matériau supraconducteur parcouru par un courant et/ou soumis à l'action d'un champ magnétique externe. Elle est caractérisée par la perméabilité magnétique du vide ( $\mu_0$ ) et une loi  $\vec{E}(\vec{J})$  non-linéaire. Le matériau supraconducteur est supposé refroidi à des températures inférieures à sa température critique ( $T_c$ ), et ses grandeurs caractéristiques sont supposées insensibles à la variation de la température. Lorsque des courants continus sont imposés dans cette région, ceux-ci sont supposés distribués de manière homogène.
- La région  $\Omega_s$  est une source de courant, produisant un champ magnétique statique ou variable dans le temps. La densité de courant source ( $\vec{J}_s$ ) est imposée dans cette région, qui est également caractérisée par la perméabilité magnétique du vide.
- La région  $\Omega_a$  dont le volume est délimité par la frontière  $\Gamma_a$ , avec  $\vec{n}$  son vecteur normal dirigé vers l'extérieur, est formée d'aimants permanents d'induction rémanente ( $\vec{B}_{rem}$ ), de perméabilité ( $\mu_0$ ).
- La région  $\Omega_f$  est constituée d'un matériau ferromagnétique, dont le volume est délimité par la frontière  $\Gamma$ , avec  $\vec{n}$  son vecteur normal dirigé vers l'extérieur. Elle est caractérisée par une perméabilité relative  $\mu_r$  qui peut être linéaire ou non linéaire. Les courants induits sont négligés dans cette région, à laquelle on attribue une conductivité électrique nulle.
- La région  $\Omega_e$  représente l'air qui s'étend à l'infini, caractérisée par une conductivité électrique nulle et la perméabilité magnétique du vide.

L'objectif est de déterminer le courant critique ainsi que les pertes AC dans la région ( $\Omega_c$ ), en passant par la détermination de la distribution du champ magnétique dans l'ensemble des parties du système.

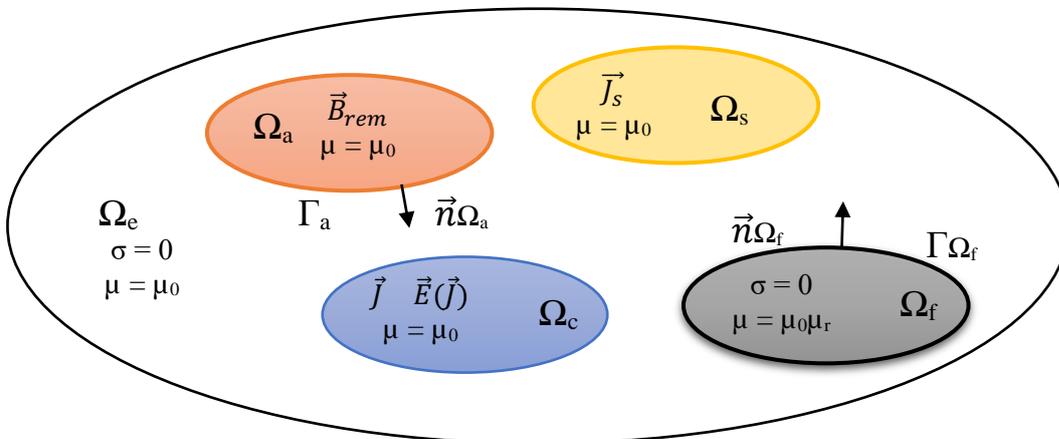


Figure III-1 Différentes parties du système modélisé

La région  $\Omega_c$  modélisée est à base de rubans supraconducteurs à haute température critique. La relation  $E(J)$  est exprimée par la loi de puissance donnée par (I-2), et les dépendances en champ magnétique de  $J_c$  et  $n$  sont données par les relations (I-5).

### III.2.2 Calcul intégral des grandeurs électromagnétiques

En utilisant le principe de superposition, le champ magnétique total en un point du système résulte de la somme des champs magnétiques créés par chaque élément du système (distributions de courant, aimants permanents, réactions de matériaux électriquement et magnétiquement actifs...). Le potentiel vecteur et champ magnétiques produits par les différentes sources sont développés dans ce qui suit.

#### III.2.2.1 Potentiel vecteur et champ magnétiques produits par une distribution de courant

Le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et l'induction magnétique  $\vec{B}$  créés par une source de courant de volume  $\Omega$ , unifiée ou distribuée, siège d'une densité de courant  $J$  s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} \vec{A}(\vec{r}) = \mu_0 \int_{\Omega} \vec{J}(\vec{r}') \cdot G(\vec{r}, \vec{r}') d\Omega \\ \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \int_{\Omega} \vec{J}(\vec{r}') \wedge \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Omega \end{cases} \quad (III-1)$$

Où,  $G(\vec{r}, \vec{r}')$  représente la fonction du Green qui sera exprimée en fonction du point source repéré par le vecteur  $\vec{r}'$  et du point de calcul repéré par le vecteur  $\vec{r}$ .

Les intégrales (III-1) sont souvent évaluées numériquement. Cependant, il existe des formules analytiques pour des configurations particulières en 2D et 3D (Annexe D). En utilisant ces formules, il n'est pas nécessaire de discrétiser même les parties actives où les densités de courant sont réparties de manière homogène.

#### III.2.2.2 Potentiel vecteur et champ magnétiques produits par un aimant permanent

L'induction magnétique produite par un aimant permanent, d'aimantation  $\vec{M}_a$ , ou d'induction rémanente  $\vec{B}_{rem}$ , tel que  $\vec{M}_a = \mu_0^{-1} \vec{B}_{rem}$ , peut être calculée en utilisant l'approche ampérienne ou l'approche colombienne [GEO06, CHA10, JAN11].

##### Approche ampérienne :

Dans cette méthode, l'aimant permanent peut être représenté par des courants élémentaires fictifs d'une densité volumique  $\vec{J}_a$  et d'une densité surfacique  $\vec{k}_a$ , tel que :

$$\begin{cases} \vec{J}_a = \vec{\nabla} \wedge \vec{M}_a \\ \vec{k}_a = \vec{M}_a \wedge \vec{n} \end{cases} \quad (III-2)$$

Ainsi, le potentiel vecteur magnétique et l'induction magnétique produits par un aimant permanent de volume  $\Omega_a$  délimité par la frontière  $\Gamma_a$ , sont calculés en utilisant les équations intégrales suivantes :

$$\begin{cases} \vec{A}_a(\vec{r}) = \mu_0 \left\{ \int_{\Gamma_a} \vec{k}_a(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Gamma_a + \int_{\Omega_a} \vec{J}_a(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Omega_a \right\} \\ \vec{B}_a(\vec{r}) = \mu_0 \left\{ \int_{\Gamma_a} \vec{k}_a(\vec{r}') \wedge \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Gamma_a + \int_{\Omega_a} \vec{J}_a(\vec{r}') \wedge \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Omega_a \right\} \end{cases} \quad (III-3)$$

Si l'aimantation  $\vec{M}_a$  est constante dans le volume de l'aimant, alors  $\vec{J}_a$  est nul. A titre d'exemple, un aimant cylindrique d'aimantation supposée constante et orientée suivant son axe, peut être représenté

par une nappe de courant orientée dans la direction azimutale, dont la densité surfacique de courant vaut  $M_a$  (Figure III-2).

**Approche colombienne :**

Dans cette approche, l'aimant permanent est représenté par un ensemble de charges magnétiques volumiques  $\rho$  et surfaciques  $\sigma$ , tel que :

$$\begin{cases} \rho = -\text{div}(\vec{M}_a) \\ \sigma = \vec{M}_a \cdot \vec{n}_s \end{cases} \quad (III-4)$$

Dans ce cas, les charges magnétiques fictives créent un potentiel magnétique scalaire ( $\phi$ ), et le champ magnétique est obtenu comme suit :  $\vec{H} = -\text{grad}(\phi)$ .

Si l'aimantation  $\vec{M}_a$  est constante dans le volume de l'aimant, alors les charges volumiques  $\rho$  sont nulles.

Considérant l'exemple de l'aimant cylindrique, ce dernier peut être également représenté par des charges de surfaces constantes sur les deux surfaces dont la normale est parallèle à la direction de l'aimantation (Figure III-2). Ces dernières produiraient exactement le même champ dans l'espace que les courants surfaciques fictifs.

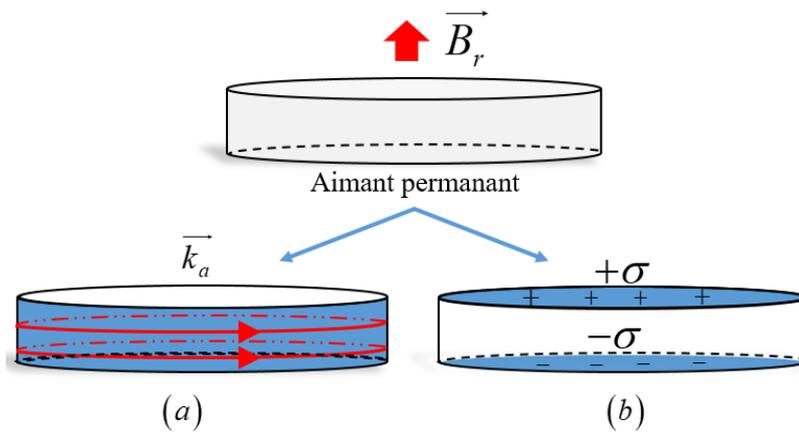


Figure III-2 Représentation d'un aimant permanent de forme cylindrique par les deux approches (a) Ampérienne (b) Colombienne

III.2.2.3 Modélisation des parties ferromagnétiques

Les parties ferromagnétiques peuvent être modélisées en utilisant la méthode des images [BIN92, CHA10]. Cependant, cette méthode présente certaines limites, en supposant que le matériau est infiniment long et que sa perméabilité relative est infinie ( $\mu_{fer} \approx \infty$ ). Comme pour la modélisation des aimants permanents, l'approche colombienne est souvent utilisée pour surmonter ces limites et tenir compte de la perméabilité magnétique et de la géométrie de la partie ferromagnétique, à l'aide d'équations intégrales [CAS14, CUR15]. En revanche, cette approche ne convient pas pour un couplage avec des modèles formulés en termes de densités de courant et/ou du potentiel vecteur magnétique. La méthode ampérienne est donc adoptée dans ce travail, pour modéliser les parties ferromagnétiques ainsi que les aimants permanents.

Le champ et l'induction magnétiques dans la région ferromagnétique sont liés par la relation suivante :

$$\vec{B}_f = \mu_0 (\vec{H}_f + \vec{M}_f) = \mu_0 \mu_r \vec{H}_f \quad (III-5)$$

Où,  $\vec{M}_f$  est l'aimantation du matériau ferromagnétique. A partir de (III-5), l'aimantation peut être s'exprimée comme :

$$\vec{M}_f = (\mu_r - 1) \vec{H}_f = \frac{(\mu_r - 1)}{\mu_0 \mu_r} \vec{B}_f \quad (III-6)$$

L'induction magnétique produite par cette aimantation dans l'espace est équivalente à celle produite par une densité de courant surfacique  $\vec{k}_s$  [A/m] et une densité de courant volumique  $\vec{k}_v$  [A/m<sup>2</sup>], tel que :

$$\begin{cases} \vec{k}_v = \vec{\nabla} \wedge \vec{M}_f \\ \vec{k}_s = \vec{M}_f \wedge \vec{n} = \frac{(\mu_r - 1)}{\mu_0 \mu_r} \vec{B}_f \wedge \vec{n} \end{cases} \quad (III-7)$$

En négligeant les courants induits dans le matériau ferromagnétique, et en considérant une perméabilité magnétique constante et isotrope, l'aimantation  $\vec{M}_f$  peut être représentée uniquement par la densité de courant de surface  $\vec{k}_s$ , puisque, dans ce cas, on a  $\vec{\nabla} \wedge \vec{M}_f \propto \vec{\nabla} \wedge \vec{B}_f = \vec{0}$ .

La densité de flux magnétique totale  $\vec{B}$  peut s'écrire comme la somme de différentes sources (Figure III-1) :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \int_{\Gamma} \vec{k}_s(\vec{r}') \wedge \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Gamma + \vec{B}_j(\vec{r}) + \vec{B}_s(\vec{r}) + \vec{B}_a(\vec{r}) \quad (III-8)$$

En rassemblant toutes les sources du champ magnétique externes au matériau ferromagnétique dans un vecteur source  $\vec{B}_s$  et lorsque le point de calcul  $\vec{r}$  appartient à la frontière  $\Gamma$  du matériau ferromagnétique, nous avons :

$$\vec{n} \times \vec{B}(\vec{r} \in \Gamma^{(\pm)}) = \pm \frac{\mu_0}{2} \vec{k}_s(\vec{r}) + \mu_0 \int_{\Gamma(\vec{r}' \neq \vec{r})} \vec{n} \times \vec{k}_s(\vec{r}') \times \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Gamma + \vec{n} \times \vec{B}_s(\vec{r}) \quad (III-9)$$

Le saut de la composante tangentielle de l'induction magnétique à travers la frontière du matériau ferromagnétique  $\Gamma$ , est alors donné comme suit :

$$\left[ \vec{B}(\vec{r} \in \Gamma^{(+)}) - \vec{B}(\vec{r} \in \Gamma^{(-)}) \right] \times \vec{n} = -\mu_0 \vec{k}_s(\vec{r}) \quad (III-10)$$

En remplaçant dans (III-7) le terme  $\vec{B}_f \times \vec{n}$  par son expression donnée par  $\vec{B}(\vec{r} \in \Gamma^{(-)}) \times \vec{n}$  dans (III-10), on obtient la relation entre la densité de courant de surface équivalente  $\vec{k}_s$  et l'induction magnétique évaluée à la surface extérieure du matériau ferromagnétique :

$$\vec{k}_s = \frac{(\mu_r - 1)}{\mu_0} \vec{B}(\vec{r} \in \Gamma^{(+)}) \times \vec{n} \quad (III-11)$$

En introduisant (III-11) dans (III-9), on obtient la relation entre la densité de courant de surface équivalente  $\vec{k}_s$  et l'induction magnétique  $\vec{B}_s$  créé par les sources externes (source de courant, supraconducteur) :

$$\vec{k}_s(\vec{r}) - \frac{2(\mu_r - 1)}{\mu_r + 1} \int_{\Gamma(\vec{r} \neq \vec{r}')} \vec{k}_s(\vec{r}') \times \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Gamma \times \vec{n} = \frac{2(\mu_r - 1)}{\mu_0(\mu_r + 1)} \vec{B}_s(\vec{r}) \times \vec{n} \quad (III-12)$$

Comme le montre la Figure III-3, le matériau ferromagnétique peut être alors remplacé par du vide entouré de surface  $\Gamma$  contenant la densité de courant de surface équivalente  $\vec{k}_s$ . La condition de passage de la composante tangentielle de l'induction magnétique ( $B_T$ ) entre deux milieux de perméabilité magnétique différentes donnée par (III-13) est bien vérifiée par les relations développées ci-dessous.

$$\vec{B}_t(\vec{r} \in \Gamma^{(-)}) \times \vec{n} = \mu_r \vec{B}_t(\vec{r} \in \Gamma^{(+)}) \times \vec{n} \quad (III-13)$$

Toutefois, nous soulignons que dans le cas (b) de la Figure III-3, le champ et la densité de flux magnétiques dans les deux milieux (+) et (-) ne sont liés que par la perméabilité magnétique du vide  $\mu_0$ . Cela introduit une discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique, en raison de la présence de la densité de courant de surface équivalente  $\vec{k}_s$ , alors qu'elle est continue dans le cas original (Figure III-3-a).

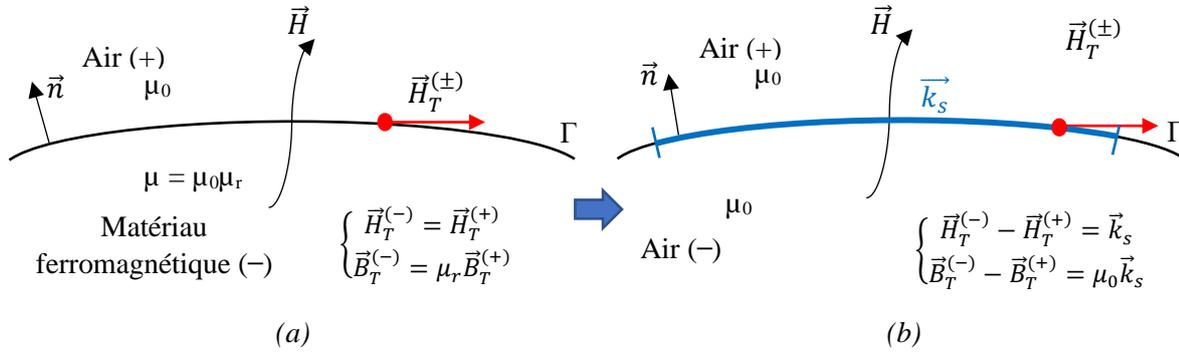


Figure III-3 Relations de passage de la composante tangentielle de la densité de flux et du champ magnétiques à l'interface entre un matériau ferromagnétique et l'air : (a) relations classiques (b) relations équivalentes.

### III.2.2.3.1 Discrétisation

Une méthode de collocation simple est utilisée pour discrétiser les équations. Dans une approche bidimensionnelle, le contour  $\Gamma$  de la partie ferromagnétique est discrétisé en  $N_F$  segments élémentaires  $\Delta\Gamma_i$  portant chacun une densité de courant surfacique constante  $k_{si}$ . Le contour  $\Gamma_a$  de l'aimant est discrétisé en  $N_A$  segments élémentaires  $\Delta\Gamma_{ai}$  portant chacun une densité de courant surfacique constante  $k_{ai}$ . Les domaines source et supraconducteur sont discrétisés en  $N_S$  et  $N_C$  surfaces élémentaires portant, respectivement, des densités de courant  $J_s$  et  $J$  homogènes et constantes par élément.

Pour une configuration 2D on a :

$$\begin{cases} \vec{X}_{(\vec{x}=\vec{j}, \vec{k}, \vec{A})} = X(x, y) \vec{e}_z \\ \vec{Y}_{(\vec{y}=\vec{B}, \vec{n}, \vec{r})} = Y_x(x, y) \vec{e}_x + Y_y(x, y) \vec{e}_y \end{cases} \quad (III-14)$$

Et, pour une configuration 2D axisymétrique on a :

$$\begin{cases} \vec{R}_{(\vec{r}=\vec{j}, \vec{k}, \vec{A})} = R(r, z) \vec{e}_\phi \\ \vec{Z}_{(\vec{z}=\vec{B}, \vec{n}, \vec{r})} = Z_r(r, z) \vec{e}_r + Z_z(r, z) \vec{e}_z \end{cases} \quad (III-15)$$

Dans ce qui suit, la discrétisation de la formulation et la mise en œuvre des modèles en utilisant les coordonnées cartésiennes (configurations bidimensionnelles) sont présentés.

En tenant compte des différentes sources, l'équation (III-12) s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$\left\{ \overline{I} + \overline{M}_{FF} \right\} \overline{k}_s = \left\{ \overline{M}_{FC} \overline{J} + \overline{M}_{FS} \overline{J}_S + \overline{M}_{FA} \overline{k}_a \right\} \Rightarrow \overline{k}_s = \left\{ \overline{I} + \overline{M}_{FF} \right\}^{-1} \left\{ \overline{M}_{FC} \overline{J} + \overline{M}_{FS} \overline{J}_S + \overline{M}_{FA} \overline{k}_a \right\} \quad (III-16)$$

Où :

$\overline{I}$  : représente la matrice identité, de dimension  $(N_F \times N_F)$ .

$\overline{M}_{FF}$  : est une matrice d'interaction entre éléments de la surface de la partie ferromagnétique, de dimension  $(N_F \times N_F)$ .

$\overline{k}_s$  : représente le vecteur des courants fictifs de surface représentant l'effet de la partie ferromagnétique, de dimension  $(N_F \times I)$ .

$\overline{M}_{FC}$  : représente une matrice d'interaction entre la surface du matériau ferromagnétique et le supraconducteur, de dimension  $(N_F \times N_C)$ .

$\overline{M}_{FS}$  : représente une matrice d'interaction entre la surface du matériau ferromagnétique et la source de courant, de dimension  $(N_F \times N_S)$ .

$\overline{M}_{FA}$  : représente une matrice d'interaction entre la surface du matériau ferromagnétique et l'aimant permanent, de dimension  $(N_F \times N_A)$ .

$\overline{k}_a$  : représente le vecteur des courants fictifs représentant l'aimant permanent, de dimension  $(N_A \times I)$ .

### III.2.2.3.2 Perméabilité magnétique non linéaire

Dans la partie précédente, nous avons supposé que la perméabilité magnétique relative est constante et isotrope, alors que dans la majorité des cas, elle est non linéaire, dépendante du champ magnétique. Cette dépendance pourrait être facilement prise en compte en utilisant une fonction d'interpolation à partir des résultats expérimentaux [NGU10, ZHO19, DJE17].

Pour tenir compte de la non linéarité, dans une approche bidimensionnelle, la discrétisation de la partie ferromagnétique n'est plus limitée à son contour. Toute la surface est discrétisée en éléments rectangulaires dans lesquels l'induction ainsi que la perméabilité magnétique sont considérées constantes par élément (Figure III-4).

Afin de tenir compte de la variation de la perméabilité magnétique dans le matériau ferromagnétique en raison de la non linéarité, les courants de surface sont complétés par des courants d'interface entre éléments.

La densité de courant surfacique à l'interface  $\Gamma_{1,2}$  entre les deux éléments (1) et (2) montrés à la Figure III-4 (b) s'exprime comme suit :

$$\vec{k}_s(\vec{r} \in \Gamma_{12}) = (\vec{M}_1 - \vec{M}_2) \times \vec{n}_{12} \quad (III-17)$$

En tenant en compte de l'expression de la magnétisation donnée par (III-6), l'équation (III-17) devient :

$$\vec{k}_s(\vec{r} \in \Gamma_{12}) = \left\{ \frac{(\mu_{r1} - 1)}{\mu_0 \mu_{r1}} \vec{B}_1 - \frac{(\mu_{r2} - 1)}{\mu_0 \mu_{r2}} \vec{B}_2 \right\} \times \vec{n}_{12} \quad (III-18)$$

Où,  $(\vec{B}_1 \times \vec{n}_{12}), (\vec{B}_2 \times \vec{n}_{12})$  représentent les densités de flux magnétique évaluées au niveau du contour  $\Gamma_{12}$  entre les régions (1) et (2), respectivement.

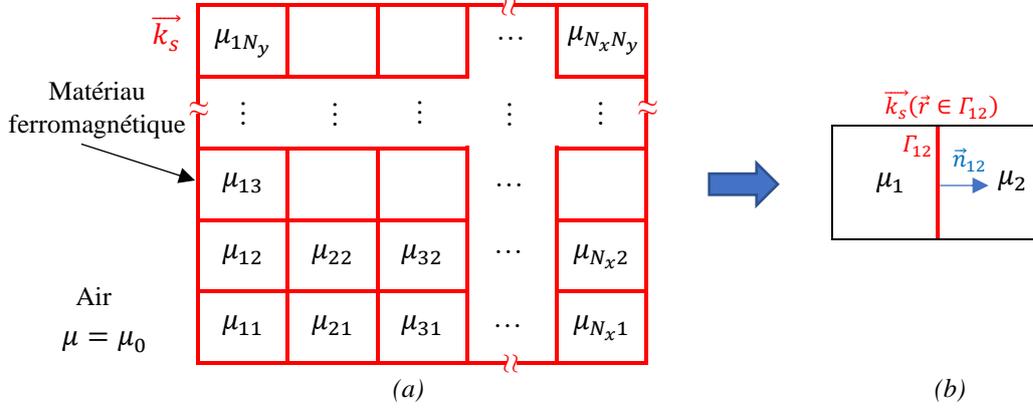


Figure III-4 Courants de surface et d'interfaces dans le cas non linéaire (a) Structure globale (b) Exemple de calcul sur une interface entre deux éléments.

L'induction magnétique totale  $\vec{B}$  peut s'écrire comme suit, où  $\vec{B}_s$  est l'induction magnétique créée par les sources externes (sources de courant, aimants, supraconducteurs) :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \int_{\Gamma} \vec{k}_s(\vec{r}') \times \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Gamma + \vec{B}_s(\vec{r}) \quad (III-19)$$

Lorsque le point de calcul  $\vec{r}$  appartient à l'interface  $\Gamma_{1,2}$ , nous avons :

$$\vec{n}_{12} \times \vec{B}_i(\vec{r} \in \Gamma_{12}) = (-1)^i \frac{\mu_0}{2} \vec{k}_s(\vec{r} \in \Gamma_{12}) + \mu_0 \int_{\Gamma(\vec{r}' \neq \vec{r})} \vec{n}_{12} \times \vec{k}_s(\vec{r}') \times \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Gamma + \vec{n}_{12} \times \vec{B}_s(\vec{r}); \quad i = 1, 2 \quad (III-20)$$

Le saut de la composante tangentielle de l'induction magnétique à travers cette interface  $\Gamma_{12}$ , est alors donné comme suit :

$$\left[ \vec{B}_2(\vec{r} \in \Gamma_{1,2}) - \vec{B}_1(\vec{r} \in \Gamma_{1,2}) \right] \times \vec{n}_{12} = -\mu_0 \vec{k}_s(\vec{r} \in \Gamma_{12}) \quad (III-21)$$

En remplaçant dans (III-21) le terme  $\vec{B}_2 \times \vec{n}_{12}$  donnée par (III-18), on obtient :

$$\vec{B}_1 \times \vec{n}_{12} = \frac{\mu_0 \mu_{r1}}{(\mu_{r1} - \mu_{r2})} \vec{k}_s(\vec{r} \in \Gamma_{12}) \quad (III-22)$$

En introduisant (III-22) dans (III-20), on obtient la relation entre la densité de courant de surface équivalente  $\vec{k}_s$  :

$$\vec{k}_s(\vec{r} \in \Gamma_{12}) - \frac{2(\mu_{r1} - \mu_{r2})}{\mu_{r1} + \mu_{r2}} \int_{\Gamma(\vec{r}' \neq \vec{r})} \vec{k}_s(\vec{r}') \times \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\Gamma \times \vec{n}_{12} = \frac{2(\mu_{r1} - \mu_{r2})}{\mu_0(\mu_{r1} + \mu_{r2})} \vec{B}_s(\vec{r}) \times \vec{n}_{12} \quad (III-23)$$

Dans le cas linéaire et en remplaçant  $\mu_{r2}$  dans (III-23) par 1, nous retrouvons exactement l'équation (III-12).

En discrétisant la partie ferromagnétique en  $N_x$  éléments suivant la direction  $x$  et en  $N_y$  éléments suivant la direction  $y$ , on obtient un nombre d'arrêtes (interfaces) :  $N_a = 2N_x N_y + N_x + N_y$ .

En appliquant l'équation (III-23) à toutes les interfaces de la structure globale donnée dans la Figure III-4 (a), nous obtenons le système matriciel suivant :

$$\begin{cases} \bar{k}_s = \left\{ \bar{V} \cdot \overline{\overline{M_{F_s F_s}}} \right\} \bar{k}_s + \left[ \bar{V} \cdot \left\{ \overline{\overline{M_{F_s C}}} \bar{J} + \overline{\overline{M_{F_s S}}} \bar{J}_S + \overline{\overline{M_{F_s A}}} \bar{k}_a \right\} \right] & (a) \\ \bar{k}_s = \left\{ \bar{I} - \bar{V} \cdot \overline{\overline{M_{F_s F_s}}} \right\}^{-1} \left[ \bar{V} \cdot \left\{ \overline{\overline{M_{F_s C}}} \bar{J} + \overline{\overline{M_{F_s S}}} \bar{J}_S + \overline{\overline{M_{F_s A}}} \bar{k}_a \right\} \right] & (b) \end{cases} \quad (III-24)$$

Le produit  $(\bar{A} \cdot \bar{B})$  dans (III-24) désigne le produit matriciel de Hadamard, défini comme suit :  $(\bar{A} \cdot \bar{B})_{i,j} = (\bar{A})_{i,j} \times (\bar{B})_{i,j}$ . La matrice  $\bar{V}$  de dimension  $(N_a \times N_a)$  contient les termes  $\frac{2(\mu_{r1} - \mu_{r2})}{\mu_{r1} + \mu_{r2}}$  pour chaque interface.

Les composantes de l'induction magnétique seront donc calculés dans le domaine ferromagnétique comme suit :

$$\begin{cases} \bar{B}_x = \overline{\overline{M_{F_s F_s}^x}} \bar{k}_s + \overline{\overline{M_{F_s C}^x}} \bar{J} + \overline{\overline{M_{F_s S}^x}} \bar{J}_S + \overline{\overline{M_{F_s A}^x}} \bar{k}_a \\ \bar{B}_y = \overline{\overline{M_{F_s F_s}^y}} \bar{k}_s + \overline{\overline{M_{F_s C}^y}} \bar{J} + \overline{\overline{M_{F_s S}^y}} \bar{J}_S + \overline{\overline{M_{F_s A}^y}} \bar{k}_a \end{cases} \quad (III-25)$$

Les indices  $F_s$  et  $F_v$  dans les équations précédentes renvoient, respectivement, aux interfaces et volumes résultant de la discrétisation de la partie ferromagnétique.

L'algorithme présenté dans la Figure III-5 est utilisé pour estimer les valeurs de la perméabilité magnétique relative par une procédure itérative à chaque instant de temps. Dans une première étape, la perméabilité relative est considérée constante au niveau de chaque élément du maillage. A l'itération  $i$ , l'induction magnétique est calculée sur ces éléments en utilisant l'équation (III-25), et, une nouvelle distribution de perméabilité relative, notée  $\mu_r^*$ , est déterminée à partir de la courbe B(H) considérée. La perméabilité magnétique à l'itération  $i+1$  et donc la matrice  $\bar{V}$  sont alors actualisés en utilisant un facteur de sous relaxation  $\xi \in ]0,1]$  dont la valeur optimale est déterminée par expérimentation numérique. L'erreur est calculée en utilisant l'équation suivante, où  $N_e$  désigne le nombre d'éléments considérés dans la partie ferromagnétique, ( $N_e = N_x N_y$  pour la structure donnée dans la Figure III-4-a), où  $E_0$  étant la précision souhaitée pour obtenir une convergence de la solution :

$$Erreur = \frac{1}{N_e} \sum_{j=1}^{N_e} \left[ \frac{\left\| \mu_{rj}^{i+1} - \mu_{rj}^i \right\|}{\mu_{rj}^{i+1}} \right] \quad (III-26)$$

Comme l'estimation des valeurs de perméabilité magnétique relative dans le domaine ferromagnétique suit un processus itératif, la densité de courant de surface équivalente  $\bar{k}_s$  est elle aussi évaluée itérativement par l'équation (III-24)(a), ce qui nous permet d'éviter l'inversion des matrices dans (III-24)(b) et d'accélérer le temps de calcul.

Finalement, nous soulignons que toutes les matrices  $M$  dans les systèmes (III-16), (III-24) et (III-25) ne dépendent que de la géométrie des parties actives, ainsi, elles ne sont calculées qu'une seule fois pour une discrétisation donnée. Pour le cas non linéaire, seul la matrice  $\bar{V}$  est actualisée à chaque pas de temps et à chaque valeur du courant ou du champ appliqué.

La formulation permet de ne discrétiser que les parties actives du système (domaine supraconducteur  $\Omega_c$  et ferromagnétique  $\Omega_f$ ). Toute autre source, où le courant et le champ magnétique sont imposés, les intégrales de volume et de frontière pour le calcul de potentiel vecteur magnétique et du champ magnétique sont évaluées analytiquement, sans avoir à discrétiser ces sources (Annexe D).

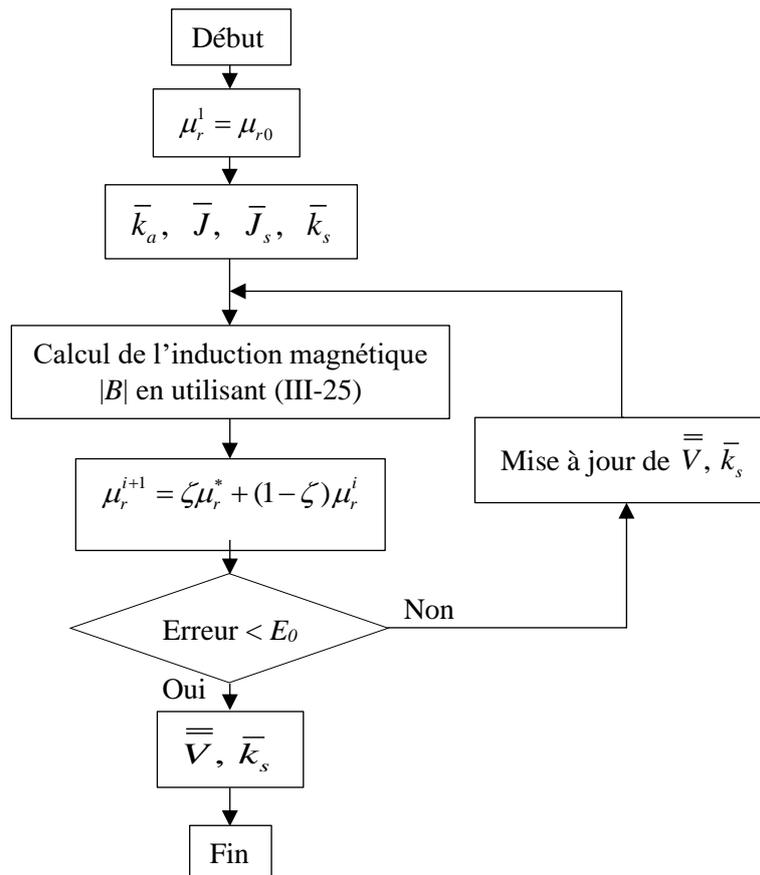


Figure III-5 Méthode itérative utilisée pour le calcul des valeurs de la perméabilité magnétique relative.

### III.3 Application à la caractérisation de bobines supraconductrices

#### III.3.1 Calcul du courant critique d'un solénoïde

Le courant critique d'un élément supraconducteur (ruban ou bobine) est le courant maximal qui assure un fonctionnement stable à une température donnée. Comme nous l'avons déjà mis en évidence dans le chapitre précédent, le courant critique d'un élément isolé est différent lorsqu'il est intégré dans un système. Dans le cas d'une bobine, le voisinage de plusieurs spires et l'environnement magnétique autour (bobines, aimants, matériaux magnétiques) va augmenter localement le champ magnétique et donc réduire les performances du fil ou ruban supraconducteur constituant cette bobine. Lors de la conception de machines à base de bobinages supraconducteurs, il est important de tenir compte cette dégradation des performances du fil supraconducteur.

Nous présenterons dans cette partie une approche de modélisation basée sur la méthode d'intégrale de volume, et les propriétés du ruban utilisé, pour estimer le courant critique et simuler la caractéristique  $U(I)$  d'un solénoïde supraconducteur placé sous différentes conditions.

Pour le calcul qui va suivre, nous allons utiliser des coefficients obtenus en interpolant des mesures effectuées sur un ruban DI-BSCCO type ACT. Le Tableau III-1 donne les paramètres de la loi de Kim-Anderson pour une température de 77 K [BEL14].

Tableau III-1 Coefficients du modèle de Kim-Anderson pour un ruban DI-BSCCO

Paramètre	$J_c$				$n$		
	$J_{c0}$	$B_{j0}$	$\beta$	$k$	$n_0$	$B_{n0}$	$k$
Valeur	75.7 A/mm <sup>2</sup>	0.14 T	2.28	0.14	11	59.7 mT	0.14

La distribution du champ magnétique total appliqué localement est calculée en supposant une densité de courant homogène et constante  $J$  dans la section de la bobine.

A partir du champ magnétique, on détermine le champ électrique ( $E$ ) dans la section de la bobine par le biais de la loi en puissance (I-2) et la loi de Kim-Anderson (I-5).

La caractéristique globale  $U(I)$  d'une bobine est donc calculée en évaluant la tension totale à ses bornes, de la manière suivante :

$$U(I) = \frac{N_t}{S_b} \iiint_V E dv \quad (III-27)$$

Où :  $N_t$  et  $S_b$  représentent le nombre de spires et la section de la bobine respectivement.

Comme la répartition du champ magnétique sur la section du chaque ruban est non uniforme, deux cas sont étudiés en considérant :

- (a) Un champ électrique moyen calculé à partir d'un champ magnétique moyen sur la section de chaque ruban [OOM00, BEN12, STA19]. Cela est justifié par le fait que la méthode expérimentale pour la détermination des courbes  $J_c(B)$  et  $n(B)$  suppose un champ magnétique uniforme.
- (b) Un champ magnétique local calculé sur toute la section de la bobine. Cela nous permet d'éviter un calcul de la tension au niveau de chaque spire surtout dans des géométries complexes (3D par exemple) [BEL14].

### III.3.1.1 Définitions du courant critique

Contrairement à la définition du courant critique d'un ruban qui est une définition standardisée, la définition du courant critique d'un solénoïde supraconducteur HTC est assez compliquée et ambiguë. Nous donnons ci-dessous les principales définitions couramment utilisées [PIT13, DOL15] :

- **Première définition :**

Cette définition introduit le courant critique comme un courant pour lequel une tension critique ( $U_c = E_c \times L_{bobine}$ ) apparaît aux bornes de la bobine. C'est celle qui est utilisée pour la détermination expérimentale du courant critique.

- **Seconde définition :** Critère à champ électrique maximal

Le courant critique est le courant pour lequel un champ électrique égale à  $E_c$  apparaît localement sur une spire ou un petit groupe de spires. Cette définition est souvent utilisée pour protéger la bobine à l'échelle locale. Elle s'écrit de la manière suivante :

$$\max(E(I_c)) = E_c \quad (III-28)$$

- **Troisième définition** : Courbe de charge

Pour cette dernière définition, le courant critique est le courant minimal obtenu des points d'intersection entre les courbes  $I_c(B_{\perp}, B_{\parallel})$  caractérisant le ruban supraconducteur utilisé et les courbes de charges donnant le courant alimentant la bobine en fonction des champs magnétiques perpendiculaire et parallèle maximaux appliqués localement.

Le calcul du courant critique selon les trois définitions est résumé sur la Figure III-6. Comme on peut remarquer, les trois méthodes nécessitent plusieurs itérations pour différentes valeurs de courant dans la bobine, en partant d'une valeur initiale  $I_0$ .

Dans le cas où le champ magnétique est proportionnel au courant dans la bobine (comme par exemple : sous champ propre, absence du fer ou présence du fer non saturé), la courbe de charge devient une droite. Dans ces conditions, l'obtention de cette droite ne nécessite qu'une itération de calcul.

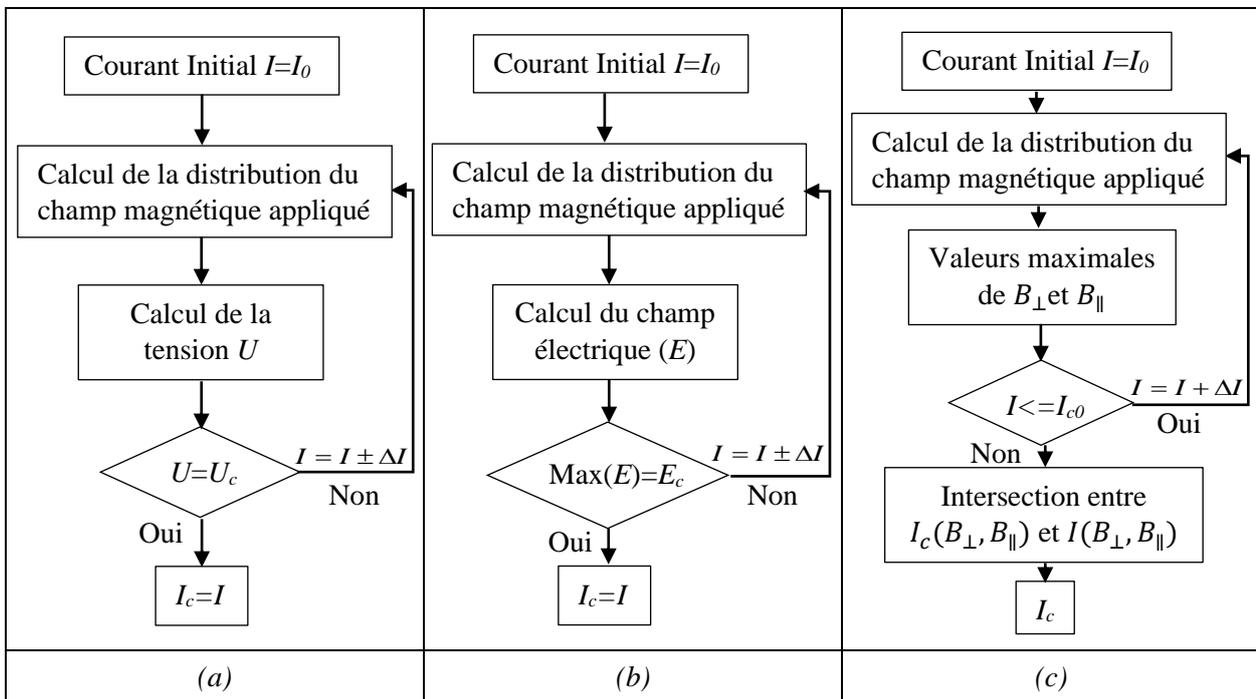


Figure III-6 Différentes définitions du courant critique (a) Première définition (b) Deuxième définition (c) Troisième définition.

Vu que la densité de courant  $J$  dans le domaine supraconducteur est supposée constante, et pour accélérer le temps de calcul, le nombre de discrétisation du domaine supraconducteur est considéré égal à 1 pour les points sources et  $N_C$  pour les points de calcul dans l'équation (III-1).

En utilisant (III-1), (III-3) et (III-16), l'induction magnétique appliquée sur le supraconducteur est donnée par l'équation suivante :

$$\bar{B}_l = \left[ \overline{M'_{CC}} + \overline{M'_{CF}} \left( \bar{I} + \overline{M_{FF}} \right)^{-1} \overline{M_{FC}} \right] J + \left\{ \overline{M'_{CS}} + \overline{M'_{CF}} \left( \bar{I} + \overline{M_{FF}} \right)^{-1} \overline{M_{FS}} \right\} J_s + \left\{ \overline{M'_{CA}} + \overline{M'_{CF}} \left( \bar{I} + \overline{M_{FF}} \right)^{-1} \overline{M_{FA}} \right\} k_a \quad (III-29)$$

Où  $l$  correspond aux composantes parallèle et perpendiculaire de la densité de flux magnétique.

## III.3.1.2 Exemples de validation

Après la description de l'approche de calcul, nous passons dans cette partie à l'étape de validation. Pour cela, nous considérons les deux premières configurations d'études déjà traitées expérimentalement au chapitre précédent (Figure II-3). Il s'agit d'une bobine supraconductrice HTC soumise à son champ propre ou un champ appliqué créé par une source extérieure (bobine, aimant permanent ou réaction d'une plaque ferromagnétique). Nous rappelons toutefois leur dimension dans le Tableau III-2.

Tableau III-2 Dimensions des bobines, aimant et plaque ferromagnétique utilisées dans le chapitre II.

	Paramètre	Valeur
<b>Bobine « C »</b>	Epaisseur	0.33 mm
	Rayon interne ( $R_i$ )	35 mm
	Rayon externe ( $R_e$ )	50 mm
	Nombre de spires ( $N_t$ )	38
	Tension critique ( $U_c$ )	1.015 mV
	Distance entre deux bobines ( $d_b$ )	3 mm
<b>Aimant permanent</b>	Rayon de l'aimant	50 mm
	Epaisseur de l'aimant	10 mm
	Induction rémanente	1.25 T
<b>Plaque ferromagnétique</b>	Rayon externe ( $R_{ef}$ )	75 mm
	Epaisseur ( $e_f$ )	5 mm

Dans ces cas d'études (Figure II-3), un modèle 2D axisymétrique est utilisé pour le calcul car la variation spatiale du champ magnétique qui ne dépend que de  $r$  et  $z$  ( $B_\theta = 0$ ). Ainsi, les champs perpendiculaire et parallèle dans la loi de Kim-Anderson correspondent à :

$$\begin{cases} B_\perp = B_r \\ B_\parallel = B_z \end{cases} \quad (III-30)$$

Finalement, la tension ( $U$ ) aux bornes de la bobine est donnée par les équations (III-31) et (III-32) pour les deux cas (a) et (b), respectivement :

$$U(I) = 2\pi \sum_{i=1}^{N_s} r_i E_c \left( \frac{I}{S_r J_c(\overline{B}_r, \overline{B}_z)} \right)^{n(\overline{B}_r, \overline{B}_z)} \quad (III-31)$$

$$U(I) = \frac{2\pi N_s}{S_b} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^e E_c \left( \frac{J}{J_c(B_r(r,z), B_z(r,z))} \right)^{n(B_r(r,z), B_z(r,z))} r dr dz \quad (III-32)$$

Où  $\overline{B}_r^i$  et  $B_r(r, z)$  représente, respectivement, les composantes du champ magnétique moyenne sur la section du ruban et locale suivant l'axe  $r$ .  $S_r$  est la section droite du ruban.

Les équations (III-1) et (III-3) sont formulées dans un repère cylindrique. Leurs expressions sont données dans l'Annexe D.

Les résultats de la distribution des champs magnétique et électrique obtenus sont validés par éléments finis (MEF).

## III.3.1.2.1 Bobine seule

La Figure III-7 (a) présente les résultats du calcul de la caractéristique  $U(I)$  comparés à la courbe relevée expérimentalement. Le courant critique moyen mesuré est de 44.7 A et celui calculé selon la première définition est de 45 A et 47.2 A pour les deux cas (a) et (b), respectivement, soit une différence maximale d'environ 2.5 A, ce qui représente une erreur relative d'environ 5,6 %. Le cas (a) est celui qui se rapproche le plus du courant critique mesuré.

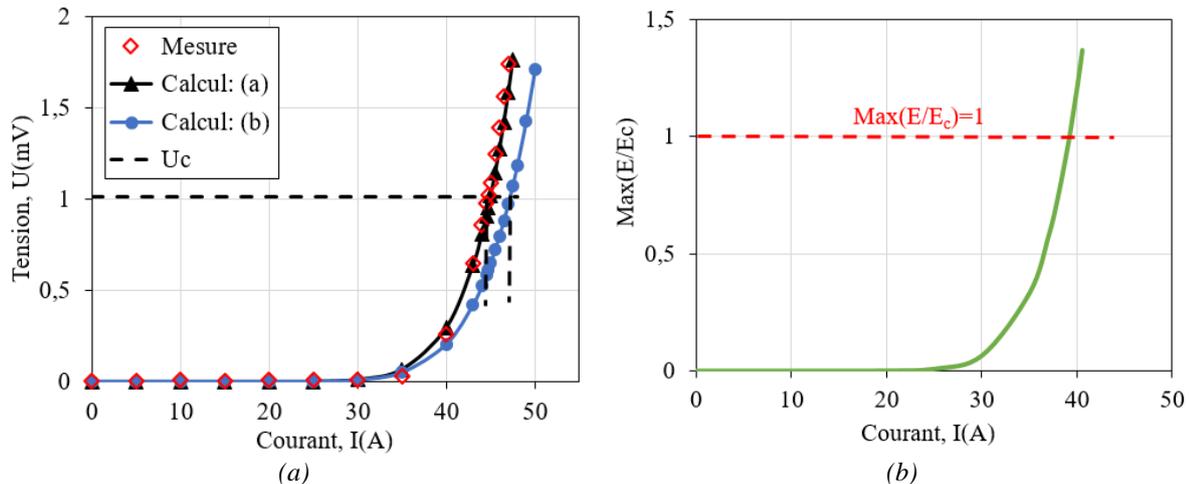


Figure III-7 (a) Courbes  $U(I)$  mesurées et calculées (b)  $\text{Max}(E/E_c)$  en fonction du courant de la bobine «C».

Sur la Figure III-7 (b), nous avons aussi montré la courbe donnant le champ électrique maximal, noté  $\text{max}(E/E_c)$  en fonction du courant d'alimentation. Selon le critère (III-28), le courant critique est :  $I_{c2} = 39.1$  A. La Figure III-8 montre la distribution du champ électrique sur la section de la bobine pour cette valeur de courant.

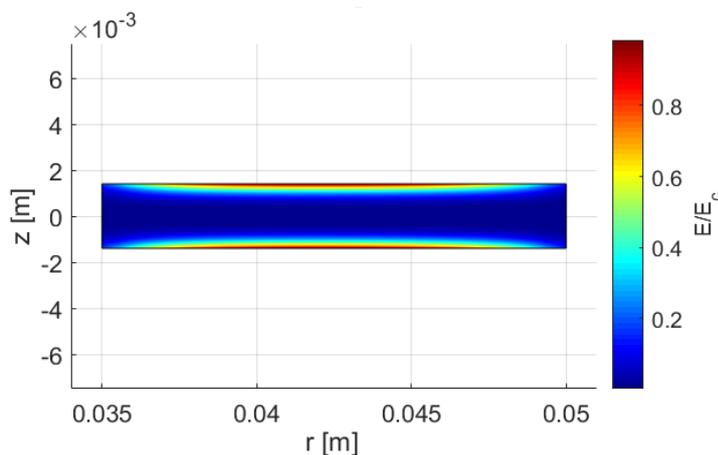


Figure III-8 Distribution du champ électrique pour  $I = I_{c2}$ .

Nous constatons que le champ électrique est maximal sur les extrémités au milieu de la bobine où le champ magnétique perpendiculaire est plus intense, ce qui montre que dans ce cas que le courant critique est plus affecté par le champ magnétique perpendiculaire au ruban ( $B_{\perp}$ ). Les distributions des champs magnétiques perpendiculaire et parallèle sont respectivement représentées sur la Figure III-9.

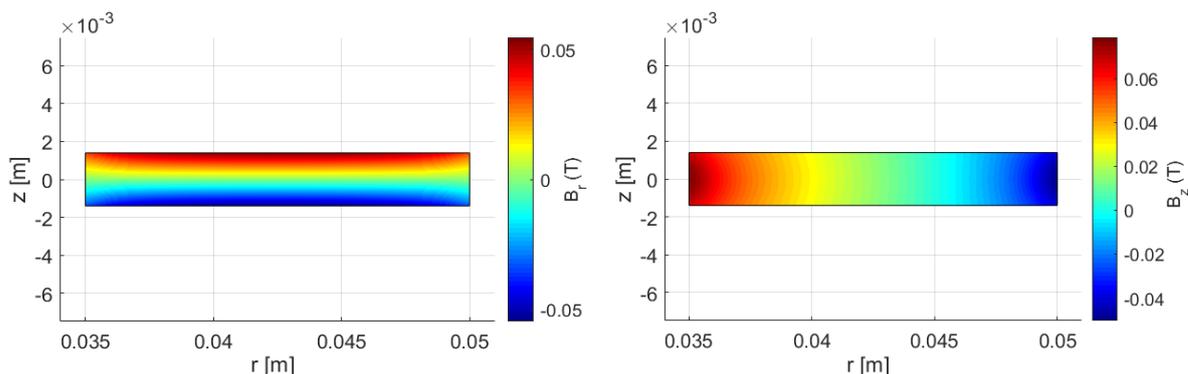


Figure III-9 Distribution du champ magnétique pour  $I=I_{c2}$  (a) perpendiculaire (b) parallèle.

La Figure III-10 montre les courbes des charges  $I(B_r)$  et  $I(B_z)$  comparées avec la caractéristique du ruban  $I_c(B_r, B_z)$ . Le courant critique selon cette définition est :  $I_{c3}=35A$ . D'après ces courbes, il est clair que le champ perpendiculaire a la plus grande influence sur le courant critique.

Dans ce cas d'étude, et d'après les résultats obtenus, nous constatons que la deuxième et la troisième définition pour le calcul du courant critique mènent à des résultats de courants critiques qui sont inférieurs à celui-ci estimé par la première définition. Cela nous ramène à la réflexion de considérer une valeur de champ électrique critique inférieure au critère habituellement utilisé ( $1\mu V/cm$ ) pour estimer le courant critique par la première définition.

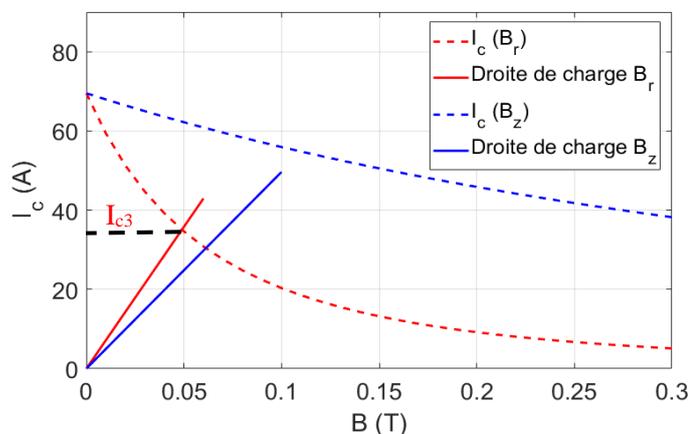


Figure III-10 Détermination du courant critique par les courbes de charge.

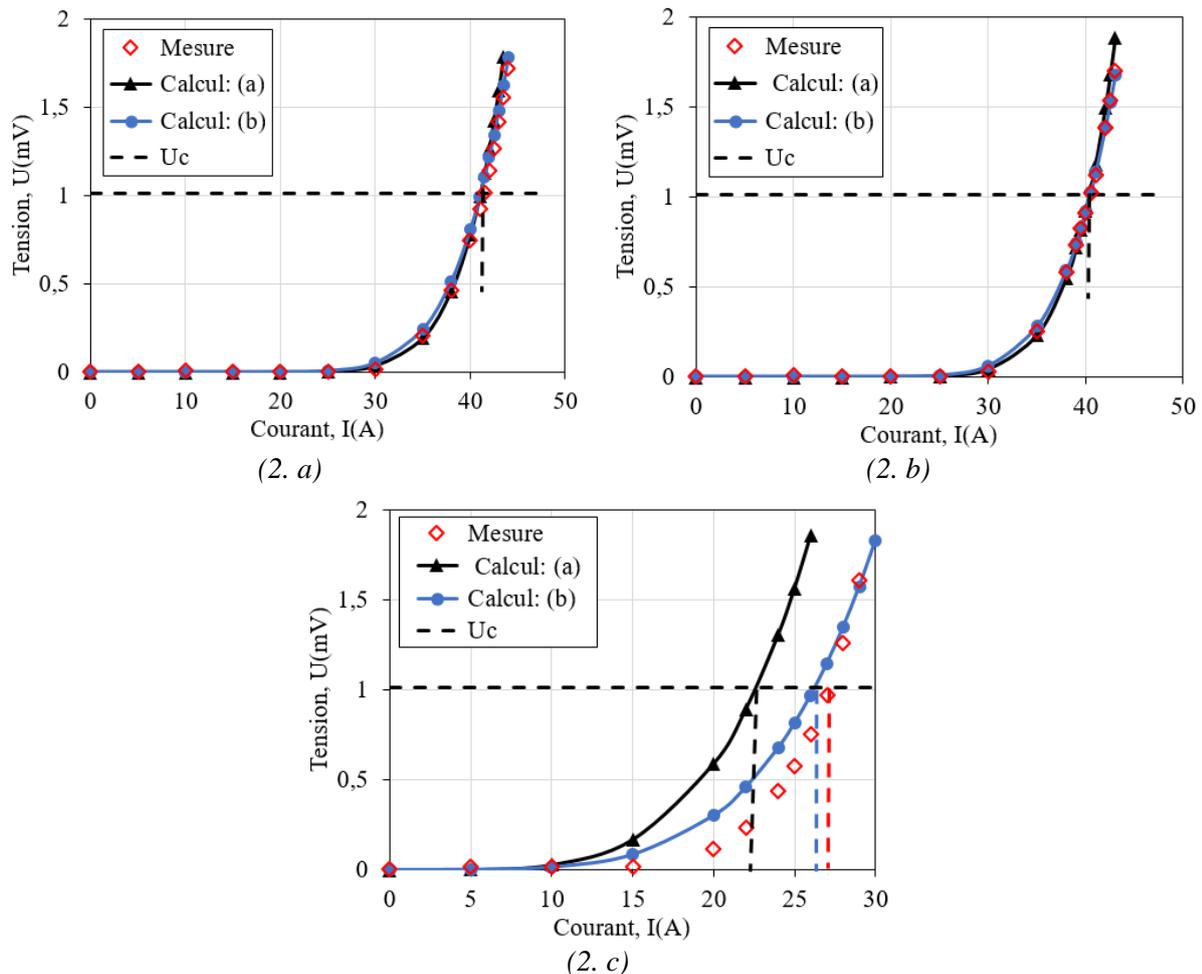
### III.3.1.2.2 Bobine soumise à un champ magnétique extérieur

Les caractéristiques  $U(I)$  simulées et mesurées de la bobine dans trois situations de champ magnétique extérieur appliqué (bobine, aimant et présence d'une plaque ferromagnétique), déjà traitées expérimentalement dans le chapitre II (configuration 2 de la Figure II-3), sont présentées sur la Figure III-11. Le Tableau III-3 donne les courants critiques calculés selon les trois définitions, comparés à ceux mesurés.

Nous remarquons que les courbes simulées sont très proches des courbes expérimentales. Pour une bobine placée devant un aimant, le calcul de la tension basé sur une valeur moyenne du champ magnétique sur la section du ruban, correspondant au cas (a), sous-estime la valeur du courant critique. Où le champ magnétique varie fortement dans la section de ruban.

Tableau III-3 Courants critiques mesurés et calculés

Cas d'étude	$I_c$ mesuré (A)	$I_c$ calculé (A)			
		$1^{ère}$ définition		$2^{ème}$ définition	$3^{ème}$ définition
		(a)	(b)		
(2.a) : Bobine-bobine	41.5	41.1	41.1	32.5	29.4
(2.b) : Bobine-fer	40.5	40.2	40.5	32.1	29
(2.c) : Bobine-aimant	27	23	26.5	20.7	18


 Figure III-11 Courbes  $U(I)$  mesurées et calculées pour la bobine (2. a) bobine-bobine (2. b) bobine-fer (2. c) bobine-aimant permanent.

Pour tester le modèle sur les quantités locales, nous avons fait une comparaison avec des simulations par éléments finis. La Figure III-12 représente la distribution du champ électrique ( $E$ ) dans la section de la bobine pour les trois cas pour un courant égale au courant critique selon la deuxième définition. Comme nous pouvons le constater, une répartition similaire du champ électrique est obtenue par le modèle utilisé et par éléments finis, pour les différents cas étudiés.

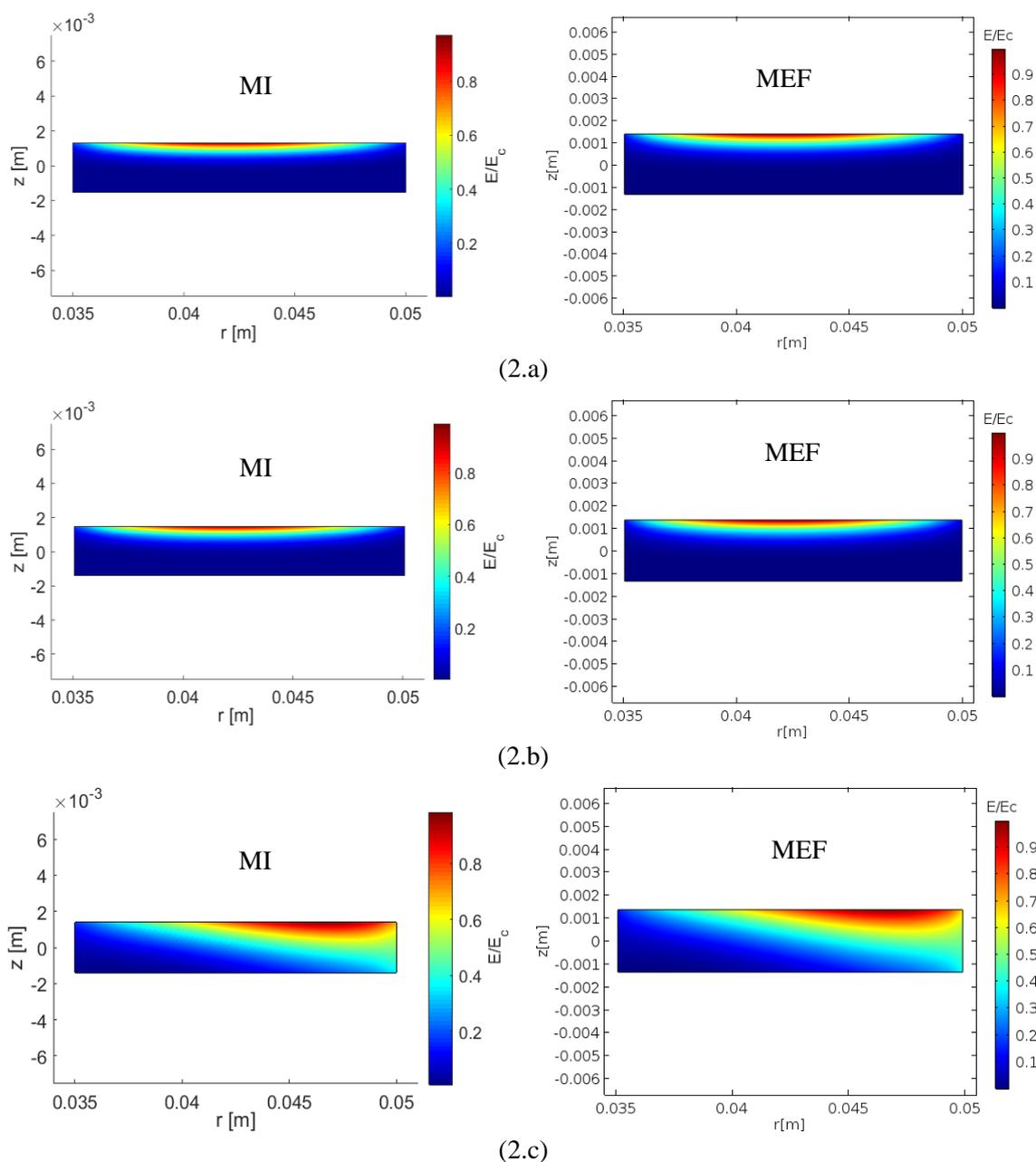


Figure III-12 Distribution du champ électrique : Méthode des éléments finis (MEF) à droite et modèle intégral (MI) à gauche.

### III.3.2 Calcul des pertes en courant alternatif

#### III.3.2.1 Approche

L'approche de modélisation que nous présentons ici est basée sur le calcul du champ magnétique en utilisant les méthodes intégrales en tenant en compte de la présence des matériaux ferromagnétiques pour le calcul de la distribution de la densité de courant et des pertes en régime de courant alternatif (AC).

## III.3.2.1.1 Formulation et mise en œuvre

Nous partons des équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \end{cases} \quad (III-33)$$

Le champ électrique  $\vec{E}$  et la densité de courant  $\vec{J}$  sont reliés par la loi en puissance donnée par l'équation (I-2).

L'utilisation de la formulation en potentiel vecteur magnétique ( $\vec{A}$ ) conduit à résoudre les équations suivantes, où  $\varphi$  est le potentiel scalaire électrique, et  $\vec{A}$  doit satisfaire la condition dite jauge de Coulomb ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ ) :

$$-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{E} + \vec{\nabla} \varphi \quad (III-34)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \quad (III-35)$$

En résolvant l'équation de Poisson (III-35), le potentiel vecteur magnétique est calculé par les équations intégrales impliquant des différentes sources déjà exposées dans la section III.2.2 :

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{A}_j(\vec{r}) + \vec{A}_{j_s}(\vec{r}) + \vec{A}_{k_a}(\vec{r}) + \vec{A}_{k_s}(\vec{r}) \quad (III-36)$$

## III.3.2.1.2 Prise en compte de la partie ferromagnétique

Comme, nous avons déjà montré dans la section III.2.2.3, un matériau ferromagnétique peut être modélisé en utilisant des courants de surfaces dépendant du champ magnétique appliqué sur ce dernier. Cette approche tient en compte de la perméabilité magnétique et de la géométrie de la partie ferromagnétique.

En introduisant l'équation (III-36) dans (III-34), et en rassemblant toutes les sources du potentiel vecteur magnétique dans un vecteur source  $\vec{A}_s$ , nous obtenons la formulation intégrale suivante où  $\vec{k}_s$  est donnée par l'équation (III-16) :

$$-\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_{\Gamma} \vec{k}_s(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\Gamma + \int_{\Omega_c} \vec{J}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\Omega_c \right] = \vec{E} + \vec{\nabla} \varphi + \frac{\partial \vec{A}_s}{\partial t} \quad (III-37)$$

L'équation (III-37) sera résolue dans le domaine ( $\Omega_c$ ) où le matériau supraconducteur est caractérisé par une résistivité non linéaire exprimée par la loi en puissance (I-2), et la densité de courant critique dépend du champ magnétique créé par toutes les sources et calculé en utilisant les formules déjà développé dans la section III.2.2.

De plus, afin de trouver la distribution de la densité de courant  $\vec{J}$  donnée par (III-37), qui est une équation à deux inconnues ( $\vec{J}$  et  $\vec{\nabla} \varphi$ ), l'équation supplémentaire suivante est ajoutée :

$$\iint_{S_c} \vec{J} \cdot \vec{n} dS_c = \begin{cases} I_a & (\text{Courant de transport}) \\ 0 & (\text{En champ appliqué}) \end{cases} \quad (III-38)$$

Où  $S_c$  représente la section perpendiculaire à la direction du courant et  $\vec{n}$  son vecteur normal. L'intégrale (III-38) est égale à  $I_a$  dans le cas où le courant  $I_a$  est imposé par une source externe et zéro sinon (le cas d'un champ appliqué par exemple).

### III.3.2.1.3 Discrétisation de la formulation et construction des matrices

En considérant que le champ magnétique source  $\vec{B}_s$  est produit seulement par une densité de courant source  $J_s$ , l'équation (III-16) s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$\left\{ \overline{\overline{I + M_{FF}}} \right\} \overline{\overline{k}}_s = \left\{ \overline{\overline{M_{FC}}} \overline{\overline{J}} + \overline{\overline{M_{FS}}} \overline{\overline{J}}_s \right\} \Rightarrow \overline{\overline{k}} = \left\{ \overline{\overline{I + M_{FF}}} \right\}^{-1} \left\{ \overline{\overline{M_{FC}}} \overline{\overline{J}} + \overline{\overline{M_{FS}}} \overline{\overline{J}}_s \right\} \quad (III-39)$$

En tenant en compte de l'équation (III-39), la formulation (III-37) s'écrit comme suit :

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[ \overline{\overline{L_{CF}}} \left( \overline{\overline{I + M_{FF}}} \right)^{-1} \overline{\overline{M_{FC}}} + \overline{\overline{L_{CC}}} \right] \overline{\overline{J}} \right\} = \overline{\overline{E}} + \overline{\overline{\nabla \varphi}} + \left\{ \overline{\overline{L_{CF}}} \left( \overline{\overline{I + M_{FF}}} \right)^{-1} \overline{\overline{M_{FS}}} + \overline{\overline{L_{CS}}} \right\} \frac{\partial \overline{\overline{J}}_s}{\partial t} \quad (III-40)$$

Notons que les matrices  $L_{AB}$  et  $M_{AB}$  ( $A \equiv C$  ou  $F$  &  $B \equiv F$  ou  $S$ ) sont de dimensions ( $N_A \times N_B$ ), et représentent, respectivement, les discrétisations des intégrales donnant le potentiel vecteur magnétique et la densité de flux magnétique créés par la partie  $B$  sur la partie  $A$ . Les indices S, F et C représentent :

- S : domaine source ( $\Omega_s$ )
- F : domaine ferromagnétique ( $\Omega_f$ )
- C : domaine supraconducteur ( $\Omega_c$ )

Notons également que le support de  $J_s$  n'est pas discrétisé, d'où la représentation de  $\overline{\overline{M_{FS}}}$  et  $\overline{\overline{L_{CS}}}$  en vecteurs.

La perméabilité du matériau ferromagnétique étant considérée comme constante, la dérivée temporelle dans (III-40) ne s'applique qu'à la densité de courant électrique, et nous pouvons donc l'écrire comme suit :

$$\overline{\overline{K}} \frac{\partial \overline{\overline{J}}}{\partial t} = - \left( \overline{\overline{E}} + \overline{\overline{N}} \frac{\partial \overline{\overline{J}}_s}{\partial t} + \overline{\overline{\nabla \varphi}} \right) \quad (III-41)$$

Où,  $\overline{\overline{K}} = \overline{\overline{L_{CF}}} \left( \overline{\overline{I + M_{FF}}} \right)^{-1} \overline{\overline{M_{FC}}} + \overline{\overline{L_{CC}}}$  et  $\overline{\overline{N}} = \overline{\overline{L_{CF}}} \left( \overline{\overline{I + M_{FF}}} \right)^{-1} \overline{\overline{M_{FS}}} + \overline{\overline{L_{CS}}}$ . Sans la pièce ferromagnétique  $\overline{\overline{K}} = \overline{\overline{L_{CC}}}$  et  $\overline{\overline{N}} = \overline{\overline{L_{CS}}}$ .

Pour rappel, le terme  $\overline{\overline{E}}$  dans (III-41) est un vecteur de taille  $N_c$  donné par la loi en puissance (I-2) associé à la loi de comportement de Kim-Anderson (I-5). Les composantes de l'induction magnétique dans (I-5) sont données par l'équation suivante :

$$\overline{\overline{B}}_l = \left[ \overline{\overline{M_{CC}^l}} + \overline{\overline{M_{CF}^l}} \left( \overline{\overline{I + M_{FF}}} \right)^{-1} \overline{\overline{M_{FC}^l}} \right] \overline{\overline{J}} + \left\{ \overline{\overline{M_{CF}^l}} \left( \overline{\overline{I + M_{FF}}} \right)^{-1} \overline{\overline{M_{FS}^l}} + \overline{\overline{M_{CS}^l}} \right\} \overline{\overline{J}}_s \quad (III-42)$$

Où  $l$  correspond aux composantes  $x$  et  $y$  de la densité de flux magnétique.

La construction et le conditionnement de la matrice intégrale  $\overline{\overline{K}}$  dépendent à la fois de la discrétisation du domaine supraconducteur ( $\Omega_c$ ) et du contour de domaine ferromagnétique ( $\Gamma$ ), tandis que sa taille dépend juste de la discrétisation de ( $\Omega_c$ ).

Pour les systèmes à grande échelle, généralement ces matrices intégrales sont de grandes tailles, ce qui entraîne une augmentation du temps de calcul. Dans ce travail, ce dernier sera considérablement réduit grâce à une stratégie d'homogénéisation de la partie supraconductrice [ZER13, YAO20, BER20].

L'équation (III-38) s'écrit sous forme matricielle comme suit, où  $\bar{S}$  est un vecteur de dimension  $N_C$  contenant les surfaces élémentaires :

$$\bar{S}\bar{J} = \begin{cases} I_a \\ 0 \end{cases} \quad (III-43)$$

Finalement, et dans le cas d'un courant de transport, le système matriciel à résoudre est le suivant :

$$\begin{bmatrix} \bar{K} & [1] \\ \bar{S} & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} \\ \bar{\nabla} \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\bar{E} + \bar{N} \frac{\partial J_s}{\partial t}\right) \\ \frac{\partial I_a}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (III-44)$$

A partir de (III-44), le terme  $\bar{\nabla} \phi$  peut s'écrire comme suit :

$$\bar{\nabla} \phi = -\bar{G} \left( \bar{E} + \bar{N} \frac{\partial J_s}{\partial t} \right) + \bar{H} \frac{\partial I_a}{\partial t} \quad (III-45)$$

En introduisant (III-45) dans (III-41), on obtient finalement :

$$\bar{K} \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} = -\left( \{\bar{I} - \bar{G}\} \left[ \bar{E} + \bar{N} \frac{\partial J_s}{\partial t} \right] + \bar{H} \frac{\partial I_a}{\partial t} \right) \quad (III-46)$$

Une autre façon pour imposer un courant dans le domaine supraconducteur est de manipuler le gradient du potentiel électrique  $\bar{\nabla} \phi$  sur le côté droit de l'équation (III-41). Ce terme peut assurer la conservation du courant dans l'échantillon supraconducteur en utilisant l'équation suivante [OTT19] :

$$\bar{\nabla} \phi = \lambda \bar{S} \{ \bar{J} - \bar{J}_a \} \quad (III-47)$$

Où  $\bar{J}_a$  est un vecteur de dimension  $N_C$  contenant les densités de courant électrique appliqué dans les éléments du supraconducteur et  $\lambda$  est une constante qui sera choisie par expérimentation numérique, de tel façon que l'erreur sur l'amplitude de courant imposé et induit soit inférieure ou égale à un seuil de tolérance relatif  $\Delta I_a$ .

En introduisant (III-47) dans (III-41), on obtient :

$$\bar{K} \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} = -\left( \bar{E} + \bar{N} \frac{\partial J_s}{\partial t} + \lambda \bar{S} \{ \bar{J} - \bar{J}_a \} \right) \quad (III-48)$$

Pour déterminer les densités de courant  $\bar{J}$ , il suffit de résoudre soit (III-46) ou (III-48). Pour cela, les solveurs linéaires peuvent être utilisés où la dérivée temporelle du courant doit être développée, et la non-linéaire de la relation  $E(J)$  doit être traitée généralement en utilisant un délai (la matrice résistivité sera actualisée à chaque pas de temps). D'autre part, pour améliorer la convergence, il est recommandé d'utiliser les solveurs adaptés aux problèmes d'équations différentielles ordinaires (ODE) non-linéaires à forme matricielle [WAN96, LAN01, HIN05], comme ceux de Matlab (ode45, ode23t, ode15s...) [MAT]. Dans ce travail, le solveur « ode15s » de Matlab a été utilisé.

## III.3.2.1.4 Perméabilité magnétique non linéaire

Pour simplifier le raisonnement, nous considérons que le champ magnétique est produit uniquement par le domaine supraconducteur. En tenant en compte de l'équation (III-24), le champ magnétique et le potentiel vecteur magnétique seront donc calculés dans les domaines supraconducteur et ferromagnétique en utilisant les équations suivantes :

$$\begin{cases} \overline{A} = \overline{L}_{CC} \overline{J} + \overline{L}_{CF_s} \overline{k}_s \\ \overline{B}_x = \overline{M}_{CC}^x \overline{J} + \overline{M}_{CF_s}^x \overline{k}_s \\ \overline{B}_y = \overline{M}_{CC}^y \overline{J} + \overline{M}_{CF_s}^y \overline{k}_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{A} = \left[ \overline{L}_{CC} + \overline{L}_{CF_s} \left\{ \overline{I} - \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s F_s} \right\}^{-1} \left[ \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s C} \right] \right] \overline{J} \\ \overline{B}_x = \left[ \overline{M}_{CC}^x + \overline{M}_{CF_s}^x \left\{ \overline{I} - \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s F_s} \right\}^{-1} \left[ \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s C} \right] \right] \overline{J} \\ \overline{B}_y = \left[ \overline{M}_{CC}^y + \overline{M}_{CF_s}^y \left\{ \overline{I} - \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s F_s} \right\}^{-1} \left[ \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s C} \right] \right] \overline{J} \end{cases} \quad (III-49)$$

$$\begin{cases} \overline{B}_x = \overline{M}_{F_s C}^x \overline{J} + \overline{M}_{F_s F_s}^x \overline{k}_s \\ \overline{B}_y = \overline{M}_{F_s C}^y \overline{J} + \overline{M}_{F_s F_s}^y \overline{k}_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{B}_x = \left[ \overline{M}_{F_s C}^x + \overline{M}_{F_s F_s}^x \left\{ \overline{I} - \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s F_s} \right\}^{-1} \left[ \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s C} \right] \right] \overline{J} \\ \overline{B}_y = \left[ \overline{M}_{F_s C}^y + \overline{M}_{F_s F_s}^y \left\{ \overline{I} - \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s F_s} \right\}^{-1} \left[ \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s C} \right] \right] \overline{J} \end{cases} \quad (III-50)$$

À partir de l'équation (III-37) le système matriciel à résoudre est le suivant :

$$\overline{K} \left[ \partial_t \overline{J} \right] + \left[ \partial_t \overline{K} \right] \overline{J} + \overline{E} + \lambda \overline{S} \left\{ \overline{J} - \overline{J}_a \right\} = \overline{0} \quad (III-51)$$

Avec :  $\overline{K} = \overline{L}_{CC} + \overline{L}_{CF_s} \left\{ \overline{I} - \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s F_s} \right\}^{-1} \left[ \overline{V} \cdot \overline{M}_{F_s C} \right]$ . Nous rappelons que les indices  $F_s$  et  $F_v$  dans les équations précédentes font référence, respectivement, aux interfaces et volumes élémentaires dans la partie ferromagnétique.

Le calcul de la densité de courant dans le domaine supraconducteur suit également un processus itératif. L'organigramme de la Figure III-13 synthétise les principales étapes du code de calcul que nous avons développé et implémenté dans Matlab. Elles peuvent être résumées comme suit :

- La première étape concerne la déclaration et l'affectation des données géométriques et physiques du problème. Une densité de courant et une perméabilité magnétique relative sont considérées constantes et uniformes au niveau de chaque élément du maillage du domaine supraconducteur et ferromagnétique respectivement.
- Les valeurs de la perméabilité dans le domaine ferromagnétique sont ensuite actualisées en utilisant l'algorithme présenté dans la Figure III-5 à chaque instant.
- Ensuite le système matriciel (III-51), est résolu en utilisant le même solveur sous Matlab. La répartition de la densité de courant  $J$  dans le supraconducteur est obtenue pour chaque instant.
- Le processus est ensuite répété pour obtenir de meilleures estimations pour les deux quantités ( $\mu_r$  &  $J$ ). Nous définissons un critère d'arrêt des itérations tel que l'erreur  $\varepsilon$  soit inférieur à une tolérance souhaitée  $\varepsilon_0$  :

$$\varepsilon = \left| \frac{P_{k+1} - P_k}{P_{k+1}} \right| \quad (III-52)$$

Où :  $P_k$  et  $P_{k+1}$  sont les moyennes des pertes dans le supraconducteur à l'itération  $k$  et  $k+1$  respectivement.

- La dernière étape représente la phase d'exploitation des résultats. Les valeurs des pertes et La distribution des différentes grandeurs électromagnétiques sont ainsi calculées et affichées.

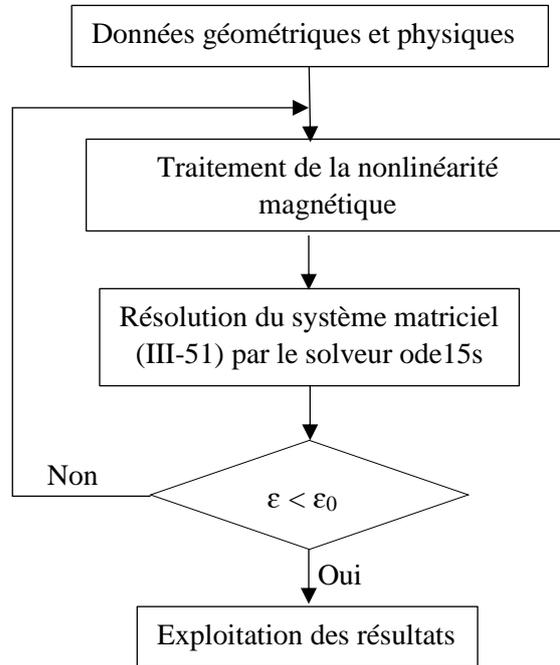


Figure III-13 Structure du code de calcul développé.

### III.3.2.2 Exemples de validation

Dans cette partie, nous comparons les résultats de l'approche intégrale (MI) avec des calculs par éléments finis (MEF) utilisant la formulation en H pour les deux premiers exemples et les résultats expérimentaux déjà présentés dans le chapitre précédent pour le dernier exemple de validation.

#### III.3.2.2.1 Pertes AC dans un ruban supraconducteur

On considère dans ce premier exemple un ruban supraconducteur YBCO représenté par sa section transversale dans un plan bidimensionnel, comme indiqué sur la Figure III-14. Il est composé d'une couche supraconductrice et d'une couche de substrat ferromagnétique. Les paramètres utilisés pour la simulation sont résumés dans le Tableau III-4. Un courant sinusoïdal d'amplitude 90 A et de fréquence 50Hz est appliqué au ruban. Les résultats de simulation seront présentés suivant les droites d1 et d2 passant à mi épaisseur de la couche supraconductrice et du substrat, respectivement.

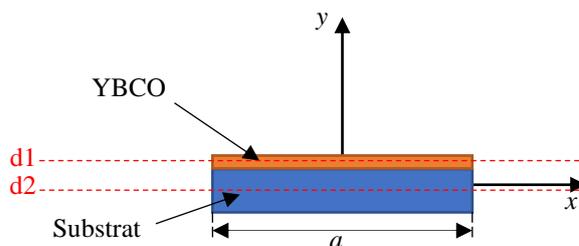


Figure III-14 Section du ruban YBCO étudié.

Tableau III-4 Paramètres du ruban utilisés pour la simulation

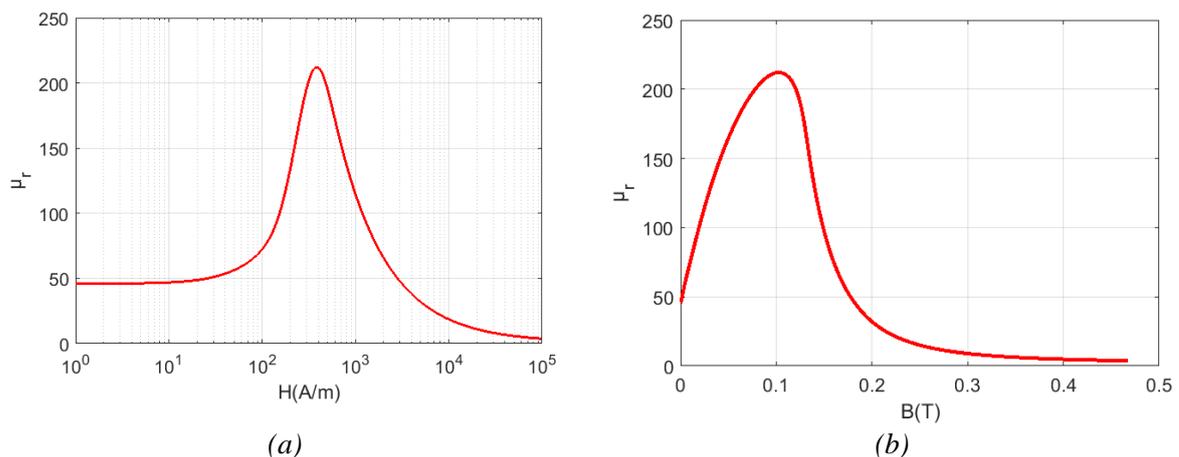
Paramètres	Description	Unité	Valeur
$h_Y$	Épaisseur de la couche d'YBCO	$\mu\text{m}$	1
$h_S$	Épaisseur de la couche substrat	$\mu\text{m}$	50
$J_{c0}$	Densité de courant critique hors champ magnétique	$\text{GA}/\text{m}^2$	28
$a$	Largeur du ruban	$\text{mm}$	4
$E_c$	Champ électrique critique	$\mu\text{V}/\text{cm}$	1
$\lambda$	Constante assurant la conservation du courant	$\text{V}/(\text{A}\cdot\text{m})$	100
$n$	Exposant de la loi en puissance	-	38
$k$ $Bj_0$ $\beta$	Constantes utilisées dans (I-5)	- mT -	0.29515 42.65 0.7

La couche ferromagnétique est caractérisée soit par une perméabilité constante, soit par un comportement non linéaire de la perméabilité magnétique.

La dépendance au champ de la perméabilité magnétique relative  $\mu_r(H)$  du matériau du substrat est définie par une fonction obtenue à partir des données expérimentales [NGU10, ZHO19] :

$$\mu_r(|H|) = 1 + 30600 \left[ 1 - \exp\left(-\left(\frac{|H|}{295}\right)^{2.5}\right) \right] |H|^{-0.81} + 45 \exp\left(-\left(\frac{|H|}{120}\right)^{2.5}\right) \quad (\text{III-53})$$

Où :  $|H| = \sqrt{H_x^2 + H_y^2}$ . Cette dépendance en champ et induction magnétique est représenté dans la Figure III-15.

Figure III-15 Caractéristique magnétique non linéaire du substrat ferromagnétique (a)  $\mu_r(H)$  (b)  $\mu_r(B)$ .

**Cas 1** : substrat avec une perméabilité magnétique linéaire et isotrope :  $\mu_r=100$

La Figure III-16 présente les profils de la densité du courant et de l'induction magnétique suivant la droite d1 à  $t = 0.015\text{s}$ . L'évolution des pertes instantanées dissipées dans la couche supraconductrice est donnée dans la Figure III-16 (d).

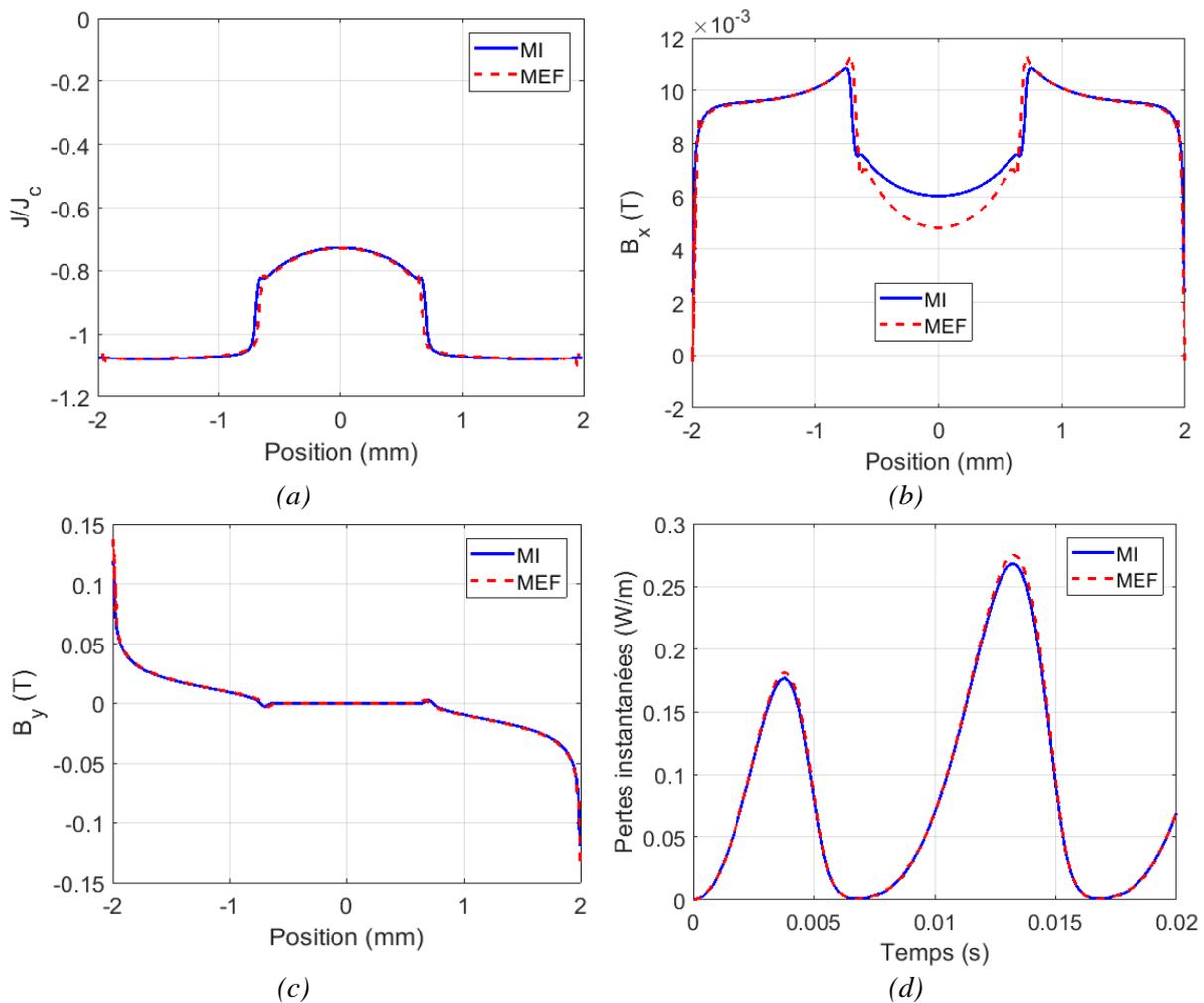
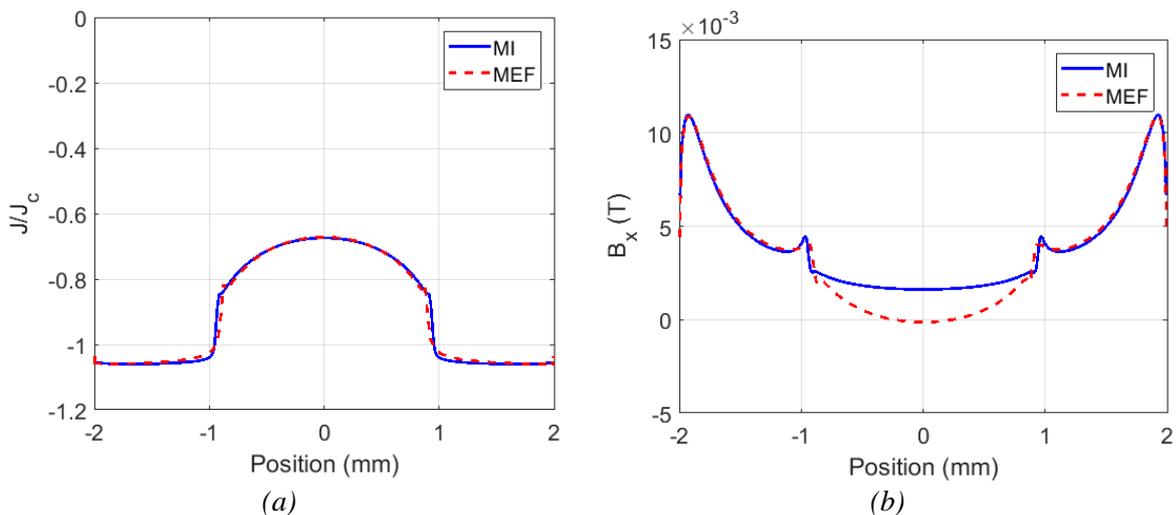


Figure III-16 Profils de la densité du courant (a), du champ magnétique  $B_x$  (b)  $B_y$  (c) et l'évolution des pertes instantanées (d).

**Cas 2** : substrat avec une perméabilité magnétique non linéaire :  $\mu_r = \mu_r(B)$  (Figure III-15)

La Figure III-17 présente les profils de la densité du courant et de l'induction magnétique suivant la droite d1 à  $t = 0.015$  s. L'évolution des pertes instantanées dans la couche supraconductrice est donnée dans Figure III-17 (d).



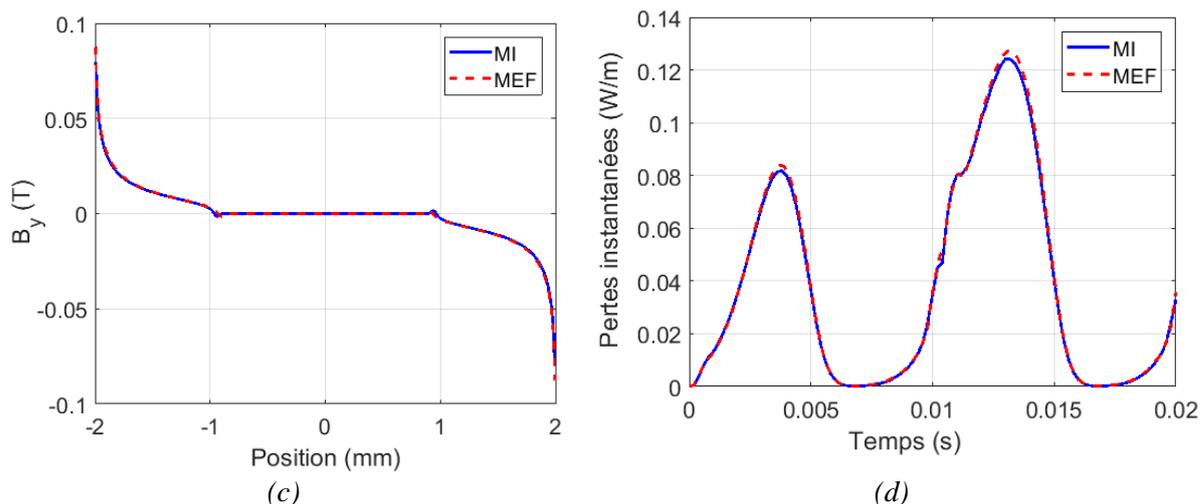


Figure III-17 Profils de la densité du courant (a), du champ magnétique  $B_x$  (b)  $B_y$  (c) et l'évolution des pertes instantanées (d).

Les profils de la perméabilité magnétique relative et de l'induction magnétique suivant la droite d2 à  $t = 0.015$  s sont présentés dans la Figure III-18.

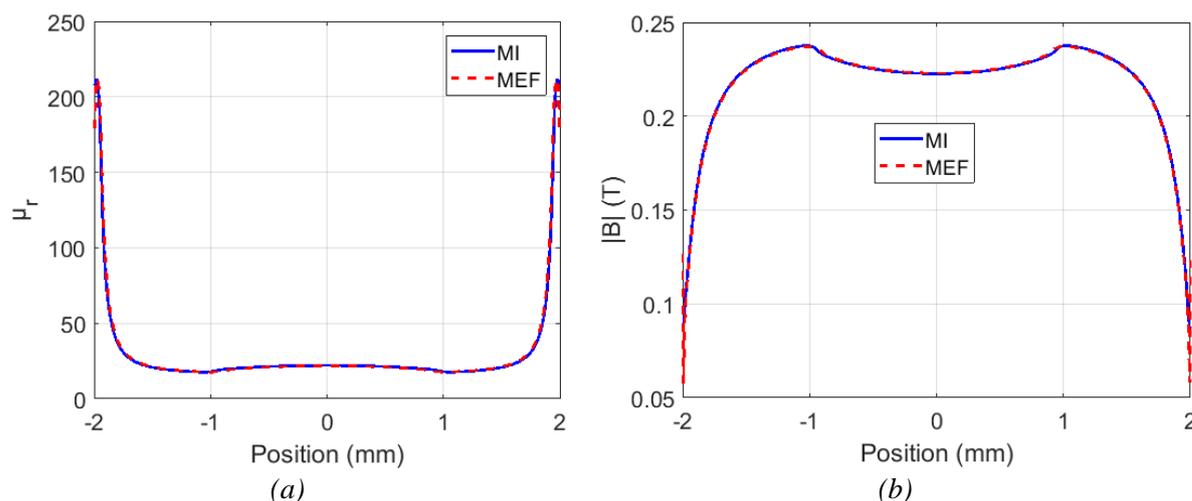


Figure III-18 Profils de la perméabilité relative (a), de l'induction magnétique (b).

### Discussions :

Les valeurs moyennes des pertes (Q) obtenues pour une amplitude de courant de 90 A et les temps de calcul ( $t_c$ ) nécessaires pour exécuter le modèle intégral (MI) ainsi que le modèle éléments finis (MEF), sont indiqués dans le Tableau III-5.

Nous constatons une très bonne concordance entre les résultats obtenus sur les quantités locales et globales pour les deux cas étudiés. Cependant, nous observons des petites différences au niveau du profil du champ magnétique  $B_x$  au milieu du ruban suivant la droite d1, qui ne dépasse pas 2 mT pour les différents cas étudiés. Cette différence disparaît en prenant des éléments d'ordre linéaire au lieu d'ordre quadratique sur COMSOL®. L'erreur relative des pertes moyennes étant seulement de quelques pourcents (<2.5%).

Concernant le cas non linéaire, le critère de convergence ( $\varepsilon = 0,01$ ) est atteint à l'itération 3. Néanmoins, en comparant avec la MEF, la convergence est achevée à la deuxième itération.

Tableau III-5 Pertes moyennes et temps de calcul

Cas d'études		Cas 1	Cas 2		
			Itération 1	Itération 2	Itération 3
MI	Q (W/m)	0.1048	0.04646	0.04908	0.04918
	$\Delta Q$ (%)	/	/	5.64	0.20
	$t_c$ (s)	36	97	93	95
FEM	Q(W/m)	0.1070	0.05006	/	/
	$t_c$ (s)	1268	2013	/	/
Erreur des pertes (%)		2.08	7.19	1.96	1.76

### III.3.2.2.2 Pertes AC dans une bobine supraconductrice HTC de deuxième génération (2G)

Le deuxième exemple d'étude est montré dans la Figure III-19. Il s'agit d'un empilement de ( $n_i$ ) rubans supraconducteurs HTC de deuxième génération (2G) placé à la proximité d'une plaque ferromagnétique qui pourrait représenter une partie élémentaire d'un induit d'une machine supraconductrice hybride ou entièrement supraconductrice.

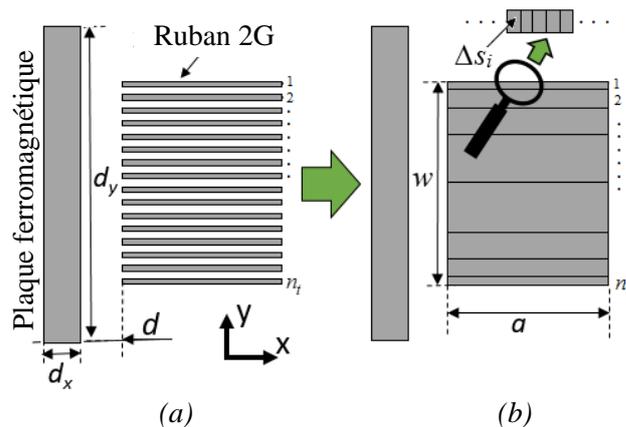


Figure III-19 Système étudié (a) Configuration réelle (b) Configuration homogénéisée.

Pour réduire la taille des matrices intégrales résultant de la discrétisation, la bobine supraconductrice est traitée comme un domaine anisotrope homogénéisé d'une épaisseur ( $a$ ) et d'une largeur ( $w$ ), comme le montre la Figure III-19 (b). La discrétisation suivant la direction  $y$  n'est pas limitée au nombre de rubans, et elle est optimisée pour ne discrétiser finement que les parties où le champ magnétique est supposé varier de manière significative. Il est donc discrétisé en  $N_c = n_l \times n_x$  surfaces élémentaires ( $n_l$  couches le long de la direction  $y$ , et  $n_x$  éléments le long de la direction  $x$ ). Chaque élément résultant de cette discrétisation a une surface  $\Delta s_i$ , et porte une densité de courant uniforme  $J_i$ .

En partant du courant de transport appliqué ( $I_a$ ) dans chaque ruban, nous définissons une densité de courant uniforme ( $J_a$ ) dans le domaine homogénéisé :  $J_a = n_l (a w)^{-1} I_a$ . Pour une couche  $c$  donnée dans la Figure III-19 (b), un courant de transport proportionnel à la surface de cette couche est imposé en utilisant l'équation suivant :

$$\nabla \varphi_c = \lambda \bar{S}_c^T \{ \bar{J}_c - \bar{J}_{a,c} \} \quad (III-54)$$

Où  $\bar{S}_c$ ,  $\bar{J}_c$  et  $\bar{J}_{a,c}$  sont des vecteurs de taille  $n_x$  contenant respectivement les surfaces élémentaires, les densités de courant électrique et les densités de courant électrique appliquées dans les éléments de la couche  $c$ .

La valeur  $\nabla\phi_c$  est constante sur toute la section de la couche  $c$ . Cette valeur est ensuite affectée à chaque élément de cette couche. Pour tous les éléments, le gradient du potentiel scalaire électrique peut être exprimé comme suit :

$$\overline{\nabla\phi} = \bar{S} \{ \bar{J} - \bar{J}_a \} \quad (III-55)$$

Plus de détails sur la construction et la forme des matrices sont donnés en Annexe E.

### Cas linéaire

La partie ferromagnétique est dans ce cas caractérisée par une perméabilité relative finie, linéaire et isotrope. La bobine HTS est composée de 32 rubans. Un courant sinusoïdal d'amplitude 60 A est appliqué dans chaque ruban. Les valeurs de tous les paramètres utilisés dans les simulations sont indiquées dans le Tableau III-6.

A des fins de validation, des simulations par éléments finis ont été également effectuées pour deux configurations :

- Le système initial (Figure III-19-a) où toutes les couches de rubans (Cu, Ag, YBCO et couches de substrat) sont incluses dans la modélisation. Les mêmes paramètres que dans [ZER13] sont utilisés. Les résultats obtenus dans ce cas d'étude sont considérés comme précis et utilisés comme référence pour la comparaison.

- Le système HTS homogénéisée (Figure III-19-b), où les mêmes paramètres que dans l'approche intégrale sont utilisés.

Tableau III-6 Les valeurs des paramètres utilisés dans les simulations

Paramètres	Description	Unité	Valeur
$h_Y$	Épaisseur de la couche d'YBCO	$\mu\text{m}$	1
$h_T$	Épaisseur du ruban	$\mu\text{m}$	93
$h_C$	Épaisseur de la cellule unitaire (ruban + air)	$\mu\text{m}$	293
$J_{c0}$	Densité de courant critique	$\text{GA}/\text{m}^2$	28
$J_{c,eq}$	Densité de courant critique équivalente	$\text{A}/\text{m}^2$	$J_{c0} \times h_Y / h_C$
$a$	Largeur du ruban	mm	4
$n_t$	Nombre de rubans	-	32
$w$	Largeur de la bobine	$\mu\text{m}$	$n_t \times h_C$
$E_c$	Champ électrique critique	$\mu\text{V}/\text{cm}$	1
$n$	Exposant de la loi en puissance		38
$n_c$	Nombre de couches	-	18
$n_x$	Discrétisation des couches suivant l'axe $x$	-	50

$f$	Fréquence du courant appliqué	Hz	50
$\lambda$	Constante assurant la conservation du courant	V/(A.m)	100
$k$ $Bj_0$ $\beta$	Constantes utilisées dans (I-5)	- mT -	0.29515 42.65 0.7
$\mu_r$	Perméabilité relative de la partie ferromagnétique	-	1000
$d$	Distance entre la bobine et la partie ferromagnétique	mm	1
$d_x, d_y$	Épaisseur et largeur de la partie ferromagnétique	mm	5, 10
$\Delta\Gamma$	Pas de la discrétisation du contour $\Gamma$ du matériau ferromagnétique le long des directions x et y	mm	0.5

La Figure III-20 présente une comparaison entre les répartitions de l'induction magnétique et de la densité de courant électrique induite  $J$ , normalisée à  $J_c$ , à différents instants sur une période, obtenues par le modèle intégral proposé (MI) et la méthode des éléments finis (MEF) en utilisant la formulation en H. L'épaisseur des couches supraconductrices d'YBCO dans la configuration réelle a été augmentée dans la direction y pour une meilleure visualisation. Comme on peut le remarquer, une répartition similaire de la densité de courant électrique est obtenue dans le domaine supraconducteur à chaque pas de temps.

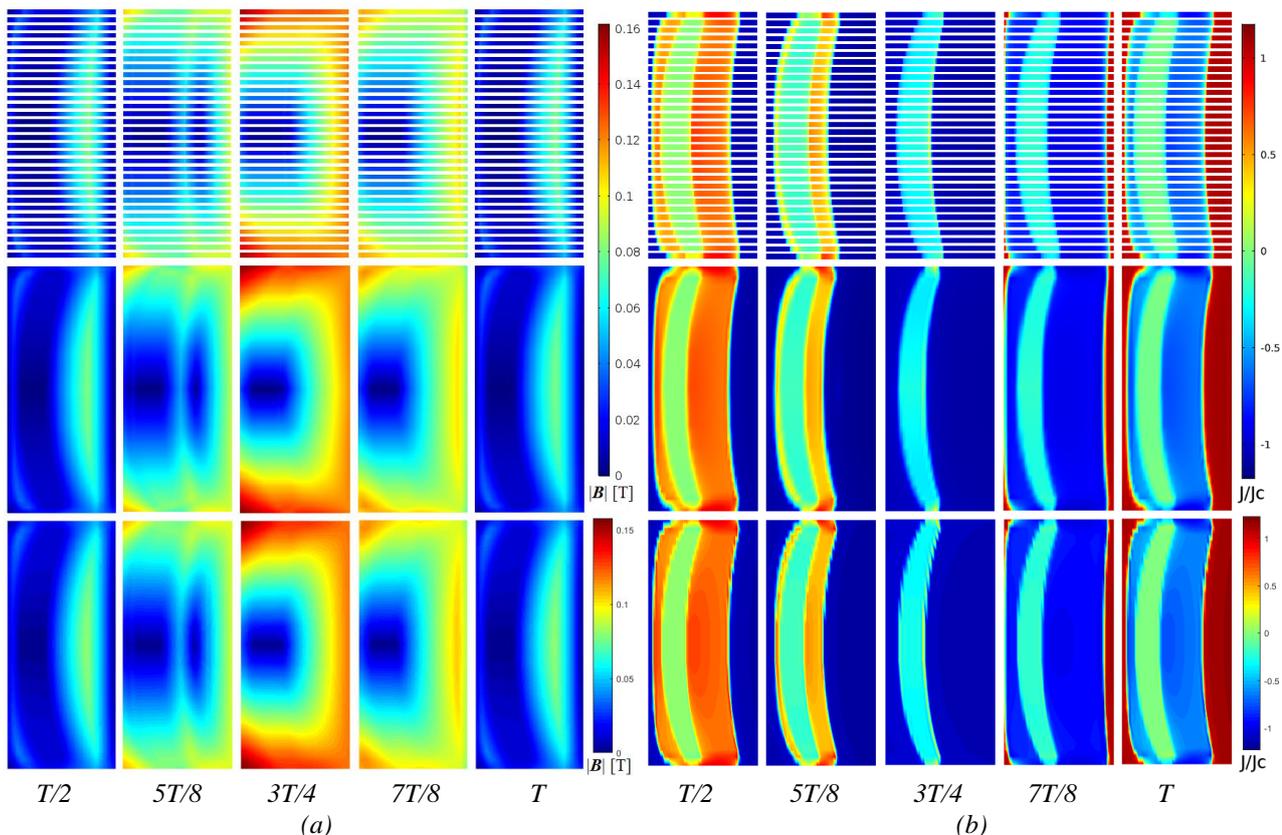


Figure III-20 (a) Induction magnétique et (b) densité de courant normalisée  $J/J_c$  à différents instants pendant un demi-cycle. En haut : MEF (Configuration réelle). Au milieu : MEF (Configuration homogénéisée). En bas : MI

Un bon accord est également obtenu pour les pertes instantanées calculées sur une période pour les trois cas, comme le montre la Figure III-21. Les pertes obtenues sur le système homogénéisé par la MEF et le MI sont légèrement supérieures à celles obtenues pour le système réel. En effet, une évolution des pertes pareil que dans le système réel n'est pas susceptible de se produire. Cette petite différence peut être dû à la réduction de la densité de courant critique  $J_c(B)$  résultant de la simplification de la géométrie réelle en ignorant les couches conductrices normales dans les rubans.

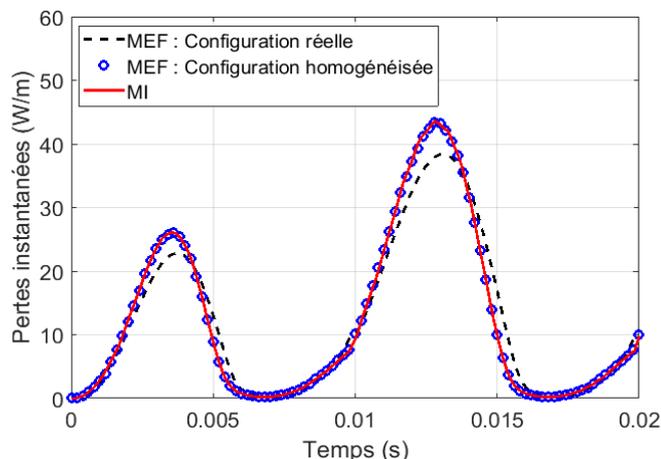


Figure III-21 Évolution des pertes instantanées dans la bobine pour les trois cas d'études.

Les moyennes des pertes sont calculées sur la deuxième moitié de la période, soit 15,92 W/m, 16,15 W/m et 16,18 W/m pour la MEF : configuration réelle, homogénéisée et le MI, respectivement, avec une erreur relative qui ne dépasse pas 2%.

Nous nous sommes également intéressés à vérifier la validité de l'approche développée pour différents paramètres physiques et géométriques de la partie ferromagnétique. Pour cela, nous avons varié la largeur de la pièce ferromagnétique ainsi que sa perméabilité magnétique relative. Les résultats des simulations sont présentés dans les Figure III-22 et Figure III-23, respectivement. L'erreur relative indiquée sur les figures correspond à l'erreur entre les résultats obtenus avec la MEF (système réel) considérés comme références et les résultats issus du MI.

On constate une concordance correcte entre les résultats des pertes moyennes pour les trois cas de simulations. L'écart relatif n'excède pas 6 % avec la variation de la largeur de la pièce ferromagnétique et 2% avec la variation de sa perméabilité magnétique.

Nous avons ensuite comparé les résultats de calcul des pertes moyennes en fonction de l'amplitude du courant de transport. Les résultats sont présentés dans la Figure III-24. Encore une fois, un bon accord est obtenu dans le régime sous-critique, jusqu'à environ 65% du courant critique de ruban. Cependant, comme attendu, pour des amplitudes de courant plus élevées, la MSA et la MEF utilisant la technique d'homogénéisation ont tendance à surestimer les pertes moyennes par rapport à la MEF (système réel). En effet, au fur et à mesure que l'amplitude du courant se rapproche du courant critique de la bobine à la proximité de la partie ferromagnétique, la résistivité de la couche supraconductrice d'YBCO devient du même ordre que celle des couches conductrices normales. Le courant est donc partagé entre la couche supraconductrice et les autres couches des rubans et par conséquent, la stratégie d'homogénéisation utilisée n'est plus valable dans ce cas.

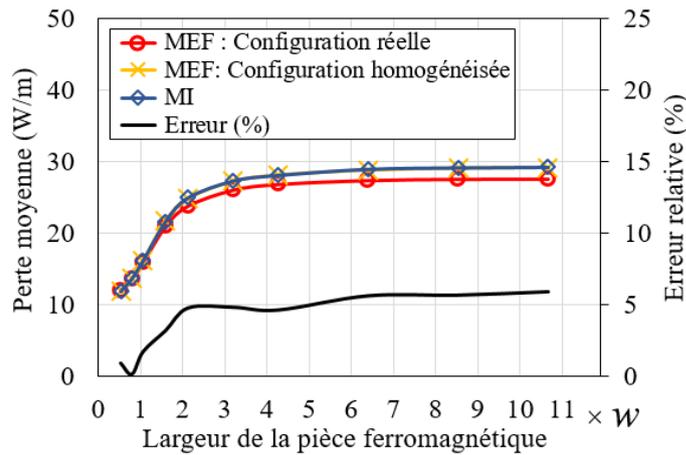


Figure III-22 Pertes moyennes en fonction de la largeur de la pièce ferromagnétique ( $\mu_r=1000$ ).

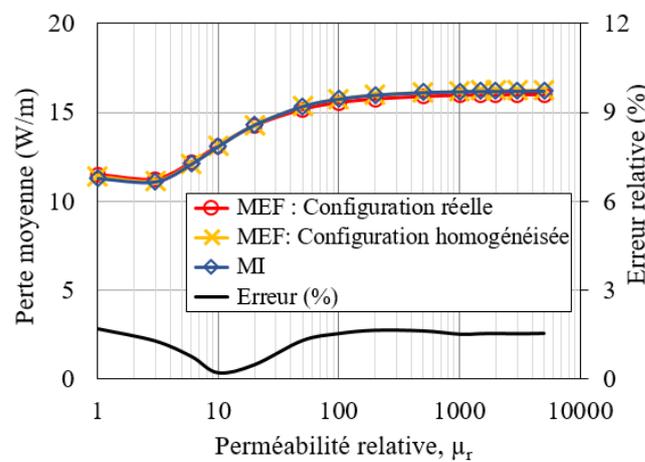


Figure III-23 Évolution des pertes moyennes en fonction de la perméabilité relative de la partie ferromagnétique ( $d_y=10\text{mm}$ ).

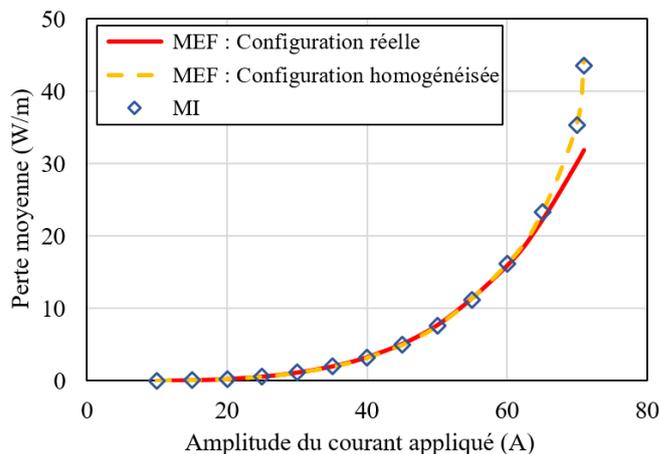


Figure III-24 Pertes moyennes en fonction du courant de transport.

Pour voir l'impact du nombre de discrétisation des couches suivant l'axe  $x$  sur les pertes AC, nous avons varié ce dernier entre 5 et 50 éléments pour la MEF (configuration homogénéisée) et le MI. Les résultats obtenus sont présentés dans la Figure III-25. L'erreur relative dans la Figure III-25 (b) est calculée par rapport à la valeur des pertes obtenue pour  $n_x=50$  par chaque méthode.

Les temps de calcul sont également indiqués dans la Figure III-26. Nous constatons que le facteur de rapidité est amélioré en utilisant l'approche proposée, par rapport à la MEF. Nous remarquons que les deux méthodes convergent vers la même solution et que le MI converge plus vite que la MEF. Une erreur relative inférieure à 0.1% est obtenue pour  $n_x=15$  par le MI et  $n_x=50$  pour la MEF. Néanmoins, une faible discrétisation donne lieu à une instabilité numérique comme le montre la Figure III-27; une valeur de  $n_x=30$  est de ce fait choisie. Le temps de calcul dans ces cas est de 62 seconds pour le MI alors qu'il est de plus de 9 min pour la MEF.

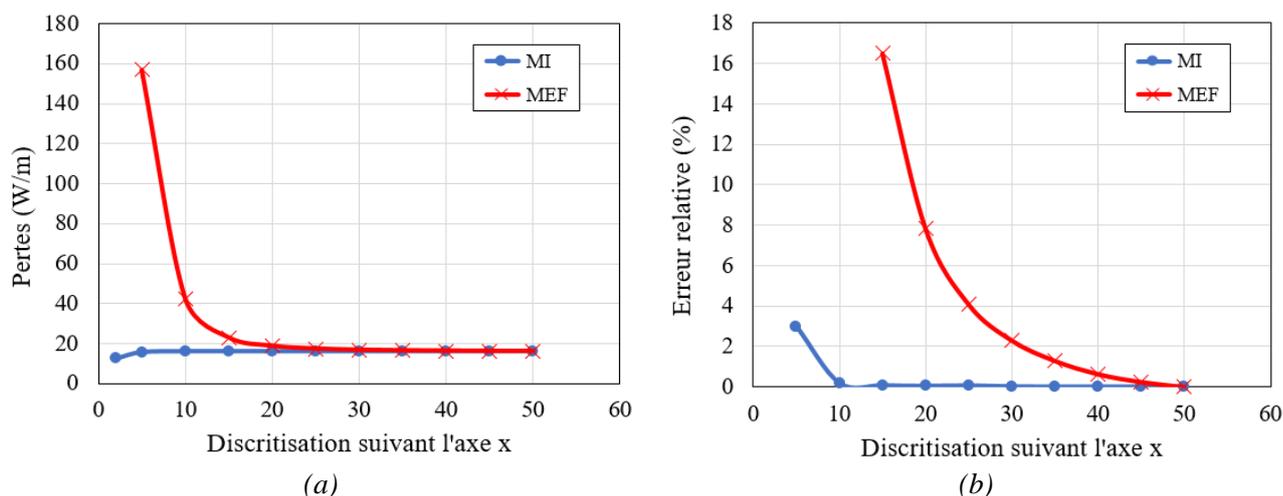


Figure III-25 Comparaison entre le MI et la MEF pour différents nombres d'éléments de discrétisation suivant l'axe x ( $n_x$ ). (a) Pertes AC (b) Erreur relative.

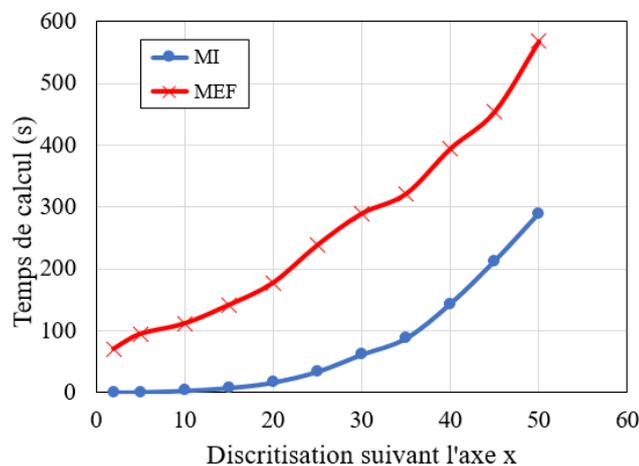


Figure III-26 Comparaison entre les temps de calcul avec le MI et la FEM pour différents nombres d'éléments de discrétisation suivant l'axe x ( $n_x$ ).

Sachant que le temps de calcul du MI augmente avec l'augmentation de N (où N représente le nombre d'inconnues) [SIR09], ce dernier peut être encore réduit en associant l'homogénéisation à la méthode multipolaire rapide (MMR) pour réduire la taille des matrices intégrales, (appelées aussi méthode d'approximation des rubans éloignés MARE) [CAR12]. Cette stratégie a été appliquée avec succès sur un stack homogénéisé [STA21].

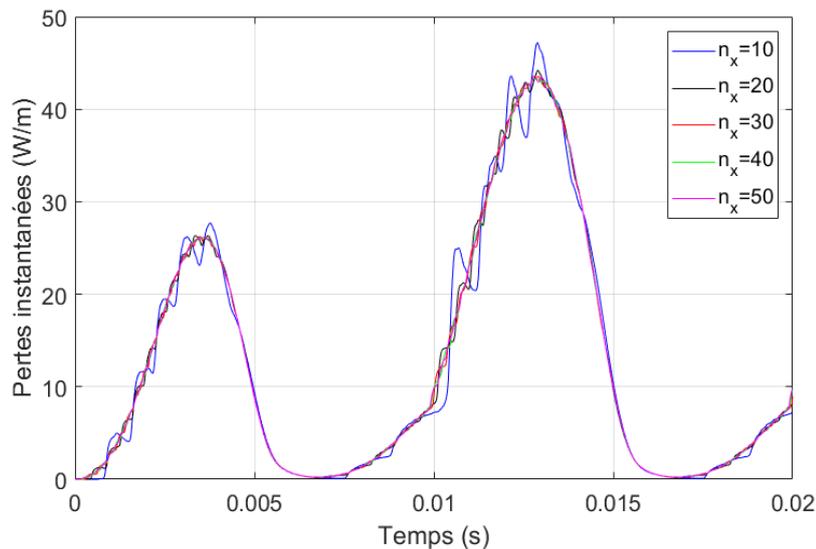


Figure III-27 Pertes instantanées calculées par le MI pour différents nombres d'éléments de discrétisation suivant l'axe  $x$  ( $n_x$ ).

### Cas non linéaire

Dans ce cas d'étude, la partie ferromagnétique est caractérisée par une perméabilité relative fortement non linéaire illustrée dans la Figure III-28, avec les caractéristiques  $B(H)$  et  $\mu_r(B)$  respectivement.

Ces caractéristiques sont directement extraites de la dépendance au champ de la perméabilité magnétique relative, définie par la fonction  $\mu_r(H)$  suivante, obtenue à partir de l'interpolation des données expérimentales [NIU18] :

$$\mu_r(|H|) = 1 + 120000 \left[ 1 - \exp \left( - \left( \frac{|H|}{70} \right)^{3.2} \right) \right] |H|^{-0.99} \quad (III-56)$$

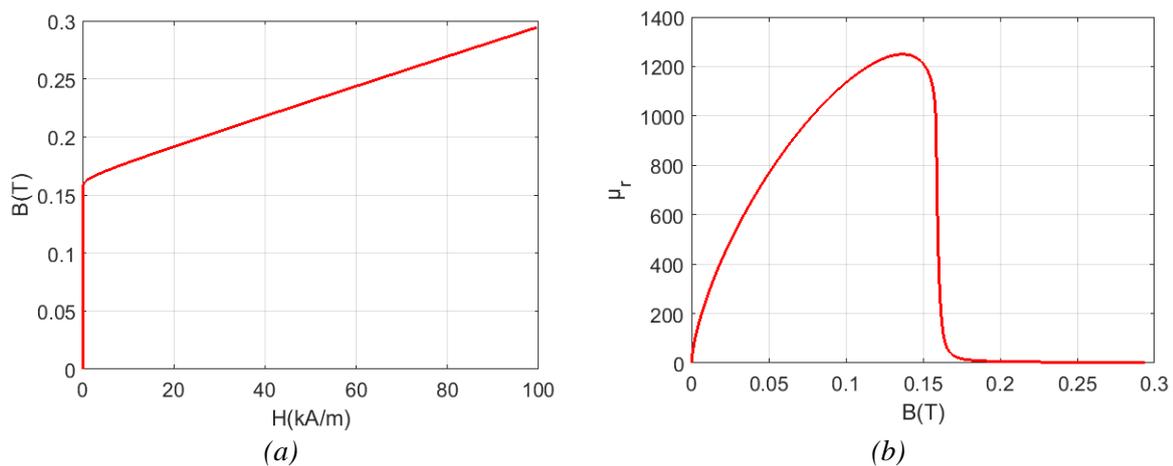


Figure III-28 Caractéristique non linéaire de la partie ferromagnétique (a)  $B(H)$  (b)  $\mu_r(B)$ .

Les répartitions de la densité de flux magnétique  $|B|$  et de la densité de courant électrique  $J$ , normalisée à  $J_c$ , dans le domaine supraconducteur sont présentées dans la Figure III-29, à différents instants, obtenues par le modèle intégral (MI) à la deuxième itération où le critère de convergence ( $\epsilon = 0,01$ ) est atteint, et la formulation en H utilisant la méthode des éléments finis (MEF). Nous constatons que les résultats obtenus par la MEF sont en très bon accord avec ceux issus de la MI.

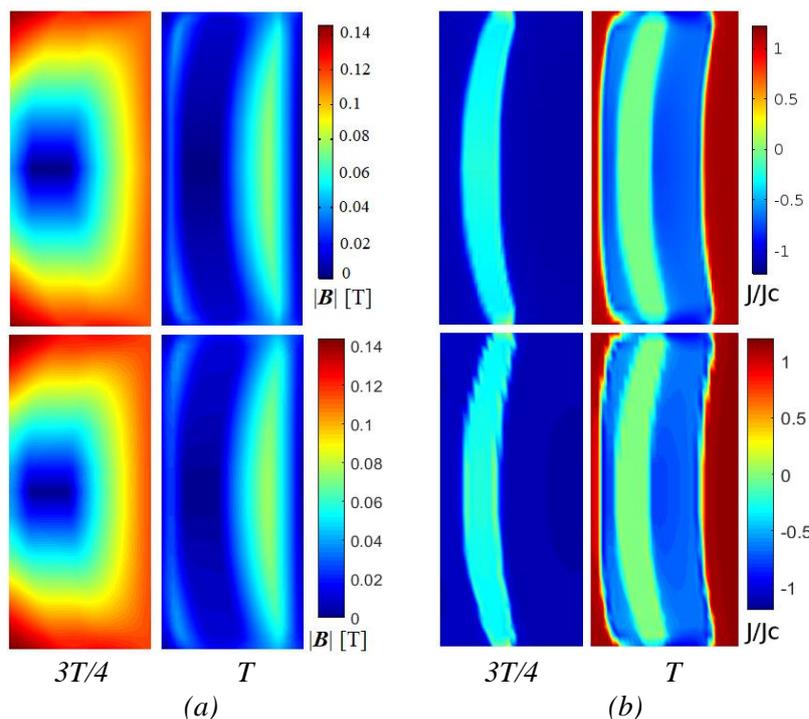


Figure III-29 Répartitions des grandeurs électromagnétiques à différents instants pendant un demi-cycle (a)  $|B|$  (b)  $J/J_c$ . En haut : MEF. En bas : MI.

La Figure III-30 montre une comparaison entre les répartitions de la perméabilité relative ( $\mu_r$ ) au niveau de la pièce ferromagnétique à l'instant  $t=3T/4$  où le champ appliqué est maximal. Les résultats obtenus avec les deux approches de calcul (MI & MEF) sont très proches.

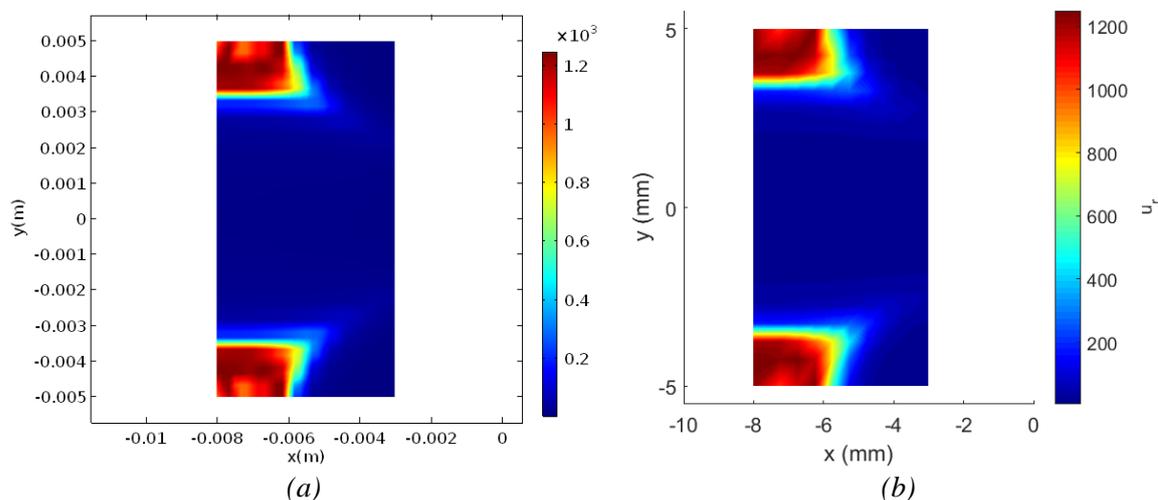


Figure III-30 Répartition de la perméabilité relative ( $\mu_r$ ). (a) MEF (b) MI.

La Figure III-31 présente une comparaison entre les pertes AC instantanées sur une période, dans le cas non linéaire. Nous observons une très bonne concordance entre les résultats obtenus. Les valeurs des pertes moyennes calculées par le MI sont de 14.18 W/m, 14.14 W/m pour la première et la deuxième itération respectivement, et celle calculée par la MEF est de 14.00 W/m, soit des différences relatives de 1.29 % et 1 %, respectivement. Cela montre que dans ce cas d'étude une seule itération de calcul du MI est suffisante. Le temps de calcul du MI est d'environ 5.7 minutes pour chaque itération alors qu'il est de 17 minutes pour la MEF.

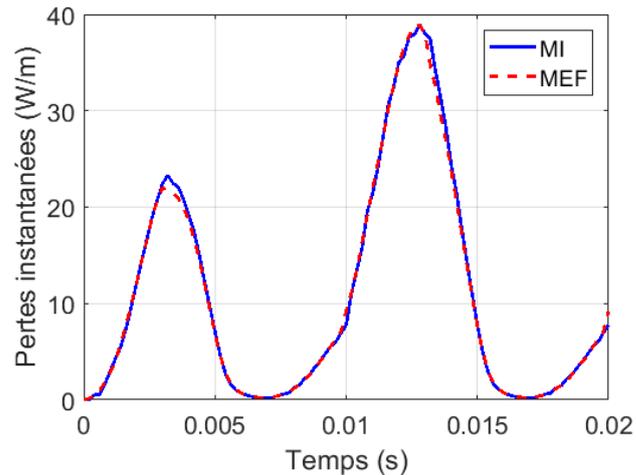


Figure III-31 Évolution des pertes instantanées dans la bobine.

### III.3.2.2.3 Pertes AC dans une bobine supraconductrice HTC de première génération (1G)

Dans cet exemple d'étude, on applique l'approche de modélisation sur la bobine supraconductrice de première génération « B1 » caractérisée expérimentalement dans le deuxième chapitre. Nous rappelons toutefois ces dimensions dans le Tableau III-7. Les paramètres de la loi de Kim-Anderson (I-5) utilisés dans les simulations sont ceux donnés dans le Tableau III-1.

Comme déjà montré dans l'exemple précédent, une technique d'homogénéisation est nécessaire pour surmonter les difficultés de simulation rencontrées à la fois sur le traitement de l'aspect multi spires de la bobine et aussi sur la structure multi filamenteuses du ruban supraconducteur utilisé ; ce qui permet de diminuer considérablement le temps de calcul. Par conséquent, une densité de courant équivalente ou « ingénierie » qui tient en compte les coefficients de remplissages des spires et de matériau supraconducteur dans le ruban permet d'obtenir des résultats proches de la mesure [BEN12, STA20].

Tableau III-7 Les valeurs des paramètres utilisés pour les simulations (bobine B1)

Paramètres	Description	Unité	Valeur
$e_r$	Épaisseur du ruban	mm	0.33
$e_c$	Épaisseur de la cellule unitaire (ruban + air)	mm	0.3979
$e_z$	Largeur du ruban	mm	2.8
$r_s$	Ratio volume supra/volume total	-	0.3
$J_{c0}$	Courant critique du ruban	A	69.5
$J_{c,eq}$	Densité de courant critique équivalente	A/m <sup>2</sup>	$I_{c0}/(e_c \times e_z \times r_s)$
$n_t$	Nombre de rubans	-	63
$w$	Largeur de la bobine	mm	$n_t \times e_c$
$n_r, n_z$	Discretisation suivant les axes $r$ et $z$ respectivement	-	63, 30
$\lambda$	Constante assurant la conservation du courant	V/(A.m)	100

La Figure III-32 présente les pertes moyennes simulées par le MI en fonction du courant d'alimentation. Ces résultats sont comparés aux relevés expérimentaux. Les pertes moyennes sont calculées sur la deuxième période. Nous constatons que les résultats obtenus par le calcul sont en bonne concordance avec ceux issus des mesures.

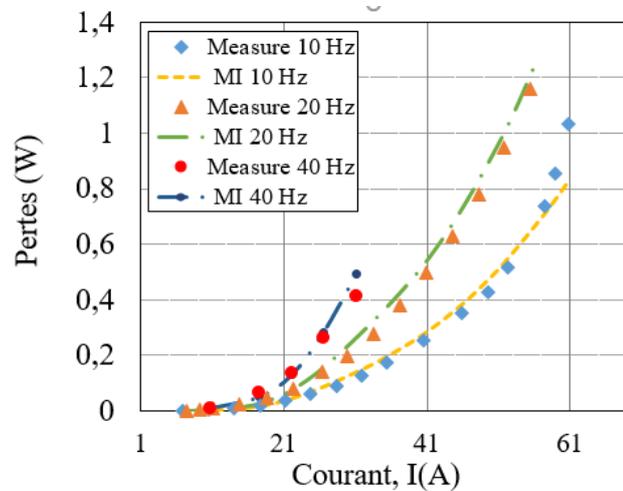


Figure III-32 Comparaison entre les résultats des pertes issus des mesures et du calcul.

### III.4 Application à l'optimisation d'une structure de machine en 3D

L'intégration de matériaux supraconducteurs dans les machines électriques permet d'envisager des machines sans fer avec des masses réduites et des rendements plus élevés, en raison de la suppression des pertes fer. Cependant, leurs procédures de dimensionnement et d'optimisation nécessitent l'évaluation de grandeurs électromagnétiques locales, où il est incontournable d'utiliser des méthodes de modélisation spatio-temporelle, généralement en 3D, intégrant les différentes contraintes liées aux matériaux supraconducteurs (contraintes mécaniques, courant critique, pertes AC, ...), les méthodes intégrales étant généralement les plus adaptées. Dans ce contexte, cette dernière partie de ce chapitre vise à tester le modèle semi analytique basé sur les équations intégrales sur un problème d'optimisation d'une structure de machine électrique supraconductrice ayant des spécifications arbitraires mais qui restent réalistes. Il s'agit d'intégrer l'approche intégrale du calcul des grandeurs électromagnétiques dans une procédure d'optimisation multi objectifs utilisant des algorithmes génétiques.

Ces machines conviennent bien aux applications nécessitant des forts couples à basses vitesses. Cependant, les coûts élevés des matériaux supraconducteurs HTC exigent une utilisation optimale du ruban utilisé. Pour cela, la démarche de l'optimisation consistera, dans ce qui suit, à rechercher une géométrie optimale d'une machine supraconductrice qui maximise le couple électromagnétique dans l'objectif de réduire la quantité de fil supraconducteur utilisé pour un encombrement donné.

Finalement, après avoir trouvé la configuration géométrique optimale du moteur supraconducteur, nous validerons les résultats obtenus par la MEF.

#### III.4.1 Structure étudiée

La structure de la machine étudiée est illustrée à la Figure III-33. Elle correspond à une machine synchrone à rotor bobiné à flux axial composée de bobinages supraconducteurs HTC de forme triangulaire montés sur des supports non magnétiques. Les enroulements de l'inducteur sont alimentés par des courants continus de manière à obtenir alternativement les pôles nord et sud. C'est la partie tournante de la machine. Le stator avec un bobinage concentrique à double couche est alimenté par des courants triphasés. L'utilisation de bobines concentriques présente certains avantages : une longueur de

des têtes des bobines plus courte et un coût d'enroulement statorique réduit grâce au nombre réduit de bobines et à la simplicité de bobinage [GEN18] [KAM08]. Ce choix est plus approprié lors de l'utilisation de matériaux supraconducteurs HTC où il est nécessaire de tenir en compte les différentes contraintes liées généralement au rayon de courbure et son courant critique. Ces bobines sont montées sur des supports en résine époxy (G11) contenant des rainures de guidage pour la fixation des bobines. Les paramètres de la structure sont donnés dans le Tableau III-8.

Une modélisation magnétostatique de la machine est effectuée, dans laquelle les forces et le couple électromagnétique sont évalués en tenant compte de la dépendance  $J_c(B)$ . Les bobines sont discrétisées en éléments de volume droits ou en forme d'arc avec des sections transversales rectangulaires. Le champ magnétique créé par la structure est alors la superposition des champs magnétiques créés par les éléments de base.

Dans le cadre de ce travail, nous avons choisi un ruban supraconducteur de type BSCCO d'une largeur  $l_w = 4,3$  mm et d'une épaisseur  $e_w = 0,23$  mm, dont les paramètres du modèle de Kim-Aderson (I-5) à une température de 30 K sont donnés dans le Tableau III-9 [BEL14].

Tableau III-8 Paramètres de la machine étudiée.

Paramètre	Description	Valeur
$R_{ext}$	Rayon extérieur	350 mm
$l_w$	Épaisseur des bobines	4.3 mm
$E$	Épaisseur de l'entrefer	5 mm
$k_e$	Coefficient de remplissage	0.83

Tableau III-9 Paramètres du ruban supraconducteur BSCCO utilisé à 30 K.

Paramètre	$J_{c0}$	$B_{j0}$	$\beta$	$k$	$n_0$	$B_{n0}$
Valeur	537 A/mm <sup>2</sup>	1.01 T	0.87	0.182	31	2 T

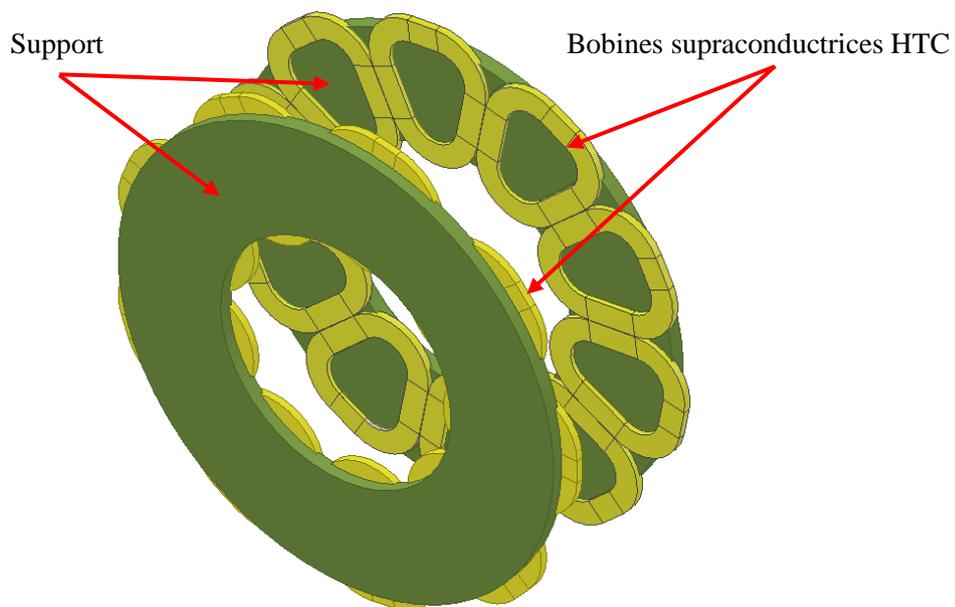


Figure III-33 Configuration de la machine étudiée.

### III.4.2 Problème d'optimisation

Le déroulement de l'optimisation est montré sur la Figure III-34. Nous allons utiliser un algorithme génétique NSGA-II (Non dominated Sorting Genetic Algorithm II) qui permet de résoudre ce type de problème fortement non linéaire. Dans un premier temps, le processus d'optimisation consiste à définir le vecteur de variables, dans leurs intervalles de variations. Ensuite, l'approche de modélisation basée sur les équations intégrales est utilisée pour déterminer le courant de fonctionnement de bobinages supraconducteurs. Enfin, les fonctions objectives (couple électromagnétique et la longueur du fil supraconducteur) sont évaluées.

Dans ce qui suit, nous allons définir les variables, les contraintes et les objectifs du problème.

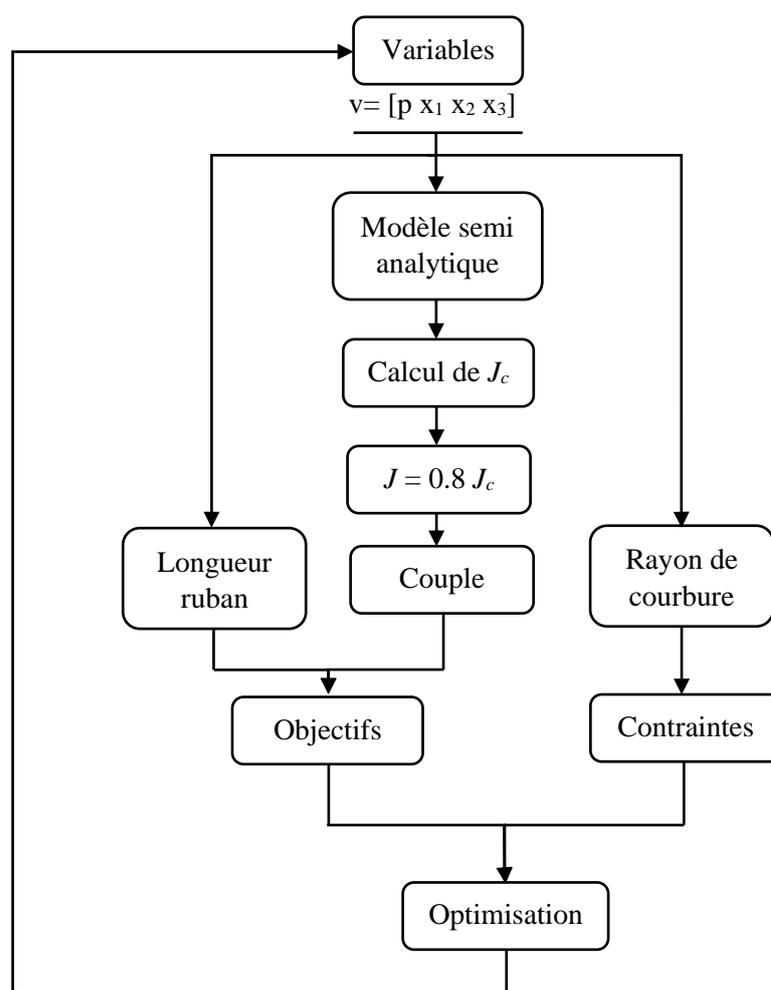


Figure III-34 Processus de l'optimisation.

#### Variables et objectifs

Nous considérons quatre paramètres d'optimisation pour la machine supraconductrice illustrée dans la Figure III-35 :

1. Le nombre de paires de pôles ( $p$ ).
2. Rayon interne de la machine ( $x_1$ ).
3. Largeur de la bobine supraconductrice coté stator ( $x_2$ ).
4. Largeur de la bobine supraconductrice coté rotor ( $x_3$ ).

Ces paramètres varient dans des intervalles qui correspondent aux limites de faisabilité données dans le Tableau III-10.

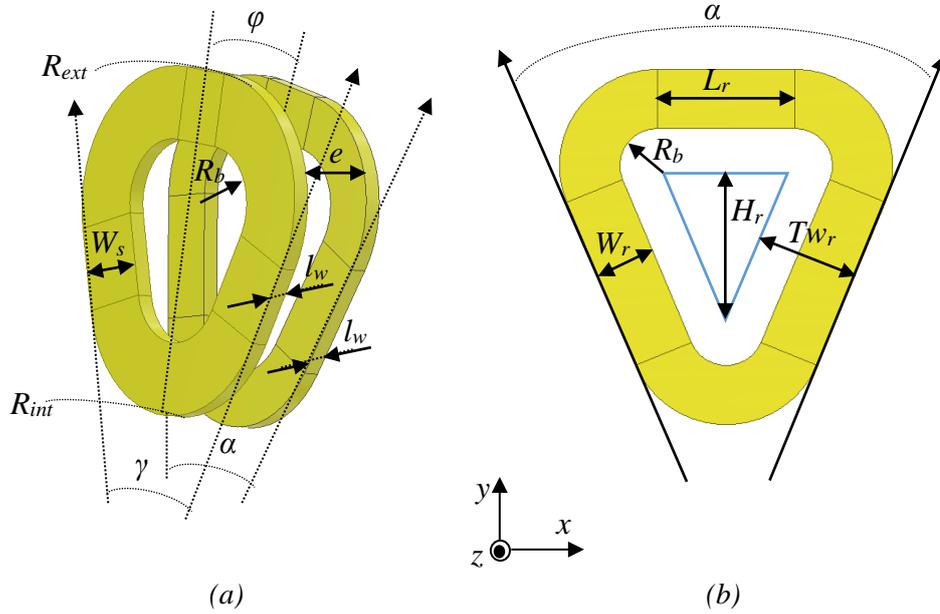


Figure III-35 Paramètres de l'optimisation (a) Structure et dimensions des bobines (b) Détails sur les dimensions et l'orientation d'une bobine de rotor.

Tableau III-10 Domaines de variation des variables

Variable	Description	Intervalle	Nature
$p$	Nombre de paires de pôles	[2-8]	entier
$x_1=R_{int}/R_{ext}$	Coefficient définissant le rayon interne	[0.1-0.6]	réel
$x_2= W_s/TW_s$	Coefficient définissant la largeur de la bobine supraconductrice coté stator	[0.1-0.6]	réel
$x_3= W_r/TW_r$	Coefficient définissant la largeur de la bobine supraconductrice coté rotor	[0.1-0.7]	réel

Les objectifs de l'optimisation sont la maximisation du couple électromagnétique et la minimisation de la longueur de ruban supraconducteur utilisée pour un encombrement donné. Nous avons choisi de fixer le rayon extérieur de la machine à 350 mm.

La force axiale ( $F_z$ ) et le couple ( $\Gamma_c$ ) sont obtenus par l'intégration du tenseur de contraintes de Maxwell sur une surface ( $S$ ) située au milieu de l'entrefer :

$$F_z = \frac{1}{\mu_0} \iint_S \frac{1}{2} (B_z^2 - B_x^2 - B_y^2) \, dx dy \quad (III-57)$$

$$\Gamma_c = -\frac{1}{\mu_0} \iint_S (B_y B_z x - B_x B_z y) \, dx dy \quad (III-58)$$

La longueur totale du fil supraconducteur ( $L_{sup}$ ) est la somme des longueurs du rotor ( $L_r$ ) et du stator ( $L_s$ ) qui sont données par :

$$L_1 = \left( \frac{H_r}{\cos(\alpha/2)} + \frac{L_r}{2} + \frac{\pi(2Tw_r - W_r)}{2} \right) 4p N_r \quad (III-59)$$

$$L_2 = \left( \frac{H_s}{\cos(\gamma/2)} + \frac{L_s}{2} + \frac{\pi(2Tw_s - W_s)}{2} \right) 2Q N_s \quad (III-60)$$

Dans (III-59) et (III-60),  $Q$  est le nombre de bobines du stator, tandis que  $N_s$  et  $N_r$  représentent le nombre de spires dans une bobine du stator et du rotor respectivement. Les autres paramètres sont donnés dans l'Annexe F.

### Contraintes

Nous pouvons également imposer des contraintes sous forme d'égalités ou d'inégalités lors du processus de l'optimisation. Ces contraintes doivent être respectées par l'algorithme génétique pour nous permettre de tenir compte des différentes exigences liées au cahier des charges.

Dans notre cas, deux contraintes ont été considérées. La première est liée au courant critique du ruban supraconducteur et la seconde concerne son rayon de courbure. Il est à noter que même si ce n'est pas abordé dans ce travail, d'autres contraintes d'un point de vue mécanique ou magnétique peuvent également être prises en compte (ouverture des bobines supraconductrices, qualité de la tension induite : f.e.m, ...).

#### ❖ Courant critique

L'estimation du courant critique des bobines supraconductrices est basée sur l'approche intégrale décrite dans la deuxième partie de ce chapitre. Comme notre structure est sans fer et pour économiser du temps de calcul, la troisième définition basée sur la courbe de charge est retenue. En effet, dans ces conditions, le champ magnétique est proportionnel au courant d'alimentation et l'obtention de cette droite ne nécessite donc qu'une seule itération de calcul (Figure III-6).

Dans notre problème où les enroulements de l'induit et de l'inducteur sont tous deux en matériau supraconducteur, deux procédés peuvent être envisagés pour la détermination du courant critique :

- On fixe le courant d'alimentation dans l'un des deux (l'induit ou l'inducteur), puis on détermine le courant critique de l'autre.
- Estimation du courant critique de l'ensemble en supposant que le même courant circule dans toutes les bobines (l'amplitude du courant continu alimentant les bobines de l'inducteur est donc égale à la valeur maximale des courants triphasés de l'induit).

Dans notre problème, le courant critique est calculé en utilisant la deuxième possibilité pour la position à couple nul. À partir de cette donnée et pour éviter un fonctionnement des bobines dans des zones critiques, en particulier pour les enroulements de l'induit (fonctionnant à basse fréquence), seulement 80% du courant critique est injecté dans les bobines supraconductrices. Les enroulements triphasés sont alimentés par une densité de courant tel que  $J_a = J$  et  $J_b = J_c = -J/2$  correspondant au fonctionnement AC à un instant donné de la variation temporelle des courants des trois phases ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ).

#### ❖ Rayon de courbure critique

Le ruban supraconducteur BSCCO utilisé possède un rayon de courbure critique  $R_c$  de 35 mm. C'est celui-ci qui fixera ensuite les dimensions des rayons internes des bobines définies dans la Figure III-35. Les contraintes à respecter par l'algorithme génétique sont donnée dans le tableau suivant :

Tableau III-11 Contraintes sur les variables d'optimisation

Parameter	Min Value	Max Value
$x_1$	$Max \left\{ \begin{array}{l} \frac{(R_c + 2e_w)(1 - \sin(\alpha/2))}{R_{out} \sin(\alpha/2)} \\ \frac{(R_c + 2e_w)(1 - \sin(\gamma/2))}{R_{out} \sin(\gamma/2)} \end{array} \right\}$	$Min \left\{ \begin{array}{l} \left( 1 + \frac{2\sin(\alpha/2)}{1 - \sin(\alpha/2)} \right)^{-1} \\ \left( 1 + \frac{2\sin(\gamma/2)}{1 - \sin(\gamma/2)} \right)^{-1} \end{array} \right\}$
$x_2$	$2e_w/Tw_s$	$1 - R_c/Tw_s$
$x_3$	$2e_w/Tw_r$	$1 - R_c/Tw_r$

Plus de détails sur le développement de ces relations sont fournis en Annexe F.

### III.4.3 Résultats de l'optimisation

L'algorithme donne des compromis possibles entre les deux critères (couple et longueur de fil supraconducteur) comme le montre la Figure III-36 qui représente l'évolution du front de Pareto en fonction du nombre de générations pour une population de 30 individus. Ces compromis dépendent fortement des contraintes imposées.

La configuration optimale pour laquelle le couple est maximum dans la Figure III-36 est sélectionnée. Les valeurs des variables d'optimisation correspondantes sont données dans le Tableau III-12.

La structure optimale obtenue a un diamètre interne de 298 mm et une longueur de fil supraconducteur de 1,23 km. Les bobines supraconductrices sont caractérisées par une densité de courant critique évaluée par la droite de charge de 268,22 A/mm<sup>2</sup>. Enfin, la machine peut fournir un couple électromagnétique atteignant 4,52 kN.m.

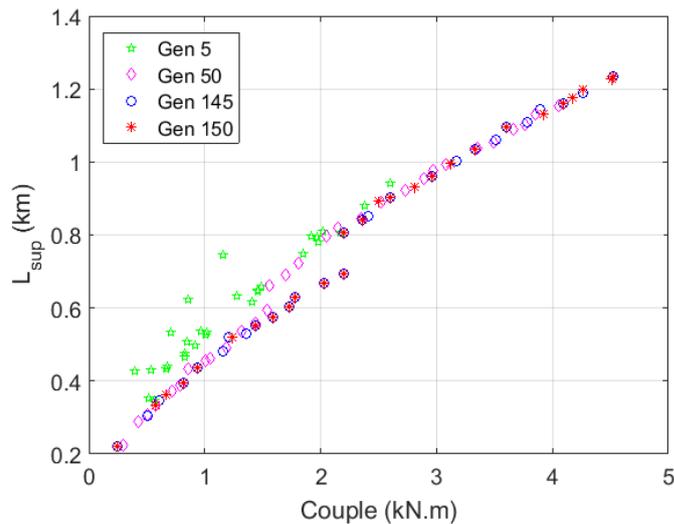


Figure III-36 Evolution du front de Pareto en fonction du nombre de générations

Après avoir identifié la configuration géométrique optimale de la machine supraconductrice, nous examinerons, dans cette partie, les différents résultats obtenus par le modèle semi-analytique en les comparant avec ceux issus du calcul 3D par éléments finis effectués au moyen du logiciel COMSOL, à

des fins de validation. Une formulation en termes de potentiel vecteur magnétique est utilisée dans la MEF.

Tableau III-12 Paramètres de la machine obtenus par optimisation

Parameter	Description	Value
$P$	Nombre de paires de pôles	5
$R_{int}$	Rayon intérieur	149 mm
$W_r$	Largeur de la bobine du rotor	31.5 mm
$W_s$	Largeur de la bobine du stator	42.26 mm
$\Gamma_c$	Couple électromagnétique	4.52 kN.m
$L_{sup}$	Longueur de fil supraconducteur	1.23 km
$J_c$	Densité de courant critique	267.9 A/mm <sup>2</sup>

La Figure III-37 présente le calcul semi analytique de la densité de courant critique en comparant les courbes  $J_c(B_{\perp}, B_{\parallel})$  et la droite charge magnétique des bobines supraconductrices pour une position à couple nul du moteur.

Nous remarquons que la composante perpendiculaire du champ magnétique limite la densité de courant critique à une valeur de 267.9 A/mm<sup>2</sup>, soit presque 50% de la densité de courant critique du ruban sous champ propre ( $J_{c0}=537\text{A/mm}^2$ ). Le calcul numérique par éléments finis donne une valeur de 267.36 A/mm<sup>2</sup>, soit une différence de 0,2 %.

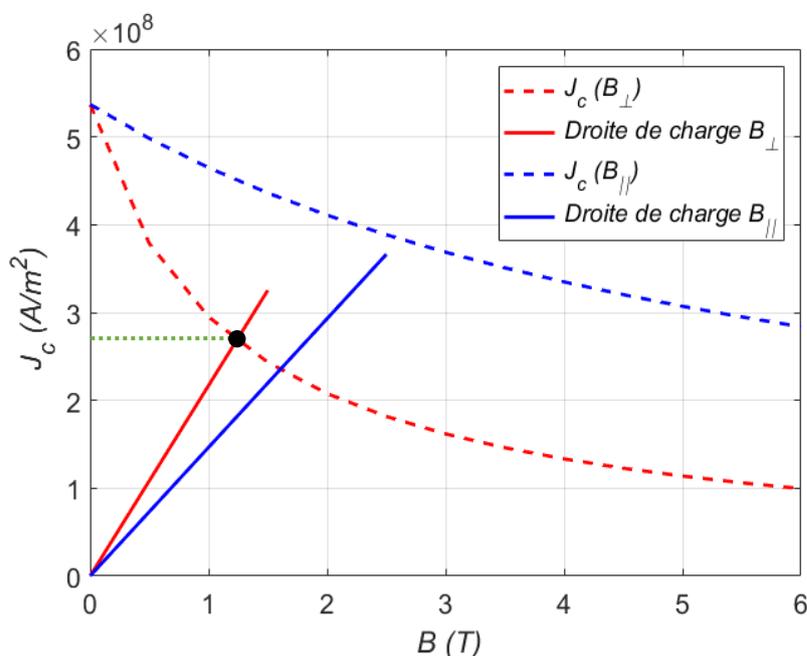


Figure III-37 Détermination de la densité de courant critique par la méthode de droite de charge.

Nous nous sommes intéressés également à la variation de la densité de courant en fonction de la position mécanique du rotor ( $\psi$ ). Nous constatons une très faible influence de cet angle sur le courant critique et que la position à couple nul est la position la plus défavorable. En effet, rappelons que la densité de courant injectée lors de l'optimisation est 80% de celle calculée ce qui nous permet effectivement un fonctionnement loin des zones critiques quelle que soit l'angle interne du moteur.

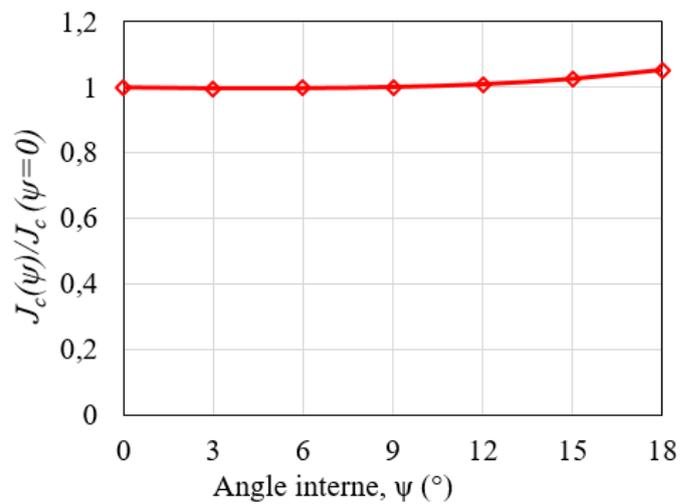


Figure III-38 Courant critique des bobines en fonction de la position mécanique du rotor ( $\psi$ ).

Les Figure III-39 et Figure III-40 montrent, respectivement, la force axiale et le couple statique en fonction de la position mécanique du rotor  $\psi$ . La force axiale atteint une valeur maximale de 23,5 kN pour  $\psi = 0^\circ$ , tandis que le couple a une valeur maximale de 4,52 kN.m pour  $\psi = 18^\circ$ .

Nous remarquons également que la force axiale n'a pas de valeur moyenne en raison de l'absence de matériaux ferromagnétiques dans la structure étudiée. La force axiale et le couple statique calculés avec l'approche proposée sont en bon accord avec ceux obtenus par simulation MEF 3D. Toutefois, pour un point de calcul, le temps est de l'ordre de quelques secondes avec l'approche proposée (MI), alors qu'il est d'environ dix minutes pour le MEF.

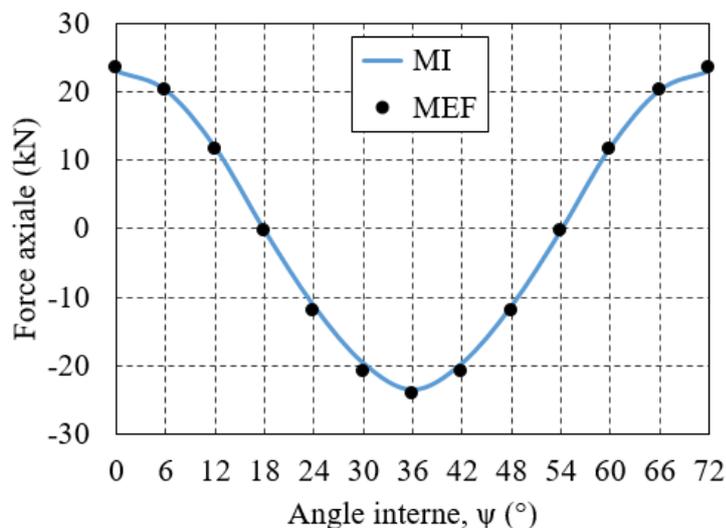


Figure III-39 Force axiale en fonction de la position mécanique du rotor ( $\psi$ ).

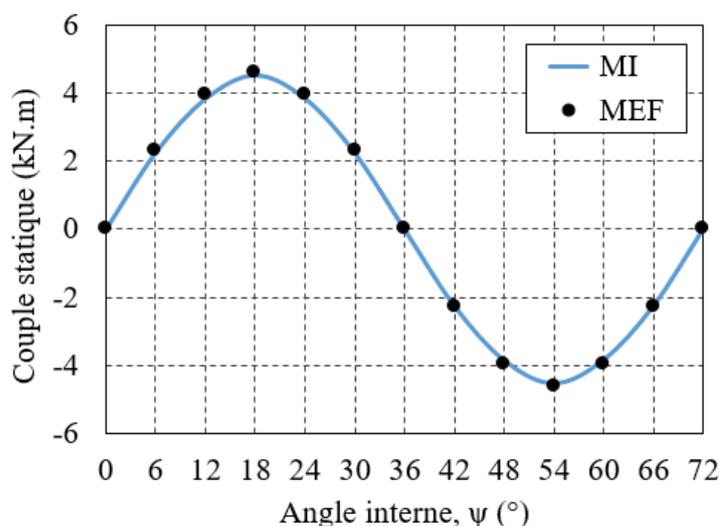


Figure III-40 Couple statique en fonction de la position mécanique du rotor ( $\psi$ ).

### III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche de modélisation semi-analytique pour le calcul du champ électromagnétique dans les enroulements supraconducteurs HTC à proximité d'autres sources, et, notamment en présence de pièces ferromagnétiques. Cette modélisation basée sur des équations intégrales a été développée pour évaluer le courant critique et les pertes en champ propre et/ou en champ appliqué. Elle permet de ne discrétiser que les parties actives du système, ce qui simplifie la modélisation des systèmes multi-échelles ou de grandes dimensions. La méthode d'homogénéisation adoptée pour la discrétisation est retenue pour son efficacité et sa simplicité de mise en œuvre.

À des fins de validation, nous avons comparé les différents résultats obtenus en régime statique et variable avec ceux issus du calcul par éléments finis et des mesures expérimentales. Nous avons mis en évidence les performances des approches développées sur le faible temps de calcul et la grande précision de prédiction des quantités électromagnétiques locales ou globales par rapport aux éléments finis et aux mesures.

Enfin, l'approche intégrale présentée dans ce chapitre constitue un outil de calcul performant qui nous permettra le calcul des différentes grandeurs locales et globales nécessaires pour le dimensionnement et l'optimisation des machines électriques à base de bobinages supraconducteurs. Dans ce contexte, nous avons utilisé cet outil dans le cadre de la validation des résultats des essais expérimentaux réalisés sur un prototype à échelle réduite d'une machine synchrone à induit supraconducteur. Ces travaux font l'objet du chapitre suivant.



---

**Chapitre IV : Tests préliminaires sur un  
prototype de machine électrique à induit  
supraconducteur**

---



## IV.1 Introduction

En vue d'une caractérisation de bobines supraconductrices HTC, en courant alternatif, à l'échelle d'une machine électrique, ce dernier chapitre est dédié à la réalisation et au test d'un prototype à échelle réduite d'un moteur synchrone à flux axial incluant un induit supraconducteur.

Ce chapitre est divisé en deux parties. Dans la première partie, nous allons évoquer l'intérêt et les avantages attendus de l'intégration des supraconducteurs dans les machines électriques. Nous donnons un bref aperçu de certaines réalisations des moteurs supraconducteurs, notamment ceux réalisés au Groupe de Recherche en Energie Electrique de Nancy (GREEN).

Dans la deuxième partie, nous présenterons les premiers tests sur un prototype d'un moteur synchrone à un induit supraconducteur. Nous commençons d'abord par décrire les différentes parties actives du prototype, ainsi que l'assemblage de la machine, son refroidissement, puis les méthodes expérimentales utilisées pour effectuer les différentes mesures sur le prototype. Enfin, les résultats obtenus sont présentés et comparés avec ceux issus de la modélisation.

## IV.2 Les machines supraconductrices

Les machines supraconductrices constituent un domaine important de recherche pour les applications liées à la supraconductivité. L'utilisation des matériaux supraconducteurs peut fournir des performances en termes de densité de puissance meilleures que celles des machines électriques conventionnelles. En effet, ces matériaux, sous forme de fils, permettent de transporter des fortes densités de courant avec peu de pertes par effet Joule et de produire des champs très importants, et, sous forme de massive, d'écranter des forts champs ou de piéger des inductions de plusieurs Teslas supérieures à celles des aimants permanents. Ces caractéristiques permettent d'envisager des gains sur la masse, la taille et le rendement des machines d'autant plus importants que la température est basse. Les applications ciblées des machines supraconductrices vont de la propulsion des navires à la production d'énergie. Néanmoins, les coûts d'investissement et de fonctionnement représentent un inconvénient qui ralentit leur développement à l'échelle industrielle. La Figure IV-1 compare la taille et la masse d'une machine électrique pour une éolienne 10MW classique et son équivalente supraconductrice.

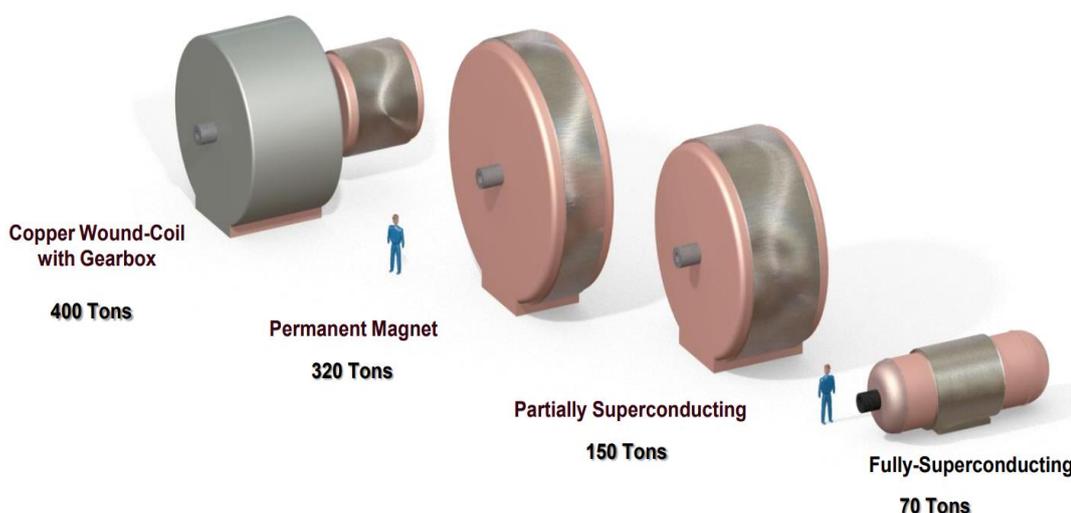


Figure IV-1 Comparaison des masses et des tailles de différentes technologies de génératrices pour une éolienne de 10 MW [JEN12].

L'intégration de ces matériaux dans les machines électriques peut se faire sous différentes façons. La plus répandue est basée sur les structures des machines standards. Elle consiste à remplacer les bobinages en cuivre par des enroulements supraconducteurs afin d'améliorer leurs performances. Les machines synchrones regroupent la majorité des machines réalisées, où la partie supraconductrice concerne l'inducteur de la machine [HAR17]. Parmi les machines supraconductrices réalisées, on peut citer celles de : l'entreprise SIEMENS d'une puissance de 4 MVA à 3600 tr/min à base du ruban BSCCO [NIC07], de l'AMERICAN SUPRACONDUCTORS qui possède une puissance de de 36,5 MW à 120 tr/min [GAM11], de CONVERTEAM avec une puissance 250 kW à 1500 tr/min, conçue en partenariat avec le laboratoire GREEN [MOU10]. Récemment, le projet EcoSwing, financé par l'UE, a permis de démontrer avec succès le premier générateur supraconducteur HTC d'une puissance 3.6 MW à 15 tr/min, montée sur une éolienne à attaque directe (Figure IV-2). Une réduction de poids de 24 % par rapport aux générateurs commerciaux à aimant permanent est obtenue dans ce premier prototype non totalement optimisé. Pour un générateur optimisé la puissance peut atteindre 6 MW et la réduction de poids devrait être d'environ 40 % [SON20, SON20-2, SON20-3].

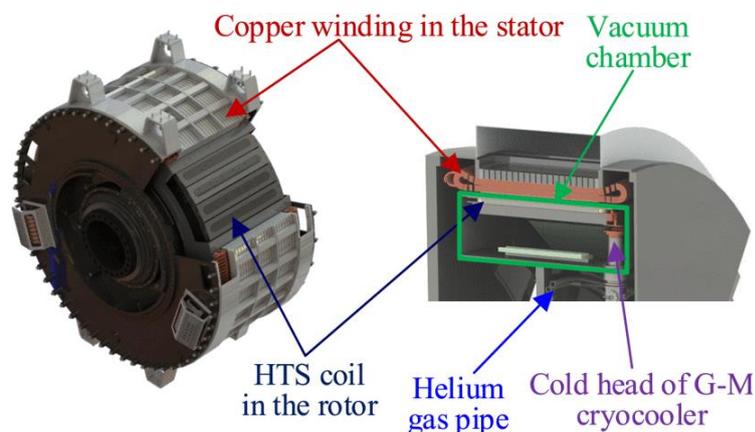


Figure IV-2 Représentation schématique du générateur 3.6 MW à 15 tr/min, EcoSwing [SON20-2].

D'autres machines, de structures originales d'inducteurs, utilisent des propriétés propres aux supraconducteurs, où ceux-ci se présentent sous forme de massifs. Des pastilles peuvent être utilisées comme des aimants supraconducteurs en substitution aux aimants permanents [XIA11], ou comme des écrans supraconducteurs pour obtenir une certaine modulation spatiale du champ magnétique. Dans cette dernière catégorie, le laboratoire GREEN a étudié, réalisé et testé différentes machines basées les principes de la modulation de flux [MAS02, AIL06, COL20] ou de la déviation de flux [MOU10, ALH15], avec une utilisation combinée de fils supraconducteurs et de supraconducteurs massifs, illustrées dans la Figure IV-3.

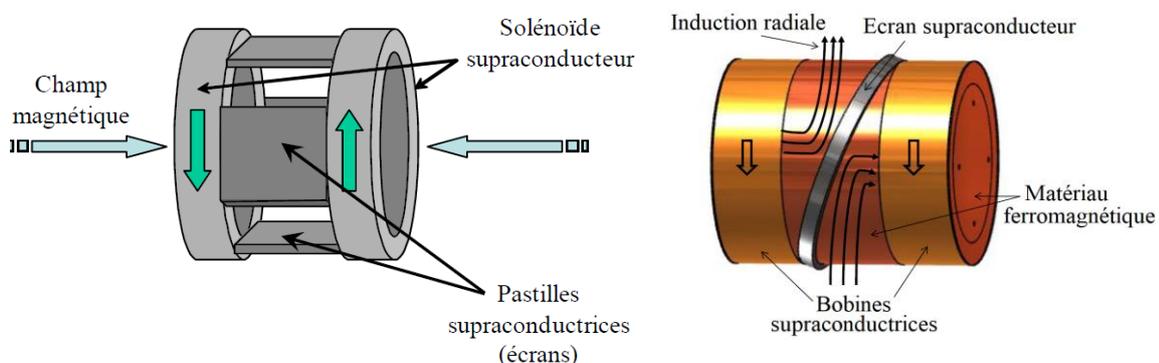


Figure IV-3 Inducteurs (a) à modulation de flux [MAS02, AIL06] (b) à barrière de flux [MOU10, ALH15].

Les machines totalement supraconductrices utilisent des matériaux supraconducteurs à la fois pour l'induit et l'inducteur. Ce type de machine présente plus d'avantages, tels que l'augmentation de la densité de courant de l'induit, la réduction des pertes par effet Joule et la diminution de l'épaisseur de l'entrefer (le cryostat englobe toute la machine), qui permettent d'atteindre des densités de puissance et des rendements plus élevés que ceux des machines décrites ci-dessus.

À base de supraconducteurs BTC, ces machines ont été étudiées avec un succès limité, mais elles connaissent une renaissance avec la découverte de matériaux supraconducteurs HTC. Les pertes AC restent toujours un frein à leur développement. Cependant, cela n'a pas empêché de prouver la faisabilité et l'efficacité des machines à base de supraconducteurs HTC, à travers différents prototypes : totalement supraconducteurs [SEK12, KOV20], ou à aimant permanent et induit supraconducteur [SUG07, SON13, QUL14, MES19]. Les SHTC 2G basés sur des filaments torsadés et les fils MgB2 semblent être des candidats potentiels pour de telles structures [HAR17, GRI16].

Pour la suite de ce travail, nous allons étudier et tester expérimentalement un prototype à l'échelle du laboratoire d'un moteur synchrone à un induit supraconducteur.

### IV.3 Prototype d'un moteur à un induit supraconducteur

Suite aux travaux portant sur l'étude de machines supraconductrices au sein de notre laboratoire, nous présenterons dans cette partie la mise en œuvre et les tests d'un prototype d'une machine synchrone à induit supraconducteur à flux axial. La structure du prototype est réalisée en recyclant un prototype d'accouplement supraconducteur à flux axial réalisé et testé dans de précédents travaux au GREEN [BEL14, DOL15]. Il est composé d'un rotor à aimants permanents et d'un stator portant des bobinages supraconducteurs triphasés refroidis à l'azote liquide (77 K). Le prototype, d'un diamètre externe d'environ 30 cm, sera disposé verticalement pour simplifier sa mise en place.

Dans un premier temps, nous décrivons les différentes parties actives du prototype. Nous présentons ensuite l'assemblage de la machine et son refroidissement. Le banc d'entraînement lors des essais en génératrice sera aussi décrit. L'approche de modélisation développée au chapitre précédent est utilisée pour déterminer le courant critique des bobines, à ne pas dépasser lors du fonctionnement, et les différentes grandeurs globales caractérisant la machine. Enfin, nous décrivons les méthodes expérimentales permettant d'effectuer les différentes mesures sur le prototype puis les résultats obtenus sont présentés et comparés avec ceux issus de la modélisation. Nous commençons par présenter la caractérisation des bobines en DC puis la mesure du couple statique et enfin les essais en mode générateur (à vide, en court-circuit et en charge) qui ont été menés.

#### IV.3.1 Description du prototype

La structure de la machine réalisée est illustrée dans la Figure IV-4. Elle est composée d'un inducteur à aimants permanents et d'un induit composé de bobines supraconductrices HTC refroidies à l'azote liquide (77 K).

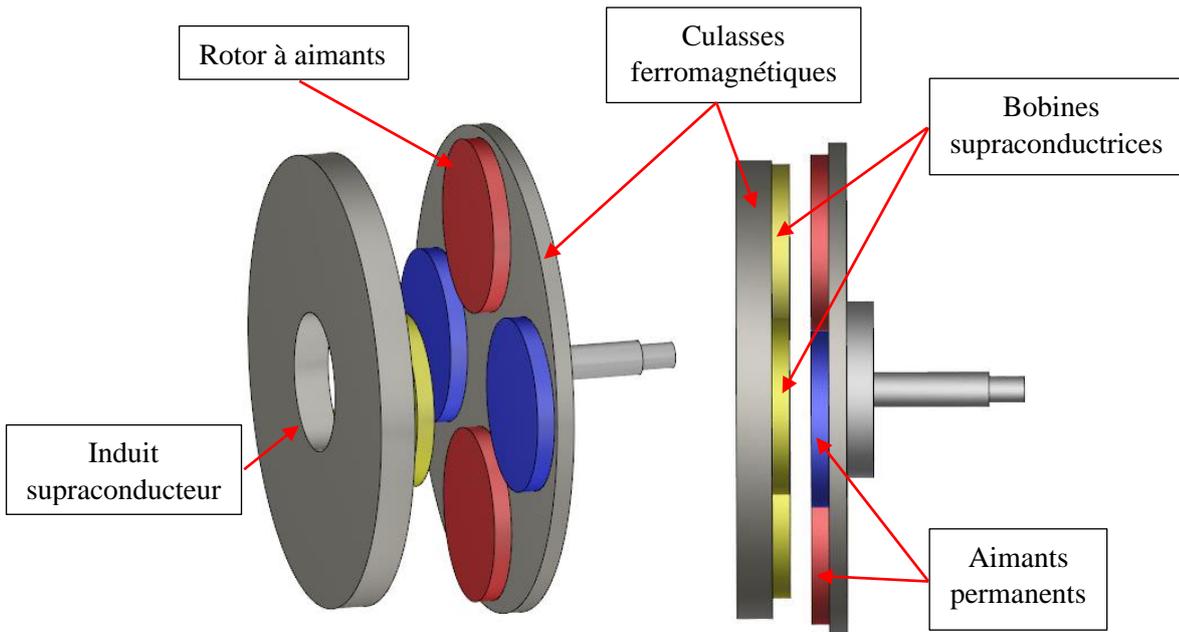


Figure IV-4 Structure de la machine à aimants et à induit supraconducteur

➤ Rotor à aimants permanents :

Le rotor est constitué de quatre aimants permanents de forme cylindrique de type  $NdFeB$  collés sur une culasse ferromagnétique au niveau de rayon moyen ( $R_m=85\text{mm}$ ) formant quatre (4) pôles magnétiques ( $p = 2$ ). Les aimants permanents de rayon  $50\text{ mm}$  et d'épaisseur  $10\text{ mm}$  possèdent une induction rémanente  $B_r = 1.25\text{T}$ . La culasse cylindrique en acier doux E24, de rayon  $140\text{ mm}$  et d'épaisseur  $10\text{ mm}$  est dimensionnée pour éviter la saturation magnétique (Figure IV-5).

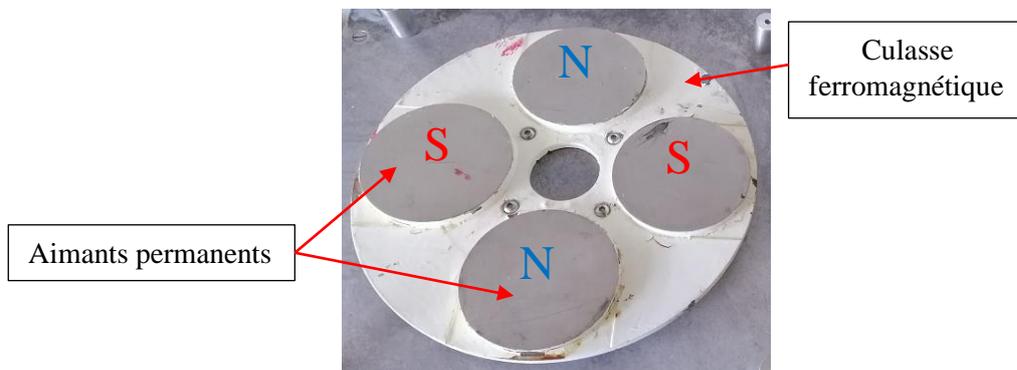


Figure IV-5 Photographie du rotor à aimants permanents.

➤ Induit supraconducteur :

L'induit supraconducteur illustré sur la Figure IV-6 est composé de trois bobines supraconductrices disposées sur une culasse ferromagnétique, au niveau du rayon moyen ( $R_m=85\text{ mm}$ ), dans l'entrefer (absence d'encoche ferromagnétiques). Ces bobines supraconductrices utilisées sont celles caractérisées dans le chapitre II nommées « B ». Ce bobinage est choisi en respectant le nombre de paires de pôles ( $p = 2$ ), l'alimentation triphasée et le faible encombrement de la machine. Toutefois, il est à noter que cette machine n'est pas optimisée. Il s'agit d'un premier prototype au GREEN d'une machine à induit supraconducteur.

La culasse ferromagnétique en  $FeSi$  possédant un rayon extérieur de  $152\text{ mm}$  et une épaisseur de  $20\text{ mm}$  est feuilletée dans la direction radiale pour limiter les pertes par courant de Foucault.

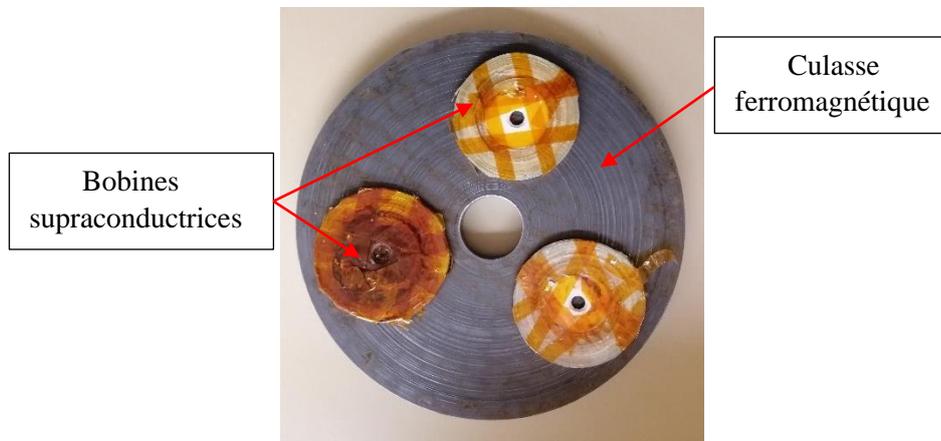


Figure IV-6 Photographie de l'induit supraconducteur.

➤ Assemblage et refroidissement :

La machine est installée verticalement et l'induit supraconducteur est immergé dans un cryostat rempli d'azote liquide ( $77\text{ K}$ ) comme illustré sur la Figure IV-7. Ce dernier est fabriqué en matériau G11 qui est un mélange de fibre de verre et de résine d'époxy, résistant aux températures cryogéniques, constituant un bon isolant thermique, et possédant également des bonnes propriétés mécaniques.

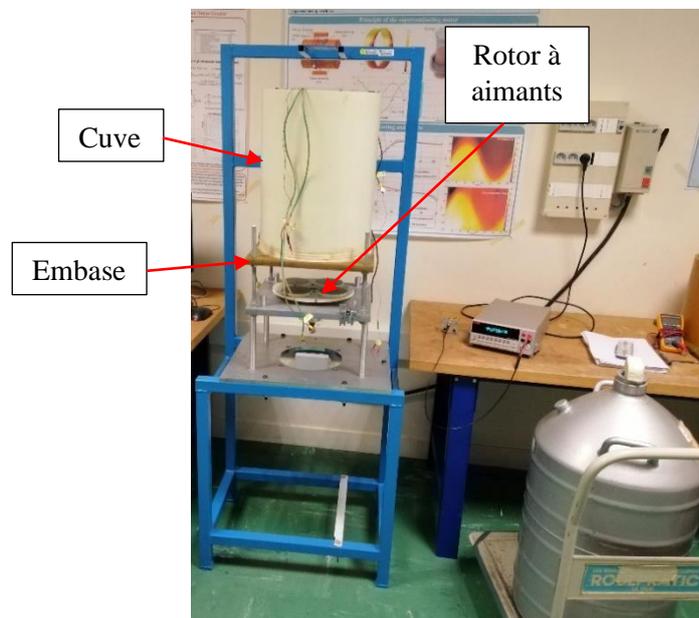


Figure IV-7 Refroidissement de l'induit supraconducteur

La machine est montée sur un support comme le montre la Figure IV-7 et Figure IV-8. Il sert à la fois à maintenir le rotor à aimants et à fixer le cryostat avec l'induit supraconducteur. Des roulements à billes à contact oblique sont utilisés pour assurer la rotation du rotor à aimants.

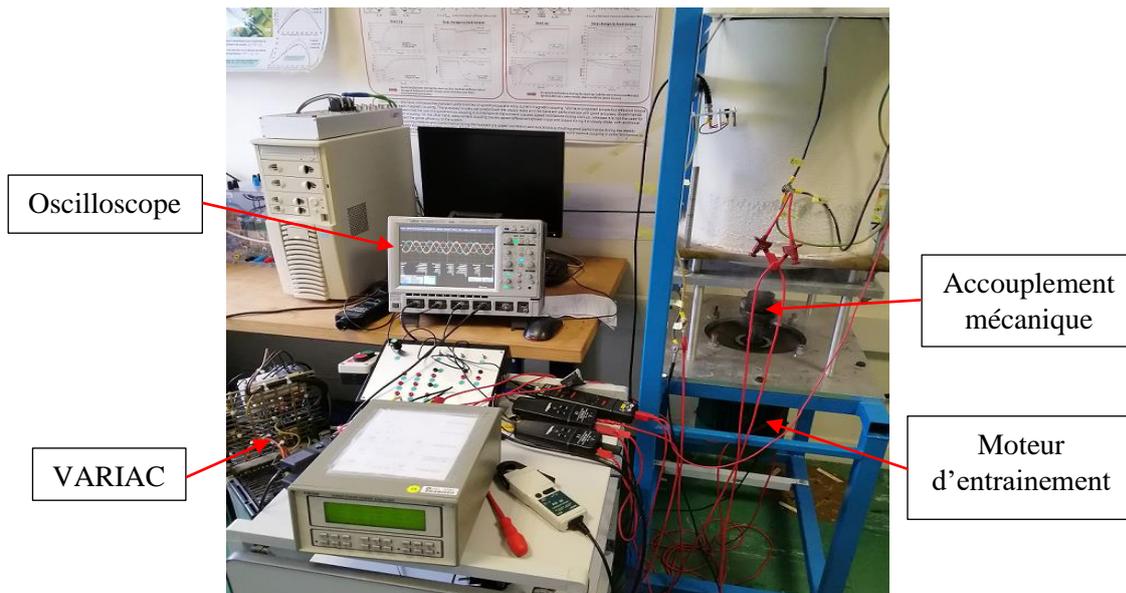


Figure IV-8 Vue de l'ensemble de prototype

Comme le montre la Figure IV-7, le cryostat est composé essentiellement d'une embase qui sépare les aimants permanents et les bobines supraconductrices et une cuve qui s'insère dans l'embase et qui sera remplie d'azote liquide. Le cryostat rajoute une épaisseur de 3 mm à l'entrefer de la machine (distance entre aimants et bobines supraconductrices).

Pour étudier les performances du prototype en mode générateur, un moteur asynchrone a été couplé mécaniquement à la machine par le biais du rotor à aimants permanents. Une source de tension à fréquence variable (VARIAC) est utilisée pour entraîner le moteur à différentes vitesses de rotation, comme le montre la Figure IV-8. Les caractéristiques nominales du moteur asynchrone d'entraînement sont les suivantes : 5,5 kW, 3000 tr/min. Les paramètres géométriques du prototype testé sont indiqués dans le Tableau IV-1.

Tableau IV-1 Dimensions géométriques des parties actives du prototype

	Paramètre	Valeur
	Nombre de paires de pôles	2
	Entrefer (e)	10 mm
<b>Induit supraconducteur</b>	Rayon externe de la culasse	152 mm
	Rayon interne de la culasse	25 mm
	Epaisseur de la culasse	20 mm
	Rayon externe de la bobine	50±1 mm
	Rayon interne de la bobine	25 mm
	Epaisseur de la bobine	3.1±0.2 mm
	<b>Rotor à aimants</b>	Rayon externe de la culasse
Rayon interne de la culasse		25 mm
Epaisseur de la culasse		10 mm
Rayon de l'aimant		50 mm
Epaisseur de l'aimant		10 mm

### IV.3.2 Calcul du courant critique des bobines

Le courant critique des bobines supraconductrices est calculé théoriquement dans cette section et comparé aux résultats des mesures dans la suivante. Ce calcul est basé sur les deux définitions déjà détaillées dans le chapitre précédent, qui donneront deux courants critiques différents :

- Le courant critique choisi est le courant qui correspond à l'intersection entre la tension critique  $U_c$  (déterminée avec le critère  $E_c=1\mu\text{V/cm}$ ) et la courbe  $U(I)$  de la bobine calculée dans l'environnement de dispositif complet.
- Le courant critique est celui pour lequel la valeur maximale du champ électrique  $E$  déterminée localement dans la bobine est inférieure ou égale à  $E_c$ .

Dans les deux cas, une résolution intégrale du problème magnétostatique de la machine est effectuée pour la détermination de la distribution du champ magnétique dans les bobines en considérant une densité de courant homogène sur ses sections. Les bobinages triphasés sont alimentés par des courants électriques tel que  $I_a = I$  et  $I_b = I_c = -I/2$ , correspondant au fonctionnement AC à un instant donné. Dans de calcul, les culasses ferromagnétiques sont prises en compte. Une fois les composantes de l'induction magnétique parallèle et perpendiculaire sont connues, la distribution du champ électrique est calculée en utilisant la loi en puissance (I-2) et la loi de Kim-Anderson (I-5). Finalement, la tension moyenne aux bornes de la bobine de la phase « a » est évalué en utilisant (III-32).

Dans le cas d'une bobine seule, les composantes parallèle et perpendiculaire de l'induction magnétique sont exprimées en 2D axisymétrique et correspondent à  $B_{\perp} = B_r$  et  $B_{\parallel} = B_z$ , respectivement. Dans le cas présent, la composante perpendiculaire est toujours la composante sur l'axe  $r$  :  $B_{\perp} = B_r$ , tandis que la composante parallèle est la suivante :  $B_{\parallel} = \sqrt{B_{\theta}^2 + B_z^2}$ . Les composantes suivant les deux axes  $r$  et  $\theta$  sont évaluées comme suit :

$$\begin{cases} B_r = \frac{x - R_m}{\sqrt{(x - R_m)^2 + y^2}} B_x + \frac{y}{\sqrt{(x - R_m)^2 + y^2}} B_y \\ B_{\theta} = \frac{x - R_m}{\sqrt{(x - R_m)^2 + y^2}} B_y - \frac{y}{\sqrt{(x - R_m)^2 + y^2}} B_x \end{cases} \quad (IV-1)$$

La Figure IV-9 présente les résultats du calcul à couple nul pour une valeur de l'entrefer  $e=10$  mm. D'après la première définition, le courant critique ( $I_{c1}$ ) des bobines supraconductrices est de 33.7 A, tandis qu'il est de 27 A selon le critère local «  $\max(E/E_c)$  » dans la bobine ( $I_{c2}$ ).

Comme le champ magnétique appliqué sur le ruban supraconducteur varie en fonction de la position du rotor à aimants par rapport au stator définie par un angle interne ( $\psi$ ), la Figure IV-10 montre le calcul du courant critique ( $I_c$ ) en fonction de cet angle ramené au courant obtenu à couple nul  $I_c(\psi=0^\circ)$  pour chaque définition.

Nous remarquons que le courant calculé à position du couple maximal est le courant le plus défavorable et que cette influence de position du rotor sur le courant critique reste un peu faible. En général, il n'existe pas de règles spécifiques pour définir un courant de fonctionnement d'un dispositif supraconducteur. En effet, plusieurs essais en statique à des valeurs de courant allant jusqu'à 30 A ont été réalisés sur ce prototype sans aucun problème.

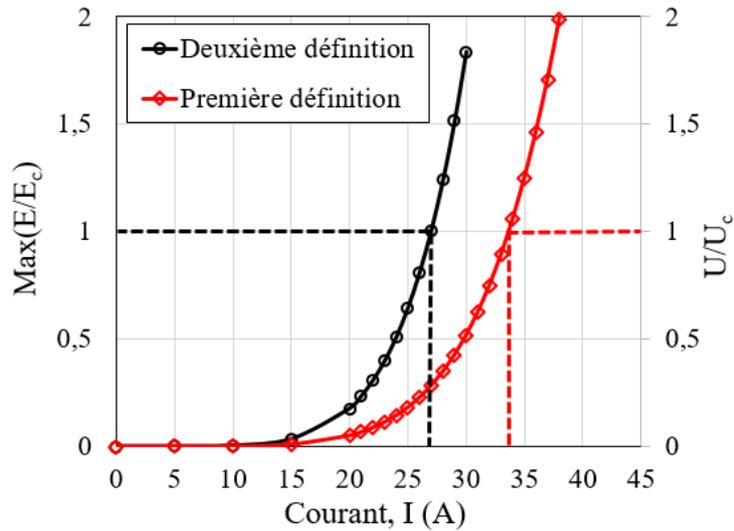


Figure IV-9 Courant critique des bobines à couple nul.

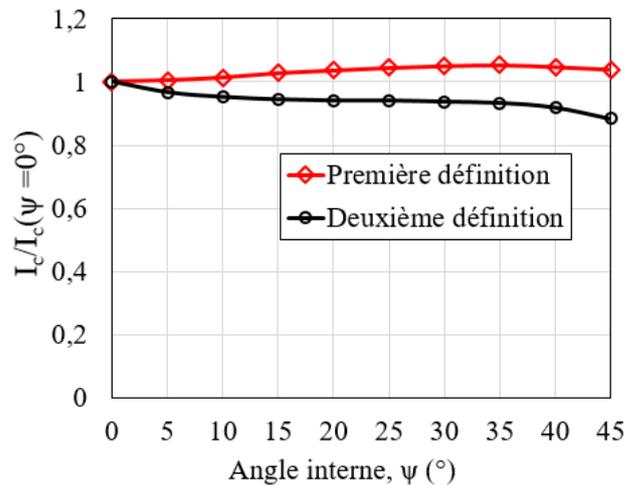


Figure IV-10 Courant critique en fonction de l'angle interne ( $\psi$ ).

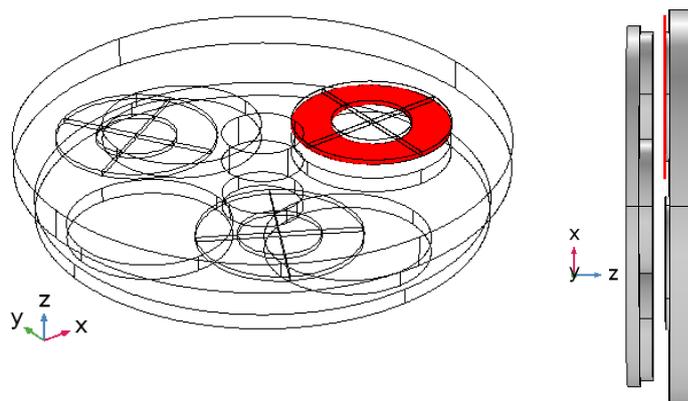


Figure IV-11 Surface d'affichage située dans la bobine côté entrefer en rouge.

À couple nul ( $\psi = 0^\circ$ ), la distribution des composantes parallèle et perpendiculaire de l'induction magnétique est présentée dans la Figure IV-12. Cette distribution est calculée sur une surface dans la bobine coté entrefer (Figure IV-11), pour  $I=I_c$ , le champ perpendiculaire et parallèle atteint des valeurs maximales de 68.5 mT et 684 mT, respectivement. Malgré que cette dernière valeur soit atténuée par le coefficient ( $k$ ) de la loi de Kim-Anderson (I-5), ce champ aura une influence sur la distribution du champ électrique.

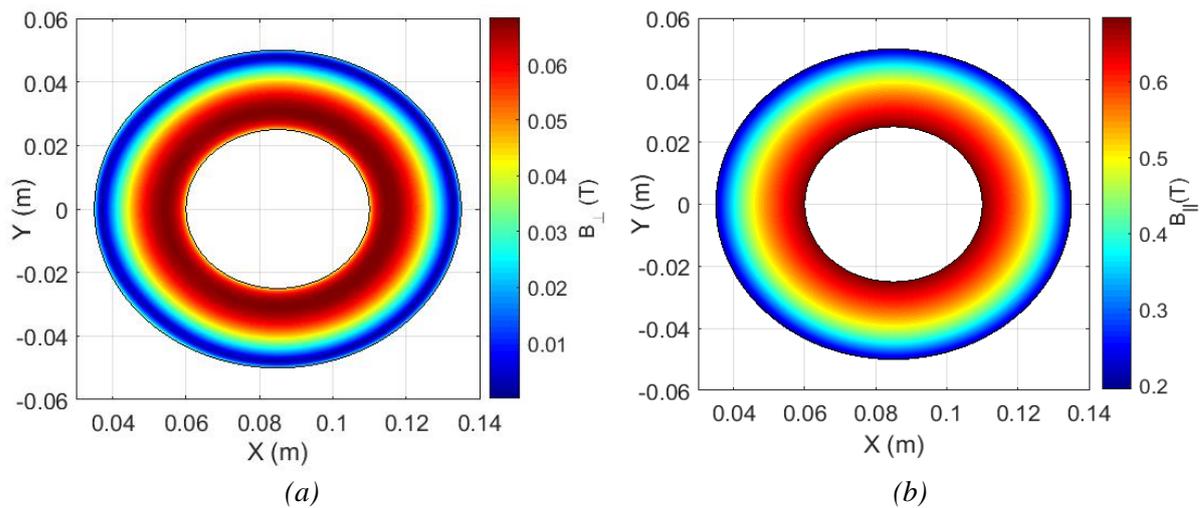


Figure IV-12 Distribution de l'induction magnétique dans la bobine sur une surface côté entrefer pour un angle  $\psi = 0^\circ$  et  $I = I_{c1}$  (a) perpendiculaire (b) parallèle.

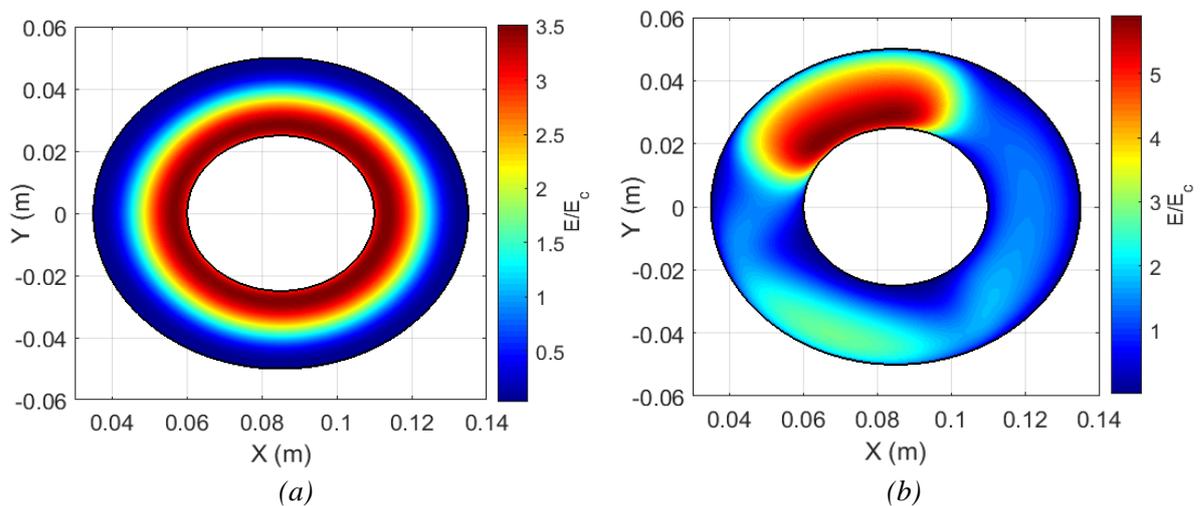


Figure IV-13 Distribution de  $E/E_c$  dans la bobine sur une surface côté entrefer pour  $I = I_{c1}$  (a)  $\psi = 0^\circ$  (b)  $\psi = 45^\circ$ .

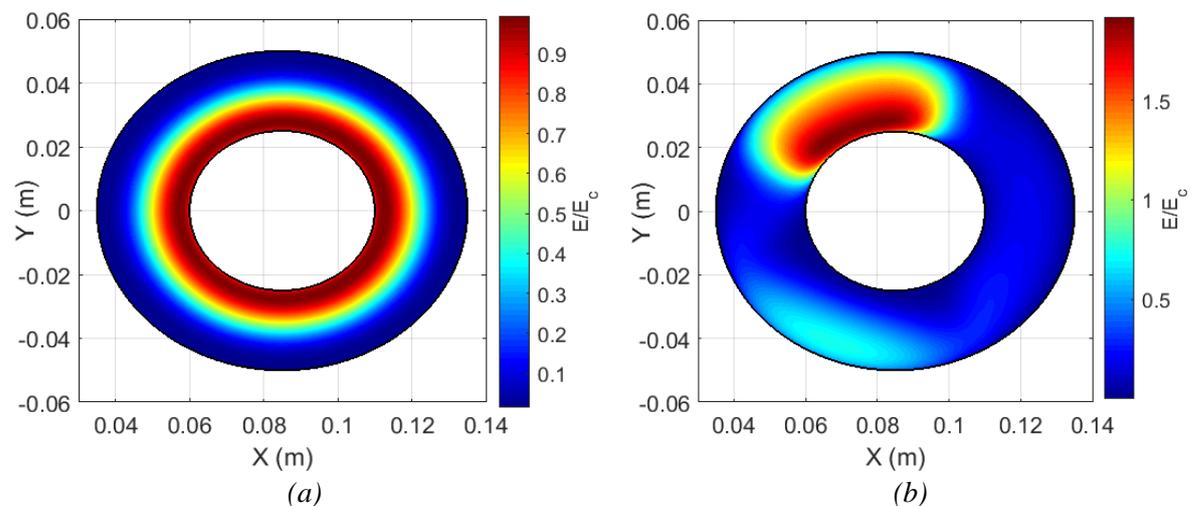


Figure IV-14 Distribution de  $E/E_c$  dans la bobine sur une surface côté entrefer pour  $I = I_{c2}$  (a)  $\psi = 0^\circ$  (b)  $\psi = 45^\circ$ .

Les Figure IV-13 et Figure IV-14 montrent respectivement la distribution du champ électrique ramené au champ électrique critique pour  $I=I_{c1}$  et  $I=I_{c2}$  respectivement. À couple nul ( $\psi = 0^\circ$ ), le champ électrique varie suivant la direction  $r$  et atteint sa valeur maximale sur les spires les plus internes de la bobine. Pour  $\psi = 45^\circ$ , le champ électrique se concentre sur des zones bien précises de la bobine avec une valeur maximale supérieure à celle obtenue pour  $\psi = 0^\circ$ .

### IV.3.3 Test de la machine à 77 K

Dans cette partie, différents tests expérimentaux ont été menés sur le prototype pour vérifier le fonctionnement de la machine.

Nous avons tout d'abord relevé les courbes tension-courant des bobines supraconductrices et mesuré le couple statique en fonction de l'angle interne dans le but de vérifier le bon fonctionnement des bobines. Ensuite, des essais en mode générateur ont été effectués.

#### IV.3.3.1 Caractérisation des bobines

Pour vérifier le bon fonctionnement des bobines supraconductrices après leur montage dans la machine, leurs caractéristiques électriques  $U(I)$  ont été relevées à couple nul (angle interne  $\psi$  égal à  $0^\circ$ ) et pour un entrefer de 10 mm. Les trois bobines supraconductrices sont alimentées avec les courants :  $I_{B1}=I$  et  $I_{B2}=I_{B3}=-I/2$ , dans le cas de la caractérisation de la bobine B1 (Figure IV-15).

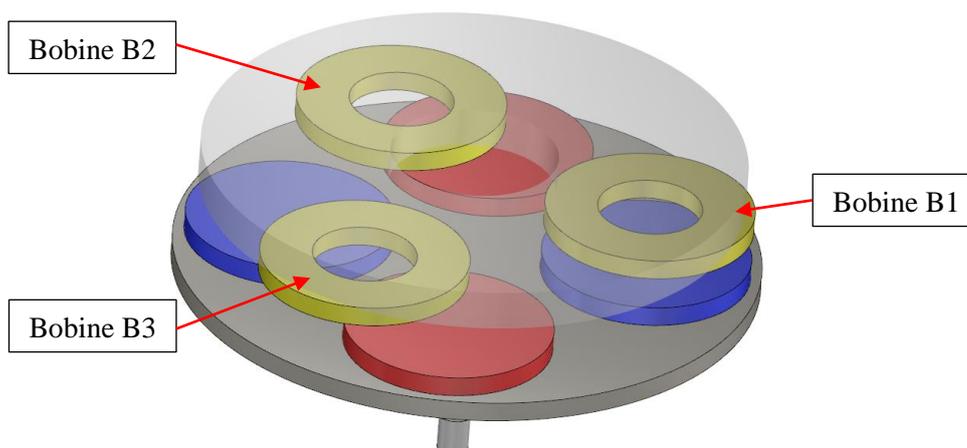


Figure IV-15 Vue en 3D de la machine à couple nul.

Les résultats de la mesure comparés à ceux issus du calcul développé dans la section précédente sont représentés sur la Figure IV-16.

Les courants critiques mesurés et calculés selon le critère  $E_c = 1 \mu V/cm$  sont donnés dans le Tableau IV-2. L'écart entre la mesure et le calcul ne dépasse pas 0.5 A, soit une différence relative de 1.5 %.

Tableau IV-2 Courants critiques mesurés de chaque bobine

Bobines	Courant critique mesuré	Courant critique calculé
B <sub>1</sub>	33.2 A	33.7 A
B <sub>2</sub>	33.4 A	
B <sub>3</sub>	33.3 A	

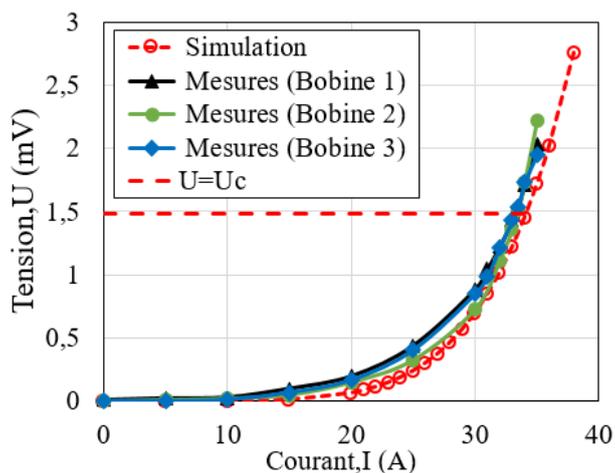


Figure IV-16 Courbes  $U(I)$  mesurées et calculées des bobines supraconductrices.

### IV.3.3.2 Mesure du couple statique

La méthode de mesure du couple statique est représentée sur la Figure IV-17. La position angulaire du rotor à aimants est mesurée à l'aide d'un faisceau laser fixé à ce dernier, et projeté sur un mur. Cette position est modifiée en suspendant des poids à l'aide d'une corde passant par une poulie. Cette corde est attachée à la surface latérale de la culasse ferromagnétique du rotor.

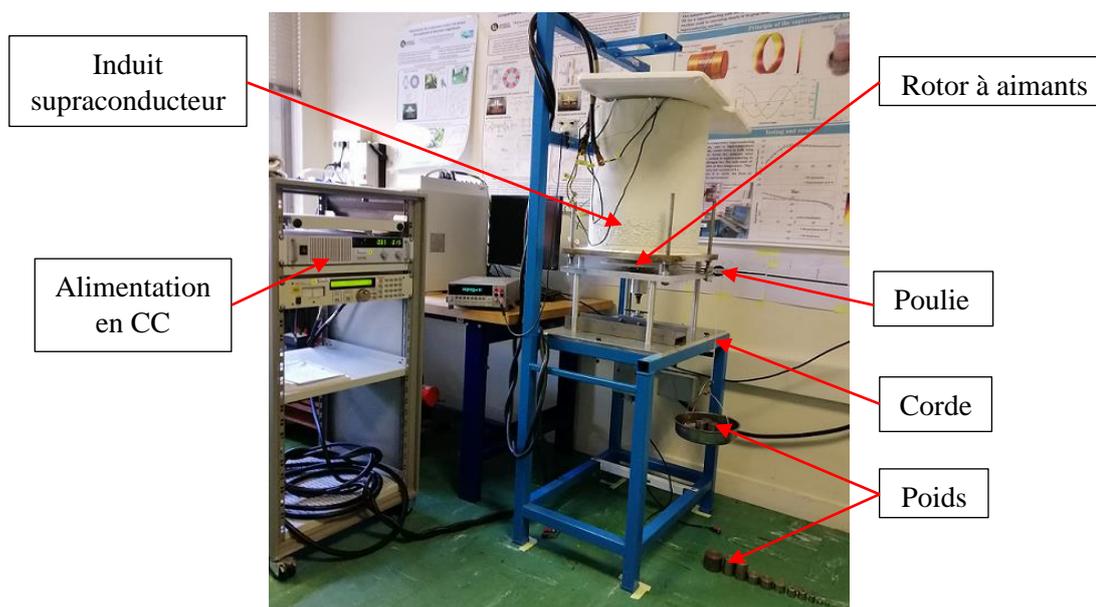


Figure IV-17 Banc d'essai pour la mesure du couple statique.

La valeur du couple est calculée en utilisant l'équation suivante :

$$C = M_s g R_e \quad (IV-2)$$

Où  $M_s$ ,  $g$  et  $R_e$  sont respectivement la masse suspendue à la corde, l'accélération de pesanteur et le rayon extérieur de la culasse ferromagnétique du rotor à aimants.

Pour un courant appliqué  $I = 25\text{A}$  ( $I_a = I$  et  $I_b = I_c = -I/2$ ), nous avons mesuré le couple statique pour des valeurs d'entrefer de 10 et 15 mm, respectivement.

La Figure IV-18 présente les résultats du couple statique mesuré et calculé en fonction de l'angle interne. Une bonne concordance entre les résultats est obtenue avec un écart qui ne dépasse pas 15 % et 20 % pour les entrefers de 10 et 15 mm, respectivement.

Les écarts entre la mesure et le calcul sont essentiellement liés aux incertitudes sur les mesures de l'entrefer et de l'angle de rotation du rotor, au couple résistant engendré par les roulements à billes placés à proximité du cryostat, et au frottement de la corde sur la poulie.

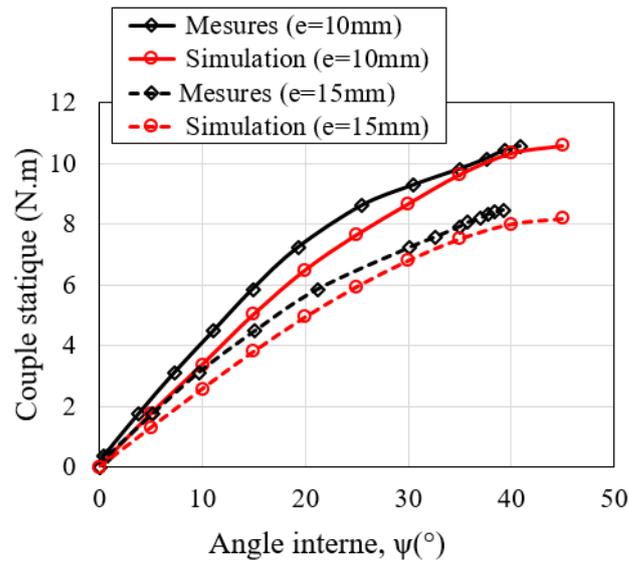


Figure IV-18 Couple statique en fonction de l'angle interne.

#### IV.3.3.3 Essais en générateur

Nous avons effectué des tests de la machine à induit supraconducteur en mode générateur. La machine est entraînée par un moteur asynchrone qui impose la vitesse de rotation. Nous allons présenter dans cette partie les différents résultats obtenus et leurs comparaisons avec ceux issus du calcul.

Le prototype étudié a été assemblé en l'absence d'encoches ferromagnétiques avec un grand entrefer permettant de filtrer les harmoniques d'espace et une grande épaisseur des culasses ferromagnétiques. Cette configuration évite la saturation magnétique de ces dernières. Dans ces conditions, le modèle équivalent de Behn-Eschenburg basé sur l'hypothèse du 1<sup>er</sup> harmonique d'espace peut être utilisé pour décrire et étudier le comportement de la machine synchrone :

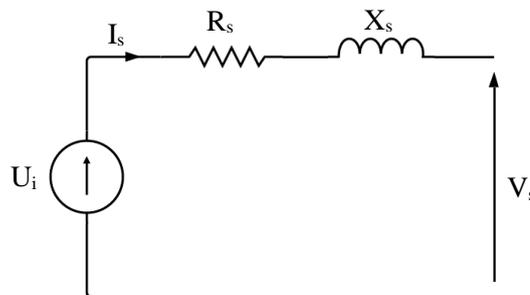


Figure IV-19 Modèle équivalent de Behn-Eschenburg en mode générateur.

Où :

$U_i$  : Force électromotrice induite au stator (*f.e.m*).

$R_s$  et  $X_s$  : Résistance et réactance d'une phase du stator.

$V_s$  et  $I_s$  : Tension simple et courant d'une phase.

#### IV.3.3.3.1 Essais à vide et en court-circuit

Pendant l'essai à vide, aucune charge n'est connectée aux bornes de l'induit supraconducteur. En faisant varier la vitesse de rotation du rotor à aimants, la tension (*f.e.m*) aux bornes des bobines a été mesurée.

La Figure IV-20 montre les tensions composées relevées, à vide, aux bornes de l'induit quand la machine tourne à une vitesse de 150 tr/min. On peut remarquer la forme sinusoïdale de ces tensions.

Les Figure IV-21 montre la forme de la *f.e.m* mesurée et calculée en dérivant le flux magnétique vu par une bobine en fonction de la position du rotor. Nous constatons un bon rapprochement entre les résultats de mesures et ceux issus du calcul.

La valeur efficace de la tension induite à vide en fonction de la vitesse de rotation mesurées aux bornes d'une phase est présentée dans la Figure IV-22. La linéarité de ces courbes montre que l'hypothèse du modèle électrique est cohérente ( $U_i = kf$ ).

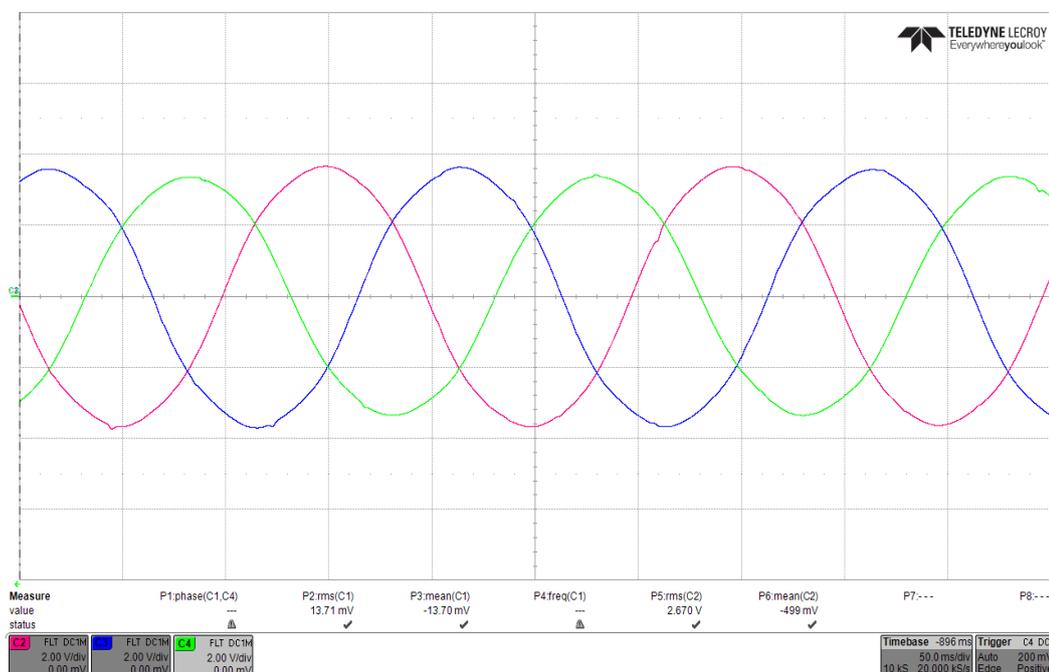


Figure IV-20 Tensions composées mesurées à vide pour une vitesse de 150 tr/min.

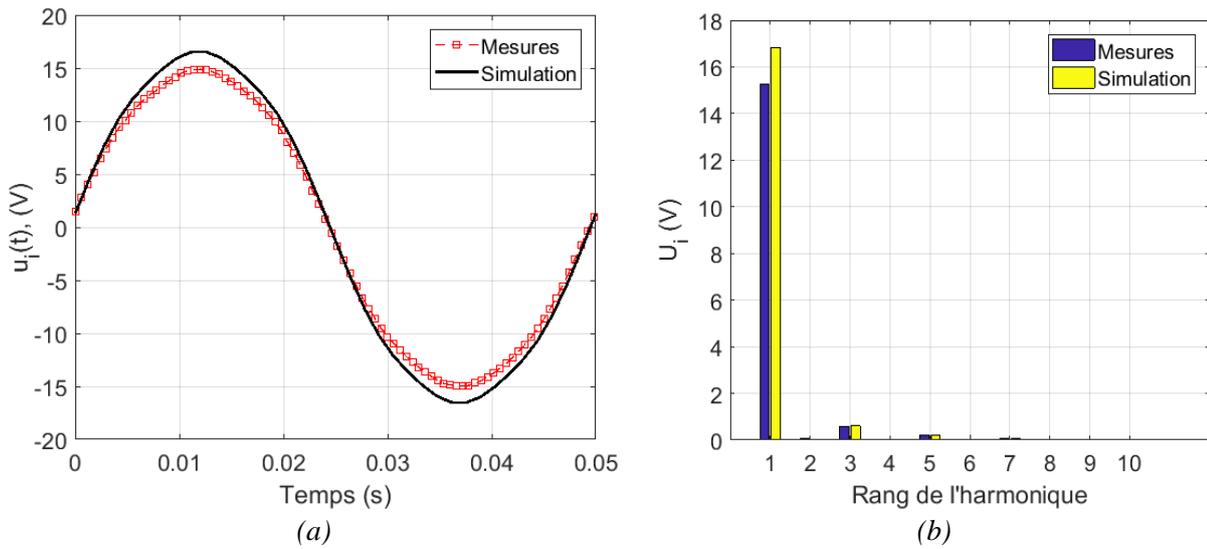


Figure IV-21 F.e.m. aux bornes d'une phase pour une vitesse de 600 tr/min.

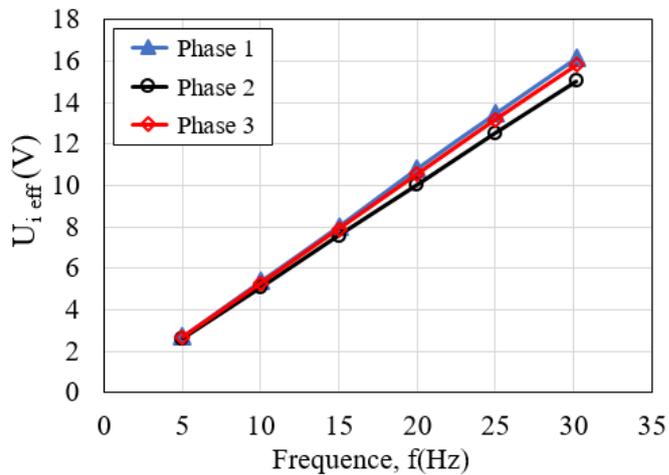


Figure IV-22 Tensions induites mesurées aux bornes des phases en fonction de la fréquence.

Dans l'intention de déterminer l'impédance de court-circuit de la machine en fonction de la fréquence, nous avons court-circuité les bornes de l'induit et essayé de relever l'évolution du courant de court-circuit ( $I_{cc}$ ), comme le montre la Figure IV-23, en augmentant la fréquence jusqu'à 15Hz. Nous remarquons que cette variation de fréquence engendre une augmentation du courant dépassant sa valeur critique, puis une diminution pour atteindre son régime permanent, avec une dynamique très lente affectée par les constantes de temps électrique et mécanique.

Ce test a été interrompu, car il présente un fonctionnement des bobines supraconductrices dans des zones surcritiques sur une durée assez importante pour engendrer des effets thermiques qui peuvent causer un quenche. Il révèle également la dangerosité d'un court-circuit qui surviendrait sur une telle machine.

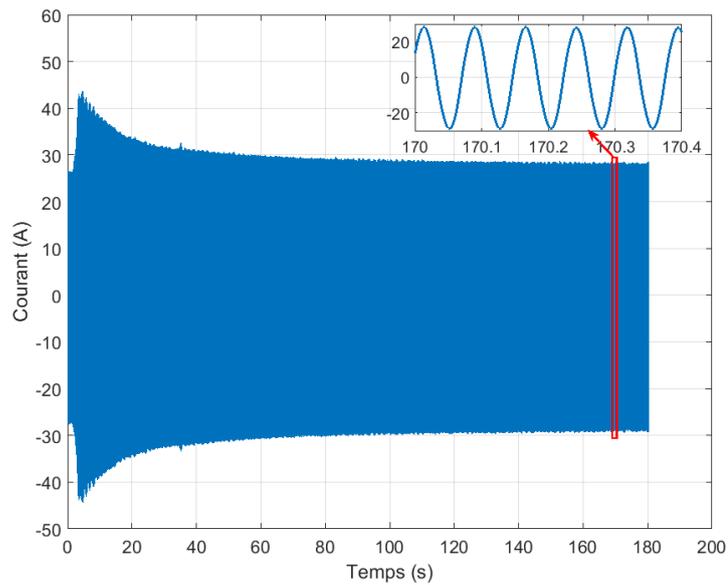


Figure IV-23 Forme du courant de court-circuit aux bornes d'une phase.

#### IV.3.3.3.2 Essai en charge

Lors de cet essai, nous avons connecté aux bornes des bobines supraconductrices une charge résistive triphasée et équilibrée. Nous avons mesuré la tension ( $V_s$ ) et le courant ( $I_s$ ) par phase aux bornes de la charge en faisant varier la résistance de la charge, à une vitesse de rotation maintenue constante. La Figure IV-24 présente les résultats obtenus pour deux vitesses de rotation : 450 et 750 tr/min.

On constate une bonne concordance entre les mesures et les résultats du calcul issus du diagramme de Behn-Eschenburg dont la résistance de la phase ( $R_s$ ) était négligée.

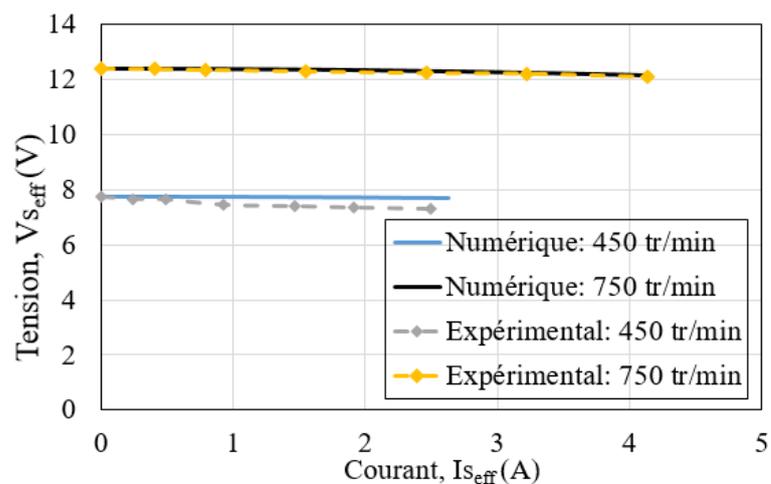


Figure IV-24 Tension en fonction du courant aux bornes de la charge lors de l'essai en charge.

## IV.4 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons présenté les premiers tests expérimentaux menés sur un prototype à l'échelle du laboratoire d'une machine synchrone à flux axial comprenant un induit supraconducteur.

Après description du prototype et les différentes méthodes de mesure, l'approche intégrale développée au chapitre précédent a été ainsi utilisée pour calculer le champ magnétique produit par l'ensemble des parties du prototype. La connaissance de la distribution de champ magnétique nous a ainsi permis de déterminer le courant critique des bobines supraconductrices HTC et aussi d'évaluer les différentes grandeurs globales caractérisant la machine. Les résultats expérimentaux obtenus vérifient bien ceux issus du calcul.

Au cours de ce travail expérimental, nous sommes confrontés à diverses difficultés liées principalement à l'utilisation des supraconducteurs (contraintes mécaniques, cryogénie, ...) et à la caractérisation des pertes AC (mesures très délicates en présence d'un champ tournant avec la méthode électrique). Dans ces conditions afin de déterminer les pertes AC dissipées dans les bobines, nous envisageons plusieurs solutions. La première solution serait de passer par le bilan de puissance de la machine en mode générateur dont la mesure de la puissance électromagnétique transférée peut être faite par un capteur de couple. La deuxième solution serait l'utilisation d'une méthode calorimétrique de mesure de pertes AC plus adaptée à un système mais reste délicate à mettre en œuvre.

---

## **Conclusions et perspectives**

---



Les travaux de recherche menés dans cette thèse constituent une contribution à la modélisation et à la caractérisation expérimentale de supraconducteurs à haute température critique en vue d'une intégration dans les machines électriques. Ces travaux sont effectués selon deux axes principaux, le premier a pour objectif de développer des approches de modélisation rapide permettant le prédimensionnement de machines supraconductrices et le second concerne la caractérisation expérimentale de bobinages supraconducteurs de l'élément au système, dans le but d'acquérir une expertise à l'emploi de matériaux supraconducteurs dans les systèmes de puissance, de valider les modèles développés et de mettre en évidence certaines précautions et difficultés liées à leur exploitation.

Tout d'abord, au niveau expérimental, l'utilisation de supraconducteurs présente de nombreuses difficultés tant au niveau de la fabrication des bobines supraconductrices qu'au niveau de la mesure, qui nécessite beaucoup de soins en raison des contraintes mécaniques (rayon de courbure limité et fragilité mécanique) et des propriétés particulières liées aux supraconducteurs (mesure très délicate de faibles tensions dans un environnement électromagnétique bruité).

Nous avons caractérisé des bobines supraconductrices HTC de type BSCCO, refroidies à l'azote liquide, par la méthode électrique en courant continu (DC) et alternatif (AC) en considérant plusieurs configurations qui visent à reproduire expérimentalement l'environnement magnétique d'un bobinage supraconducteur dans une machine électrique. Nous avons montré que le comportement d'une bobine supraconductrice (courant critique et pertes AC) dépend fortement de son environnement électromagnétique et qu'en plus d'une caractérisation en champ propre, une caractérisation à l'échelle du système est nécessaire.

Ensuite, d'un point de vue modélisation, nous avons développé un outil de calcul des grandeurs électromagnétiques dans les supraconducteurs HTC en fonction des dimensions géométriques et des caractéristiques du matériau, sous champ propre ou à proximité d'autres sources, et, notamment en présence de pièces ferromagnétiques à perméabilité magnétique linéaire ou non linéaire. Ce modèle est basé sur les méthodes intégrales qui présentent l'avantage de ne discrétiser que les parties actives des systèmes modélisés, ce qui est plus convenable pour les systèmes à grande échelle.

Afin d'apprécier les performances de l'approche de modélisation développée, nous l'avons appliquée dans un premier temps à la caractérisation de bobines supraconductrices pour le calcul de courant critique et des pertes AC dissipées. Une stratégie d'homogénéisation appliquée à ces bobines supraconductrices a permis de réduire la taille des matrices résultant de la discrétisation et par conséquent d'accélérer le temps de calcul. Dans un second temps, la modélisation est étendue au cas tridimensionnel, associée à une procédure d'optimisation d'une structure de machine supraconductrice. Les résultats obtenus ont été validés avec succès par comparaison aux mesures et à des calculs numériques par la méthode des éléments finis, avec des temps de calcul très réduits comparés à ceux requis par cette dernière.

Finalement, nous nous sommes intéressés au comportement de bobines supraconductrices HTC à l'échelle d'une machine électrique. Dans la continuité des travaux portant sur l'étude de machines supraconductrices au laboratoire GREEN, nous avons présenté la mise en œuvre et les premiers tests effectués sur un prototype d'une machine synchrone à induit supraconducteur à flux axial refroidie à l'azote liquide. Les résultats obtenus pour les différents tests réalisés sont satisfaisants et nous ont permis à la fois de valider le calcul développé à base des équations intégrales et de confirmer le bon fonctionnement des bobines supraconductrices en tant qu'induit d'une machine électrique.

Concernant la modélisation, il reste à inclure les pertes fer dans les parties ferromagnétiques, et prendre en compte les phénomènes thermiques dont l'influence n'est pas négligeable sur le comportement des supraconducteurs, notamment au sein d'une machine électrique où l'environnement cryogénique est très contraint. La modélisation pourrait ensuite être étendue à l'étude des régimes transitoires dans les machines supraconductrices. Les modèles AC développés sont restreints au cas

bidimensionnel et pourraient également être étendus au 3D pour des géométries n'acceptant pas d'approches bidimensionnelles.

Au niveau expérimental, il reste encore de nombreux travaux à réaliser comme le développement d'une méthode de mesure efficace des pertes à l'échelle d'une machine, et la caractérisation de bobines alimentées en non sinusoïdal (alimentation par onduleur MLI...), préparant l'étude expérimentale d'un prototype en mode moteur.

---

## **Annexes**

---



## A. Equipements utilisés

### Caractérisation DC

La Figure II-2 représente le schéma de la mesure de la courbe  $U(I)$  de l'élément supraconducteur. Les équipements utilisés pour la caractérisation sont :

- **Une source de courant continu** :

Elle est composée de deux éléments : une source d'alimentation (XFR7.5-300 DC Power Supply) pilotée par un POWER SUPPLY PROGRAMMER pour gérer les montées de courant (rampes).



Figure A- 1 Source de courant continu.

- **Un Nano-voltmeter**: Keithley Model 2000 multimeter.

Il permet d'effectuer plusieurs mesures et d'afficher par la suite les données statistiques des résultats stockées. Les tensions mesurées ont une précision de  $0.1 \mu\text{V}$ .



Figure A- 2 Nano-voltmeter: Model 2000 multimeter.

### Caractérisation AC

Les différents appareils utilisés pour la mesure des pertes AC sont :

- **Un générateur basse fréquence (GBF)** : PM 5191 Programable Synthesizer.

Ce générateur permet de produire des signaux de formes d'onde sinusoïdales, triangulaires, carrées et en dents de scie sur une gamme de fréquences allant de 0.1-20 MHz avec une tension de sortie max de : 20Vc-c.



Figure A- 3 PM 5191 Programable Synthesizer.

- **Amplificateur de puissance** : Kepco Power Supply Bop 20-50 MG (1kW,  $\pm 20V$ ,  $\pm 50A$ ).

Il joue le rôle d'une alimentation électrique. Il permet de délivrer un signal de tension ou de courant dont la forme d'onde est contrôlée par le GBF.



Figure A- 4 Kepco Power Supply.

- **Voltmètre à détection synchrone** : Model SR 830 DSP Lock-in Amplifier.



Figure A- 5 Model SR 830 DSP Lock-in Amplifier.

Le principe de ce dernier est le suivant :

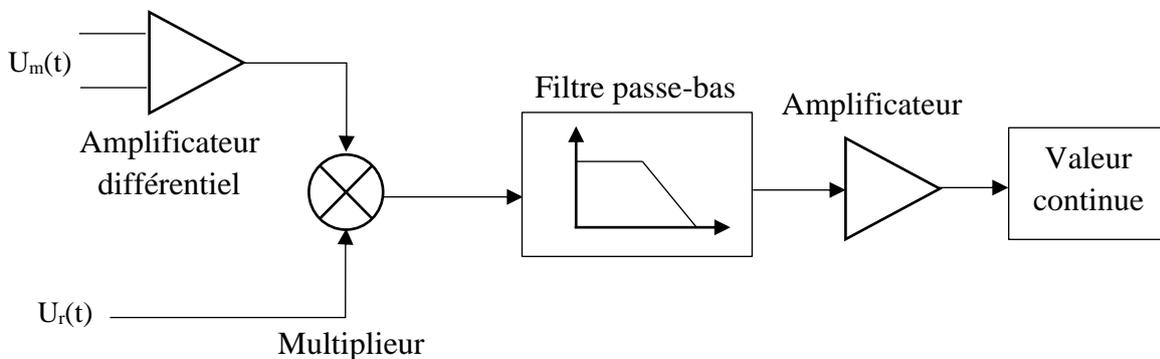


Figure A- 6 Principe de la détection synchrone.

Soit un signal mesuré  $U_m(t)$  de la forme :  $U_m(t) = U_m\sqrt{2} \sin(2\pi f_m t - \varphi)$ , et un signal de référence de la forme :  $U_r(t) = U_r\sqrt{2} \sin(2\pi f_r t - \varphi_r)$ . En multipliant ces deux signaux on obtient :

$$U_m(t) \times U_r(t) = U_m U_r \left[ \cos(2\pi(f_m - f_r)t + (\varphi - \varphi_r)) - \cos(2\pi(f_m + f_r)t + (\varphi + \varphi_r)) \right] \quad (A-1)$$

Le signal obtenu est alors intégré sur une période  $T$  très supérieure à celle du signal mesuré ou de référence, la valeur résultante ne sera nulle que si  $f_m = f_r$ , et on obtient :  $U_m U_r \cos(\varphi - \varphi_r)$ . Cette valeur est proportionnelle à la valeur efficace  $U_m$  du signal, et au cosinus du déphasage du signal mesuré par rapport au signal de référence. Le voltmètre à détection synchrone nous donne directement la valeur  $U_m \cos(\varphi - \varphi_r)$ .

Si on prend le courant qui traverse l'élément supraconducteur comme signal de référence, les bruits qui ne sont pas en phase avec le courant seront filtrés, ce qui permet d'avoir un signal utile avec un bruit fortement diminué.

Les pertes dissipées dans le supraconducteur seront donc :

$$P = I_{eff} U_m \cos(\varphi - \varphi_r) \quad (A-2)$$

Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle nous donne les pertes dues au passage d'un courant sinusoïdal uniquement.

## B. Circuit déphaseur

Le circuit électronique présentée dans la figure II.15 est constituée de deux blocs. Le premier est un déphaseur grâce auquel on peut régler la différence de phase entre deux signaux de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ . Son schéma électrique est le suivant :

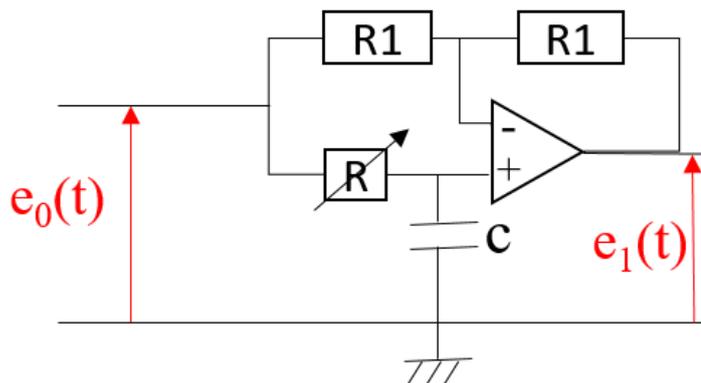


Figure B- 1 Schéma du circuit du déphaseur électronique.

Sa fonction de transfert est la suivante :

$$F(j\omega) = \frac{e_1(j\omega)}{e_0(j\omega)} = \frac{1 - j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (B-1)$$

$$\text{Avec : } \omega_0 = \frac{1}{RC}, |F(j\omega)| = 1 \text{ et } \text{Arg}(F(j\omega)) = -2 \tan^{-1} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

En choisissant la fréquence du coupure égale à la fréquence de signal d'entrée :  $\omega_0 = \omega$ , et cela en variant la résistance  $R$ , le signal de sortie sera déphasé de  $90^\circ$ .

Le deuxième circuit est le suivant :

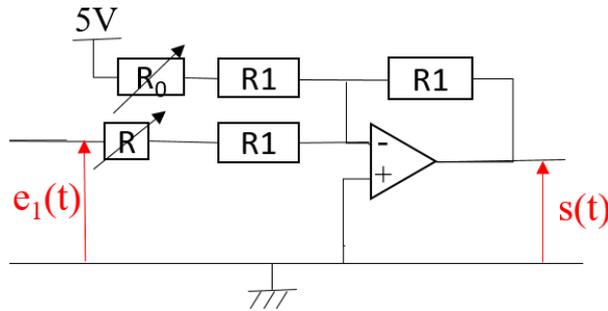


Figure B- 2 Réglage de la tension de sortie du déphaseur.

Où :

$$S(t) = \frac{R_1}{R + R_1} e_1(t) + \frac{5R_1}{R_0 + R_1} = c \times e_1(t) + V_0 \quad (B- 2)$$

Il sert à régler la valeur moyenne et l'amplitude du signal de sortie  $S(t)$  en variant les coefficients  $c$  et  $V_0$ , ce qui revient à varier les résistance  $R$  et  $R_0$ .

## C. Fabrication des bobines supraconductrices HTC de type « C »

Dans cette partie, nous allons décrire le processus de fabrication des bobines supraconductrices. La même technique a été déjà utilisée dans [BEL14].

Le dispositif de bobinage est présenté sur la Figure C- 1. Une quantité suffisante de ruban pour réaliser une bobine simple galette est placée dans le support nourricier. Le bobinage consiste à enrouler le ruban supraconducteur sur un noyau aimantique placé sur un deuxième support. Le troisième support comporte une bobine d'isolant électrique qui sert à isoler les spires constituant la bobine supraconductrice.

Le noyau en matériau non magnétique et non conducteur sur lequel le ruban est bobiné est de forme cylindrique de rayon 35mm et de hauteur égale à la largeur du ruban, ce qui respecte bien entendu la contrainte liée au rayon de courbure minimal du ruban donnée dans le Tableau II. 1. Ce noyau a été fabriqué en utilisant une imprimante 3D (Figure C- 2).

Deux amenées de courant en cuivre et deux prises de potentiel ont été soudées au centre et au rayon extérieur de la bobine pour permettre, respectivement, l'alimentation de la bobine immergée dans l'azote liquide et la mesure de la tension à ses bornes.

A la fin de bobinage, la bobine fabriquée est imprégnée avec une résine Epoxy (Araldite AY 103-1). La bobine sera prête pour la caractérisation un jour après sa réalisation ; le temps de séchage de la résine.

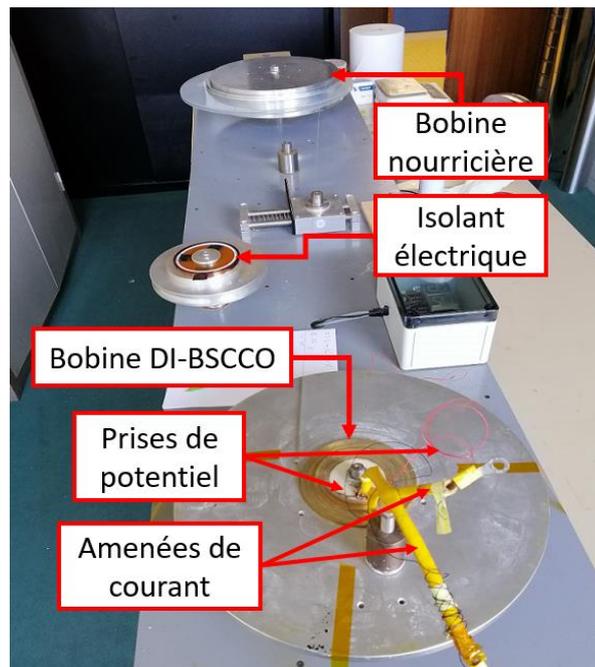


Figure C- 1 Photographie de dispositif de bobinage.

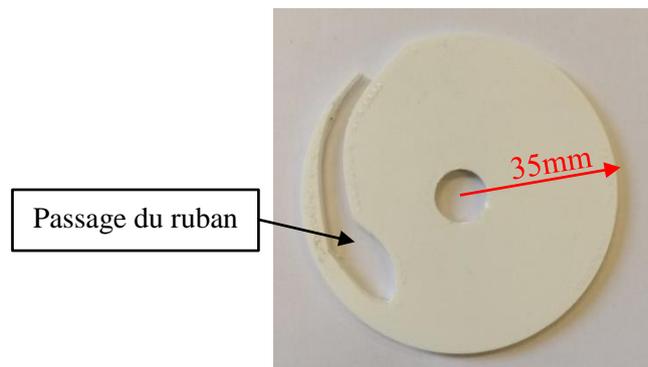


Figure C- 2 Noyau amagnétique de la bobine.

## D. Formules analytiques pour le calcul de l'induction magnétique $\vec{B}$ et du potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$

a) Expressions analytiques en deux dimensions (2D) :

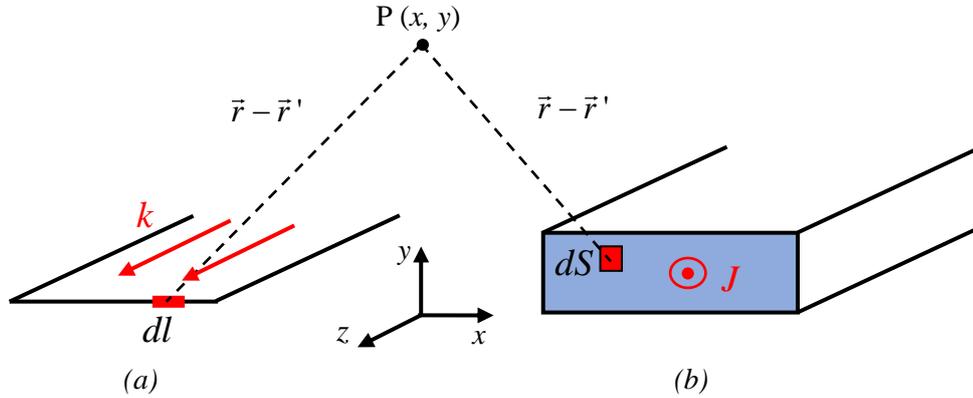


Figure D- 1 Configurations en (2D) : (a) nappe de courant (b) barre de section rectangulaire.

L'induction magnétique et le potentiel vecteur magnétique créés par une densité de courant  $J$  en un point de l'espace, dans une configuration bidimensionnelle, s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} \vec{A}(\vec{r}) = \int \vec{J}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d^2 r' \\ \vec{B}(\vec{r}) = \int \vec{J}(\vec{r}') \times \vec{\nabla}_{\vec{r}} G(\vec{r}, \vec{r}') d^2 r' \\ G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(\vec{r} - \vec{r}') \end{cases} \quad (D- 1)$$

En considérant la nappe de la Figure D- 1 (a) située dans le plan x-y à  $y=y_0$  et  $x_1 < x < x_2$ , portant une densité de courant surfacique  $k$  orientée dans la direction z, les intégrales (D- 1) peuvent être évaluées comme suit [OTT19] [DUR53] :

$$\begin{cases} A_z(x, y) = \frac{\mu_0 k}{2\pi} \left[ \frac{u}{2} \ln(u^2 + (y_0 - y)^2) - u \right. \\ \quad \left. + (y_0 - y) \arctan\left(\frac{u}{(y_0 - y)}\right) \right]_{u=x-x_1}^{x-x_2} \\ B_x(x, y) = -\frac{\mu_0 k}{2\pi} \left[ \arctan\left(\frac{u}{(y_0 - y)}\right) \right]_{u=x-x_1}^{x-x_2} \\ B_y(x, y) = -\frac{\mu_0 k}{4\pi} \left[ \ln(u^2 + (y_0 - y)^2) \right]_{u=x-x_1}^{x-x_2} \end{cases} \quad (D- 2)$$

Pour la barre rectangulaire de la Figure D- 1 (b) situé dans le plan x-y à  $x_1 < x < x_2$  et  $y_1 < y < y_2$ , portant une densité de courant  $J$  orientée dans la direction z, les intégrales (D- 1) sont évaluées comme suit [CLE07] :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_z(x, y) = \frac{-\mu_0 J}{4\pi} \left[ uv \ln(u^2 + v^2) + u^2 \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \right. \\ \quad \left. + v^2 \arctan\left(\frac{u}{v}\right) \right]_{u=x-x_1}^{x-x_2} \Big|_{v=y-y_1}^{y-y_2} \\ B_x(x, y) = \frac{-\mu_0 J}{4\pi} \left[ u \ln(u^2 + v^2) + 2v \arctan\left(\frac{u}{v}\right) \right]_{u=x-x_1}^{x-x_2} \Big|_{v=y-y_1}^{y-y_2} \\ B_y(x, y) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \left[ v \ln(u^2 + v^2) + 2u \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \right]_{u=x-x_1}^{x-x_2} \Big|_{v=y-y_1}^{y-y_2} \end{array} \right. \quad (D-3)$$

b) Expressions analytiques en trois dimensions (3D) :

Dans le cas tridimensionnel, le noyau de Green devient :  $G(\vec{r}, \vec{r}') = \mu_0 [4\pi(\vec{r} - \vec{r}')]^{-1}$ . Le potentiel vecteur et l'induction magnétique, produits par des densités de courant à support tridimensionnel, s'expriment alors comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3 r' \\ \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \wedge (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3 r' \end{array} \right. \quad (D-4)$$

Dans ce qui suit, nous présentons l'évaluation des intégrales (D-4), en 3D, pour des conducteurs de section rectangulaire, de forme rectiligne et en forme d'arc (Figure D-2).

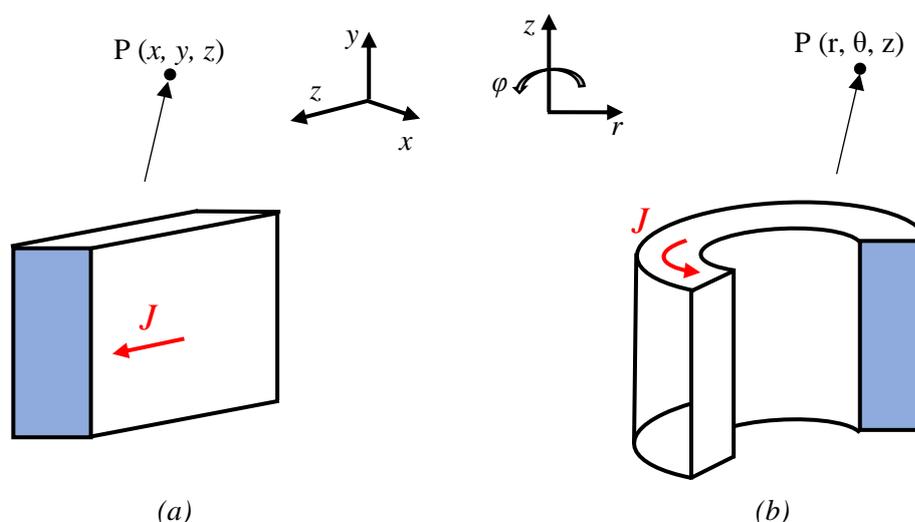


Figure D-2 Configurations (3D) à section rectangulaire (a) Forme rectiligne (b) En forme d'arc.

- Conducteur de section rectangulaire et de forme rectiligne :

Considérons le conducteur de la Figure D- 2 (a) situé à  $x_1 < x < x_2$ ,  $y_1 < y < y_2$  et  $z_1 < z < z_2$ , portant une densité de courant  $J$  orientée dans la direction  $z$ . Les intégrales (D- 4) sont alors évaluées comme suit [URA82] :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 A_z(x, y, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \left[ uv \sinh^{-1} \left( \frac{w}{\sqrt{u^2 + v^2}} \right) + vw \sinh^{-1} \left( \frac{u}{\sqrt{v^2 + w^2}} \right) + uw \sinh^{-1} \left( \frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}} \right) \right. \\
 \left. - \frac{1}{2} \left( u^2 \tan^{-1} \left( \frac{vw}{u\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \right) + v^2 \tan^{-1} \left( \frac{uw}{v\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \right) + w^2 \tan^{-1} \left( \frac{uv}{w\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \right) \right) \right] \Bigg|_{u=x_1-x}^{x_2-x} \Bigg|_{v=y_1-y}^{y_2-y} \Bigg|_{w=z_1-z}^{z_2-z} \\
 B_x(x, y, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \left[ \left[ v \tanh^{-1} \left( \frac{uw}{v\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \right) - u \sinh^{-1} \left( \frac{w}{\sqrt{u^2 + v^2}} \right) - w \sinh^{-1} \left( \frac{u}{\sqrt{v^2 + w^2}} \right) \right] \Bigg|_{u=x_1-x}^{x_2-x} \Bigg|_{v=y_1-y}^{y_2-y} \Bigg|_{w=z_1-z}^{z_2-z} \right. \\
 \left. B_y(x, y, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \left[ \left[ v \sinh^{-1} \left( \frac{w}{\sqrt{u^2 + v^2}} \right) + w \sinh^{-1} \left( \frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}} \right) - u \tanh^{-1} \left( \frac{vw}{u\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \right) \right] \Bigg|_{u=x_1-x}^{x_2-x} \Bigg|_{v=y_1-y}^{y_2-y} \Bigg|_{w=z_1-z}^{z_2-z} \right] \right.
 \end{array} \right. \quad (D- 5)$$

- Conducteur de section rectangulaire en forme d'arc :

Considérons le conducteur de la Figure D- 2 (b) situé à  $r_1 < r < r_2$ ,  $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$  et  $z_1 < z < z_2$ , portant une densité de courant  $J$  orientée dans la direction  $\varphi$ . Les intégrales (D- 4) sont alors évaluées comme suit [CAP14] [URA82-2] :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 A_r(r, \theta, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (K \times \sin(\theta - \varphi)) d\varphi \\
 A_\theta(r, \theta, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (K \times \cos(\varphi - \theta)) d\varphi \\
 K = \frac{1}{2} \left[ \left[ zm(v)R(u, v) + 2 \times r \cos(\varphi - \theta) zm(v) \ln(2R(u, v) - A(u, v)) \right. \right. \\
 \left. \left. + \left[ u^2 - \left( r \cos(\varphi - \theta) \right)^2 - r^2 \right] \ln(zm(v) + R(u, v)) \right. \right. \\
 \left. \left. - r^2 \sin(2(\varphi - \theta)) (nf_1(u, v) - nf_2(u, v)) \right] \Bigg|_{u=r_1}^{r_2} \Bigg|_{v=z_1}^{z_2} \right. \\
 B_r(r, \theta, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (L \times \cos(\varphi - \theta)) d\varphi \\
 B_\theta(r, \theta, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (L \times \sin(\varphi - \theta)) d\varphi \\
 B_z(r, \theta, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left( \left[ \left[ zm(v) \ln(A(u, v)) + r \sin(\varphi - \theta) [nf_1(u, v) - nf_2(u, v)] \right] \Bigg|_{u=r_1}^{r_2} \Bigg|_{v=z_1}^{z_2} \right. \right. \\
 \left. \left. + 0.5 \times r \cos(\varphi - \theta) \ln[n_1(u, v) - n_2(u, v)] \right] \Bigg|_{u=r_1}^{r_2} \Bigg|_{v=z_1}^{z_2} \right) d\varphi \\
 L = \left[ \left[ R(u, v) + r \cos(\varphi - \theta) \ln(2R(u, v) - A(u, v)) \right] \Bigg|_{u=r_1}^{r_2} \Bigg|_{v=z_1}^{z_2} \right.
 \end{array} \right. \quad (D- 7)$$

Avec :

$$zm(v) = v - z \quad (D- 8)$$

$$R(u, v) = \sqrt{(u^2 + r^2 - 2 \times ur \cos(\varphi - \theta) + (zm(v))^2)} \quad (D- 9)$$

$$A(u, v) = R(u, v) - u + r \cos(\varphi - \theta) \quad (D- 10)$$

$$nf_1(u, v) = a \tan 2(-R(u, v), zm(v) + A(u, v)) \quad (D- 11)$$

$$nf_2(u, v) = a \tan 2(R(u, v), zm(v) - A(u, v)) \quad (D- 12)$$

$$n_1(u, v) = (zm(v) + A(u, v))^2 + (r \sin(\varphi - \theta))^2 \quad (D- 13)$$

$$n_2(u, v) = (zm(v) - A(u, v))^2 + (r \sin(\varphi - \theta))^2 \quad (D- 14)$$

Dans le cas où  $(\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi)$ , les expressions pour les composantes du la potentiel vecteur (D- 6) et de l'induction magnétique (D- 7) se simplifient comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_\theta(r, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_0^{2\pi} (K \times \cos(\varphi)) d\varphi \\ K = \frac{1}{2} \left[ \left[ zm(v)R(u, v) + 2 \times r \cos(\varphi) zm(v) \ln(2R(u, v) - A(u, v)) \right. \right. \\ \left. \left. + \left[ u^2 - \left( (r \cos(\varphi))^2 - r^2 \right) \right] \ln(zm(v) + R(u, v)) \right. \right. \\ \left. \left. - r^2 \sin(2\varphi)(nf_1(u, v) - nf_2(u, v)) \right] \right]_{u=r_1}^{r_2} \Bigg]_{v=z_1}^{z_2} \end{array} \right. \quad (D- 15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_r(r, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_0^{2\pi} (L \times \cos(\varphi)) d\varphi \\ B_z(r, z) = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left( \left[ \left[ zm(v) \ln(A(u, v)) + r \sin(\varphi) [nf_1(u, v) - nf_2(u, v)] \right] \right]_{u=r_1}^{r_2} \right]_{v=z_1}^{z_2} \Bigg) d\varphi \\ L = \left[ \left[ R(u, v) + r \cos(\varphi) \ln(2R(u, v) - A(u, v)) \right] \right]_{u=r_1}^{r_2} \Bigg]_{v=z_1}^{z_2} \end{array} \right. \quad (D- 16)$$

Où :  $zm, R, A, nf_1, nf_2, n_1, n_2$  sont données par les mêmes formules : (D- 8) à (D- 14) avec  $\theta=0$ .

Les formules pour le calcul du potentiel vecteur et de l'induction magnétiques produits par un conducteur en forme d'arc à section mince situé, soit à  $(r=r_0, \varphi_1 < \varphi < \varphi_2$  et  $z_1 < z < z_2)$ ,  $(z=z_0, \varphi_1 < \varphi < \varphi_2$  et  $r_1 < r < r_2)$  ou encore dans le cas particulier lorsque  $(\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi)$ , portant une densité de courant  $k$  orientée dans la direction  $\varphi$  sont aussi disponible dans [\[URA82\]](#).

## E. Détails sur la construction des différentes matrices

Dans cette partie, nous donnons plus de détails sur la construction des matrices pour un problème en 2D. Comme déjà mentionné dans le troisième chapitre, les matrices  $\overline{\overline{L_{AB}}}$  et  $\overline{\overline{M_{AB}^x}}$  et  $\overline{\overline{M_{AB}^y}}$  lient respectivement, le potentiel vecteur magnétique et la densité de flux magnétique, calculés dans la partie A (cible) à leur source (partie B). Elles sont de dimension  $(N_A \times N_B)$  tel que les indices S, F et C représentent : S : domaine source ( $\Omega_s$ ), F : domaine ferromagnétique ( $\Omega_f$ ) et C : domaine supraconducteur ( $\Omega_c$ ).

Pour le potentiel vecteur magnétique on a :  $\overline{\overline{L_{CC}}}$ ,  $\overline{\overline{L_{CF}}}$  et  $\overline{\overline{L_{CS}}}$ . Pour la densité de flux magnétique on a :  $\overline{\overline{M_{CC}^x}}$ ,  $\overline{\overline{M_{CF}^x}}$  et  $\overline{\overline{M_{CS}^x}}$ , idem pour la composante suivant l'axe y. Ces matrices sont construites en utilisant les formules analytiques (D- 2) et (D- 3) présentées en haut.

**Exemple 1** : construction de la matrice  $\overline{\overline{M_{CC}^x}}$  :

Le domaine supraconducteur est discrétisé en  $N_C$  surfaces élémentaires. Cette matrice est donc de taille  $(N_C \times N_C)$ . En utilisant l'équation (D- 3), les valeurs de la matrice sont données par :

$$\left(\overline{\overline{M_{CC}^x}}\right)_{ij} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \left[ u \ln(u^2 + v^2) + 2v \arctan\left(\frac{u}{v}\right) \right]_{u=x_i-a_j}^{x_i-b_j} \Bigg|_{v=y_i-d_j}^{y_i-d_j} \quad (E- 1)$$

Le potentiel vecteur magnétique est évalué au centre de chaque élément donné par les coordonnées  $x_i = (a_i + b_i)/2$  et  $y_i = (c_i + d_i)/2$  tel que  $(a_i, b_i)$  et  $(c_i, d_i)$  sont les valeurs inférieures et supérieures (limites) de chaque surface élémentaire suivant l'axe  $x$  et  $y$ , respectivement.

Dans le cas où la densité de courant dans le supraconducteur est constante, la matrice est donc de taille  $(N_C \times I)$  et  $(a, b)$  et  $(c, d)$  sont les valeurs inférieures et supérieures (limites) de la section totale ou équivalente du supraconducteur suivant l'axe  $x$  et  $y$ , respectivement.

Les matrices constituant le vecteur de la densité de courant surfacique  $\vec{k}_s$  sont  $\overline{\overline{M_{FF}}}$ ,  $\overline{\overline{M_{FC}}}$  et  $\overline{\overline{M_{FS}}}$ .

**Exemple 2** : construction de la matrice  $\overline{\overline{M_{FF}}}$  :

Le contour  $\Gamma$  de la partie ferromagnétique est uniformément discrétisé en  $N_F$  segments élémentaires  $\Delta\Gamma_i$  portant une densité de courant surfacique constante  $k_{si}$ . Cette matrice est donc de taille  $(N_F \times N_F)$ . En utilisant l'équation (III-12), les valeurs de la matrice sont données par :

$$\left(\overline{\overline{M_{FF}}}\right)_{ij} = \begin{cases} -\frac{2(\mu_r - 1)}{\mu_r + 1} \int_{\Delta\Gamma_j (i \neq j)} \frac{\vec{k}(\vec{r}_j)}{\|\vec{k}(\vec{r}_j)\|} \times \vec{\nabla} G(\vec{r}_i, \vec{r}_j) d\Gamma \times \vec{n}(\vec{r}_i) & (i \neq j) \\ 0 & (i = j) \end{cases} \quad (E- 2)$$

L'élément  $j$  portant la densité de courant  $\vec{k}(\vec{r}_j)$  a les coordonnées suivantes :

$$\begin{cases} [a_j \leq x \leq b_j, y] & (\vec{n}(\vec{r}_j) = \vec{y}) \\ [x, c_j \leq y \leq d_j] & (\vec{n}(\vec{r}_j) = \vec{x}) \end{cases} \quad (E- 3)$$

Si :  $\vec{n}(\vec{r}_i) = \vec{y}$  : l'intégrale dans (E- 2) est évalué au point  $(x_i = (a_i + b_i)/2, y_i)$  :

$$\left[ \int_{\Delta\Gamma_j (i \neq j)} \frac{\vec{k}(\vec{r}_j')}{\|\vec{k}(\vec{r}_j')\|} \times \vec{\nabla} G(\vec{r}_i, \vec{r}_j') d\Gamma \times \vec{n}(\vec{r}_i) \right]_{ij} = \begin{cases} -\frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \arctan\left(\frac{u}{(y-y_i)}\right) \right]_{u=x_i-b_j}^{x_i-b_j} & (\vec{n}(\vec{r}_j) = \vec{y}) \\ \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \ln(v^2 + (x_i-x)^2) \right]_{v=y_i-c_j}^{y_i-d_j} & (\vec{n}(\vec{r}_j) = \vec{x}) \end{cases} \quad (E- 4)$$

**Exemple 3** : construction de la matrice  $\overline{\overline{S}}$  dans l'équation (III-55) :

Nous rappelons ici l'équation (III-54) qui permet d'imposer un courant de transport dans une couche  $c$  du système homogénéisé défini dans la Figure III-19 :

$$\nabla \varphi_c = \lambda \overline{\overline{S}}_c^T \{ \overline{\overline{J}}_c - \overline{\overline{J}}_{a,c} \} \quad (E- 5)$$

Où  $\overline{\overline{S}}_c$ ,  $\overline{\overline{J}}_c$  et  $\overline{\overline{J}}_{a,c}$  sont des vecteurs de taille  $n_x$  contenant respectivement les surfaces élémentaires, les densités de courant électrique et les densités de courant électrique appliquées dans les éléments de la couche  $c$ . Comme la valeur  $\nabla \varphi_c$  est constante sur toute la section de la couche  $c$ , cette valeur est affectée à chaque élément de cette couche.

Pour tous les éléments des toutes les couches, le gradient du potentiel scalaire électrique peut être exprimé comme suit :

$$\overline{\overline{\nabla \varphi}} = \overline{\overline{S}} \{ \overline{\overline{J}} - \overline{\overline{J}}_a \} \quad (E- 6)$$

Où  $\overline{\overline{\nabla \varphi}}$ ,  $\overline{\overline{S}}$  sont de taille  $(n_x \times n_c, I)$  et  $(n_x \times n_c, n_x \times n_c)$  respectivement ( $n_c$  : nombre de couches). La matrice  $\overline{\overline{S}}$  est la suivante :

$$\overline{\overline{S}} = \begin{pmatrix} \overline{\overline{R}}_1 & & \overline{\overline{0}} \\ & \ddots & \\ \overline{\overline{0}} & & \overline{\overline{R}}_{n_c} \end{pmatrix} \quad (E- 7)$$

Les matrices  $\overline{\overline{R}}_i$  sont de taille  $(n_x, n_x)$ . Elles sont de la forme suivante :

$$\overline{\overline{R}}_i = \begin{pmatrix} \overline{\overline{S}}_i^T \\ \vdots \\ \overline{\overline{S}}_i^T \end{pmatrix} \quad (E- 8)$$

## F. Détails sur le développement des équations utilisées pour l'optimisation

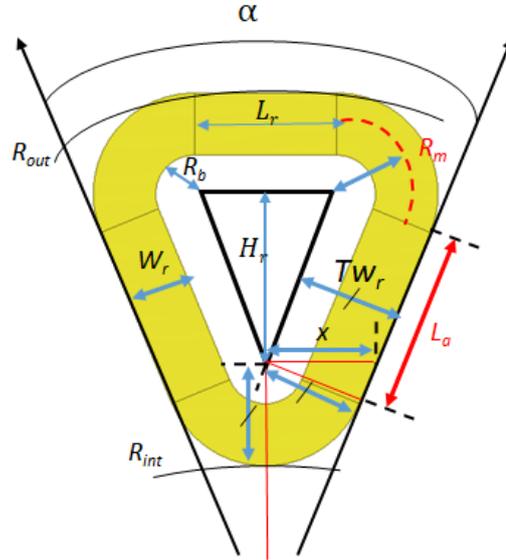


Figure F- 1 Structure et dimensions d'une bobine du rotor

D'après la Figure F- 1, nous pouvons établir les équations suivantes :

$$\alpha = \pi/p; \quad \gamma = 2\pi/Q \quad (F- 1)$$

$$T W_r - W_r = R_b \quad (F- 2)$$

$$H_r = R_{out} - R_{int} - 2 * T W_r \quad (F- 3)$$

$$L_r = 2 H_r \tan(\alpha / 2) \quad (F- 4)$$

$$X = \frac{T W_r}{\cos(\alpha/2)} = \tan(\alpha/2)(R_{int} + T W_r) \quad (F- 5)$$

$$R_m = (2 T W_r - w_r) / 2 \quad (F- 6)$$

$$L_a = \frac{H_r}{\cos(\alpha/2)} \quad (F- 7)$$

De l'équation (F- 5), nous obtenons :

$$T W_r = \frac{R_{int} \sin(\alpha / 2)}{1 - \sin(\alpha / 2)} \quad (F- 8)$$

La longueur de fil supraconducteur ( $L_s$ ) d'une bobine du rotor est obtenue à partir des équations (F- 6) et (F- 7) :

$$L_s = \left( \frac{H_r}{\cos(\alpha/2)} + \frac{L_r}{2} + \frac{\pi(2 T W_r - W_r)}{2} \right) 2 N_r \quad (F- 9)$$

La longueur de fil supraconducteur utilisée dans les bobinages de l'inducteur est :

$$L_1 = \left( \frac{H_r}{\cos(\alpha/2)} + \frac{L_r}{2} + \frac{\pi(2Tw_r - W_r)}{2} \right) 4p N_r \quad (F-10)$$

Pour le bobinage de l'induit où nous avons  $Q$  bobines, la longueur du fil est donc de :

$$L_2 = \left( \frac{H_s}{\cos(\gamma/2)} + \frac{L_s}{2} + \frac{\pi(2Tw_s - W_s)}{2} \right) 2Q N_s \quad (F-11)$$

Le bobinage est réalisable lorsque le rapport  $Q/(3t)$  est un nombre entier tel que  $t = \text{PGCD}(Q, p)$  [BIA06].

Les contraintes sur les variables données dans le Tableau IV. 4 sont obtenus comme suit :

❖ Contraintes sur  $x_1$  :

De l'équation (F- 8), nous obtenons :

$$x_1 = \frac{(R_b + W_r)(1 - \sin(\alpha/2))}{R_{out} \sin(\alpha/2)} \quad (F-12)$$

En choisissant des valeurs minimales pour le rayon de courbure  $R_b = R_c$  et la largeur des bobines  $W_r = 2e_w$ , nous avons :

$$\text{Max} \left\{ \begin{array}{l} \frac{(R_c + 2e_w)(1 - \sin(\alpha/2))}{R_{out} \sin(\alpha/2)} \\ \frac{(R_c + 2e_w)(1 - \sin(\gamma/2))}{R_{out} \sin(\gamma/2)} \end{array} \right\} \leq x_1 \quad (F-13)$$

D'après la Figure F- 1, la valeur de  $H_r$  doit être positive. Les équations (F- 3) et (F- 5) nous donnent :

$$R_{int} \left[ 1 + \frac{2 \sin(\alpha/2)}{1 - \sin(\alpha/2)} \right] \leq R_{out} \quad (F-14)$$

Ce qui donne :

$$x_1 \leq \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \left( 1 + \frac{2 \sin(\alpha/2)}{1 - \sin(\alpha/2)} \right)^{-1} \\ \left( 1 + \frac{2 \sin(\gamma/2)}{1 - \sin(\gamma/2)} \right)^{-1} \end{array} \right\} \quad (F-15)$$

❖ Contraints sur  $x_2$  et  $x_3$  :

De l'équation (F- 2), nous obtenons :

$$x_2 = 1 - \frac{R_b}{Tw_r} \quad (F- 16)$$

Compte tenu du fait que  $R_c \leq R_b$  et  $2e_w \leq W_r$ , nous obtenons les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} \frac{2e_w}{Tw_r} \leq x_2 \leq 1 - \frac{R_c}{Tw_r} \\ \frac{2e_w}{Tw_s} \leq x_3 \leq 1 - \frac{R_c}{Tw_s} \end{cases} \quad (F- 17)$$

---

## **Références Bibliographiques**

---



- [**AIL06**]: E. H. Ailam, « Machine synchrone à plots supraconducteurs: Etude et réalisation », *Thèse, Génie Electrique*, Henri Poincaré, Nancy-I, 2006.
- [**AIN11**]: M. D. Ainslie, W. Yuan, Z. Hong, R. Pei, T. J. Flack and T. A. Coombs, « Modeling and Electrical Measurement of Transport AC Loss in HTS-Based Superconducting Coils for Electric Machines », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 21, no. 3, pp. 3265-3268, 2011.
- [**ALH15**]: R. Alhasan, « Etude et réalisation d'une nouvelle structure d'un moteur synchrone supraconducteur », *Thèse, Génie Electrique*, Université de Lorraine, 2015.
- [**AMA15**]: N. Amaro, J. Šouc, J. Murta-Pina, J. Martins, J. M. Ceballos and F. Gömöry, « Contactless Loop Method for Measurement of AC Losses in HTS Coils », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 25, no. 3, pp. 1-4, 2015.
- [**AMI18**]: A. A. Amin et al., « Computational homogenization of the elastic and thermal properties of superconducting composite MgB<sub>2</sub> wire », *Composite Struct.*, vol. 188, pp. 313-329, 2018.
- [**ASH01**]: S. P. Ashworth and M. Suenaga, « Local calorimetry to measure the AC losses in structures of HTS conductors », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 11, no. 1, pp. 2200-2203, 2001.
- [**ASH10**]: S. P. Ashworth and D. N. Nguyen, « The electrical measurement of AC losses in a three-phase tri-axial superconducting cable », *Supercond. Sci. Technol.* 23 095009, vol. 23, no. 9, Aug. 2010.
- [**BEA64**]: C. P. BEAN, « Magnetization of high-field superconductors », *Reviews of modern physics*, pp.31-39, Janvier 1964.
- [**BEL14**]: L. Belguerras, « Etudes Théoriques et Expérimentales d'Accouplements Magnétiques Supraconducteurs », Thèse de doctorat, Université de Lorraine, mai 2014.
- [**BEN12**]: S. Bendali, « Dimensionnement d'un moteur supraconducteur HTc », thèse de doctorat, Université de Lorraine, décembre 2012.
- [**BER06**]: K. Berger, « Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température », Thèse de Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I. 2006.
- [**BER20**]: E. Berrospe-Juarez, F. Trillaud, V. M. R. Zermeño, F. Grilli, H. W. Weijers and M. D. Bird, « Screening Currents and Hysteresis Losses in the REBCO Insert of the 32 T All-Superconducting Magnet Using T-A Homogenous Model », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 30, no. 4, pp. 1-5, June 2020.
- [**BHA20**]: R. Bharti, S. Kataria, S. Chand, R. Kumar, T. S. Datta and S. Kar, « Temperature and Resistance Profile on HTS Tape During Fault and Recovery in Modular SFCL Unit », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 30, no. 5, pp. 1-6, 2020.
- [**BIA06**]: N. Bianchi et M. D. Pre, « Use of the star of slots in designing fractional-slot single-layer synchronous motors », *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 153, no 3, p. 459-466, mai 2006.
- [**BIN92**]: K. J. Binns, P. J. Lawrenson and C. W. Trowbridge, « The Analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Fields », NY, NY, USA:Wiley, 1992.
- [**BRA06**]: R. Brambilla, F. Grilli, and L. Martini, « Development of an edge-element model for AC loss computation of high-temperature superconductors », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 20, no. 1, pp. 16-24, 2006.
- [**BRA93**]: E. H. Brandt and M. Indenbom, « Type-II-superconductor strip with current in a perpendicular magnetic field », *Physical Review B*, vol. 48, pp. 12893, 1993.
- [**BRA94**]: E. H. Brandt, « Thin superconductors in a perpendicular magnetic AC field: General formulation and strip geometry », *Phys. Rev. B*, vol. 49, no. 13, pp. 9024-9040, 1994.
- [**BRU17**]: B. J. De Bruyn, J. W. Jansen and E. A. Lomonova, « AC losses in HTS coils for high-frequency and non-sinusoidal currents », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 30, 2017.
- [**BRU89**]: Y. Brunet, « Les supraconducteurs », *Techniques de l'ingénieur*, traité Génie électrique, D2700, 1989.

[CAM09]: A. M. Campbell, « A direct method for obtaining the critical state in two and three dimensions », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 22, no. 3, p. 034005, 2009.

[CAN]: [www.can-superconductors.com](http://www.can-superconductors.com).

[CAP14]: A. Capelluto, M. Nervi and P. Molino, « Algorithm for the Fast Calculation of Magnetic Fields Generated by Arc-Shaped Conductors with Rectangular Cross Section », *IEEE Trans. Appl. Superconduct.*, vol. 24, no. 6, pp. 1-5, Dec. 2014.

[CAR12]: K. Carrier, « Modèle Intégrale Axisymétrique pour le Calcul des Pertes AC dans les Bobinages Supraconducteurs », Master Thesis, Ecole Polytechnique Montreal, 2012.

[CAR83]: CARR W.J., « AC loss and macroscopic theory of superconductors », Gordon and Breach science publishers, 158 p, 1983.

[CAR99]: W. J. Carr and C. E. Oberly, « Filamentary YBCO conductors for AC applications », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 9, no. 2, pp. 1475-1478, 1999.

[CAS14]: D. T. E. H. van Casteren, J. J. H. Paulides and E. A. Lomonova, « 3-D numerical surface charge model including relative permeability: The general theory », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 11, Nov. 2014.

[CEL00]: S Çelebi, A Öztürk, E Yanmaz, A.İ Kopya, « Determination of the material parameters of a melt-textured YBCO superconductor by DC magnetization analysis », *Journal of Alloys and Compounds*, Volume 298, Issues 1–2, 2000.

[CHA10]: Jean-Frederic Charpentier, « Habilitation à Diriger les Recherches: Contribution à la modélisation analytique des systèmes électromagnétiques basse fréquence au sein de leur environnement en vue de leur conception », [Rapport de recherche] hal. 2010. <hal-01208366f>.

[CHE16]: X. Y. Chen, J. X. Jin, J. Feng, Q. Xu, M. G. Tang and H. L. Zou, « Performance Improvement of a Bi-2223 Solenoid Coil With Optimal Ferromagnetic Disks », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 26, no. 7, pp. 1-7, 2016.

[CHE97]: H. Chemkha and F. Rioux-Damidau, « A fast and accurate model for eddy current computation in thin conducting shells », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 2, pp. 1342-1345, March 1997.

[CLE07]: J. R. Clem et al., « AC losses in a finite z stack using an anisotropic homogeneous-medium approximation », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 20, no. 12, 2007.

[CLE91]: J. R. Clem, « Magnetic Susceptibility of Superconductors and Other Spin Systems », *USA, NY, New York:Plenum*, pp. 177, 1991.

[COL20]: A. Colle, « Etude d'une machine supraconductrice à flux axial pour une application aéronautique », *Thèse, Génie Electrique*, Université de Lorraine, 2020.

[CUR15]: Mitrofan Curti, Johannes J. H. Paulides and E. A. Lomonova, « An overview of analytical methods for magnetic field computation », *Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER) 2015 Tenth International Conference on*, pp. 1-7, 2015.

[DAI14]: J. S. Dai, Y. S. Wang, W. J. Zhao, L. M. Xia and D. Sun, « A novel calorimetric method for measurement of AC losses of HTS tapes by optical fiber bragg grating », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 24, no. 5, Oct. 2014.

[DIN07]: R. B. Dinner, K. A. Moler, D. Matthew Feldmann and M. R. Beasley, « Imaging ac losses in superconducting films via scanning Hall probe microscopy », *Physical Rev. B*, vol. 75, 2007.

[DJE17]: Z. Djelloul-Khedda, K. Boughrara, F. Dubas and R. Ibtouen, « Nonlinear Analytical Prediction of Magnetic Field and Electromagnetic Performances in Switched Reluctance Machines », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 53, no. 7, pp. 1-11, July 2017.

[DOL15]: B. Dolisy, « Étude d'un moteur supraconducteur à flux axial avec une transmission magnétique supraconductrice intégrée », *Thèse, Génie Electrique*, Université de Lorraine, 2015.

- [DOU01]: B. Douine, « Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique », thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-I, novembre 2001.
- [DOU10]: B. Douine, J. Leveque and S. Mezani, «  $J_c(B)$  Determination Method With the Help of the Virgin Magnetization Curve of a Superconducting Cylinder », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 20, no. 2, pp. 82-86, 2010.
- [DUL96] : P. DULAR, « Modélisation du champ magnétique et des courants induits dans des systèmes tridimensionnels non linéaires », Thèse de Doctorat, Université de Liège 1996.
- [DUR53]: E. Durand, « Electrostatique et Magnétostatique », Masson et Cie, 1953.
- [DUR68]: E. DURAND, « Magnétostatique », *Masson et Cie.* 1968.
- [EXT20]: A. Extance, « Room temperature superconductivity finally claimed by mystery material », in "www.chemistryworld.com", 14 October 2020.
- [FAR19]: M. Farhat, « Contribution à la modélisation 3D du champ électromagnétique dans les supraconducteurs à haute température critique », Thèse, *Génie Electrique*, Université de Lorraine, 2019.
- [FUKU12]: S. Fukui et al., « Measurement and Numerical Analysis of AC Loss in High Temperature Superconducting Coil », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 22, no. 3, pp. 4704904-4704904, 2012.
- [FUKU16]: S. Fukui, S. Tsukamoto, K. Nohara, J. Ogawa, T. Sato and T. Nakamura, "Study on AC Loss Reduction in HTS Coil for Armature Winding of AC Rotating Machines," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 26, no. 4, pp. 1-5, 2016.
- [FUKU19]: S. Fukui, J. Ogawa, J. Takahashi, Y. Kobu, T. Sato and T. Nakamura, "Study on AC Loss Characteristics of 3-Phase HTS Coils With Iron Core and Its Reduction," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 29, no. 5, pp. 1-5, 2019.
- [FUN13]: K. Funaki *et al.*, « Transport AC Loss Properties of a Bi-2223 Superconducting Coil From 0.1 Hz to 10 Hz », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 23, no. 3, pp. 4700804-4700804, June 2013.
- [FUR03]: M. Furuse, J. Kondoh, H. Tanaka and M. Umeda, « AC loss measurement of HTS coils with ferromagnetic disks », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 13, no. 2, pp. 2356-2359, June 2003.
- [GAI13]: U. Gaitzsch et al., « Highly alloyed Ni-W substrates for low AC loss applications », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 26, no. 8, pp. 85 024-85 029, Aug. 2013.
- [GAM11]: B. Gamble, G. Snitchler, et T. MacDonald, « Full Power Test of a 36.5 MW HTS Propulsion Motor », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 21, n° 3, p. 1083-1088, juin 2011.
- [GEN18]: W. Geng and Z. Zhang, « Analysis and Implementation of New Ironless Stator Axial-Flux Permanent Magnet Machine With Concentrated Nonoverlapping Windings », in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 33, no. 3, pp. 1274-1284, Sept. 2018.
- [GEO06]: Olivier GEOFFROY, « Physique des matériaux magnétiques », *Techniques de l'ingénieur Matériaux magnétiques en électrotechnique*, D2080, 2006.
- [GIA15]: C. GIANESE, « Propriétés des fluides cryogéniques », *Techniques de l'ingénieur*, Issu de : Énergies | Froid industriel, Réf. : BE9810 V1, 2015.
- [GLO]: <http://www.global-sei.com>, fabricant de fil de type BSCCO.
- [GOM07]: F. Gomory et al., « Performance Improvement of Superconducting Tapes Due to Ferromagnetic Cover on Edges », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, no. 2, pp. 3083-3086, June 2007.
- [GOM97]: F. GOMORY, « Characterization of high-temperature superconductors by AC susceptibility measurements », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 10, pp. 523-542, 1997.
- [GRI07]: F. Grilli and S. P. Ashworth, « Measuring transport AC losses in YBCO-coated conductor coils », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 20, no. 8, pp. 794-799, Aug. 2007.

[GRI14]: F. Grilli, E. Pardo, A. Stenvall, D. N. Nguyen, W. Yuan and F. Gömory, « Computation of Losses in HTS Under the Action of Varying Magnetic Fields and Currents », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 24, no. 1, pp. 78-110, 2014.

[GRI16]: Francesco Grilli, Anna Kario, « How filaments can reduce AC losses in HTS coated conductors: a review », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 29, pp. 083002, 2016.

[HAR17]: K. S. Haran et al., « High power density superconducting machines – development status and technology roadmap », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 30, no. 12, pp. 1-30, 2017.

[HIN05]: A. C. Hindmarsh et al., « Sundials: Suite of nonlinear and differential/algebraic equation solvers », *ACM Trans. Math. Softw.*, vol. 31, no. 3, pp. 363-396, 2005. Available: <http://computation.llnl.gov/casc/sundials>.

[INT06]: International Standard. IEC 61788-3 ED.2: *Superconductivity* - Part 3: Critical current measurement – DC critical current of Ag- and/or Ag alloy-sheathed Bi-2212 and Bi-2223 oxide super-conductors, 2006.

[JAN05]: M-H. Jang and W. Wong-Ng, « Transport AC losses of Ag-sheathed Bi-2223 tapes with different twist-pitch using electrical methods », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 19, no. 1, Dec. 2005.

[JAN11]: Janssen, J. L. G. (2011), « Extended analytical charge modeling for permanent-magnet based devices: practical application to the interactions in a vibration isolation system », *Technische Universiteit Eindhoven*. <https://doi.org/10.6100/IR719555>.

[JEN12]: B. Jensen, P. Masson, « History and Latest Development of Superconducting Machines », International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2012.

[KAJ99]: K. Kajikawa, M. Iwakuma, and K. Funaki, « Influence of geometrical configuration on AC loss measurement with pick-coil method », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 9, no. 2, pp. 746-749, 1999.

[KAL15]: S.S. Kalsi, « High-temperature superconducting transformers », *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, pp. 1–25, 2015.

[KAM08]: M. J. Kamper, R. Wang and F. G. Rossouw, « Analysis and Performance of Axial Flux Permanent-Magnet Machine With Air-Cored Nonoverlapping Concentrated Stator Windings », in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 44, no. 5, pp. 1495-1504, Sept.-Oct. 2008.

[KIM62]: Y. B. Kim, C. F. Hempstead, et A. R. Strnad, « Critical Persistent Currents in Hard Superconductors », *Physical Review Letters*, vol. 9, no. 7, p. 306-309, oct. 1962.

[KIR13]: S. Kirsch, J F. Fagnard, P. Vanderbemden and B. Vanderheyden, « Semi-analytical study of AC losses in an infinitely long superconducting cylinder surrounded by a metallic sheath: magnetic field dependent critical current density and generation of harmonics », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 26, 115001, 2013.

[KOV20]: K Kovalev et al. « Development and testing of 10 kW fully HTS generator », *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 1559, 2020, doi:10.1088/1742-6596/1559/1/012137.

[LAN01]: J. Lang and J. Verwer, « Ros3p—An accurate third-order rosenbrock solver designed for parabolic problems », *BIT Numer. Math.*, vol. 41, no. 4, pp. 731-738, Sep 2001.

[LI19]: Y. Li, Z. Jiang, G. Sidorov, R. Koraua, Y. Sogabe and N. Amemiya, « AC Loss Measurement in HTS Coil Windings Coupled With Iron Core », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 29, no. 5, pp. 1-5, 2019.

[LIA17]: F. Liang et al., « A finite element model for simulating second generation high temperature superconducting coils/stacks with large number of turns », *J. Appl. Phys.*, vol. 122, no. 4, p. 043903, 2017.

[LIU20]: Y. Liu et al., « Study of Calorimetric Self-Field AC Loss Measurement of HTS Stacks Using FBG Sensors », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 30, no. 4, pp. 1-6, 2020.

[MAG01]: N. Magnusson, « Semi-empirical model of the losses in HTS tapes carrying AC currents in AC magnetic fields applied parallel to the tape face », *Phys. C Supercond.*, vol. 349, no. 3, pp. 225-234, Jan. 2001.

[MAJ07]: M. Majoros, L. Ye, A. V. Velichko, T. A. Coombs, M. D. Sumption, and E. W. Colling, « Transport AC losses in YBCO coated conductors », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 20, no. 9, pp. S299–S304, 2007.

**[MAR10]:** José María Ceballos Martínez, « Analysis of AC losses in superconducting electrical components for application in the design of electrical systems », *Thesis project*, University of Extremadura, Spain, 2010.

**[MAS02]:** P. MASSON, « Étude d'écrans supraconducteurs à haute température critique massifs. Application à la réalisation d'une machine électrique de conception originale », Génie Electrique, Université Henri Poincaré, Nancy I, 2002.

**[MAT]:** Matlab, « Ordinary Differential Equations », Available: <https://fr.mathworks.com/help/matlab/ordinary-differential-equations.html>.

**[MAT07]:** T. Matsushita, « Measurement Methods for Critical Current Density », In: Flux Pinning in Superconductors. Springer, Berlin, Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-44515-9>, 2007.

**[MAW08]:** Y. Mawatari, « Magnetic field distributions around superconducting strips on ferromagnetic substrates », *Phys. Rev. B*, vol. 77, no. 10, p. 104505, Mar. 2008.

**[MEN09]:** H. MENANA, « Modélisation 3D simplifiée pour l'évaluation non destructive des matériaux composites anisotropes », Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes Novembre 2009.

**[MES19]:** G. Messina, E. Tamburo De Bella and L. Morici, « HTS Axial Flux Permanent Magnets Electrical Machine Prototype: Design and Test Results », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 29, no. 5, pp. 1-5, 2019.

**[MIK13]:** G. P. Mikitik, Y. Mawatari, A. T. S. Wan and F. Sirois, « Analytical Methods and Formulas for Modeling High Temperature Superconductors », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 23, no. 2, pp. 1-20, 2013.

**[MOR12]:** A. Morandi, « 2D electromagnetic modelling of superconductors », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 25, no. 10, p. 104003, 2012.

**[MOU10]:** R. MOULIN, « Dimensionnements et essais de moteurs supraconducteurs », Génie Electrique, université Henri Poincaré, Nancy-I, 2010.

**[Mul95]:** K. H. Muller, C. Andrikidis, H. K. Liu and S. X. Dou, « AC hysteresis losses in monofilamentary Pb-Bi-Sr-Ca-Cu-O/Ag tapes », *Phys. C Supercond.*, vol. 247, pp. 74-82, Feb. 1995.

**[MUR13]:** J. P. Murphy *et al.*, « Experiment Setup for Calorimetric Measurements of Losses in HTS Coils Due to AC Current and External Magnetic Fields », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 23, no. 3, pp. 4701505-4701505, 2013.

**[NEX]:** [www. Nexans.com](http://www.Nexans.com).

**[NGU09]:** D. N. Nguyen, F. Grilli, S. P. Ashworth and J. O. Willis, « AC loss study of antiparallel connected YBCO coated conductors », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 22, no. 5, pp. 055014, May 2009.

**[NGU10]:** D. N. Nguyen, S. P. Ashworth, J. Willis, F. Sirois and F. Grilli, « A new finite-element method simulation model for computing AC loss in roll assisted biaxially textured substrate YBCO tapes », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 23, no. 2, 2010.

**[NIC07]:** W. Nick, M. Frank, G. Klaus, J. Fraunhofer, et H.-W. Neumuller, « Operational experience with the world's first 3600 rpm 4 MVA generator at Siemens », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, n° 2, p. 2030–2033, 2007.

**[NIU18]:** M. Niu, H. Yong, J. Xia and Y. Zhou, « The effects of ferromagnetic disks on AC losses in HTS pancake coils with nonmagnetic and magnetic substrates », *J. Supercond. Novel Magn.*, vol. 32, no. 3, pp. 499-510, 2018.

**[NOR70]:** W.T. Norris, « Calculation of hysteresis losses in hard superconductors carrying as: isolated conductors and edges of thin sheets », *Journal of Physics D* 3, p.489-507, 1970.

**[OOM00]:** M.P.Oomen, « AC loss in superconducting tapes and cables », PhD thesis, Twente University, Enschede - Netherlands, 2000.

**[OTT19]:** S. Otten and F. Grilli, « Simple and fast method for computing induced currents in superconductors using freely available solvers for ordinary differential », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 29, no. 8, Dec. 2019.

- [PAA96]:** J. Paasi, M. Laforest, D. Aized, S. Fleshler, G. Snitchler, and A. P. Malozemoff, « AC losses in multifilamentary Bi-2223/Ag superconducting tapes », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 4, pp. 2792-2795, 1996.
- [PIT13]:** J. Pitel, « Differences between two definitions of the critical current of HTS coil », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 26, pp.01-13, 2013.
- [QU14]:** T. Qu et al., « Development and testing of a 2.5 kW synchronous generator with a high temperature superconducting stator and permanent magnet rotor », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 27, 2014.
- [ROZ19]:** B. ROZIER, « Contribution to electromagnetic and thermal modelling of High Temperature Superconducting REBCO coils for protection purpose », Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2019.
- [RYU03]:** K. Ryu, B. J. Choi and Y. H. Chun, « Magnetization loss characteristics in a stack of Bi-2223 tapes », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 13, no. 2, pp. 2360-2363, June 2003.
- [SEK12]:** D. Sekiguchi et al., « Trial Test of Fully HTS Induction/Synchronous Machine for Next Generation Electric Vehicle », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 22, no. 3, pp. 5200904-5200904, 2012.
- [SHE18]:** B. Shen *et al.*, « Power dissipation in HTS coated conductor coils under the simultaneous action of AC and DC currents and fields », *Supercond. Sci. Technol.*, V. 31, 075005, 2018.
- [SHE20]:** B. Shen, F. Grilli and T. Coombs, Review of the AC loss computation for HTS using H formulation», *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 3, p. 033002, 2020.
- [SIR07]:** F. Sirois and F. Roy, « Computation of 2-D current distribution in superconductors of arbitrary shapes using a new semi-analytical method », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, no. 3, pp. 3836-3845, 2007.
- [SIR09]:** F. Sirois, F. Roy and B. Dutoit, « Assessment of the Computational Performances of the Semi-Analytical Method (SAM) for Computing 2-D Current Distributions in Superconductors », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 19, no. 3, pp. 3600-3604, 2009.
- [SON13]:** P. Song et al., « Loss measurement and analysis for the prototype generator with HTS stator and permanent magnet rotor », *Physica C: Supercond.*, vol. 494, pp. 225-229, 2013.
- [SON20]:** X. Song et al., « Experimental Validation of a Full-Size Pole Pair Set-Up of an MW-Class Direct Drive Superconducting Wind Turbine Generator », *IEEE Trans. Ener. Conv.*, vol. 35, no. 2, pp. 1120-1128, 2020.
- [SON20-2]:** X. Song et al., « Ground Testing of the World's First MW-Class Direct-Drive Superconducting Wind Turbine Generator », in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 35, no. 2, pp. 757-764, June 2020.
- [SON20-3]:** X. Song et al., « Commissioning of the World's First Full-Scale MW-Class Superconducting Generator on a Direct Drive Wind Turbine », *IEEE Trans. Ener. Conv.*, vol. 35, no. 3, pp. 1697-1704, 2020.
- [STA19]:** Y. Statra, H. Menana, L. Belguerras and B. Douine, « A volume integral approach for the modelling and design of HTS coils », *COMPEL*, vol. 38, no. 4, pp. 1133-1140, July 2019.
- [STA20]:** Y. Statra, H. Menana, and B. Douine, « Contribution to the Experimental Characterization of the Electromagnetic Properties of HTS », *Progress in Electromagnetics Research M*, Vol. 93, 137-144, 2020.
- [STA21]:** Y. Statra, H. Menana and B. Douine, « Fast Modelling Approach for Computing AC Losses in HTS Stacks and Coils Near Ferromagnetic Parts », *The 7<sup>th</sup> International Workshop on Numerical Modelling of High Temperature Superconductors*, 2021, June 22<sup>th</sup> to 23<sup>th</sup>, Nancy, France.
- [STA98]:** M. Staines, S. Rupp, D. Pooke, S. Fleshler, K. DeMoranville and C. Christopherson, « AC loss measurements on model Bi-2223 conductors », *Physica C*, vol. 310, pp. 163-167, 1998.
- [STE07]:** A. Stenvall et al., « Two ways to model voltage–current curves of adiabatic MgB2 wires », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 20, no. 8, pp. 859–864, 2007.
- [STE10]:** A. Stenvall and T. Tarhasaari, « Programming finite element method-based hysteresis loss computation software using non-linear superconductor resistivity and T– $\phi$  formulation », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 23, no. 7, p. 075010, 2010.
- [SUG07]:** H. Sugimoto *et al.*, « Development of an Axial Flux Type PM Synchronous Motor With the Liquid Nitrogen Cooled HTS Armature Windings », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, no. 2, pp. 1637-1640, 2007.

- [**THA09**]: K. P. Thakur, M. P. Staines, L. S. Lakshmi and N. J. Long, « Numerical Computation of AC Losses and Flux Profiles in High-Aspect-Ratio Superconducting Strips in Perpendicular AC Magnetic Field », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 19, no. 6, pp. 3770-3778, Dec. 2009.
- [**TIX04**]: P. TIXADOR et Y. BRUNET, « Supraconducteurs -Environnement et applications », *Techniques de l'ingénieur*, Issu de : Matériaux | Matériaux fonctionnels - Matériaux biosourcés, Réf. : D2703 V1, 2004.
- [**TON03**]: H. Tonsho *et al.*, « Theoretical and experimental study on AC loss in HTS tape in AC magnetic field carrying AC transport current », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 13, no. 2, pp. 2368-2371, June 2003.
- [**URA82**]: L. Urankar, « Vector potential and magnetic field of current-carrying finite arc segment in analytical form, part II: Thin sheet approximation », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 18, no. 3, pp. 911-917, May 1982.
- [**URA82-2**]: L. Urankar, « Vector potential and magnetic field of current-carrying finite arc segment in analytical form, Part III: Exact computation for rectangular cross section », *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 18, no. 6, pp. 1860-1867, Nov. 1982.
- [**VAN12**]: K. van der Beek et F. Lévy-Bertrand, « Les vortex dans les supraconducteurs : Une matière molle au sein de la matière dure », *Reflète de la Physique*, n° 28, p. 4-9, Mar. 2012.
- [**VAN99**]: P. Vanderbemden, « Determination of critical current in bulk high temperature superconductors by magnetic flux profile measuring methods », Université de Liège, Fac. des sci. appliquées. 1999, Liège, 193 p.
- [**WAN07**]: Y. Wang et al., « Development of a 630 kVA Three-Phase HTS Transformer With Amorphous Alloy Cores », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, no. 2, pp. 2051-2054, June 2007.
- [**WAN14**]: Y. Wang, X. Guan and J. Dai, « Review of AC Loss Measuring Methods for HTS Tape and Unit », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 24, no. 5, pp. 1-6, Oct. 2014.
- [**WAN15**]: Y. Wang, W. Zhou and J. Dai, « An applicable calorimetric method for measuring AC losses of 2g HTS wire using optical FBG », *Sci. China Technological Sci.*, vol. 58, no. 3, pp. 545-550, Jan 2015.
- [**WAN96**]: Wanner and E. Hairer, « Solving Ordinary Differential Equations II », Berlin, Germany:Springer, 1996.
- [**WEL15**]: F. Wells, A. Pan, X. Renshaw Wang, S. Fedoseev & H. Hilgenkamp « Analysis of low-field isotropic vortex glass containing vortex groups in YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> thin films visualized by scanning SQUID microscopy », *Nature*, 2015.
- [**WIKIP**]: [www.wikipedia.org/wiki/Méthodes\\_des\\_éléments\\_finis](http://www.wikipedia.org/wiki/Méthodes_des_éléments_finis).
- [**WIM17**]: S. C. Wimbush and N. M. Strickland, « A Public Database of High-Temperature Superconductor Critical Current Data », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 27, no. 4, pp. 1-5, June 2017.
- [**WIM19**]: S. C. Wimbush and N. M. Strickland, « Critical current characterisation of InnoST 1G HTS superconducting wire », figshare. Dataset. 2019. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.10025303.v1>.
- [**WYS12**]: K. Wysokinski, « Remarks on the First Hundred Years of Superconductivity », *Acta Physica Polonica A*, vol. 121, issue 4, pp. 721-725, April 2012, DOI: 10.12693/APhysPolA.121.721.
- [**XIA11**]: W. Xian, Y. Yan, W. Yuan, R. Pei, et T. A. Coombs, « Pulsed field magnetization of a high temperature superconducting motor », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 21, n° 3, p. 1171-1174, 2011.
- [**XU10**]: F. Xu, A. Chen, S. Yang, J. Cao, X. Liu and L. Li, « AC Loss Prediction in BSCCO-Tape Armature Winding Design of a Synchronous Motor », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 20, no. 3, pp. 1005-1008, 2010.
- [**YAO20**]: L P Yao, Y Y Lv, F Gu, L H Zhong, X H Duan, M Song, L Li, Z Y Li, Z Y Hong, Z J Jin, « 3D Numerical Study on Magnetization Losses in Twisted Soldered-Stacked-Square (3S) HTS Wires Based on Homogenized Models », *Journal of Physics: Conference Series*, 1590, 012024, 2020.
- [**YUA11**]: W. Yuan et al., « Measurements and calculations of transport AC loss in second generation high temperature superconducting pancake coils », *J. Appl. Phys.*, vol. 110, 2011.
- [**ZER11**]: V. M. Rodriguez-Zermeno *et al.*, « Towards Faster FEM Simulation of Thin Film Superconductors: A Multiscale Approach », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 21, no. 3, pp. 3273-3276, 2011.

[ZER13]: V. M. R. Zermeno, A. B. Abrahamsen, N. Mijatovic, B. B. Jensen and M P. Sørensen, « Calculation of alternating current losses in stacks and coils made of second generation high temperature superconducting tapes for large scale applications », *J. Appl. Phys.* 114 173901, 2013.

[ZHA11]: Y. Zhang et al., « AC Loss Reduction in Filamentized YBCO Coated Conductors With Virtual Transverse Cross-Cuts », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 21, no. 3, pp. 3301-3306, June 2011.

[ZHA15]: Min Zhang et al, « Total AC loss study of 2G HTS coils for fully HTS machine applications », *Supercond. Sci. Technol.* 28 115011, vol. 28, no. 11, 2015.

[ZHA16]: H. Zhang, M. Zhang, and W. Yuan, « An efficient 3D finite element method model based on the T-A formulation for superconducting coated conductors », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 30, no. 2, 2016.

[ZHO19]: P. Zhou et al., « Transition frequency of transport ac losses in high temperature superconducting coated conductors », *J. Appl. Phys.*, vol. 126, no. 6, 2019.

[ZHU14]: J. Zhu, Z. Zhang, H. Zhang, M. Zhang, M. Qiu and W. Yuan, « Electric Measurement of the Critical Current, AC Loss, and Current Distribution of a Prototype HTS Cable », *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 24, no. 3, pp. 1-4, 2014.

---

## **Nomenclature**

---



<b>A</b>	Potentiel vecteur magnétique	[Wb/m]
<b>B</b>	Induction magnétique	[T]
<b>B<sub>⊥</sub></b>	Induction magnétique perpendiculaire au ruban	[T]
<b>B<sub>//</sub></b>	Induction magnétique parallèle au ruban	[T]
<b>B<sub>j0</sub></b>	Paramètre du modèle de KIM pour la variation de $J_c(B)$	[T]
<b>B<sub>n0</sub></b>	Paramètre du modèle de KIM pour la variation de $n(B)$	[T]
<b>B<sub>x</sub></b>	Induction magnétique orientée suivant x	[T]
<b>B<sub>y</sub></b>	Induction magnétique orientée suivant y	[T]
<b>B<sub>z</sub></b>	Induction magnétique orientée suivant z	[T]
<b>B<sub>r</sub></b>	Induction magnétique radiale	[T]
<b>B<sub>rem</sub></b>	Induction rémanente d'un aimant permanent	[T]
<b>B<sub>θ</sub></b>	Induction magnétique azimutale	[T]
<b>E</b>	Champ électrique	[V/m]
<b>E<sub>c</sub></b>	Champ électrique critique	[V/m]
<b>e</b>	Épaisseur de l'entrefer du moteur	[m]
<b>e<sub>w</sub></b>	Épaisseur du ruban supraconducteur	[m]
<b>F<sub>z</sub></b>	Force axiale	[N]
<b>f</b>	Fréquence	[Hz]
<b>G</b>	Fonction du Green	-
<b>g</b>	Accélération de pesanteur	[m/s <sup>2</sup> ]
<b>H</b>	Champ magnétique	[A/m]
<b>H<sub>c</sub></b>	Champ magnétique critique	[A/m]
<b>I</b>	Courant électrique	[A]
<b>I<sub>c</sub></b>	Courant électrique critique	[A]
<b>I<sub>c0</sub></b>	Courant électrique critique sous champ extérieur nul	[A]
<b>I<sub>s</sub></b>	Courant électrique dans une phase (Modèle Behn-Eschenburg)	[A]
<b>I<sub>a</sub>, I<sub>b</sub>, I<sub>c</sub></b>	Courant d'alimentation des phases du stator (a, b et c)	[A]
<b>I<sub>cc</sub></b>	Courant de court-circuit dans une phase du stator	[A]
<b>J</b>	Densité de courant électrique	[A/m <sup>2</sup> ]
<b>J<sub>c</sub></b>	Densité de courant électrique critique	[A/m <sup>2</sup> ]
<b>J<sub>c0</sub></b>	Densité de courant sous champ extérieur nul	[A/m <sup>2</sup> ]
<b>J<sub>s</sub></b>	Densité de courant source	[A/m <sup>2</sup> ]
<b>k</b>	Facteur d'anisotropie du ruban supraconducteur	-

## Nomenclature

---

$k_c$	Coefficient de remplissage	-
$k_s$	Densité de courant surfacique	[A/m]
$L$	Inductance propre de l'élément supraconducteur	[H]
$L_{pp}$	Distance entre les prises de potentiel	[m]
$l_w$	Épaisseur des bobines et largeur du ruban supraconducteur	[m]
$L_{sup}$	Longueur de ruban supraconducteur dans le moteur	[m]
$M$	Inductance mutuelle	[H]
$M_s$	Masse suspendue à la corde pour la mesure du couple statique	[Kg]
$M_a$	Aimantation d'un aimant permanent	[A/m]
$M_f$	Aimantation du matériau ferromagnétique	[A/m]
$n(B)$	Paramètre de la loi en puissance	-
$n_0$	Constante représentant la valeur de l'exposant $n$ sous champ extérieur nul	-
$\vec{n}$	Vecteur normal à une région dirigé vers l'extérieur	-
$N_r$	Nombre de spires d'une bobine du rotor	-
$N_s$	Nombre de spires d'une bobine du rotor	-
$N_t$	Nombre de spires d'une bobine supraconductrice	-
$p$	Nombre de paires de pôles	-
$P$	Puissance moyenne par unité de longueur	[W/m]
$Q$	Nombre de bobines au stator	-
$R_e$	Rayon extérieur de la culasse ferromagnétique du rotor à aimants	[m]
$R_{ext}$	Rayon externe du moteur	[m]
$R_c$	Rayon de courbure critique du ruban supraconducteur	[m]
$R_{int}$	Rayon interne du moteur	[m]
$R_s$	Résistance d'une phase du stator	[ $\Omega$ ]
$S_b$	Section de la bobine supraconductrice	[m <sup>2</sup> ]
$S_r$	Section du ruban supraconducteur	[m <sup>2</sup> ]
$T_c$	Température critique	[K]
$u$	Tension aux bornes du ruban ou de la bobine supraconductrice	[V]
$U_c$	Tension critique	[V]
$U_i$	Tension induite aux bornes d'une phase du stator	[V]
$u_{pertes}$	Tension résistive aux bornes de l'élément supraconducteur	[V]
$V_s$	Tension d'alimentation simple (Modèle Behn-Eschenburg)	[V]
$W_r$	Largeur de la bobine supraconductrice coté rotor	[m]

$W_s$	Largeur de la bobine supraconductrice coté stator	[m]
$X_s$	Réactance d'une phase du stator (Modèle Behn-Eschenburg)	[ $\Omega$ ]
$\alpha$	Ouverture d'une bobine du rotor	[rad]
$\beta$	Paramètre du modèle de KIM pour $J_c(B)$	-
$\gamma$	Ouverture d'une bobine du stator	[rad]
$\psi$	Position mécanique du rotor (angle interne)	[°]
$\lambda$	Constante assurant la conservation du courant	[V/A/m]
$\Gamma$	Frontière délimitant le volume de la région ferromagnétique	-
$\Gamma_a$	Frontière délimitant le volume d'un aimant permanent	-
$\Gamma_c$	Couple électromagnétique	[N.m]
$\mu_r$	Perméabilité relative d'un matériau	-
$\mu_0$	Perméabilité du vide	[H/m]
$\phi$	Potentiel scalaire magnétique	[A]
$\varphi$	Potentiel scalaire électrique	[V]





## Résumé

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse constituent une contribution à la modélisation et à la caractérisation expérimentale de supraconducteurs à haute température critique (HTC) en vue d'une meilleure intégration dans les machines électriques. Les travaux ont été menés sur deux axes complémentaires :

- Développement d'approches de modélisation permettant le calcul des grandeurs électromagnétiques dans les supraconducteurs HTC sous champ propre ou à proximité d'autres sources, et, notamment en présence de pièces ferromagnétiques à perméabilité magnétique linéaire et non linéaire. Un intérêt particulier est porté aux méthodes intégrales qui présentent plusieurs avantages pour la modélisation de tels systèmes. Les résultats obtenus ont été validés par des comparaisons aux mesures et à des calculs numériques par la méthode des éléments finis.
- Caractérisation expérimentale de ces matériaux afin de déterminer le courant critique en courant continu (DC) et les pertes dissipées en courant alternatif (AC). L'étude va de l'élément de base (rubans supraconducteurs) au système (machine électrique), montrant les difficultés rencontrées dans une telle caractérisation. Un prototype de machine synchrone à induit supraconducteur a également été réalisé et testé. Les premiers résultats de mesure obtenus sont présentés et validés par modélisation.

**Mots clés :** supraconducteurs HTC, modélisation, méthodes intégrales, caractérisation expérimentale, courant critique, pertes AC, machines électriques.

## Summary

The research work presented in this thesis constitutes a contribution to the modeling and experimental characterization of high temperature superconductors (HTS) for a better integration in electrical machines. The work was carried out on two complementary axes:

- Development of modeling approaches allowing the calculation of electromagnetic quantities in HTS under self-field conditions or with the proximity of other sources, in particular in the presence of ferromagnetic parts with linear and non-linear magnetic permeability. Particular interest is given to integral methods which have several advantages for the modeling of such systems. The results obtained were validated by comparisons with measurements and numerical calculations by the finite element method.
- Experimental characterization of such materials in order to determine the critical current and AC losses. The study goes from the sample (superconducting tape) to the system (electrical machine), highlighting the difficulties encountered in such a characterization. A prototype of a synchronous machine with a superconducting armature was also built and tested. The first measurement results obtained are presented and validated by modeling.

**Key words:** high temperature superconductors, modeling, integral methods, experimental characterization, critical current, AC losses, electrical machines.