



**HAL**  
open science

# Simulation du comportement d'ellipsoïdes en écoulement turbulent confiné

Antoine Michel

► **To cite this version:**

Antoine Michel. Simulation du comportement d'ellipsoïdes en écoulement turbulent confiné. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université de Lorraine, 2021. Français. NNT : 2021LORR0188 . tel-03632673

**HAL Id: tel-03632673**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-03632673>**

Submitted on 6 Apr 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# THÈSE

présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université de Lorraine

Mention : mécanique

par **Antoine Michel**

## Simulation du mouvement d'ellipsoïdes en écoulement turbulent confiné

soutenue publiquement le 18 novembre 2021

### Membres du jury

- Rapporteurs :* Alain Pumir, Directeur de Recherche, ENS de Lyon  
Olivier Simonin, Professeur, INP Toulouse, IMFT, Président du jury
- Examineurs :* Ivana Vinkovic, Professeure, Université Claude Bernard Lyon 1, LMFA  
Stéphane Vincent, Professeur, Université Paris-Est Marne-La-Vallée, MSME
- Directrice de thèse :* Anne Tanière, Professeure, Université de Lorraine, LEMTA
- Co-directeur de thèse :* Boris Arcen, Maître de Conférences, Université de Lorraine, LEMTA

Mis en page avec la classe thesul.

## Résumé

En utilisant la simulation numérique directe (DNS), la dynamique de particules non sphériques inertielles dans un écoulement turbulent de canal a été étudiée numériquement. Un suivi lagrangien de particules, qui sont supposées ponctuelles et modélisées par des ellipsoïdes de révolution allongés, est utilisé pour étudier l'influence du rapport d'aspect et du temps de relaxation des particules sur leur interaction avec l'écoulement. La simulation numérique directe de l'écoulement permet d'obtenir une information précise sur les caractéristiques du fluide à la position des particules, qui sont nécessaires pour calculer les actions hydrodynamiques auxquelles elles sont soumises. Deux méthodes de calculs des actions hydrodynamiques ont été définies afin d'analyser leur influence sur la dynamique des particules. La première est basée sur des modèles théoriques, qui sont valides sous l'hypothèse d'un écoulement rampant à l'échelle de la particule et sont très utilisés dans la littérature. La seconde est basée sur l'utilisation de corrélations semi-empiriques, valides pour des valeurs du nombre de Reynolds particulaire modérées. Les simulations ont été réalisées jusqu'à ce que la distribution des particules atteigne un état stationnaire, afin d'obtenir une comparaison non biaisée de l'influence de la forme et de l'inertie. Quelle que soit la modélisation, les statistiques de la vitesse de translation ne dépendent pas significativement de l'allongement des particules. Il y a par contre des différences quantitatives importantes entre les statistiques de translation obtenues avec ces deux méthodes de modélisation pour les particules d'inertie élevée. Les statistiques de rotation sont affectées de façon majeure par la modélisation des actions hydrodynamiques, quelle que soit la position dans le canal. Ces observations concernant l'influence de la modélisation restent valides pour des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds. L'augmentation de la valeur de ce paramètre cause néanmoins une uniformisation de la distribution des particules et une augmentation de l'intensité des fluctuations de la vitesse et de la vitesse angulaire de l'écoulement vu par les particules. Ces fluctuations plus intenses modifient l'orientation préférentielle des ellipsoïdes, indépendamment de leurs caractéristiques et du modèle utilisé pour calculer les actions hydrodynamiques. La comparaison des résultats obtenus par simulation avec des données expérimentales indique que les formulations bas Reynolds permettent une représentation correcte de la dynamique de particules très allongées et non inertielles.

**Mots-clés:** Turbulence ; écoulements multiphasiques ; simulation numérique directe ; particules non sphériques

## Abstract

Using direct numerical simulation (DNS), the dynamics of inertial, non-spherical particles carried by the turbulent flow in a channel has been studied numerically. Under the hypothesis of pointwise particles, modelled as prolate ellipsoids, Lagrangian particles tracking is used to study the influence of the particle aspect ratio and inertia on their interaction with the flow. Direct numerical simulation of the flow allows to obtain an accurate information about the properties of the fluid at the particle position, which are required to compute the hydrodynamic actions that they undergo. The hydrodynamic actions have been computed using two different methods to study the influence of their modelling on the particle dynamics. The first model is based on theoretical formulas which are valid under the assumption that there is a creeping flow motion at the particle scale and are widely used in the literature. The second model relies on correlations, which are valid at moderate values of the particle Reynolds number. Simulations have been carried until the particle distribution reaches a steady state in order to obtain an unbiased comparison of the influence the particle shape and inertia. For both modelling of the hydrodynamic actions, translation velocity statistics do not significantly depend on the particle shape. There are however important quantitative differences between the translation statistics obtained using each model. Angular velocity statistics are strongly influenced by the hydrodynamic actions modelling, everywhere in the channel. These observations about the influence of the modelling remain valid for higher values of the flow Reynolds number. Increasing the value of this parameter nonetheless causes an uniformization of the particle distribution and increases the magnitude of the fluctuations of the velocity and angular velocity of the fluid seen by the particles. These stronger fluctuations modify the preferential orientation of the ellipsoids, regardless of their characteristics and of the model used to compute the hydrodynamic actions. The comparison of the simulation results with experimental data indicates that the model valid under the creeping flow assumption allows to simulate the dynamics of very long and weakly inertial ellipsoids realistically.

**Keywords:** Turbulence ; multiphase flows ; direct numerical simulation ; non spherical particles

# Table des matières

|  |          |
|--|----------|
| <b>Introduction générale</b>   | <b>1</b> |
| Contexte . . . . .   | 1        |
| Introduction . . . . .   | 2        |
| Les résultats expérimentaux de référence . . . . .   | 2        |
| Les études du mouvement de particules supposées ponctuelles par simulation numérique directe . . . . . | 3        |
| Objectifs et plan . . . . .  | 5        |

## **I Présentation du suivi lagrangien de particules non sphériques et de la simulation numérique directe de l'écoulement turbulent de canal** **7**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Simulation du mouvement de particules non sphériques</b>                | <b>9</b>  |
| 1.1 Modélisation de la phase dispersée . . . . .                             | 9         |
| 1.1.1 Modèle géométrique et hypothèses de travail . . . . .                  | 9         |
| 1.1.2 Les équations du mouvement des particules . . . . .                    | 10        |
| 1.2 Actions hydrodynamiques sur une particule non sphérique . . . . .        | 13        |
| 1.2.1 Les modèles analytiques en régime de Stokes . . . . .                  | 14        |
| 1.2.2 Validation de l'implémentation des formulations bas Reynolds . . . . . | 18        |
| 1.2.3 Corrélations semi-empiriques . . . . .                                 | 21        |
| 1.3 Conclusion . . . . .   | 26        |
| <b>2 Simulation de l'écoulement turbulent de canal</b>                       | <b>29</b> |
| 2.1 Présentation . . . . .   | 29        |
| 2.1.1 Les équations du mouvement du fluide . . . . .                         | 29        |
| 2.1.2 Le domaine d'étude . . . . .   | 30        |
| 2.1.3 Les équations adimensionnelles . . . . .                               | 32        |
| 2.1.4 Résultats expérimentaux sur la turbulence de canal . . . . .           | 34        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 2.2      | Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe . . . . . | 37        |
| 2.2.1    | Études numériques de référence . . . . .  | 37        |
| 2.2.2    | Le code de calcul utilisé pour la simulation . . . . .  | 41        |
| 2.2.3    | Validation de l'écoulement simulé par le code de calcul . . . . .                               | 45        |
| 2.2.4    | Présentation des statistiques de l'écoulement . . . . .   | 48        |
| 2.3      | Conclusion de ce chapitre . . . . .   | 53        |
| <b>3</b> | <b>Influence de la stationnarité de la distribution sur les statistiques</b>                    | <b>55</b> |
| 3.1      | Présentation des simulations . . . . .  | 56        |
| 3.2      | Détermination du régime stationnaire . . . . .  | 57        |
| 3.3      | Méthodologie de calcul des statistiques . . . . .   | 59        |
| 3.4      | Statistiques de la translation . . . . .  | 60        |
| 3.4.1    | Vitesse moyenne des particules et du fluide vu . . . . .  | 60        |
| 3.4.2    | La vitesse relative moyenne . . . . .   | 63        |
| 3.4.3    | Les fluctuations de la vitesse et de la vitesse relative . . . . .                              | 66        |
| 3.5      | L'orientation et la rotation . . . . .  | 68        |
| 3.5.1    | Orientation moyenne . . . . .   | 68        |
| 3.5.2    | Vitesse angulaire et vitesse angulaire relative moyenne . . . . .                               | 68        |
| 3.5.3    | Fluctuations de la vitesse angulaire et de la vitesse angulaire relative                        | 70        |
| 3.6      | En conclusion : quel intervalle choisir pour le calcul des statistiques ? . .                   | 73        |

## II Influence de la modélisation des actions hydrodynamiques et du nombre de Reynolds de l'écoulement 77

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>4</b> | <b>Formulations bas Reynolds : influence de la forme et de l'inertie sur la dynamique de la phase dispersée</b> | <b>79</b> |
| 4.1      | La concentration moyenne dans le canal . . . . .  | 80        |
| 4.2      | La vitesse relative . . . . .   | 82        |
| 4.2.1    | Moyenne des composantes longitudinale et latérale . . . . .   | 82        |
| 4.2.2    | Les fluctuations de la vitesse relative . . . . .   | 84        |
| 4.3      | Dynamique de rotation et orientation préférentielle . . . . .   | 85        |
| 4.3.1    | Orbites de rotation en proche paroi . . . . .   | 85        |
| 4.3.2    | L'orientation au centre du canal . . . . .  | 89        |
| 4.3.3    | L'orientation moyenne . . . . .   | 90        |
| 4.3.4    | Conclusion sur l'orientation . . . . .  | 93        |



|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.4      | Les forces de trainée et de portance . . . . .   | 93         |
| 4.4.1    | L'angle d'incidence et la génération de la portance . . . . .  | 97         |
| 4.5      | Conclusion sur ce chapitre . . . . .   | 100        |
| <b>5</b> | <b>Formulations bas Reynolds et corrélations : quelle influence sur la dynamique de la phase dispersée ?</b> | <b>101</b> |
| 5.1      | Détermination du régime stationnaire . . . . .   | 102        |
| 5.2      | Pdf du nombre de Reynolds particulaire . . . . .   | 103        |
| 5.3      | Orientation et rotation . . . . .  | 104        |
| 5.3.1    | Les modes de rotation et l'orientation moyenne . . . . .   | 104        |
| 5.3.2    | Orientation par rapport à la vorticité du fluide vu et à la vitesse relative . . . . .                       | 107        |
| 5.3.3    | Vitesse angulaire moyenne des particules et statistiques du fluide vu  | 109        |
| 5.3.4    | Fluctuations de la vitesse angulaire des particules . . . . .  | 111        |
| 5.3.5    | Conclusion sur l'orientation et la rotation . . . . .  | 114        |
| 5.4      | Les statistiques de la translation . . . . .   | 115        |
| 5.4.1    | Traînée et portance moyenne . . . . .  | 115        |
| 5.4.2    | Vitesse moyenne des particules et du fluide vu . . . . .   | 117        |
| 5.4.3    | Les fluctuations de la vitesse des particules et du fluide vu . . . . .                                      | 121        |
| 5.4.4    | Conclusion sur les statistiques de la translation . . . . .  | 124        |
| 5.5      | Conclusion du chapitre . . . . .   | 124        |
| <b>6</b> | <b>Influence du nombre de Reynolds sur les propriétés du fluide vu et la dynamique de la phase dispersée</b> | <b>127</b> |
| 6.1      | Un point bibliographique . . . . .   | 127        |
| 6.2      | Distribution et organisation spatiale des particules . . . . .   | 128        |
| 6.2.1    | Détermination du régime stationnaire . . . . .   | 128        |
| 6.2.2    | Le profil de concentration en régime stationnaire . . . . .  | 129        |
| 6.2.3    | La concentration préférentielle en proche paroi . . . . .  | 130        |
| 6.3      | Les statistiques de translation . . . . .  | 134        |
| 6.3.1    | La vitesse moyenne du fluide vu . . . . .  | 134        |
| 6.3.2    | Les fluctuations de la vitesse des particules et du fluide vu . . . . .                                      | 137        |
| 6.3.3    | La vitesse relative moyenne . . . . .  | 140        |
| 6.3.4    | Conclusion sur les statistiques de la vitesse de translation des particules . . . . .                        | 141        |
| 6.4      | Orientation et rotation . . . . .  | 142        |
| 6.4.1    | Orientation préférentielle dans le repère eulérien . . . . .   | 142        |

|       |  |            |
|-------|--|------------|
| 6.4.2 | Mode de rotation et orientation préférentielle par rapport à la vortécité du fluide vu . . . . . | 145        |
| 6.4.3 | Moyenne et fluctuations de la vitesse angulaire du fluide vu . . . .                             | 147        |
| 6.4.4 | Moyenne et fluctuations de la vitesse angulaire des ellipsoïdes . . .                            | 152        |
| 6.5   | Conclusion sur ce chapitre . . . . .   | 156        |
|       | <b>Conclusion générale</b>   | <b>159</b> |
|       | <b>Bibliographie</b>   | <b>165</b> |

# Introduction générale

## Contexte

Le transport de particules par des écoulements turbulents est au cœur de nombreux phénomènes à l'échelle planétaire, et nous affecte de façon plus ou moins directe. La dispersion de cendres volcaniques peut par exemple perturber le trafic aérien de façon temporaire, alors que la pollution liée au pollen ou aux microparticules est un problème chronique dans certaines régions du globe. De façon plus large, le cycle de vie des microorganismes marins dépend du transport des sédiments vers l'océan et joue un rôle important pour l'absorption des gaz à effet de serre. La compréhension du transport des particules de plastique par les fleuves et les océans est également un enjeu majeur pour l'écologie du 21ème siècle. Dans l'industrie, la séparation d'inclusions solides en suspension dans un liquide est une étape importante des procédés de l'industrie minière et de l'obtention d'eau potable. La production optimale d'énergie électrique dans les centrales thermiques nécessite également de contrôler des écoulements turbulents chargés en particules. Finalement, le contrôle de la quantité de particules en suspension dans l'air a une importance capitale pour la production de composants électroniques et pour la sécurité des laboratoires de génie biologique. Avec le développement de l'outil informatique, il est maintenant courant de réaliser des études numériques pour prédire la dispersion des particules ou pour optimiser un procédé. La difficulté principale pour obtenir des simulations de bonne qualité se trouve dans les modèles utilisés pour simuler l'écoulement et la dispersion des particules. Ceux-ci doivent en effet tenir compte de la physique du phénomène étudié (par exemple le transfert de chaleur, les collisions, l'agrégation...) mais conserver un coût raisonnable du point de vue des ressources de calcul.

Dans ce contexte, notre équipe au LEMTA se concentre sur la caractérisation de l'interaction entre une population de particules et un écoulement turbulent confiné par des parois solides afin de développer des modèles statistiques pouvant être utilisés à grande échelle. L'approche utilisée se base sur la résolution numérique directe des équations décrivant le mouvement du fluide, qui permet de simuler l'écoulement de façon réaliste, couplé à un suivi de particule basé sur le formalisme lagrangien. En simulant le mouvement d'un grand nombre de particules, on peut alors obtenir une caractérisation statistique de la dynamique de la phase dispersée. Cette méthode est très couteuse du point de vue des ressources de calcul, mais permet d'obtenir beaucoup d'information sur les propriétés de l'écoulement et sur la dynamique des particules. Les travaux récents de notre équipe visent à mieux comprendre l'influence de la forme des particules sur leur interaction avec l'écoulement turbulent. En effet, l'anisotropie des particules entraîne une dépendance entre leur mouvement de translation et leur orientation, ce qui rend la prédiction de leur déplacement plus complexe que celui de particules sphériques.

La difficulté pour simuler de façon réaliste le mouvement des particules se trouve dans le choix du modèle utilisé pour calculer les actions (forces et couple) hydrodynamiques exer-

cées par le fluide sur une particule, qui dicte la réponse des particules aux sollicitations de l'écoulement. De façon générale, les études réalisées jusqu'à présent font appel à des modèles théoriques, valides pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds, pour calculer les actions hydrodynamiques. Des expériences récentes questionnent cependant le réalisme des résultats obtenus avec ces modèles et indiquent que les formules utilisées pour calculer les actions hydrodynamiques doivent tenir compte des effets non linéaires de l'inertie du fluide, qui apparaissent pour des valeurs modérées du nombre de Reynolds. Un précédent travail de thèse (Ouchene, 2015) réalisé au sein de notre équipe a permis de déterminer des corrélations décrivant l'évolution des coefficients adimensionnels associés aux actions hydrodynamiques valides pour des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds. L'influence de cette modélisation sur la dynamique de la phase dispersée dans un écoulement turbulent n'a toutefois pas pu être étudiée de façon très approfondie. Le premier objectif de ce travail de thèse est donc d'étudier l'influence de la modélisation des actions hydrodynamiques sur la dynamique de la phase dispersée. A l'issue de cette étude, nous pourrions conclure quant à la méthode la plus adaptée pour réaliser des simulations réalistes. Pour approfondir ce travail, nous avons comme second objectif d'étudier comment la dynamique des particules évolue avec le nombre de Reynolds. En effet, ce paramètre influence fortement les propriétés statistiques de l'écoulement mais on ne trouve pas beaucoup d'information sur son influence sur les propriétés statistiques de la phase dispersée.

## Introduction

### Les résultats expérimentaux de référence

L'influence de la forme de particules solides sur leur dispersion et leur transport dans un écoulement de fluide est étudiée depuis longtemps car on en rencontre dans de nombreux phénomènes naturels et applications industrielles. Karnis *et al.* (1966) se sont par exemple intéressés à l'influence de la forme et de la rotation des particules sur leur déplacement latéral dans un écoulement de Poiseuille, que l'on rencontre couramment dans des applications industrielles alors que Zikmunda et Vali (1972) ont décrit les trajectoires de flocons de neige chutant sous l'effet de la gravité. La forme des particules rend la prédiction de leur transport par un fluide porteur très complexe, du fait du couplage entre leur mouvement de translation et de rotation, qui a été étudié Brenner et Condiff (1974). Ces travaux ont été complétés par un bon nombre d'études expérimentales concernant la déposition (Gallily et Eisner, 1979), les collisions (Gallily et Cohen, 1979) et l'interaction de particules non sphériques avec des parois solides (Schiby et Gallily, 1980; Shapiro et Goldenberg, 1993). La difficulté mise en évidence par ces études est la caractérisation de la distribution des orientations des particules. En effet, les gradients de vitesse dans l'écoulement entraînent une orientation préférentielle des particules, mais celle-ci est désorganisée par l'effet du mouvement Brownien (Eisner et Gallily, 1984) ou par les fluctuations de la vitesse dans un écoulement turbulent (Krushkal et Gallily, 1988), qui uniformisent l'orientation des particules. Bernstein et Shapiro (1994) ont par exemple observé que dans un écoulement de conduite, la forte orientation préférentielle de fibres rigides observée en régime laminaire est significativement réduite lorsque l'écoulement est turbulent. Newsom et Bruce (1998) et Olson et Kerekes (1998) ont proposé des modèles pour décrire l'orientation de fibres rigides en turbulence homogène et isotrope. L'orientation d'une suspension diluée de fibres dans une contraction plane (en anglais : planar contraction) a été étudiée par Parsheh *et al.* (2005), qui ont mis en évidence que l'orientation de fibres

dans un écoulement turbulent n'est pas significativement modifiée par la valeur du nombre de Reynolds, et que l'existence de l'orientation préférentielle est déterminée par le ratio entre les gradients de vitesse et l'intensité turbulente. Récemment, Parsa *et al.* (2012) et Marcus *et al.* (2014) ont observé que le taux de rotation de particules non inertielles dépend de leur orientation par rapport à la vorticité du fluide à leur position en turbulence homogène et isotrope. Les particules passent ainsi de longues périodes où leur grand axe est aligné avec la vorticité du fluide avec des vitesses de rotation faibles (spinning), mais subissent momentanément des accélérations angulaires intenses (tumbling). Hoseini *et al.* (2015) ont étudié l'influence du rapport d'aspect des particules sur leur interaction avec les fluctuations du champ de vitesse de l'écoulement turbulent dans un canal ouvert. Ils ont remarqué que les particules possédant les vitesses les plus importantes ont une orientation préférentielle plus faible. Sabban *et al.* (2017) ont quant à eux observé l'orientation de fibres faiblement inertielles et de même densité que l'écoulement dans une turbulence homogène et isotrope. Ils ont remarqué que ces particules s'alignent avec la vitesse du fluide à leur position, ce qui correspond à une configuration où la trainée est minimale. Finalement, Shaik *et al.* (2020) ont mesuré l'orientation moyenne de fibres non inertielles de grand rapport d'aspect (30 et 50) dans un écoulement turbulent de canal. Ils ont observé que la probabilité d'observer des accélérations angulaires intenses (tumbling) augmente avec la longueur des particules et ont conclu que cela est lié à l'interaction des particules avec des structures tourbillonnaires de différentes échelles.

Ces études ont essentiellement été réalisées pour des particules très allongées (fibres) non inertielles et mettent en évidence la complexité de la dynamique orientationnelle des particules dans des écoulements turbulents. Celle-ci dépend en effet de la forme des particules, ainsi que des gradients de vitesse et de l'interaction avec les fluctuations du champ de vitesse de l'écoulement turbulent. L'influence de l'inertie des particules a par ailleurs été assez peu étudiée expérimentalement (uniquement Sabban *et al.*, 2017 et Kuperman *et al.*, 2019). Contrairement à des traceurs (sans inertie), des particules inertielles possèdent une vitesse différente de celle du fluide le long de leur trajectoire. Celle-ci est caractérisée par le nombre de Reynolds particulaire,  $Re_p$ , qui décrit l'importance des effets non linéaires de l'inertie du fluide sur l'hydrodynamique des particules. L'influence de ce paramètre sur l'orientation de fibres sédimentant dans un écoulement cellulaire a été étudiée par Lopez et Guazzelli (2017). Ils ont observé que celles-ci chutent avec leur grand axe aligné perpendiculairement à la gravité, ce qui maximise leur trainée. L'orientation de particules sédimentant dans un écoulement turbulent lorsque les effets de l'inertie du fluide sont pris en compte reste par contre assez peu documentée expérimentalement. On remarquera cependant qu'en parallèle des expériences, les simulations numériques se sont développées et ont permis d'apporter des informations complémentaires quant à l'interaction des particules non sphériques avec les écoulements turbulents et à l'influence de l'inertie des particules.

### **Les études du mouvement de particules supposées ponctuelles par simulation numérique directe**

La première simulation numérique directe d'un écoulement turbulent de canal contenant des particules non sphériques est reportée Zhang *et al.* (2001). Cette étude, réalisée à  $Re_\tau = 125$ , porte sur la déposition de fibres qui sont modélisées par des ellipso ides de révolution allongés. Pour réaliser le suivi lagrangien des particules, il est nécessaire de calculer les actions hydrodynamiques (force et couple) exercées par l'écoulement sur les particules. L'étude de Zhang *et al.* (2001) fait usage des formules de Happel et Brenner (1965) et Jeffery

(1922), valides pour des particules de même densité que le fluide et introduit l'utilisation de quaternions pour suivre l'évolution de l'orientation des particules. Cette méthodologie a été beaucoup utilisée pour étudier la dynamique de particules non sphériques. Mortensen *et al.* (2008b,a) ont étudié la dynamique d'ellipsoïdes inertiels dans un écoulement turbulent de canal à  $Re_\tau = 180$ . Leurs résultats mettent en évidence une faible influence de la forme sur la dynamique de la translation, alors que la rotation et l'orientation des ellipsoïdes varie significativement en proche paroi. Dans cette région, le gradient de vitesse moyen génère une forte orientation préférentielle, alors qu'au centre du canal, les fluctuations du gradient de vitesse de l'écoulement turbulent uniformisent l'orientation des particules. Marchioli *et al.* (2010) et Marchioli et Soldati (2013) ont étudié la déposition et la rotation de particules ellipsoïdales pour des rapports d'aspect jusqu'à  $\lambda = 50$  et ont réalisé des statistiques temporelles pour mieux comprendre comment la rotation des particules entraîne leur orientation préférentielle. Ils ont conclu que celle-ci résulte des longues périodes que les particules passent dans certaines orientations. En proche paroi, Challabotla *et al.* (2015) ont également remarqué que la forme influence significativement la rotation et l'orientation d'ellipsoïdes sans inertie. L'axe de symétrie de particules allongées est préférentiellement aligné avec l'écoulement moyen alors celui de particules aplaties est préférentiellement aligné avec la direction de la vorticité moyenne. Pumar et Wilkinson (2011) ont observé une orientation préférentielle des particules avec la vorticité du fluide vu en turbulence homogène et isotrope (THI), et Zhao *et al.* (2015) ont observé un alignement similaire au centre d'un canal à  $Re_\tau = 180$ , où les caractéristiques de la turbulence se rapprochent d'une THI. Cette observation est importante car elle est en accord avec le résultat expérimental de Parsa *et al.* (2012) pour des particules non inertielles. Plus récemment, une cartographie des modes de rotation des ellipsoïdes à différentes distances de la paroi a été réalisée par Zhao *et al.* (2019). Ils ont mis en évidence que la rotation organisée en proche paroi devient progressivement chaotique au centre du canal, et que la transition entre ces modes de rotation correspond à la position où l'échelle de temps caractéristique de la turbulence ( chelle de Kolmogorov) est égale au temps caractéristique de la rotation d'une particule. Zhao *et al.* (2014) et Siewert *et al.* (2014a) ont obtenu des statistiques de la vitesse relative des particules. Celles-ci sont d'intérêt pratique pour la modélisation des phénomènes de collision et d'agrégation ainsi que pour paramétrer des modèles de dispersion (Zhao *et al.*, 2012; Zhao et van Wachem, 2013a; Njobuenwu et Fairweather, 2013). Un effet couplé de l'inertie et de la forme des particules sur cette statistique a été rapporté par Zhao *et al.* (2014), ainsi qu'une augmentation de son intensité moyenne entre  $Re_\tau = 150$  et 300. En présente de gravité, la dynamique d'ellipsoïdes inertiels a été étudiée à  $Re_\tau = 180$  par Challabotla *et al.* (2016b,a). Ils ont constaté une orientation préférentielle différente ainsi qu'une modulation de la dynamique d'accumulation à la paroi par rapport au cas sans gravité. Finalement, Marchioli *et al.* (2016) ont étudié la rotation relative et l'influence du déplacement des particules dans la direction normale à la paroi sur ces statistiques. Ils ont remarqué que la rotation et la translation sont fortement découplées pour des fibres très allongées, ce qui indique la possibilité de modéliser ces phénomènes de façon indépendante. De ces études, il apparait que la dynamique de translation dépend assez faiblement de la forme des particules et que celle-ci est essentiellement déterminée par l'inertie des particules. La rotation est par contre fortement influencée par le rapport d'aspect, surtout pour des particules d'inertie faible.

## Objectifs et plan

Cette revue des résultats de la littérature met en évidence que plusieurs aspects de la dynamique des particules non sphériques nécessitent d'être étudiés de façon plus approfondie. Tout d'abord, dans les études numériques, la modélisation des actions hydrodynamiques est généralement réalisée par les formules de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922) qui supposent qu'à l'échelle de la particule, l'écoulement vérifie l'hypothèse de Stokes (nombre de Reynolds particulaire tend vers 0). Il faut cependant remarquer que les résultats expérimentaux de Lopez et Guazzelli (2017) et les prédictions théoriques de Sheikh *et al.* (2020) (sédimentation sous l'effet de la gravité en THI) prédisent une influence significative de ces effets sur l'orientation des particules même pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds. Dans un écoulement turbulent de canal, van Wachem *et al.* (2015) (4-way) et Njobuenwu et Fairweather (2015) ont réalisé des études où le calcul des actions hydrodynamiques tient compte de la valeur finie du nombre de Reynolds (corrélations de Zastawny *et al.* (2012) pour traînée, portance et couple pour les premiers ; formules de Ganser (1993) et Yin *et al.* (2003) pour les seconds). Les conclusions de ces études mettent en avant l'important effet de la modélisation sur l'orientation des particules et sur la dynamique orientationnelle en proche paroi. Cependant, l'écoulement est résolu par simulation des grandes échelles (LES) dans ces deux études, et les plus petites échelle de l'écoulement sont modélisées, ce qui est une source d'incertitude quand à la dynamique de la phase dispersée. La seule étude par DNS ayant pris en compte les effets de l'inertie du fluide a été réalisée par Arcen *et al.* (2017). Celle-ci utilise les corrélations développées par Ouchene *et al.* (2016) pour calculer les actions hydrodynamiques hors du régime de Stokes. Les résultats de cette étude mettent en évidence des différences significatives dans l'orientation préférentielle par rapport aux simulations de Challabotla *et al.* (2016a), réalisées avec les formulations bas Reynolds. Cependant, Arcen *et al.* (2017) n'ont pas comparé leurs résultats de simulation avec ceux d'autres études, où les actions hydrodynamiques sont calculées par les formules de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922). Il manque donc beaucoup d'information quand à l'influence de la modélisation des actions hydrodynamiques son influence sur les propriétés statistiques de la phase dispersée.

Un second point sur lequel on trouve assez peu d'information est l'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement sur la dynamique de la phase dispersée. En effet, si des simulations de l'écoulement turbulent dans un canal ont été réalisées jusqu'à  $Re_\tau = 5200$  (Lee et Moser, 2015), la majorité des études concernant des particules non sphériques ont été réalisées à des valeurs de  $Re_\tau < 180$ . Zhao *et al.* (2014) ont comparé les statistiques de la vitesse relative entre  $Re_\tau = 150$  et 300 et ont remarqué une augmentation de la vitesse relative des ellipsoïdes avec  $Re_\tau$ . Aucune autre étude n'est toutefois venue confirmer ce résultat. Ouchene *et al.* (2018) ont réalisé une simulation à  $Re_\tau = 1440$ , mais se sont concentrés sur les statistiques d'accélération, et n'ont pas comparé leurs résultats avec d'autres valeurs du nombre de Reynolds. Jie *et al.* (2019) ont observé une diminution des taux de rotation de particules ellipsoïdales non inertielles, particulièrement dans la région centrale de l'écoulement, entre  $Re_\tau = 180$  et 1000. Ils n'ont par contre pas observé de différence significative de l'orientation moyenne des particules. Étant donné le peu d'information sur les statistiques de la vitesse de translation et de rotation, il semble nécessaire d'étudier l'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement sur la dynamique de la phase dispersée.

Une première partie de ce mémoire est consacrée à la présentation de la méthodologie de l'étude numérique. Nous présentons les équations décrivant le mouvement des particules dans

un premier chapitre, ainsi que les modèles utilisés pour calculer les actions hydrodynamique des particules non sphériques. Un second chapitre est consacré à l'écoulement turbulent de canal et à la méthode de résolution numérique des équations décrivant le mouvement du fluide. Étant donné que le code de calcul utilisé pour la résolution numérique des équations du mouvement du fluide a évolué au cours de ce travail de thèse, une validation des propriétés statistiques de l'écoulement est également présentée. Finalement, une étude consacrée à l'influence de l'intervalle de temps utilisé pour le calcul des statistiques de la phase dispersée a été réalisée. Il n'y a en effet pas de consensus quant à cet intervalle dans la littérature et celui-ci est généralement choisi arbitrairement.

Une seconde partie est dédiée à l'effet de la modélisation des actions hydrodynamiques sur la dynamique des ellipsoïdes en régime stationnaire. Nous présentons tout d'abord les résultats lorsque les actions hydrodynamiques sont calculées par les formulations bas Reynolds. Bien qu'il y ait beaucoup d'études à ce sujet dans la littérature, nous pensons que cette étape est nécessaire pour mettre en évidence les changements majeurs lorsque les actions hydrodynamiques sont calculées par des corrélations valides hors du régime de Stokes. Pour conclure, un chapitre est dédié à l'étude de l'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement. Nous présentons une comparaison de l'influence de ce paramètre avec chacune des deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques.



## Première partie

# Présentation du suivi lagrangien de particules non sphériques et de la simulation numérique directe de l'écoulement turbulent de canal



# Chapitre 1

## Simulation du mouvement de particules non sphériques

### 1.1 Modélisation de la phase dispersée

#### 1.1.1 Modèle géométrique et hypothèses de travail

Pour étudier l'influence de la non sphéricité sur la dynamique de particules inertielles, nous modélisons des géométries complexes par des ellipsoïdes de révolution allongés. Ceux-ci ont été utilisés pour approcher la forme de particules de plancton (Font-Muñoz *et al.*, 2020) ou de fibres pour l'industrie papetière (Lundell *et al.*, 2011). Ils sont définis par leur rapport d'aspect  $\lambda = a/b$ , le ratio des longueurs du demi-grand axe et du demi-petit axe. Une illustration d'un ellipsoïde de révolution est présentée sur la figure 1.1. Ces particules possèdent une masse volumique  $\rho_p$  et une masse  $m_p = \rho_p 4\pi ab^2/3$ , et nous les considérons indéformables. On remarquera directement que pour le cas particulier  $a = b$  alors  $\lambda = 1$  et la particule est sphérique. Un repère  $(x', y', z')$  lié aux axes de chaque particule est également défini. Celui-ci permet de déterminer l'orientation d'une particule par rapport à un repère fixe de référence,  $(x, y, z)$ , à partir des angles directeurs. Un angle directeur  $\theta_i$  est l'angle entre le grand axe de la particule et la direction  $i$  du repère de référence exprimé au centre de masse de la particule,  $(x'', y'', z'')$ . Une illustration est donnée sur la figure 1.1 b).

Pour simuler de façon correcte un écoulement multiphasique à phase dispersée, il faut tenir compte du couplage entre la dynamique de l'écoulement et celle des inclusions solides. La figure 1.2 présente un schéma des différents modes de couplage et des phénomènes physiques à l'œuvre. Lorsque la fraction volumique occupée par la phase dispersée est très importante par rapport au volume du domaine, le régime est dit dense et les interactions entre particules modifient significativement la dynamique de la phase dispersée et celle de l'écoulement. La simulation de tels écoulements nécessite un couplage *four-way*, pour tenir compte des interactions entre les particules (collisions + contact) et de l'influence significative produite par la phase dispersée sur la dynamique de la phase porteuse. A l'opposé, lorsque la fraction volumique de la phase dispersée est faible, l'écoulement est dilué. Dans ce cas, il est raisonnable de négliger les interactions entre particules et de supposer que la dynamique de l'écoulement n'est pas modifiée par la présence de la phase dispersée. On parle de couplage simple (*one-way*) lorsque les transferts (de quantité de mouvement par exemple) de la phase dispersée vers la phase porteuse n'est pas prise en compte. Finalement, il est possible que la

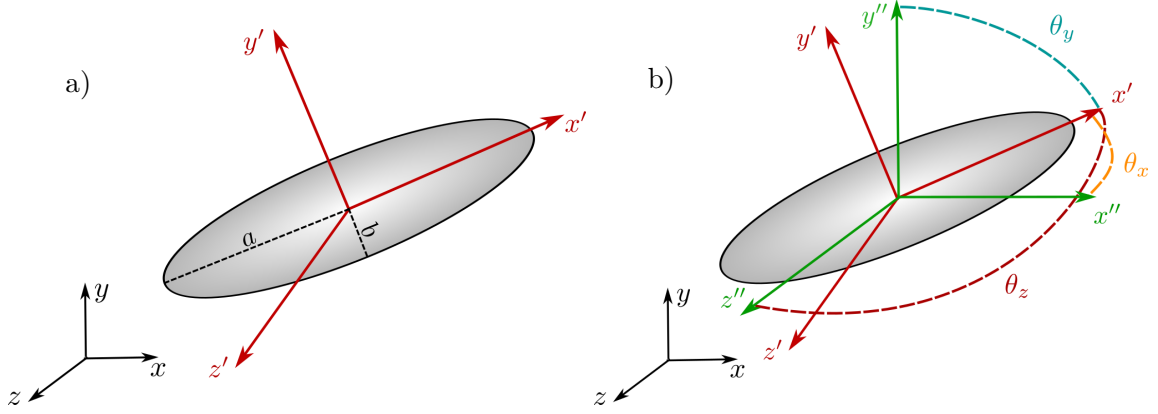


FIGURE 1.1 – a) Schéma d'une particule ellipsoïdale et du repère  $(x', y', z')$  lié aux axes de la particule. La direction  $x'$  est alignée avec le grand axe. b) Définition du repère  $(x'', y'', z'')$ , dont les axes sont colinéaires à ceux du repère  $(x, y, z)$  mais dont l'origine se trouve au centre de masse de l'ellipsoïde et des angles directeurs,  $\theta_i$ , entre le grand axe de la particule et chaque direction du repère eulérien.

fraction volumique de la phase dispersée soit assez faible pour négliger les interactions entre particules, mais que la dynamique de la phase porteuse soit sensiblement modifiée par la présence de la phase dispersée. On peut simuler de tels écoulements en réalisant un couplage *two – way*. Nous remarquerons que la limite entre les différents régimes d'écoulement n'est pas clairement définie et qu'il faut généralement choisir le type de couplage en fonction du phénomène étudié. Dans cette étude, nous souhaitons étudier spécifiquement l'influence de la turbulence sur la dynamique de la phase dispersée. Nous supposons donc un régime dilué et adopterons un couplage *one – way*. Les interactions entre particules ne sont pas prises en compte, et nous supposons que la phase dispersée n'a pas d'influence significative sur la dynamique de l'écoulement porteur.

Finalement, avec la volonté de réduire le nombre de paramètres de notre étude, la gravité sera négligée dans notre travail. La prise en compte de cette force entraîne néanmoins une décorrélation de la vitesse des particules et du fluide vu, ce qui affecte de façon importante la dynamique des ellipsoïdes. Davantage d'information sur l'effet de prise en compte de la gravité sur la dynamique des ellipsoïdes sont disponibles dans les études de Challabotla *et al.* (2016b), Challabotla *et al.* (2016a) et Yuan *et al.* (2018). Celles-ci mettent en évidence des modifications notables de la dynamique de translation, de rotation et d'orientation des ellipsoïdes en présence de gravité.

### 1.1.2 Les équations du mouvement des particules

Contrairement à la description eulérienne qui consiste observer l'évolution dans le temps des champs de vitesse et de pression à des positions fixées, la description lagrangienne se base sur le suivi individuel des particules (ponctuelles) le long de leur trajectoire. La position  $\mathbf{x}_p = \mathbf{x}_p(\mathbf{x}_0, t)$  à l'instant  $t$  d'une particule qui était située à la position  $\mathbf{x}_0$  à l'instant  $t_0$  peut alors être déterminée si l'on connaît sa vitesse et son accélération tout au long de sa trajectoire. La relation liant la position et la vitesse  $\mathbf{u}_p = \mathbf{u}_p(\mathbf{x}_0, t)$  d'une particule ponctuelle de masse  $m_p$  est donnée par la relation fondamentale de la cinématique et par le principe

### 1.1. Modélisation de la phase dispersée

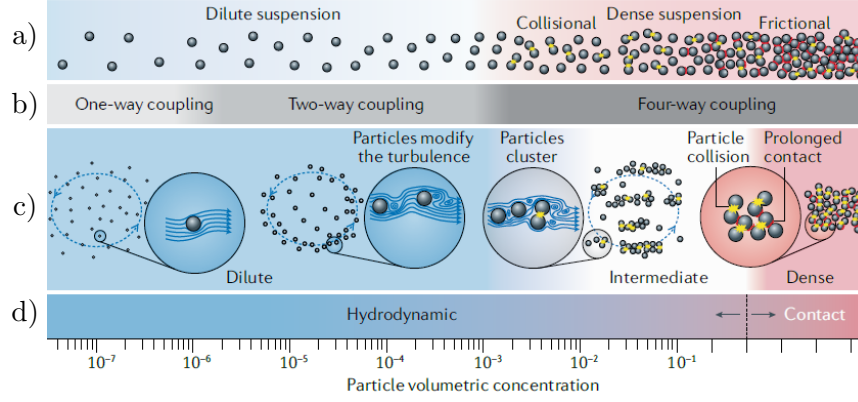


FIGURE 1.2 – a) Représentation schématique des régimes d’écoulements à phase dispersée dilués et denses. b) Définition du degré de couplage entre la phase porteuse et la phase dispersée. c) Représentation schématique des mécanismes de transport des particules. Flèches bleues continues : lignes de courant. Lignes bleues pointillées : structures tourbillonnaires. Étoiles jaunes : collisions. d) Importance relative des forces hydrodynamiques et des forces de contact. Figure issue de Lube *et al.* (2020).

fondamental de la dynamique :

$$\frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{u}_p, \quad (1.1)$$

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{m_p}. \quad (1.2)$$

La résolution des équations 1.1 et 1.2 nécessite de déterminer  $\mathbf{F}$  soit les forces extérieures exercées par l’écoulement sur une particule le long sa trajectoire. Il s’agit d’un point complexe, puisque ce calcul nécessite de connaître les propriétés de l’écoulement tout au long de la trajectoire de la particule.

De façon analogue, l’orientation et la vitesse angulaire d’une particule le long de sa trajectoire sont obtenue par la résolution des équations de conservation du moment angulaire :

$$\frac{d\mathbf{q}_p}{dt} = \frac{1}{2}\mathbf{q}_p\boldsymbol{\omega}'_p, \quad (1.3)$$

$$\mathbf{I}'_p \frac{d\boldsymbol{\omega}'_p}{dt} + \boldsymbol{\omega}'_p \times (\mathbf{I}'_p\boldsymbol{\omega}'_p) = \mathbf{T}'. \quad (1.4)$$

$\boldsymbol{\omega}'_p$  est la vitesse angulaire de la particule et  $\mathbf{q}_p$  est un quaternion unitaire décrivant l’orientation de la particule.  $\mathbf{I}'_p$  est le tenseur d’inertie, qui est diagonal dans le repère lié aux axes de l’ellipsoïde :

$$\mathbf{I}'_p = \begin{pmatrix} I_{px'x'} & 0 & 0 \\ 0 & I_{py'y'} & 0 \\ 0 & 0 & I_{pz'z'} \end{pmatrix} = \frac{m_p}{5} \begin{pmatrix} 2b^2 & 0 & 0 \\ 0 & (a^2 + b^2) & 0 \\ 0 & 0 & (a^2 + b^2) \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Finalement,  $\mathbf{T}'$  est le couple exercé sur une particule par des sources extérieures. La résolution des équations 1.4 est réalisée dans le repère lié aux axes de la particule  $(x', y', z')$ .

D’un point de vue pratique, les quaternions sont issus de la généralisation du concept de

nombre complexe à un espace tridimensionnel. Lorsque leur norme est constante et égale à 1 (quaternion unitaire), ils peuvent être utilisés pour représenter les rotations d'un solide dans l'espace (Betsch et Siebert, 2009). Dans la littérature, l'utilisation des quaternions unitaires pour décrire l'orientation de particules ellipsoïdales a été introduite par Zhang *et al.* (2001) et Zhao et van Wachem (2013b) présentent différents algorithmes pouvant être utilisés pour réaliser l'intégration temporelle de l'équation d'évolution du quaternion (équation 1.3). Dans notre étude, l'intégration de l'équation 1.3 est réalisée par schéma de Runge-Kutta d'ordre 3 à bas coût de stockage (le même que celui utilisé pour la résolution des équations décrivant le mouvement du fluide, section 2.2.2). La procédure détaillée est décrite dans le travail de thèse de Ouchene (2015). Remarquons qu'avec ce schéma numérique, il est nécessaire de renormaliser le quaternion à chaque étape du schéma de Runge-Kutta pour s'assurer que le quaternion reste unitaire. L'utilisation des quaternions permet notamment d'éviter la singularité qui apparaît lors de l'utilisation des angles d'Euler (blocage de cardan).

Pour simplifier le calcul de  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{T}'$ , on suppose que les particules sont de taille inférieure à l'échelle de longueur de Kolmogorov, soit la taille des plus petites structures dans un écoulement turbulent. On peut dans ce cas supposer que l'écoulement à l'échelle d'une particule est uniforme, ce qui permet l'utilisation de formules théoriques pour calculer les actions hydrodynamiques. Dans le cadre d'une simulation numérique, cela nécessite de déterminer les propriétés du fluide à la position d'une particule tout au long de sa trajectoire. Dans notre étude, l'écoulement est obtenu par simulation numérique directe, qui permet de déterminer précisément ces grandeurs. Comme toutes les échelles de la turbulence sont résolues, aucune modélisation de la vitesse du fluide vu n'est nécessaire, et celle-ci est connue exactement. Dans la suite de ce document, les propriétés du fluide à la position de la particule seront notées avec le symbole  $(\cdot)$  (par exemple,  $\tilde{\mathbf{u}}$  est la vitesse du fluide à la position de la particule). Celles-ci sont obtenues par interpolation à partir du champ de vitesse de l'écoulement résolu par DNS. Différentes méthodes peuvent être utilisées pour réaliser l'interpolation (Yeung et Pope, 1988; Rovelstad *et al.*, 1994; van Hinsberg *et al.*, 2013), et cela affecte la précision de la grandeur interpolée. Dans la présente étude, une interpolation d'Hermite tri-cubique est réalisée. Son implémentation est décrite dans Rambaud (2001). Ce type d'interpolation assure que la quantité interpolée ainsi que sa dérivée sont continues et permet une erreur d'interpolation plus faible que celle obtenue par une interpolation de type trilineaire ou basée sur des splines cubiques (Rovelstad *et al.*, 1994). Son coût en terme de ressources de calcul est par contre plus élevé. De ce fait, une interpolation trilineaire est utilisée pour déterminer les neuf composantes du tenseur gradient de la vitesse du fluide vu par les particules, nécessaire pour calculer les actions hydrodynamiques exercées sur les ellipsoïdes. Les analyses de Yeung et Pope (1988) et Rovelstad *et al.* (1994) indiquent qu'une telle méthode cause une erreur d'interpolation plus importante que l'interpolation d'Hermite. Toutefois, Benzi *et al.* (2009) n'ont pas constaté de différence notable entre les propriétés statistiques du gradient de la vitesse du fluide interpolées avec chacune de ces deux méthodes.

Une fois les propriétés de l'écoulement vu par les particules connues, la principale difficulté pour étudier le mouvement des particules se trouve dans l'obtention des modèles permettant le calcul des actions hydrodynamiques. Ceux-ci doivent en effet décrire paramétriquement les forces exercées par l'écoulement, qui dépendent de la forme des particules et de leur orientation mais également du régime d'écoulement à l'échelle d'une particule. Ce dernier point est complexe lorsque la valeur du nombre de Reynolds est élevée : des effets non linéaires liés à l'écoulement du fluide doivent être pris en compte.

Pour déterminer le régime d'écoulement à l'échelle d'une particule, nous introduisons le

## 1.2. Actions hydrodynamiques sur une particule non sphérique

nombre de Reynolds particulaire :

$$Re_p = \frac{\|\mathbf{u}_r\|d_{eq}}{\nu}, \quad (1.6)$$

basé sur la vitesse relative de l'écoulement et de la particule  $\mathbf{u}_r = \tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_p$ . Celui-ci permet de savoir s'il est nécessaire de prendre en compte les effets non linéaires pour calculer  $\mathbf{F}$ . Nous avons choisi le diamètre de la sphère de volume équivalent à l'ellipsoïde comme longueur caractéristique,  $d_{eq} = 2b\sqrt[3]{\lambda}$ , mais cette définition n'est pas unanimement adoptée. Elle a par exemple été utilisée par Njobuenwu et Fairweather (2013) alors que Zhao *et al.* (2014) ont basé  $Re_p$  sur la longueur du petit axe et Lopez et Guazzelli (2017) sur le demi grand axe (pour des fibres). Si  $Re_p \ll 1$ , l'écoulement est dit rampant et les effets de l'inertie du fluide ont une influence négligeable sur la dynamique des particules. Sous cette hypothèse, la résolution analytique des équations de Stokes permettent l'obtention de modèles analytiques, comme par exemple la formule de Stokes (1851) qui permet de calculer la force de trainée sur une particule sphérique. L'équation la plus générale du mouvement d'une particule sphérique a pu être obtenue par Maxey et Riley (1983) pour un écoulement de Stokes instationnaire. Hors du régime de Stokes il n'existe pas de modèle analytique permettant de décrire l'hydrodynamique des particule et on ajoute des corrections aux formules issues de la théorie à bas nombre de Reynolds pour prendre en compte les effets non linéaires (pour la trainée de particules sphériques, Schiller et Naumann (1933); Morsi et Alexander (1972)).

Nous allons maintenant décrire les différents modèles disponibles pour calculer les actions hydrodynamiques exercées par l'écoulement sur des particules non sphériques.

## 1.2 Actions hydrodynamiques sur une particule non sphérique

Nous présentons dans cette section les différents modèles disponibles pour calculer les actions hydrodynamiques exercées par l'écoulement sur des particules ellipsoïdales. Dans une première sous section, les formules théoriques de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922), issues de la théorie à bas nombre de Reynolds sont présentées, ainsi que les paramètres caractérisant la dynamique des ellipsoïdes. Nous verrons que la vitesse (et vitesse de rotation) relative ne sont pas suffisantes pour décrire la dynamique des ellipsoïdes, et ces formules nous permettront d'obtenir les temps caractéristiques de la translation et de la rotation des ellipsoïdes. La validation de l'implémentation des formules de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922) dans le module de suivi lagrangien du code de calcul sera également présentée. Pour cela, le mouvement de translation et de rotation des ellipsoïdes ont été simulés dans des configurations pour lesquelles une solution analytique des équations du mouvement est connue. Dans une seconde sous section, nous présenterons les différentes corrélations disponibles pour calculer les actions hydrodynamiques lorsque la valeur du nombre de Reynolds particulaire ne permet plus de vérifier l'hypothèse de Stokes. Nous présenterons en particulier les corrélations obtenues au sein de notre équipe, qui ont été développé sur la base des travaux de Ouchene *et al.* (2016). Cette étape servira également à mettre en évidence les différences entre l'hydrodynamique des ellipsoïdes à bas nombre de Reynolds et lorsque les effets de l'inertie du fluide sont pris en compte.

### 1.2.1 Les modèles analytiques en régime de Stokes

#### Les force hydrodynamiques

En régime de Stokes, la force exercée par un écoulement uniforme sur une particule ellipsoïdale à été obtenue par Happel et Brenner (1965) :

$$\mathbf{F} = \nu \rho_f \mathbf{A}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{A} \mathbf{u}_r, \quad (1.7)$$

où  $\mathbf{A}$  est la matrice de passage permettant le changement de base des composantes d'un tenseur exprimé dans  $(x', y', z')$  vers le repère eulérien  $(x, y, z)$ . Les composantes de cette matrice sont exprimés à partir du quaternion décrivant l'orientation de la particule, d'après la méthode proposée par Zhang *et al.* (2001).  $\mathbf{K}$  est le tenseur de résistance à la translation, qui décrit l'influence de la forme de la particule sur son mouvement de translation. Dans le repère  $(x', y', z')$ , ce tenseur est diagonal et pour un ellipsoïde de révolution allongé, ses composantes ont pour expression :

$$K_{x'x'} = \frac{16\pi ab^2}{\chi_0 + a^2\alpha_0} = \frac{8\pi b(\lambda^2 - 1)}{\left[ \ln \left( \lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1} \right) \frac{2\lambda^2 - 1}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \right] - \lambda}, \quad (1.8)$$

$$K_{y'y'} = \frac{16\pi ab^2}{\chi_0 + b^2\beta_0} = \frac{16\pi b(\lambda^2 - 1)}{\left[ \ln \left( \lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1} \right) \frac{2\lambda^2 - 3}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \right] + \lambda}, \quad (1.9)$$

$$K_{z'z'} = K_{y'y'}. \quad (1.10)$$

Le calcul de ces coefficients fait intervenir les facteurs de forme de l'ellipsoïde  $\chi_0$ ,  $\alpha_0$  et  $\beta_0$ . Ceux-ci ont été définis sous forme intégrale par (Oberbeck, 1876) et Gallily et Cohen (1979) ont donné leur expression sous forme développée. Dans le cas limite où  $\lambda \rightarrow 1$ , on obtient par un développement limité  $K_{x'x'} = K_{y'y'} = 6\pi b$  et l'équation 1.7 se réduit à la formule de Stokes. L'évolution des composantes de  $\mathbf{K}$  en fonction du rapport d'aspect est présentée sur la figure 1.3 a). Comparativement à la sphère équivalente,  $K_{y'y'}$  est toujours plus élevé pour des ellipsoïdes, alors que  $K_{x'x'}$  est plus faible pour  $\lambda = 4$ . Pour exprimer la force hydrodynamique en fonction de l'orientation,  $\mathbf{F}$  est décomposée en  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L$ , soit une force de trainée, colinéaire à  $\mathbf{u}_r$ , et une force de portance normale à  $\mathbf{u}_r$ . Notons que la portance est une conséquence de la forme de la particule uniquement et qu'elle n'est pas liée à l'existence d'un gradient de vitesse dans l'écoulement ou à la rotation de la particule. On pourra à ce sujet consulter les travaux de Cui *et al.* (2018). On peut adimensionner ces forces pour obtenir les coefficients hydrodynamiques  $C_D$  et  $C_L$  d'un ellipsoïde. Leur expression dépend de  $\alpha$ , l'angle d'incidence entre la vitesse relative et le grand axe de la particule :

$$C_D = \frac{\|\mathbf{F}_D\|}{\frac{1}{2}\rho_f \|\mathbf{u}_r\| \pi \frac{d_{eq}^2}{4}} = \frac{24}{Re_p} \left[ C_D^0 + (C_D^{90} - C_D^0) \sin^2(\alpha) \right], \quad (1.11)$$

$$C_L = \frac{\|\mathbf{F}_L\|}{\frac{1}{2}\rho_f \|\mathbf{u}_r\| \pi \frac{d_{eq}^2}{4}} = \frac{24}{Re_p} \left[ (C_D^{90} - C_D^0) \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right]. \quad (1.12)$$



## 1.2. Actions hydrodynamiques sur une particule non sphérique

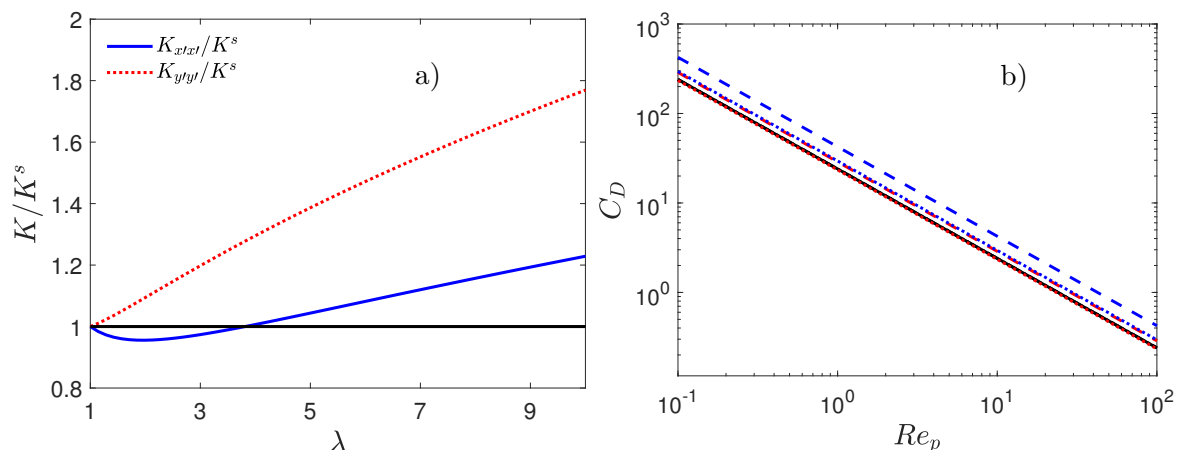


FIGURE 1.3 – a) Évolution de  $K_{x'x'}$  et  $K_{y'y'}$  en fonction de  $\lambda$ . b) Évolution des coefficients  $C_D^0$  et  $C_D^{90}$  en fonction du nombre de Reynolds pour des ellipsoïdes de différent rapport d'aspect.  $\lambda = 1$  noir  $\lambda = 3$  rouge  $\lambda = 10$  bleu. Ligne pointillée :  $C_D^0$ , Tirets :  $C_D^{90}$ .

$C_D^0$  et  $C_D^{90}$  sont les coefficients de trainées lorsque l'angle d'incidence  $\alpha$  est égal à 0 ou 90 degrés, respectivement :

$$C_D^0 = K_{x'x'}/(6\pi\lambda^{(1/3)}), \quad (1.13)$$

$$C_D^{90} = K_{y'y'}/(6\pi\lambda^{(1/3)}). \quad (1.14)$$

La figure 1.3 b) permet d'observer que  $C_D^0$  et  $C_D^{90}$  évoluent linéairement en fonction du nombre de Reynolds. Le rapport d'aspect n'influence que la valeur de ces coefficients. Entre ces deux extremas, le coefficient de trainée suit une évolution en  $\sin^2(\alpha)$ . On notera que si la particule est sphérique,  $C_D^0 = C_D^{90}$  et on retrouve  $C_D^s = 24/Re_p$  soit le coefficient de trainée de Stokes, et un coefficient de portance nul. L'évolution du rapport  $C_D/C_D^s$  en fonction de  $\alpha$  est présentée sur la figure 1.4 a) et on observe que pour une même valeur du nombre de Reynolds, le coefficient de trainée d'un ellipsoïde est en général plus important que celui d'une sphère. On notera que cela n'est pas toujours le cas, comme pour  $\lambda = 3$  lorsque  $\alpha < 20$  degrés. Cette particularité est directement liée à la dépendance des composantes de  $\mathbf{K}$  à  $\lambda$ . Finalement, la figure 1.4 b) présente l'évolution du rapport  $C_L/C_D$  en fonction de  $\alpha$ . L'allure des courbes est similaire pour  $\lambda = 3$  et  $\lambda = 10$  mais le ratio est d'autant plus important que  $\lambda$  est grand. Si l'on considère deux particules de caractéristiques identiques, la plus allongée subira donc une force de portance plus importante pour un nombre de Reynolds équivalent.

### Le couple hydrodynamique

L'expression du couple auquel une particule ellipsoïdale est soumise à été obtenue par Jeffery (1922). Celle-ci est valide dans l'hypothèse d'une particule de même masse volumique

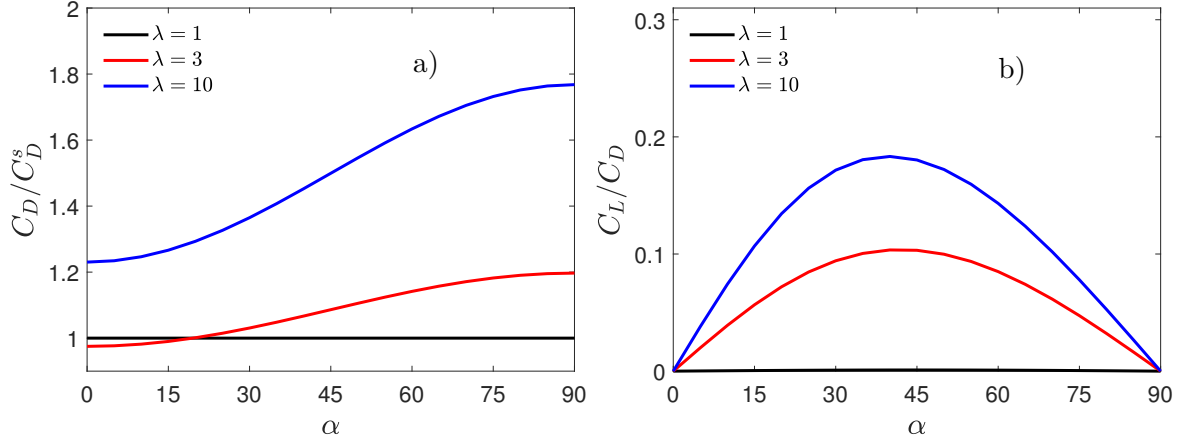


FIGURE 1.4 – a) Évolution du rapport  $C_D/C_D^s$  en fonction de l'angle d'attaque  $\alpha$ . b) Évolution du rapport  $C_L/C_D$  en fonction de l'angle d'attaque  $\alpha$ .

que le fluide et d'un écoulement rampant et son expression est :

$$\mathbf{T}' = \frac{16\pi\mu ab^2}{3} \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta_0} [\tilde{\Omega}'_{zy} - \omega'_{px}] \\ \frac{1}{\beta_0 + \lambda^2\alpha_0} [(1 - \lambda^2)\tilde{S}'_{xz} + (1 + \lambda^2)(\tilde{\Omega}'_{xz} - \omega'_{py})] \\ \frac{1}{\lambda^2\alpha_0 + \beta_0} [(\lambda^2 - 1)\tilde{S}'_{yx} + (\lambda^2 + 1)(\tilde{\Omega}'_{yx} - \omega'_{pz})] \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

où  $\mu = \nu/\rho_f$  est la viscosité dynamique du fluide et  $\omega'_{px}$ ,  $\omega'_{py}$ , et  $\omega'_{pz}$  sont les composantes de la vitesse angulaire de la particule. Les termes  $\tilde{S}'_{ij}$  et  $\tilde{\Omega}'_{ij}$  sont les composantes du tenseur des taux de déformation et les composantes du tenseur des taux de rotation du fluide :

$$\tilde{S}'_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x'_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x'_i} \right)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_p} \quad (1.16)$$

$$\tilde{\Omega}'_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x'_j} - \frac{\partial u'_j}{\partial x'_i} \right)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_p} \quad (1.17)$$

Celles-ci doivent être connues à la position de la particule et exprimées dans le repère lié à la particule,  $(x', y', z')$ .  $\alpha_0$  et  $\beta_0$  sont les mêmes facteurs de forme que ceux apparaissant dans la formule de Happel et Brenner (1965). Lorsque  $\lambda \rightarrow 1$ , on trouve que  $1/\beta_0 = 3/2$  et  $1/(\beta_0 + \lambda^2\alpha_0) = 3/4$ . Dans ce cas, l'équation de Jeffery (1922) est équivalente à celle de Lamb (1932), qui permet de calculer le couple hydrodynamique s'exerçant sur une particule sphérique :

$$\mathbf{T} = \pi\mu d_{eq}^3 (\tilde{\Omega} - \boldsymbol{\omega}_p). \quad (1.18)$$

La principale différence avec une particule ellipsoïdale vient du fait que le couple est généré uniquement par la rotation relative. Le taux de déformation du fluide n'est pas responsable de la mise en rotation d'une particule sphérique. On remarquera finalement qu'il n'est pas possible d'obtenir l'expression d'un coefficient de moment adimensionnel unique pour un ellipsoïde à partir de la formule 1.15, justement à cause de cette dépendance au taux de déformation.

## 1.2. Actions hydrodynamiques sur une particule non sphérique

### Temps caractéristique

Connaissant l'expression des actions hydrodynamiques s'appliquant sur une particule, nous pouvons obtenir un temps caractéristique de la translation d'une particule  $\tau_p$ . Pour une particule sphérique, on trouve :

$$\tau_p^s = \frac{1}{18} \frac{\rho_p d_{eq}^2}{\nu \rho_f}. \quad (1.19)$$

Pour des particules non sphériques, la définition n'est pas unique du fait de la dépendance de  $\mathbf{F}$  à l'orientation. La définition adoptée dans la littérature utilise la valeur moyenne de  $\mathbf{K}$  pour une particule dont la distribution des orientations est uniforme. En suivant la démarche proposée par Brenner et Condiff (1972), l'expression du temps de relaxation pour un ellipsoïde de révolution allongé est donnée par Shapiro et Goldenberg (1993) :

$$\tau_p = \frac{2\lambda\rho_p b^2}{9\rho_f\nu} \frac{\ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1})}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \quad (1.20)$$

Une définition assez similaire a également été obtenue par Fan et Ahmadi (1995). Il est courant de rapporter le temps de relaxation à une échelle de temps caractéristique de l'écoulement étudié, soit l'échelle de temps visqueuse dans notre étude. Adimensionné de cette façon, on appelle  $\tau_p^+$  le nombre de Stokes.

On détermine également le temps caractéristique de la rotation d'une particule,  $\tau_p^r$ . Pour une particule sphérique en régime de Stokes :

$$\tau_p^{r,s} = \frac{3}{10} \tau_p^s. \quad (1.21)$$

Le temps de réponse typique de la rotation d'une particule sphérique est donc environ 3 fois plus petit que le temps de réponse à la translation. Le problème est plus complexe pour les ellipsoïdes, du fait de la forme des équations du mouvement de rotation et de la formule de Jeffery (1922). Marchioli *et al.* (2016) proposent de définir deux temps de caractéristiques de la rotation,  $\tau_{p,\parallel}^r$  et  $\tau_{p,\perp}^r$ , selon que  $\boldsymbol{\omega}_r$  est aligné ou perpendiculaire au grand axe de la particule. Nous exprimons ces temps caractéristiques en fonction du temps de relaxation pour la translation :

$$\tau_{p,\parallel}^r = \frac{9}{20} \frac{\alpha_0}{f(\lambda)} \tau_p, \quad (1.22)$$

$$\tau_{p,\perp}^r = \frac{9}{40} \frac{\beta_0 + \lambda^2 \alpha_0}{f(\lambda)} \tau_p, \quad (1.23)$$

avec  $f(\lambda) = \left[ \lambda \ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) \right] / \sqrt{\lambda^2 - 1}$ . On peut également obtenir le temps de réponse à la déformation du fluide vu,  $\tau_{p,\perp}^{r'}$  :

$$\tau_{p,\perp}^{r'} = \frac{\lambda^2 + 1}{\lambda^2 - 1} \tau_{p,\perp}^r. \quad (1.24)$$

Nous avons représenté sur la figure 1.5 l'évolution du rapport  $\tau_p^r/\tau_p$  en fonction de  $\lambda$  pour des rapports d'aspect compris entre 1 et 10. Pour des particules sphériques, il n'y a pas de différence entre  $\tau_{p,\perp}^r$  et  $\tau_{p,\parallel}^r$  : la particule répond de la même façon quelle que soit la direction de la sollicitation en rotation. Le temps de réponse à la déformation du fluide vu,  $\tau_{p,\perp}^{r'}$ , tend

par contre vers l'infini puisqu'une particule sphérique n'est pas mise en rotation par le taux de déformation du fluide vu. Quand  $\lambda$  augmente,  $\tau_{p,\parallel}^r$  diminue alors que  $\tau_{p,\perp}^r$  augmente. La dynamique de rotation autour du grand axe est donc plus rapide que celle autour des petits axes pour des ellipsoïdes. On remarquera également que les temps de relaxation  $\tau_{p,\parallel}^r$  et  $\tau_{p,\perp}^{r'}$  tendent vers la même valeur lorsque  $\lambda$  devient grand, ce qui traduit une réponse dynamique identique à la déformation et à la rotation du fluide vu.

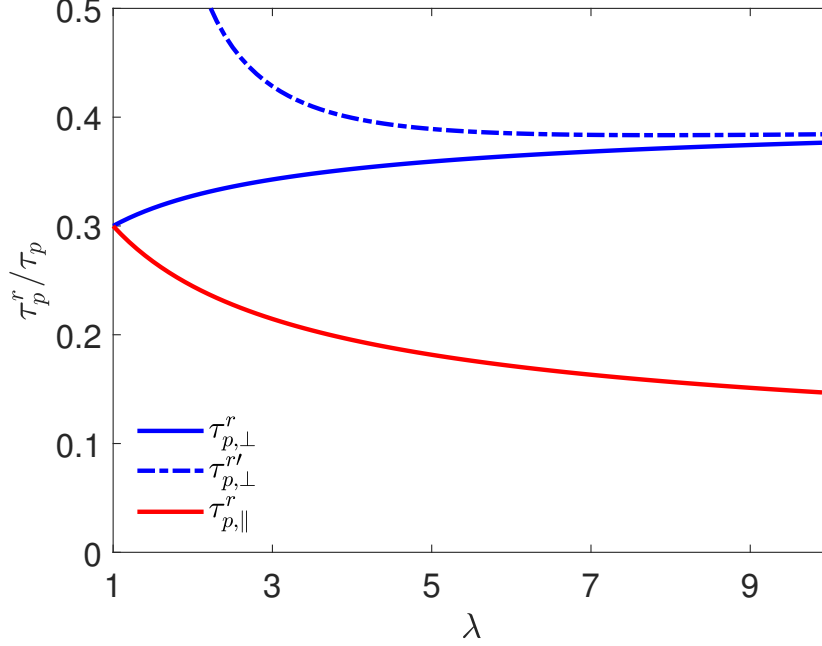


FIGURE 1.5 – Évolution du rapport  $\tau_p^r / \tau_p$  pour les trois temps caractéristiques de la rotation des ellipsoïdes en fonction de  $\lambda$ .  $\tau_{p,\perp}^{r'}$  : temps caractéristique de la rotation lorsque le grand axe est perpendiculaire à  $S'$ ;  $\tau_{p,\perp}^r$  : temps caractéristique de la rotation lorsque le grand axe est perpendiculaire à  $\omega_r$ ;  $\tau_{p,\parallel}^r$  : temps caractéristique de la rotation lorsque le grand axe est parallèle à  $\omega_r$ .

### 1.2.2 Validation de l'implémentation des formulations bas Reynolds

L'un des objectifs définis au début de ce travail était d'implémenter les formules de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922) dans le module de suivi lagrangien. A l'issue de ces développements, il a été nécessaire de valider les modifications faites au code de calcul. Pour cela, nous avons réalisé des expériences numériques afin de vérifier que les résultats obtenus par notre code de calcul correspondent à ceux attendus théoriquement. La sédimentation d'une particule dans un fluide au repos est utilisée pour valider l'implémentation de la formule de Happel et Brenner (1965). Pour la formule de Jeffery (1922), nous considérons la rotation d'une particule dans un écoulement simplement cisailé.

#### Chute de particules sous l'effet de la gravité

Pour valider l'implémentation des formules de Happel et Brenner (1965), nous considérons tout d'abord la sédimentation d'une particule dans un fluide au repos lorsque l'angle entre

## 1.2. Actions hydrodynamiques sur une particule non sphérique

le grand axe de la particule et la gravité,  $\phi$ , est fixé. Siewert *et al.* (2014b) proposent une formule pour estimer la vitesse terminale de la particule, mais ne tiennent compte que de la force de trainée dans leur calcul. Cette formule donne une estimation de la vitesse terminale mais elle ne prend pas en compte le couplage entre les différentes composantes de la vitesse qui est induit par le changement de base du tenseur  $\mathbf{K}$ . Pour simplifier le cas test, nous réalisons celui-ci en  $2D$ , soit dans le plan  $(x, y)$  (on peut toujours se ramener à un cas 2D avec les ellipsoïdes de révolution). La gravité est dirigée selon  $x$  soit  $\mathbf{g} = (g_x, 0)$ . Nous pouvons obtenir la vitesse terminale (la vitesse de chute en régime stationnaire) d'un ellipsoïde de masse  $m_p$  et de rapport d'aspect  $\lambda$  à partir de l'équation 1.2. Après le changement de base de  $\mathbf{K}$ , nous obtenons l'expression de la vitesse terminale en fonction des composantes du tenseur de résistance à la translation :

$$u_{px}^t = \frac{g_x m_p (K_{y'y'} - K_{x'x'}) \cos^2(\phi) + K_{x'x'}}{\nu \rho_f K_{y'y'} K_{x'x'}}, \quad (1.25)$$

$$u_{py}^t = \frac{g_x m_p (K_{x'x'} - K_{y'y'}) \cos(\phi) \sin(\phi)}{\nu \rho_f K_{y'y'} K_{x'x'}}. \quad (1.26)$$

Nous comparons la valeur des composantes de la vitesse calculée par ces formules avec celle issue d'une simulation par notre code de calcul pour différentes valeur de l'angle entre le grand axe de la particule et le vecteur gravité dans le tableau 1.1. Nous avons un excellent accord entre les résultats, ce qui valide l'implémentation des formules de Happel et Brenner (1965).

| $\phi$     | $u_{px}^{t*}$ | Erreur relative     | $u_{py}^{t*}$ | Erreur relative     |
|------------|---------------|---------------------|---------------|---------------------|
| 0          | 0.81          | $4.8 \cdot 10^{-3}$ |               |                     |
| $\pi/4$    | 0.69          | $1.8 \cdot 10^{-3}$ | -0.13         | $9.3 \cdot 10^{-3}$ |
| $\pi/2$    | 0.57          | $1.2 \cdot 10^{-2}$ |               |                     |
| $-\pi/4$   | 0.69          | $1.8 \cdot 10^{-3}$ | 0.13          | $9.3 \cdot 10^{-3}$ |
| sphère eq. | 1.00          | $2.9 \cdot 10^{-3}$ |               |                     |

TABLE 1.1 – Valeurs des vitesses terminales  $u_{px}^{t*}$  et  $u_{py}^{t*}$  calculées par le code de calcul pour un ellipsoïde de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  à différents angles de chute. Les résultats ont été adimensionnés par  $u_{px}^{t,s}$ , la vitesse terminale de la sphère de volume équivalent. L'erreur relative par rapport à la vitesse calculée par la formule 1.26 est calculée pour la validation. La colonne  $u_{py}^{t*}$  est laissée vide lorsque la valeur théorique de  $u_{py}^t$  est nulle. Paramètres utilisés pour le cas test :  $\rho_p = \rho_f = 1.3 \text{ kg/m}^3$ ,  $d_{eq} = 4.3 \text{ mm}$ ,  $g_x = 0.05 \text{ m/s}^2$ ,  $\nu = 1.57 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ . Le nombre de Reynolds de la sphère équivalente est  $Re_p = 0.9$ .

Nous vérifions également que l'intégration temporelle des équations du mouvement de la particule donne les résultats attendus pendant le régime transitoire. Nous simulons pour cela la chute d'une particule lâchée sans vitesse initiale dans un fluide au repos. Étant donné que nous ne connaissons pas la solution analytique à l'équation du mouvement d'une particule non sphérique, l'évolution temporelle de la vitesse obtenue par le module de suivi lagrangien est comparée à celle issue de l'intégration temporelle des équations du mouvement réalisée par Matlab. La figure 1.6 permet d'observer que l'évolution temporelle des composantes de la vitesse est identique avec les deux méthodes de résolution. L'algorithme réalisant l'intégration temporelle des équations du mouvement est donc fonctionnel et les formules de Happel et Brenner (1965) sont bien implémentées.

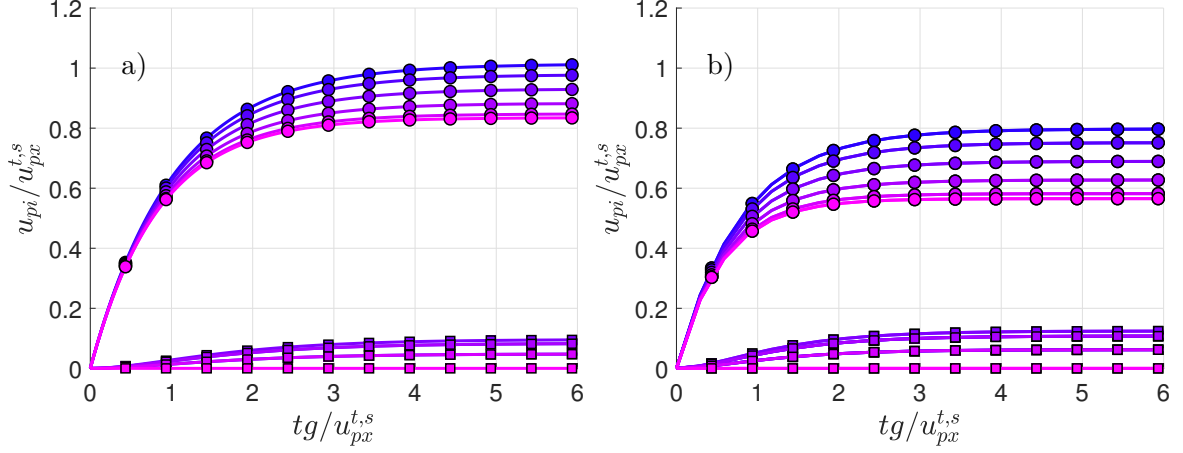


FIGURE 1.6 – Évolution temporelle des composantes de la vitesse pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect chutant sous l'effet de la gravité, à différents angles de chute. a)  $\lambda = 3$ . b)  $\lambda = 10$ . Résultats issus de la DNS (ligne continue) et de l'intégration temporelle réalisée par Matlab (symboles). Carrés :  $u_{px}$ ; cercles :  $u_{py}$ . Les résultats sont adimensionnés par  $u_{px}^{t,s}$ , la vitesse de chute de la sphère équivalente et  $g$ , la norme de la gravité. Coloré en fonction de l'angle  $\phi$ , de  $\phi = \pi/12$  (bleu) à  $\phi = \pi/2$  (rose) avec un incrément de  $\pi/12$  entre deux courbes.

### Formule de Jeffery

Pour valider l'implémentation de la formule de Jeffery (1922) nous simulons la rotation pure d'une particule dans un écoulement simplement cisailé en 2D. C'est un test standard, car dans ce cas particulier, lorsque l'un des axes de la particule est aligné avec le vecteur rotation du fluide, l'évolution temporelle de l'orientation et la vitesse angulaire peut être obtenue analytiquement. Dans le cas 3D, la solution de l'équation de rotation d'un ellipsoïde dans un cisaillement simple est une unique orbite définie entièrement par les conditions initiales du problème.

Dans la configuration du test, l'écoulement est unidirectionnel et dirigé selon  $x$ . Le taux de cisaillement  $du/dy = G$  est constant et le centre de masse de la particule est fixe. La seule composante non nulle de la vitesse angulaire est  $\omega_{pz}$ . Une particule est placée dans le plan  $(x, y)$ , sans vitesse de rotation initiale, avec un angle entre grand axe de la particule et la direction  $x$  qui est initialement  $\phi_0 = 0$ . La solution analytique de l'équation de Jeffery (1922) (Eq. 1.28) permet d'obtenir l'évolution de vitesse de rotation  $\dot{\phi}(t)$  de la particule et son orientation  $\phi(t)$  en fonction du temps :

$$\phi = \arctan \left( \frac{1}{\lambda} \tan \left( \frac{\lambda G t}{\lambda^2 + 1} \right) \right), \quad (1.27)$$

$$\dot{\phi} = \frac{G}{\lambda^2 + 1} \left( \lambda^2 \sin^2(\phi) + \cos^2(\phi) \right). \quad (1.28)$$

Cette rotation est périodique et de période  $T = \pi(\lambda^2 + 1)/(G\lambda)$ . La durée de la période augmente lorsque que le rapport d'aspect augmente, et on retrouve  $T = 2\pi/G$ , pour  $\lambda = 1$ . Ce résultat correspond à celui attendu pour une particule en rotation à vitesse constante. La vitesse de rotation calculée par le code de calcul et la solution analytique sont présentées sur la figure 1.7. Les courbes coïncident parfaitement et l'intégration de la formule de Jeffery

## 1.2. Actions hydrodynamiques sur une particule non sphérique

(1922) est validée. Nous ne présentons ici que le cas d'un cisaillement  $du/dy$ , mais d'autres configurations ont également été testées.

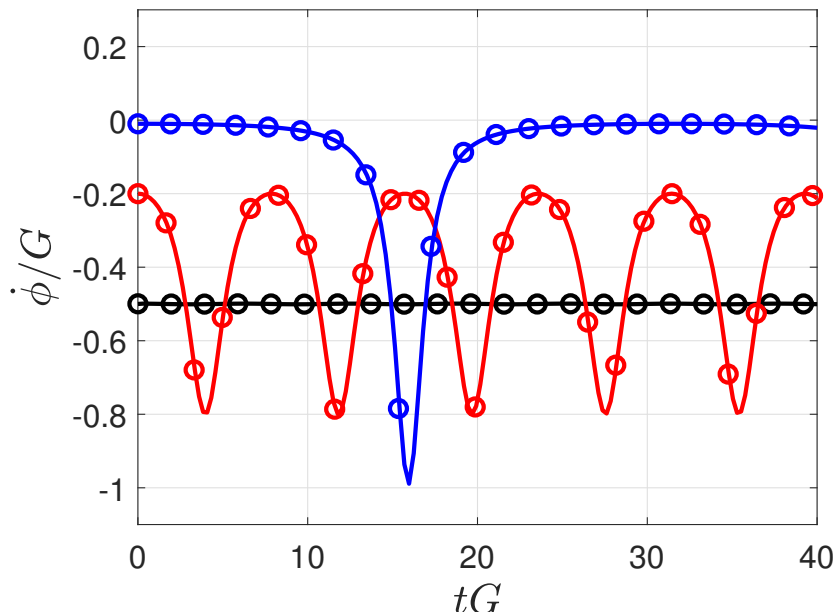


FIGURE 1.7 – Comparaison entre la solution analytique de l'équation de Jeffery (lignes continues) et le résultat issu du module de suivi lagrangien (symboles). Les ellipsoïdes ont la même densité que le fluide et l'écoulement est simplement cisailé. Noir :  $\lambda \approx 1.001$  ; Rouge :  $\lambda = 3$  ; Bleu :  $\lambda = 10$ .

### 1.2.3 Corrélations semi-empiriques

Lorsque le nombre de Reynolds particulaire ne permet plus de vérifier l'hypothèse de Stokes, les effets de l'inertie du fluide modifient significativement l'hydrodynamique des particules et les formules analytiques de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922) doivent être corrigées. Pour des particules sphériques par exemple, la correction de Schiller et Naumann (1933) pour la force trainée est bien connue. Des corrélations décrivant cette même force (de trainée) hors du régime de Stokes ont été obtenues par Haider et Levenspiel (1989) et Ganser (1993) pour des particules de formes diverses. Nous présentons dans le tableau 1.2 les corrélations décrivant le coefficient de trainée ainsi que leur domaine de validité. Leur avantage réside dans la large gamme de  $Re_p$  couverte et dans la grande variété de formes de particules qui peuvent être traitées par ces formules. Cette généralité se fait cependant au prix de la précision puisque Hölzer et Sommerfeld (2008) ont obtenu des corrélations plus précises en réduisant l'espace des paramètres étudiés. Les corrélations permettant de décrire le coefficient de trainée pour des ellipsoïdes de révolution sont reportées dans le tableau 1.3 et également été obtenues sur des plages de paramètres beaucoup plus restreintes. L'hydrodynamique des ellipsoïdes varie fortement avec la valeur de  $\lambda$ , ce qui rend difficile l'obtention d'un coefficient sur une large plage de paramètres. Récemment, Sommerfeld et Qadir (2018) ont montré que la distribution des coefficients de trainée pour des particules de forme quelconque et de faible asphéricité peut-être modélisée par une distribution gaussienne dans l'intervalle  $Re_p \in [1, 200]$ . Cette étude ne fait toutefois pas mention des particules de forte asphéricité.

| Référence                   | Validité  |
|-----------------------------|---|
| Haider et Levenspiel (1989) | Particules isométriques<br>$Re_p < 25000$                   |
| Ganser (1993)               | Toutes géométries<br>$Re_p < 10000$ .                       |
| Hölzer et Sommerfeld (2008) | Toutes géométries<br>Jusqu'au décollement ( $Re_p < Re_c$ ) |

TABLE 1.2 – Corrélations décrivant le coefficient de trainée pour des particules non sphériques et leur domaine de validité.

Les effets de l'inertie du fluide influencent également les coefficients de portance, de moment rotationnel (du à la rotation) et causent l'apparition d'un moment de tangage sur une particule non sphérique. D'un point de vue physique, des effets non linéaires dans le fluide apparaissent suite à l'augmentation de  $Re_p$ , ce qui modifie l'écoulement autour de la particule et donc la distribution des contraintes à sa surface (Mandø et Rosendahl, 2010). Ce changement modifie significativement l'hydrodynamique des particules. Ouchene *et al.* (2016) a par exemple montré que la position où le coefficient de portance est maximal varie en fonction de  $Re_p$ , ce qui peut avoir une influence significative sur la translation. Hölzer et Sommerfeld (2009); Fröhlich *et al.* (2020) ont également étudié l'évolution des coefficients hydrodynamiques et de la distribution des contraintes à la surface de particules ellipsoïdales en fonction de  $Re_p$ . Les corrélations permettant de décrire les coefficients adimensionnels des forces et des moments sont synthétisées dans le tableau 1.3. Le couple a été divisé en une partie liée à la rotation de la particule ( $C_R$ ) et l'autre à la distribution des contraintes à la surface de la particule ( $C_T$ ). La seule corrélation décrivant  $C_R$  est proposée par Zastawny *et al.* (2012). Celle-ci n'est toutefois valide que pour des ellipsoïdes allongés de deux rapports d'aspects différents. Par ailleurs, la forme utilisée pour la corrélation est analogue à celle utilisée par Dennis *et al.* (1980) pour des particules sphériques. Pour reproduire la rotation complexe des ellipsoïdes, Zastawny *et al.* (2012) proposent toutefois de décomposer la rotation des ellipsoïdes, selon que celle-ci a lieu autour du grand axe ou de l'un des petits axes. Il est également important de mentionner qu'à l'exception du  $C_R$  de Zastawny *et al.* (2012), toutes les formules présentées dans le tableau 1.3 ont été obtenues pour des particules dont l'orientation est fixe, et que l'on peut attendre des résultats différents pour des particules en rotation (Mittal *et al.*, 2020). On notera toutefois que les équipes ont en général choisi de restreindre fortement le domaine de validité des corrélations pour augmenter leur précision : beaucoup d'études proposent des corrélations spécifiques à un rapport d'aspect par exemple. La plage de  $Re_p$  est également restreinte comparativement à celle décrite dans le tableau 1.2. Finalement, Andersson et Jiang (2018) ont conclu qu'il est très difficile d'obtenir des corrélations précises pour le calcul du couple hydrodynamique pour des faibles valeurs de  $Re_p$ . En effet, pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds, les effets visqueux dominent et l'obtention d'une solution précise nécessite un domaine de très grande taille pour éviter que la solution soit affectée par la présence des conditions aux limites.

Dans notre étude, nous utiliserons les corrélations développées dans notre équipe sur la base de celles de Ouchene *et al.* (2016) pour décrire l'hydrodynamique des particules hors du ré-



## 1.2. Actions hydrodynamiques sur une particule non sphérique

| Référence                     | $C_D$ | $C_L$ | $C_R$ | $C_T$ | Validité  |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|---|
| Zastawny <i>et al.</i> (2012) | ×     | ×     | ×     | ×     | $\lambda = \{1/5, 5/4, 5/2, 5\}$<br>$Re_p \in [0.1, 300]$ |
| Richter et Nikrityuk (2012)   | ×     | ×     |       | ×     | $\lambda = 2$<br>$Re_p \in [10, 200]$                     |
| Ouchene <i>et al.</i> (2016)  | ×     | ×     |       | ×     | $\lambda \in [1, 32]$<br>$Re_p \in [1, 240]$              |
| Sanjeevi <i>et al.</i> (2018) | ×     | ×     |       | ×     | $\lambda = \{5/2, 2/5\}$<br>$Re_p \in [0.1, 2000]$        |
| Fröhlich <i>et al.</i> (2020) | ×     | ×     |       | ×     | $\lambda \in [1, 8]$<br>$Re_p \in [1, 100]$               |

TABLE 1.3 – Corrélations décrivant les actions hydrodynamiques issues de simulations numériques pour des ellipsoïdes de révolution allongés et leur domaine de validité.

gime de Stokes. Celles-ci ont été modifiées à l'issue d'un stage de Master 2 Recherche (Briclot, 2018). Ces modifications ont permis d'améliorer la précision des résultats de simulation, et d'obtenir des corrélations de trainée et de portance dont l'expression tend asymptotiquement vers les expressions analytiques de Happel et Brenner (1965) lorsque  $Re_p \rightarrow 0$  et de Stokes (1851) lorsque  $\lambda \rightarrow 1$ . Il s'agit d'une spécificité qui ne se retrouve dans aucune autre corrélation issue de la littérature. Les expressions que nous présentons ci-dessous sont valides pour des rapports d'aspect  $\lambda \in [1, 10]$  et des nombres de Reynolds  $Re_p \in [0, 100]$ .

### Coefficient de trainée

La forme fonctionnelle de la corrélation décrivant le coefficient de trainée est similaire à celle utilisée en régime de Stokes :

$$C_D = \frac{\|\mathbf{F}_D\|}{\frac{1}{2}\rho_f\|\mathbf{u}_r\|^2\left(\frac{\pi d_{eq}^2}{4}\right)} = C_D^0 + (C_D^{90} - C_D^0)\sin^2(\alpha), \quad (1.29)$$

avec  $\alpha$  l'angle d'incidence entre  $\mathbf{u}_r$  et le grand axe de la particule.  $C_{D0}$  et  $C_{D90}$  les valeurs des coefficients de trainée pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $90^\circ$  respectivement. L'expression de ces extrema en fonction de  $Re_p$  et  $\lambda$  est :

$$C_D^0 = \frac{24}{Re_p} \left[ \frac{K_{x'x'}}{6\pi\lambda^{(1/3)}} + 0.15\lambda^{-0.44}Re_p^{0.687} + \frac{\lambda^{-1.69}(\lambda-1)^{2.23}}{24}Re_p^{0.49} \right], \quad (1.30)$$

$$C_D^{90} = \frac{24}{Re_p} \left[ \frac{K_{y'y'}}{6\pi\lambda^{(1/3)}} + 0.15Re_p^{0.687} + \frac{\lambda^{0.12}(\lambda-1)^{0.77}}{24}Re_p^{0.72} \right]. \quad (1.31)$$

Les effets non linéaires de l'inertie du fluide engendrent une modification des valeurs extrémales  $C_D^0$  et  $C_D^{90}$ . Entre ces valeurs, le coefficient de trainée suit une évolution en  $\sin^2(\alpha)$ , tout comme en régime de Stokes. Dans le cas limite où  $\lambda \rightarrow 1$ , la corrélation tend vers la formule de Schiller et Naumann (1933), et vers la formule de Stokes (1851) lorsque  $\lambda \rightarrow 1$  et  $Re_p \rightarrow 0$ .

La figure 1.8 a) présente l'évolution des coefficients  $C_{D0}$  et  $C_{D90}$  en fonction de  $Re_p$  lorsque le calcul est effectué par les corrélations. La différence entre les extrema augmente avec  $Re_p$ , ce qui n'était pas le cas avec les formulations bas Reynolds. La figure 1.8 b) présente le rapport  $C_D/C_D^{Stokes}$  pour mieux visualiser cette différence. La valeur proche de 1 indique la correspondance entre la formule de Happel et Brenner (1965) et les corrélations lorsque  $Re_p = 0.1$ . A mesure que le nombre de Reynolds devient plus important, la différence entre les deux méthodes de calcul devient plus importante. La différence entre les deux formulations est de l'ordre de 20% pour  $Re_p = 1$ , et varie faiblement avec  $\alpha$ . La différence entre la formulation bas Reynolds et les corrélations est de l'ordre de 50% pour  $Re_p = 5$ , et elle peut atteindre 80% pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect 10 lorsque  $\alpha = 90^\circ$ .

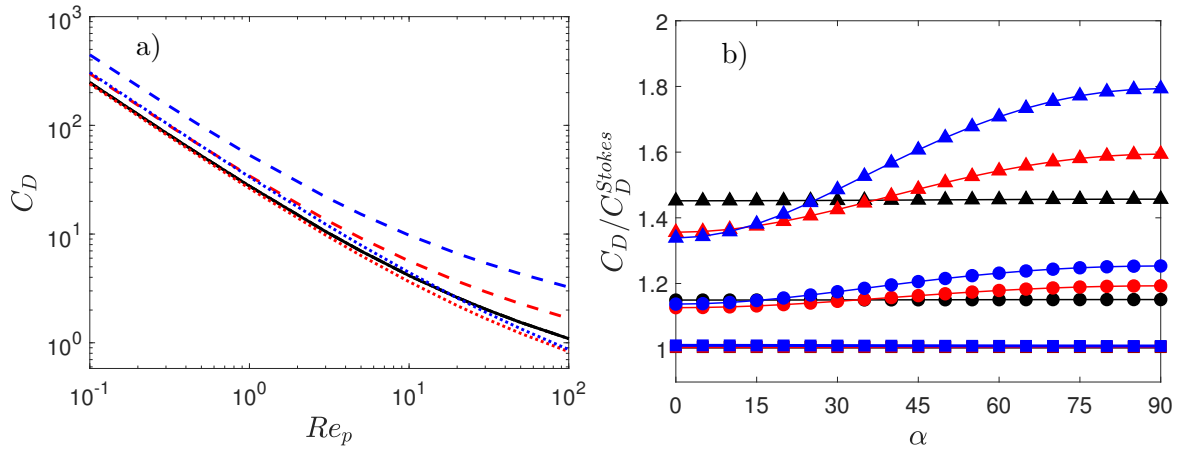


FIGURE 1.8 – a) Évolution de  $C_D^0$  et  $C_D^{90}$  calculé avec les corrélations en fonction de  $Re_p$  pour des particules de rapport d'aspect 1, 3 et 10. Lignes pointillées :  $C_D^0$ ; Tirets :  $C_D^{90}$ . Noir :  $\lambda = 1$ ; Rouge :  $\lambda = 3$ ; Bleu :  $\lambda = 10$ . b) Évolution de  $C_D/C_D^{Stokes}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$  entre la vitesse relative et le grand axe de la particule pour différentes valeurs de  $Re_p$  et différents rapports d'aspect.  $\square$  :  $Re_p = 0.1$ ;  $\circ$  :  $Re_p = 1$ ;  $\lambda = 3$ ;  $\triangle$  :  $Re_p = 5$ . Noir :  $\lambda = 1$ ; Rouge :  $\lambda = 3$ ; Bleu :  $\lambda = 10$ .

### Coefficient de portance

La forme de la corrélation décrivant l'évolution du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds et du rapport d'aspect est plus complexe :

$$C_L = \frac{\|\mathbf{F}_L\|}{\frac{1}{2}\rho_f\|\mathbf{u}_r\|^2\left(\frac{\pi d_{eq}^2}{4}\right)} = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{1+F} C_{L45} \cos(\alpha) \sin^F(\alpha), \quad (1.32)$$

avec,

$$F = 1 + 0.0129(Re_p\lambda)^{0.5}, \quad (1.33)$$

$$C_L^{45} = C_{L45}^S \left[ 1 + b_1\lambda^{b_2} Re_p^{b_3} + Re_p e^{\left(-b_4\lambda^{b_5} Re_p^{b_6}\right)} \right]. \quad (1.34)$$

## 1.2. Actions hydrodynamiques sur une particule non sphérique

$C_{L45}^S$  est le coefficient de portance à  $45^\circ$  obtenu par la formulation de la portance valide en régime de Stokes. Les coefficients  $b_n$  sont résultat d'un fitting effectué à partir des données de simulation et sont présentés dans le tableau 1.4. L'exposant  $F$  est nécessaire pour modéliser la modification de la distribution des contraintes à la surface de la particule, qui fait varier l'angle auquel la portance est maximale. Ce coefficient dépend de  $\lambda$  et  $Re_p$ . La forme de la corrélation permet de retrouver la formule de Happel et Brenner (1965) lorsque  $Re_p \rightarrow 0$ , ce qui peut être visualisé sur la figure 1.9 a). Tout comme la traînée, la valeur de  $C_L^{Max}$  calculée avec les corrélations est plus importante que celle obtenue par la formule de Happel et Brenner (1965) pour une valeur égale de  $Re_p$ . L'évolution du rapport  $C_L/C_D$  présenté sur la figure 1.9 b) permet d'observer que plus  $Re_p$  est grand, plus la force de portance prend de l'importance par rapport à la traînée. L'angle d'attaque pour lequel le rapport  $C_L/C_D$  est maximum se déplace également déplacé vers  $\alpha = 0$  lorsque  $Re_p$  augmente.

TABLE 1.4 – Coefficients pour le calcul de  $C_{L45}$

|                 |                  |                 |
|-----------------|------------------|-----------------|
| $b_1 = 0.14064$ | $b_2 = -0.34973$ | $b_3 = 1.0778$  |
| $b_4 = 1.4300$  | $b_5 = -0.08860$ | $b_6 = 0.23938$ |

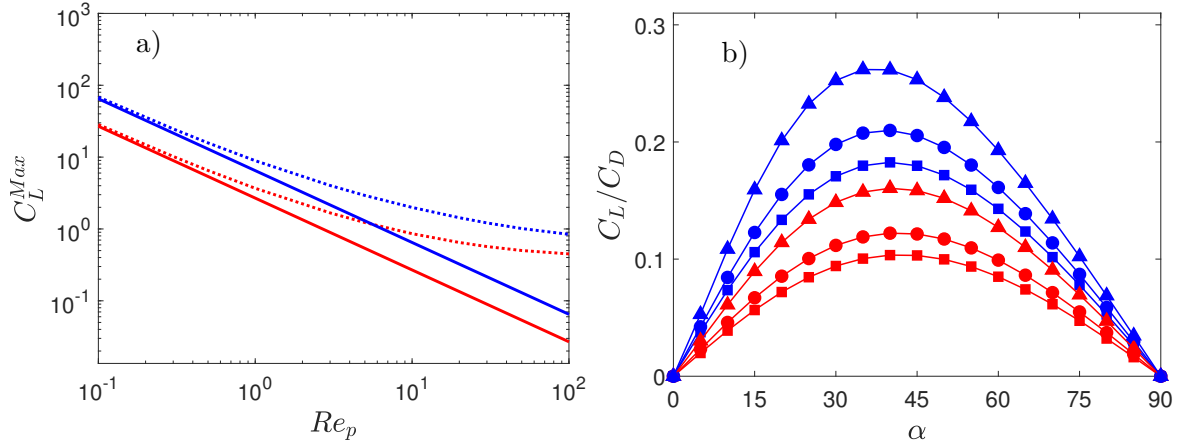


FIGURE 1.9 – a) Évolution de  $C_L^{Max}$  en fonction du nombre de Reynolds. Ligne continue : formule de Happel et Brenner (1965) ; Ligne pointillée : corrélations (équation 1.34. Rouge :  $\lambda = 3$  ; Bleu :  $\lambda = 10$ . b) Évolution du rapport  $C_L/C_D$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$  entre la vitesse relative et le grand axe de la particule pour différentes valeurs de  $Re_p$  et différents rapports d'aspect.  $\square$  :  $Re_p = 0.1$  ;  $\circ$  :  $Re_p = 1$  ;  $\triangle$  :  $Re_p = 5$ . Noir :  $\lambda = 1$  ; Rouge :  $\lambda = 3$  ; Bleu :  $\lambda = 10$ .

### Coefficient de moment de tangage

Le coefficient de moment de tangage est calculé par la corrélation :

$$C_T = \frac{\|\mathbf{T}_T\|}{\frac{1}{2}\rho_f \|\mathbf{u}_r\|^2 \left(\frac{\pi d_{eq}^3}{8}\right)} = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{1+F} C_{T45} \cos(\alpha) \sin^F(\alpha), \quad (1.35)$$

où

$$F = 1 + 5.136 \times 10^{-8} (Re_p \lambda)^{2.141}, \quad (1.36)$$

$$C_{T45} = \lambda^{c_1} \ln(\lambda) \frac{c_2 + c_3 Re_p^{c_4} \lambda}{c_5 + Re_p \lambda} + c_6 \ln(\lambda)^{c_7} Re_p^{c_8}, \quad (1.37)$$

et les coefficients  $c_n$  ont été déterminés par fitting des données de simulation et sont présentés dans le tableau 1.5.

|               |                |                 |                  |
|---------------|----------------|-----------------|------------------|
| $c_1 = 1.218$ | $c_2 = 3.114$  | $c_3 = 0.05427$ | $c_4 = 0.2344$   |
| $c_5 = 11.28$ | $c_6 = 0.8311$ | $c_7 = 0.9235$  | $c_8 = -0.09705$ |

TABLE 1.5 – Coefficients pour le calcul de  $C_{T45}$ .

Pour illustrer l'influence de  $\lambda$  nous présentons sur la figure 1.10 a) l'évolution de  $C_T^{Max}$  en fonction du nombre de Reynolds pour différents rapports d'aspect. La valeur du coefficient est beaucoup plus élevée pour les grands rapports d'aspect ce qui indique que le couple de tangage produit un effet plus important pour les particules les plus allongées. L'évolution du ratio  $C_T/C_T^{Max}$ , présentée sur la figure 1.10 b) permet d'observer que pour  $Re_p < 10$ , ce rapport est indépendant de  $\alpha$  (les courbes sont superposées). Pour des valeurs plus élevées du nombre de  $Re_p$ , l'angle d'attaque pour lequel le coefficient de moment de tangage est maximal varie, ce qui a été montré par Ouchene *et al.* (2016), et étudié plus récemment par Fröhlich *et al.* (2020).

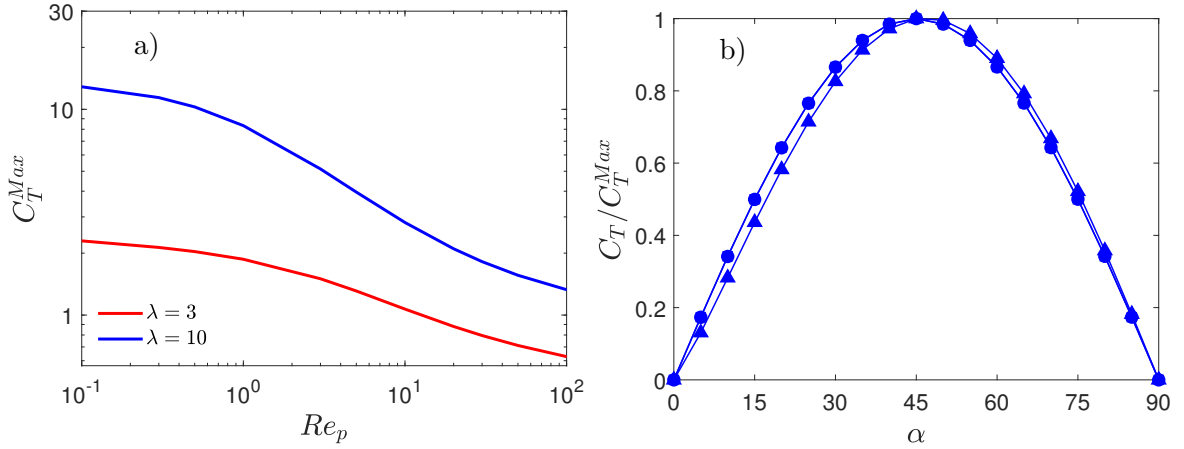


FIGURE 1.10 – a) Évolution de  $C_T^{Max}$  en fonction du nombre de Reynolds. b) Evolution du rapport  $C_T/C_T^{Max}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$  entre la vitesse relative et le grand axe de la particule pour différentes valeurs de  $Re_p$  et pour  $\lambda = 10$ .  $\square$  :  $Re_p = 1$ ;  $\circ$  :  $Re_p = 10$ ;  $\triangle$  :  $Re_p = 100$ .

### 1.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode de suivi lagrangien utilisée pour étudier le mouvement d'ellipsoïdes de révolution allongés et les hypothèses de modélisation de l'écoulement multiphasique à phase dispersée. Dans notre étude, la suspension est considérée comme

### 1.3. Conclusion

diluée et les particules comme ponctuelles. Les interactions entre les particules et l'influence de la phase dispersée sur la dynamique de l'écoulement ne sont pas considérées (couplage simple). Nous nous concentrerons sur l'interaction des particules avec l'écoulement turbulent. L'un des objectifs de ce travail est d'évaluer l'influence du modèle utilisé pour calculer les actions hydrodynamiques subies par les particules sur leur interaction avec l'écoulement. Deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques ont été présentées et seront utilisées. La première se base sur les formules d'hydrodynamique à bas Reynolds de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922), qui sont valides pour des ellipsoïdes non inertiels et dans l'hypothèse où l'écoulement à l'échelle de la particule est rampant ( $Re_p \rightarrow 0$ ) et sont très utilisées dans la littérature. L'implémentation de ces formules était l'un des objectifs initiaux de ce travail de thèse et a été validée en comparant les résultats issus de notre code de calcul à des solutions analytiques de l'équation du mouvement. La seconde méthode de calcul des actions hydrodynamiques fait appel à des corrélations semi-empiriques, qui ont été raffinées par Briclot (2018) à partir du travail de Ouchene *et al.* (2016). Celles-ci ont été obtenues à partir de simulations résolues à l'échelle d'une particule et sont valides hors du régime de Stokes ( $Re_p \in [0.1, 100]$ ). L'influence de cette méthode de calcul des actions hydrodynamiques sur la dynamique de la phase dispersée n'a par contre pas été étudiée de façon approfondie. Les corrélations permettent de tenir compte des effets non linéaires de l'inertie du fluide. Ces effets sont responsables, entre autres, d'une augmentation de l'intensité des forces subies par les particules et de l'existence d'un couple de tangage. Cela devrait avoir une influence notable sur la translation et la rotation des ellipsoïdes. Nous allons maintenant décrire le domaine d'étude ainsi que le code de calcul utilisé pour la résolution des équations du mouvement du fluide.



# Chapitre 2

## Simulation de l'écoulement turbulent de canal

### 2.1 Présentation

#### 2.1.1 Les équations du mouvement du fluide

Afin d'étudier le mouvement de particules solides dans l'écoulement, il est nécessaire de connaître les propriétés du fluide porteur. Nous introduisons pour cela les champs de vitesse,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ , et de pression,  $P(\mathbf{x}, t)$ , que nous supposons continus et différentiables. Ce sont des champs eulériens, qui sont définis à la position  $\mathbf{x}$  et au temps  $t$  dans un repère fixe de référence. Pour alléger ce document nous abrégerons par la suite la notation  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}$ . L'évolution spatio-temporelle des champs de vitesse  $\mathbf{u}$  et de pression  $P$  d'un fluide incompressible, newtonien et isotherme est décrite par les équations de conservation de la masse (équation de continuité) et de la quantité de mouvement (Navier-Stokes). Dans le formalisme eulérien, ces équations s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (2.2)$$

Avec  $\nu$  la viscosité cinématique et  $\rho_f$  la masse volumique du fluide. L'équation de continuité décrit la condition d'incompressibilité et elle est obtenue par simplification de l'équation de conservation de la masse, lorsque la masse volumique  $\rho_f$  est constante.

Il est difficile de prédire l'évolution spatio-temporelle d'un champ turbulent, du fait de la forte sensibilité des équations du mouvement du fluide aux conditions initiales. Nous considérons donc les champs de vitesse et de pression comme étant des variables aléatoires et nous introduisons les outils statistiques nécessaires à leur étude. La moyenne statistique d'une variable  $f(\mathbf{x}, t)$  se calcule à partir d'un grand nombre de répétitions indépendantes d'une expérience :

$$\bar{F}(\mathbf{x}, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i(\mathbf{x}, t), \quad (2.3)$$

où  $f_i$  est la  $i$ -ème réalisation de l'expérience. Pour des questions pratiques cependant, nous travaillerons plutôt avec la moyenne temporelle d'une seule réalisation de l'expérience. Lorsque

l'écoulement a atteint un régime statistiquement stationnaire (les statistiques de  $f$  ne dépendent plus du temps), on peut calculer la moyenne temporelle :

$$\bar{F}_T(\mathbf{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f_i(\mathbf{x}, t') dt', \quad (2.4)$$

avec  $T$  le temps d'observation d'une seule réalisation de la variable étudiée, qui doit être assez long pour que  $\bar{F}$  et  $\bar{F}_T$  soient équivalentes. Pour obtenir les propriétés statistiques de l'écoulement, nous devons maintenant définir le domaine d'étude ainsi que les paramètres sans dimensions représentatifs de celui-ci.

### 2.1.2 Le domaine d'étude

Nous étudions l'écoulement turbulent dans un canal, soit un écoulement confiné par deux plaques planes parallèles de longueur infinie. Une illustration de la géométrie du canal est présentée sur la figure 2.1. Le domaine étudié est  $\Omega = [0, L_x] \times [0, 2\delta] \times [0, L_z]$  et les conditions aux limites représentatives de l'écoulement viennent le compléter. En  $y = 0$  et  $y = 2\delta$ , la présence des parois impose une vitesse nulle (condition d'adhérence et de non pénétration) :

$$\mathbf{u}(x, 0, z) = 0.$$

$$\mathbf{u}(x, 2\delta, z) = 0.$$

Dans les directions  $x$  et  $z$ , des conditions de périodicité sont appliquées, soit :

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{u}(x + L_x, y, z), \quad (2.5)$$

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{u}(x, y, z + L_z). \quad (2.6)$$

La périodicité du domaine fait que l'écoulement est statistiquement unidirectionnel : les propriétés statistiques du champ de vitesse ne dépendent que de  $y$ . Selon cette direction, il existe également une symétrie par rapport au plan situé à égale distance entre les deux plaques. Pour décrire les propriétés statistiques d'une variable aléatoire  $f$  sur ce domaine, nous définissons l'opérateur  $\langle (\cdot) \rangle_{x,z,t}$  :

$$\langle (\cdot) \rangle_{x,z,t} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{1}{L_z} \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} (\cdot) dx dz dt', \quad (2.7)$$

qui est l'espérance de  $(\cdot)$  à une position  $y$  donnée. Dans la suite de ce document, nous noterons cet opérateur sans les indices pour alléger la notation, soit  $\langle (\cdot) \rangle = \langle (\cdot) \rangle_{x,z,t}$ . La figure 2.1 permet d'observer la différence entre le profil de vitesse moyen, schématisé sur la figure 2.1 a), qui ne dépend que de  $y$  et un champ de vitesse instantané (figure 2.1 b), qui présente d'importantes variations à une position  $y$  donnée. Il apparait clairement que la description moyenne de l'écoulement n'est pas suffisante pour rendre compte de la complexité de la turbulence. Nous introduisons donc les outils permettant de caractériser le champ fluctuant. On appelle fluctuation la différence entre le champ instantané et le champ moyen. Celle-ci est repérée par un exposant  $'$  :

$$f'(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, t) - \langle f \rangle. \quad (2.8)$$

L'information statistique sur le champ fluctuant est alors obtenue en calculant les moments centraux d'ordre  $n$  :

$$\langle f'^n \rangle = \langle (f' - \langle f \rangle)^n \rangle. \quad (2.9)$$



## 2.1. Présentation

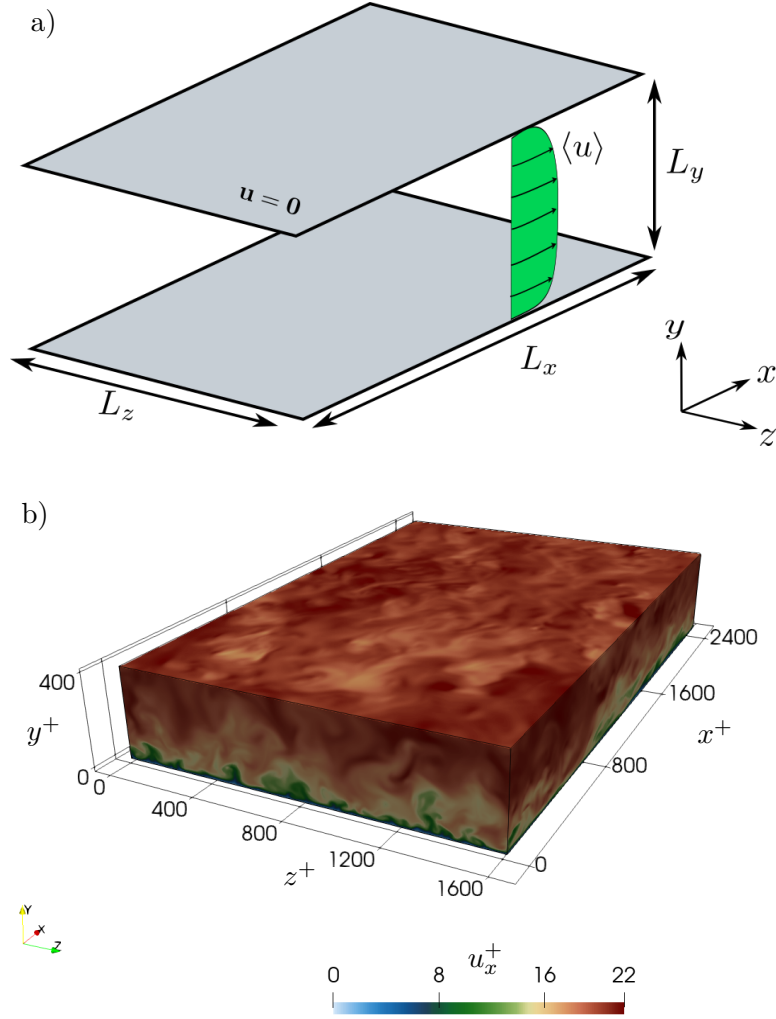


FIGURE 2.1 – a) Schéma du canal et système d’axes adopté. Le profil de vitesse moyen  $\langle u \rangle$  est également représenté. b) Visualisation du champ de vitesse de l’écoulement turbulent obtenu par simulation numérique directe à  $Re_\tau = 400$ . Celle-ci permet d’observer les variations spatiales du champ de vitesse caractéristiques de la turbulence. Simulation réalisée par nos soins.

On appelle variance le moment central d’ordre 2, qui caractérise la dispersion de la variable autour de sa moyenne :

$$\langle f'^2 \rangle = \langle (f - \langle f \rangle)^2 \rangle. \quad (2.10)$$

Sa racine carrée, notée *rms* (Root Mean Square) est l’écart type, que nous utiliserons largement par la suite :

$$rms(f) = \sqrt{\langle f'^2 \rangle}. \quad (2.11)$$

Pour caractériser plus finement la distribution des fluctuations, nous aurons également recours aux moments d’ordre 3 et 4, qui caractérisent l’asymétrie et l’aplatissement de la distribution de  $f'$ , respectivement. Maintenant que nous disposons des outils statistiques nécessaires à l’étude de l’écoulement, nous allons écrire les équations sous forme adimensionnelle pour

obtenir les paramètres descriptifs de l'écoulement.

### 2.1.3 Les équations adimensionnelles

Pour caractériser la dynamique de l'écoulement, les équations 2.1 et 2.2 sont mises sous forme adimensionnelle. Nous introduisons pour cela les grandeurs représentatives de l'écoulement moyen qui sont repérées par un exposant \* (unités extérieures, bulk units). Ces variables sont obtenues en prenant comme référence la vitesse moyenne de l'écoulement  $U_b$  et la demi-hauteur du canal,  $\delta$ . La vitesse  $U_b$  est calculée en intégrant le profil de vitesse sur la surface débitante :

$$U_b = \frac{1}{2\delta} \int_{\delta}^{-\delta} \langle u \rangle dy, \quad (2.12)$$

où  $\langle u \rangle$  est la vitesse moyenne de l'écoulement longitudinal, qui ne dépend que de  $y$ . Nous obtenons les variables sans dimensions représentatives de l'écoulement moyen :

$$t^* = \frac{tU_b}{\delta}, \quad \mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{\delta}, \quad \mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U_b}, \quad P^* = \frac{P}{\rho_f U_b^2}. \quad (2.13)$$

Ainsi, les équations adimensionnelles décrivant la conservation de la masse et de la quantité de mouvement :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + (\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* = -\nabla P^* + \frac{1}{Re_b} \nabla^2 \mathbf{u}^*. \quad (2.15)$$

Le seul paramètre caractérisant l'écoulement est le nombre de Reynolds  $Re_b = U_b \delta / \nu$ . L'analyse de la stabilité de l'écoulement de canal a été réalisée par Orszag (1971) et celui-ci est turbulent à partir d'une valeur critique  $Re^c = U_c \delta / \nu = 2886$ , où  $U_c$  est la vitesse de l'écoulement au centre du canal. Dans la présente étude, nous ne traiterons que d'un écoulement turbulent et développé. Ce régime d'écoulement du fluide est caractérisé par un champ de vitesse tourbillonnaire et fluctuant qui présente une grande variété d'échelles spatiales et temporelles. Pour visualiser qualitativement l'influence de  $Re_b$  sur la structure de l'écoulement turbulent, nous présentons sur la figure 2.2 quatre champs de vitesse obtenus pour des valeurs croissantes du nombre de Reynolds. Plus la valeur de  $Re_b$  augmente, plus on voit apparaître des structures de petite échelle par rapport à la largeur du canal. La diminution de la taille de ces échelles traduit la diminution de l'importance des effets visqueux ( $\nabla^2 \mathbf{u}^*$ ) par rapport aux effets non linéaires (inertiels,  $(\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^*$ ). Indépendamment du nombre de Reynolds, nous observons également qu'il existe toujours une région à proximité de la paroi où la vitesse de l'écoulement est très faible à cause de la condition d'adhérence.

À la paroi, la condition d'adhérence impose une vitesse nulle, ce qui implique que la contrainte pariétale  $\tau_w$  dans le fluide est purement visqueuse :

$$\tau_w = \rho_f \nu \left( \frac{d \langle u \rangle}{dy} \right)_{y=0}. \quad (2.16)$$

On obtient les échelles de vitesse et de longueur représentatives de la dynamique de l'écoulement de proche paroi à partir de  $\tau_w$  et de  $\nu$  :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_f}}, \quad \delta_\nu = \frac{\nu}{u_\tau}, \quad (2.17)$$

## 2.1. Présentation

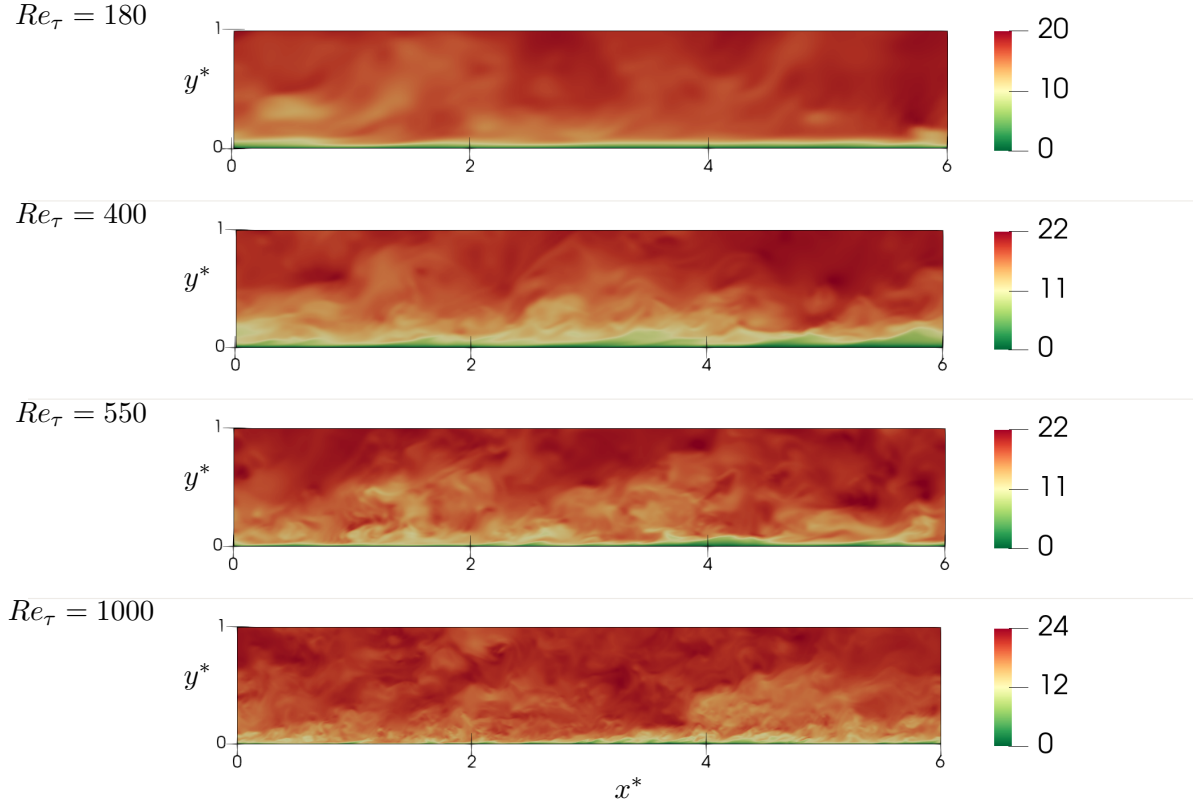


FIGURE 2.2 – Visualisation du champ instantané de la composante longitudinale de la vitesse  $u^+$  dans le plan  $(x, y)$  pour 4 valeurs du nombre de Reynolds. La taille du domaine en unités extérieures est identique. Résultats de simulations de l'écoulement réalisées par notre équipe. La position  $y^* = 0$  correspond à la paroi et l'écoulement est dirigé selon  $+x$ . L'échelle de couleur indique la valeur de  $u^+$ .

où  $u_\tau$  est la vitesse de frottement à la paroi et  $\delta_\nu$  est l'échelle de longueur visqueuse. Les variables de l'écoulement adimensionnées par  $u_\tau$  et  $\delta_\nu$  sont appelées variables de paroi, repérées par un exposant  $+$  :

$$t^+ = \frac{tu_\tau^2}{\nu}, \quad \mathbf{x}^+ = \frac{\mathbf{x}u_\tau}{\nu}, \quad \mathbf{u}^+ = \frac{\mathbf{u}}{u_\tau}, \quad P^+ = \frac{P}{\rho_f u_\tau^2}. \quad (2.18)$$

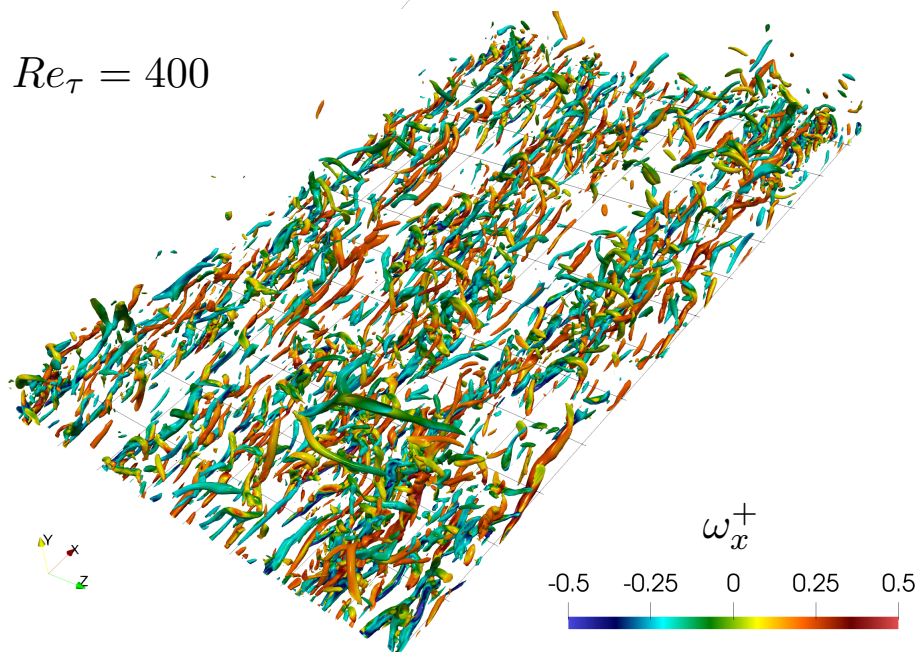
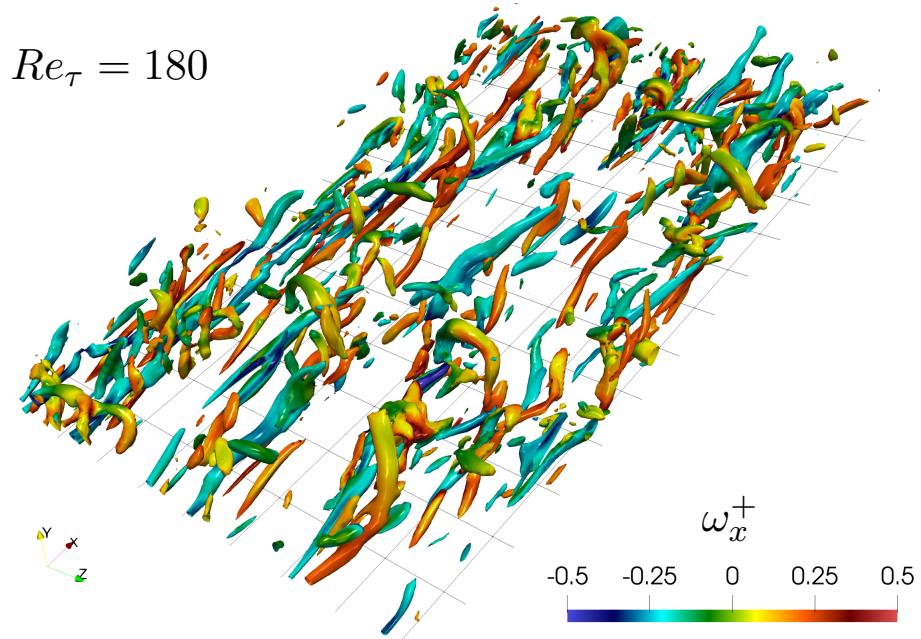
On remarque que dans ce système d'unités, la position est analogue à un nombre de Reynolds. Particulièrement, pour un point à une distance  $y$  de la paroi,  $y^+ = yu_\tau/\nu$ , permet de caractériser l'importance des effets visqueux par rapport aux effets non linéaires (turbulents) à cette position. Nous reviendrons plus en détail sur l'intérêt de ce système d'unités dans la section consacrée à la validation des propriétés statistiques de l'écoulement issu de notre code de calcul.

Nous avons maintenant défini le domaine d'étude, ainsi que les outils statistiques et les paramètres permettant de caractériser l'écoulement. Nous présentons dans la section suivante une synthèse bibliographique décrivant quelques résultats expérimentaux sur le sujet.

### 2.1.4 Résultats expérimentaux sur la turbulence de canal

Les premières études expérimentales concernant l'écoulement dans un canal turbulent ont été réalisées par Laufer (1950) à des nombres de Reynolds  $Re_b$  (basés sur la demi-hauteur du canal et la vitesse au milieu du canal) de 12300, 30800 et 63600. Les données ont été obtenues par anémométrie à fil chaud. Cette méthode a également été utilisée par Comte-Bellot (1965), et viendra enrichir la connaissance de la turbulence de canal, avec l'obtention de statistiques d'ordre 3 et 4 pour des nombres de Reynolds variant entre 57000 et 230000. A bas nombre de Reynolds ( $Re_b = 2800$  et  $4100$ ), Eckelmann (1974) et Kreplin et Eckelmann (1979), ont étudié de façon détaillée la dynamique de l'écoulement en proche paroi. Alfredsson et Johansson (1984) s'intéresseront aux incertitudes causées par les méthodes de mesure intrusives sur les statistiques de la turbulence en très proche paroi. L'anémométrie laser à effet Doppler sera utilisée par Niederschulte *et al.* (1990) pour obtenir des statistiques à des nombres de Reynolds compris entre 2400 et 3500. Les mesures de Wei et Willmarth (1989), réalisées avec la même technique, mettront en évidence les différences dans la cascade d'énergie pour des valeurs de  $Re_b$  jusqu'à 40000 qui sont inhérentes aux faibles nombres de Reynolds. Récemment, les travaux de Monty (2005) ont permis de mieux comprendre l'analogie entre l'écoulement de canal et de conduite pour des nombres de Reynolds compris entre  $Re_b = 38000$  et  $181000$ . Ce travail s'intéresse également aux structures tourbillonnaires de l'écoulement en proche paroi et à leur organisation spatiale (voir la figure 2.3). Hutchins et Marusic (2007) étudieront quand à eux l'influence des structures de très grande échelle sur la dynamique de l'écoulement en proche paroi. Finalement, Schultz et Flack (2013) ont observé que le coefficient de frottement est décrit par une loi de type puissance jusqu'à  $Re_b \approx 31000$  et par une loi logarithmique au dessus de cette valeur.

2.1. Présentation



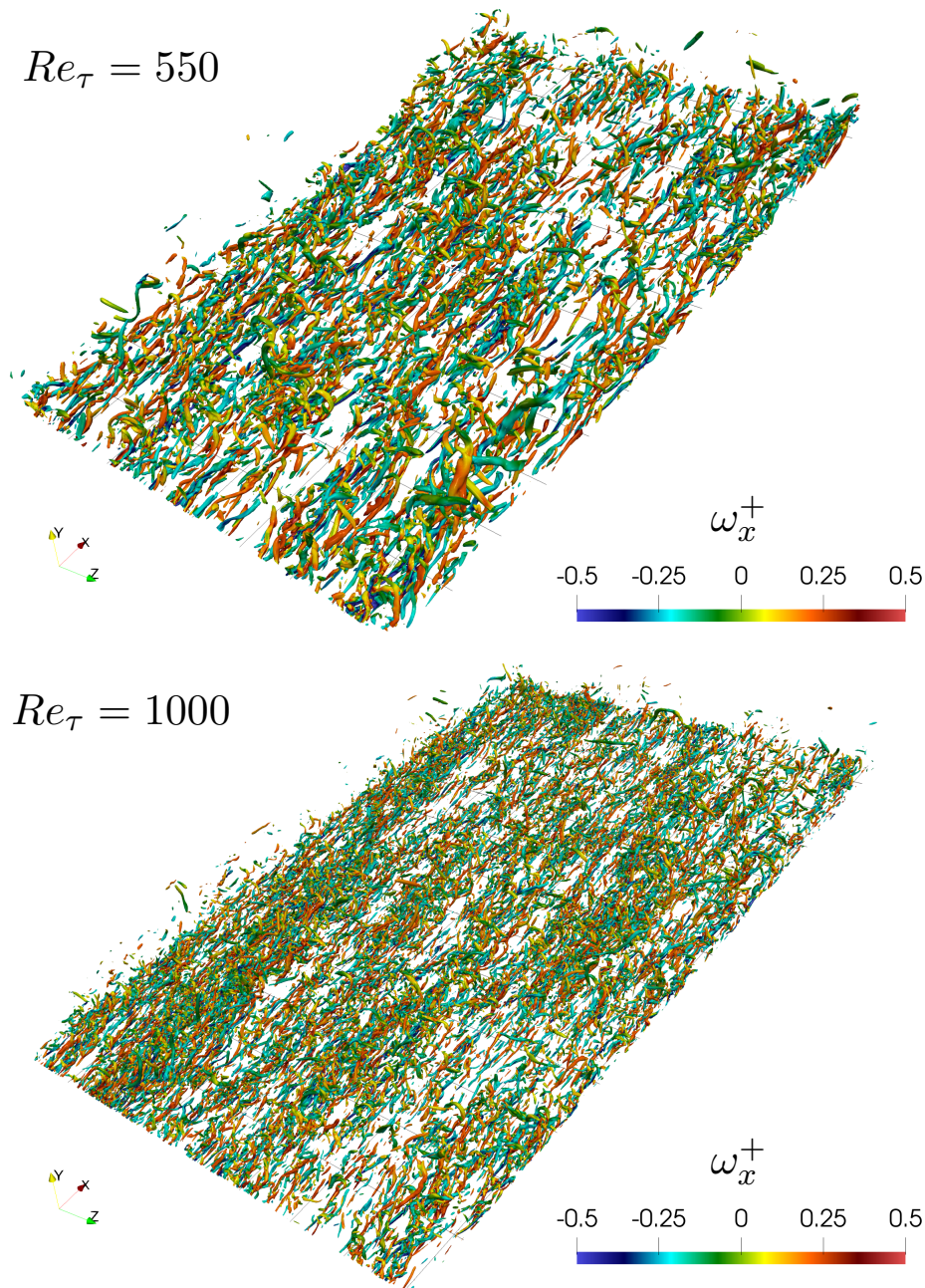


FIGURE 2.3 – En proche paroi et dans la zone tampon, on peut observer des structures tourbillonnaires qui présentent un haut degré de cohérence spatiale et temporelle. Leur étude a permis de gagner beaucoup d'information sur les mécanismes à l'origine de la génération et du transport de l'énergie cinétique turbulente. Sur cette visualisation, nous pouvons observer l'organisation spatiale des paquets de vortex pour des valeurs croissantes du nombre de Reynolds. Les structures sont identifiées par application du critère  $\lambda_2^+ = -0.012$  (Jeong et Hussain, 1995). Celui-ci permet d'identifier les zones de basse pression (vortex core) dans lesquelles la rotation du fluide domine par rapport à la déformation. Les résultats sont issus de simulations réalisées par nos soins et colorés selon la vorticité longitudinale.

## 2.2. Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe

| $Re_\tau$ | Groupe                          | Méthode | $N_x \times N_y \times N_z$     |
|-----------|---------------------------------|---------|---------------------------------|
| 180       | Kim <i>et al.</i> (1987)        | FC      | $192 \times 129 \times 160$     |
| 590       | Moser <i>et al.</i> (1999)      | FC      | $384 \times 257 \times 384$     |
| 1900      | del Álamo <i>et al.</i> (2004)  | FC      | $768 \times 769 \times 768$     |
| 2000      | Hoyas et Jiménez (2006)         | F7C     | $6144 \times 633 \times 4608$   |
| 4000      | Bernardini <i>et al.</i> (2014) | DF      | $8192 \times 1024 \times 4096$  |
| 4200      | Lozano-Durán et Jiménez (2014)  | F7C     | $2048 \times 1081 \times 2048$  |
| 5200      | Lee et Moser (2015)             | FB      | $10240 \times 1536 \times 7680$ |

TABLE 2.1 – Chronologie des nombres de Reynolds atteints par simulation numérique directe, méthode de résolution des équations et taille du maillage. Les méthodes différentes méthodes sont définies comme suit : FC, F7C et FB sont des méthodes spectrales où les dérivées spatiales sont approximées par une décomposition en série de Fourier (David Gottlieb, 1977). Celles-ci diffèrent par la méthode utilisée pour l’approximation des dérivées dans la direction normale à la paroi : FC : polynômes de Chebyshev ; F7C : schéma compact à 7 points ; FB : B-spline. DF : différences finies.

## 2.2 Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe

### 2.2.1 Études numériques de référence

En parallèle des études expérimentales, l’étude des écoulements turbulents par simulation numérique directe ont également permis d’obtenir beaucoup d’informations sur les caractéristiques de la turbulence. La première simulation de l’écoulement turbulent dans un canal par cette méthode a été réalisée par Orszag et Patera (1981). Bien que ces travaux ne permettent pas encore de calculer des statistiques très précises, ils mettent en évidence la possibilité de reproduire le profil de vitesse logarithmique ainsi que de déterminer numériquement une valeur de la constante de von Kármán. La simulation de Kim *et al.* (1987) va réellement démontrer la possibilité d’utiliser la Simulation Numérique Directe pour étudier des écoulements turbulents confinés, en reproduisant les statistiques obtenues par Eckelmann (1974). Cette simulation présente de nombreuses statistiques, ce qui la place encore aujourd’hui comme une référence incontournable. Entre autres, celle-ci contient des informations sur le champ de pression, difficilement accessible expérimentalement, et sera enrichie par le budget de l’énergie cinétique turbulente et des tensions de Reynolds par Mansour *et al.* (1988). Les progrès du matériel informatique ont par la suite permis à plusieurs équipes de réaliser des simulations à des nombres de Reynolds de plus en plus importants. Le tableau 2.1 synthétise l’évolution chronologique des nombres de Reynolds atteints et la taille de la grille de calcul utilisée. L’étude de Hoyas et Jiménez (2006) a été réalisée sur un domaine de très grande taille, d’où le nombre de points très important. Les ressources nécessaires à la réalisation de simulations de cette envergure restent néanmoins prohibitives hors du contexte de la recherche. La grille de calcul utilisée par Lee et Moser (2015) était par exemple composée de quelques 120 milliards de cellules, pour un nombre de Reynolds  $Re_b = 125\,000$  ( $Re_\tau = 5200$ ). De telles simulations nécessitent une infrastructure capable d’une part de réaliser le calcul, et d’autre part, de gérer l’importante quantité de données générée. Ces différents travaux ont permis l’obtention d’une quantité considérable d’information concernant la turbulence de canal. Nous retiendrons par exemple l’étude des structures de grande échelle (del Alamo et Jimenez, 2003) ou des struc-

tures cohérentes dans la sous couche visqueuse (Adrian, 2007). Plus récemment (Lee et Moser, 2018) ont réalisé une analyse spectrale pour étudier les transferts d'énergie cinétique turbulente entre les structures de différentes échelles jusqu'à  $Re_\tau = 5200$ .

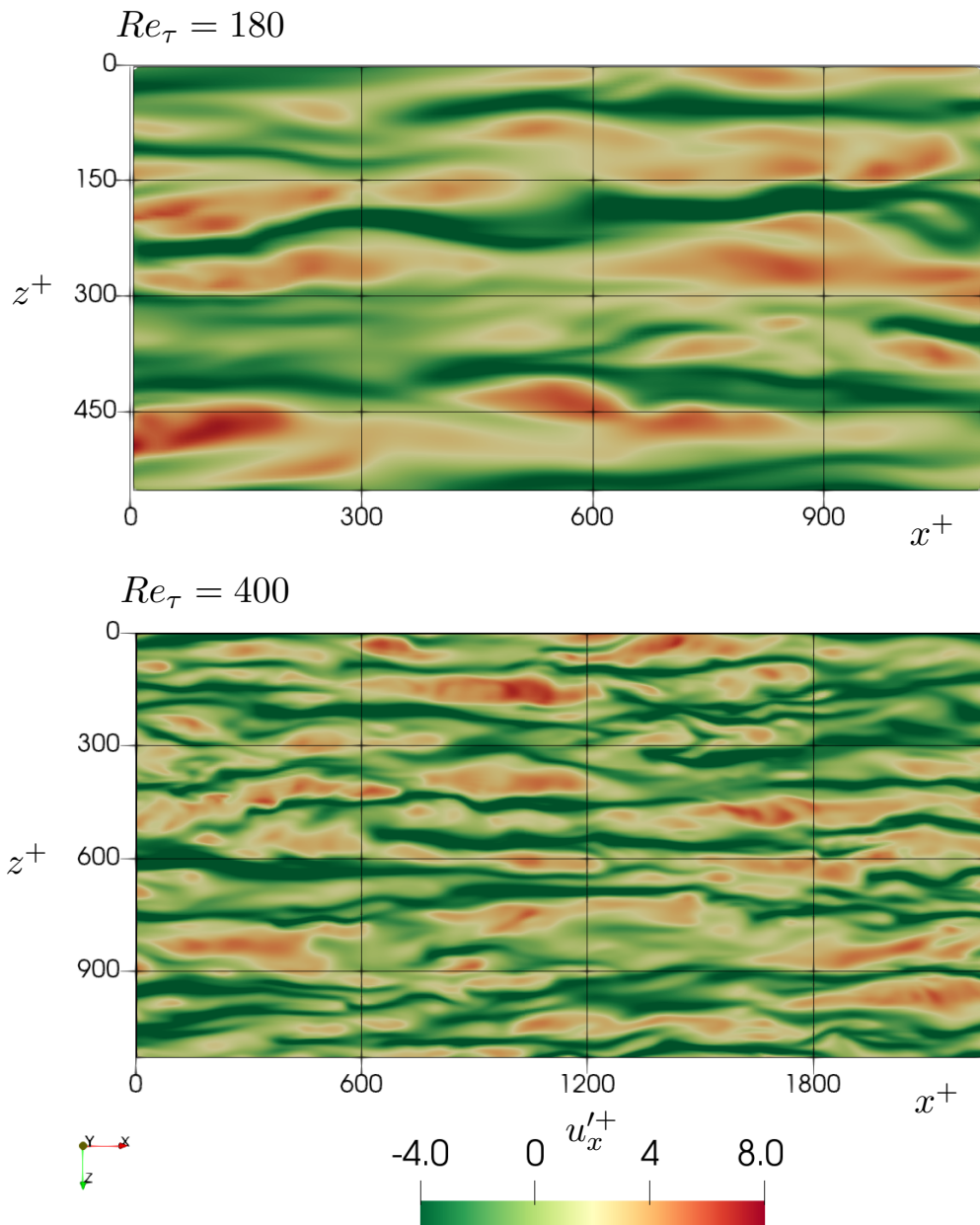
Plusieurs équipes proposent le libre téléchargement de leurs résultats, qui peuvent être utilisés pour valider les statistiques issues d'une expérience ou d'un code de calcul :

- <http://www.vremanresearch.nl/channel.html> . Il s'agit à notre connaissance de la base de donnée la plus complète concernant des simulations à  $Re_\tau = 180$ . Les statistiques obtenues par deux codes de calcul (spectral/Chebyshev et différences finies) sont disponibles. En analysant les statistiques issues de ces deux codes de calcul, Vreman et Kuerten (2014) a par ailleurs montré que les propriétés statistiques de l'écoulement sont indépendantes de la méthode de résolution. Il s'agit d'un résultat majeur, qui supporte l'hypothèse de l'unicité des propriétés statistiques de la turbulence. Cette étude montre également la nécessité d'utiliser un maillage très bien résolu et une méthodologie rigoureuse afin d'obtenir des résultats de la même précision que les méthodes spectrales avec un code basé sur des différences finies ;
- <https://turbulence.oden.utexas.edu> La base de donnée des simulation de Lee et Moser (2015). Les données obtenues par solveur spectral sont disponibles pour des nombres de Reynolds compris entre  $Re_\tau = 180$  et 5200. On y trouve en particulier les budgets de l'équation de transport des contraintes de Reynolds, ainsi que des statistiques de la vitesse, pression et vorticité ;
- <http://newton.dima.uniroma1.it/channel/stat/> Les statistiques obtenues par un code de calcul aux différences finies de Bernardini *et al.* (2014), pour des nombres de Reynolds jusqu'à  $Re_\tau = 4000$ . Il s'agit à notre connaissance des simulations réalisées au plus haut nombre de Reynolds par un solveur non spectral.

Nous allons maintenant présenter le code de calcul utilisé par notre équipe pour simuler l'écoulement turbulent dans un canal.



2.2. Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe



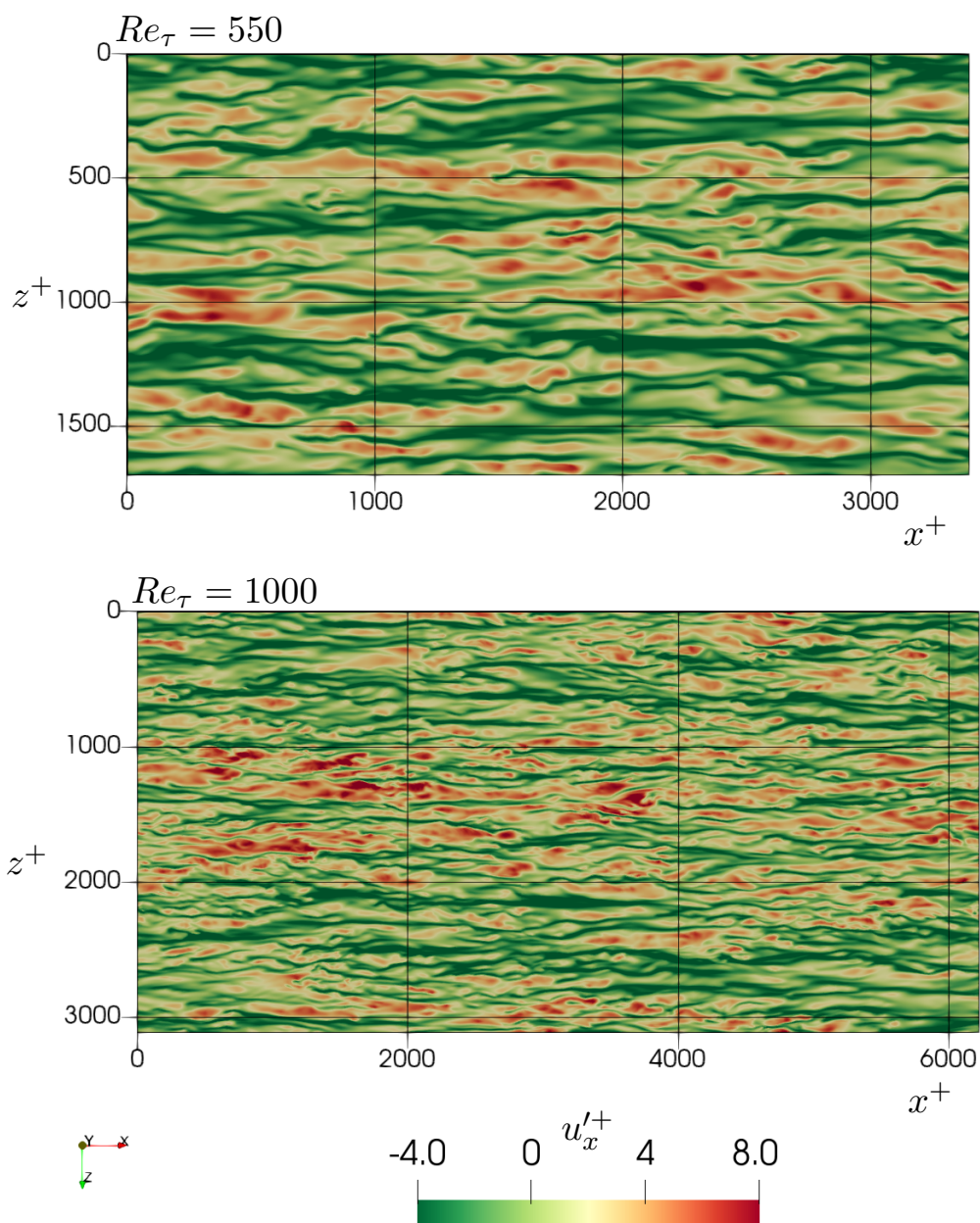


FIGURE 2.4 – Champ instantané des fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse ( $u_x^+$ ) dans le plan  $(x, z)$  à la position  $y^+ = 12$ . On observe une succession de zones étirées dans la direction  $x$ , où le signe des fluctuations reste constant sur une largeur  $\Delta_z^+ \approx 100$ . Cette organisation est une empreinte caractéristique des structures cohérentes, et les structures étirées sont appelées "streaks". L'écartement de ces zones de basse vitesse reste constant indépendamment de  $Re_\tau$  et constitue une caractéristique universelle de la turbulence de paroi. Coloré selon l'intensité des fluctuations de  $u_p^+$ . Résultats de simulations réalisées au sein de notre équipe.

## 2.2. Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe

### 2.2.2 Le code de calcul utilisé pour la simulation

Avant le début de ce travail, le code de calcul utilisé était construit sur la base proposée par Orlandi (2000). Il a été utilisé pour simuler l'écoulement à  $Re_\tau = 180$  jusqu'aux travaux de Arcen *et al.* (2017). La discrétisation spatiale était réalisée par des schémas aux différences finies d'ordre 2, et un avancement temporel semi-implicite. Avec cette méthode, les termes non-linéaires sont calculés explicitement par un schéma de type Runge-Kutta alors que les termes visqueux sont calculés par un schéma de Crank-Nicolson implicite. La volonté d'améliorer la précision des statistiques et d'obtenir de meilleures performances nous ont poussé à faire évoluer vers la version plus moderne proche de Vreman et Kuerten (2014). L'ordre des schémas aux différences finies a ainsi été augmenté de 2 à 4 dans les directions homogènes, de même que l'ordre des interpolations utilisées pour la prise en compte des conditions aux limites. L'avancement temporel semi-implicite a été remplacé par un avancement totalement explicite et l'algorithme utilisé pour traiter le problème du couplage vitesse-pression a été remplacé par celui proposé par Timmermans *et al.* (1996). Avec la volonté de réaliser des simulations de plus grande envergure, nous avons également complété ces modifications par l'ajout de directives openmp (multithreading) dans la partie fluide du code de calcul. Celles-ci permettent d'exploiter de façon optimale les capacités de calcul du matériel informatique en faisant travailler en parallèle les différents coeurs composant le processeur. Ce sont des modifications majeures, qui ont nécessité de réaliser au cours de ce travail une étude de sensibilité au maillage complète et de valider les résultats issus du nouveau code de calcul. Rétrospectivement, nous pouvons toutefois dire que le temps consacré à cette mise à niveau a été très bien investi. Le temps nécessaire pour réaliser les simulations a été fortement réduit et les statistiques sont de bien meilleure qualité que celles obtenues auparavant. Par ailleurs, l'écoulement a pu être étudié jusqu'à  $Re_b = 20\,000$ , ce qui constitue une avancée significative pour les possibilités de recherche de l'équipe dans le futur. Nous présentons dans les sous-sections suivantes le détail de la méthode de résolution directe des équations de Navier-Stokes ainsi que la validation des propriétés statistiques de l'écoulement simulé.

### Méthode numérique

La discrétisation des opérateurs spatiaux de l'équation de Navier Stokes est réalisée par des schémas aux différences finies sur une grille décalée (figure 2.5) (Harlow et Welch, 1965). Dans ce formalisme, le champ de pression est défini au centre des cellules alors que chaque composante de la vitesse est évaluée au centre d'une face. Les schémas numériques sont d'ordre 4 dans les directions homogènes  $x$  et  $z$ , et d'ordre 2 dans la direction normale aux parois,  $y$ . Une approche similaire a été utilisée par Vreman et Kuerten (2014). Les termes non linéaires peuvent être discrétisés de différentes façons, ce qui modifie leurs propriétés conservatives (Morinishi *et al.*, 1998). La discrétisation des termes non linéaires est réalisée sous forme divergente, qui est conservative à priori pour la quantité de mouvement. L'interpolation des vitesses nécessaire au calcul de ces termes est d'ordre 2 dans la direction normale à la paroi, et d'ordre 4 dans les directions homogènes, tout comme Vreman et Kuerten (2014). L'avancement temporel est explicite, et il est réalisé par un schéma de Runge-Kutta d'ordre 3 à bas coût de stockage, initialement proposé par Le et Moin (1991). À chaque sous-pas de temps, la résolution du couplage vitesse-pression est réalisée par une méthode de type pression-correction, suivant l'algorithme en trois étapes de Timmermans *et al.* (1996).

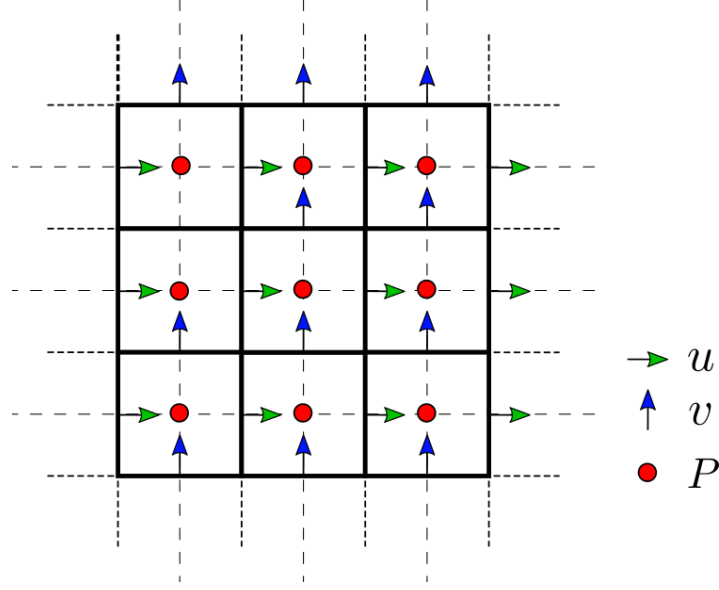


FIGURE 2.5 – Schéma de la disposition des composantes de la vitesse  $u$ ,  $v$  et de la pression  $P$  sur une grille décalée.

Nous présentons cet algorithme lorsque l'avancement temporel est réalisé par un schéma de type Euler explicite. Le principe est identique avec un schéma de type RK3, mais n'est présenté pour simplifier la présentation. Un prédicteur (indice  $p$ ) du champ de vitesse est tout d'abord calculé en utilisant le champ de pression à l'itération précédente :

$$\mathbf{u}_p^{n+1} = \mathbf{u}^n + \Delta_t \left[ -\nabla P^n + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n - (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^n \right]. \quad (2.19)$$

La divergence du champ de vitesse prédit n'est en général pas nulle et elle est utilisée pour déterminer une correction  $q^{n+1} = P_c^{n+1} - P^n + \nu \nabla \cdot \mathbf{u}_p^{n+1}$  à apporter au champ de pression :

$$\nabla^2 q^{n+1} = \frac{1}{\Delta_t} \nabla \cdot \mathbf{u}_p^{n+1}. \quad (2.20)$$

La résolution de cette équation de Poisson est réalisée par une méthode directe. Dans les directions homogènes la résolution est effectuée dans l'espace de Fourier, les transformées étant réalisées par la librairie FFTW (Frigo et Johnson, 2005).  $P_c^{n+1}$  est le champ de pression corrigé, que l'on utilise pour déterminer le champ de vitesse corrigé  $\mathbf{u}^{n+1}$  respectant la condition d'incompressibilité :

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}_p^{n+1} - \Delta_t \nabla q^{n+1}. \quad (2.21)$$

L'organigramme correspondant à cet algorithme est présenté sur la figure 2.6.

Finalement, la dissipation visqueuse est responsable d'une diminution constante de la quantité de mouvement du fluide. Afin de s'assurer que les propriétés statistiques de l'écoulement ne varient pas au cours du temps, il est nécessaire de compenser ces pertes d'énergie en introduisant un terme de forçage dans l'équation 2.15. Dans notre étude, les équations sont adimensionnées par  $U_b$  et  $\delta$  et le forçage consiste à s'assurer que le débit de fluide dans le canal reste constant au cours du temps. La méthode utilisée pour déterminer la valeur de ce terme est décrite dans Rambaud (2001). Notons que si les équations du mouvement du fluide

## 2.2. Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe

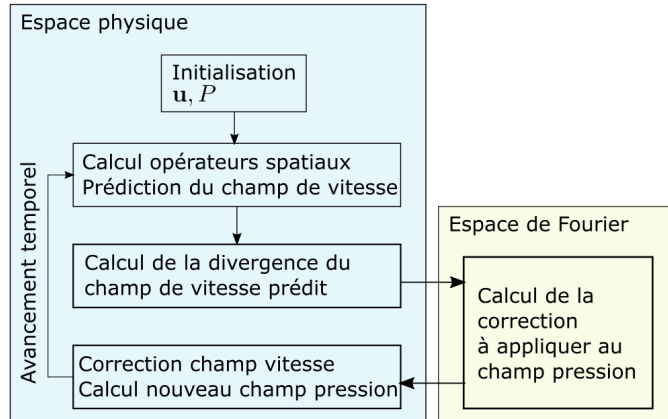


FIGURE 2.6 – Organigramme du solveur des équations de Navier Stokes.

sont adimensionnées avec d'autres variables, une autre méthode de forçage devra être utilisée (forçage à gradient de pression constant par exemple). L'effet de la méthode de forçage sur différentes propriétés statistiques d'un écoulement de canal a été étudiée par Quadrio *et al.* (2016). Ils n'ont pas remarqué d'effet important de la méthode de forçage sur les statistiques de l'écoulement.

### Caractéristiques des simulations

Pour vérifier les propriétés de l'écoulement issu de notre code de calcul, des statistiques sont calculées et comparées avec celles issues de références de la littérature. Nous avons réalisé des simulations avec 4 nombres de Reynolds  $Re_\tau$  compris entre 180 et 1000. Les caractéristiques des simulations sont présentées dans le tableau 2.2. L'alias identifiant nos simulations est  $ReX$ ,  $X$  étant le nombre de Reynolds  $Re_\tau$  cible de la simulation. Par anticipation, nous présentons également les caractéristiques des simulations pour 4 références aux mêmes nombres de Reynolds que ceux étudiés dans cette étude. Les alias correspondant sont VK180, MKM400, LM550 et LM1000, pour Vreman et Kuerten (2014), Moser *et al.* (1999) et Lee et Moser (2015), respectivement. La taille du domaine ainsi que le nombre de points du maillage de nos simulations ont été obtenus en réalisant une étude de sensibilité au maillage afin de déterminer le meilleur compromis entre précision et temps de calcul. A  $Re_b = 2820$ , nous avons également remarqué qu'un domaine trop petit affecte négativement la précision des statistiques. Cet effet a été décrit par Lozano-Durán et Jiménez (2014), et il apparaît lorsque la taille des structures turbulentes de grande échelle est supérieure (en unités visqueuses) à la taille du domaine.

En théorie, pour obtenir une DNS de bonne qualité, la résolution spatiale du maillage  $\Delta_i$  et l'incrément temporel  $\Delta_t$  doivent être de taille inférieure aux échelles de Kolmogorov, les plus petites échelles de longueur (resp. de temps) de la turbulence. On peut estimer l'ordre de grandeur de ces échelles par analyse dimensionnelle :

$$\eta_k = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{(1/4)}, \quad \tau_k = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{(1/2)}, \quad (2.22)$$

| Alias  | $Re_b$ | $Re_\tau$ | $L_x^*$ | $L_z^*$  | $\Delta_x^+$ | $\Delta_y^+$  | $\Delta_z^+$ |
|--------|--------|-----------|---------|----------|--------------|---------------|--------------|
| Re180  | 2820   | 179       | $4\pi$  | $1.3\pi$ | 7.85         | $0.98 - 4.44$ | 4.67         |
| VK180  | 2771   | 180       | $4\pi$  | $4/3\pi$ | 4.42         | $0.48 - 2.2$  | 2.95         |
| Re400  | 7100   | 396       | $2\pi$  | $1.3\pi$ | 7.85         | $1.08 - 4.94$ | 5.45         |
| MKM400 | 6688   | 392       | $2\pi$  | $\pi$    | 10           | $0.06 - 4.81$ | 6.5          |
| Re550  | 10050  | 543       | $2\pi$  | $1.3\pi$ | 7.68         | $1.08 - 4.94$ | 5.62         |
| LM550  | 9952   | 544       | $8\pi$  | $3\pi$   | 8.9          | $0.016 - 4.5$ | 5.0          |
| Re1000 | 20000  | 994       | $2\pi$  | $\pi$    | 8.17         | $1.02 - 8.03$ | 6.09         |
| LM1000 | 19930  | 1000      | $8\pi$  | $3\pi$   | 10.9         | $0.019 - 6.2$ | 4.6          |

TABLE 2.2 – Nombre de Reynolds de l'écoulement, taille physique du domaine et nombre de points du maillage. La longueur  $L_y^* = 2$  est fixe quelle que soit la simulation.

où  $\eta_k$  est l'échelle de longueur et  $\tau_k$  l'échelle de temps de Kolmogorov.  $\epsilon$  est le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, qui correspond à la quantité moyenne d'énergie transformée en chaleur par les fluctuations de la vitesse du champ turbulent. La valeur de  $\epsilon$  n'est pas connue et elle présente comme toutes les grandeurs statistiques une dépendance à la position  $y$ . Les études déjà publiées donnent cependant accès au profil de  $\epsilon$  en fonction de la position dans le canal, et donc aux profils de  $\eta_k$  et  $\tau_k$ . La figure 2.7 présente l'évolution de  $\eta_k^+$  à partir des données de simulation mises en ligne par Lee et Moser (2015). Elle permet d'observer d'une part que la taille de l'échelle de longueur de Kolmogorov est minimale à la paroi, et également qu'elle est indépendante de  $Re_\tau$  dans cette région.

En pratique, la simulation de Kim *et al.* (1987) a montré qu'il n'est pas strictement nécessaire que la taille de maille soit inférieure  $\eta_k$  pour obtenir des statistiques de bonne qualité. Remarquons d'ailleurs qu'à l'exception de Vreman et Kuerten (2014), les tailles de maille utilisées par toutes les références dans le tableau 2.2 sont supérieures à l'échelle de Kolmogorov au centre du canal. Une attention particulière doit toutefois être apportée au maillage en très proche paroi, d'une part pour capter le fort gradient de vitesse et d'autre part pour résoudre correctement les petites échelles dans cette région. Afin d'obtenir une taille de maille inférieure à  $\eta_k$  en proche paroi et de minimiser le nombre de cellules, le pas d'espace  $\Delta_y$  est variable. La variation est réalisée à l'aide une fonction d'étirement de type tangente hyperbolique, qui à chaque indice de maille  $j \in \{1, \dots, N_y\}$  associe la position :

$$y_j = \frac{\tanh(\alpha(a_j - 1/2))}{\tanh(\alpha/2)}, \quad (2.23)$$

où  $a_j = (j - 1)/(N_y - 1)$ . Le facteur  $\alpha$  est le coefficient d'étirement dont la valeur vaut 2.8 pour les cas  $Re180$ ,  $Re400$  et  $Re550$ . La valeur a été ajustée à 3.4 pour  $Re1000$ , afin d'obtenir une résolution suffisante en proche paroi sans augmenter de façon trop importante le nombre de cellules. La figure 2.7 permet de comparer la taille de maille et  $\eta_k$  en fonction de la position dans le canal. La résolution du maillage de l'ordre de 1 unité de paroi/maille lorsque  $y^* \rightarrow 0$ . La différence entre la taille de maille et l'échelle de longueur de Kolmogorov au centre du canal est plus importante pour  $Re1000$ , du fait de la valeur plus élevée de  $\alpha$ . Nous n'avons toutefois pas remarqué de différence significative pour ce nombre de Reynolds lors de la comparaison des statistiques avec nos références.

## 2.2. Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe

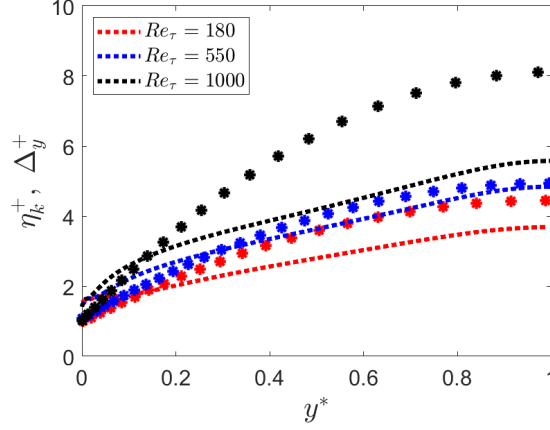


FIGURE 2.7 – Evolution du pas spatial dans la direction,  $\Delta_y^+$  (lignes pointillées) et de l'échelle spatiale de Kolmogorov,  $\eta_k^+$  (symboles) en fonction de  $y^*$  pour trois nombres de Reynolds.

### 2.2.3 Validation de l'écoulement simulé par le code de calcul

#### Caractéristiques des simulations

Un exécutable développé au sein de notre équipe permet le calcul des moments statistiques d'ordre 1 à 4 pour la vitesse, la pression et la vorticité. Les champs sont sauvegardés à intervalle régulier lors d'une simulation puis post-traités. Pour chaque champ, la moyenne spatiale selon  $x$  et  $z$  est calculée dans chacun des  $N_y$  plans définis par le maillage. Sur le domaine discr tisi , cette opération correspond à :

$$\langle(\cdot)\rangle_{x,z} = \frac{1}{N_x} \frac{1}{N_z} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_z} (\cdot), \quad (2.24)$$

avec  $N_x$  et  $N_z$  le nombre de cellules dans la direction  $x$  et  $z$ . Cette quantité est ensuite moyenn e dans le temps sur les  $N_t$  réalisations du champ turbulent :

$$\langle(\cdot)\rangle_{x,z,t} = \frac{1}{N_t} \sum_{l=1}^{N_t} \langle(\cdot)\rangle_{x,z}. \quad (2.25)$$

Une fois la moyenne déterminée, une seconde lecture des fichiers est réalisée pour effectuer le calcul des moments statistiques d'ordre supérieurs (définition dans l'équation 2.9).

Pour réaliser des statistiques non biaisées, nous avons d'abord vérifié que l'écoulement atteint un état statistiquement stationnaire. Pour cela, nous avons observé l'évolution temporelle de  $u_\tau/U_b$  et attendu que sa valeur se stabilise. Cette étape nous a permis de déterminer que  $\approx 200000$  itérations (environ 2000 unités de temps visqueuses) sont nécessaires à partir du début d'une simulation pour sortir du régime transitoire, indépendamment du nombre de Reynolds.   partir de ce point, un champ est sauvegardé toutes les 1000 itérations jusqu'à obtenir un échantillon statistiquement représentatif. La comparaison avec les statistiques de l'écoulement des références présentées dans le Tableau 2.2 nous a permis de confirmer que 300 champs permettent une bonne convergence des statistiques d'ordre 1 et 2 de la vitesse et de la vorticité. Les moments statistiques d'ordre supérieur ainsi que les fluctuations de la pression

| $Re_b$ | $Re_\tau$ | $\Delta_t^+$ | Nb. champs | Stockage | Temps de calcul |
|--------|-----------|--------------|------------|----------|-----------------|
| 2820   | 179       | 0.011        | 400        | 37.7     | 26.7            |
| 7100   | 396       | 0.0897       | 300        | 118      | 41              |
| 10050  | 543       | 0.0796       | 300        | 300      | 117             |
| 20000  | 994       | 0.0715       | 300        | 840      | 333             |

TABLE 2.3 – Incrément temporel moyen, nombre de champs sauvegardés, espace de stockage utilisé (en Giga Octets) et temps de calcul (réel, en heures) pour les différentes simulations. Les simulations ont été réalisées avec les mêmes ressources informatiques.

nécessitent par contre un nombre plus important d'échantillons pour obtenir la convergence des statistiques (7 – 800 champs pour le cas  $Re_{180}$ ). Ce point est cependant délicat pour les nombres de Reynolds élevés car l'espace de stockage nécessaire à la sauvegarde des champs est très important. Nous présentons dans le tableau 2.3 la valeur moyenne du pas de temps et le nombre de champs collectés. Les équations résolues étant adimensionnées par  $U_b$  et  $\delta$ , la valeur de  $Re_\tau$  est donc également calculée lors du post-traitement.

Finalement, les deux dernières colonnes du tableau permettent d'avoir un ordre de grandeur du volume de stockage occupé par les données ainsi que du temps des calculs. Les simulations ont été réalisées sur un processeur Intel Xeon Gold 6130 (2.10Ghz, 16 coeurs) et sur 32 threads. Le temps de simulation est fourni par le centre de calcul EXPLOR de l'Université de Lorraine. Les performances des simulations sont actuellement limitées par le temps de transfert des données (memory bound). On notera également que l'espace de stockage pour 300 champs s'approche de  $1To$  pour le cas  $Re_{1000}$ , ce qui constitue un facteur limitant pour la réalisation de statistiques sur des temps très longs. Ce point sera par ailleurs d'autant plus problématique que le nombre de Reynolds de l'écoulement sera grand. L'intégration d'une routine permettant le calcul des statistiques en cours de simulation est donc à considérer pour de futures études. Nous allons maintenant présenter les résultats de ces simulations et quantifier l'erreur sur les différences statistiques.

### Quantification de l'erreur

Pour quantifier la précision des statistiques, nous calculons la norme L1 de l'erreur relative entre la série de données  $g$  testée et une série de données de référence  $g_{ref}$  :

$$N_{L1}^{rel} = \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y} \frac{|g(i) - g_{ref}(i)|}{g_{ref}(i)}. \quad (2.26)$$

Les données testées sont issues de nos simulations et les références pour la comparaison ont été introduites dans le tableau 2.2. Pour que les deux séries de données soient définies aux mêmes positions, une étape intermédiaire a été réalisée avec le logiciel Matlab. L'intervalle  $y = [0, \delta]$  a été divisé en 100 intervalles égaux et les données ont été interpolées à ces positions par une méthode de type spline cubique (fonction spline). Les valeurs de l'erreur obtenues à l'issue de cette étape pour les statistiques d'ordre 1 et 2 de la vitesse, de la pression et de la vorticité sont présentées dans le tableau 2.4. Globalement, l'erreur sur toutes ces statistiques est inférieure à 1.5%, ce qui constitue un excellent accord avec les références adoptées. L'erreur sur les coefficients d'asymétrie,  $skew(\cdot)$ , et d'aplatissement,  $flat(\cdot)$ , est présentée dans le tableau 2.4.



## 2.2. Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe

Ces coefficients sont respectivement les moments statistiques d'ordre 3 et 4 (équation 2.9), normalisés par la variance :

$$\text{skew}(\cdot) = \frac{\langle f'^3 \rangle}{\langle f'^2 \rangle^{3/2}}, \quad (2.27)$$

et d'aplatissement :

$$\text{flat}(\cdot) = \frac{\langle f'^4 \rangle}{\langle f'^2 \rangle^2}. \quad (2.28)$$

Pour Re180, bien que l'erreur sur  $\text{flat}(u)$  soit très faible, nous observons une déviation de  $\approx 12\%$  entre les statistiques de la pression, de la vorticité et sur  $\text{skew}(u_y)$ . L'erreur élevée sur  $\text{skew}(u_y)$  apparaît comme étant surestimée du fait du changement de signe de cette variable. En effet, lorsque la valeur de référence est proche de 0, la division dans la formule 2.26 fait localement exploser la valeur de l'erreur et cela se répercute sur la moyenne. La figure 2.8 a) permet d'observer qu'il y a un très bon accord entre  $\text{skew}(u_y)$  calculé par notre code de calcul et celui de Vreman et Kuerten (2014). En particulier, nous arrivons à capter de façon tout à fait convenable les fortes variations et les changements de signe de  $\text{skew}(u_y)$  en proche paroi. Les figures 2.8 b) et c) mettent par contre en évidence que l'asymétrie de la vorticité et de la pression n'est pas parfaitement reproduite au centre du canal avec notre code de calcul. Nous avons ici identifié une influence de la résolution du maillage qui est presque deux fois plus élevée que celle de Vreman et Kuerten (2014). Nous avons tout de même choisi de travailler avec ce maillage car les statistiques sont en très bon accord avec VK180 en proche paroi. Pour Re400, l'erreur avec la référence est environ deux fois plus élevée que celle relevée pour Re180. Nous pensons toutefois que les statistiques proposées par Moser *et al.* (1999) ne sont pas parfaitement fiables. Nous avons en effet remarqué des importantes oscillations dans les statistiques de la pression, ce qui semble indiquer que le temps de collecte utilisé par MKM400 est trop court pour permettre une bonne convergence des statistiques. Finalement, nous n'avons pas pu valider les moments statistiques d'ordre 3 et 4 pour les cas Re550 et Re1000 car Lee et Moser (2015) n'ont pas mis ces statistiques en ligne.

|                    | Re180 | Re400 | Re550 | Re1000 |                    | Re180 | Re400 |
|--------------------|-------|-------|-------|--------|--------------------|-------|-------|
| mean( $u_x$ )      | 0.50  | 0.77  | 0.74  | 0.74   | skew( $u_x$ )      | 1.36  | 11.25 |
| rms( $u_x$ )       | 0.68  | 1.41  | 0.53  | 0.82   | skew( $u_y$ )      | 9.74  | 18.03 |
| rms( $u_y$ )       | 0.75  | 1.31  | 1.07  | 0.95   | flat( $u_x$ )      | 0.50  | 2.56  |
| rms( $u_z$ )       | 0.35  | 1.48  | 0.42  | 0.58   | flat( $u_y$ )      | 0.48  | 1.32  |
| mean( $p$ )        | 1.48  | 1.48  | 0.89  | 1.26   | flat( $u_z$ )      | 0.58  | 1.12  |
| rms( $p$ )         | 0.81  | ×     | 0.50  | 1.07   | skew( $p$ )        | 11.84 | 27.30 |
| mean( $\omega_z$ ) | 0.50  | 0.77  | 0.74  | 0.74   | flat( $p$ )        | 8.32  | 16.64 |
| rms( $\omega_x$ )  | 0.60  | 1.44  | 0.72  | 0.34   | skew( $\omega_z$ ) | 14.54 | ×     |
| rms( $\omega_y$ )  | 0.95  | 0.75  | 1.15  | 0.60   | flat( $\omega_x$ ) | 5.80  | ×     |
| rms( $\omega_z$ )  | 1.35  | 0.46  | 1.17  | 0.61   | flat( $\omega_y$ ) | 10.70 | ×     |
| cov( $uv$ )        | 0.84  | 1.89  | 0.73  | 2.33   | flat( $\omega_z$ ) | 13.71 | ×     |

TABLE 2.4 – Valeur de la norme L1 de l'erreur relative (en %) entre les statistiques d'ordre 1 à 4 issues de nos simulations et celles des références présentées dans le tableau 2.2. Un symbole × indique l'absence de données de référence.

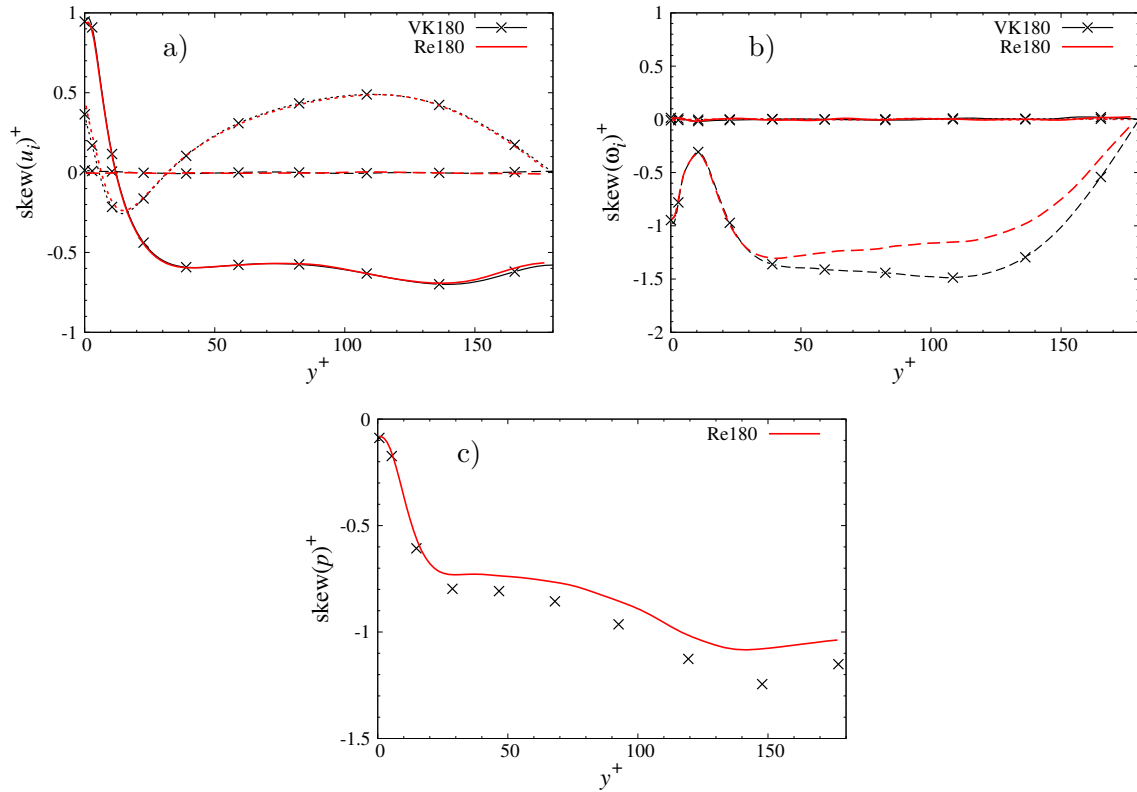


FIGURE 2.8 – Comparaison des coefficients d'asymétrie pour les trois composantes de la vitesse (a), de la vorticité (b) et pour la pression (c) en fonction de  $y^*$ . Ligne continue : composante longitudinale ; ligne pointillée : composante latérale ; tirets : composante transversale. Les symboles sont les données de Vreman et Kuerten (2014).

## 2.2.4 Présentation des statistiques de l'écoulement

Nous proposons dans cette section de présenter quelques propriétés statistiques de l'écoulement et leur évolution en fonction du nombre de Reynolds. Les résultats présentés ont été choisis car ils constituent une base pour étudier la dynamique de la phase dispersée.

### Vitesse et vorticité moyenne

Sur la figure 2.9 a), nous présentons l'évolution de la vitesse moyenne en fonction de  $y^*$  pour les 4 nombres de Reynolds considérés. Les profils sont similaires, et on observe l'augmentation de la vitesse moyenne sur toute la largeur du canal lorsque  $Re_\tau$  augmente. Puisque la largeur du canal et la viscosité ne varient pas, cette augmentation est naturelle pour des valeurs croissantes du nombre de Reynolds. On observe également que la pente du profil de vitesse est plus importante à la paroi pour des valeurs élevées de  $Re_\tau$ , ce qui correspond bien à un gradient de vitesse plus élevé et à l'augmentation de la contrainte pariétale. Le tracé de  $u^+$  en fonction de  $y^+$  est présenté sur la figure 2.10 a) et b). Dans ce système d'unités, les profils de vitesse sont (presque) identiques et on peut observer trois régions caractéristiques. Entre la paroi et jusqu'à  $y^+ = 5$ , la vitesse évolue linéairement en fonction de  $y^+$ . Cette région est la sous-couche visqueuse où le profil de vitesse se raccorde linéairement avec la condition

## 2.2. Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe

d'adhérence. A partir de  $y^+ \approx 30$ , l'évolution du profil de vitesse suit une loi logarithmique. Celle-ci a été proposée par von Kármán (1930) :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B. \quad (2.29)$$

Le paramètre  $\kappa$  est la constante de von Kármán et  $B$  une constante. La valeur exacte de celles-ci ne fait pas consensus, particulièrement à bas nombres de Reynolds. Les expériences les plus récentes semblent cependant confirmer la valeur de  $\kappa \approx 0.4$  et  $B \approx 5.2$  (Schultz et Flack, 2013; Lee et Moser, 2015) lorsque la valeur du nombre de Reynolds est suffisamment élevée ( $Re_\tau > 1000$ ). Finalement, entre  $5 < y^+ < 30$  se trouve une région de transition, où les caractéristiques de l'écoulement varient rapidement entre une dynamique dominée par les effets visqueux dans la sous-couche à une dynamique dominée par la turbulence au centre du canal. On appelle cette région la zone tampon (buffer layer), et il n'y a pas d'expression analytique pour le profil de vitesse dans cette région.

La figure 2.9 b) présente l'évolution de la vorticité moyenne en fonction de  $y^*$ . Celle-ci est

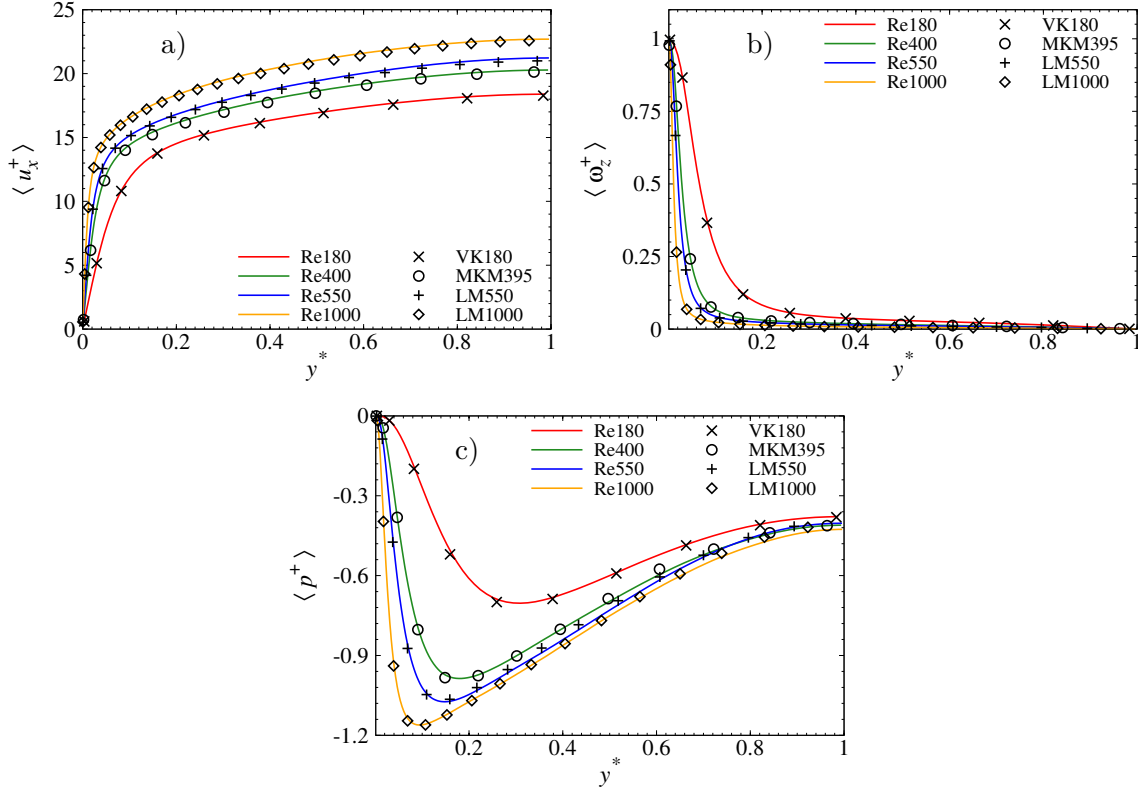


FIGURE 2.9 –  volution de la moyenne de la vitesse (a), de la vorticité (b) et de la pression (c) en fonction de  $y^*$  pour différents nombres de Reynolds. Symboles : VK180, Vreman et Kuerten (2014); MKM395, Moser *et al.* (1999); LM550 et LM1000, Lee et Moser (2015). Toutes les données de référence ne sont pas représentées pour faciliter la lecture.

définie comme le rotationnel du champ de vitesse  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ . En unités de paroi, la vorticité moyenne vaut 1 à proximité de la paroi, ce qui est une conséquence direct de l'évolution linéaire du profil de vitesse dans cette région. Sa valeur diminue rapidement rapidement à

mesure que  $y^*$  augmente. Cette diminution est également d'autant plus rapide que la valeur de  $Re_\tau$  est élevée. Sur la figure 2.10 c) et d), on observe en effet que les profils de la vorticité sont identiques lorsqu'ils sont exprimés en unités de paroi, ce qui constitue une analogie directe avec le profil de vitesse. Comme précedemment, on peut définir trois zones. Dans la sous couche visqueuse, jusqu'à  $y^+ \approx 4$ , la vorticité est constante du fait de l'évolution linéaire de la vitesse moyenne. Dans la zone logarithmique, la vorticité décroit linéairement (en échelle log) jusqu'à atteindre la valeur de 0 au centre du canal. Finalement, dans la zone tampon, la vorticité moyenne subit une brusque diminution, passant d'une valeur de  $\omega(y^+ = 4) = 1$  à la limite de la sous couche visqueuse à  $\omega(y^+ = 30) = 0.1$  au début de la zone log. Nous retiendrons que la vorticité moyenne est prépondérante à proximité de la paroi, et qu'elle peut être considérée comme négligeable au centre du canal.

L'évolution de la pression moyenne en fonction de  $y^*$  est présentée sur la figure 2.9 c). Dans un écoulement incompressible, la pression agit comme un moyen de redistribution de l'énergie cinétique turbulente entre les différentes composantes de la vitesse, ce qui assure la condition d'incompressibilité. On observe une forte diminution de la pression lorsqu'on s'éloigne de la paroi, qui correspond à une région où l'intensité des fluctuations de vitesse est très élevée (zone de production, zone tampon). La position du minimum de la pression se rapproche de la paroi à mesure que  $Re_\tau$  augmente. La taille de la zone tampon est fixe en unités de paroi et il est donc normal que relativement à la largeur du canal, celle-ci diminue lorsque  $Re_\tau$  augmente. Le minimum de la pression diminue lorsque  $Re_\tau$  augmente, ce qui indique que les fluctuations de vitesse sont plus intenses lorsque le nombre de Reynolds augmente, indépendamment de la position dans le canal.

### Les moments statistiques d'ordre deux

Pour mieux comprendre les propriétés de l'écoulement de canal, nous décrivons maintenant quelques propriétés du champ fluctuant. La littérature sur le sujet étant assez abondante, nous nous limiterons ici à la présentation des statistiques d'ordre 2 de la vitesse et de la vorticité, qui seront utiles pour étudier la dynamique de la phase dispersée. On pourra trouver davantage d'information sur les propriétés du champ de pression dans Kim (1989); Tsuji *et al.* (2007). Sur les figures 2.11 a) et c), nous présentons les trois composantes des fluctuations de la vitesse en fonction de  $y^*$ . L'accord entre les résultats de nos simulations et les références est excellent, quel que soit le nombre de Reynolds. Les fluctuations de la composante longitudinale sont plus intenses que celles des autres composantes de la vitesse. C'est une conséquence du gradient de vitesse moyen dans l'écoulement. Celui-ci est responsable de la production des fluctuations de la vitesse, qui contiennent l'énergie cinétique turbulente. On remarque que la position (en  $y^*$ ) où les fluctuations sont maximales est plus proche de la paroi lorsque  $Re_\tau$  augmente. Sur les figures 2.11 b) et d), le tracé des  $\text{rms}(u_i)$  en fonction de  $y^+$  montre que cette position est par contre fixe en unités de paroi ( $y^+ \approx 12$ ). L'intensité des fluctuations (exprimée en  $+$ ) augmente avec  $Re_\tau$ , ce qui indique que les processus physiques à l'origine des fluctuations ne dépendent pas uniquement du frottement pariétal. del Álamo *et al.* (2004); Hutchins et Marusic (2007) ont mis en évidence que l'écoulement extérieur influence également la génération des fluctuations de la vitesse. Les études récentes de Bernardini *et al.* (2014); Lee et Moser (2015) prévoient que l'intensité maximale des fluctuations doit continuer à augmenter avec le nombre de Reynolds. L'énergie cinétique turbulente est redistribuée aux composantes  $y$  et  $z$  par l'intermédiaire de la pression (depuis  $u_x$  vers  $u_y$  et  $u_z$  par la pression; entre  $u_y$

## 2.2. Méthode de résolution des équations : présentation de la simulation numérique directe

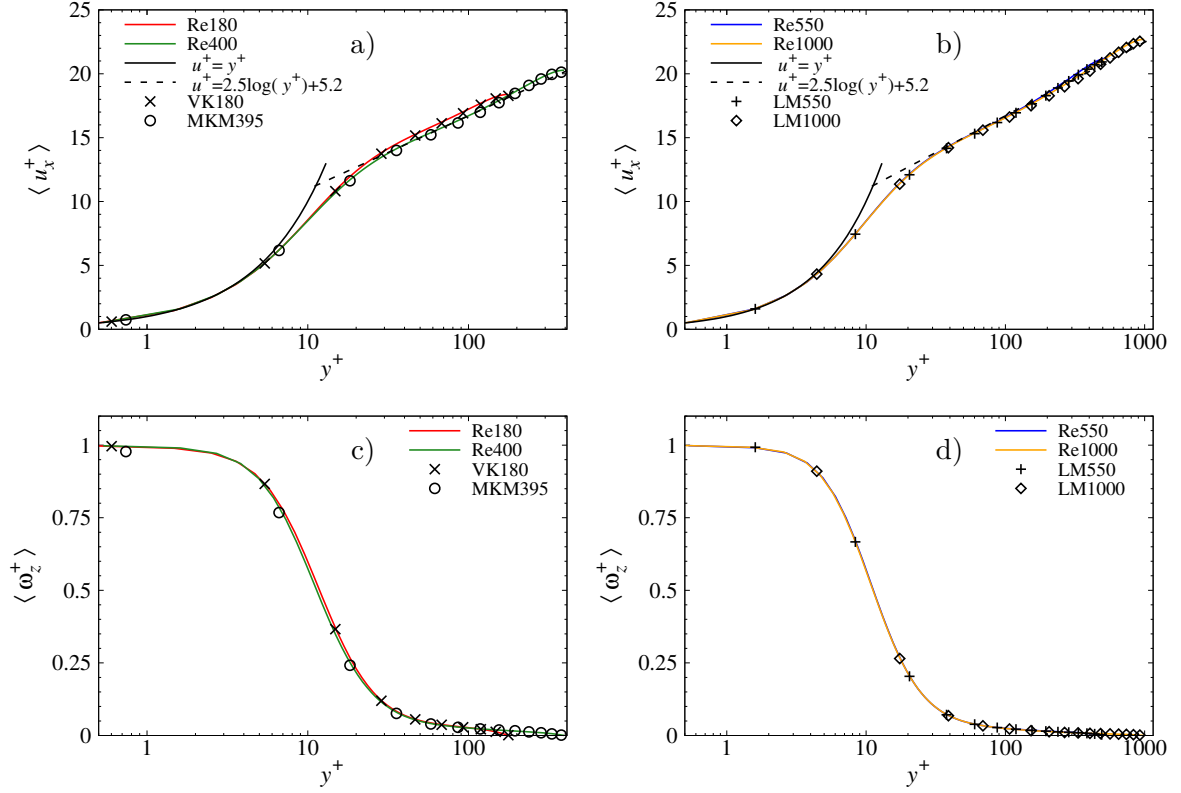


FIGURE 2.10 – Évolution de la moyenne de la vitesse (a, b) et de la vorticité (c, d) en fonction de  $y^+$  pour différents nombres de Reynolds.  $Re_\tau = 180$  et  $400$ , a) et c).  $Re_\tau = 550$  et  $1000$ , b) et d). Symboles : VK180, Vreman et Kuerten (2014); MKM395, Moser *et al.* (1999); LM550 et LM1000, Lee et Moser (2015). Toutes les données de référence ne sont pas représentées pour faciliter la lecture.

et  $u_z$  par diffusion turbulente). La présence de la paroi solide influence significativement la redistribution entre les composantes latérales et transversales, et cet effet est visible jusqu'à une très grande distance de la paroi, soit  $y^* \approx 0.8$  d'après la figure 2.11. Les fluctuations de la composante wall-normal ( $y$ ) de la vitesse sont ainsi plus faibles que celles des  $\text{rms}(u_x)$  et  $\text{rms}(u_z)$  dans une large fraction du canal, et la position de son maximum est nettement décalée vers le centre de l'écoulement. Au centre du canal, l'intensité des fluctuations des composantes  $u_y$  et  $u_z$  est identique, mais reste inférieure à celle des  $\text{rms}(u_x)$ . Les fluctuations de la vitesse ne retrouvent donc pas un caractère isotrope dans cette région de l'écoulement, quel que soit  $Re_\tau$ . Finalement, de façon analogue à ce qui a été observé pour les  $\text{rms}(u_x)$ , l'augmentation du nombre de Reynolds fait augmenter l'intensité des fluctuations.

La figure 2.12 permet d'observer le très bon accord entre les fluctuations de la vorticité de l'écoulement simulé par notre code de calcul et les références. De manière analogue à la vitesse, les fluctuations de la composante dont la moyenne n'est pas nulle, soit  $\omega_z$ , présentent une intensité plus importante que les autres. L'évolution des différentes composantes en fonction de la distance à la paroi est par contre plus complexe que celles de la vitesse, et l'allure de chaque composante est bien distincte jusqu'à  $y^+ \approx 50$ . Les fluctuations des composantes  $x$  et  $y$  présentent un maximum autour de  $y^+ = 15$  et  $20$ , respectivement. Cette position correspond

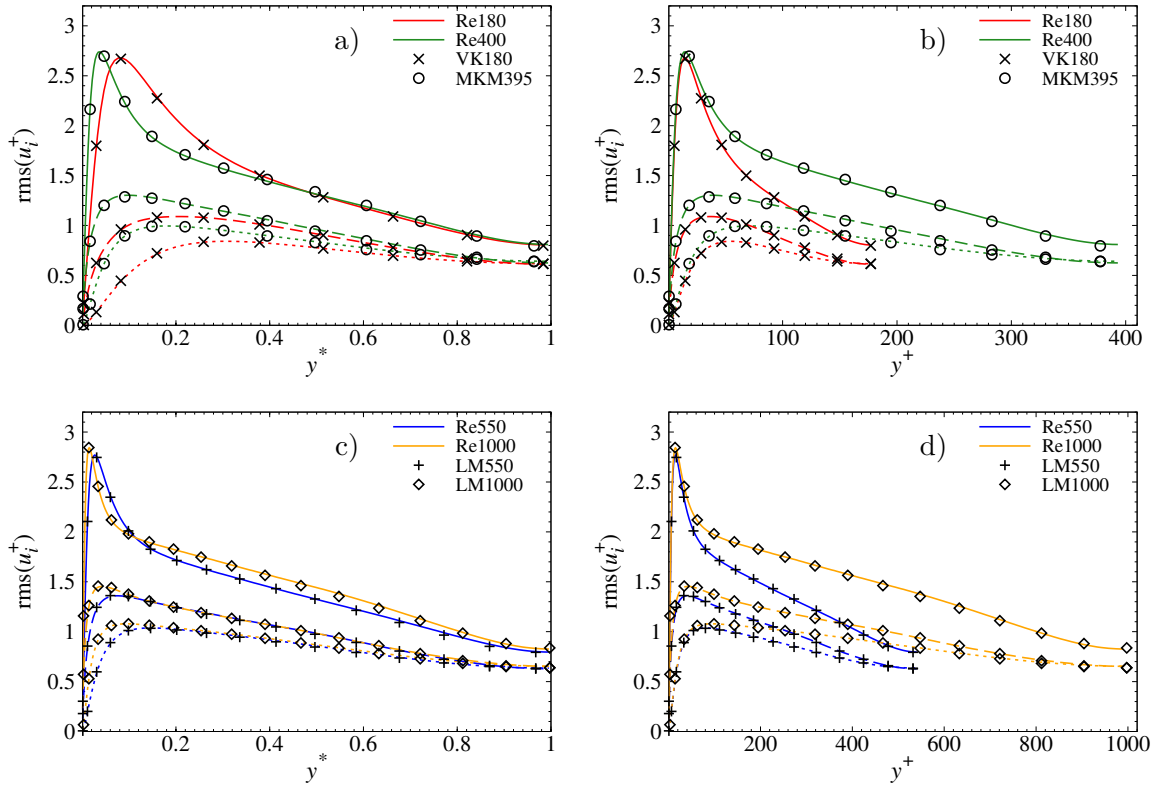


FIGURE 2.11 – Évolution des trois composantes des rms de la vitesse en fonction de  $y^*$  (a, c) et de  $y^+$  (b, d) pour différents nombres de Reynolds.  $Re_\tau = 180$  et  $400$ , a) et b).  $Re_\tau = 550$  et  $1000$ , c) et d). Ligne continue :  $rms(u_x)$  ; ligne pointillée :  $rms(u_y)$  ; ligne tiretée :  $rms(u_z)$ . Symboles : VK180, Vreman et Kuerten (2014) ; MKM395, Moser *et al.* (1999) ; LM550 et LM1000, Lee et Moser (2015). Toutes les données de référence ne sont pas représentées pour faciliter la lecture.

approximativement à la position du maximum des fluctuations de la vitesse. La composante  $z$  est par contre maximale à la paroi et strictement décroissante. L'augmentation du nombre de Reynolds cause une augmentation des fluctuations de la vortacité, qui s'observe principalement sur les composantes  $x$  et  $z$ . Panton (2009) a étudié l'évolution des fluctuations de la vortacité en utilisant des données de DNS jusqu'à  $Re_\tau = 2003$  et a également observé l'intensification des fluctuations de la vortacité. L'augmentation de la composante  $z$  est restreinte à la région  $0 < y^+ < 20$  alors que l'augmentation des fluctuations de  $\omega_x$  reste visible sur toute la largeur du canal. Finalement, lorsque l'axe des abscisses est exprimé en unités extérieures, les fluctuations retrouvent un caractère homogène et isotrope au centre du canal, mais uniquement pour des nombres de Reynolds élevés.

### 2.3. Conclusion de ce chapitre

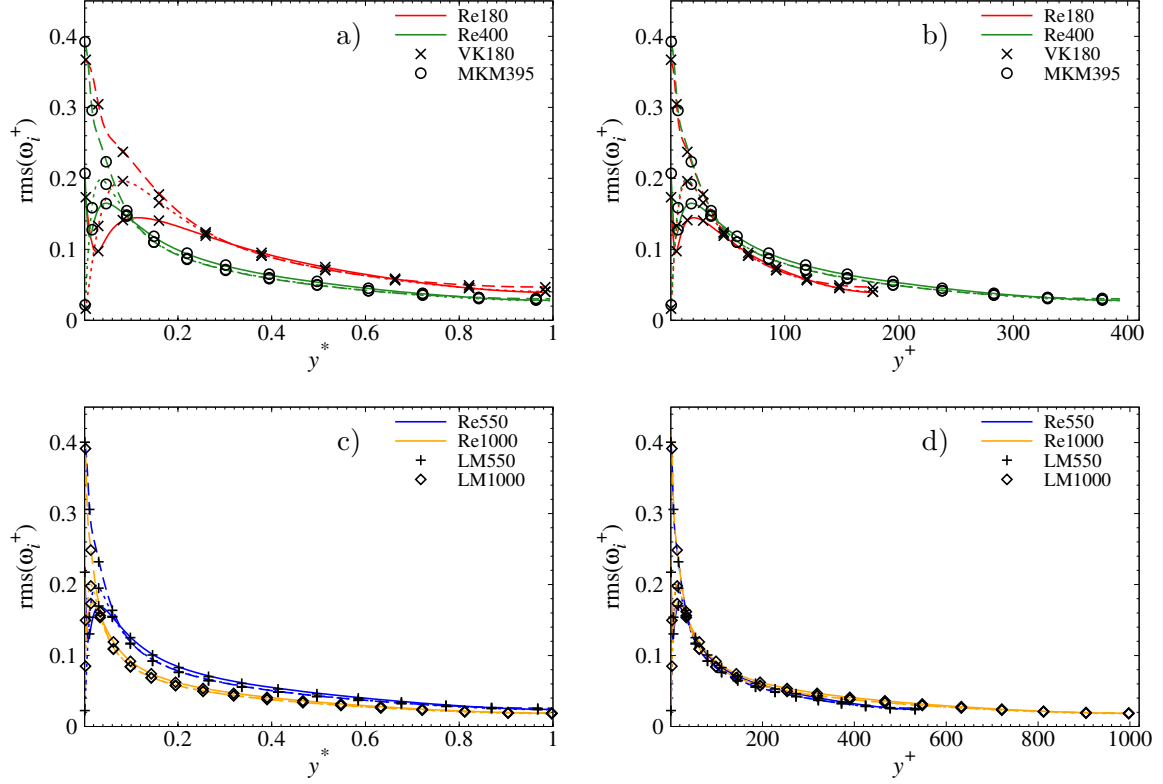


FIGURE 2.12 – Évolution des trois composantes des rms de la vorticité en fonction de  $y^*$  (a, c) et de  $y^+$  (b, d) pour différents nombres de Reynolds.  $Re_\tau = 180$  et  $400$ , a) et b).  $Re_\tau = 550$  et  $1000$ , c) et d). Ligne continue :  $\text{rms}(\omega_x)$ ; ligne pointillée :  $\text{rms}(\omega_y)$ ; Ligne tiretée :  $\text{rms}(\omega_z)$ . Symboles : VK180, Vreman et Kuerten (2014); MKM395, Moser *et al.* (1999); LM550 et LM1000, Lee et Moser (2015). Toutes les données de référence ne sont pas représentées pour faciliter la lecture.

### 2.3 Conclusion de ce chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté le domaine d'étude et la partie du code de calcul dédiée à la résolution des équations décrivant le mouvement du fluide. L'écoulement turbulent entre deux plaques planes parallèles et de longueur infinie est obtenu par la résolution numérique directe des équations de Navier-Stokes. L'approximation des opérateurs spatiaux est réalisée par des schémas aux différences finies. Une étude de sensibilité au maillage a été réalisée pour déterminer la résolution spatiale du maillage à utiliser pour simuler l'écoulement à quatre nombres de Reynolds,  $Re_\tau = \{180, 400, 550, 1000\}$ . Pour valider les propriétés statistiques de l'écoulement, les moments statistiques d'ordre 1 à 4 de la vitesse, de la pression et de la vorticité ont été calculés et nous avons trouvé une excellente correspondance (erreur relative moyenne  $< 2\%$  sur les statistiques d'ordre 1 et 2) entre ces statistiques et celles de référence issues de la littérature. Nous disposons donc d'un outil de simulation numérique directe très performant pour étudier le mouvement de particules non sphériques dans l'écoulement de canal. Nous allons maintenant nous intéresser à l'évolution temporelle de la distribution des particules et à l'influence de la stationnarité de la distribution sur les statistiques décrivant

la dynamique de la phase dispersée.



## Chapitre 3

# Influence de la stationnarité de la distribution sur les statistiques

Il est bien connu que dans un écoulement turbulent confiné, une population de particules inertielles est généralement animée d'un déplacement allant du centre de l'écoulement vers les parois solides. Ce déplacement caractéristique est nommé turbophorèse et a été initialement étudié par Caporaloni *et al.* (1975) pour quantifier la déposition de particules sphériques en fonction de leur inertie. La dynamique de ce phénomène est très lente et dépend de l'inertie comme l'ont montré Marchioli *et al.* (2008) ou plus récemment Bernardini (2014) avec des particules sphériques. Dans ces études, le temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire est compris entre 7 000 et 20 000 unités de temps visqueuses, ce qui est largement supérieur à ce qui est habituellement utilisé pour étudier la dynamique de particules non sphériques (tableau 3.1). Étant donné le manque d'information à ce sujet, on peut se demander si la forme des particules influence le temps nécessaire pour que la distribution des particules atteigne le régime stationnaire. Une réponse partielle se trouve dans le travail de Challabotla *et al.* (2016b), qui ont observé que la vitesse moyenne de déplacement normale à la paroi varie en fonction de  $\lambda$  et  $\tau_p^+$ . Lorsque la distribution des particules atteint l'état stationnaire, cette vitesse est en moyenne nulle. Les résultats de Challabotla *et al.* (2016b) montrent que la vitesse moyenne de déplacement normale à la paroi des particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  est supérieure à celle pour  $\lambda = 1$  ou 10 dans l'intervalle  $t^+ \in [5400, 10800]$  pour des temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  et 30. On peut donc supposer d'une part que la distribution des ellipsoïdes n'a pas atteint le régime stationnaire dans leur étude et d'autre part que la forme des particules influence la dynamique de transport des particules vers la paroi. Ces observations sont d'autant plus importantes que toutes les études précédemment réalisées (tableau 3.1) l'ont été pour des intervalles de temps plus court que celui utilisé par Challabotla *et al.* (2016b). La principale question qui reste ouverte à ce stade concerne l'influence de l'intervalle de collecte des données sur les statistiques décrivant la dynamique de la phase dispersée. En effet, la vitesse moyenne de déplacement des particules dans la direction normale à la paroi étant non nulle pendant le régime transitoire, on peut légitimement se demander si les statistiques de la phase dispersée obtenues pendant ce régime sont différentes de celles obtenues en régime stationnaire.

Pour compléter les travaux précédemment réalisés, nous étudions tout d'abord l'influence de la forme et de l'inertie des ellipsoïdes sur l'établissement d'une distribution stationnaire. Les caractéristiques des simulations, ainsi que la démarche utilisée pour déterminer si la dis-

| Référence                         | $Re_\tau$  | Intervalle de collecte ( $t^+$ ) | $N_p$          |
|-----------------------------------|------------|----------------------------------|----------------|
| Mortensen <i>et al.</i> (2008a)   | 180        | [2880, 5760]                     | $1 \cdot 10^6$ |
| Zhao <i>et al.</i> (2014)         | 150 et 180 | [3000, 8100] et [7200, 10800]    | $2 \cdot 10^5$ |
| Challabotla <i>et al.</i> (2016b) | 180        | [5400, 10800]                    | $2 \cdot 10^5$ |
| Challabotla <i>et al.</i> (2016a) | 180        | [5400, 10800]                    | $2 \cdot 10^5$ |
| Yuan <i>et al.</i> (2018)         | 180        | [5400, 10800]                    | $2 \cdot 10^5$ |
| Arcen <i>et al.</i> (2017)        | 180        | [3400, 6800]                     | $3 \cdot 10^5$ |
| Ouchene <i>et al.</i> (2018)      | 1440       | [1500, 1800]                     | $2 \cdot 10^5$ |

TABLE 3.1 – Intervalle de temps et nombre de particules utilisées par différentes équipes de recherche pour le calcul des statistiques de la phase dispersée.

tribution des particules a atteint un état stationnaire sont tout d’abord présentées. A l’issue de cette caractérisation, différents intervalles de temps sont définis, basés sur ceux utilisés dans la littérature. Des statistiques sont calculées sur ces intervalles, ainsi que sur des intervalles de longueur équivalente lorsque le régime stationnaire est atteint afin de mettre en évidence l’influence de la stationnarité de la distribution sur les différentes statistiques. Le calcul de l’erreur absolue et relative entre les statistiques issues des différents intervalles et des statistiques de référence obtenue sur un temps très long permet de quantifier ces résultats.

### 3.1 Présentation des simulations

Nous avons réalisé la caractérisation du régime transitoire pour des particules de trois rapports d’aspect  $\lambda = 1, 3$  et  $10$ , et pour quatre valeurs du temps de relaxation, soient  $\tau_p^+ = 1, 5, 30$  et  $100$ . Ces valeurs sont standard dans la littérature. Deux paramètres décrivent les particules :  $\lambda$  et  $\tau_p^+$ , qui dépendent de trois degrés de liberté  $a, b$  et  $\rho_p$ . Pour résoudre cette indétermination, nous fixons le diamètre de la sphère équivalente  $d_{eq}^+ = 1$ . Ce choix est motivé car ce paramètre entre dans notre définition de  $Re_p$ , et parce que les collisions des particules avec la paroi sont détectées lorsque  $y_p < d_{eq}/2$ . En utilisant le même diamètre équivalent, les collisions sont détectées à la même position de la paroi pour toutes les particules considérées, ce qui permet de comparer plus simplement l’influence de  $\lambda$  et  $\tau_p^+$ . Nous avons d’ailleurs remarqué que Bernardini (2014) a fixé le temps de relaxation de ses particules sphériques en faisant varier leur diamètre. Dans son étude, le diamètre augmente avec  $\tau_p^+$  et la comparaison de l’influence de ce paramètre est donc biaisée. Dans notre étude, les rebonds sont traités comme spéculaires (sans perte d’énergie), et les particules sont traitées comme étant sphériques. Seule la composante normale à la paroi de la vitesse des particules est donc modifiée (elle change de signe sans changer d’intensité) lors d’un choc. Étant donné que nous cherchons à étudier l’influence des caractéristiques de la phase dispersée sur son interaction avec l’écoulement, cette approximation simplifie l’analyse des résultats. Tous les résultats présentés dans la suite de ce document ont été obtenus avec cette modélisation des collisions entre les particules et la paroi. Les résultats obtenus dans notre étude pourront cependant différer de ceux obtenus lorsque la géométrie des particules est prise en compte de façon plus réaliste lors d’un choc avec la paroi. Cela sera par exemple le cas de la distribution des particules dans la direction normale à la paroi, ainsi que des statistiques de la phase dispersée en proche paroi. Le tableau 3.2 présente les caractéristiques des particules. La taille du grand

### 3.2. Détermination du régime stationnaire

| $\lambda$ | $a^+$ | $b^+$ | $\tau_p^+ = 1$ | $\tau_p^+ = 5$ | $\tau_p^+ = 30$ | $\tau_p^+ = 100$ |
|-----------|-------|-------|----------------|----------------|-----------------|------------------|
| 1         | 0.50  | 0.50  | 18             | 90             | 540             | 1800             |
| 3         | 1.04  | 0.35  | 20             | 100            | 601             | 2000             |
| 10        | 2.32  | 0.23  | 28             | 139            | 833             | 2780             |

TABLE 3.2 – Caractéristiques des ellipsoïdes allongés calculées en fixant  $d_{eq}^+ = 1$ .

axe est légèrement supérieure à  $\eta_k^+$  pour  $\lambda = 10$ , mais l’approximation point-particule reste acceptable pour cette taille de particule (Ravnik *et al.*, 2017). La masse volumique est ajustée pour fixer  $\tau_p^+$ , en accord avec l’équation 1.20.

L’écoulement est simulé à  $Re_\tau = 180$  pour obtenir des conditions similaires à celles utilisées dans la littérature. Les caractéristiques de cette simulation peuvent être trouvées dans le tableau 2.2. La modélisation des forces et du couple hydrodynamique est réalisée par les formules de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922). 300 000 particules sont introduites dans un champ turbulent développé obtenu au préalable. La distribution spatiale des particules est initialement uniforme, de même que leur orientation et les trois composantes de la vitesse de translation et de la vitesse de rotation sont égales à celles du fluide à la position de la particule. Les simulations sont réalisées sur une très longue durée de  $\approx 53 - 55\,000$  unités de temps visqueuses. Cet intervalle est environ 5 fois plus long que ceux classiquement utilisés dans la littérature. Les données concernant la dynamique des ellipsoïdes sont extraites tous les 200 incréments temporels (soit  $t^+ \approx 22$ ). La durée réelle des simulations est raisonnable, environ 1 jour, mais le volume de données généré est important :  $\approx 100\text{Go}$  pour chaque couple  $\{\lambda, \tau_p^+\}$ .

### 3.2 Détermination du régime stationnaire

Pour déterminer le moment où la distribution des particules atteint un régime stationnaire, nous utilisons le paramètre défini par Picanò *et al.* (2009). Celui-ci est basé sur la définition de l’entropie de Shannon (1948). A un temps  $t^+$  donné, la valeur du paramètre d’entropie  $S$  est calculée par la formule :

$$S(t^+) = - \sum_{i=1}^M \frac{p_i(t^+) \ln [p_i(t^+)]}{\ln(N_p)}, \text{ ou } p_i(t^+) = \frac{N_i(t^+)}{N_p}. \quad (3.1)$$

$M$  est un nombre de divisions utilisé pour découper le domaine en sous volumes égaux,  $N_p$  le nombre total de particules dans le domaine et  $N_i(t^+)$  le nombre de particules dans le  $i$ -ème sous volume au temps  $t^+$ . Nous avons divisé le domaine en  $M = 100$  sous domaines. La valeur de  $S$  est comprise entre 1 si les particules sont distribuées uniformément, et 0 si les particules se concentrent dans un unique sous volume. L’évolution temporelle de  $S$  permet de suivre qualitativement l’évolution de la distribution des particules. Lorsque la valeur de  $S$  se stabilise, les flux de particules dans la direction latérale ( $y$ ) sont à l’équilibre, ce qui correspond au régime statistiquement stationnaire.

La figure 3.1 présente l’évolution temporelle du paramètre d’entropie. Quel que soit l’instant d’observation,  $S \approx 1$  lorsque  $\tau_p^+ = 1$ . Cela indique une répartition uniforme des particules

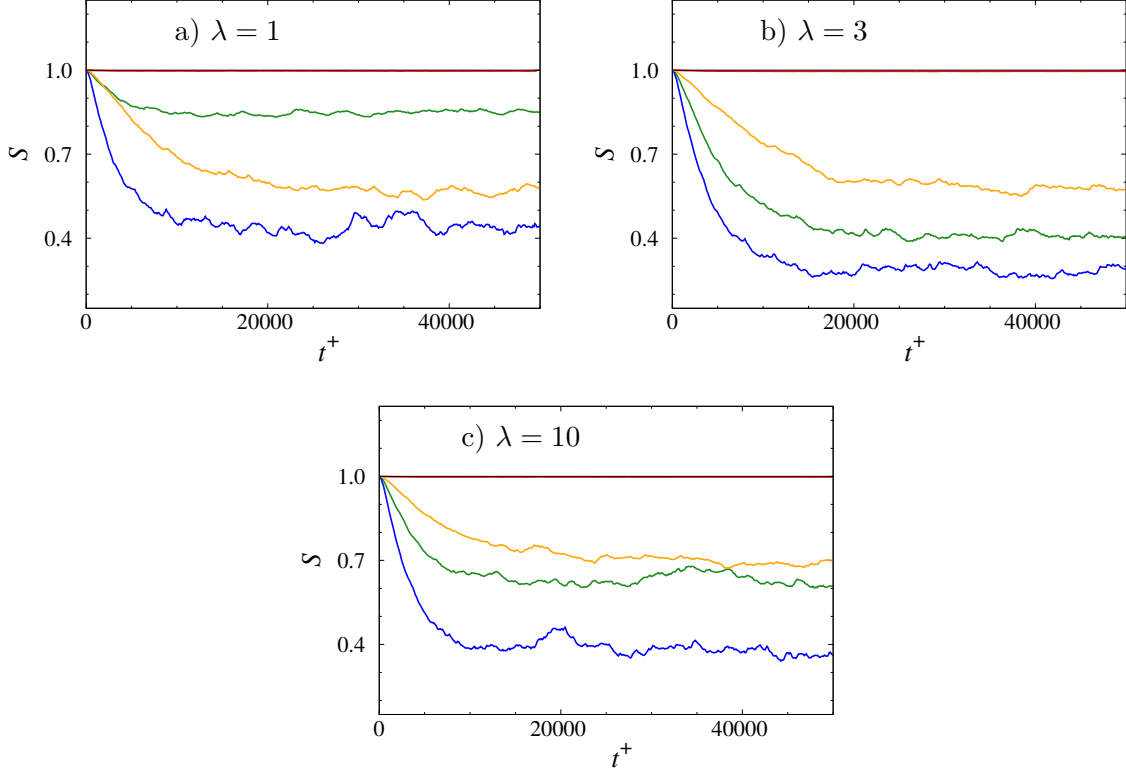


FIGURE 3.1 – Valeur du paramètre d'entropie  $S$  en fonction de  $t^+$  pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect et de différents temps de relaxation. a) :  $\lambda = 1$ ; b) :  $\lambda = 3$ ; c) :  $\lambda = 10$ . Rouge :  $\tau_p^+ = 1$ ; vert :  $\tau_p^+ = 5$ ; bleu :  $\tau_p^+ = 30$ ; jaune :  $\tau_p^+ = 100$ .

dans le domaine, indépendamment de leur forme. Ce comportement est typique des traceurs lagrangiens : des particules de temps de relaxation faible (ou nul) suivent l'écoulement presque parfaitement et leur distribution dans le domaine est quasiment uniforme si leur distribution est initialement uniforme. Pour  $\tau_p^+ = 5, 30$  et  $100$ , la valeur de  $S$  décroît à partir de l'instant initial, ce qui correspond à l'accumulation des particules en proche paroi, et donc à une déviation de l'uniformité de la distribution. Les temps nécessaires pour que la valeur de  $S$  se stabilise pour les différentes caractéristiques des particules sont synthétisés dans le tableau 3.3. Aucune tendance claire ne se dégage quant à l'influence de  $\lambda$  pour  $\tau_p^+ = 5$  et  $30$ , si ce n'est que les particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  nécessitent un temps plus long pour atteindre le régime stationnaire. Pour  $\tau_p^+ = 100$  nous constatons par contre que le temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire n'est pas significativement influencé par la valeur de  $\lambda$ .

|                | $\tau_p^+ = 5$ | $\tau_p^+ = 30$ | $\tau_p^+ = 100$ |
|----------------|----------------|-----------------|------------------|
| $\lambda = 1$  | 9000           | 14000           | 22000            |
| $\lambda = 3$  | 20000          | 15000           | 18000            |
| $\lambda = 10$ | 18000          | 9000            | 22000            |

TABLE 3.3 – Temps nécessaire pour que la valeur de  $S$  se stabilise (en unités de paroi).

### 3.3. Méthodologie de calcul des statistiques

L'influence de  $\tau_p^+$  reportée ici est différente de celle observée dans la littérature. Par exemple, Marchioli *et al.* (2008) et Bernardini (2014) ont observé que des sphères de faible temps de relaxation ( $\tau_p^+ = 5$  et  $10$ , respectivement) nécessitent plus de temps pour atteindre le régime stationnaire que les inerties élevées ( $\tau_p^+ = 25$ ). On remarque toutefois que le temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire est très différent dans ces deux études. Pour  $\tau_p^+ = 25$  (temps de relaxation commun aux deux études), Marchioli *et al.* (2008) obtient une distribution stationnaire à  $t^+ \approx 7000$  alors que Bernardini (2014) doit attendre  $t^+ \approx 20\,000$ . La différence principale entre ces deux études concerne la définition du diamètre des particules. Dans Marchioli *et al.* (2008),  $d_{eq}^+ = 0.765$  alors que  $d_{eq}^+ = 0.41$  dans Bernardini (2014). Cette différence est significative et indique que l'augmentation du diamètre de la sphère équivalente diminue le temps nécessaire pour que la distribution des particules se stabilise. Il nous semble compliqué dans ces conditions de conclure objectivement quant à l'influence de  $\tau_p^+$  à partir de ces études. La valeur de  $d_{eq}$  étant fixée dans notre cas, nous pouvons toutefois affirmer que le temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire augmente avec  $\tau_p^+$  pour des particules sphériques dans la gamme de paramètres considérés. Cette observation n'est par contre pas vraie pour des particules non sphériques, et le temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire est minimum pour  $\tau_p^+ = 30$ , qu'il s'agisse des particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  ou  $10$ .

Maintenant que nous connaissons le temps nécessaire pour que la phase dispersée atteigne un état statistiquement stationnaire, nous pouvons définir les différents intervalles de calcul des statistiques et les comparer.

### 3.3 Méthodologie de calcul des statistiques

Pour obtenir une meilleure connaissance de l'influence de l'intervalle utilisé pour calculer les statistiques, nous en définissons 5, présentés dans le tableau 3.4. Les intervalles Mo et Zh sont proches de ceux utilisés par Mortensen *et al.* (2008a) et Zhao *et al.* (2014), respectivement. Des intervalles de durée similaires, S1 et S2 sont définis sur des durées équivalentes, mais commencent à  $t^+ = 30\,000$ . A cet instant, la phase dispersée a atteint un régime statistiquement stationnaire, indépendamment de  $\tau_p^+$ . Nous pouvons ainsi comparer d'une part l'influence de la stationnarité de la distribution des particules sur les statistiques et d'autre part l'influence de la durée de collecte lorsque le régime stationnaire est atteint. Ce second point est d'intérêt pratique car étant donné qu'une grande partie des particules se situe en proche paroi lorsque le régime stationnaire est atteint, il reste peu de particules au centre du canal. Nous pourrions donc nous assurer qu'aucun biais n'est introduit par un échantillon statistique de trop petite taille dans cette région. Finalement, nous définissons l'intervalle S3 comme une référence pour quantifier l'erreur sur les statistiques calculées avec les autres intervalles. Celui-ci est de très longue durée et commence quand le régime stationnaire est atteint. Pour nous assurer que les statistiques issues de ces intervalles sont fiables, des simulations ont été réalisées avec un nombre  $N_p = 1 \cdot 10^6$  particules sur l'intervalle S3 et se sont montrées en parfait accord avec celles obtenues pour  $N_p = 3 \cdot 10^5$ .

La méthode utilisée pour calculer les statistiques de la phase dispersée est sensiblement identique à celle utilisée pour la phase porteuse. Elle est adaptée pour tenir compte du caractère lagrangien de la phase dispersée : contrairement aux nombres de points du maillage, le nombre de particules dans chaque sous volume n'est pas connu a priori et il est donc déterminé lors de

| Alias | Intervalle de collecte ( $t^+$ ) |
|-------|----------------------------------|
| Mo    | [3000, 6000]                     |
| Zh    | [6000, 12000]                    |
| S1    | [30000, 33000]                   |
| S2    | [30000, 36000]                   |
| S3    | [30000, 50000]                   |

TABLE 3.4 – Intervalles utilisés pour le calcul des statistiques.

la réalisation des statistiques. La moyenne d'une variable  $f^{(i)}$  de la phase dispersée est tout d'abord calculée dans chacun des  $N_y$  sous volumes définis par le maillage :

$$\langle f^{(i)} \rangle_y = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} f_j, \quad (3.2)$$

où  $N_i$  est le nombre de particules dans le  $i$ -ème sous-volume. Cette quantité est ensuite moyennée dans le temps :

$$\langle f^{(i)} \rangle = \frac{1}{N_t} \sum_{l=1}^{N_t} \langle f^{(i)} \rangle_y, \quad (3.3)$$

où  $N_t$  est le nombre de réalisations de la variable. Remarquons que  $N_t$  n'est pas connu a priori, puisqu'il est possible que l'un des  $N_y$  sous volumes soit vide de particule à un instant donné. Finalement, une fois  $\langle f^{(i)} \rangle$  connue, l'écart type de  $f$  est calculé au cours d'une seconde lecture des données.

Nous allons maintenant présenter des statistiques obtenues sur différents intervalles de collecte afin d'analyser l'influence de la stationnarité de la distribution et de la durée de l'intervalle de collecte. Dans un souci de limiter la taille de ce document, nous avons choisi de nous concentrer sur deux temps de relaxation, soit  $\tau_p^+ = 5$  et 30. Les résultats pour  $\tau_p^+ = 1$  ne montrent en effet pas d'influence significative de la stationnarité de la distribution. Les résultats pour  $\tau_p^+ = 100$  sont quand à eux similaires à ceux obtenus pour  $\tau_p^+ = 30$ . Nous ajouterons que l'objectif n'est pas d'analyser en détail la dynamique de la phase dispersée pendant le régime transitoire, mais de déterminer quelles statistiques sont sensibles au choix de l'intervalle.

## 3.4 Statistiques de la translation

### 3.4.1 Vitesse moyenne des particules et du fluide vu

Nous présentons sur la figure 3.2 la moyenne de la composante normale à la paroi des particules et du fluide vu pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Nous ne montrons pas les résultats pour  $\lambda = 10$  et pour les particules sphériques car ils sont très similaires. Les figures 3.2 a) et b) mettent clairement en évidence que si les statistiques sont calculées pendant le régime transitoire (intervalles Mo et Zh),  $\langle u_{py}^+ \rangle$  est non nulle et négative, ce qui correspond à un déplacement dirigé vers la paroi. La vitesse est minimale autour de  $y^+ \approx 40$  et elle est d'autant plus basse que le temps de relaxation est élevé. La valeur de  $\langle u_{py}^+ \rangle$  est par contre à peu près égale à zéro partout dans le canal lorsque les statistiques sont calculées pendant le régime stationnaire (intervalles S1, S2 et S3). On remarquera également que  $\langle u_{py}^+ \rangle$  présente

### 3.4. Statistiques de la translation

des oscillations pour les intervalles S1 et S2. Celles-ci sont moins visibles avec l'intervalle S3 et il est donc nécessaire de collecter un nombre assez important d'échantillons pour s'assurer de la convergence de cette statistique. Sur les figures 3.2 c) et d), on observe également une influence de l'intervalle de collecte sur la composante normale à la paroi de la vitesse du fluide vu. Celle-ci est sous estimée par rapport à la référence lorsque les statistiques sont calculées sur l'intervalle Mo. Pour  $\tau_p^+ = 5$ , on remarque également une sous estimation de  $\langle \tilde{u}_y^+ \rangle$  lorsque l'intervalle Zh est utilisé. Cela est sans doute lié au temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire, qui est plus long pour  $\tau_p^+ = 5$  que pour  $\tau_p^+ = 30$  pour  $\lambda = 3$ . On notera finalement que les différences avec la référence sont visibles sur toute la largeur du canal, à l'exception de la très proche paroi ( $y^+ < 10$ ).

Pour analyser ces résultats de façon plus précise, nous calculons la norme L1 de l'erreur

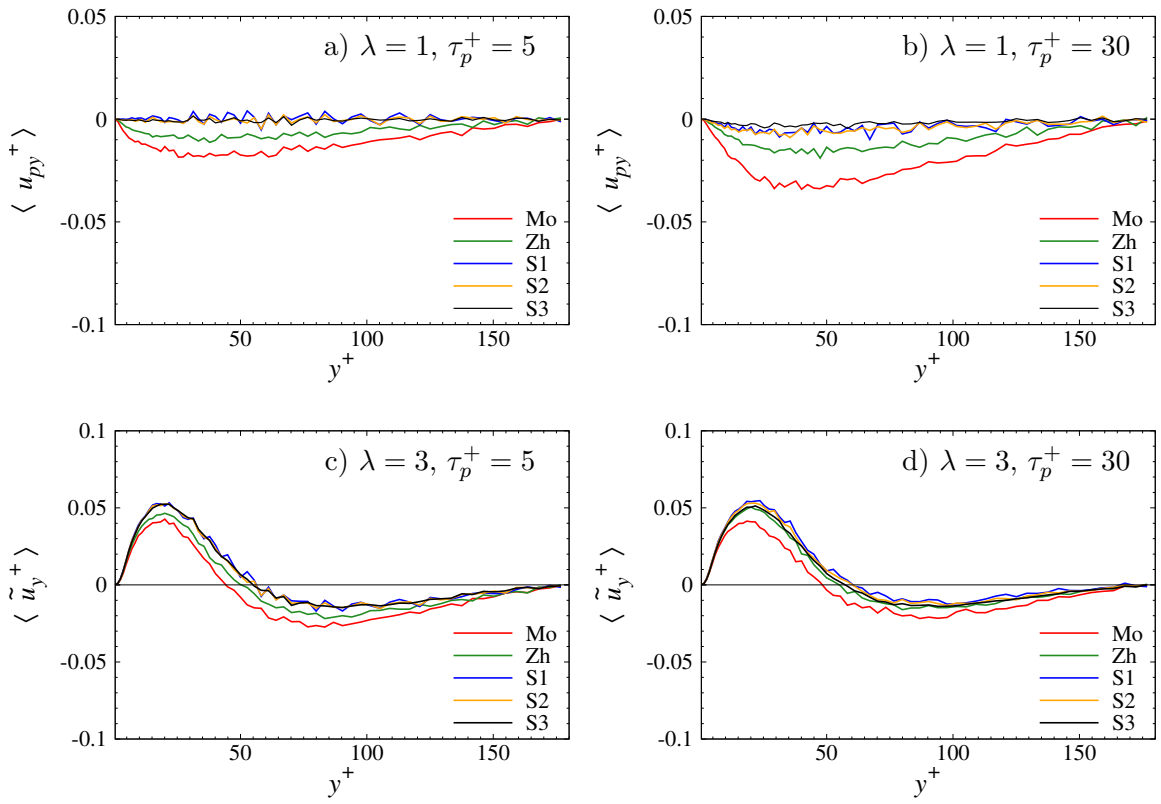


FIGURE 3.2 – Moyenne de la composante normale à la paroi de la vitesse des particules  $\langle u_{py} \rangle$  et du fluide vu  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  (a, c) et  $\tau_p^+ = 30$  (b, d).

pour chaque série de donnée, qui est la moyenne des différences absolue entre deux séries de données :

$$Err^a = \frac{1}{N_y} \sum_1^{N_y} |s_i^{S3} - s_i|, \quad (3.4)$$

où  $s_i$  sont les données de la série testée, soient les statistiques issues des intervalles Mo, Zh, S1 ou S2, et  $s_i^{S3}$  sont les données obtenues sur l'intervalle S3, la référence adoptée. Les valeurs de l'erreur calculées pour les particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  sont synthétisées dans

le tableau 3.5. Pour  $\tau_p^+ = 5$ , on remarque que l'erreur sur chaque composante de la vitesse est du même ordre de grandeur que l'erreur sur la vitesse du fluide vu. L'erreur est moins importante lorsque les intervalles S1 et S2 sont utilisés, soit lorsque le régime stationnaire est atteint. On remarque également une erreur plus faible obtenue avec l'intervalle S2 par rapport à l'intervalle S1, qui met en évidence une influence de la durée de collecte pendant le régime stationnaire. Le choix de l'intervalle influence la valeur de l'erreur de manière assez similaire pour  $\tau_p^+ = 30$  : l'erreur est plus faible lorsque la distribution a atteint l'état stationnaire. On remarque par contre que la valeur de l'erreur ne diminue pas significativement entre les intervalles S1 et S2 pour ce temps de relaxation, alors que des différences sont bien visibles par rapport a S2 sur les figure 3.2 b) et d). Ces particules sont celles pour lesquelles la valeur de l'entropie est la plus faible pendant le régime stationnaire, et il semble donc qu'il soit nécessaire d'utiliser un temps de collecte très long pour obtenir une bonne convergence des statistiques. Finalement, la norme L1 de l'erreur absolue sur la vitesse des particules est beaucoup plus élevée pour  $\tau_p^+ = 30$  que pour  $\tau_p^+ = 5$ , de même que sa variation avec le choix de l'intervalle. L'augmentation du temps de relaxation fait donc augmenter la dépendance des statistiques de la vitesse des particules à l'intervalle de temps. On peut associer cette observation à l'augmentation de la durée du régime transitoire avec le temps de relaxation. L'erreur sur les statistiques de la vitesse du fluide vu ne varie par contre pas significativement en fonction des caractéristiques des particules.

Sur les figures 3.3 a-d), on observe un bon accord visuel entre les résultats issus des différents

|                 |    | $\langle u_{px}^+ \rangle$ | $\langle u_{py}^+ \rangle$ | $\langle \tilde{u}_x^+ \rangle$ | $\langle \tilde{u}_y^+ \rangle$ |
|-----------------|----|----------------------------|----------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| $\tau_p^+ = 5$  | Mo | $7.99 \cdot 10^{-2}$       | $9.88 \cdot 10^{-3}$       | $6.57 \cdot 10^{-2}$            | $8.12 \cdot 10^{-3}$            |
|                 | Zh | $4.00 \cdot 10^{-2}$       | $4.98 \cdot 10^{-3}$       | $3.24 \cdot 10^{-2}$            | $4.21 \cdot 10^{-3}$            |
|                 | S1 | $2.06 \cdot 10^{-2}$       | $1.20 \cdot 10^{-3}$       | $1.95 \cdot 10^{-2}$            | $1.25 \cdot 10^{-3}$            |
|                 | S2 | $1.14 \cdot 10^{-2}$       | $6.45 \cdot 10^{-4}$       | $1.14 \cdot 10^{-2}$            | $6.79 \cdot 10^{-4}$            |
| $\tau_p^+ = 30$ | Mo | $1.36 \cdot 10^{-1}$       | $1.60 \cdot 10^{-2}$       | $3.92 \cdot 10^{-2}$            | $8.36 \cdot 10^{-3}$            |
|                 | Zh | $6.16 \cdot 10^{-2}$       | $7.06 \cdot 10^{-3}$       | $2.45 \cdot 10^{-2}$            | $4.17 \cdot 10^{-3}$            |
|                 | S1 | $9.32 \cdot 10^{-3}$       | $1.67 \cdot 10^{-3}$       | $9.18 \cdot 10^{-3}$            | $1.82 \cdot 10^{-3}$            |
|                 | S2 | $1.39 \cdot 10^{-2}$       | $1.95 \cdot 10^{-3}$       | $6.90 \cdot 10^{-3}$            | $1.59 \cdot 10^{-3}$            |

TABLE 3.5 – Norme L1 de l'erreur absolue sur la moyenne de chaque composante de la vitesse moyenne des particules  $\langle u_{pi}^+ \rangle$  et du fluide vu  $\langle \tilde{u}_i^+ \rangle$ , pour des particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$ .

intervalles pour la moyenne de la vitesse longitudinale des particules et du fluide vu. Le choix de l'intervalle n'a donc pas une influence significative sur ces statistiques, et cela semble vrai indépendamment du temps de relaxation. Les résultats présentés dans le tableau 3.5 mettent toutefois en évidence que la valeur de l'erreur varie sensiblement entre les différents intervalles de collecte. L'influence de la stationnarité de la distribution est similaire à ce qui a été observé pour les statistiques de composante normale à la paroi de la vitesse. L'erreur est plus importante sur les intervalles Mo et Zh que sur S1 et S2, respectivement. L'erreur est également plus faible sur l'intervalle S2 que sur l'intervalle S1, et une longue durée de collecte permet donc d'améliorer la convergence de cette statistique.

En conclusion de cette première sous section, nous retenons que l'intervalle de collecte influence sensiblement les statistiques de la composante normale à la paroi de la vitesse des particules et du fluide vu. La composante longitudinale de ces vitesses est par contre affectée



### 3.4. Statistiques de la translation

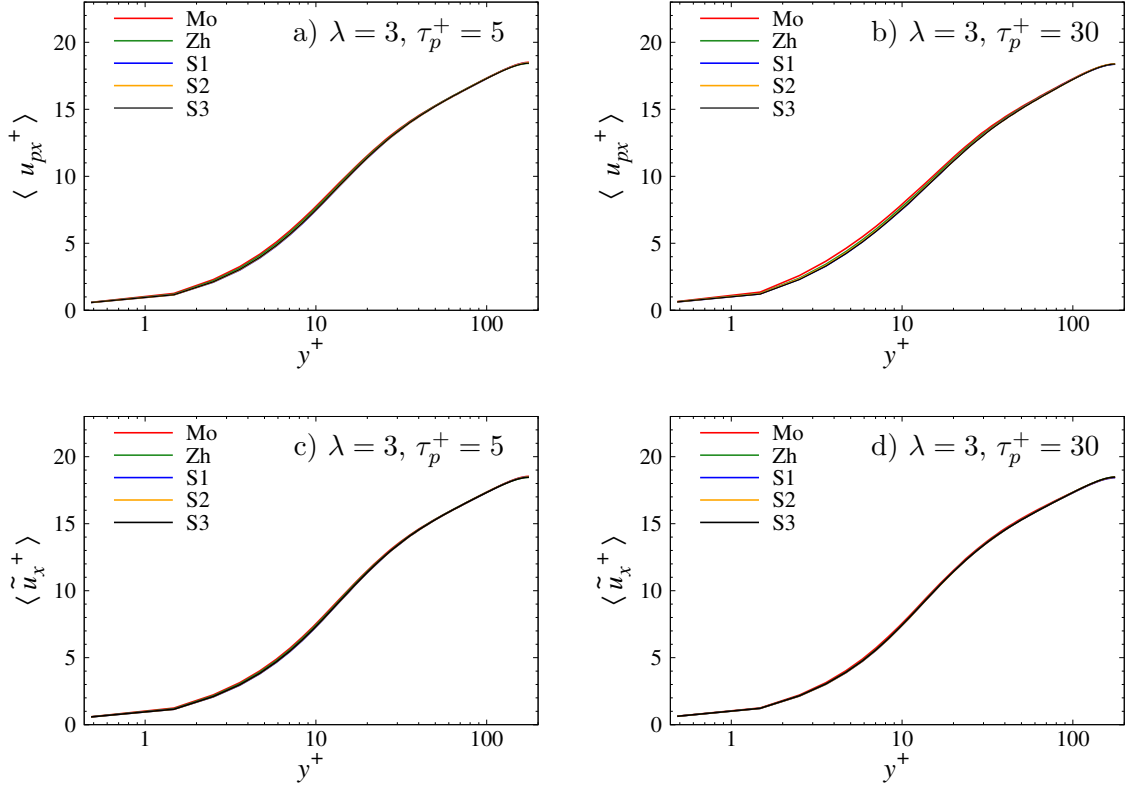


FIGURE 3.3 – Moyenne de la composante longitudinale de la vitesse des particules  $\langle u_{px} \rangle$  et du fluide vu  $\langle \tilde{u}_x \rangle$  en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  (a, c) et  $\tau_p^+ = 30$  (b, d).

assez faiblement. L'analyse de l'erreur absolue sur la vitesse des particules révèle que celle-ci est plus importante pour  $\tau_p^+ = 30$  que pour  $\tau_p^+ = 5$  alors que l'erreur sur les statistiques du fluide vu varie assez faiblement. Une réduction de la valeur de l'erreur est possible en commençant la collecte des statistiques quand le régime stationnaire est atteint, ou dans une moindre mesure en augmentant la durée de collecte. Un temps de collecte très long semble par ailleurs nécessaire pour obtenir une bonne convergence des statistiques de la composante normale à la paroi. Toutes ces observations sont également valables pour les rapports d'aspect  $\lambda = 10$  et  $\lambda = 1$  (mais l'erreur pendant le régime transitoire est plus faible). Nous nous intéressons maintenant plus en détail à la vitesse relative, qui intervient dans le calcul de  $Re_p$  et qui influence donc les forces subies par les particules.

#### 3.4.2 La vitesse relative moyenne

Nous nous intéressons maintenant aux statistiques de la vitesse relative et présentons les résultats obtenus pour  $\lambda = 3$ . Le tracé de  $\langle u_{rx} \rangle$  et  $\langle u_{ry} \rangle$  pour chaque intervalle est présenté sur la figure 3.4. Nous observons un important effet du choix de l'intervalle, et la composante  $\langle u_{rx} \rangle$  est affectée de façon majeure. Lorsque les intervalles Mo et Zh sont utilisés, la valeur de cette variable est fortement sous estimée dans une large fraction du canal, et cela indépendamment du temps de relaxation. En comparaison,  $\langle u_{ry} \rangle$  semble moins sensible au choix de l'intervalle

pour  $\tau_p^+ = 5$ . Des différences importantes restent visibles lorsque l'intervalle Mo est utilisé pour  $\tau_p^+ = 30$ . Pour ces statistiques, l'accord entre S1, S2 et S3 est assez bon, bien que des oscillations soient visibles pour les deux intervalles les plus courts, ce qui est le signe d'un manque de convergence des statistiques. La norme L1 de l'erreur est présentée dans le tableau 3.7 et vient appuyer ces observations. Celle-ci permet d'observer que sur  $\langle u_{rx} \rangle$ , l'erreur est significativement plus faible pour les intervalles S1 et S2 que pour Mo et Zh. L'augmentation de la durée de l'intervalle fait par contre augmenter la valeur de l'erreur pour  $\tau_p^+ = 30$  ce qui indique vraisemblablement un manque de données pour assurer une bonne convergence de cette statistique. A contrario, pour  $\tau_p^+ = 5$ , l'augmentation de la durée de l'intervalle fait diminuer l'erreur calculée sur  $\langle u_{rx} \rangle$ . L'erreur sur la composante normale à la paroi de la vitesse relative,  $\langle u_{ry} \rangle$  dépend principalement du moment où la collecte débute, mais diminue également lorsque l'on augmente la durée de l'intervalle. Nous ajouterons finalement que nous n'avons pas noté d'influence significative du choix de l'intervalle pour l'erreur de  $\langle u_{rz} \rangle$ .

Pour  $\lambda = 1$ , les valeurs de l'erreur sur la vitesse relative sont présentées dans le tableau 3.6.

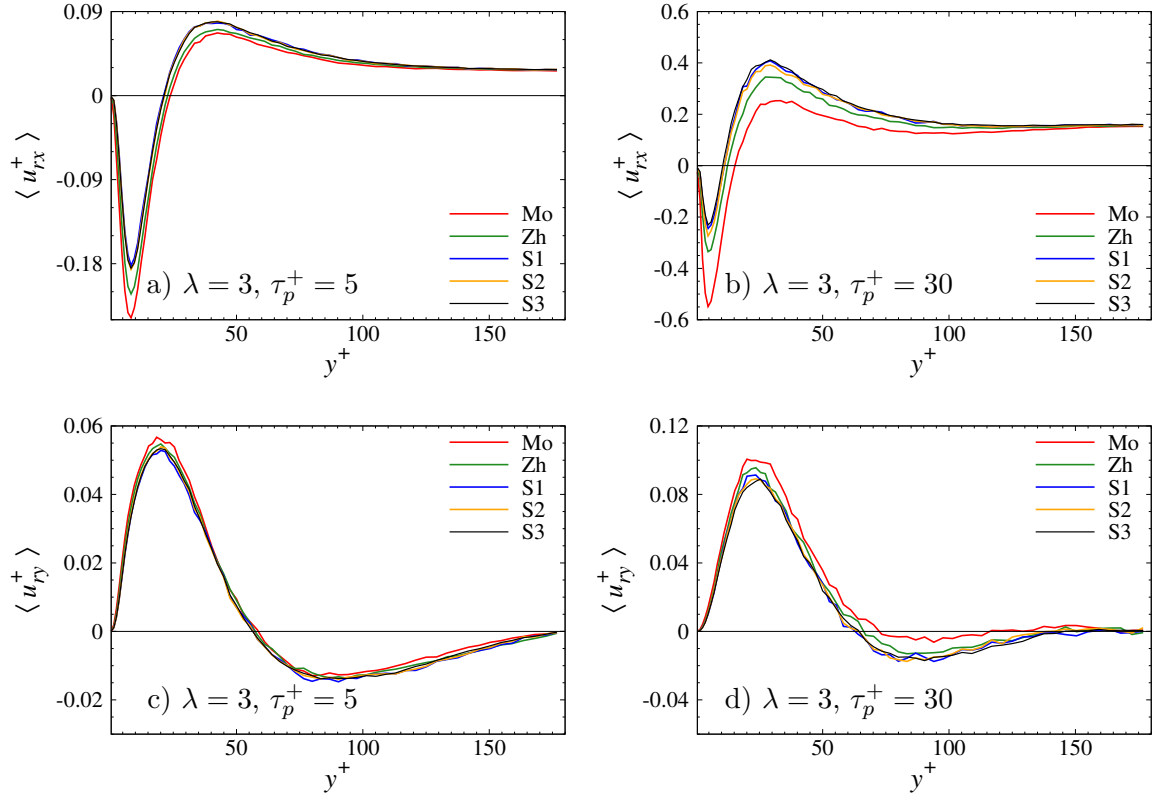


FIGURE 3.4 – Moyenne de la composante longitudinale  $\langle u_{rx}^+ \rangle$  et normale à la paroi  $\langle u_{ry}^+ \rangle$  de la vitesse relative en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  (a, c) et  $\tau_p^+ = 30$  (b, d).

Les valeurs de l'erreur pour  $\lambda = 10$  ne sont pas présentées car elles sont quantitativement similaires à celles obtenues pour  $\lambda = 3$ . On retrouve les même tendances pour les particules sphériques que pour les ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$ , soit la diminution de l'erreur lorsque les statistiques sont calculées pendant le régime stationnaire. L'erreur diminue éga-

### 3.4. Statistiques de la translation

|                 |    | $\langle u_{rx}^+ \rangle$ | $\langle u_{ry}^+ \rangle$ |
|-----------------|----|----------------------------|----------------------------|
| $\tau_p^+ = 5$  | Mo | $3.31 \cdot 10^{-3}$       | $7.90 \cdot 10^{-4}$       |
|                 | Zh | $1.07 \cdot 10^{-3}$       | $4.33 \cdot 10^{-4}$       |
|                 | S1 | $5.38 \cdot 10^{-4}$       | $2.91 \cdot 10^{-4}$       |
|                 | S2 | $5.06 \cdot 10^{-4}$       | $2.87 \cdot 10^{-4}$       |
| $\tau_p^+ = 30$ | Mo | $5.22 \cdot 10^{-2}$       | $5.02 \cdot 10^{-3}$       |
|                 | Zh | $2.11 \cdot 10^{-2}$       | $2.33 \cdot 10^{-3}$       |
|                 | S1 | $1.45 \cdot 10^{-2}$       | $1.56 \cdot 10^{-3}$       |
|                 | S2 | $3.49 \cdot 10^{-3}$       | $9.18 \cdot 10^{-4}$       |

TABLE 3.6 – Norme L1 de l’erreur absolue calculée sur la moyenne des composantes de la vitesse relative  $\langle u_{ri}^+ \rangle$  pour des ellipsoïdes de rapport d’aspect  $\lambda = 1$ .

|                 |    | $\langle u_{rx}^+ \rangle$ | $\langle u_{ry}^+ \rangle$ |
|-----------------|----|----------------------------|----------------------------|
| $\tau_p^+ = 5$  | Mo | $1.42 \cdot 10^{-2}$       | $1.76 \cdot 10^{-3}$       |
|                 | Zh | $7.71 \cdot 10^{-3}$       | $9.26 \cdot 10^{-4}$       |
|                 | S1 | $1.43 \cdot 10^{-3}$       | $4.82 \cdot 10^{-4}$       |
|                 | S2 | $5.77 \cdot 10^{-4}$       | $3.10 \cdot 10^{-4}$       |
| $\tau_p^+ = 30$ | Mo | $9.73 \cdot 10^{-2}$       | $7.63 \cdot 10^{-3}$       |
|                 | Zh | $3.86 \cdot 10^{-2}$       | $3.09 \cdot 10^{-3}$       |
|                 | S1 | $7.29 \cdot 10^{-3}$       | $1.52 \cdot 10^{-3}$       |
|                 | S2 | $1.20 \cdot 10^{-2}$       | $1.17 \cdot 10^{-3}$       |

TABLE 3.7 – Norme L1 de l’erreur absolue calculée sur la moyenne des composantes de la vitesse relative  $\langle u_{ri}^+ \rangle$  pour des ellipsoïdes de rapport d’aspect  $\lambda = 3$ .

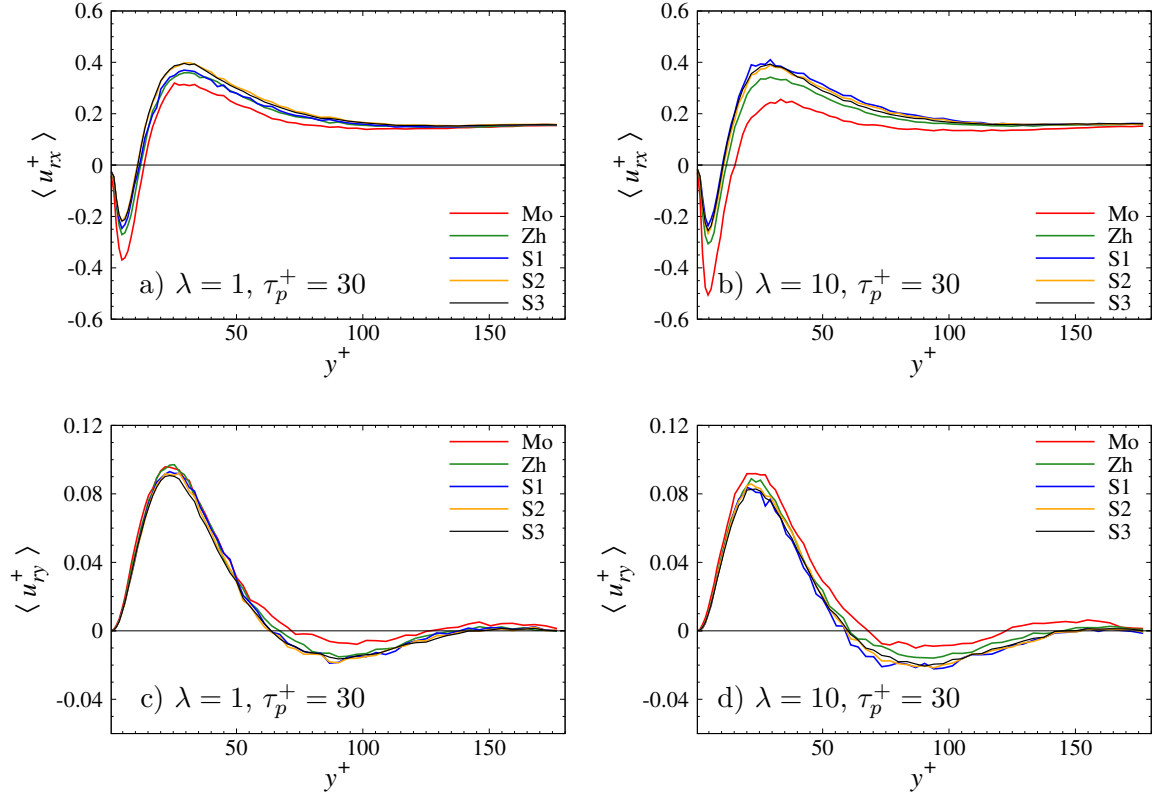


FIGURE 3.5 – Moyenne de la composante longitudinale  $\langle u_{rx}^+ \rangle$  et normale à la paroi  $\langle u_{ry}^+ \rangle$  de la vitesse relative en fonction de  $y^+$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 30$ . Rapport d’aspect  $\lambda = 1$  (a, c);  $\lambda = 10$  (b, d).

lement en passant des intervalles S1 à S2. On remarque que l’erreur sur  $\langle u_{rx} \rangle$  et  $\langle u_{ry} \rangle$  est également beaucoup plus faible pour les particules sphériques que pour les ellipsoïdes, et que celle-ci ne varie pas significativement entre S1 et S2 pour ces particules, à  $\tau_p^+ = 5$ . On trouve

toutefois une dépendance au temps de collecte des statistiques pendant le régime stationnaire pour  $\tau_p^+ = 30$  quel que soit le rapport d'aspect. La figure 3.5 présente le tracé de  $\langle u_{rx} \rangle$  et  $\langle u_{ry} \rangle$  pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 1$ ,  $\lambda = 10$  et pour  $\tau_p^+ = 30$ . Comparativement à la référence, la différence entre les intervalles Mo et Zh est plus faible pour  $\lambda = 1$  que pour  $\lambda = 10$ . Ce point est clairement observable sur  $\langle u_{rx} \rangle$  et  $\langle u_{ry} \rangle$ . Pour  $\tau_p^+ = 30$ , nous observons également que la moyenne  $\langle u_{rx} \rangle$  obtenue sur les intervalles S1 et Zh est presque équivalente, et diffère de S3. Cela indique qu'une durée de collecte trop courte pendant le régime stationnaire influence négativement cette statistique. Ce point semble lié à la convergence des statistiques, puisque des oscillations restent visibles lorsque les statistiques sont calculées sur S1 et S2 et que les valeurs extrémales diffèrent de celles obtenues avec S3. Nous ajouterons finalement que les résultats obtenus pour les particules de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  sont qualitativement identiques à ceux obtenus pour  $\tau_p^+ = 30$  mais que les différences quantitatives sont plus faibles.

Pour conclure cette sous section, nous retiendrons que la vitesse relative moyenne est significativement affectée par le choix de l'intervalle de collecte des statistiques. Les résultats issus des intervalles Mo et Zh sont très différents de ceux obtenus pendant le régime stationnaire. Nous observons particulièrement la sous estimation de  $\langle u_{rx} \rangle$  et la surestimation de  $\langle u_{ry} \rangle$  sur une large partie du canal, et cela indépendamment du rapport d'aspect. Les différences sont quantitativement plus importantes pour les ellipsoïdes que pour les sphères, et augmentent également avec le temps de relaxation. Finalement, pour atteindre une bonne convergence de ces statistiques, un temps de collecte suffisamment long doit être utilisé.

### 3.4.3 Les fluctuations de la vitesse et de la vitesse relative

Pour conclure cette section dédiée aux statistiques de la vitesse de translation, nous calculons l'erreur sur les rms de la vitesse et de la vitesse relative. Nous avons choisi de ne pas présenter les statistiques décrivant les fluctuations de la vitesse du fluide vu par les particules car celles-ci ne sont pas très sensibles au choix de l'intervalle.

La figure 3.6 a) et b) permet de visualiser l'évolution des trois composantes des rms de la vitesse des particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Pour  $\tau_p^+ = 5$ , les courbes sont généralement en bon accord avec S3. On remarque des légères différences entre les de rms( $u_{px}$ ) calculées sur les intervalles Mo et Zh dans la région  $y^+ \in [0, 10]$  et jusqu'au centre du canal. Celles-ci ne sont pas très élevées. Des différences importantes entre les intervalles Mo, Zh et S3 sont par contre visibles pour  $\tau_p^+ = 30$  sur les fluctuations de  $u_{px}$ , qui sont fortement surestimées pour  $y^+ < 20$  tant que le régime stationnaire n'est pas atteint. Les valeurs de l'erreur absolue pour les trois composantes des rms de la vitesse sont présentées dans le tableau 3.8 pour  $\lambda = 3$ . Pour  $\tau_p^+ = 5$ , nous observons bien une diminution de l'erreur lorsque les statistiques sont calculées pendant le régime stationnaire. Cette diminution est plus importante pour  $\tau_p^+ = 30$  que pour  $\tau_p^+ = 5$ , et correspond à ce qui a été observé sur la figure 3.6. Pour  $\tau_p^+ = 30$ , la durée de l'intervalle de collecte n'influence pas significativement les statistiques obtenues en régime stationnaire pour  $\tau_p^+ = 30$ . La collecte des statistiques quand le régime stationnaire est atteint permet également de diminuer l'erreur sur les rms( $u_{pi}$ ) pour les particules de rapport d'aspect  $\lambda = 1$  et 10. Les faibles différences entre l'erreur sur les séries de données issues des intervalles S1 et S2 pour  $\tau_p^+ = 30$  n'indiquent par contre pas d'influence significative de la durée de la collecte des statistiques pendant le régime stationnaire.

Pour conclure, nous décrivons l'erreur sur les rms de la vitesse relative dans le tableau 3.8.

### 3.4. Statistiques de la translation

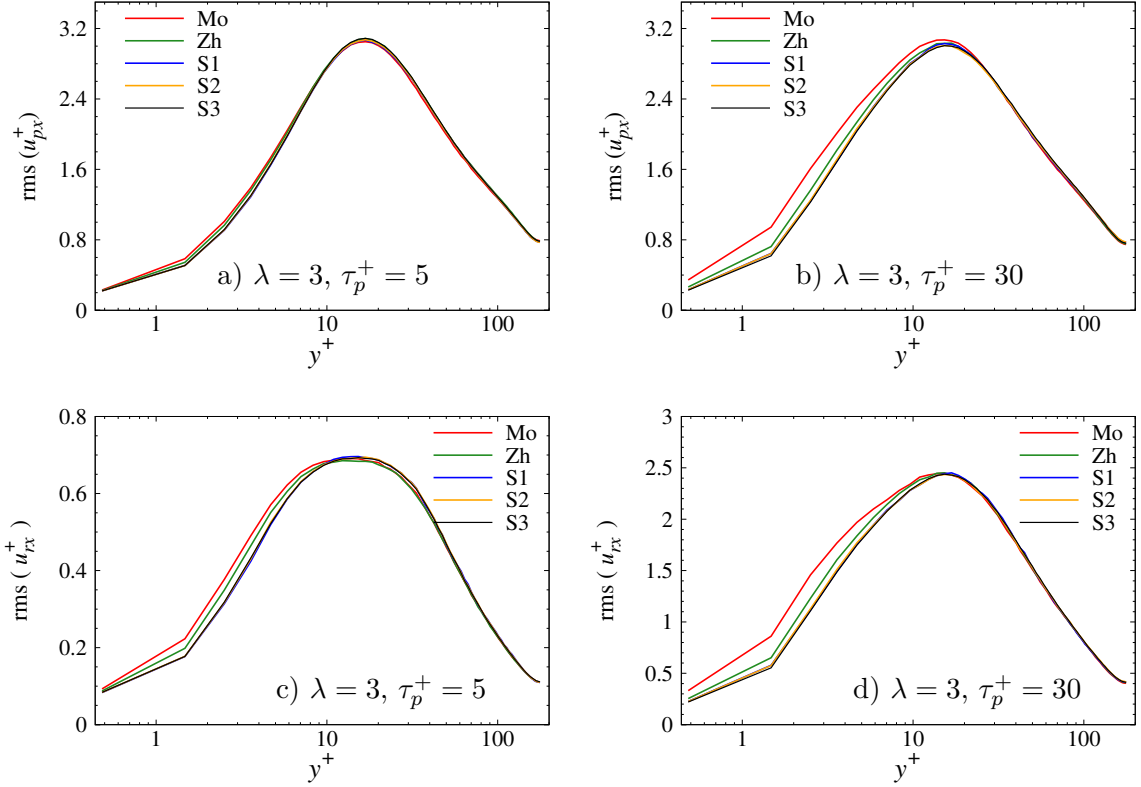


FIGURE 3.6 – Rms de la composante longitudinale de la vitesse des particules  $\text{rms}(u_{pi}^+)$  (a, b) et de la vitesse relative des particules  $\text{rms}(u_{ri}^+)$  (c, d) en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  a) et c);  $\tau_p^+ = 30$  b) et d).

Quel que soit le temps de relaxation, l'erreur est plus faible pour les intervalles S1 et S2 que pour Mo et Zh. Des différences importantes sont remarquées sur les  $\text{rms}(u_{rx})$  et dans une moindre mesure sur les deux autres composantes. Pour  $\tau_p^+ = 5$ , l'augmentation de la durée de l'intervalle de collecte fait diminuer la valeur de l'erreur entre S1 et S2. On remarquera par contre que seuls les  $\text{rms}(u_{rx})$  sont sensibles à la durée de l'intervalle. En comparaison, nous avons par contre remarqué que pour  $\lambda = 10$ , l'erreur sur les trois composantes des fluctuations de la vitesse relative diminue lorsque la durée de l'intervalle augmente (pas présenté ici). L'obtention d'une bonne convergence de toutes les statistiques de la vitesse relative semble donc nécessiter un temps plus long pour les ellipsoïdes les plus allongés. Pour  $\tau_p^+ = 30$ , la valeur de l'erreur ne varie pas significativement entre S1 et S2, et indique que la durée de collecte pendant le régime stationnaire n'a pas d'influence significative sur la valeur de l'erreur. Les figures 3.5 c) et d) présentent la composante longitudinale des rms de la vitesse relative pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  pour illustrer ces résultats. Les  $\text{rms}(u_{rx})$  sont surestimés dans la région  $y^+ \in [0, 10]$  et indiquent la nécessité d'attendre le régime stationnaire pour obtenir un bon accord avec S3. Le tracé des  $\text{rms}(u_{ry})$  et  $\text{rms}(u_{rz})$  (pas présenté ici) révèle que ceux-ci sont moins sensibles au choix de l'intervalle, bien qu'il y ait une légère surestimation des  $\text{rms}(u_{ry})$  en proche paroi avec les intervalles Mo et Zh, particulièrement pour  $\tau_p^+ = 30$ .

|                 |    | rms( $u_{px}^+$ )    | rms( $u_{py}^+$ )    | rms( $u_{pz}^+$ )    | rms( $u_{rx}^+$ )    | rms( $u_{ry}^+$ )    | rms( $u_{rz}^+$ )    |
|-----------------|----|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\tau_p^+ = 5$  | Mo | $2.56 \cdot 10^{-2}$ | $3.15 \cdot 10^{-3}$ | $7.19 \cdot 10^{-3}$ | $7.87 \cdot 10^{-3}$ | $8.91 \cdot 10^{-4}$ | $8.29 \cdot 10^{-4}$ |
|                 | Zh | $8.43 \cdot 10^{-3}$ | $4.83 \cdot 10^{-3}$ | $4.28 \cdot 10^{-3}$ | $6.62 \cdot 10^{-3}$ | $1.39 \cdot 10^{-3}$ | $1.97 \cdot 10^{-3}$ |
|                 | S1 | $1.07 \cdot 10^{-2}$ | $2.21 \cdot 10^{-3}$ | $3.26 \cdot 10^{-3}$ | $1.77 \cdot 10^{-3}$ | $5.86 \cdot 10^{-4}$ | $9.46 \cdot 10^{-4}$ |
|                 | S2 | $8.63 \cdot 10^{-3}$ | $1.33 \cdot 10^{-3}$ | $1.73 \cdot 10^{-3}$ | $1.10 \cdot 10^{-3}$ | $5.13 \cdot 10^{-4}$ | $8.07 \cdot 10^{-4}$ |
| $\tau_p^+ = 30$ | Mo | $5.53 \cdot 10^{-2}$ | $7.01 \cdot 10^{-3}$ | $5.63 \cdot 10^{-3}$ | $3.78 \cdot 10^{-2}$ | $3.22 \cdot 10^{-3}$ | $3.69 \cdot 10^{-3}$ |
|                 | Zh | $2.39 \cdot 10^{-2}$ | $2.63 \cdot 10^{-3}$ | $2.59 \cdot 10^{-3}$ | $1.74 \cdot 10^{-2}$ | $2.07 \cdot 10^{-3}$ | $1.87 \cdot 10^{-3}$ |
|                 | S1 | $1.31 \cdot 10^{-2}$ | $1.41 \cdot 10^{-3}$ | $2.59 \cdot 10^{-3}$ | $7.68 \cdot 10^{-3}$ | $1.46 \cdot 10^{-3}$ | $2.25 \cdot 10^{-3}$ |
|                 | S2 | $1.13 \cdot 10^{-2}$ | $1.13 \cdot 10^{-3}$ | $1.97 \cdot 10^{-3}$ | $5.48 \cdot 10^{-3}$ | $1.75 \cdot 10^{-3}$ | $1.98 \cdot 10^{-3}$ |

TABLE 3.8 – Norme L1 de l’erreur absolue sur les trois composantes des fluctuations de la vitesse des particules rms( $u_{pi}$ ) et de la vitesse relative rms( $u_{ri}^+$ ) pour des particules de rapport d’aspect  $\lambda = 3$ .

## 3.5 L’orientation et la rotation

### 3.5.1 Orientation moyenne

Nous nous intéressons maintenant à l’orientation moyenne des particules, que nous décrivons à l’aide de la valeur absolue des cosinus directeurs (il s’agit des cosinus des angles directeurs, dont on pourra retrouver la définition sur la figure 1.1). Les résultats pour des particules sphériques ne sont pas présentés car l’orientation moyenne de ces particules est uniforme. Sur la figure 3.7, les cosinus directeurs obtenus sur les différents intervalles de collecte sont tracés. Pour des particules de rapport d’aspect  $\lambda = 3$ , les courbes issues de tous les intervalles sont presque superposées pour  $\tau_p^+ = 5$  (figure 3.7 a) et  $\tau_p^+ = 30$  (figure 3.7 c), ce qui suggère que l’orientation moyenne n’est pas significativement affectée par le choix de l’intervalle de collecte. Pour  $\lambda = 10$ , on trouve également un bon accord entre chaque intervalle et la référence pour  $\tau_p^+ = 5$ , mais de faibles différences entre Mo et S3 sont visibles pour  $\tau_p^+ = 30$  entre la paroi et  $y^+ \approx 40$ . Nous observons que la valeur de  $\cos(\theta_z)$  est surévaluée alors que celle  $\cos(\theta_y)$  est sous évaluée dans cette région. Les valeurs de l’erreur, présentées dans les tableaux 3.9 et 3.10 viennent confirmer qu’il y a bien une influence du choix de l’intervalle sur les statistiques, et que celle-ci est analogue à ce que nous avons observé sur les statistiques de translation. L’erreur est plus importante pour les intervalles Mo et Zh que pour S1 et S2, soit tant que le régime stationnaire n’est pas atteint. Lorsque le régime stationnaire est atteint, l’augmentation de la durée de l’intervalle permet également de réduire l’erreur sur l’orientation moyenne pour  $\tau_p^+ = 5$ .

### 3.5.2 Vitesse angulaire et vitesse angulaire relative moyenne

La figure 3.8 présente la composante transversale de la vitesse angulaire des particules et du fluide vu pour des ellipsoïdes de rapport d’aspect  $\lambda = 10$ . Nous relevons quelques différences par rapport à la référence, surtout lorsque l’intervalle Mo est utilisé. Les vitesses angulaires des particules et du fluide vu sont surestimées dans l’intervalle  $y^+ \in [0, 10]$  pour  $\tau_p^+ = 5$  alors que pour  $\tau_p^+ = 30$ , la vitesse des particules est sous estimée entre la paroi et  $y^+ = 20$ . La vitesse angulaire du fluide vu semble affectée de façon moins importante par le choix de l’intervalle pour ce temps de relaxation. Des observations similaires s’appliquent

### 3.5. L'orientation et la rotation

|                 |    | $\langle  \cos(\theta_x)  \rangle$ | $\langle  \cos(\theta_y)  \rangle$ | $\langle  \cos(\theta_z)  \rangle$ |
|-----------------|----|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $\tau_p^+ = 5$  | Mo | $1.95 \cdot 10^{-3}$               | $1.70 \cdot 10^{-3}$               | $2.39 \cdot 10^{-3}$               |
|                 | Zh | $8.97 \cdot 10^{-4}$               | $7.66 \cdot 10^{-4}$               | $9.62 \cdot 10^{-4}$               |
|                 | S1 | $9.38 \cdot 10^{-4}$               | $9.50 \cdot 10^{-4}$               | $9.37 \cdot 10^{-4}$               |
|                 | S2 | $4.64 \cdot 10^{-4}$               | $5.61 \cdot 10^{-4}$               | $6.15 \cdot 10^{-4}$               |
| $\tau_p^+ = 30$ | Mo | $9.61 \cdot 10^{-4}$               | $2.31 \cdot 10^{-3}$               | $3.77 \cdot 10^{-3}$               |
|                 | Zh | $9.03 \cdot 10^{-4}$               | $1.58 \cdot 10^{-3}$               | $1.89 \cdot 10^{-3}$               |
|                 | S1 | $8.48 \cdot 10^{-4}$               | $8.67 \cdot 10^{-4}$               | $1.25 \cdot 10^{-3}$               |
|                 | S2 | $4.96 \cdot 10^{-4}$               | $6.64 \cdot 10^{-4}$               | $7.49 \cdot 10^{-4}$               |

TABLE 3.9 – Norme L1 de l'erreur absolue sur la moyenne de la valeur absolue des cosinus directeurs pour des particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$ .

|                 |    | $\langle  \cos(\theta_x)  \rangle$ | $\langle  \cos(\theta_y)  \rangle$ | $\langle  \cos(\theta_z)  \rangle$ |
|-----------------|----|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $\tau_p^+ = 5$  | Mo | $1.59 \cdot 10^{-3}$               | $1.06 \cdot 10^{-3}$               | $2.72 \cdot 10^{-3}$               |
|                 | Zh | $8.96 \cdot 10^{-4}$               | $4.39 \cdot 10^{-4}$               | $1.18 \cdot 10^{-3}$               |
|                 | S1 | $8.64 \cdot 10^{-4}$               | $7.31 \cdot 10^{-4}$               | $9.29 \cdot 10^{-4}$               |
|                 | S2 | $5.73 \cdot 10^{-4}$               | $5.31 \cdot 10^{-4}$               | $6.16 \cdot 10^{-4}$               |
| $\tau_p^+ = 30$ | Mo | $1.22 \cdot 10^{-3}$               | $5.24 \cdot 10^{-3}$               | $8.18 \cdot 10^{-3}$               |
|                 | Zh | $9.20 \cdot 10^{-4}$               | $1.69 \cdot 10^{-3}$               | $2.34 \cdot 10^{-3}$               |
|                 | S1 | $9.28 \cdot 10^{-4}$               | $8.93 \cdot 10^{-4}$               | $1.26 \cdot 10^{-3}$               |
|                 | S2 | $8.62 \cdot 10^{-4}$               | $5.13 \cdot 10^{-4}$               | $1.04 \cdot 10^{-3}$               |

TABLE 3.10 – Norme L1 de l'erreur absolue sur la moyenne de la valeur absolue des cosinus directeurs pour des particules de rapport d'aspect  $\lambda = 10$ .

pour  $\lambda = 1$  et 3 et nous pouvons considérer que le choix de l'intervalle n'influence pas de façon critique la vitesse angulaire moyenne des particules et du fluide vu. Les valeurs de l'erreur absolue pour la vitesse angulaire moyenne des ellipsoïdes de rapport d'aspect 3 et 10 sont présentées dans les tableaux 3.11 et 3.12 respectivement. Nous ne présentons pas ces résultats pour les particules sphériques car les résultats sont proches de ceux obtenus pour  $\lambda = 3$ . Comme pour les statistiques de translation, le calcul des statistiques quand le régime stationnaire est atteint permet de faire diminuer l'erreur sur la vitesse angulaire des particules et du fluide vu pour ce rapport d'aspect. L'augmentation de la durée de l'intervalle de collecte fait par contre diminuer l'erreur sur  $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$  et  $\langle \tilde{\Omega}_z^+ \rangle$  uniquement pour  $\tau_p^+ = 5$ . Pour  $\lambda = 10$ , l'utilisation de l'intervalle Mo génère l'erreur la plus importante pour  $\tau_p^+ = 5$ . Il n'y a par contre pas de variation significative entre Zh, S1 et S2 pour ce temps de relaxation. Pour  $\tau_p^+ = 30$ , l'erreur sur  $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$  et  $\langle \tilde{\Omega}_z^+ \rangle$  est également plus importante avec l'intervalle Mo, mais l'erreur la plus faible est obtenue soit sur l'intervalle Zh, soit sur l'intervalle S1. Cela indique que ces statistiques sont assez proches de la référence, même pendant le régime transitoire et que leur convergence nécessite une durée de collecte suffisamment longue.

La figure 3.9 permet de visualiser la moyenne de la vitesse de rotation relative,  $\omega_{rz} = \tilde{\Omega}_z - \omega_{pz}$ , pour différentes caractéristiques des ellipsoïdes. Les courbes sont toutes en bon accord avec S3 pour  $\tau_p^+ = 5$ , malgré des différences minimales en proche paroi lorsque l'intervalle Mo est utilisé. Pour  $\tau_p^+ = 30$ , les différences sont plus importantes et dans la région  $y^+ \in [0, 20]$ , la vitesse angulaire relative est sous évaluée par rapport à celle obtenue sur S3 lorsque les intervalles Mo et Zh sont utilisés. Ces observations sont toutefois à nuancer selon le rapport

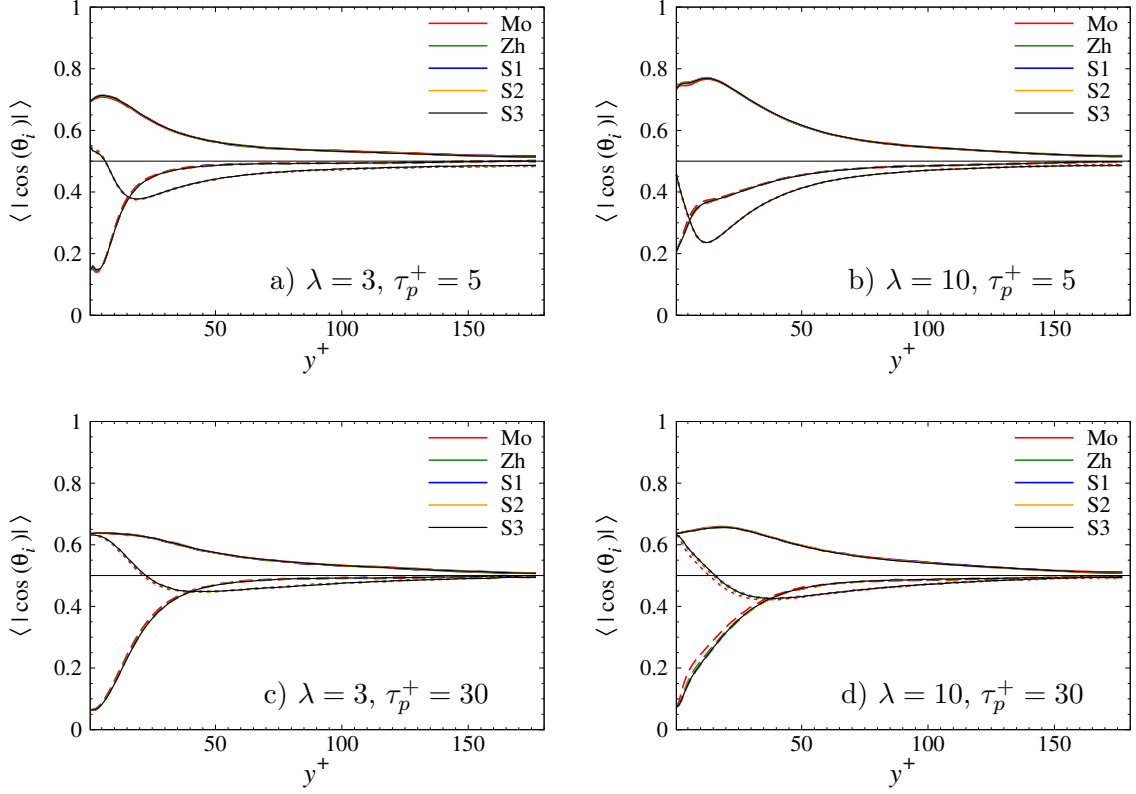


FIGURE 3.7 – Moyenne des trois valeurs absolues des cosinus directeurs en fonction de  $y^+$  pour des particules ellipsoïdales de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  (a, c) et  $\lambda = 10$  (b, d). Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  (a, b) et  $\tau_p^+ = 30$  (c, d). Ligne continue :  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$ ; ligne pointillée :  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$ ; ligne tiretée :  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$ .

d'aspect. L'erreur est beaucoup plus importante pour  $\lambda = 10$  que pour  $\lambda = 3$ . Les valeurs de la norme L1 de l'erreur sont présentées dans les tableaux 3.11 et 3.12. La valeur de l'erreur sur  $\langle \omega_{rz} \rangle$  est significativement plus élevée pour les ellipsoïdes de rapport  $\lambda = 10$  que  $\lambda = 3$ , particulièrement pour  $\tau_p^+ = 30$  et avec l'intervalle Mo, ce qui correspond à ce que nous avons observé sur les figures 3.9 b) et d). Les statistiques calculées pendant le régime stationnaire permettent d'obtenir une erreur plus faible, de même que l'augmentation de la durée de l'intervalle de collecte. Nous concluons que les vitesses angulaires moyennes des particules et du fluide vu ne sont pas significativement influencée par le choix de l'intervalle de collecte, mais que la vitesse angulaire relative des ellipsoïdes très allongés est par contre très sensible à la stationnarité de la distribution des particules.

### 3.5.3 Fluctuations de la vitesse angulaire et de la vitesse angulaire relative

Nous présentons finalement les rms de la vitesse angulaire et de la vitesse angulaire relative des particules. Nous avons ici choisi de nous concentrer sur les particules de rapport d'aspect  $\lambda = 10$ , car l'influence de la stationnarité est beaucoup plus faible pour les autres rapports d'aspect considérés. Les trois composantes des rms de chacune de ces variables sont



### 3.5. L'orientation et la rotation

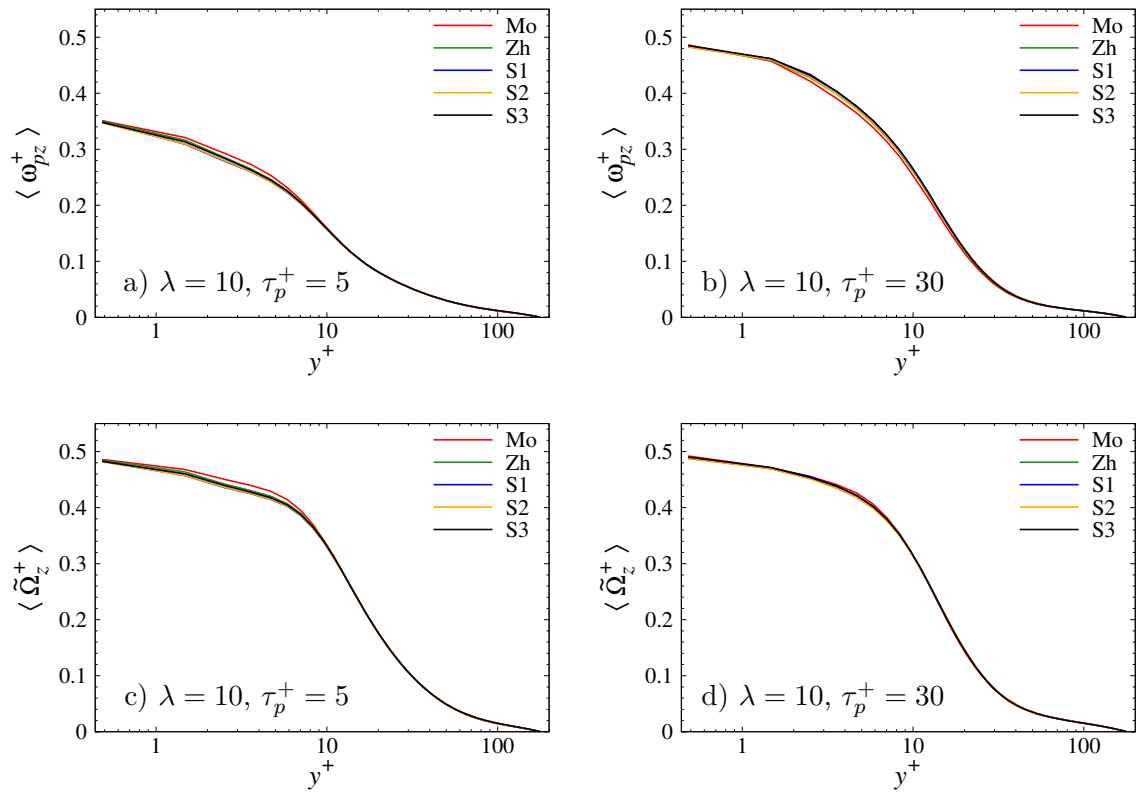


FIGURE 3.8 – Moyenne de la vitesse angulaire des particules (a, b) et du fluide vu (c, d) en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 10$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  (a, c) et  $\tau_p^+ = 30$  (b, d).

|                 |    | $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$ | $\langle \tilde{\Omega}_z^+ \rangle$ | $\langle \omega_{rz}^+ \rangle$ |
|-----------------|----|---------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| $\tau_p^+ = 5$  | Mo | $2.18 \cdot 10^{-3}$            | $2.29 \cdot 10^{-3}$                 | $2.87 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | Zh | $1.15 \cdot 10^{-3}$            | $1.19 \cdot 10^{-3}$                 | $1.33 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | S1 | $8.06 \cdot 10^{-4}$            | $8.18 \cdot 10^{-4}$                 | $9.25 \cdot 10^{-5}$            |
|                 | S2 | $3.85 \cdot 10^{-4}$            | $3.88 \cdot 10^{-4}$                 | $7.14 \cdot 10^{-5}$            |
| $\tau_p^+ = 30$ | Mo | $1.50 \cdot 10^{-3}$            | $9.40 \cdot 10^{-4}$                 | $8.93 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | Zh | $7.60 \cdot 10^{-4}$            | $6.26 \cdot 10^{-4}$                 | $3.70 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | S1 | $3.95 \cdot 10^{-4}$            | $3.00 \cdot 10^{-4}$                 | $2.10 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | S2 | $3.73 \cdot 10^{-4}$            | $3.45 \cdot 10^{-4}$                 | $1.69 \cdot 10^{-4}$            |

TABLE 3.11 – Norme L1 de l’erreur absolue sur la vitesse angulaire moyenne des particules  $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$ , du fluide vu  $\langle \tilde{\Omega}_z^+ \rangle$  et de la vitesse angulaire relative  $\langle \omega_{rz}^+ \rangle$  pour des particules de rapport d’aspect  $\lambda = 3$ .

|                 |    | $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$ | $\langle \tilde{\Omega}_z^+ \rangle$ | $\langle \omega_{rz}^+ \rangle$ |
|-----------------|----|---------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| $\tau_p^+ = 5$  | Mo | $1.07 \cdot 10^{-3}$            | $1.34 \cdot 10^{-3}$                 | $3.95 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | Zh | $2.74 \cdot 10^{-4}$            | $4.32 \cdot 10^{-4}$                 | $2.10 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | S1 | $4.72 \cdot 10^{-4}$            | $4.87 \cdot 10^{-4}$                 | $1.41 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | S2 | $3.94 \cdot 10^{-4}$            | $4.23 \cdot 10^{-4}$                 | $1.13 \cdot 10^{-4}$            |
| $\tau_p^+ = 30$ | Mo | $2.69 \cdot 10^{-3}$            | $7.32 \cdot 10^{-4}$                 | $2.64 \cdot 10^{-3}$            |
|                 | Zh | $8.70 \cdot 10^{-4}$            | $2.36 \cdot 10^{-4}$                 | $7.92 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | S1 | $2.79 \cdot 10^{-4}$            | $3.55 \cdot 10^{-4}$                 | $2.61 \cdot 10^{-4}$            |
|                 | S2 | $6.26 \cdot 10^{-4}$            | $6.30 \cdot 10^{-4}$                 | $1.29 \cdot 10^{-4}$            |

TABLE 3.12 – Norme L1 de l’erreur absolue sur la vitesse angulaire moyenne des particules  $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$ , du fluide vu  $\langle \tilde{\Omega}_z^+ \rangle$  et de la vitesse angulaire relative  $\langle \omega_{rz}^+ \rangle$  pour des particules de rapport d’aspect  $\lambda = 10$ .

présentées sur la figure 3.10 pour le temps de relaxation  $\tau_p^+ = 30$ . A l’exception des  $\text{rms}(\omega_{pz}^+)$ , toutes les composantes sont surestimés dans l’intervalle  $y^+ \in [0, 15]$  lorsque l’intervalle Mo est utilisé. Cette surestimation est par ailleurs importante autour du maximum des rms de  $\omega_{py}^+$  et  $\omega_{ry}^+$ . Des différences restent visibles si l’intervalle Zh est utilisé, mais celles-ci sont plus faibles. Finalement, nous n’observons pas de différence entre les statistiques issues des intervalles S1, S2 et S3.

Les valeurs de l’erreur sur les rms des composantes de la vitesse angulaire et de la vitesse angulaire relative sont présentées dans le tableau 3.13. L’erreur avec l’intervalle Mo est systématiquement plus importante que pour les autres intervalles pour  $\tau_p^+ = 30$ , ce que nous attendions vu la figure 3.10. C’est également le cas pour  $\tau_p^+ = 5$ . On remarque également que l’erreur est parfois plus importante pour l’intervalle S1 que pour l’intervalle Zh pour ce temps de relaxation (par exemple sur les rms de  $\omega_{ry}$ ,  $\omega_{rz}$ ,  $\omega_{py}$ ,  $\omega_{rz}$ ), ce qui nous permet de dire que la collecte de données sur un intervalle de temps long permet d’améliorer la convergence des statistiques de la vitesse angulaire. Pour  $\lambda = 1$  et  $\lambda = 3$  nous n’avons pas observé de réduction de l’erreur en augmentant la durée de l’intervalle de collecte pendant le régime stationnaire. La vitesse angulaire des particules les plus allongées présente une forte variabilité et il est donc nécessaire de collecter des statistiques sur une longue période pour que obtenir un échantillon statistiquement représentatif. On remarquera finalement que pour  $\tau_p^+ = 30$ ,

### 3.6. En conclusion : quel intervalle choisir pour le calcul des statistiques ?

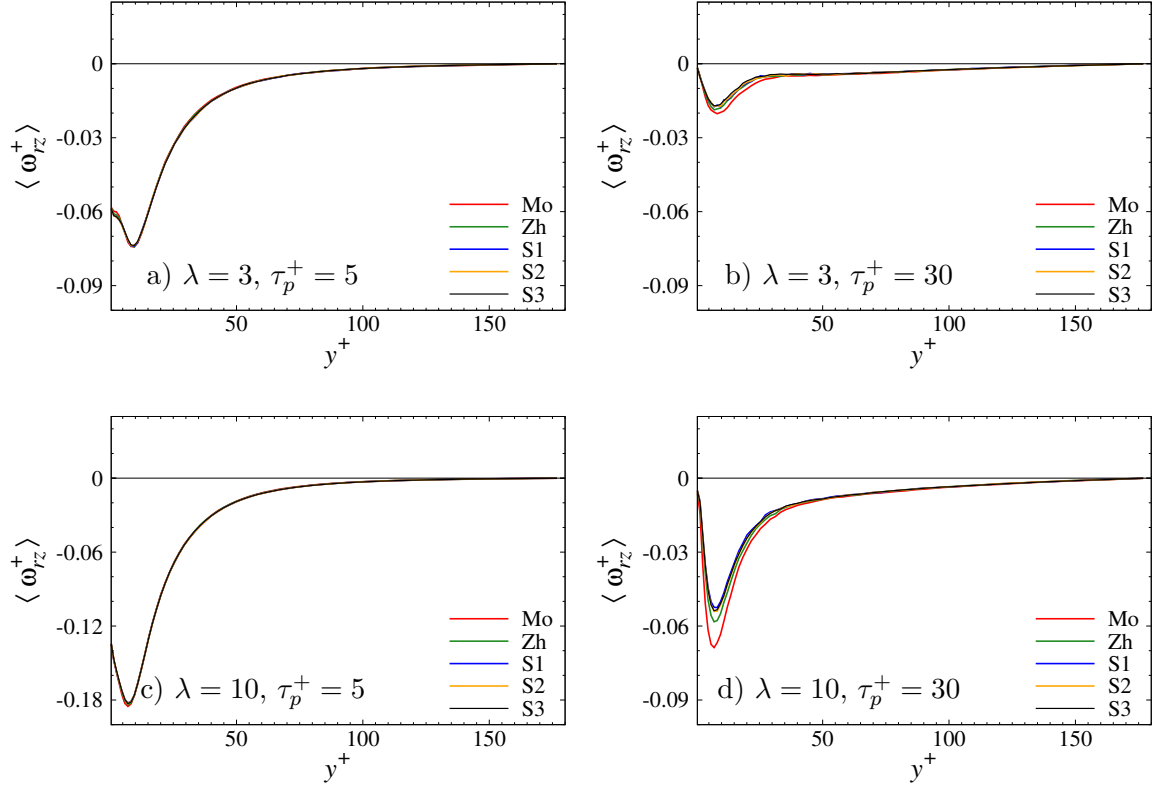


FIGURE 3.9 – Moyenne de la composante transversale de vitesse relative en fonction de  $y^+$ . Rapport d’aspect  $\lambda = 3$  (a, b) et  $\lambda = 10$  (c, d). Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  (a, c) et  $\tau_p^+ = 30$  (b, d).

l’erreur sur les rms de  $\omega_{py}$  et  $\omega_{ry}$  est réduite en utilisant l’intervalle S2, mais l’erreur sur les autres composantes de la vitesse angulaire et de la vitesse angulaire relative ne change pas significativement.

### 3.6 En conclusion : quel intervalle choisir pour le calcul des statistiques ?

Nous avons réalisé des simulations jusqu’à ce que la distribution des particules atteigne un état statistiquement stationnaire afin de quantifier l’influence de l’intervalle de collecte des données utilisées pour le calcul des statistiques. Nous avons tout d’abord remarqué que le rapport d’aspect et le temps de relaxation ont une forte influence sur le temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire, mais que le lien entre ces paramètres n’est pas triviale. Le temps nécessaire pour atteindre le régime stationnaire est généralement de l’ordre de 20 000 unités de temps visqueuse et toutes les études réalisées dans la littérature l’ont été pendant le régime transitoire. Nous avons par la suite évalué l’influence de la stationnarité de la distribution sur différentes statistiques. Pour cela, des statistiques ont été calculées sur différents intervalles et comparées à des statistiques de référence issues d’une simulation de très longue

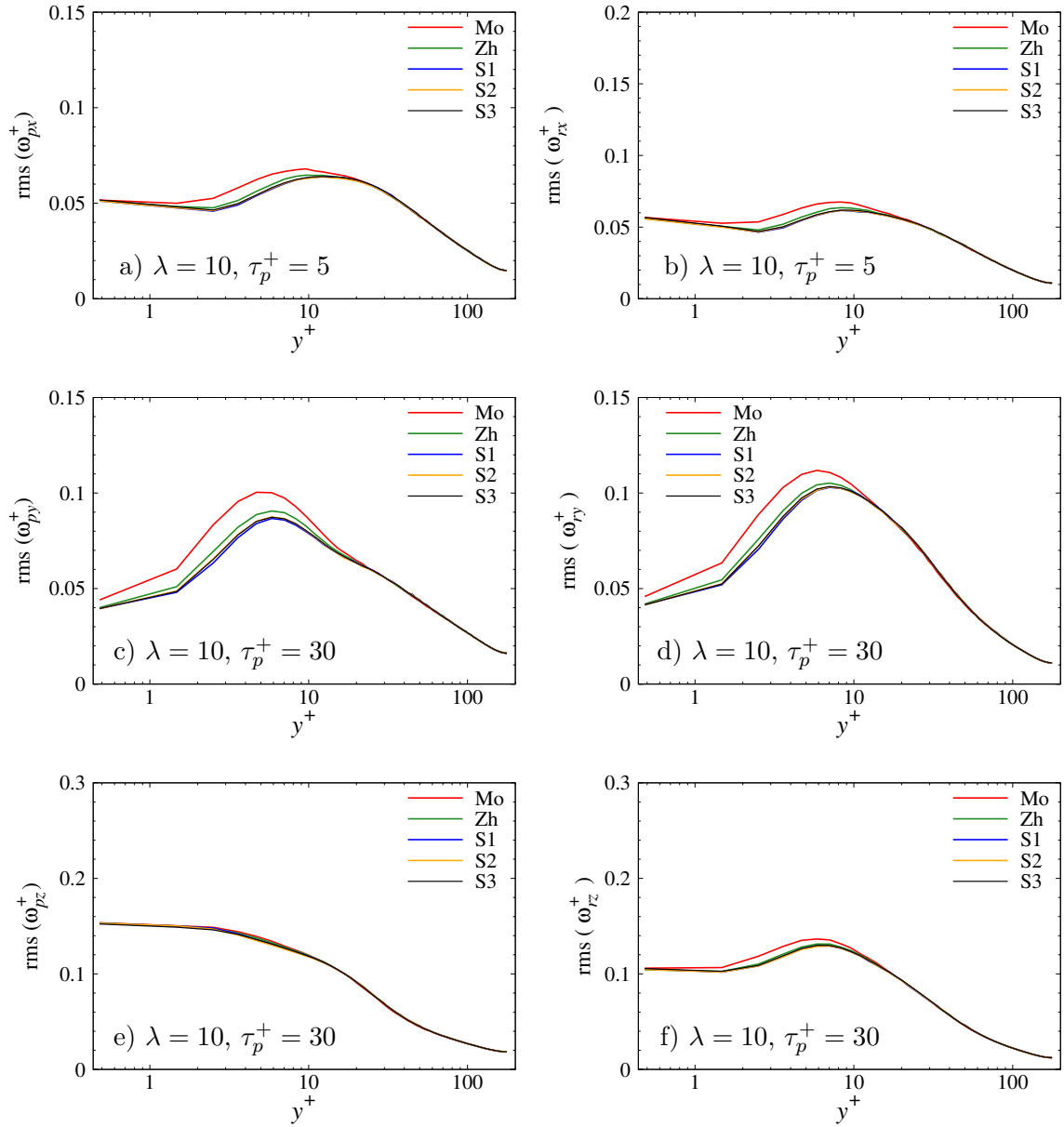


FIGURE 3.10 – Rms des composantes de vitesse angulaire des ellipsoïdes  $\text{rms}(\omega_{pi}^+)$  (a, c, e) et de la vitesse angulaire relative  $\text{rms}(\omega_{ri}^+)$  (b, d, f) en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 10$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 30$ .

durée lorsque le régime stationnaire est atteint. La norme L1 de l'erreur absolue a permis de quantifier l'influence du choix de l'intervalle sur la précision des statistiques calculées pour chaque intervalle.

Les résultats mettent en évidence que certaines statistiques sont peu sensibles à la stationnarité de la distribution des particules :

- la moyenne et les rms de la vitesse longitudinale du fluide vu ;

### 3.6. En conclusion : quel intervalle choisir pour le calcul des statistiques ?

|                 |    | rms( $\omega_{px}$ ) | rms( $\omega_{py}$ ) | rms( $\omega_{pz}$ ) | rms( $\omega_{rx}$ ) | rms( $\omega_{ry}$ ) | rms( $\omega_{rz}$ ) |
|-----------------|----|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\tau_p^+ = 5$  | Mo | $7.10 \cdot 10^{-4}$ | $4.04 \cdot 10^{-4}$ | $5.17 \cdot 10^{-4}$ | $6.90 \cdot 10^{-4}$ | $6.00 \cdot 10^{-4}$ | $5.78 \cdot 10^{-4}$ |
|                 | Zh | $1.79 \cdot 10^{-4}$ | $1.48 \cdot 10^{-4}$ | $1.52 \cdot 10^{-4}$ | $1.89 \cdot 10^{-4}$ | $1.84 \cdot 10^{-4}$ | $1.90 \cdot 10^{-4}$ |
|                 | S1 | $1.81 \cdot 10^{-4}$ | $1.83 \cdot 10^{-4}$ | $1.89 \cdot 10^{-4}$ | $1.51 \cdot 10^{-4}$ | $3.06 \cdot 10^{-4}$ | $2.47 \cdot 10^{-4}$ |
|                 | S2 | $1.17 \cdot 10^{-4}$ | $1.14 \cdot 10^{-4}$ | $1.37 \cdot 10^{-4}$ | $1.02 \cdot 10^{-4}$ | $1.80 \cdot 10^{-4}$ | $1.75 \cdot 10^{-4}$ |
| $\tau_p^+ = 30$ | Mo | $9.38 \cdot 10^{-4}$ | $1.92 \cdot 10^{-3}$ | $5.59 \cdot 10^{-4}$ | $9.94 \cdot 10^{-4}$ | $1.49 \cdot 10^{-3}$ | $9.71 \cdot 10^{-4}$ |
|                 | Zh | $3.32 \cdot 10^{-4}$ | $5.46 \cdot 10^{-4}$ | $2.42 \cdot 10^{-4}$ | $3.33 \cdot 10^{-4}$ | $3.52 \cdot 10^{-4}$ | $2.70 \cdot 10^{-4}$ |
|                 | S1 | $1.57 \cdot 10^{-4}$ | $2.37 \cdot 10^{-4}$ | $2.06 \cdot 10^{-4}$ | $1.73 \cdot 10^{-4}$ | $2.15 \cdot 10^{-4}$ | $2.11 \cdot 10^{-4}$ |
|                 | S2 | $1.80 \cdot 10^{-4}$ | $1.05 \cdot 10^{-4}$ | $2.37 \cdot 10^{-4}$ | $1.65 \cdot 10^{-4}$ | $1.45 \cdot 10^{-4}$ | $2.31 \cdot 10^{-4}$ |

TABLE 3.13 – Norme L1 de l’erreur absolue sur les rms de la vitesse angulaire des particules  $\omega_{pi}$  et de la vitesse angulaire relative  $\omega_{ri}$  pour des particules de rapport d’aspect  $\lambda = 10$ . Les résultats sont exprimés en unités de paroi.

- la moyenne et les rms de la vitesse angulaire du fluide vu ;
- la moyenne de la vitesse longitudinale, de la vitesse angulaire et de l’orientation des particules ;
- la moyenne et les rms de la vitesse angulaire et de la vitesse angulaire relative des particules de faible rapport d’aspect.

Une influence significative de la stationnarité de la distribution est par contre remarquée sur certaines statistiques :

- la moyenne de la vitesse normale à la paroi des particules et du fluide vu ;
- les rms de la vitesse longitudinale de translation des particules ;
- la moyenne et les rms de la vitesse relative de translation ;
- la moyenne et les rms de la vitesse angulaire et de la vitesse angulaire relative des particules de grand rapport d’aspect.

De façon générale, ce sont les statistiques liées au déplacement dans la direction normale à la paroi qui sont le plus fortement influencées par la stationnarité de la distribution. En particulier, la vitesse relative de translation, la vitesse relative de rotation et les rms de la vitesse longitudinale de translation sont très sensibles à l’intervalle de collecte. L’erreur concernant ces statistiques est plus importante lorsque  $\tau_p^+$  est élevé, et elle est également significativement plus importante pour les ellipsoïdes que pour les particules sphériques. Le principal critère pour obtenir des statistiques non biaisées est la stationnarité de la distribution des particules, et nous recommandons donc d’attendre que le régime stationnaire soit atteint avant de commencer la collecte des données. Nous recommandons également une durée de collecte la plus longue possible, bien que les résultats collectés sur 3000 unités de temps visqueuses soient exploitables. Il faudra toutefois utiliser un temps de collecte plus long pour assurer la bonne convergence des rms de la vitesse angulaire et de la vitesse angulaire relative des particules de rapport d’aspect et d’inertie élevé. Finalement, nous ajoutons par anticipation que ces recommandations doivent être adaptées pour des valeurs plus élevées de  $Re_\tau$ . En effet, ce paramètre influence la durée nécessaire pour que la distribution des particules atteigne un état stationnaire (voir le chapitre 6), et il est nécessaire d’augmenter la durée de l’intervalle de collecte pendant le régime stationnaire pour obtenir une bonne convergence des statistiques.

*Chapitre 3. Influence de la stationnarité de la distribution*

## Deuxième partie

# Influence de la modélisation des actions hydrodynamiques et du nombre de Reynolds de l'écoulement





## Chapitre 4

# Formulations bas Reynolds : influence de la forme et de l'inertie sur la dynamique de la phase dispersée

Ce chapitre a pour objectif de présenter la dynamique et les statistiques de la phase dispersée lorsque la distribution des particules a atteint un état statistiquement stationnaire, et lorsque les actions hydrodynamiques sont calculées avec les formules de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922). Bien que ces formules aient déjà été utilisées dans de nombreuses études pour comprendre la dynamique de translation (Zhao *et al.*, 2013; Challabotla *et al.*, 2016b) ou la rotation (Marchioli *et al.*, 2016; Jiang *et al.*, 2021) des ellipsoïdes, cette étape nous semble nécessaire pour deux raisons. Tout d'abord, toutes ces études ont été réalisées alors que la distribution des particules n'avait pas atteint un état statistiquement stationnaire. Nous avons vu précédemment que cela a une influence significative sur les statistiques de la phase dispersée, particulièrement concernant la translation. La présentation de statistiques obtenues pendant le régime stationnaire nous permettra donc d'obtenir un nouveau point de vue sur l'influence de la forme et de l'inertie sur les statistiques de la phase dispersée. La seconde raison pour laquelle nous décrivons ces statistiques vient d'une volonté de caractériser la dynamique des ellipsoïdes lorsque les actions hydrodynamiques sont calculées par les formulations bas Reynolds (FBR). Il s'agit en effet d'une base nécessaire pour comprendre comment les particules non sphériques se déplacent et s'orientent dans l'écoulement. Cette caractérisation est nécessaire pour étudier par la suite l'influence de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques.

Pour limiter le volume de ce chapitre, les résultats présentés sont volontairement restreints aux aspects de la dynamique des ellipsoïdes qui n'ont pas été analysés de façon approfondie dans des études antérieures. Nous présentons tout d'abord l'influence de la forme et de l'inertie sur les profils de concentration. Cette statistique est intéressante parce qu'elle n'a jamais été étudiée pendant le régime stationnaire, et que la concentration donne une première idée de l'influence de la forme et de l'inertie sur l'interaction des particules avec l'écoulement. Par la suite, nous étudions les statistiques de la vitesse relative, afin d'analyser les différences par rapport aux particules sphériques. La rotation et l'orientation préférentielle sont également présentées, puisqu'il s'agit de deux aspects essentiels de la dynamique des particules non sphé-

riques. Nous avons toutefois choisi de ne pas présenter les statistiques de rotation, puisque celles-ci ont déjà été étudiées (Mortensen *et al.*, 2008a; Marchioli *et al.*, 2016) et que varient assez peu avec l'intervalle de collecte des statistiques. Pour conclure, nous nous intéresserons aux forces subies par les ellipsoïdes, qui apparaissent en conséquence de la vitesse relative et de l'orientation. Les résultats présentés ici ont été obtenus à  $Re_\tau = 180$  (tableau 2.2), ce qui nous permettra de comparer nos résultats avec ceux issus de références de la littérature. Les paramètres des ellipsoïdes étudiés sont similaires à ceux utilisés dans le chapitre précédent (voir le tableau 3.2).

## 4.1 La concentration moyenne dans le canal

Le profil de concentration est calculé en utilisant le même découpage que celui utilisé pour l'entropie, soit en divisant le domaine en  $M = 100$  volumes de hauteur équivalente dans la direction normale à la paroi. La concentration  $C_i$  dans le  $i$ -ème sous volume est alors obtenue par la formule :

$$\frac{C_i}{C_0} = \frac{N_i}{V_i} \frac{L_x L_y L_z}{N_T} = \frac{N_i M}{N_T}, \quad (4.1)$$

où  $N_i$  est le nombre de particules dans le  $i$ -ème sous volume et  $V_i = L_x L_y L_z / M$  est le volume du sous volume considéré. La concentration est normalisée par  $C_0 = N_T / (L_x L_y L_z)$ , soit la concentration moyenne dans le canal. Pour interpréter ce résultat, on peut directement observer que si  $N_i \rightarrow N_T$ , alors  $C_i / C_0 \rightarrow M$ .

Le profil de concentration en fonction de  $y^*$  est présenté sur la figure 4.1 pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspects et temps de relaxation. Pour  $\tau_p^+ = 1$ , la figure 4.1 a) montre que la distribution est presque uniforme. Les particules de faible temps de relaxation ont quasiment un comportement de traceur : elles suivent l'écoulement presque parfaitement et ne s'accroissent pas de façon très importante à la paroi. On remarque toutefois la concentration en proche paroi est plus élevée pour le rapport d'aspect  $\lambda = 3$  que pour des sphères ou des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 10$ . Pour  $\tau_p^+ = 1$ , on notera également que l'analyse de la figure 4.1 a) permet de caractériser plus finement l'influence de  $\lambda$  sur la concentration que le paramètre d'entropie. En effet, la valeur du paramètre d'entropie ne laissait pas transparaître une quelconque influence du rapport d'aspect.

La concentration à la paroi est beaucoup plus importante pour  $\tau_p^+ = 5$  et 30. Il s'agit d'un effet bien connu de l'inertie des particules sphériques (Bernardini, 2014) et il s'applique également pour les ellipsoïdes. L'influence du rapport d'aspect ne fait par contre pas consensus. Par exemple, Marchioli *et al.* (2010) a observé que la concentration des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  et  $\tau_p^+ = 30$  est plus faible que celle des particules sphériques, alors que Challabotla *et al.* (2016b) ont remarqué le contraire. Il est cependant difficile de conclure à partir de ces études puisque les statistiques ont été obtenues pendant le régime transitoire et la définition géométrique des particules est différente (le diamètre utilisé pour la détection des collisions est différent). Avec la définition que nous avons adoptée, nous observons sur les figures 4.1 b) et c) que pour  $\tau_p^+ = 5$  et 30, les particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  ont une concentration plus importante que celles de  $\lambda = 10$  ou  $\lambda = 1$  en proche paroi. Cette influence de  $\lambda$  est différente de ce qui a été observée pour  $\tau_p^+ = 1$ . Ce point est important puisqu'il montre que  $\lambda$  peut augmenter ou diminuer la ségrégation en proche paroi, et que cet effet diffère selon la valeur du temps de relaxation. Par rapport aux particules sphériques, on remarquera également que

#### 4.1. La concentration moyenne dans le canal

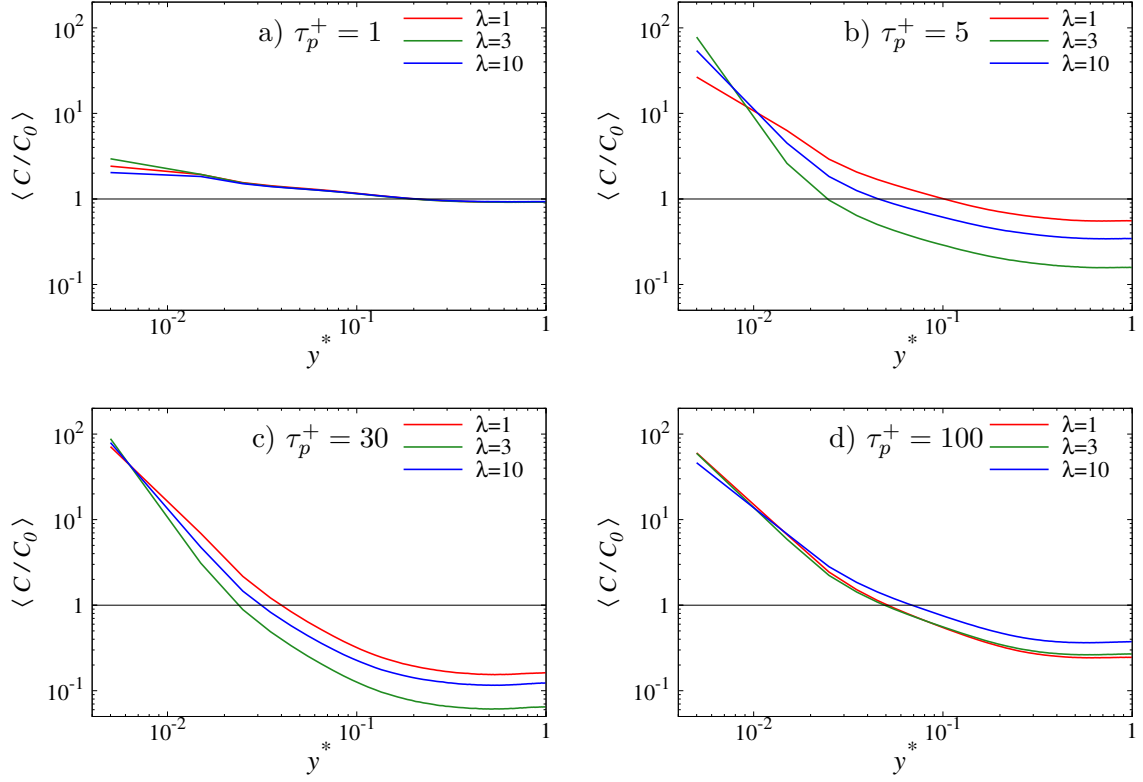


FIGURE 4.1 – Évolution du profil de concentration normalisé en fonction de  $y^+$  pour des ellipsoïdes de rapport différents rapports d'aspect et différents temps de relaxation. a)  $\tau_p^+ = 1$ . b)  $\tau_p^+ = 5$ . c)  $\tau_p^+ = 30$ . d)  $\tau_p^+ = 100$ .

l'influence du rapport d'aspect est maximale pour  $\tau_p^+ = 5$ , la concentration à la paroi variant entre  $\langle C/C_0 \rangle \approx 25$  pour les particules sphériques et  $\langle C/C_0 \rangle \approx 80$  pour  $\lambda = 3$ . L'effet du rapport d'aspect est moindre pour  $\tau_p^+ = 30$  et toutes les particules ont une concentration très importante à la paroi (le maximum de tous les  $\tau_p^+$  considérés).

Pour  $\tau_p^+ = 100$ , la figure 4.1 d) révèle également une influence différente du rapport d'aspect. Alors que les profils de concentration des sphères et des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  sont quasiment identiques, les ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  ont une concentration plus faible à la paroi. Ces observations permettent de conclure que l'accumulation des ellipsoïdes à la paroi est plus importante que celle des sphères pour des valeurs modérées du temps de relaxation mais que cette tendance s'inverse pour des valeurs élevées de  $\tau_p^+$ . Pour expliquer ces différences, nous étudions tout d'abord les statistiques de la vitesse relative, qui entre dans le calcul des actions hydrodynamiques subies par les particules.

## 4.2 La vitesse relative

### 4.2.1 Moyenne des composantes longitudinale et latérale

Nous nous intéressons maintenant à la vitesse relative des particules. Il s'agit d'une caractéristique importante puisque celle-ci intervient dans le calcul des forces hydrodynamiques. Par ailleurs, les résultats du chapitre précédent ont montré que cette statistique dépend fortement de l'intervalle de collecte des statistiques et nous souhaitons analyser les résultats obtenus pendant le régime stationnaire. La moyenne de  $u_{rx}$  en fonction de  $y^+$  est présentée sur la figure 4.2. La première chose que nous remarquons est la forte augmentation de la valeur de  $\langle u_{rx} \rangle$  avec  $\tau_p^+$ . Il s'agit d'un effet direct de l'augmentation du temps de relaxation, qui entraîne une latence entre une sollicitation du fluide et la réponse d'une particule (Zhao *et al.*, 2012). Indépendamment du temps de relaxation on remarque deux régions qui délimitent le changement signe de la trainée.

La première va de la paroi jusqu'à  $y^+ \approx 10 - 25$  (selon  $\tau_p^+$ ), dans laquelle  $\langle u_{rx} \rangle$  est négative, correspond à une région où les particules perdent de la quantité de mouvement. Cette région s'étend jusqu'à  $y^+ = 25$  pour  $\tau_p^+ = 1$ , et sa largeur est minimale pour  $\tau_p^+ = 30$  (jusqu'à  $y^+ \approx 11$ ). Quel que soit le temps de relaxation, des faibles différences entre la vitesse relative

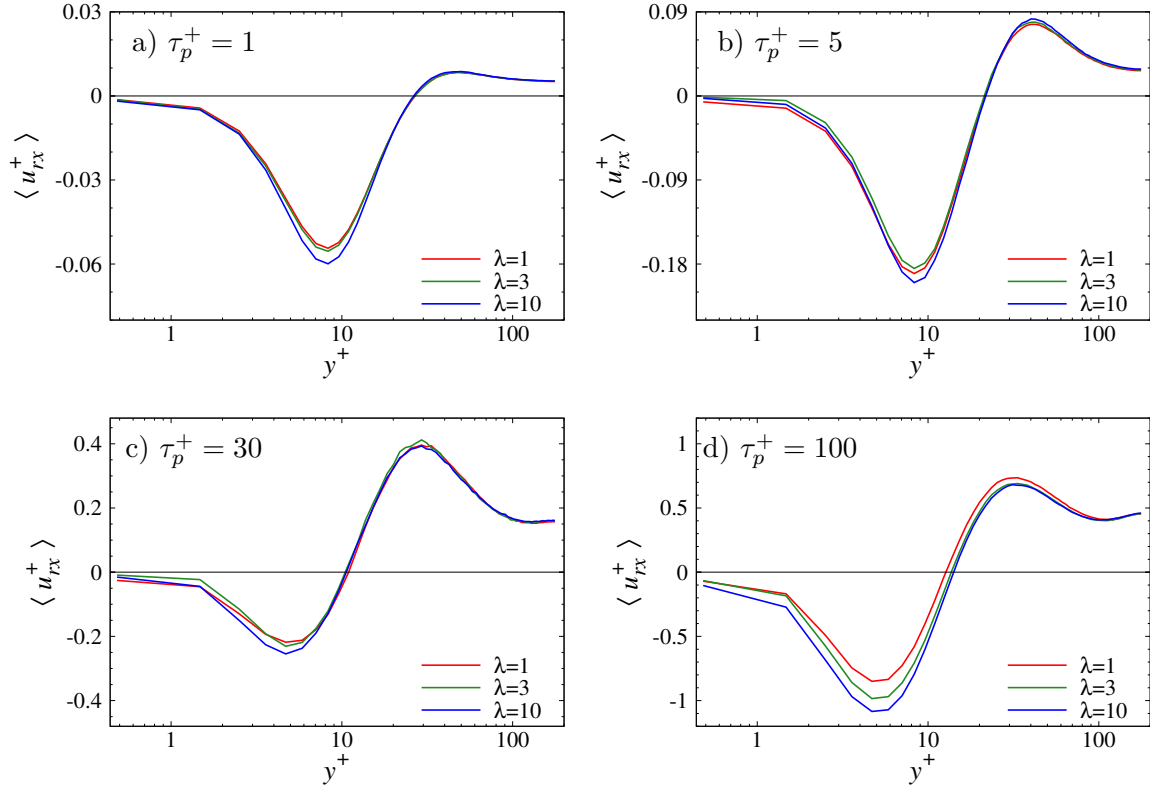


FIGURE 4.2 – Moyenne de la composante longitudinale de la vitesse relative,  $u_{rx}$ , en fonction de  $y^+$  pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect et temps de relaxation.

des sphères et des ellipsoïdes sont visibles depuis la paroi et jusqu'à  $y^+ \approx 15$ . L'influence du rapport d'aspect est par contre plus importante pour  $\tau_p^+ = 100$  et les différences sur  $\langle u_{rx} \rangle$  entre les différents  $\lambda$  restent visibles sur une large fraction du canal, jusqu'à  $y^+ \approx 100$ . On

## 4.2. La vitesse relative

notera que les résultats publiés par Mortensen *et al.* (2008a) et Zhao *et al.* (2014) concluent que la valeur minimale (la plus négative) de  $u_{rx}$  est atteinte pour  $\lambda = 3$  pour des temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  et  $\tau_p^+ = 30$ , alors que les présents résultats sont différents : ces particules ont la vitesse la plus élevée (la moins négative).

Il est également intéressant de décrire l'influence de  $\lambda$  en proche paroi ( $y^+ < 2$ ), d'une part car la majorité des particules se situent dans cette région, et car on ne trouve pas d'information à ce sujet dans la littérature (Zhao *et al.* (2014) n'aborderont pas ce point). Par rapport aux particules sphériques, on remarque deux tendances selon la valeur du temps de relaxation. Pour  $\tau_p^+ = 1$  et 100, on observe sur la figure 4.2 a) et d) que  $\langle u_{rx} \rangle$  diminue quand  $\lambda$  augmente, alors que pour  $\tau_p^+ = 5$  et 30, la vitesse relative des ellipsoïdes est plus faible que celle des sphères. Ce qui est remarquable dans cette observation, c'est qu'à l'exception de  $\tau_p^+ = 1$ , il y a une analogie entre la concentration en proche paroi et la valeur moyenne de  $u_{rx}$ . Par exemple, pour  $\tau_p^+ = 5$ , les particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  ont la plus forte concentration, suivie de  $\lambda = 10$  et  $\lambda = 1$  (voir la figure 4.1). Les valeurs de  $\langle u_{rx} \rangle$  à la paroi décroissent selon la même hiérarchie des rapports d'aspect. Dans un écoulement cisailé, le déplacement des particules dans la direction normale à la paroi a une influence sur la vitesse longitudinale (Liljegren, 1993). Il y a donc une influence notable de  $\lambda$  sur le déplacement des particules dans la direction normale à la paroi, qui se retrouve de façon similaire sur la vitesse relative longitudinale et sur le profil de concentration. L'analyse du déplacement est cependant plus complexe pour des ellipsoïdes que pour des particules sphériques, à cause de la portance (induite par la forme, dont l'intensité dépend de l'orientation, voir la section 3 de ce chapitre).

La seconde région, dans laquelle  $\langle u_{rx} \rangle$  est positive, s'étend de la zone tampon et jusqu'au centre du canal. Le fluide apporte donc de la quantité de mouvement aux particules dans cette partie du canal. A l'exception de  $\tau_p^+ = 100$  cependant, l'influence du rapport d'aspect est assez faible dans cette région.

La composante normale à la paroi de la vitesse relative est présentée sur la 4.3. Contrairement à ce qui a été observé pour la composante longitudinale, l'augmentation de  $\tau_p^+$  ne cause pas une augmentation monotone de  $\langle u_{ry} \rangle$  et l'intensité maximale de cette composante de la vitesse relative est observée pour  $\tau_p^+ = 30$ . Pour  $\tau_p^+ = \{1, 5, 30\}$ ,  $\langle u_{ry} \rangle$  est positive de la paroi jusqu'à  $y^+ \approx 60$ , ce qui correspond à une région où les particules acquièrent de la quantité de mouvement. Pour  $\tau_p^+ = 100$ , cette région s'étend jusqu'à  $y^+ = 80$  ce qui indique que ces particules acquièrent en moyenne de la quantité de mouvement sur une plus large fraction du canal que celles de temps de relaxation plus faibles. Par rapport aux particules sphériques,  $\lambda$  influence un peu la position où  $\langle u_{ry} \rangle$  change de signe et cet effet dépend du temps de relaxation. Pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5, le changement de signe de  $\langle u_{ry} \rangle$  a lieu à une position plus éloignée de la paroi pour des valeurs plus élevées de  $\lambda$  alors que l'opposé se produit pour  $\tau_p^+ = 30$  et 100. L'augmentation de  $\lambda$  fait également varier la valeur moyenne de  $u_{ry}$  dans la région  $y^+ < 30$ , mais cet effet dépend du temps de relaxation. Une diminution de  $\langle u_{ry} \rangle$  est visible pour  $\tau_p^+ = 1$  et 30 lorsque  $\lambda$  augmente et indique que les particules les plus allongées ont une vitesse plus proche de celle de l'écoulement. On peut donc s'attendre à ce que leur traînée soit plus faible. L'influence de  $\lambda$  est par contre très faible pour  $\tau_p^+ = 5$  et 100. Au centre du canal,  $\langle u_{ry} \rangle$  est négative et pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5,  $u_{ry}$  se rapproche de 0 lorsque  $\lambda$  augmente. L'allongement réduit donc le glissement entre les particules et le fluide environnant pour les faibles temps de relaxation alors que pour  $\tau_p^+ = 30$  et 100 la valeur de  $\langle u_{ry} \rangle$  au centre du canal diminue lorsque  $\lambda$  augmente. Globalement, ces résultats présentent un bon accord

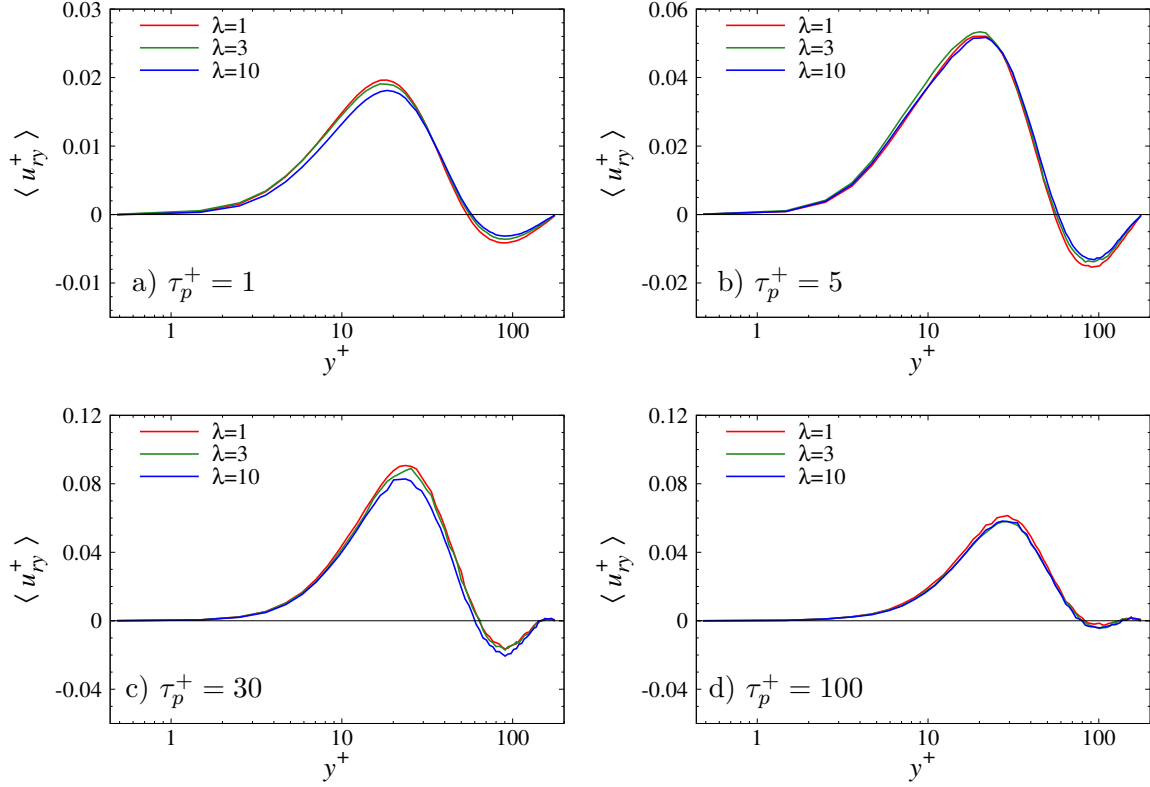


FIGURE 4.3 – Moyenne de la composante normale à la paroi de la vitesse relative,  $u_{ry}$ , en fonction de  $y^+$  pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect et temps de relaxation.

qualitatif avec ceux décrits par Zhao *et al.* (2014) pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5. Pour  $\tau_p^+ = 30$  et 100 par contre, nous observons des différences quantitatives importantes de la valeur de la vitesse relative au centre du canal. En particulier, le signe de  $\langle u_{ry} \rangle$  est différent ce qui devrait avoir des conséquences importantes sur le signe de la traînée dans cette région.

#### 4.2.2 Les fluctuations de la vitesse relative

Les fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse relative des particules sont présentées sur la figure 4.4. La première observation notable concerne l'ordre de grandeur des fluctuations qui sont 2 à 8 fois plus importantes que la moyenne. Ce point a également été rapporté par Zhao *et al.* (2012) et implique une grande variabilité de la vitesse relative, donc une grande incertitude sur le signe des forces agissant sur les particules. L'influence du rapport d'aspect est visible sur une large partie du canal, soit jusqu'à  $y^+ \approx 50$  pour  $\tau_p^+ = 1$  mais diminue à  $y^+ \approx 15$  pour  $\tau_p^+ = 100$ . L'influence de  $\lambda$  semble minimale pour  $\tau_p^+ = 30$ , puisque les  $rms(u_{rx})$  sont très proches pour ce temps de relaxation. De façon générale, l'intensité des fluctuations augmente avec le rapport d'aspect, ce qui est cohérent avec ce qu'a rapporté Zhao *et al.* (2014). On notera cependant que leur étude conclut à une diminution de l'influence de  $\lambda$  lorsque le temps de relaxation augmente alors que la figure 4.4 d) nous permet d'affirmer que l'influence du rapport d'aspect reste significative en proche paroi pour  $\tau_p^+ = 100$ . La description de l'influence du rapport d'aspect en proche paroi n'est d'ailleurs pas proposée

### 4.3. Dynamique de rotation et orientation préférentielle

dans leur étude. Nous observons que les rms augmentent de façon monotone avec  $\lambda$  pour  $\tau_p^+ = 1$  et 100, alors que le rapport d'aspect à une influence différente pour  $\tau_p^+ = 5$  et 30. Pour ces temps de relaxation, ce sont les ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  qui présentent les fluctuations les plus faibles, suivies de  $\lambda = 10$  et des particules sphériques. Les composantes  $u_{ry}$  et  $u_{rz}$  de la vitesse relative ne sont pas présentées car les résultats obtenus sont en accord avec ce qui a été observé par Zhao *et al.* (2014) et qu'il n'y a pas de différence significative du rapport d'aspect entre ces composantes des fluctuations de la vitesse relative.

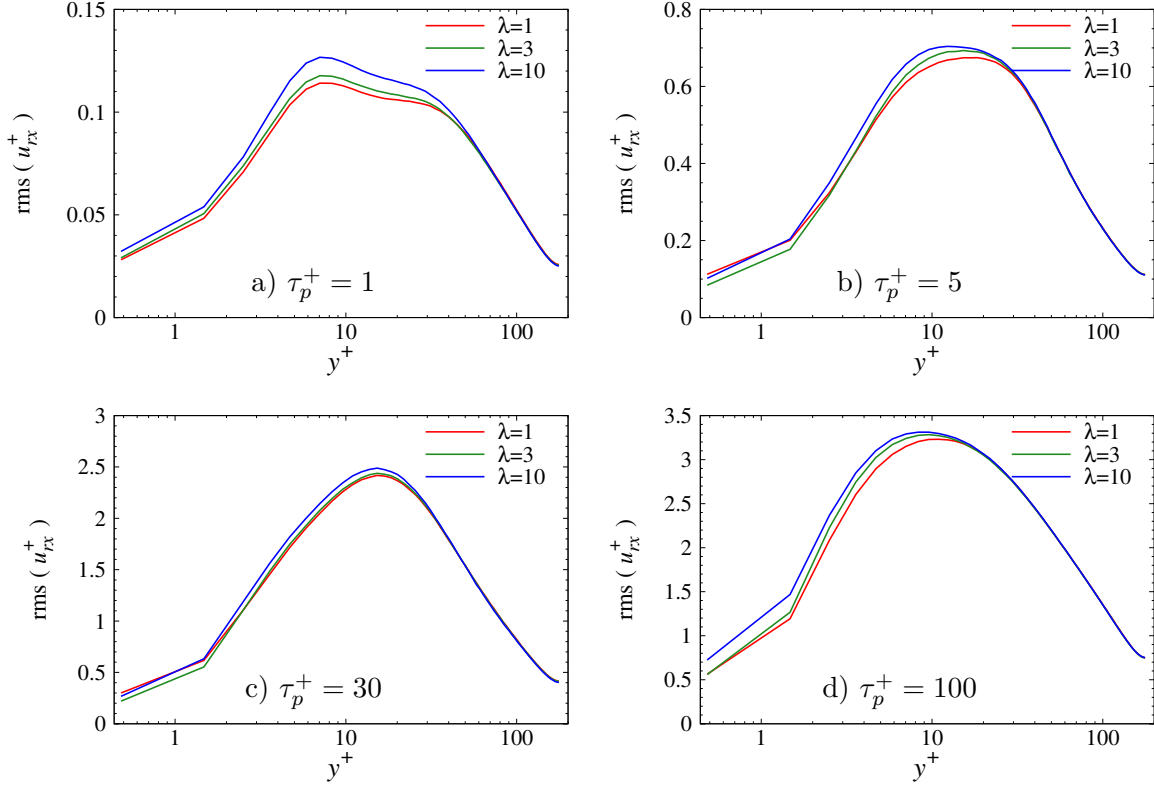


FIGURE 4.4 – Rms de la composante longitudinale de la vitesse relative en fonction  $y^+$  pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect et temps de relaxation.

## 4.3 Dynamique de rotation et orientation préférentielle

### 4.3.1 Orbites de rotation en proche paroi

Pour comprendre comment la forme des particules influence leur interaction avec l'écoulement, il est nécessaire de décrire plus en détail leur mouvement de rotation et leur orientation. Les travaux de Mortensen *et al.* (2008a,b) ont montré que les ellipsoïdes présentent une forte orientation préférentielle dans la sous-couche visqueuse et celle-ci dépend de la forme et de l'inertie des particules. Lundell et Carlsson (2010) ont étudié les orbites de rotation des ellipsoïdes inertiels dans un écoulement simplement cisailé et ont mis en évidence que les particules les plus inertiels adoptent une orbite de rotation située dans le plan normal à la

vorticité du fluide. Bien que ces résultats aient été obtenus dans un écoulement laminaire, ils offrent une bonne description qualitative de ce qui est observé dans la sous-couche visqueuse. Pour illustrer ce résultat, l'orbite de rotation d'un ellipsoïde de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  est

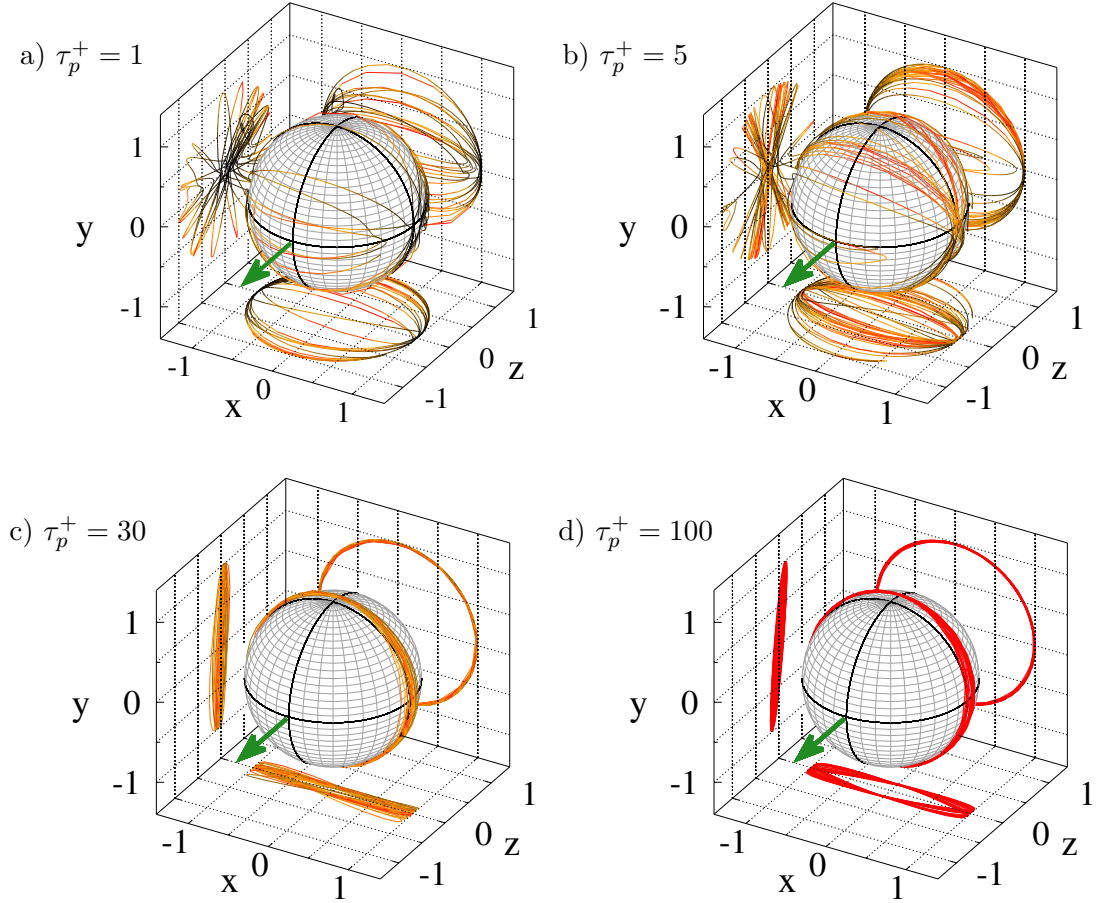


FIGURE 4.5 – Visualisation de la trajectoire de l'extrémité d'un ellipsoïde de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  sur une durée de 1000 unités de temps visqueuses dans la sous-couche visqueuse ( $y^+ \approx 2$ ). Coloré selon la valeur de  $\omega_{pz}^+$  : de noir  $\omega_{pz}^+ = 0$ , à rouge  $\omega_{pz}^+ = 0.5$ . La flèche verte matérialise la direction de la vorticité moyenne du fluide.

présentée sur la figure 4.5 pour quatre temps de relaxation. Pour obtenir ces figures, nous avons identifié pour chaque cas ( $\lambda = 10$  et chaque valeur de  $\tau_p^+$ ) un ellipsoïde dont la position se situe dans la sous-couche visqueuse ( $y^+ < 3$ ) pendant une durée assez longue. L'orientation d'une extrémité de l'ellipsoïde (grand axe) a ensuite été sauvegardée pendant une durée de 1000 unités de temps visqueuses avec un pas  $\Delta t^+ = 0.3$ . Nous avons ensuite tracé l'évolution temporelle de l'orientation sur la sphère unité pour visualiser l'orbite de rotation. Pour analyser la dynamique de rotation au cours d'une orbite, les trajectoires sur la sphère unité sont colorées selon la valeur de  $\omega_z$  (de noir pour  $\omega_{pz} = 0$  à rouge pour  $\omega_{pz} = 0.5$ ) et représenté la vorticité moyenne du fluide par une flèche verte. On voit que les orbites sont quasi-périodiques et que la rotation des ellipsoïdes a lieu autour du vecteur vorticité de l'écoulement moyen. Les orbites diffèrent par contre fortement selon la valeur du temps de relaxation :



### 4.3. Dynamique de rotation et orientation préférentielle

- pour  $\tau_p^+ = 1$ , (figure 4.5 a), l'orientation et la vitesse angulaire de l'ellipsoïde varie fortement selon l'orientation. Lorsque l'orientation du grand axe se situe à proximité du plan  $(y, z)$ , la vitesse angulaire est élevée, alors que la vitesse angulaire est presque nulle lorsque le grand axe de l'ellipsoïde est aligné avec la direction  $x$ . Ce mode de rotation s'appelle le *kayaking* ;
- pour  $\tau_p^+ = 30$  et  $100$  (figure 4.5 c et d), la rotation a lieu dans le plan  $(x, y)$ , normal à la vorticité moyenne du fluide et avec une vitesse de rotation quasiment constante. La rotation a donc lieu autour de l'un des petits axes de l'ellipsoïde. Ce type de rotation s'appelle tumbling et il est caractéristique des temps de relaxation élevés ;
- pour  $\tau_p^+ = 5$  (figure 4.5 b), l'orbite est plus complexe. Sa position se situe à mi-chemin entre celle observée pour  $\tau_p^+ = 1$  et pour  $\tau_p^+ = 30$ . La vitesse angulaire peut également varier fortement au cours d'une rotation.

Nous insistons sur le fait que les orbites de rotation ont une influence significative sur l'interaction des particules avec l'écoulement et nous allons donc les étudier de façon plus approfondie.

Pour caractériser plus finement la dynamique de rotation des ellipsoïdes dans un écoulement turbulent, Zhao *et al.* (2015) ont proposé d'étudier  $\beta$ , l'angle entre le grand axe et le vecteur rotation d'un ellipsoïde. La fonction de densité de probabilité de  $|\cos(\beta)|$ , obtenue dans la région  $1 < y^+ < 2$  est présentée sur la figure 4.6 et permet d'observer deux tendances. Pour les particules de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  et de faible temps de relaxation ( $\tau_p^+ = 1$ ), la pdf de  $|\cos(\beta)|$  est élevée autour de 1, ce qui indique un alignement préférentiel des particules et de leur vecteur rotation. Ce mode de rotation est appelé spinning. En comparaison, la pdf

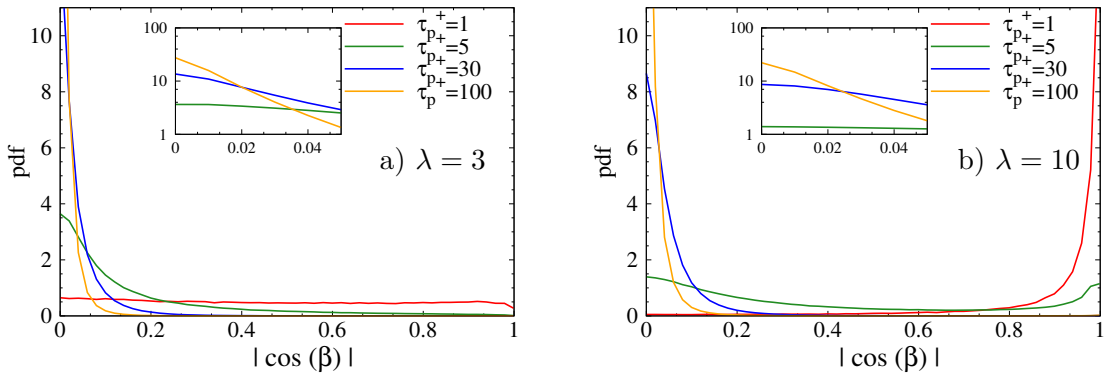


FIGURE 4.6 – Fonction de densité de probabilité de  $|\cos(\beta)|$ , avec  $\beta$  l'angle entre le grand axe et le vecteur rotation, dans l'intervalle  $1 < y^+ < 2$  pour différents temps de relaxation. Un pic de la pdf proche de 1 indique un fort alignement du grand axe et de la vitesse angulaire, ce qui caractérise le spinning. A l'opposé, un pic proche de 0 indique l'orthogonalité du grand axe et de la vitesse angulaire, ce qui est typique du tumbling. Le zoom sur la partie gauche de la pdf met en évidence l'augmentation du tumbling avec la valeur de  $\tau_p^+$ .

de  $|\cos(\beta)|$  présente un pic autour de 0 pour les particules de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 30$  et  $100$ , ce qui indique que la vitesse angulaire est majoritairement orthogonale au grand axe des ellipsoïdes. Les particules les plus inertielles sont donc plutôt en rotation autour d'un de leurs petits axes et ce mode de rotation s'appelle le tumbling. La prédominance de l'un

ou l'autre de ces modes de rotation est due à leur stabilité qui a été étudiée par (Einarsson *et al.*, 2015). Leurs résultats indiquent que l'augmentation du temps de relaxation rend la rotation de type spinning instable, alors qu'elle stabilise la rotation de type tumbling. Cela correspond à ce que nous observons sur la figure 4.6. On notera également que pour un temps de relaxation donné, les particules de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  ont une plus forte affinité pour le tumbling que celles de  $\lambda = 10$  et qu'il existe des jeux de paramètres « critiques » pour lesquels le tumbling et le spinning coexistent ( $\lambda = 10$  et  $\tau_p^+ = 5$  par exemple). Finalement, nous avons remarqué en réalisant des pdf conditionnées par la direction du déplacement des particules (non présentées ici) que la prévalence de l'un ou l'autre des modes de rotation peut être influencée par la direction du mouvement des ellipsoïdes dans la direction normale à la paroi. Quel que soit le rapport d'aspect et le temps de relaxation, le tumbling est plus important lorsque les particules vont vers la paroi alors que le spinning est plus élevé lorsque les particules se déplacent vers le centre du canal.

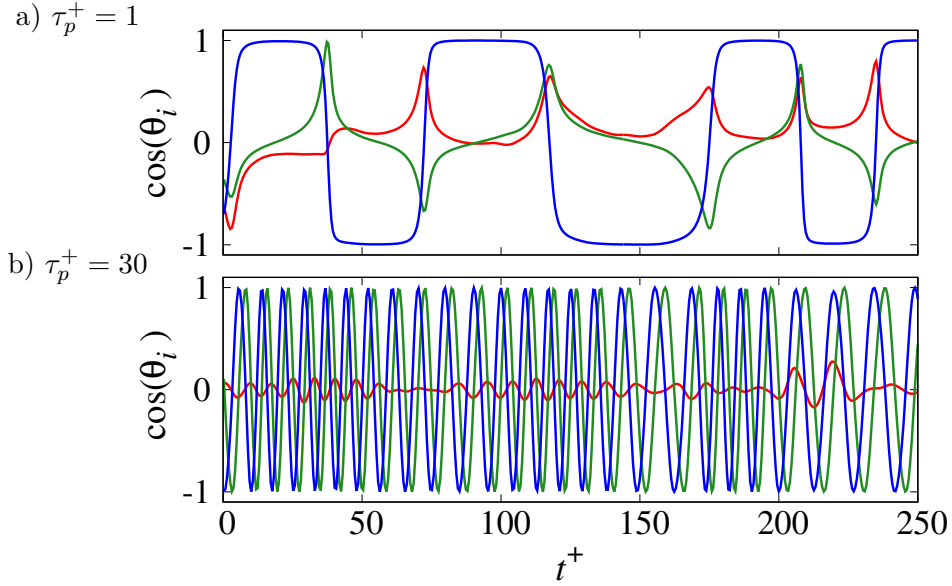


FIGURE 4.7 – Évolution temporelle sur une durée de 250 unités de temps visqueuses des trois cosinus directeurs pour des ellipsoïde de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  ( $y^+ \approx 2$ ). a)  $\tau_p^+ = 1$ . b)  $\tau_p^+ = 30$ . Ligne continue bleue :  $\cos(\theta_x)$ ; ligne continue verte :  $\cos(\theta_y)$ ; ligne continue rouge :  $\cos(\theta_z)$ .

Il est intéressant d'analyser l'évolution temporelle de l'orientation des particules pour mieux comprendre l'importance du mode de rotation. Pour cela, l'évolution temporelle des trois cosinus directeurs,  $\cos(\theta_i)$  est présentée sur la figure 4.7. Les deux particules étudiées sont les mêmes que précédemment ( $\lambda = 10$ ,  $\tau_p^+ = 1$  et 30) et se situent également à une position  $y^+ < 3$ . Les cosinus directeurs représentent la valeur du cosinus de l'angle entre le grand axe de la particule et une direction  $i$  du repère eulérien. Cette grandeur a une valeur proche de  $-1$  ou de  $1$  lorsque l'alignement dans une direction est important, et une valeur proche de  $0$  dans le cas contraire. On observe clairement sur la figure 4.7 des signaux périodiques dont les caractéristiques dépendent du mode de rotation. Pour  $\tau_p^+ = 1$  (spinning dominant),

### 4.3. Dynamique de rotation et orientation préférentielle

le signal est caractérisé par de long plateaux où la valeur de  $\cos(\theta_x)$  est proche de 1. Ces particules passent donc de longues durées alignées avec la direction de l'écoulement moyen et changent d'orientation brutalement (lorsque  $\cos(\theta_x)$  change de signe). Ce signal correspond à l'orbite a) sur la figure 4.5 et résulte en une faible valeur moyenne de  $\omega_{pz}$  (Marchioli et Soldati (2013) présentent ce résultat). L'allure du signal est très différente pour  $\tau_p^+ = 30$  (tumbling dominant). La valeur de  $\cos(\theta_z)$  oscille constamment autour de 0, et il y a un faible alignement entre les particules et cette direction.  $\cos(\theta_x)$  et  $\cos(\theta_y)$  ont par contre la même amplitude et sont déphasés d'environ 1/4 de période. Ce signal ressemble très fortement aux fonctions trigonométriques sinus et cosinus et indique que la vitesse de rotation est quasiment constante.

#### 4.3.2 L'orientation au centre du canal

Au centre du canal, l'influence du gradient de vitesse moyen est faible devant les fluctuations du gradient de vitesse du champ turbulent et les propriétés de l'écoulement se rapprochent de celles d'une turbulence homogène et isotrope (THI). En utilisant la même méthode que celle décrite dans la section précédente, nous avons extrait la trajectoire de l'extrémité d'un ellipsoïde de rapport d'aspect  $\lambda = 10$ , dans la région centrale de l'écoulement. La trajectoire, tracée sur la sphère unité, est présentée sur la figure 4.8 pour les quatre temps de relaxation étudiés. L'évolution de l'orientation ne semble pas suivre une logique particulière et il n'y a pas de différence notable selon la valeur de  $\tau_p^+$ . Par ailleurs, la vitesse angulaire est généralement faible. On remarque néanmoins sur les figures 4.8 b) et d) que les ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 5$  et  $\tau_p^+ = 100$  ont de façon très intermittente des vitesses angulaires élevées. On peut faire le lien entre cette observation et les expériences réalisées par Parsa *et al.* (2012) en THI. Ils ont observé que la rotation de fibres non inertielles est dominée par le spinning (rotation autour du grand axe), mais qu'elle est ponctuée par des accélérations angulaires intenses (tumbling). Pour des particules inertielles, Kuperman *et al.* (2019) ont observé expérimentalement que le tumbling est maximal pour  $\tau_p^+ = 4$  et qu'il diminue lorsque  $\tau_p^+$  augmente. Avec ces éléments en tête, il ne semble pas surprenant que nous observions des accélérations angulaires importantes pour  $\tau_p^+ = 5$ . L'observation de périodes de tumbling pour  $\tau_p^+ = 100$  est plus surprenante, et de plus, celles-ci ne sont pas visibles pour  $\tau_p^+ = 30$ . Cette observation vient probablement du fait que la figure 4.8 ne présente qu'une seule trajectoire pour chaque temps de relaxation, ce qui ne constitue pas un échantillon statistiquement représentatif.

En THI, Pumir et Wilkinson (2011) ont montré que des ellipsoïdes sans inertie s'orientent selon la vortacité du fluide vu. La pdf de  $|\cos(\xi)|$ , l'angle entre le grand axe d'une particule et la vortacité du fluide vu, dans l'intervalle  $170 < \xi < 180$ , pour  $\lambda = 3$  et 10 est présentée sur les figures 4.9 a) et b). La pdf de  $|\cos(\xi)|$  est élevée autour de 1, et il y a donc un alignement des particules avec la vortacité du fluide vu, comme c'est le cas en THI. On notera que l'alignement est un peu plus important pour des grandes valeurs de  $\lambda$  mais qu'il diminue lorsque le temps de relaxation augmente. Dans cette région de l'écoulement, la rotation est dominée par le caractère fluctuant de la vortacité du fluide. L'inertie élevée des particules entraîne une décorrélation de la vitesse angulaire des particules et du fluide (Marchioli *et al.*, 2016) et l'orientation préférentielle est donc moins prononcée. La diminution de l'alignement avec la vortacité du fluide vu lorsque  $\tau_p^+$  augmente a également été observée expérimentalement par Kuperman *et al.* (2019).

On peut comparer ces résultats à la pdf de  $|\cos(\beta)|$ , l'angle entre le grand axe et la vitesse angulaire des particules. La figure 4.9 permet d'observer qu'au centre du canal, l'allure de la

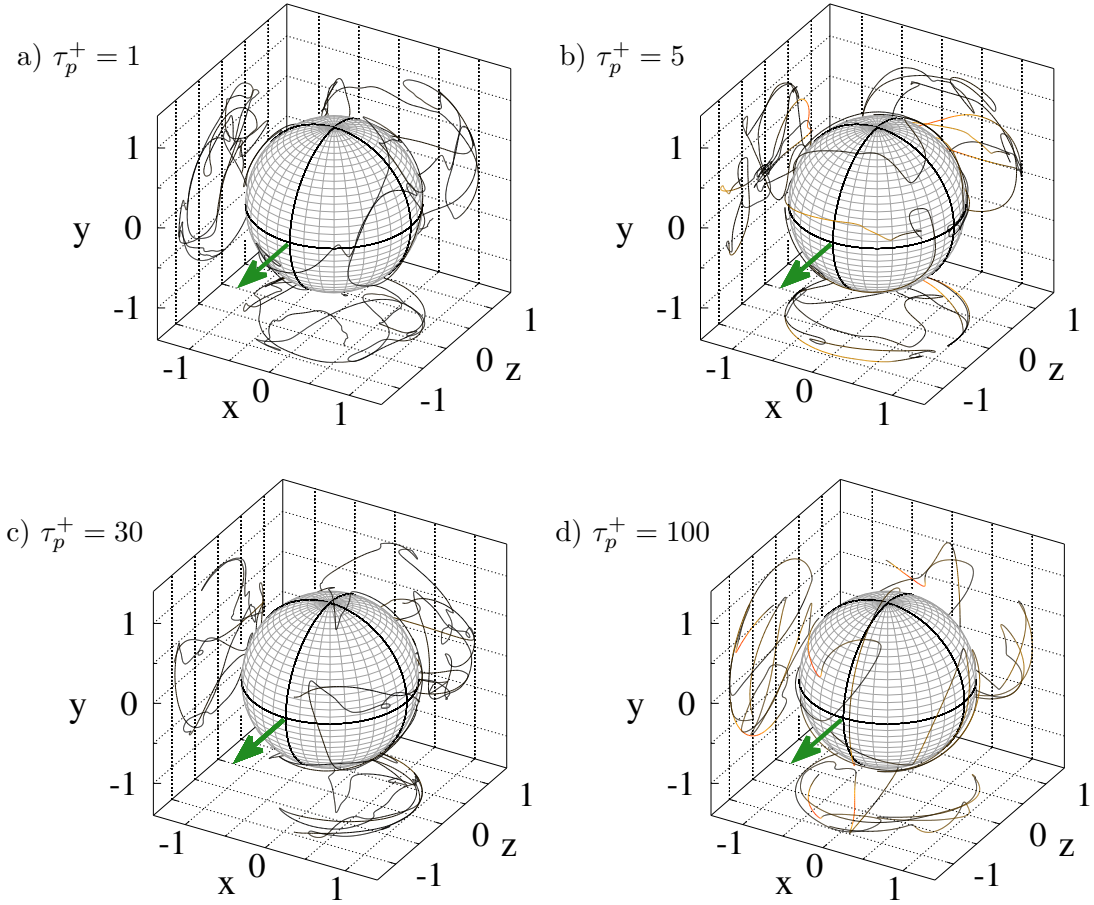


FIGURE 4.8 – Visualisation de la trajectoire de l’extrémité d’un ellipsoïde de rapport d’aspect  $\lambda = 10$  sur une durée de 1000 unités de temps visqueuses dans la région centrale du canal. Coloré selon la valeur de  $\omega_{pz}^+$  : de noir  $\omega_{pz}^+ = 0$ , à rouge  $\omega_{pz}^+ = 0.5$ . La flèche verte matérialise la direction de la vorticité moyenne du fluide.

pdf de  $|\cos(\beta)|$  est très proche de celle de  $|\cos(\xi)|$ . La pdf de  $|\cos(\beta)|$  étant élevée proche de 1, la vitesse angulaire des particules est donc préférentiellement alignée avec leur grand axe, ce qui correspond au spinning. On notera également la diminution de cet alignement pour les temps de relaxation élevés. On peut donc conclure qu’au centre du canal, où les fluctuations du gradient de vitesse dominent le gradient de la vitesse moyenne, l’orientation préférentielle avec la vorticité du fluide vu et le mode de rotation de type spinning ont lieu quelles que soient les caractéristiques de ellipsoïdes. L’orientation préférentielle reste toutefois moins importante pour les particules très inertielles dans cette région.

### 4.3.3 L’orientation moyenne

On peut visualiser l’orientation de la phase dispersée grâce aux moyennes des valeurs absolues des cosinus directeurs,  $\langle |\cos(\theta_i)| \rangle$ . Cette grandeur peut prendre des valeurs comprises entre 0 en l’absence d’orientation préférentielle et 1 qui indique un alignement moyen avec une

### 4.3. Dynamique de rotation et orientation préférentielle

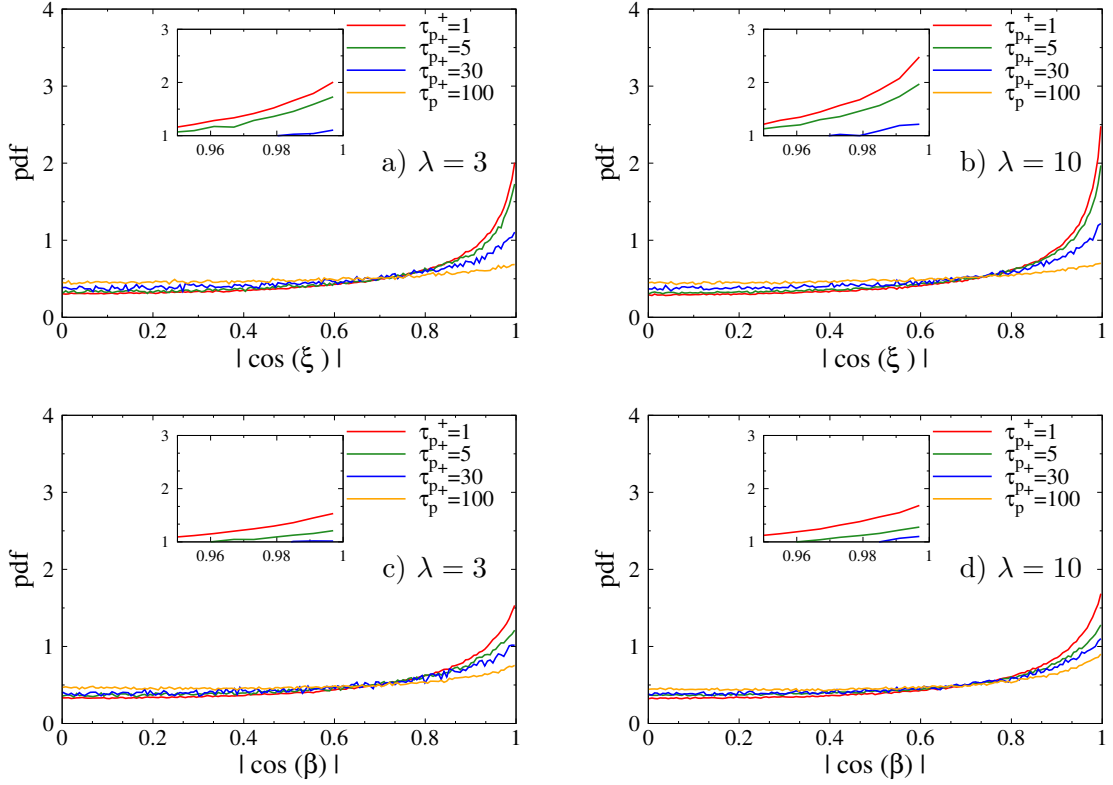


FIGURE 4.9 – Fonction de densité de probabilité de  $|\cos(\xi)|$  (a et b), avec  $\xi$  l'angle entre le grand axe et la vorticité du fluide vu, et de  $|\cos(\beta)|$  (c et d), avec  $\beta$  l'angle entre le grand axe et la vitesse angulaire, dans l'intervalle  $170 < y^+ < 180$  pour différents temps de relaxation.

direction du repère eulérien. Entre ces extremums, la valeur de  $\langle |\cos(\theta_i)| \rangle = 0.5$  indique une distribution uniforme des orientations des particules dans l'espace en 3D, ce qui est observé pour des particules sphériques sur la figure 4.10, qui n'ont pas d'orientation préférentielle. Pour les ellipsoïdes, on observe par contre une forte orientation préférentielle en proche paroi, quel que soient  $\tau_p^+$  et  $\lambda$  mais qui diffère du fait des différents orbites de rotation. L'orientation préférentielle reste assez importante jusqu'à  $y^+ \approx 50$ , particulièrement selon la direction  $x$ .

Les orbites des ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 1$ , font que ces particules passent de longues périodes en rotation autour de leur grand axe (spinning) et alignées avec la direction  $x$ , ce qui entraine une valeur élevée de  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  en proche paroi. La valeur de  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$  est par contre inférieure à 0.5 et indique un faible alignement dans cette direction. Ces particules se situent donc préférentiellement dans le plan  $(x, z)$  et ont une orientation moyenne selon  $x$ . On notera également que cette orientation préférentielle est beaucoup plus prononcée pour  $\lambda = 10$  que pour  $\lambda = 3$ . A mesure que  $\tau_p^+$  augmente, le mode de rotation évolue vers le tumbling et l'orientation préférentielle est modifiée. Les valeurs de  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  et  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$  diminuent alors que  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$  augmente. Pour  $\tau_p^+ = 30$  et 100, la valeur de  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$  est presque nulle, et il n'y a donc quasiment aucune chance de trouver une particule alignée avec  $z$ . Les ellipsoïdes de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 30$  et 100 ont donc une orientation préférentielle dans le plan  $(x, y)$ . On remarque également que les valeurs de  $\langle \cos(\theta_x) \rangle$  et  $\langle \cos(\theta_y) \rangle$  sont identiques à la paroi. On peut comparer ce résultat à la moyenne de la valeur absolue du cosinus directeur

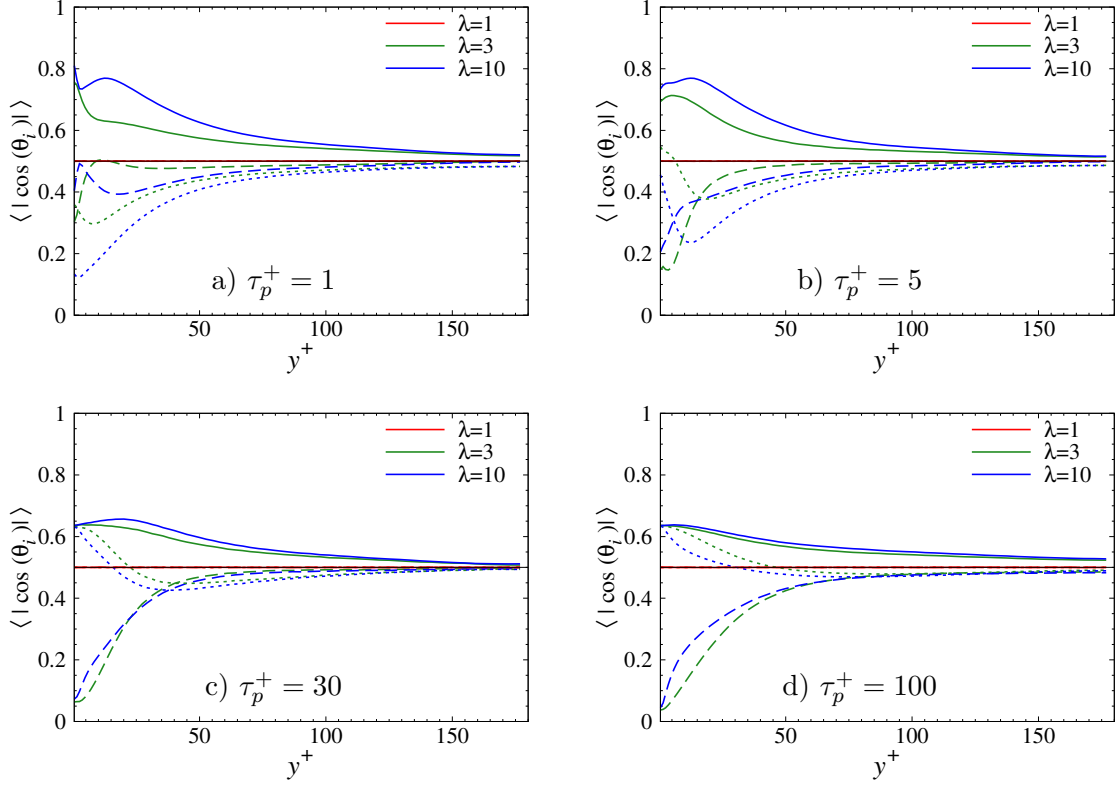


FIGURE 4.10 – Moyenne des valeurs absolues des cosinus directeurs  $\langle |\cos(\theta_i)| \rangle$  en fonction de  $y^*$  pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect et de différents temps de relaxation. Ligne continue :  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  ; ligne pointillée :  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$  ; ligne tiretée :  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$ .

d'une particule en rotation à vitesse constante dans un plan. Pour une vitesse de rotation uniforme dans le plan  $(x, y)$  cela revient à calculer :

$$\langle |\cos(\theta_x)| \rangle = \langle |\cos(\theta_y)| \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |\cos(\theta_x(t))| dt, \quad (4.2)$$

avec  $\theta_x(t) = \omega_{pz} t$  et  $T = 2\pi/\omega_{pz}$  la période de rotation. La solution exacte de l'intégrale est  $2/\pi \approx 0.636$ , ce qui est presque identique à la valeur moyenne des cosinus directeurs ( $\approx 0.634$ ). Ce résultat implique que les particules les plus inertielles ont une vitesse angulaire presque constante et qu'elles se situent dans le plan  $(x, y)$ .

L'orientation préférentielle diminue lorsque l'on s'éloigne de la paroi, car l'effet organisateur du gradient de la vitesse moyenne est progressivement dominé par les fluctuations du gradient de la vitesse du champ turbulent. On remarquera toutefois que  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  passe par un maximum, dont la position dépend de  $\lambda$  et de  $\tau_p^+$ . La diminution de l'orientation préférentielle diffère également selon la valeur de  $\tau_p^+$  et  $\lambda$ . On remarque particulièrement qu'elle est plus rapide pour  $\lambda = 3$  que pour  $\lambda = 10$ , ce qui indique une plus grande sensibilité de ces particules à l'effet désorganisateur des fluctuations du gradient de la vitesse. Au centre du canal, quel que soit le temps de relaxation ou le rapport d'aspect, la valeur des trois cosinus directeurs se rapproche de 0.5 et l'orientation des particules retrouve un caractère uniforme. Il faut néanmoins remarquer que la valeur de  $|\cos(\theta_x)|$  reste supérieure à 0.5, et qu'un léger

#### 4.4. Les forces de trainée et de portance

alignement dans la direction de l'écoulement moyen persiste donc dans cette région.

##### 4.3.4 Conclusion sur l'orientation

Dans cette section, nous avons décrit la rotation et l'orientation des ellipsoïdes et observé que celles-ci dépendent fortement de la position dans le canal. En proche paroi, le gradient de la vitesse moyenne domine sur les fluctuations de l'écoulement turbulent et les particules ont une rotation périodique suivant les orbites de Jeffery (1922). Ces orbites dépendent fortement de l'inertie des particules et il est important de retenir que :

- les particules de faible inertie et de grand rapport d'aspect passent de longues périodes en rotation autour de leur grand axe alignées avec l'écoulement moyen. Leur orientation moyenne se situe dans le plan  $(x, z)$  et leur vitesse angulaire moyenne est faible ;
- les particules d'inertie élevée sont en rotation à vitesse constante autour d'un de leurs petits axes et décrivent des orbites dans le plan  $(x, y)$ . Leur vitesse de rotation est élevée (proche de celle du fluide) et constante.

Au centre du canal, quelles que soient leurs caractéristiques, les ellipsoïdes ont tendance à être en rotation autour de leur grand axe et à s'aligner avec la vorticité du fluide vu. Cette orientation préférentielle augmente avec le rapport d'aspect et diminue avec le temps de relaxation. Au centre du canal, la distribution des orientations retrouve un caractère quasiment uniforme.

Nous avons vu dans la première section de ce chapitre que la vitesse relative des ellipsoïdes dépend assez peu du rapport d'aspect pour des temps de relaxations faibles et modérés. Dans cette seconde section, nous avons mis en évidence que la rotation des ellipsoïdes dépend par contre fortement des caractéristiques des particules. Pour obtenir une description complète de la dynamique des particules, nous allons maintenant étudier les forces auxquelles elles sont soumises, qui dépendent à la fois de la vitesse relative et de l'orientation.

#### 4.4 Les forces de trainée et de portance

L'analyse statistique des forces subies par les ellipsoïdes a été assez peu étudiée pour des particules non sphériques. Njobuenwu et Fairweather (2013) ont simulé un écoulement turbulent de canal par LES à  $Re_\tau = 300$  et ont comparé la composante normale à la paroi ( $y$ ) des forces pour des rapports d'aspect  $\lambda = 1$  et 10 et un temps de relaxation  $\tau_p^+ = 125$ . A deux positions dans le canal ( $y^+ = 11.6$  et 300), ils ont observé que les ellipsoïdes ont une probabilité plus importante que les sphères de présenter des accélérations (force par unité de masse) faibles, et ont suggéré que cela pouvait influencer les profils de concentration. Leur analyse n'est cependant pas allé plus loin. Ouchene *et al.* (2018) ont réalisé une étude plus poussée en simulant l'écoulement par DNS à  $Re_\tau = 1440$  pour étudier l'influence de la forme et de l'inertie sur l'accélération des ellipsoïdes et du fluide vu par les particules. Ils ont mis en évidence que la force longitudinale moyenne subie par les particules dépend du rapport d'aspect en proche paroi, de même que les fluctuations des composantes longitudinale et normale à la paroi pour des temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  et 30. Cette étude permet de mieux comprendre l'influence de la forme des particules sur le transfert de quantité de mouvement entre la phase porteuse et la phase dispersée. Il faut toutefois noter que dans cette étude, l'intervalle de collecte des statistiques se situe pendant le régime transitoire ( $t^+ \in [1500, 1800]$ ), ce qui peut biaiser

l'interprétation des résultats. En effet, dans l'équation de Happel et Brenner (1965), la force hydrodynamique,

$$\mathbf{F} = \nu \rho_f \mathbf{A}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{A} \mathbf{u}_r, \quad (4.3)$$

dépend de la vitesse relative, qui peut varier fortement pendant le régime transitoire. En régime stationnaire, nous avons mis en évidence que cette statistique dépend assez peu de  $\lambda$ . Les statistiques obtenues pendant le régime stationnaire nous permettront donc de nous concentrer sur l'influence de la rotation (et de l'orientation) sur les forces hydrodynamiques.

### La composante normale à la paroi de la force hydrodynamique

Nous présentons tout d'abord la moyenne de la force totale par unité de masse  $f_y$  (du point de vue dimensionnel, il s'agit d'une accélération) subie par les particules sur la figure 4.11. A l'exception de  $\tau_p^+ = 1$ , pour lequel  $\langle f_y \rangle$  ne dépend pas de  $\lambda$ , nous observons une influence significative du rapport d'aspect, et celle-ci est d'autant plus importante que  $\tau_p^+$  est grand. L'augmentation de  $\lambda$  cause une diminution de  $\langle f_y \rangle$  en proche paroi et dans la zone tampon (jusqu'à  $y^+ \approx 8$  pour  $\tau_p^+ = 5$  et 20 pour  $\tau_p^+ = 100$ ). Cet effet lié au rapport d'aspect est majeur, puisqu'il est responsable d'un changement de signe de  $\langle f_y \rangle$  en proche paroi. Contrairement aux sphères, la force moyenne subie par les ellipsoïdes est donc dirigée vers la paroi dans cette région. Cette observation a des implications importantes sur la dynamique d'accumulation à la paroi. En effet, les ellipsoïdes qui se situent dans la sous-couche visqueuse subissent en moyenne une force qui s'oppose à leur déplacement vers le centre du canal. Il s'agit d'un élément pour expliquer que la concentration des ellipsoïdes est plus importante que celle des particules sphériques à la paroi pour  $\tau_p^+ = 5$  et 30. On peut toutefois remarquer que cette analyse n'est pas suffisante pour expliquer les profils de concentration. En effet, nous avons vu que pour  $\tau_p^+ = 100$ , le profil de concentration des particules sphériques et de  $\lambda = 3$  est identique. Sur la figure 4.11 d), on remarque cependant que  $\langle f_y \rangle$  est négative dans la sous-couche visqueuse pour les ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  alors que cela n'est pas le cas pour les sphères. Si on se base uniquement sur l'analyse de  $\langle f_y \rangle$  en proche paroi, on s'attend donc à ce que la concentration des ellipsoïdes soit supérieure à celle des particules sphériques. Pour expliquer la similarité des profils de concentration à  $\tau_p^+ = 100$  pour ces deux rapports d'aspect, il faut observer l'intensité de  $\langle f_y \rangle$  au centre du canal. On observe une influence de  $\lambda$  au centre du canal pour  $\tau_p^+ = 100$ .  $\langle f_y \rangle$  est négative pour les sphères alors que la force est positive pour les ellipsoïdes. Cela indique que les particules non sphériques dans cette région de l'écoulement auront plutôt tendance à rester au centre du canal, et semble cohérent avec ce qui a été observé sur les profils de concentration pour ce temps de relaxation. Les particules les plus allongées sont « retenues » au centre du canal et leur concentration à la paroi est donc plus faible. Cet effet est antagoniste à la force en proche paroi et a pour conséquence de faire diminuer la concentration à la paroi.

Globalement, l'étude de la composante normale à la paroi de la force subie par les particules met en évidence une influence significative de  $\lambda$  et de  $\tau_p^+$ , qui contraste fortement avec ce que nous avons observé sur les statistiques de la vitesse relative. L'augmentation du rapport d'aspect cause une diminution de  $\langle f_y \rangle$  en proche paroi et une augmentation au centre du canal, et celle-ci est d'autant plus importante que  $\tau_p^+$  est élevé. On remarquera également que l'influence de  $\lambda$  et  $\tau_p^+$  observée ici est très différente de la faible influence du rapport d'aspect décrite par Ouchene *et al.* (2018) pendant le régime transitoire. Deux explications sont possibles. D'une part, un effet lié à l'intervalle de collecte des statistiques n'est pas à exclure, car celui-ci est court et situé pendant le régime transitoire dans Ouchene *et al.* (2018).



#### 4.4. Les forces de trainée et de portance

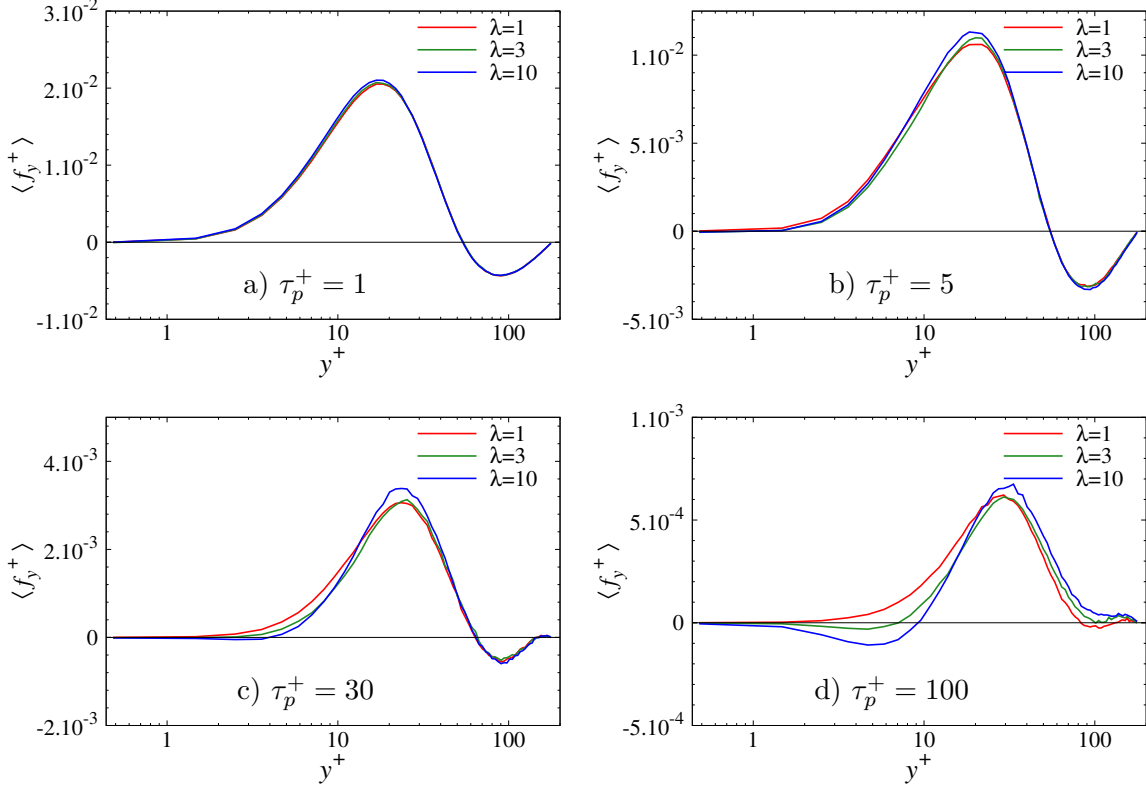


FIGURE 4.11 – Moyenne de la composante normale à la paroi de la force par unité de masse  $f_y = F_y/m_p$  en fonction de  $y^+$ , pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect et temps de relaxation, en régime stationnaire.

D'autre part, cet effet peut être lié à la valeur du nombre de Reynolds de l'écoulement, qui est très différente leur étude et la nôtre. L'influence de ce paramètre étant peu documentée, il est difficile de se prononcer à ce sujet mais nous aborderons ce point dans le chapitre 6.

Nous étudions maintenant l'influence de l'orientation sur la composante normale à la paroi de la force subie par les ellipsoïdes. Pour cela,  $f_y$  est décomposée suivant sa composante parallèle et normale à la vitesse relative, soit respectivement la trainée  $f_{Dy}$  et la portance  $f_{Ly}$ . La moyenne de ces forces est présentée pour  $\tau_p^+ = 1$  et 30 sur la figure 4.12 afin d'illustrer l'influence des différents modes de rotation et du temps de relaxation. La première observation est que la valeur moyenne de la force de trainée est très supérieure à celle de la portance (d'un facteur  $\approx 10$ ), quel que soit  $\tau_p^+$ . Ce résultat n'est pas surprenant puisque le rapport  $C_L/C_D$  est en général plus faible que 0.2 (figure 1.4).

La composante normale à la paroi de la trainée est présentée sur la figure 4.12 a) et c) et permet d'observer que l'augmentation du rapport d'aspect fait diminuer l'intensité de cette force en proche paroi et dans la zone tampon (jusqu'à  $y^+ \approx 30$ ). Cela correspond à ce que nous avons observé sur  $\langle u_{ry} \rangle$  (figure 4.3), et cela pour les deux temps de relaxation considérés. La figure 4.12 b) et d) permet d'observer l'évolution de  $\langle f_{Ly} \rangle$  en fonction de  $y^+$ , et celle-ci dépend fortement de  $\tau_p^+$ . L'influence du rapport d'aspect est significative pour  $\tau_p^+ = 1$  : le signe de la portance en proche paroi est négatif pour  $\lambda = 3$ , ce qui fait diminuer la force totale

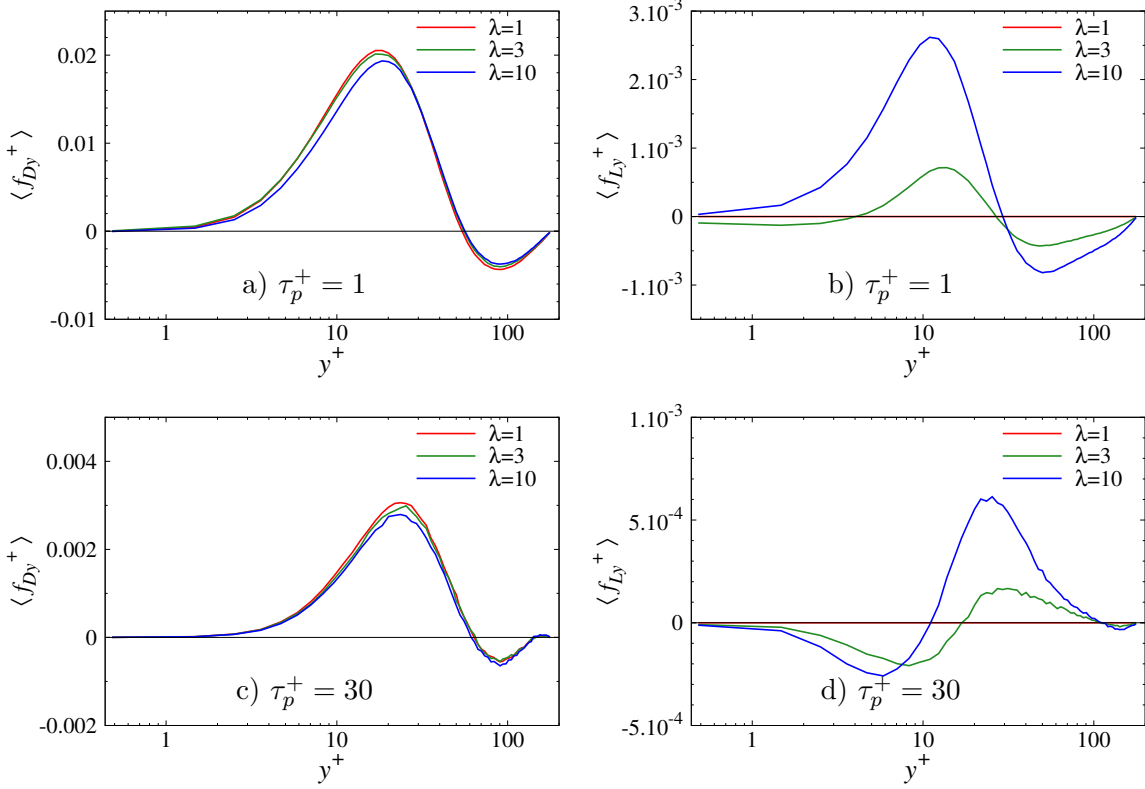


FIGURE 4.12 – Moyenne de la composante normale à la paroi de la force de trainée  $f_{Dy} = F_{Dy}/m_p$  (a et c) et de portance  $f_{Ly} = F_{Ly}/m_p$  (c et d) par unité de masse en fonction de  $y^+$  pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect. Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 1$  (a et b) et  $\tau_p^+ = 30$  (c et d).

subie par les ellipsoïdes. Au contraire, pour  $\lambda = 10$ , la portance est positive et la force totale subie par ces particules est en moyenne plus élevée. La contribution positive de la portance dans la zone tampon permet d'expliquer la force totale plus importante des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  par rapport aux sphères que nous avons observé sur la figure 4.11 a). Finalement indépendamment du rapport d'aspect, la portance est négative au centre du canal. Cela n'est par contre pas le cas pour la trainée, qui est négative pour  $\tau_p^+ = 1$  mais positive pour  $\tau_p^+ = 30$  dans cette région (figures 4.12 a et c, respectivement). Pour  $\tau_p^+ = 1$ , il y a donc une contribution similaire de la trainée et de la portance, alors que celle-ci est opposée pour  $\tau_p^+ = 30$ . Pour ces deux temps de relaxation, il est cependant intéressant de remarquer que la force totale subie par les ellipsoïdes au centre du canal ne dépend que très peu de la valeur de  $\lambda$ .

Nous retiendrons que pour  $\tau_p^+ = 30$ , la portance est négative en proche paroi et jusqu'à  $y^+ \approx 10$  et favorise la décélération des particules, quel que soit  $\lambda$ . C'est une différence importante par rapport à ce qui est observé pour  $\tau_p^+ = 1$  et une conséquence des différents modes de rotation. On constate également que c'est la portance qui est responsable du changement de signe de  $\langle f_y \rangle$  en proche paroi (pour  $\tau_p^+ = 100$  aussi). Finalement, le rapport d'aspect influence fortement l'intensité de la portance dans la région  $y^+ \in [20, 100]$  ainsi que la position où cette force change de signe.

#### 4.4. Les forces de trainée et de portance

##### 4.4.1 L'angle d'incidence et la génération de la portance

Après la présentation des résultats concernant la composante normale des forces subies par les ellipsoïdes, il nous semble important de nous intéresser plus en détail aux mécanismes qui génèrent de la portance. Pour cela, la figure 4.13 présente l'évolution temporelle de la composante normale à la paroi de la force de trainée et de portance (i.), des trois composantes de la vitesse relative (ii.) et du cosinus de l'angle d'incidence entre le grand axe et la vitesse relative,  $\alpha$  (iii.). Ces résultats ont été obtenus pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 10$ , dans la sous-couche visqueuse, où la rotation des particules est organisée et pour deux temps de relaxation (il s'agit des ellipsoïdes dont les orbites ont été présentées sur la figure 4.5). Nous décrivons d'abord l'évolution temporelle du cosinus de l'angle d'incidence,  $\cos(\alpha)$ , qui permet d'observer l'influence du mode de rotation des ellipsoïdes.

Pour  $\tau_p^+ = 1$ , l'évolution temporelle de  $\cos(\alpha)$  est ponctuée par des plateaux où la valeur est proche de  $\pm 1$ , ce qui indique un fort alignement avec  $\mathbf{u}_r$ , mais de façon très intermittente. La conséquence est bien visible sur la figure 4.13 a)i., et le fort alignement avec  $\mathbf{u}_r$  fait qu'en général, la contribution de la trainée domine dans la force normale à la paroi subie par ces particules. (la portance est également de signe opposé à la trainée en général). En comparaison,  $\cos(\alpha)$  évolue suivant un signal (pseudo) périodique, sinusoïdal, pour  $\tau_p^+ = 30$ . Le mode de rotation de ces particules n'entraîne donc pas d'alignement de longue durée avec  $\mathbf{u}_r$ . La conséquence de ce mouvement de rotation sur la force normale à la paroi totale subie par ces particules est intéressante. D'une part, on retrouve des oscillations périodiques, et d'autre part on remarque que c'est la portance qui contribue pour l'essentiel à la force normale à la paroi. Ces observations indiquent qu'en proche paroi, la dynamique des particules est dominée par la trainée pour les temps de relaxation faibles et par la portance pour les temps de relaxation élevés. Ce résultat semble cohérent avec ce qui a été observé sur les figures 4.12 et 4.11. L'évolution de la force hydrodynamique totale en fonction de  $y^+$  est similaire à celle de la trainée pour  $\tau_p^+ = 1$ , mais pour  $\tau_p^+ = 30$ , une diminution importante de  $\langle f_y \rangle$  dans la sous-couche visqueuse est liée à la contribution de la portance.

Nous complétons les trajectoires en présentant la pdf de  $\cos(\alpha)$  obtenue dans la sous-couche visqueuse sur la figure 4.14. Celle-ci est symétrique par rapport à  $\cos(\alpha) = 0$ , ce que l'on pouvait attendre du fait de la périodicité des orbites de rotation. Pour  $\tau_p^+ = 1$ , la pdf de  $\cos(\alpha) \approx \pm 1$  est élevée, ce qui correspond au fort alignement des particules avec la vitesse relative et à ce que nous avons observé sur la figure 4.13 a)iii. D'un point de vue comparatif, la figure 4.14 permet d'observer que l'alignement avec la vitesse relative est nettement plus faible pour  $\lambda = 3$  que pour  $\lambda = 10$  (particulièrement pour  $\tau_p^+ = 5$ ). Il s'agit d'une conséquence du changement de mode de rotation de ces particules, qui se rapproche du tumbling pour  $\lambda = 3$ , même pour des temps de relaxation faibles (figure 4.6). Pour des temps de relaxation plus élevés, la probabilité que  $\cos(\alpha)$  soit proche de 0 augmente et beaucoup de ces particules ont des angles d'incidence élevés. On peut donc affirmer que les orbites de rotation des ellipsoïdes ont une influence majeure sur l'angle d'incidence en proche paroi, et par conséquent sur la portance. La diminution de la pdf de  $\cos(\alpha)$  lorsque le temps de relaxation augmente est également le signe d'une décorrélation entre l'alignement des particules et la vitesse relative.

La pdf de  $\cos(\alpha)$  dans la zone tampon est présentée sur les figures 4.15 a) pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Dans cette région, l'angle d'incidence est presque indépendant du temps de relaxation, ce qui contraste nettement avec ce qui a été observé dans la sous-couche visqueuse. La probabilité que  $\cos(\alpha) = \pm 1$ , ce qui indique un fort alignement avec la vitesse

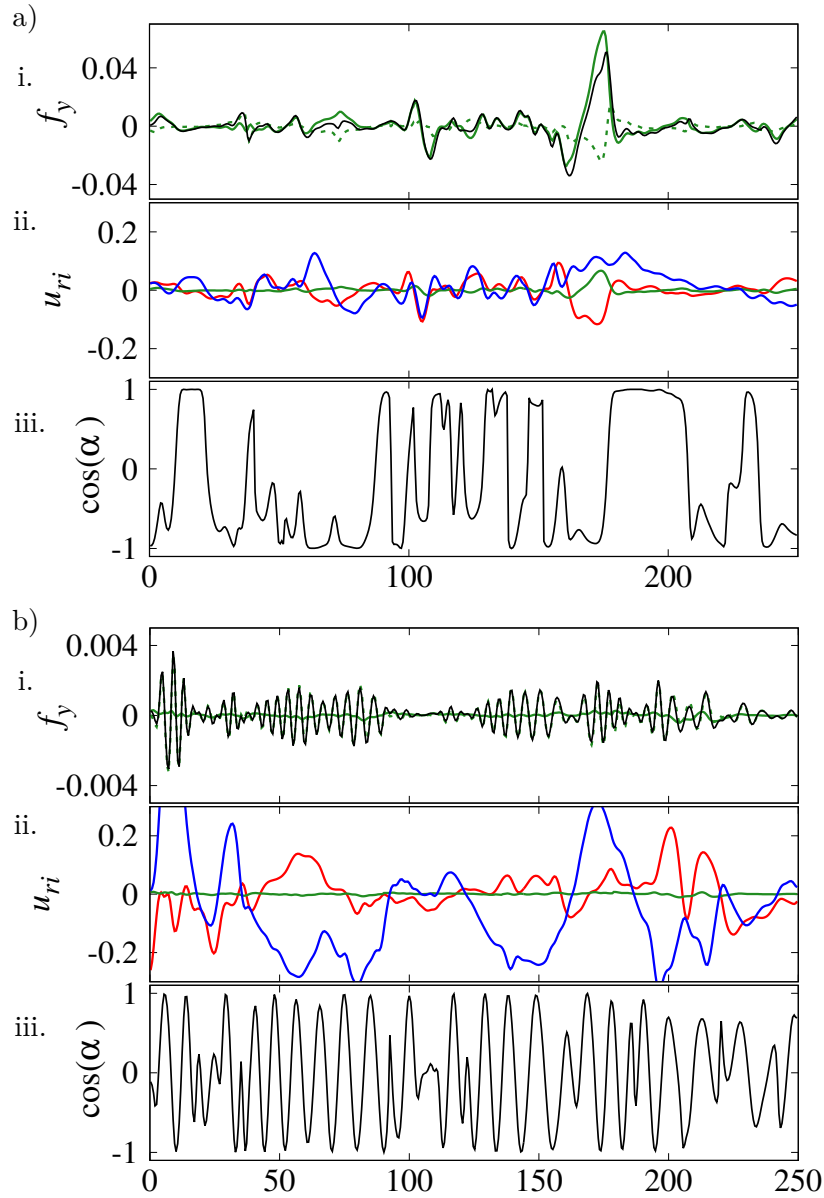


FIGURE 4.13 – Évolution temporelle des composantes de la force normale à la paroi  $f_y$  (i), des trois composantes de la vitesse relative  $u_{ri}$  (ii) et de l'angle d'incidence  $\alpha$  (iii) pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  dans la sous-couche visqueuse ( $y^+ \approx 2$ ). a)  $\tau_p^+ = 1$ . b)  $\tau_p^+ = 30$ . Légende : i) Ligne continue verte :  $f_{Dy}$ ; ligne pointillée verte :  $f_{Ly}$ ; ligne continue noire :  $f_y$ . ii) Bleu :  $u_{rx}$ ; vert :  $u_{ry}$ ; rouge :  $u_{rz}$ . iii) Ligne continue noire :  $\cos(\alpha)$ .

relative, et cette observation est également vraie pour  $\lambda = 10$  (4.15 b). On note toutefois que l'incidence varie significativement entre  $\tau_p^+ = 1$  et 5 et  $\tau_p^+ = 30$  et 100 pour ce rapport d'aspect. Au centre du canal, les figures 4.15 c) et d) montrent une nette uniformisation de l'angle d'incidence des particules. On remarque simplement une pdf un peu plus élevée autour de  $\pm 1$  pour les faibles temps de relaxation et pour  $\lambda = 10$ .

#### 4.4. Les forces de trainée et de portance

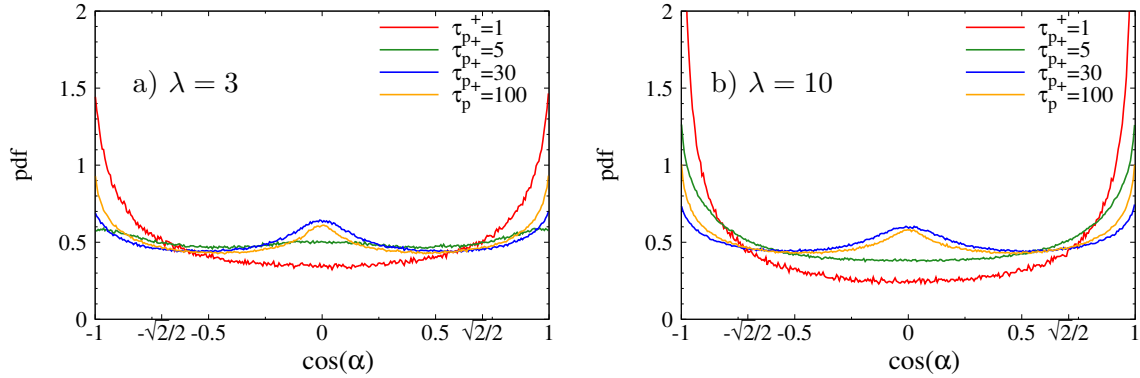


FIGURE 4.14 – Fonction de densité de probabilité de  $\cos(\alpha)$ , avec  $\alpha$  l'angle entre le grand axe et la vitesse relative, dans la sous-couche visqueuse ( $1 < y^+ < 2$ ) pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect et temps de relaxation. a)  $\lambda = 3$ . b)  $\lambda = 10$ .

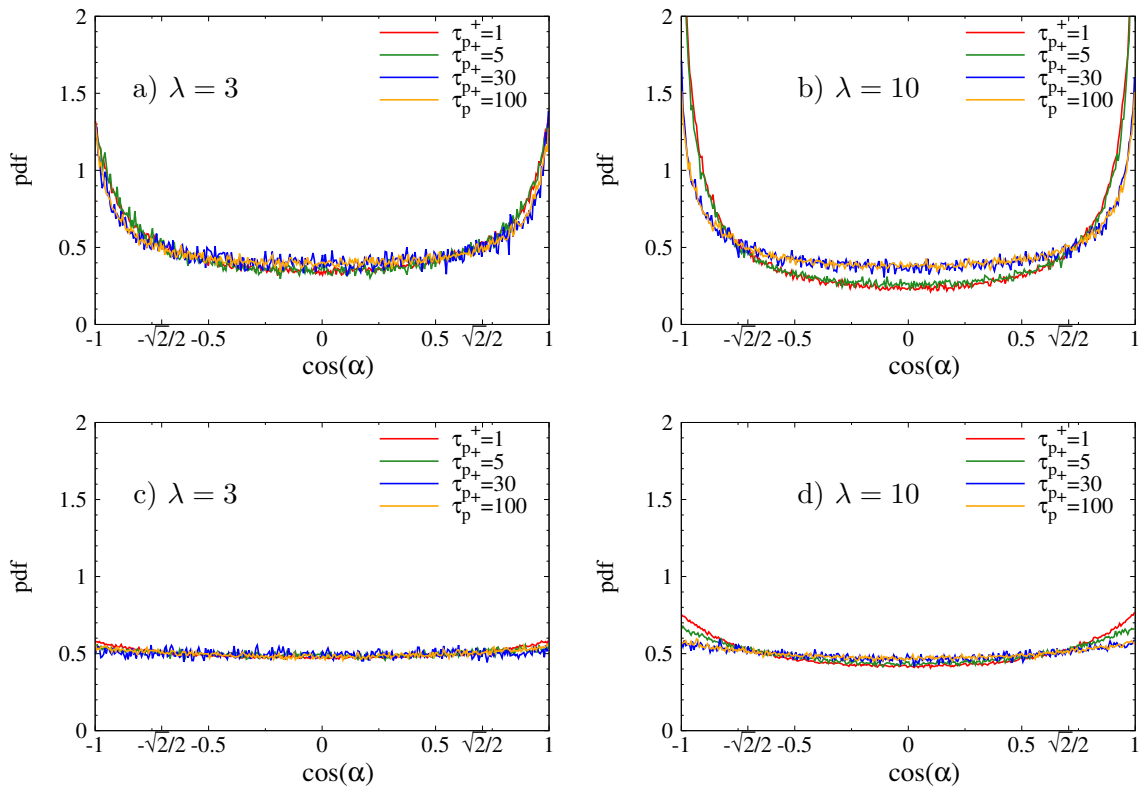


FIGURE 4.15 – Fonction de densité de probabilité de  $\cos(\alpha)$ , avec  $\alpha$  l'angle entre le grand axe et la vitesse relative, dans la zone tampon ( $10 < y^+ < 11$ , a et b) et au centre du canal ( $170 < y^+ < 180$ , c et d) pour des ellipsoïdes de différents rapports d'aspect et temps de relaxation. a) et c) :  $\lambda = 3$ . b) et d) :  $\lambda = 10$ .

## 4.5 Conclusion sur ce chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la dynamique des ellipsoïdes lorsque le calcul des actions hydrodynamique est réalisé par les formules de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922). Nous avons tout d'abord mis en évidence à travers l'étude du profil de concentration que le rapport d'aspect influence de façon significative l'accumulation des particules à la paroi. L'effet de ce paramètre n'est cependant pas facile à prédire, et selon le temps de relaxation, il peut augmenter ou diminuer l'accumulation par rapport à des particules sphériques. Parmi les paramètres considérés, l'influence du rapport d'aspect est maximale pour  $\tau_p^+ = 5$ , minimale pour  $\tau_p^+ = 30$ , puis augmente avec le temps de relaxation. Pour trouver l'origine de ces différences, nous avons tout d'abord étudié les statistiques de la vitesse relative des ellipsoïdes. L'influence de  $\lambda$  n'est pas majeure sur ces statistiques, mais reste visible quelle que soit la position dans le canal, particulièrement en proche paroi et dans la zone tampon. L'étude de l'orientation et de la rotation des ellipsoïdes révèle par contre des différences significatives liées au rapport d'aspect. En proche paroi, la rotation des particules est fortement influencée par le gradient de la vitesse moyenne, qui entraîne une rotation périodique des particules. Ces orbites de rotation dépendent du rapport d'aspect pour les faibles valeurs du temps de relaxation, mais tendent à s'uniformiser pour des valeurs suffisamment grandes de ce paramètre. Les différentes orbites ont des conséquences sur l'orientation préférentielle. L'orientation moyenne dans le repère eulérien varie par exemple fortement selon la valeur du temps de relaxation. Les particules qui favorisent le spinning (rotation autour du grand axe) se trouvent préférentiellement alignées avec la direction de l'écoulement moyen alors que celles qui favorisent le tumbling (rotation autour du petit axe) s'orientent dans le plan vitesse-gradient. Les orbites de rotation modifient également l'interaction des particules avec l'écoulement en faisant varier l'angle d'incidence des ellipsoïdes par rapport à la vitesse relative. Cela a des implications majeures sur les forces auxquelles les particules sont soumises, particulièrement dans la sous-couche visqueuse. La force de portance subie par les particules à un effet antagoniste de la force de traînée et favorise la ségrégation des ellipsoïdes dans cette région. Cet effet est croissant avec la valeur du rapport d'aspect et avec le temps de relaxation. La force de portance contribue également de manière importante à la force totale moyenne subie par les ellipsoïdes au centre du canal pour les temps de relaxation élevés. Les résultats exposés dans ce chapitre nous semblent importants pour comprendre l'effet de l'anisotropie des particules. L'aspect le plus complexe de la dynamique des ellipsoïdes est leur mouvement de rotation, qui influence l'orientation et par voie de conséquence les forces auxquelles les particules sont soumises. Les formules de Happel et Brenner (1965) et Jeffery (1922), utilisées jusqu'à présent pour le calcul du couple hydrodynamique ne sont cependant valides que sous l'hypothèse d'un écoulement de Stokes à l'échelle de la particule. Dans le chapitre suivant, nous allons comparer les résultats obtenus avec ces formules à ceux obtenus par une autre méthode de calcul des actions hydrodynamiques, qui tient compte de l'hydrodynamique des particules à des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds particulaire.

## Chapitre 5

# Formulations bas Reynolds et corrélations : quelle influence sur la dynamique de la phase dispersée ?

Dans ce chapitre nous comparons les statistiques de la phase dispersée obtenues avec deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques. La première est celle que nous avons utilisée dans le chapitre précédent, soit le calcul des forces par la formule de Happel et Brenner (1965) et du couple par la formule de Jeffery (1922). Pour la seconde, la modélisation des forces de traînée et de portance est réalisée par les corrélations développées au sein de notre équipe, soit les équations 1.29 et 1.32. Celles-ci ont été présentées dans la sous-section 1.2.3. Dans cette approche, le couple subit par une particule est la somme du couple rotationnel (lié à la rotation) et du couple de tangage (lié à l'inertie du fluide). Le couple de tangage est obtenu à partir de la formule 1.35. Pour calculer le couple rotationnel exercé sur des particules ellipsoïdales, la seule corrélation est celle proposée par Zastawny *et al.* (2012). Cependant, celle-ci n'est valide que pour deux valeurs du rapport d'aspect qui ne correspondent pas à ceux utilisés dans notre étude. Pour estimer le couple rotationnel, le choix de notre équipe s'est donc porté sur la formule de Dennis *et al.* (1980). Celle-ci n'étant cependant valide que pour des particules sphériques, il s'agit d'une approximation. On peut toutefois trouver deux arguments pour justifier son utilisation. D'une part, la forme fonctionnelle de cette formule est similaire à celle des coefficients de moment rotationnel proposés par Zastawny *et al.* (2012) et l'effet du couple lié à la rotation est donc qualitativement similaire lorsque  $Re_p$  augmente. D'autre part, les ellipsoïdes ont été défini en conservant le diamètre de la sphère de volume équivalent constant et nous pourrions donc étudier l'influence du couple de tangage en comparant les résultats à ceux obtenus pour des particules sphériques. Les résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus avec des ellipsoïdes définis de la même façon que dans le chapitre précédent ( $\lambda = \{1, 3, 10\}$ ,  $\tau_p^+ = \{1, 5, 30, 100\}$ , tableau 3.2). Cela nous permettra de comparer les résultats obtenus avec les corrélations avec ceux obtenus avec les formulations bas Reynolds (FBR). L'écoulement est simulé à  $Re_\tau = 180$  et les caractéristiques de la simulation peuvent être trouvées dans le tableau 2.2. Dans un premier temps, nous étudions l'influence de la modélisation des actions hydrodynamiques sur l'établissement du régime stationnaire ainsi que le nombre de Reynolds particulaire. Les statistiques d'orientation et de rotation sont ensuite présentées afin d'étudier cet aspect fondamental de la dynamique des particules, avant de conclure par la présentation des statistiques de translation.

## 5.1 Détermination du régime stationnaire

Pour nous assurer que nous comparons des statistiques obtenues pendant le régime stationnaire, nous présentons l'évolution temporelle du paramètre d'entropie ( $S$ , équation 3.1) sur la figure 5.1. Le temps nécessaire pour que la distribution des particules atteigne le régime stationnaire est similaire avec les deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques, quels que soient  $\tau_p^+$  et  $\lambda$ . Nous observons par contre que la modélisation influence la valeur de  $S$  (donc la distribution des particules) en régime stationnaire de façon très variable selon le rapport d'aspect et le temps de relaxation. Il n'y a pas de différence notable pour  $\tau_p^+ = 1$  et l'influence de la modélisation est assez faible pour  $\tau_p^+ = 30$ . Pour ce temps de relaxation, nous observons seulement une légère augmentation de la valeur de  $S$  en régime stationnaire pour les ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 10$ . Ces particules ont donc une distribution un peu plus uniforme lorsque les corrélations sont utilisées, et donc une accumulation à la paroi moins importante. La modélisation des actions hydrodynamiques modifie significativement la valeur de  $S$  pour les ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 5$ . La faible valeur de  $S$  observée lorsque les formulations bas Reynolds sont utilisées n'est plus visible avec les corrélations. Celles-ci ont significativement réduit l'influence du rapport d'aspect sur l'accumulation à la paroi. Pour  $\tau_p^+ = 100$ , la valeur de  $S$  est plus faible pour tous les rapports d'aspect lorsque les corrélations sont utilisées. Cette diminution indique que l'accumulation des particules à la paroi est plus importante lorsque les

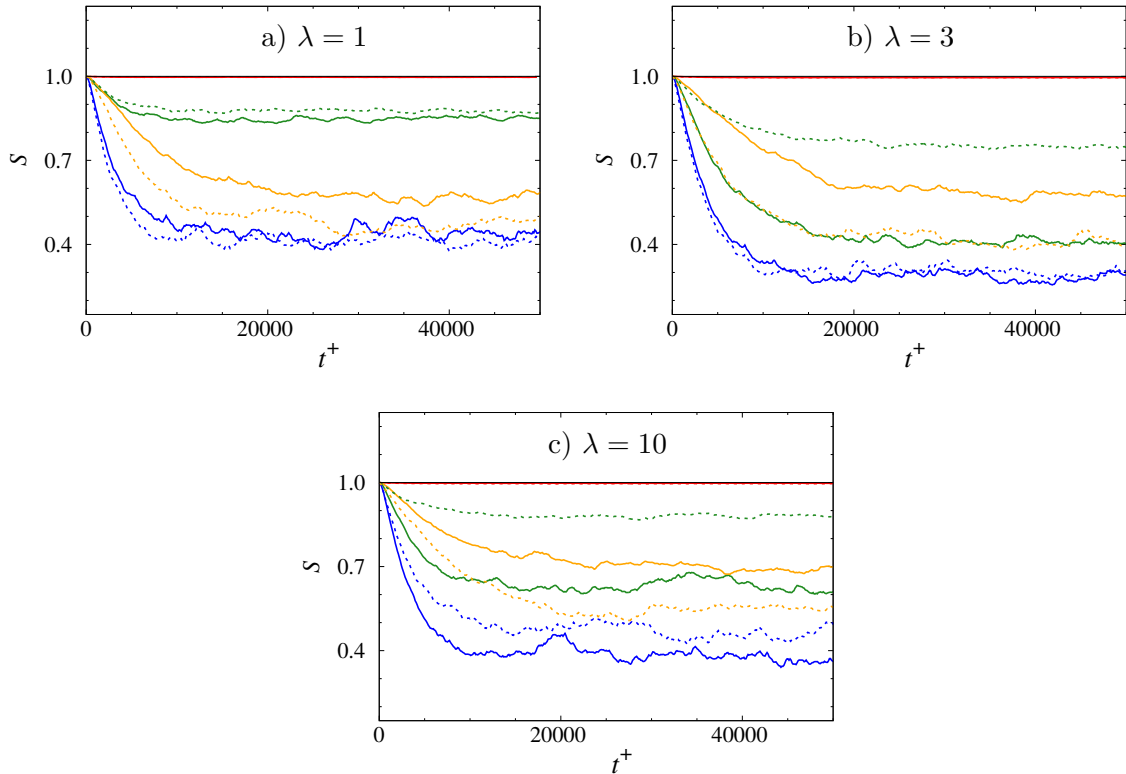


FIGURE 5.1 – Valeur du paramètre d'entropie  $S$  en fonction de  $t^+$ . a)  $\lambda = 1$ ; b)  $\lambda = 3$ ; c)  $\lambda = 10$ . Rouge :  $\tau_p^+ = 1$ ; vert :  $\tau_p^+ = 5$ ; bleu :  $\tau_p^+ = 30$ ; jaune :  $\tau_p^+ = 100$ . Ligne continue : FBR; ligne pointillée : corrélations.



## 5.2. Pdf du nombre de Reynolds particulaire

corrélations sont utilisées. Globalement, l'utilisation des corrélations entraîne une diminution de l'accumulation des particules à la paroi pour les ellipsoïdes de temps de relaxation modérés ( $\tau_p^+ = 5$  et 30) et une augmentation de l'accumulation des particules d'inertie élevée.

## 5.2 Pdf du nombre de Reynolds particulaire

La différence entre les corrélations et les formules de Happel et Brenner (1965) est surtout visible pour des valeurs élevées de  $Re_p$ , ce que nous avons vu lors de la présentation de ces modèles (voir la sous section 1.2.3). Pour avoir une première idée de l'influence de la modélisation, nous présentons sur la figure 5.2 la pdf du nombre de Reynolds particulaire à différentes positions dans le canal pour les différentes valeurs du temps de relaxation. Celles-ci ont été obtenues pour  $\lambda = 1$  lorsque les forces sont calculées avec les FBR. Nous n'avons pas remarqué d'influence notable du rapport d'aspect ou de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques sur la pdf de  $Re_p$ . L'augmentation du temps de relaxation entraîne une

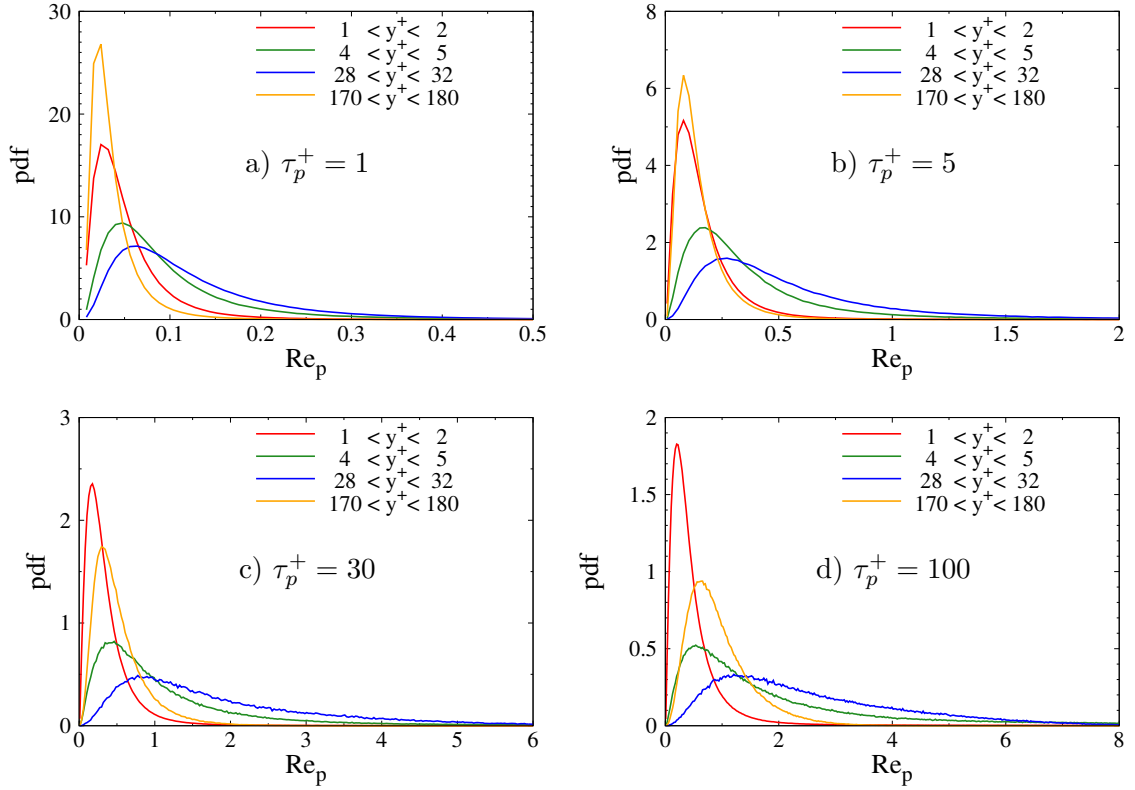


FIGURE 5.2 – Fonction de densité de probabilité du nombre de Reynolds particulaire,  $Re_p$ , à différentes position dans le canal pour des particules sphériques de différents temps de relaxation. Méthode de calcul des actions hydrodynamiques : FBR. a)  $\tau_p^+ = 1$ . b)  $\tau_p^+ = 5$ . c)  $\tau_p^+ = 30$ . d)  $\tau_p^+ = 100$ .

augmentation des valeurs prises par  $Re_p$  sur toute la largeur du canal. Pour  $\tau_p^+ = 1$ ,  $Re_p$  est globalement inférieur à 0.3 et on peut s'attendre à ce qu'il n'y ait pas d'influence significative sur les forces subies par les particules. Pour  $\tau_p^+ = 5$ , nous observons sur la figure 5.2 qu'en proche paroi et au centre du canal,  $Re_p$  reste généralement  $< 0.5$ , ce que l'on peut également

considérer comme assez faible. Dans la zone tampon et la zone inertielle ( $y^+ \approx 5$  et  $30$ ), la pdf à par contre une longue queue, ce qui indique que  $Re_p$  atteint des valeurs plus élevées ( $> 1$  pour  $\tau_p^+ = 5$ ) de façon intermittente. Ces valeurs de  $Re_p$  sont suffisantes pour que le coefficient de traînée diffère de façon assez importante entre les deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques, particulièrement pour les ellipsoïdes les plus allongés (on pourra consulter la figure 1.4 b). Pour  $\tau_p^+ = 30$  et  $100$ , une fraction significative des particules ont des nombres de Reynolds modérés ( $> 1$ ), particulièrement à  $y^+ \approx 5$  et  $30$ . Il y aura donc vraisemblablement une différence importante de l'intensité des forces subies par ces particules avec l'utilisation des corrélations. Cependant, du fait du fort couplage entre le mouvement de translation et de rotation, nous allons tout d'abord étudier l'influence de la modélisation sur la rotation et l'orientation des ellipsoïdes.

## 5.3 Orientation et rotation

### 5.3.1 Les modes de rotation et l'orientation moyenne

Nous comparons tout d'abord les modes de rotation des ellipsoïdes à différentes positions dans le canal en analysant la pdf de  $|\cos(\beta)|$ , l'angle entre le grand axe et la vitesse angulaire, qui est présentée sur la figure 5.3. En proche paroi, nous avons vu dans le chapitre précédent que la pdf de  $|\cos(\beta)|$  varie significativement avec  $\tau_p^+$  lorsque les FBR sont utilisées à cause de l'utilisation de la formule de Jeffery (1922). On voit sur les figures 5.3 a) et b) que la pdf de  $|\cos(\beta)| \approx 1$  est élevée pour  $\tau_p^+ = 1$  et  $5$  avec cette méthode de calcul des actions hydrodynamiques et indique que la rotation à lieu autour du grand axe (spinning). L'orbite de rotation correspondante est représentée sur la figure 5.4 a). Pour les temps de relaxation plus élevés, le pic de  $|\cos(\beta)| \approx 0$  indique que la rotation à lieu autour du petit axe, ce qui caractérise le tumbling. Lorsque les corrélations sont utilisées, la probabilité de  $|\cos(\beta)| \approx 0$  est élevée indépendamment du temps de relaxation ou du rapport d'aspect, et les ellipsoïdes sont principalement en rotation autour d'un de leurs petits axes (tumbling). Pour les faibles temps de relaxation, l'influence de la modélisation sur le mode de rotation des ellipsoïdes en proche paroi est par contre majeure. La figure 5.4 présente l'évolution temporelle de l'orientation d'une particule de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  et  $\tau_p^+ = 1$ , dans la sous couche visqueuse, pour chaque méthode calcul des actions hydrodynamiques. Lorsque les corrélations sont utilisées (figure 5.4 b), la rotation à lieu avec une vitesse angulaire quasiment constante dans le plan  $(x, y)$ , ce qui contraste nettement avec l'orbite de rotation obtenue lorsque le calcul des actions hydrodynamiques est effectué avec les FBR. Pour les temps de relaxation plus élevés, les orbites de rotation ne dépendent pas significativement de la méthode de modélisation des actions hydrodynamiques.

Dans la région centrale de l'écoulement, les figures 5.3 c) et d) permettent d'observer que la probabilité de rencontrer des particules en rotation autour de leur grand axe est élevée quels que soient  $\lambda$  et  $\tau_p^+$  lorsque les FBR sont utilisées. La rotation est très différente avec les corrélations. Les ellipsoïdes de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 30$  et  $100$  ont une forte probabilité que  $|\cos(\beta)| \approx 0$ , c'est à dire d'être en rotation autour de leur petit axe (tumbling). Cette tendance est beaucoup plus prononcée pour  $\lambda = 10$  que pour  $\lambda = 3$ . On ne remarque finalement pas d'orientation préférentielle des ellipsoïdes de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 1$  et  $5$ . De façon générale, la modélisation des actions hydrodynamiques influence de façon significative la rotation des ellipsoïdes. En proche paroi, la rotation est de type tumbling lorsque les corrélations sont utilisées, quels que soient le rapport d'aspect et le temps de relaxation. C'est une

### 5.3. Orientation et rotation

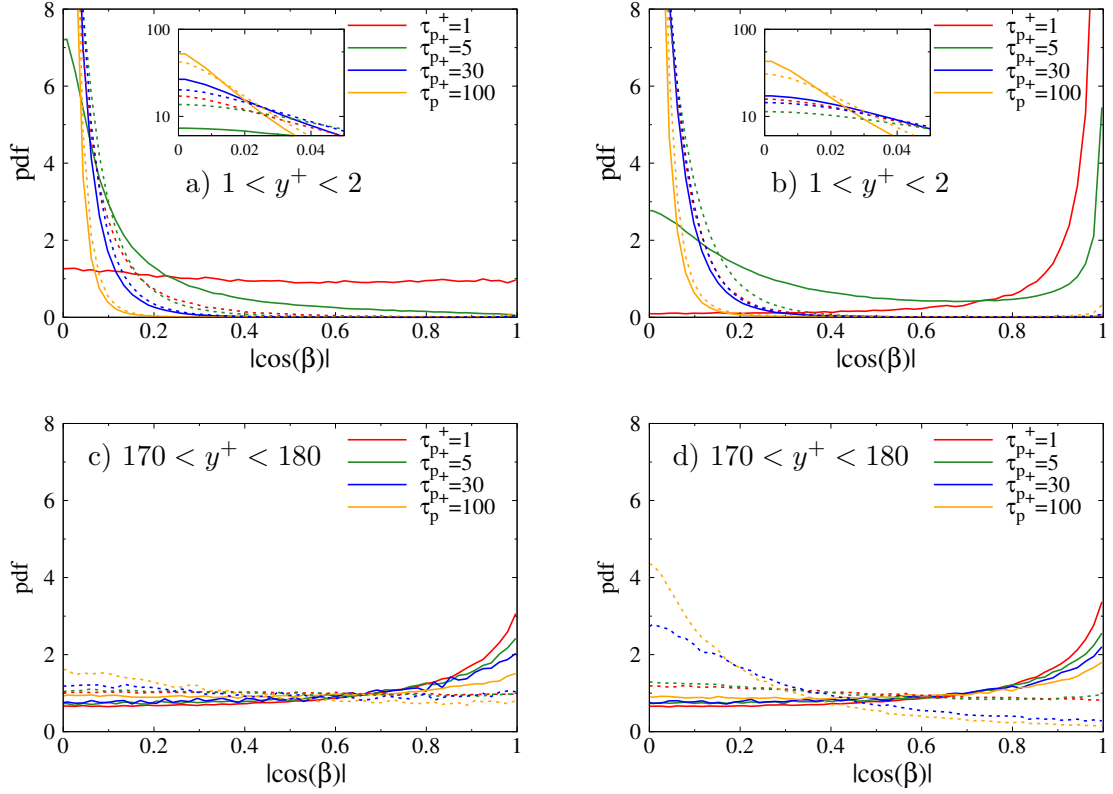


FIGURE 5.3 – Fonction de densité de probabilité de  $|\cos(\beta)|$ , avec  $\beta$  l'angle entre le grand axe et le vecteur rotation, à différentes positions dans le canal. a) et c) :  $\lambda = 3$ ; b) et d)  $\lambda = 10$ . Ligne continue : FBR ; ligne pointillée : corrélations.

conséquence de l'utilisation de la formule de Dennis *et al.* (1980). Celle-ci ne permet pas de reproduire la dépendance complexe de la rotation à  $\lambda$  qui résulte de l'utilisation de la formule de Jeffery (1922). Dans la région centrale de l'écoulement, l'emploi des corrélations entraîne également une rotation de type tumbling des ellipsoïdes de grand rapport d'aspect et d'inertie élevée. Cela constitue également une différence notable par rapport au comportement observé avec les FBR. Finalement, il n'y a pas de mode de rotation préférentiel des particules de faible inertie dans cette région lorsque les corrélations sont utilisées.

Les modes de rotation ont une influence significative sur l'orientation moyenne des ellipsoïdes. Lorsque les FBR sont utilisées, les modes de rotation dépendent du temps de relaxation et les figures 5.5 a) et c) montrent que c'est également le cas de l'orientation moyenne. En proche paroi, la valeur élevée de  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  indique que les ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 1$ , dont le mode de rotation est de type spinning, ont un fort alignement moyen dans la direction longitudinale. Comparativement, les valeurs de  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  et  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$  sont égales à la paroi pour les ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 30$  (tumbling), ce qui indique la rotation dans le plan  $(x, y)$ . L'influence de  $\lambda$  et  $\tau_p^+$  a été présentée de façon plus détaillée pour les FBR dans le chapitre précédent. Lorsque les corrélations sont utilisées, l'orientation moyenne dépend assez peu de  $\tau_p^+$ . En proche paroi, la faible valeur de  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$  indique que le grand axe des particules se situe dans le plan

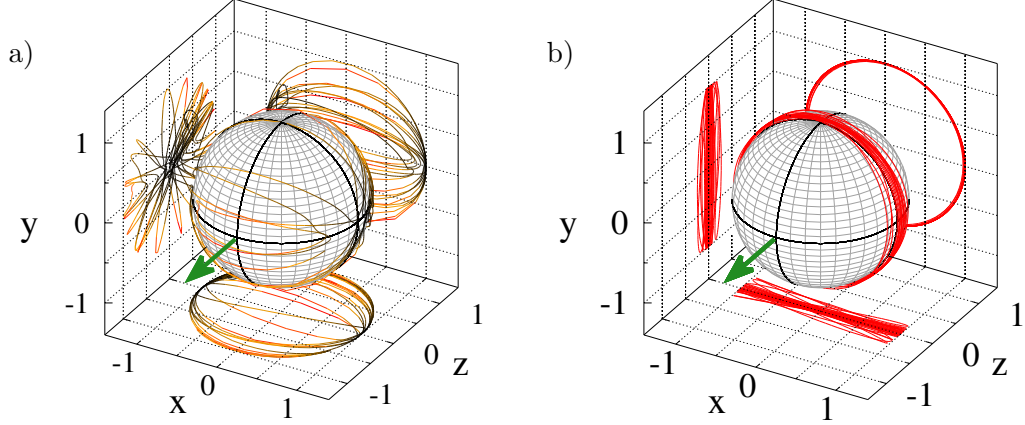


FIGURE 5.4 – Visualisation de la trajectoire de l'extrémité d'un ellipsoïde de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  sur une durée de 1000 unités de temps visqueuses dans la sous-couche visqueuse ( $y^+ \approx 2$ ). Coloré selon la valeur de  $\omega_{pz}^+$  : de noir  $\omega_{pz}^+ = 0$ , à rouge  $\omega_{pz}^+ = 0.5$ . La flèche verte matérialise la direction de la vorticité moyenne du fluide. a) FBR ; b) Corrélations.

$(x, y)$ , et les valeurs de  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  et  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$  sont égales. La rotation est donc uniforme dans ce plan. C'est une différence majeure par rapport aux FBR pour  $\tau_p^+ = 1$  ( $\tau_p^+ = 5$  également, mais pas présenté). On ne retrouve pas l'orientation préférentielle dans la direction de l'écoulement moyen qui résulte de l'utilisation de la formule de Jeffery (1922). On observe que l'orientation moyenne est semblable sur les figures 5.5 c) et d), et les deux méthodes de modélisation causent donc une orientation et une rotation similaire en proche paroi pour  $\tau_p^+ = 30$  (et 100, de type tumbling).

À mesure que l'on s'éloigne de la paroi, l'orientation préférentielle n'évolue pas de la même façon selon la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Lorsque les corrélations sont utilisées, la diminution de l'orientation préférentielle est plus rapide lorsque  $y^+$  augmente. Pour  $\tau_p^+ = 1$  par exemple, les trois cosinus directeurs ont pour valeur 0.5 (orientation uniforme) à partir de  $y^+ \approx 80$ . Cela contraste avec l'orientation préférentielle qui reste visible jusqu'au centre du canal (même si elle est faible) lorsque les formulations bas Reynolds sont utilisées. On remarque également que indépendamment du temps de relaxation, il n'y a pas de maximum local de  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  autour de  $y^+ \approx 20$  lorsque les corrélations sont utilisées. Ce maximum est visible avec les FBR (figures 5.5 a) et c) et correspond à un changement du mode de rotation des ellipsoïdes. Zhao *et al.* (2019) ont montré que pour des ellipsoïdes sans inertie, ce changement a lieu à la position où l'effet organisateur du gradient de la vitesse moyenne est remplacée par celui des fluctuations du gradient de la vitesse. Pour les temps de relaxation plus élevés, il s'agit de la position où le temps caractéristique de la rotation des ellipsoïdes est équivalent à l'échelle de temps de Kolmogorov locale. Notons finalement que l'influence du rapport d'aspect ne change pas selon la méthode de modélisation : l'orientation préférentielle des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  diminue plus rapidement que celle de  $\lambda = 10$  à mesure que  $y^+$  augmente.

### 5.3. Orientation et rotation

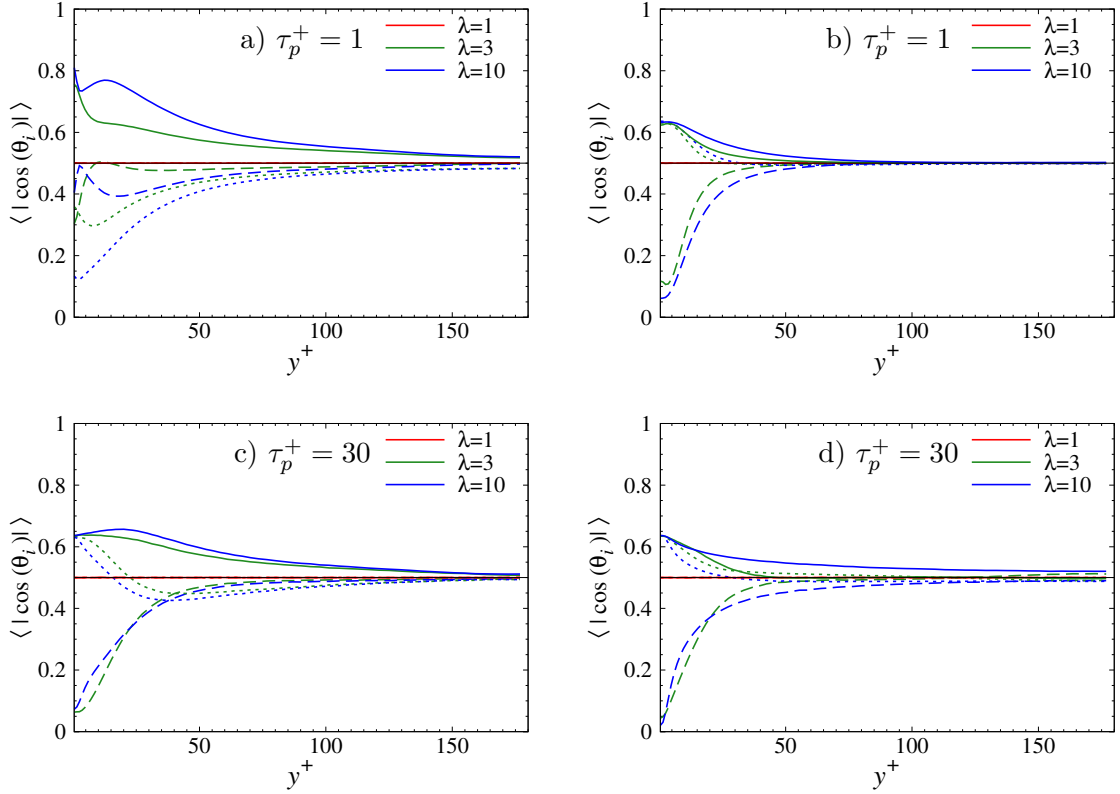


FIGURE 5.5 – Moyenne de la valeur absolue des cosinus directeurs en fonction de  $y^+$  pour des particules ellipsoïdales de différent rapport d'aspect. a) et b)  $\tau_p^+ = 1$ ; c) et d)  $\tau_p^+ = 30$ .  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  : ligne continue;  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$  : ligne pointillée;  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$  : tirets. a) et c) FBR; b) et d) corrélations.

#### 5.3.2 Orientation par rapport à la vorticité du fluide vu et à la vitesse relative

Au centre du canal, l'utilisation des FBR entraine un alignement préférentiel du grand axe et de la vorticité du fluide vu, qui peut être observé grâce à la pdf de l'angle entre ces deux vecteurs,  $\xi$ . Les figures 5.6 a) et b) présentent la pdf de  $|\cos(\xi)|$  et celle-ci est presque uniforme lorsque les corrélations sont utilisées. Il n'y a donc pas d'alignement préférentiel avec la vorticité du fluide vu. Il s'agit d'une différence majeure de l'orientation préférentielle. Il est également intéressant d'étudier l'alignement des ellipso ides par rapport à la vitesse relative, puisque celui-ci peut avoir une forte influence sur les forces subies par ces particules. La pdf de  $\cos(\alpha)$ , l'angle entre le grand axe et la vitesse relative, dans la région centrale du canal est présentée sur la figure 5.6 c) et d). Lorsque les FBR sont utilisées, il n'y a pas d'alignement significatif avec la vitesse relative, quels que soient  $\lambda$  ou  $\tau_p^+$ . L'utilisation des corrélations modifie significativement l'orientation par rapport à la vitesse relative. Indépendamment du rapport d'aspect, la probabilité de trouver des particules de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 1$  et 5 alignées avec la vitesse relative augmente et cet effet est plus important pour  $\lambda = 10$  que pour  $\lambda = 3$ . Cette conséquence de l'utilisation des corrélations est en accord avec les observations de Sabban *et al.* (2017). Expérimentalement, ils ont observé un alignement

préférentiel de fibres inertielles ( $\lambda = 37$  et  $\tau_p^+ = 1.35$ ;  $\lambda = 26$  et  $\tau_p^+ = 2.44$ ) avec la vitesse relative en THI.

Pour les temps de relaxation plus élevés,  $\tau_p^+ = 30$  et  $100$ , on observe sur la figure 5.6 d) que

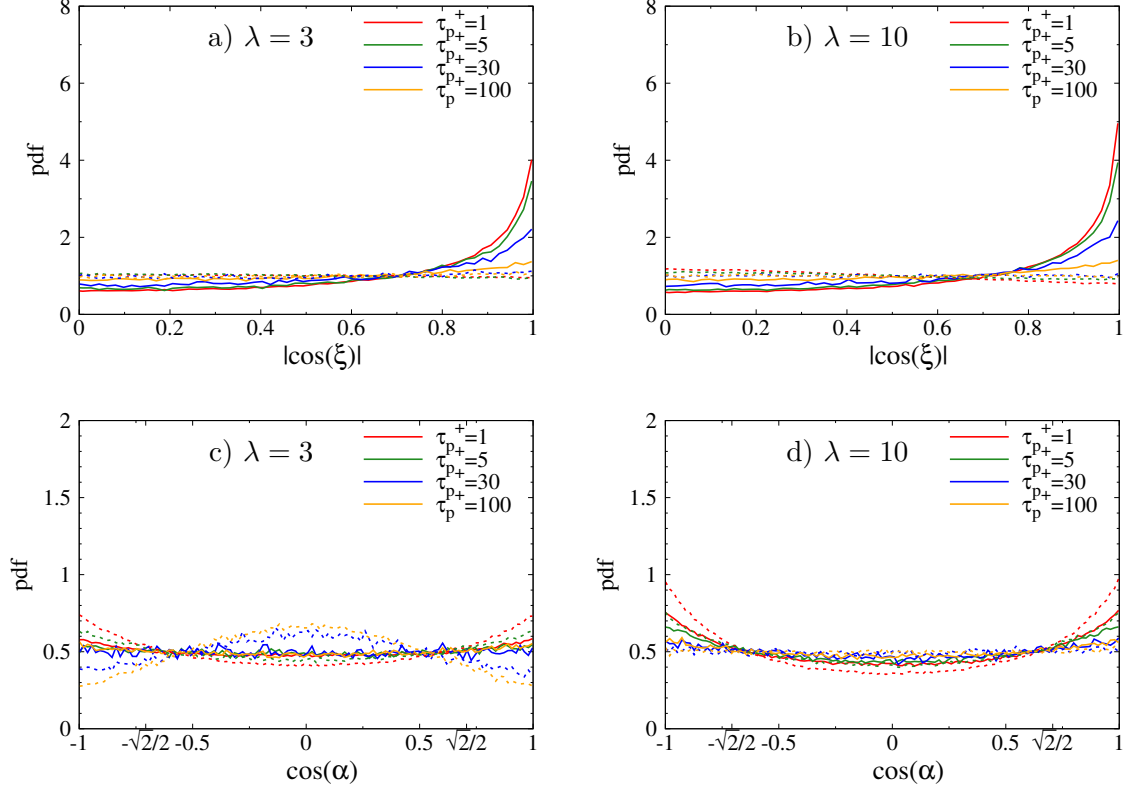


FIGURE 5.6 – Fonction de densité de probabilité de  $|\cos(\xi)|$  (a, b), avec  $\xi$  l'angle entre le grand axe et la vorticité du fluide vu, et de  $|\cos(\alpha)|$  (c, d), avec  $\alpha$  l'angle entre le grand axe et la vitesse relative, dans la région centrale de l'écoulement ( $170 < y^+ < 180$ ). a) et c)  $\lambda = 3$ ; b) et d)  $\lambda = 10$ . Lignes continues : FBR ; Lignes pointillées : corrélations.

l'utilisation des corrélations n'a pas d'influence significative sur la pdf de  $\cos(\alpha)$  pour  $\lambda = 10$ . Il n'y a pas d'alignement préférentiel de ces particules par rapport à la vitesse relative. La figure 5.6 c) montre qu'il y a par contre une influence majeure de la modélisation pour les ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . L'orientation est uniforme lorsque les FBR sont utilisées alors que la pdf de  $\cos(\alpha) \approx 0$  est élevée avec les corrélations. Cela indique que ces ellipsoïdes s'orientent perpendiculairement à la vitesse relative.

Nous complétons la présentation de l'orientation préférentielle, en étudiant la pdf de  $\cos(\alpha)$  dans la région  $1 < y^+ < 2$ . La figure 5.7 permet d'observer que pour les temps de relaxation élevés, l'orientation par rapport à la vitesse relative dépend faiblement de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Cela semble assez naturel puisque les deux méthodes de calcul résultent en des modes de rotation identiques (tumbling dans le plan vitesse-gradient). La pdf de  $\cos(\alpha) = 0$  est élevée et indique que beaucoup de particules sont orthogonales à la vitesse relative. L'influence de la modélisation est par contre importante pour  $\tau_p^+ = 1$  et  $5$ . Lorsque les corrélations sont utilisées, la pdf de  $\cos(\alpha) = 0$  est élevée, de façon similaire

### 5.3. Orientation et rotation

à celle obtenue pour  $\tau_p^+ = 30$  ou  $100$ . Cela contraste nettement avec la valeur élevée de la pdf de  $\cos(\alpha) = 1$  pour les faibles temps de relaxation lorsque les FBR sont utilisées. Cette différence est une pure conséquence de la modélisation des actions hydrodynamiques sur les modes de rotation des ellipsoïdes dans cette région.

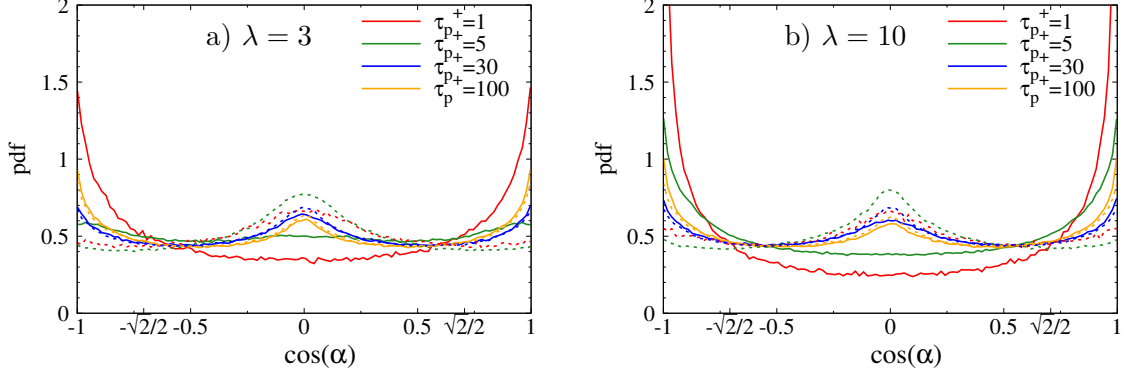


FIGURE 5.7 – Fonction de densité de probabilité de  $\cos(\alpha)$ , avec  $\alpha$  l’angle entre le grand axe et la vitesse relative, dans l’intervalle  $1 < y^+ < 2$ . a) :  $\lambda = 3$ . b)  $\lambda = 10$ . Lignes continues : FBR ; Lignes pointillées : corrélations.

#### 5.3.3 Vitesse angulaire moyenne des particules et statistiques du fluide vu

Maintenant que nous avons connaissance de l’influence de la modélisation sur les orbites de rotation des ellipsoïdes et sur leur orientation, nous nous intéressons aux statistiques de rotation. La figure 5.8 présente la moyenne de la composante transversale de la vitesse angulaire,  $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$ , en fonction de  $y^+$  pour les différentes valeurs du rapport d’aspect et du temps de relaxation. Pour les particules sphériques, la figure 5.8 a) permet d’observer que la modélisation n’a pas d’influence significative sur la vitesse angulaire moyenne. Pour les ellipsoïdes, la méthode de calcul des actions hydrodynamiques influence significativement  $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$ . Lorsque les FBR sont utilisées, la vitesse angulaire moyenne des particules est beaucoup plus faible que celle du fluide pour  $\tau_p^+ = 1$  et  $5$ . C’est une conséquence de l’utilisation de la formule de Jeffery (1922). Les ellipsoïdes de faible temps de relaxation ont une longue période de rotation et une faible vitesse angulaire moyenne (rotation de type spinning). La vitesse moyenne est également d’autant plus faible que  $\lambda$  est grand et la vitesse angulaire moyenne reste inférieure à celle du fluide sur une large partie du canal.  $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$  se rapproche par contre de celle du fluide pour  $\tau_p^+ = 30$  et  $100$ . La rotation de ces particules est de type tumbling, et la vitesse de rotation est plus élevée dans ce cas. Avec les corrélations, la vitesse angulaire moyenne en proche paroi est égale à celle du fluide, indépendamment de  $\lambda$  et  $\tau_p^+$ . C’est une différence majeure par rapport aux FBR et cela est dû à l’utilisation de la formule de Dennis *et al.* (1980). La rotation des ellipsoïdes est de type tumbling, quel que soit  $\tau_p^+$ . A mesure que l’on s’éloigne de la paroi, les figures 5.8 b) et c) permettent par contre d’observer que la vitesse de rotation moyenne diminue d’autant plus rapidement que  $\tau_p^+$  et  $\lambda$  sont grands. En conséquence, la vitesse angulaire moyenne des particules est en général d’autant plus faible que  $\tau_p^+$  est grand sur une large partie du canal. L’influence du temps de relaxation est donc opposée

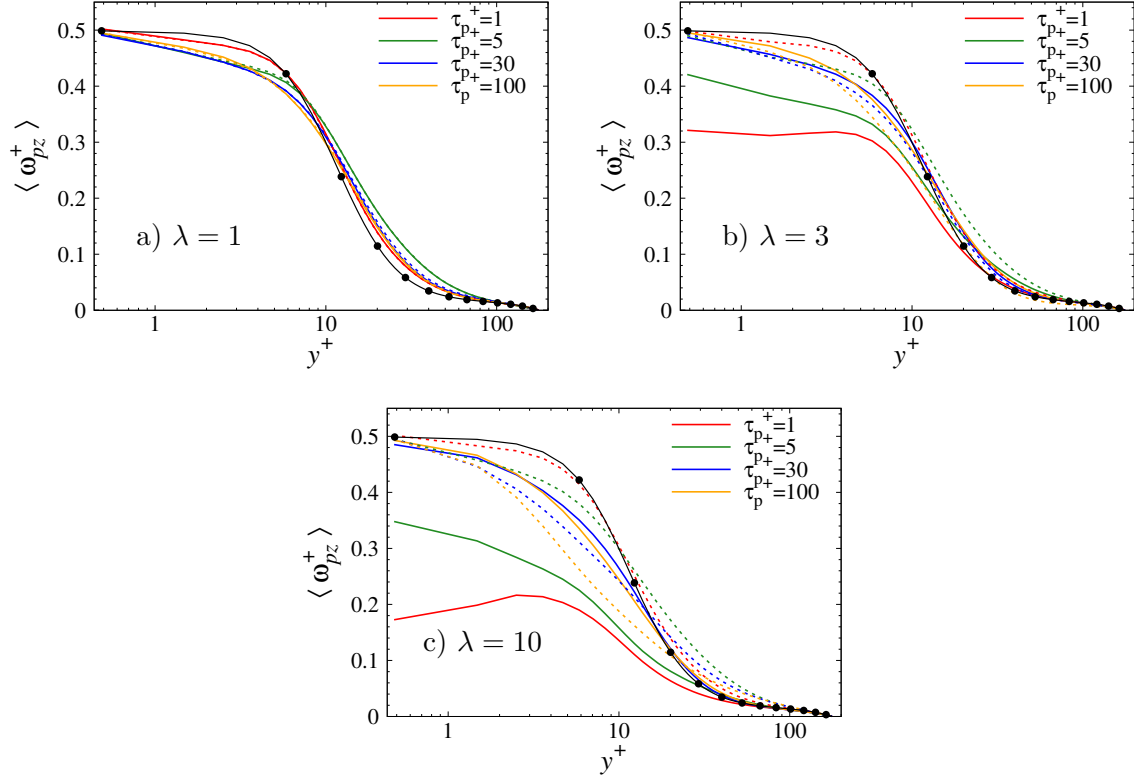


FIGURE 5.8 – Évolution de la moyenne de la vitesse angulaire des particules  $\langle \omega_{pz}^+ \rangle$  en fonction de  $y^+$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : moyenne de la vitesse angulaire du fluide.

à celle relevée lorsque les FBR sont utilisées.

On peut comparer ces résultats en étudiant la vitesse angulaire de dérive,

$$\omega_{dz} = \langle \tilde{\Omega}_z - \langle \Omega_z \rangle \rangle, \quad (5.1)$$

présentée sur la figure 5.9. Cette grandeur permet d'analyser le signe et l'intensité des fluctuations de l'écoulement à la position des particules. Dans l'intervalle  $1 < y^+ < 9$ ,  $\omega_{dz}$  est positive et les fluctuations de la vitesse angulaire sont donc en moyenne positives. L'influence du rapport d'aspect est assez faible, ce qui contraste nettement avec ce qui a été observé pour la vitesse angulaire des particules et implique que l'influence de  $\lambda$  et  $\tau_p^+$  sur la vitesse angulaire moyenne des ellipsoïdes n'est pas liée à l'écoulement vu, mais purement à la rotation des particules. Ces résultats sont en bon accord qualitatif avec ce qui a été rapporté par Arcen *et al.* (2017) en l'absence de gravité (et pendant transitoire), bien que l'influence du rapport d'aspect soit moins prononcée dans la présente étude. Quelle que soit la méthode de modélisation, l'influence de  $\lambda$  sur la vitesse angulaire de dérive est faible pour  $\tau_p^+ = 1, 30$  et  $100$ . Si les FBR sont utilisées, il y a par contre une augmentation notable de  $\lambda$  sur  $\langle \omega_{dz} \rangle$  pour  $\lambda = 3$  dans la région  $y^+ < 10$  (figure 5.9 b). Cela ne semble pas avoir d'influence particulière sur la vitesse angulaire moyenne des ellipsoïdes.



### 5.3. Orientation et rotation

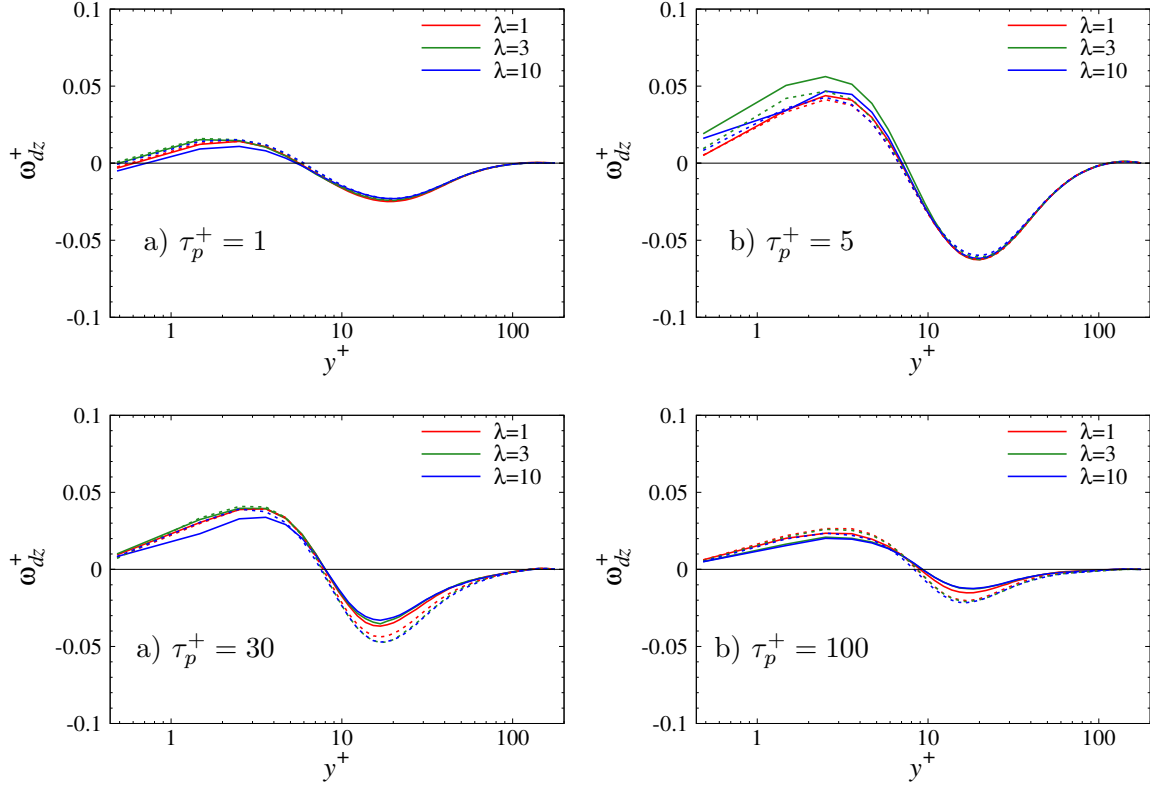


FIGURE 5.9 – Évolution de la composante transversale de la vitesse angulaire de dérive  $\omega_{dz} = \langle \tilde{\Omega}_z - \langle \Omega_z \rangle \rangle$  en fonction de  $y^+$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations.

Pour compléter cette étude de l'influence de la modélisation, nous décrivons les propriétés statistiques de l'écoulement vu par les particules. La figure 5.10 présente la moyenne et les fluctuations de la vitesse angulaire du fluide vu pour les ellipsoïdes de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$ . Les courbes sont confondues sur les figures 5.10 a), b), c) et d) et il n'y a donc pas d'influence de la modélisation des actions hydrodynamiques sur ces propriétés de l'écoulement vu. Les résultats pour les autres temps de relaxation sont identiques et on pourra donc considérer qu'il n'y a pas d'effet de la méthode de modélisation sur les statistiques d'ordre 1 et 2 de la vitesse angulaire du fluide vu. Étant donné que nous n'avons pas observé de différence majeure sur la vitesse angulaire de dérive, nous pouvons conclure a priori qu'il n'y a pas d'influence majeure de la méthode de modélisation sur la concentration préférentielle. Par ailleurs, les particules échantillonnent les mêmes régions de l'écoulement, indépendamment du rapport d'aspect.

#### 5.3.4 Fluctuations de la vitesse angulaire des particules

Les fluctuations de la vitesse angulaire des particules et du fluide sont présentées pour  $\lambda = 3$  et 10 sur la figure 5.11. Nous n'avons pas représenté les résultats pour les particules sphériques car il n'y a pas d'effet visible de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques sur ces statistiques. L'influence couplée du rapport d'aspect, du temps de relaxation et de

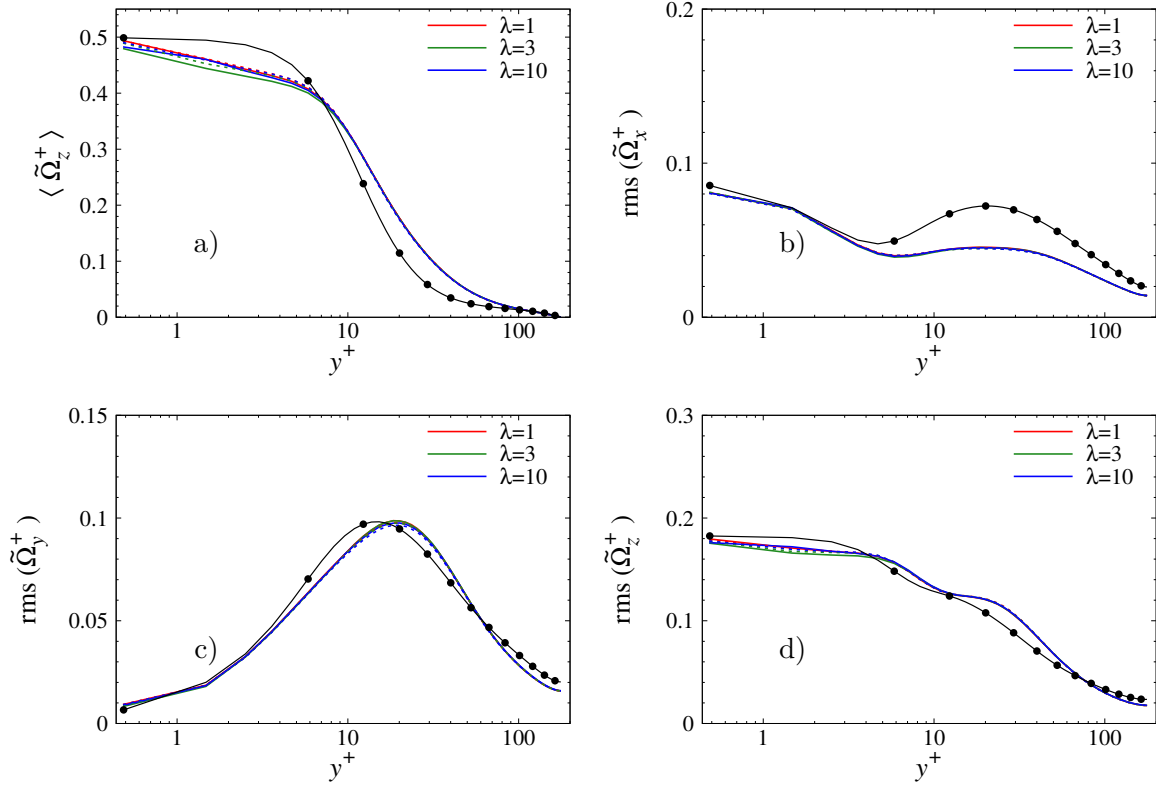


FIGURE 5.10 – Évolution de la moyenne de la composante transversale de la vitesse angulaire du fluide vu (a) et des rms des trois composantes de la vitesse angulaire du fluide vu (b, c, d) en fonction de  $y^+$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$ . Lignes continues : FBR; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : statistiques de la vitesse angulaire du fluide.

la méthode de calcul des actions hydrodynamiques est notable. Les figures 5.11 a) et b) (respectivement e et f) permettent d'observer une influence significative de la modélisation sur l'intensité des  $\text{rms}(\omega_{px}^+)$  et  $\text{rms}(\omega_{pz})$  en proche paroi ( $y^+ < 3$ ). Celles-ci sont plus élevées que celles du fluide pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5 lorsque les FBR sont utilisées mais inférieures à ceux du fluide quel que soit  $\tau_p^+$  avec les corrélations. Quel que soit  $\lambda$ , l'intensité des  $\text{rms}(\omega_{px})$  et  $\text{rms}(\omega_{pz})$  est d'autant plus élevée que  $\tau_p^+$  est faible, mais diminue lorsque les corrélations sont utilisées. Les orbites de rotation résultant de l'utilisation de la formule de Jeffery (1922) sont donc responsables d'une plus grande variabilité de la vitesse angulaire de ces ellipsoïdes. En proche paroi, les figures 5.11 c) et d) montrent que les  $\text{rms}(\omega_{py})$  varient fortement selon le rapport d'aspect. Les fluctuations de la vitesse angulaire sont plus importantes que celles du fluide en proche paroi pour  $\lambda = 10$ , quelle que soit la méthode de modélisation. Pour  $\lambda = 3$ , cela n'est le cas qu'avec les FBR et pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5. De façon générale, l'utilisation des corrélations entraîne une diminution des  $\text{rms}(\omega_{pi})$  en proche paroi, qui est importante pour les faibles temps de relaxation.

Dans la région centrale de l'écoulement ( $y^+ > 30$ ), pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5, les figures 5.11 a), c) et e) montrent que l'intensité des fluctuations de la vitesse angulaire calculées avec les FBR et les corrélations est similaire pour  $\lambda = 3$ . Pour  $\lambda = 10$ , les figures 5.11 d) et f) permettent d'observer une augmentation notable des fluctuations, qui sont plus intenses que

### 5.3. Orientation et rotation

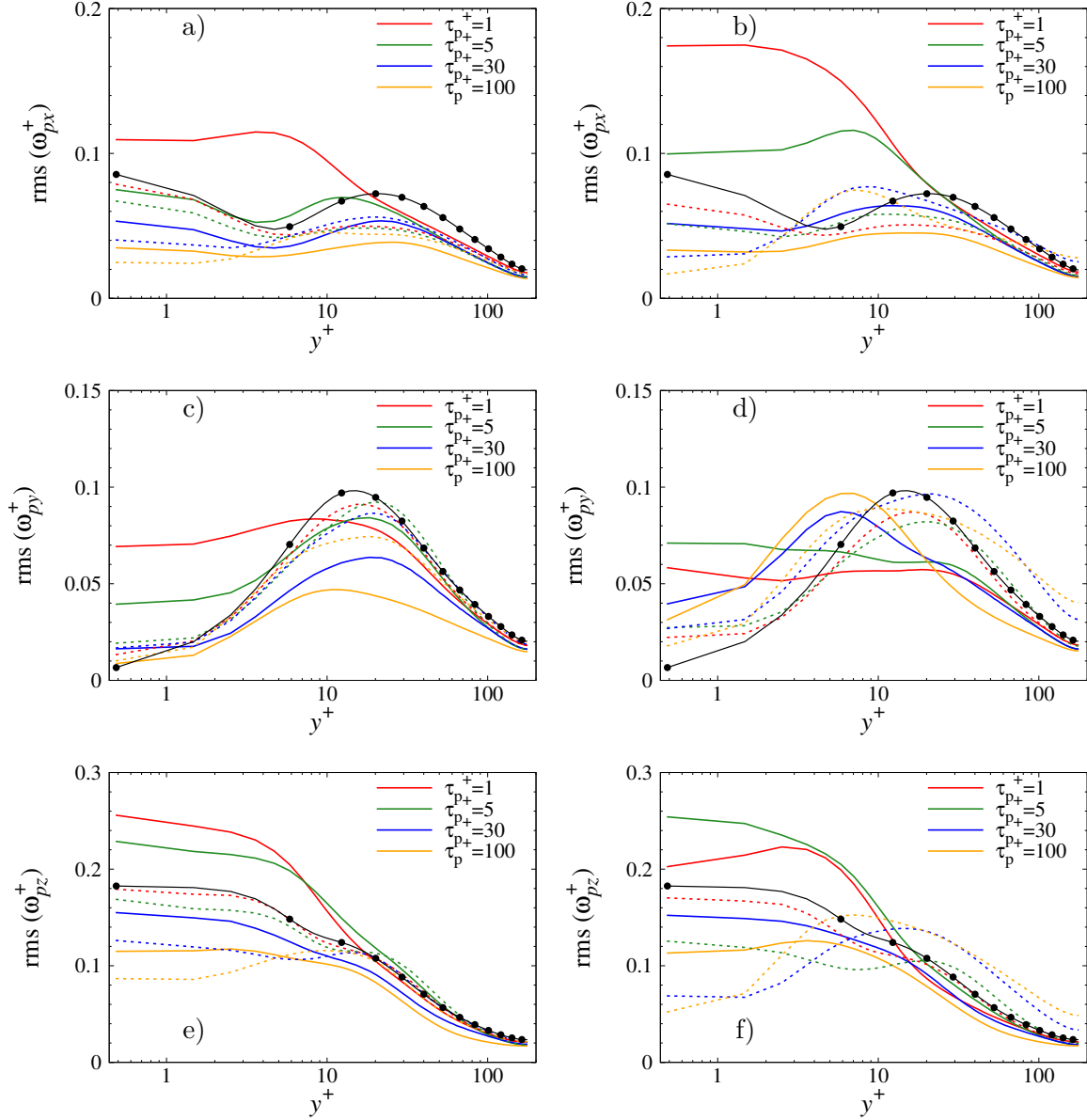


FIGURE 5.11 – Évolution des rms des trois composantes de la vitesse angulaire des particules,  $\text{rms}(\omega_{pi}^+)$ , en fonction de  $y^+$ . a), c) et e)  $\lambda = 3$ ; b), d) et f)  $\lambda = 10$ . Lignes continues : FBR; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : rms de la vitesse angulaire du fluide.

celles de l'écoulement lorsque les corrélations sont utilisées pour  $\tau_p^+ = 30$  et  $100$ . Dans la zone tampon ( $y^+ \in [5, 30]$ ), l'utilisation des corrélations influence également fortement la rotation des ellipsoïdes. Par exemple, pour  $\lambda = 3$ , l'intensité des  $\text{rms}(\omega_{py})$  augmente pour les temps de relaxation élevés mais varie peu pour les temps de relaxation faibles. Pour  $\lambda = 10$ , on note une augmentation de l'intensité des  $\text{rms}(\omega_{px})$  et  $\text{rms}(\omega_{pz})$  avec  $\tau_p^+$  alors que l'influence de ce paramètre est opposée avec les FBR. L'influence de la modélisation sur les  $\text{rms}(\omega_{py})$  est également significative pour ce rapport d'aspect puisque la position du maximum des

fluctuations se déplace vers le centre du canal et que l'intensité des fluctuations augmente fortement.

Nous avons vu précédemment qu'il n'y a pas d'influence significative de la modélisation sur la vitesse angulaire du fluide vu par les particules. Les différences sur les statistiques de rotation sont donc des conséquences de la rotation des ellipsoïdes, qui dépend du couple subit par les particules. Lorsque les FBR sont utilisées, les principales différences sur les statistiques de rotation sont donc liées aux orbites de Jeffery (1922).

Lorsque les corrélations sont utilisées, la rotation est liée d'une part au couple rotationnel,

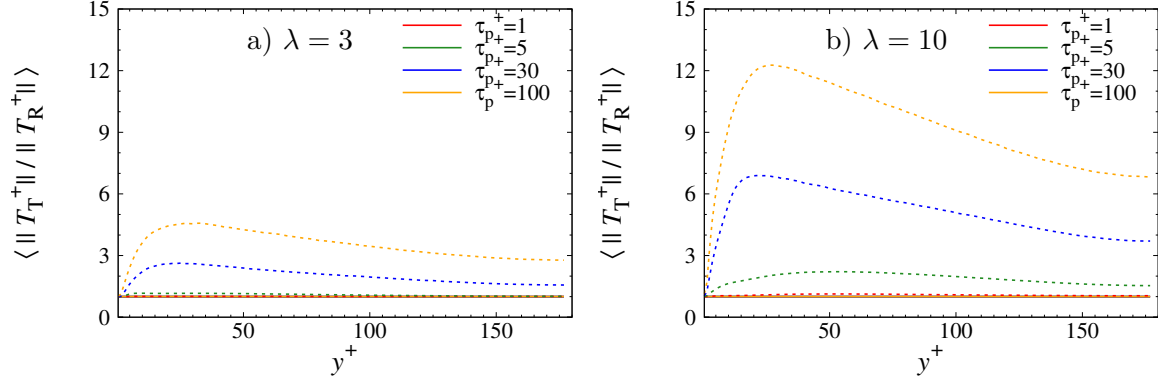


FIGURE 5.12 – Valeur moyenne du rapport de la norme du couple total et de la norme du couple rotationnel en fonction de  $y^+$ . a)  $\lambda = 3$ . b)  $\lambda = 10$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations. Les lignes continues sont confondues et leur valeur égale à 1 lorsque les FBR sont utilisées.

mais également au couple de tangage, et il est intéressant d'étudier le rapport entre ces deux quantités pour analyser les statistiques de la vitesse angulaire des particules. L'évolution de  $\langle \|\mathbf{T}_T\| / \|\mathbf{T}_R\| \rangle$  est présentée sur la figure 5.12. Il s'agit de la valeur moyenne du rapport entre le couple total et le couple rotationnel. A la paroi, ce ratio vaut 1 et indique que le couple rotationnel est prépondérant. Les particules sont donc mises en rotation par le gradient de la vitesse moyenne. La valeur du ratio reste proche de 1 sur toute la largeur du canal pour  $\tau_p^+ = 1$  et également pour  $\lambda = 3$  et  $\tau_p^+ = 5$ . En général, les fluctuations de la vitesse angulaire de ces particules étaient plus faibles avec les corrélations que avec les FBR (figure 5.11). Pour  $\lambda = 3$  et  $\tau_p^+ = 30$ , ainsi que pour  $\lambda = 10$  et  $\tau_p^+ = 5$ , la valeur du ratio est proche de 2, ce qui indique que le couple de tangage et le couple rotationnel sont d'intensité équivalente. Finalement, pour  $\lambda = 10$  et les temps de relaxation élevés, la valeur du ratio est proche de 10 et le couple de tangage domine fortement sur le couple rotationnel. Ce sont également les ellipsoïdes pour lesquels les fluctuations de la vitesse angulaire étaient les plus élevées et pour lesquels le tumbling dominait au centre du canal (figure 5.6).

### 5.3.5 Conclusion sur l'orientation et la rotation

Dans cette section, nous avons étudié l'influence de la modélisation des actions hydrodynamiques sur l'orientation et sur les statistiques de rotation. Avec les corrélations, le couple rotationnel domine en proche paroi et pour les temps de relaxation faibles alors que le couple de tangage domine sur le reste de la largeur du canal pour les temps de relaxation élevés ainsi

## 5.4. Les statistiques de la translation

que pour les grands rapports d'aspect. L'utilisation des corrélations entraîne des modifications importantes de la dynamique de rotation et de l'orientation moyenne des ellipsoïdes :

- en proche paroi, les orbites de Jeffery (1922) sont inexistantes et les ellipsoïdes s'orientent uniformément dans le plan vitesse-gradient. La vitesse de rotation moyenne et l'orientation des particules par rapport à la vitesse relative sont uniformisées. Les fluctuations de la vitesse angulaire sont fortement réduites ;
- dans la zone tampon, la vitesse angulaire moyenne des particules diminue et les fluctuations de la vitesse angulaire augmentent. Cet effet est d'autant plus prononcé que  $\lambda$  est grand ;
- au centre du canal, les particules de faible temps de relaxation s'alignent avec la vitesse relative. Les particules de temps de relaxation élevé s'orientent perpendiculairement à la vitesse relative. L'alignement est moins important pour les grandes valeurs de  $\lambda$ . Les fluctuations de la vitesse angulaire augmentent fortement pour les grandes valeurs de  $\lambda$  et de  $\tau_p^+$ .

Nous allons maintenant étudier l'influence de la modélisation des actions hydrodynamiques sur la dynamique de translation des ellipsoïdes.

## 5.4 Les statistiques de la translation

### 5.4.1 Traînée et portance moyenne

Nous étudions tout d'abord l'influence de la modélisation sur les forces subies par les particules. La figure 5.13 présente  $\langle f_x \rangle$ , la moyenne de la composante longitudinale de la force subie par les ellipsoïdes en fonction de  $y^+$ . Il n'y a pas d'influence de la modélisation des actions hydrodynamiques pour  $\tau_p^+ = 1$ . Le minimum de  $\langle f_x \rangle$  est plus faible lorsque les corrélations sont utilisées pour  $\tau_p^+ = 5$ , mais l'influence de la modélisation reste peu importante. Pour  $\tau_p^+ = 100$ , nous observons sur la figure 5.13 c) et d) que  $\langle f_x \rangle$  est plus élevée sur toute la largeur du canal lorsque les corrélations sont utilisées. L'influence de  $\lambda$  dans la région  $y^+ < 10$  est également modifiée. Avec les FBR, il y a une diminution monotone de  $\langle f_x \rangle$  lorsque  $\lambda$  augmente. Il n'y a pas de différence entre  $\lambda = 1$  et 3 lorsque les corrélations sont utilisées. Pour  $\tau_p^+ = 30$ , l'utilisation des corrélations entraîne une faible augmentation de  $\langle f_x \rangle$  en proche paroi et au centre du canal. Il y a par contre une forte diminution de cette force dans la zone tampon ( $y^+ \in [5, 20]$ ). La position du minimum est également modifiée. Lorsque les FBR sont utilisées, celui-ci est proche de  $y^+ \approx 5$ , (similaire à  $\tau_p^+ = 100$ ), alors qu'avec les corrélations, le minimum se situe à  $y^+ \approx 7$  (similaire à  $\tau_p^+ = 5$ ). L'utilisation des corrélations modifie l'importance du rapport d'aspect : la force moyenne dépend fortement de  $\lambda$  lorsque les corrélations sont utilisées (diminution monotone lorsque  $\lambda$  augmente), alors que l'influence de ce paramètre est faible avec les FBR.

La moyenne de la composante normale à la paroi de la force totale subie par les particules est présentée sur la figure 5.14. Pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5, l'influence de la modélisation n'est pas significative. Il nous semble toutefois important de mentionner que bien que l'influence de la modélisation soit faible pour  $\tau_p^+ = 5$ , c'est pour ce temps de relaxation que la méthode de calcul des actions hydrodynamiques a les conséquences les plus importantes sur le profil de concentration (figure 5.1). Pour  $\tau_p^+ = 30$  et 100, l'intensité de  $\langle f_y \rangle$  augmente en proche paroi et jusqu'à  $y^+ \approx 40$  lorsque les corrélations sont utilisées. Par rapport aux FBR, l'augmentation

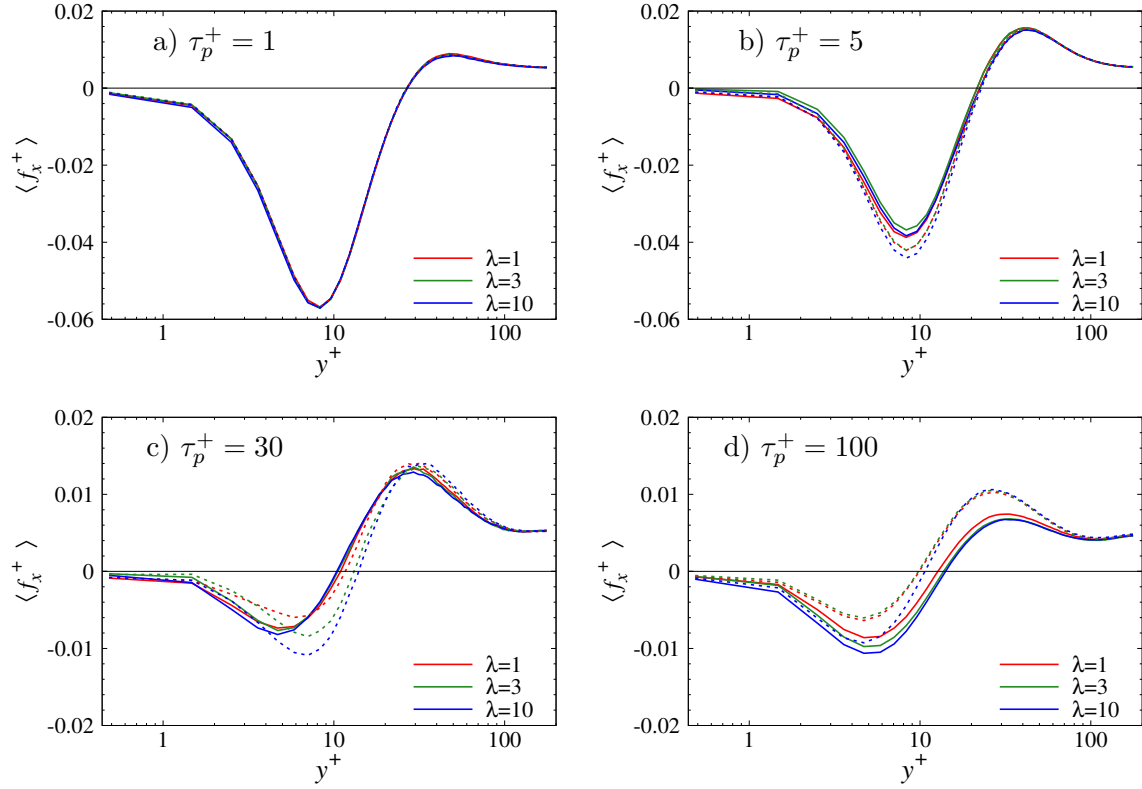


FIGURE 5.13 – Moyenne de la composante longitudinale de la force totale subie par les particules,  $f_x$  en fonction de  $y^+$ . a)  $\tau_p^+ = 1$ ; b)  $\tau_p^+ = 5$ ; c)  $\tau_p^+ = 30$ ; d)  $\tau_p^+ = 100$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations.

de l'intensité de  $\langle f_y \rangle$  est d'autant plus importante que le temps de relaxation est grand. Nous observons également sur les figures 5.14 c) et d) deux implications majeures de l'utilisation des corrélations. D'une part, le signe de  $\langle f_y \rangle$  change en proche paroi ( $y^+ \in [0, 2]$ ). Celui-ci est négatif avec les FBR et positif avec les corrélations. Le choix de l'une ou l'autre méthode de modélisation résulte donc soit en une augmentation de la mobilité des particules vers le centre du canal (corrélations), soit en une restriction de cette mobilité (FBR). L'influence de  $\lambda$  est également différente. Avec les FBR,  $\langle f_y \rangle$  est d'autant plus faible que  $\lambda$  est grand. Avec les corrélations, l'influence du rapport d'aspect est opposée.

Pour comprendre l'origine de cette différence, nous avons tracé sur la figure 5.15 la composante normale à la paroi de la force de portance. L'intensité de  $\langle f_{Ly} \rangle$  ne varie pas significativement, mais on observe que pour  $\tau_p^+ = 1, 30$  et  $100$ , le signe de la portance est opposé selon que les actions hydrodynamiques sont calculées avec les corrélations ou les FBR. L'élément principal pour expliquer la différence de signe de cette force est l'orientation des particules par rapport à la vitesse relative. Comme cela a été vu précédemment, celle-ci change significativement selon la méthode de modélisation des actions hydrodynamiques et cela a des conséquences importantes sur la force de portance. L'utilisation des corrélations modifie également l'angle d'incidence pour lequel la portance est maximale, mais pour les nombres de Reynolds particuliers obtenus dans notre étude, cet effet est mineur.

#### 5.4. Les statistiques de la translation

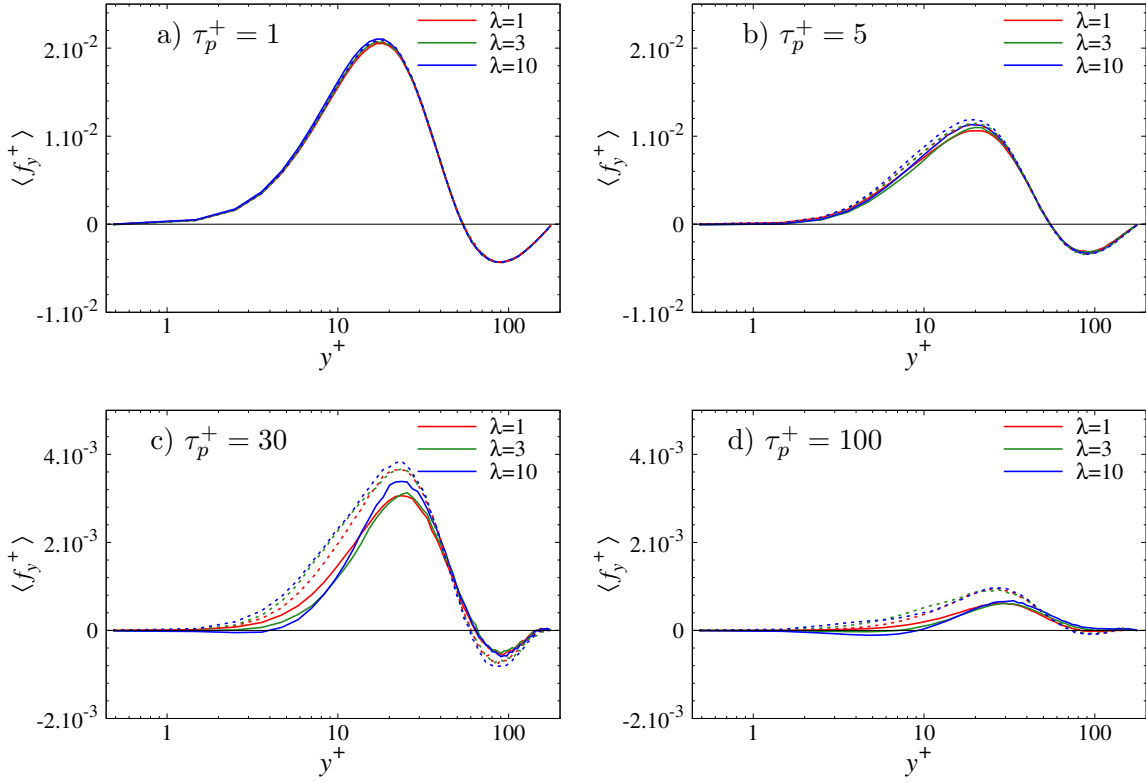


FIGURE 5.14 – Moyenne de la composante normale à la paroi de la force totale subie par les particules  $f_y$  en fonction de  $y^+$ . a)  $\tau_p^+ = 1$ ; b)  $\tau_p^+ = 5$ ; c)  $\tau_p^+ = 30$ ; d)  $\tau_p^+ = 100$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations.

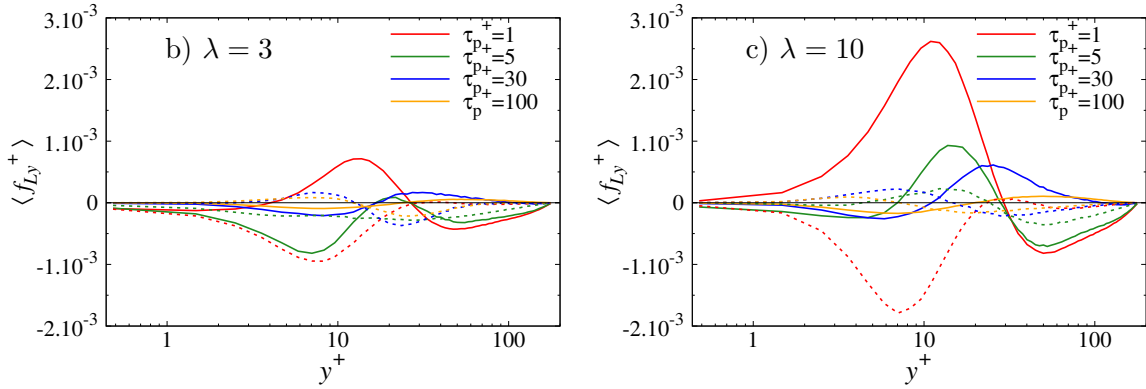


FIGURE 5.15 – Moyenne de la composante normale à la paroi de la force de portance,  $f_{Ly}$  en fonction de  $y^+$ . a)  $\lambda = 3$ ; b)  $\lambda = 10$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations.

#### 5.4.2 Vitesse moyenne des particules et du fluide vu

La figure 5.16 présente la vitesse moyenne longitudinale des particules pour différents rapports d'aspect et différents temps de relaxation. La vitesse moyenne du fluide est également tracée à titre de comparaison. Le profil de vitesse permet d'observer l'influence du temps de

relaxation. Pour des faibles valeurs de  $\tau_p^+$  les particules ont une vitesse moyenne proche de celle du fluide. L'augmentation de  $\tau_p^+$  entraîne une diminution de  $\langle u_{px} \rangle$  dans la zone tampon, et les particules vont moins vite que le fluide porteur dans cette région. La modélisation des actions hydrodynamiques n'a pas d'influence significative sur  $\langle u_{px} \rangle$  pour  $\tau_p^+ = 1, 5$  et  $30$  mais celle-ci augmente pour  $\tau_p^+ = 100$ . Lorsque les FBR sont utilisées,  $\langle u_{px} \rangle$  est plus élevée que  $\langle u_x \rangle$  dans l'intervalle  $2 < y^+ < 10$ , et plus faible dans l'intervalle  $10 < y^+ < 20$ . L'utilisation des corrélations fait diminuer la vitesse moyenne des particules dans l'intervalle  $2 < y^+ < 20$ . La vitesse moyenne des particules est alors plus proche de celle du fluide dans l'intervalle  $2 < y^+ < 10$ .

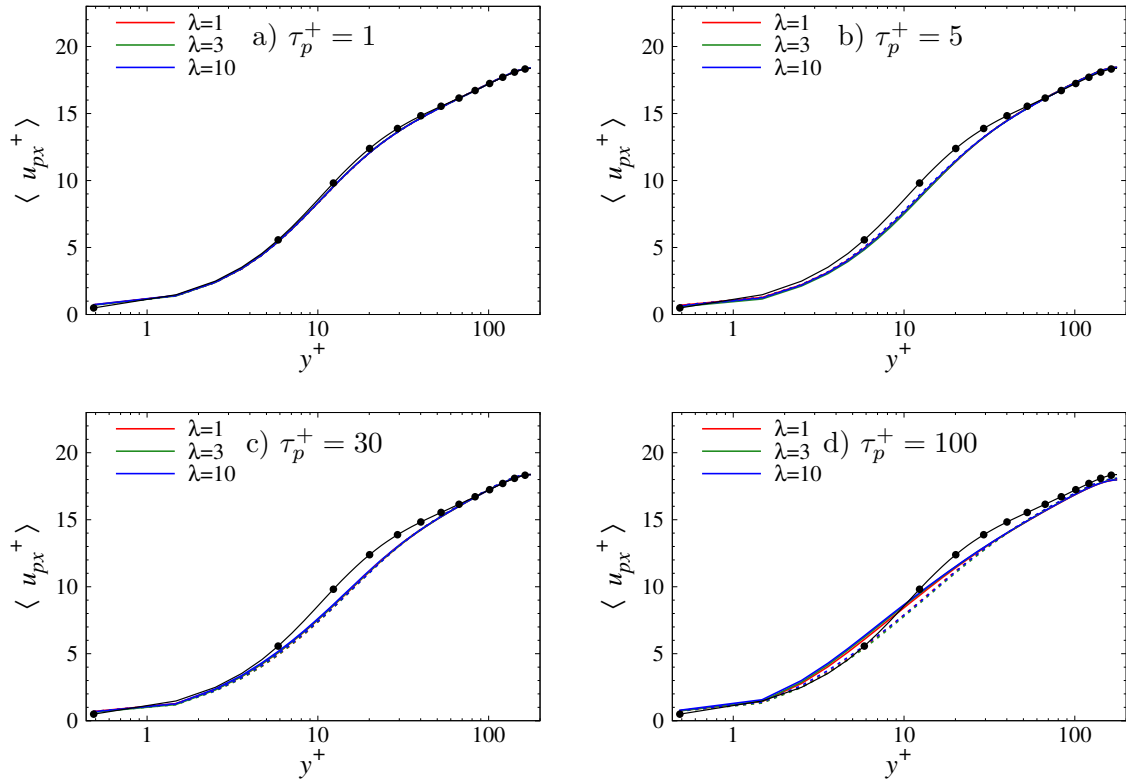


FIGURE 5.16 – Moyenne de la composante longitudinale de la vitesse de translation,  $\langle u_{px} \rangle$ , en fonction de  $y^+$ . a)  $\tau_p^+ = 1$ ; b)  $\tau_p^+ = 5$ ; c)  $\tau_p^+ = 30$ ; d)  $\tau_p^+ = 100$ . Lignes continues : FBR; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : vitesse moyenne du fluide.

Nous analysons également l'influence de la modélisation sur les statistiques du fluide vu par les particules. La moyenne des composantes longitudinale et normale à la paroi de la vitesse de translation du fluide vu est présentée sur la figure 5.17 a) et b) pour  $\tau_p^+ = 1$  et sont semblables avec les FBR ou avec les corrélations. L'observation est identique pour  $\tau_p^+ = 5$  et  $30$  et celles-ci ne sont donc pas présentées. Pour  $\tau_p^+ = 100$ , la figure 5.17 c) ne met pas en évidence d'influence significative de la modélisation sur  $\langle \tilde{u}_x \rangle$ . Il y a par contre une forte influence de la modélisation sur  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  dans l'intervalle  $1 < y^+ < 40$ . La vitesse du fluide vu est plus élevée avec les corrélations qu'avec les FBR. L'influence du rapport d'aspect est faible, quelle que soit la méthode de modélisation des actions hydrodynamiques, mais différente.



#### 5.4. Les statistiques de la translation

Avec les FBR,  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  augmente avec  $\lambda$  alors qu'elle diminue avec les corrélations.

On peut obtenir davantage d'information sur vitesse du fluide vu en analysant la vitesse de

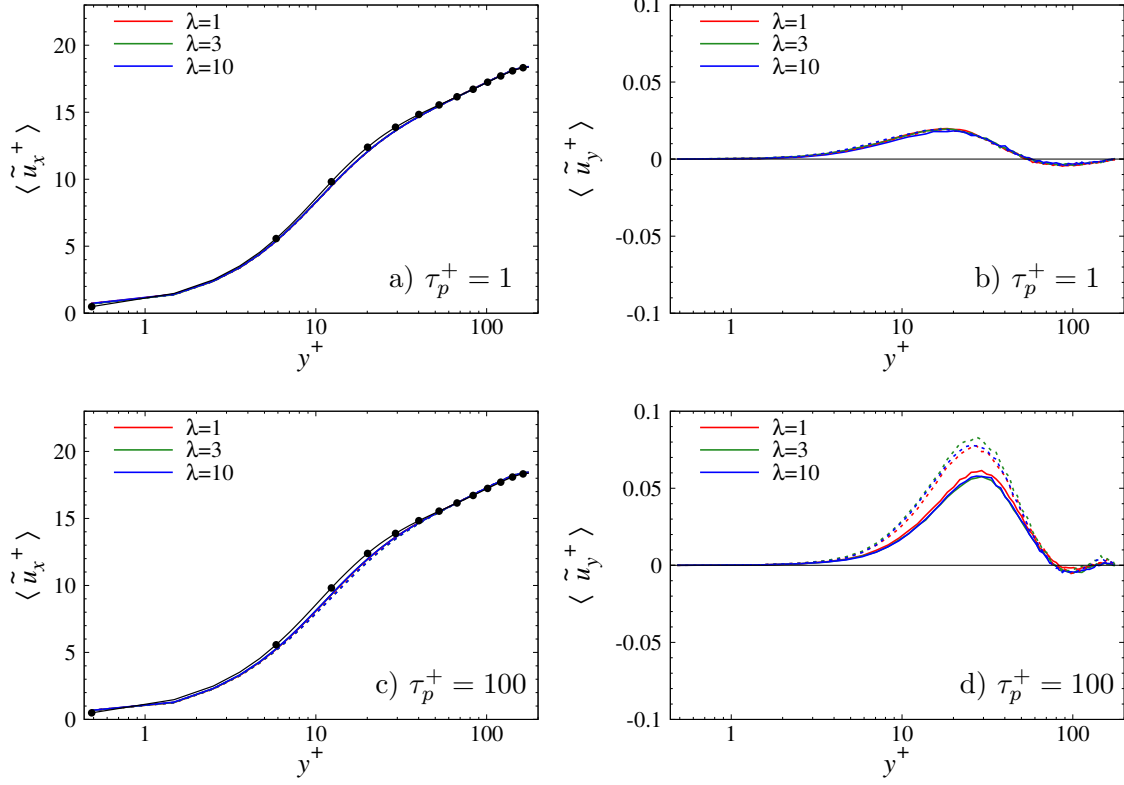


FIGURE 5.17 – Évolution de la moyenne de la composante longitudinale et normale à la paroi de la vitesse du fluide vu,  $\langle \tilde{u}_{fi} \rangle$  en fonction de  $y^+$ . a) et b)  $\tau_p^+ = 1$ ; c) et d)  $\tau_p^+ = 100$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : moyenne de la vitesse angulaire du fluide.

dérive des particules :

$$u_{di} = \langle \tilde{u}_{fi} - \langle u_i \rangle \rangle. \quad (5.2)$$

Celle-ci permet d'obtenir une information statistique sur la distribution des fluctuations de la vitesse de l'écoulement vu par les particules. Sur la figure 5.18, nous observons que dans la région  $y^+ \in [1, 50]$ ,  $u_{dx}$  est négative, quel que soit le temps de relaxation. Les fluctuations de l'écoulement vu par les ellipsoïdes sont donc en moyenne négatives, ce qui permet d'expliquer que sur les figures 5.17 a) et c), la vitesse moyenne du fluide vu soit plus faible que celle de l'écoulement. Au contraire,  $u_{dx}$  est positive au centre du canal et les fluctuations de la vitesse de l'écoulement vu par les particules sont positives, d'où une vitesse moyenne plus élevée que celle de l'écoulement moyen. Le signe de la vitesse de dérive correspond avec ce qui a été rapporté par Arcen *et al.* (2017). La différence principale entre cette étude et le présent document concerne l'intervalle de temps utilisé pour le calcul des statistiques. Nous pouvons conclure qu'il n'y a pas d'influence du temps de collecte sur le signe des fluctuations de la vitesse du fluide vu par les particules. Des différences plus importantes concernent par contre la magnitude de la vitesse de dérive ainsi que l'influence du rapport d'aspect pour  $\tau_p^+ = 30$ .

Celle-ci est en effet faible dans la présente étude alors qu'elle est très importante dans Arcen *et al.* (2017), ce qui semble être une conséquence de la collecte des statistiques pendant le régime transitoire.

Le signe de la vitesse de dérive est indépendant de la méthode de modélisation des actions

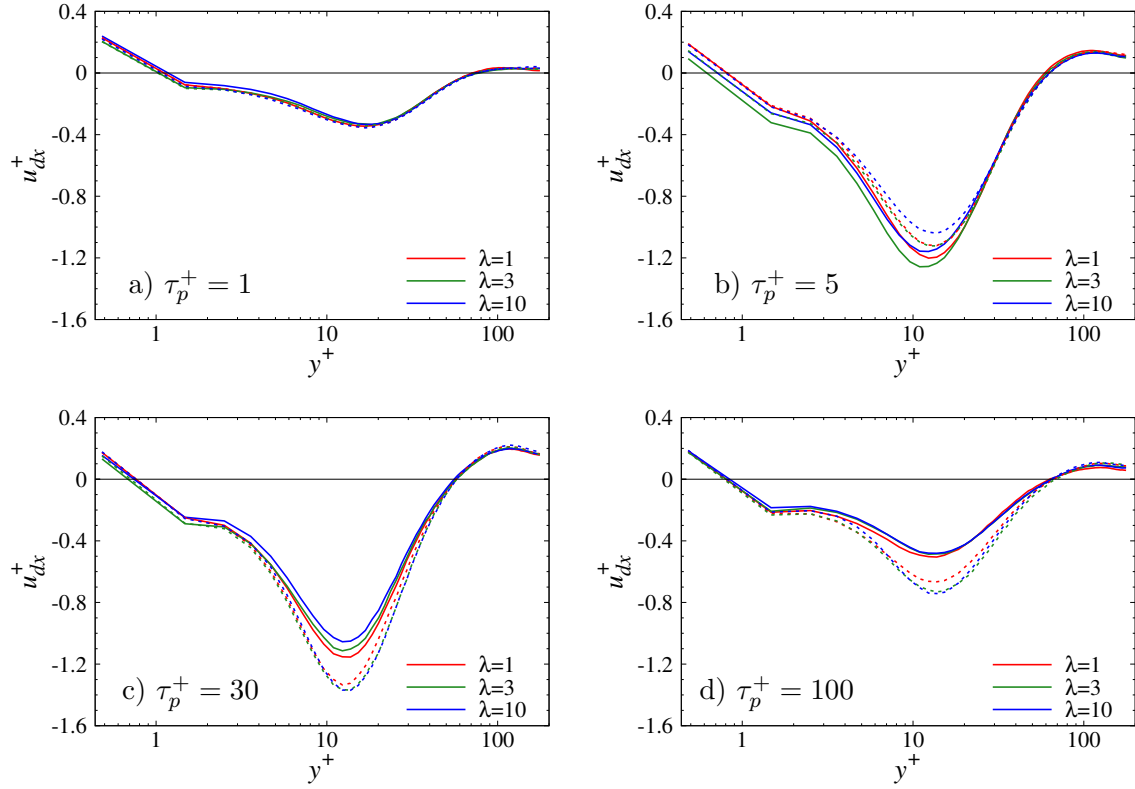


FIGURE 5.18 – Évolution de la moyenne de la composante longitudinale de la vitesse de dérive,  $\langle \tilde{u}_{fx} - \langle u_{fx} \rangle \rangle$ , en fonction de  $y^+$ . a) et b)  $\tau_p^+ = 1$  ; c) et d)  $\tau_p^+ = 100$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : moyenne de la vitesse angulaire du fluide.

hydrodynamiques et les particules échantillonnent donc les même régions de l'écoulement. Cependant, nous remarquons deux différences significatives entre les FBR et les corrélations. Tout d'abord, l'intensité de  $\langle u_{dx} \rangle$  est plus élevée avec les corrélations pour  $\tau_p^+ = 5$  alors qu'elle est plus faible pour  $\tau_p^+ = 30$  et 100. Cela peut être une conséquence de l'intensité des fluctuations de l'écoulement vu, ou d'une concentration préférentielle des particules dans des fluctuations de signe différent (bonne réponse : intensité. Pas de gros effet sur le pourcentage de particules dans chaque quadrant). Notons toutefois que bien que ces différences paraissent importantes, elles n'ont pas d'influence notable sur  $\langle \tilde{u}_x \rangle$  ou sur les rms ( $\tilde{u}_x$ ). Il y a par contre une influence significative de la modélisation sur  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  pour  $\tau_p^+ = 100$ . La modélisation des actions hydrodynamiques modifie également l'importance du rapport d'aspect. Avec les FBR, des différences sont visibles entre  $\lambda = 1, 3$  et 10, alors que celles-ci sont faibles lorsque les corrélations sont utilisées. Globalement, la méthode de calcul des actions hydrodynamiques n'a pas une influence remarquable sur la vitesse longitudinale moyenne des particules ou du fluide vu. L'étude de la vitesse de dérive montre néanmoins que la distribution des fluctuations

#### 5.4. Les statistiques de la translation

de l'écoulement vu est affectée significativement, en particulier pour les temps de relaxation les plus élevés.

##### 5.4.3 Les fluctuations de la vitesse des particules et du fluide vu

La figure 5.19 présente les rms de la composante longitudinale de la vitesse des particules. Dans un écoulement présentant un gradient de vitesse, une conséquence bien connue de l'inertie est d'entraîner une augmentation de l'intensité des fluctuations de cette composante de la vitesse (Liljegren, 1993), ce que nous observons indépendamment du rapport d'aspect. Lorsque les FBR sont utilisées, Mortensen *et al.* (2008a) a observé que cette statistique varie peu en fonction du rapport d'aspect, sauf en proche paroi pour  $\tau_p^+ < 30$ . Comparativement à cette étude, nous constatons que l'influence de  $\lambda$  sur l'intensité des fluctuations dans cette région est mineure. Il s'agit vraisemblablement d'une conséquence du calcul des statistiques pendant le régime stationnaire : l'influence du rapport d'aspect est moins importante dans ce cas. L'effet de  $\lambda$  sur les rms( $u_{px}$ ) est par contre important pour  $\tau_p^+ = 100$  et il est visible

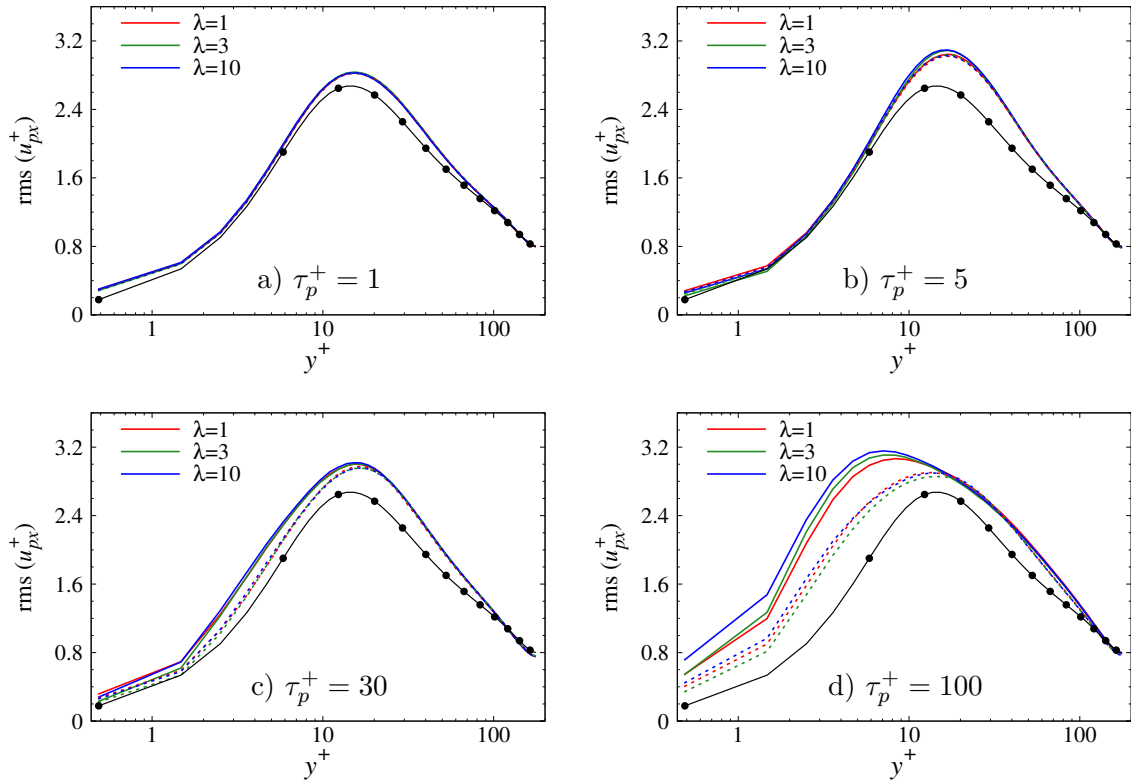


FIGURE 5.19 – Rms de la composante longitudinale de la vitesse de translation, rms( $u_{px}$ ) en fonction de  $y^+$ . a)  $\tau_p^+ = 1$ ; b)  $\tau_p^+ = 5$ ; c)  $\tau_p^+ = 30$ ; d)  $\tau_p^+ = 100$ . Lignes continues : FBR; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide.

jusqu'à  $y^+ \approx 10$  sur la figure 5.19 d). Cela indique que l'effet du rapport d'aspect croît avec le temps de relaxation.

Lorsque les corrélations sont utilisées, nous observons généralement que l'intensité des fluc-

tuations diminue. Cet effet est mineur pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5. Pour les temps de relaxation plus élevés, les  $\text{rms}(u_{px})$  sont plus faibles dans la région  $1 < y^+ < 15$  et la diminution est d'autant plus importante que  $\tau_p^+$  est élevé. Cette observation est cohérente avec les valeurs croissantes du nombre de Reynolds particulaire lorsque le temps de relaxation augmente. Pour  $\tau_p^+ = 1$ , 5 et 30, la valeur de  $\lambda$  influence peu les  $\text{rms}(u_{px})$ , quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Nous remarquerons par contre que pour  $\tau_p^+ = 100$ , le rapport d'aspect pour lequel les fluctuations sont les plus faibles est  $\lambda = 1$  avec les FBR, alors qu'il s'agit de  $\lambda = 3$  lorsque les corrélations sont utilisées et que l'intensité des  $\text{rms}(u_{px})$  est différente pour chaque rapport d'aspect en proche paroi.

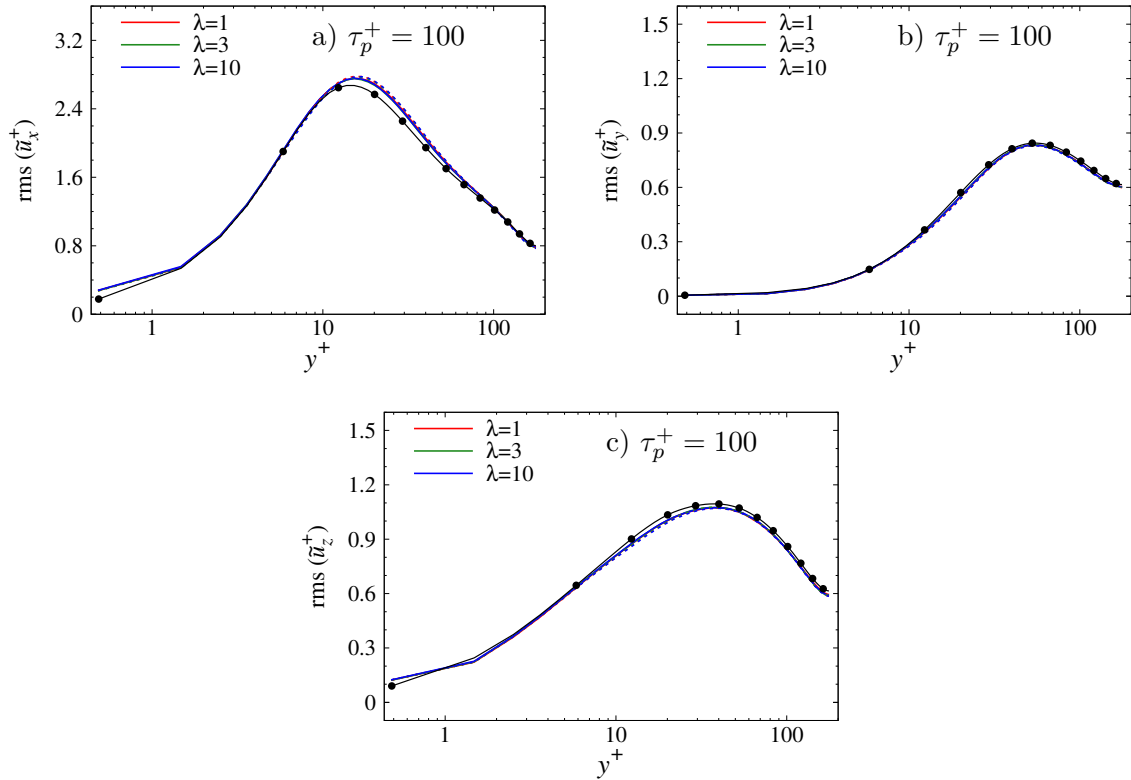


FIGURE 5.20 – Évolution des fluctuations de la vitesse du fluide vu,  $\text{rms}(\tilde{u}_{pi})$ , en fonction de  $y^+$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 100$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide.

Nous complétons l'étude des statistiques de l'écoulement vu par les particules en présentant les rms de la vitesse du fluide vu sur la figure 5.20. Les résultats pour  $\tau_p^+ = 100$  montrent que les rms de la vitesse de translation du fluide vu ne sont pas sensibles à la méthode de modélisation. Il n'y a pas non plus d'effet notable de  $\lambda$  et cela est également le cas pour les autres temps de relaxation (non présentés ici). Il est assez surprenant de constater que la moyenne et les rms de la vitesse du fluide vu ne dépendent que très peu de la modélisation des actions hydrodynamiques alors que la vitesse de dérive y est assez sensible. Il apparaît donc que les différences liées au calcul des actions hydrodynamiques doivent être caractérisées par des moments statistiques d'ordre supérieurs.

Les rms de la composante normale à la paroi et transversale de la vitesse des particules sont

#### 5.4. Les statistiques de la translation

présentées sur la figure 5.21. L'influence de la modélisation n'est pas significative pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5 et seuls les résultats pour  $\tau_p^+ = 30$  et 100 sont présentés. L'augmentation du temps de relaxation des particules fait diminuer l'intensité des fluctuations par rapport à celles du fluide. Lorsque les FBR sont utilisées, les  $\text{rms}(u_{py})$  et  $\text{rms}(u_{pz})$  ne dépendent pas de la forme des particules, quel que soit  $\tau_p^+$ . L'utilisation des corrélations cause une augmentation des  $\text{rms}(u_{pz})$  sur toute la largeur du canal et une augmentation des  $\text{rms}(u_{py})$  dans la région centrale de l'écoulement. Les  $\text{rms}(u_{py})$  diminuent également faiblement en proche paroi mais cet effet est mineur. On note finalement que la dépendance de ces statistiques à  $\lambda$  augmente lorsque les corrélations sont utilisées car avec cette méthode de calcul des actions hydrodynamiques, les fluctuations de la vitesse des particules sont d'autant plus élevées que le rapport d'aspect est grand.

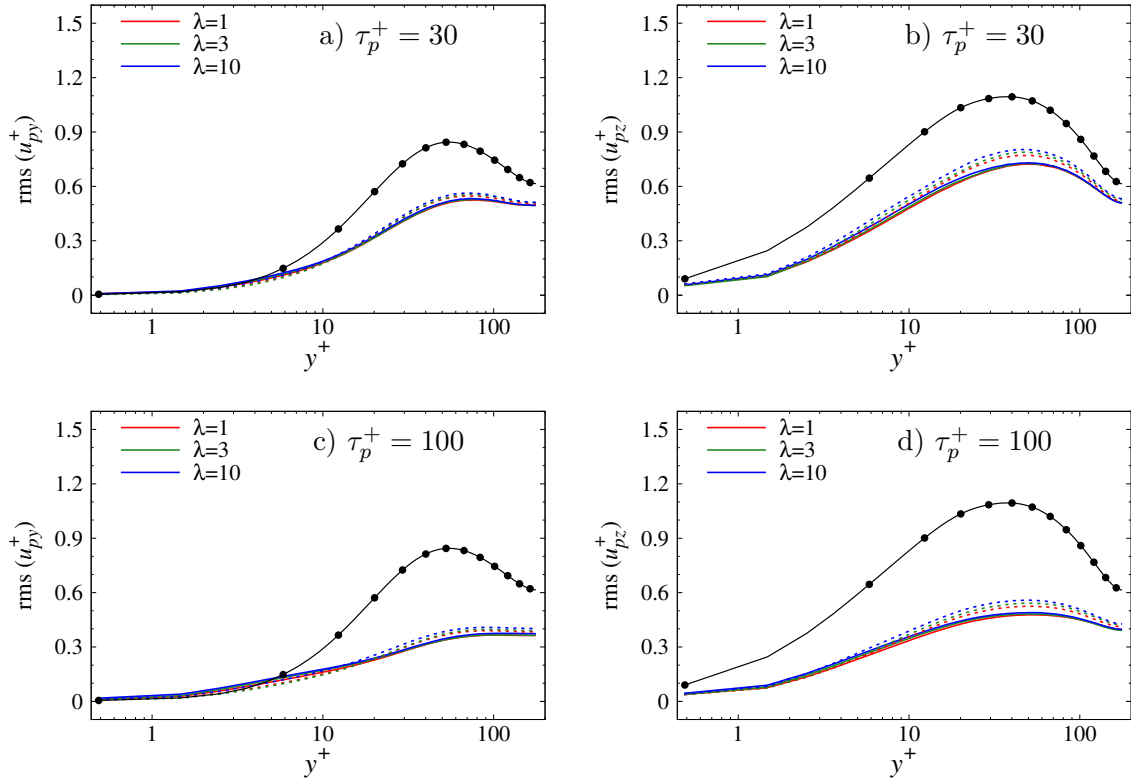


FIGURE 5.21 – Moyenne des fluctuations de la composante normale à la paroi,  $\text{rms}(u_{py})$  (a et c), et de la composante transversale,  $\text{rms}(u_{pz})$  en fonction de  $y^+$ . a) et b)  $\tau_p^+ = 30$ ; c) et d)  $\tau_p^+ = 100$ . Lignes continues : FBR; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide.

Il nous semble intéressant d'ajouter quelques mots pour interpréter l'influence de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques du point de vue de la dynamique des particules sphériques. Nous n'avons en effet pas connaissance d'une étude dédiée à ce sujet. Sur les figures 5.19 et 5.21, nous observons que les  $\text{rms}(u_{pi})$  sont plus proches de ceux du fluide lorsque les corrélations sont utilisées. Cette évolution indique que le temps de relaxation « effectif » diminue lorsque les corrélations sont utilisées. Cette observation est liée à la définition du temps de relaxation,  $\tau_p^+$ , qui a été obtenue en considérant la traînée de Stokes (équation

1.19). Si l'on calcule le temps de relaxation à partir de l'expression de la trainée de Schiller et Naumann (1933), on trouve :

$$\tau_p^{c+} = \frac{\tau_p^+}{1 + 0.15Re_p^{0.687}} = \frac{\tau_p^+}{f_c}, \quad (5.3)$$

où  $\tau_p^{c+}$  est le temps de relaxation corrigé pour tenir compte de la trainée non linéaire. Étant donné que  $Re_p > 0$  sur toute la largeur du canal, la valeur de  $f_c$  est inférieure à 1 et le temps de relaxation corrigé est donc plus faible que le temps de relaxation ( $\tau_p^+$ ). La différence entre  $\tau_p^+$  et  $\tau_p^{c+}$  est faible pour  $\tau_p^+ = 1$  mais peut devenir importante pour les autres temps de relaxation, particulièrement dans la zone tampon (de l'ordre de  $\approx 10 - 20\%$ , selon la valeur de  $\tau_p^+$ ). Ce résultat met en évidence que même pour des valeurs modérées du temps de relaxation, l'utilisation de la trainée non linéaire devrait être utilisée pour tenir compte des variations de la vitesse relative, qui peuvent être localement importantes.

#### 5.4.4 Conclusion sur les statistiques de la translation

Dans cette section, nous avons étudié l'influence de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques sur les statistiques de translation des ellipsoïdes et du fluide vu. L'influence de la modélisation est presque nulle pour  $\tau_p^+ = 1$  et croit avec la valeur du temps de relaxation. Celle-ci est maximale dans la sous-couche visqueuse et dans la zone tampon et nous retiendrons que l'utilisation des corrélations entraîne :

- une diminution de l'intensité de la moyenne de la composante longitudinale de la force de trainée pour  $\tau_p^+ < 30$ , une augmentation pour  $\tau_p^+ = 100$  et une dépendance plus importante de cette statistique à  $\lambda$  pour  $\tau_p^+ = 30$  et  $100$  ;
- une augmentation de l'intensité moyenne de la composante normale à la paroi de la force subie par les ellipsoïdes, d'autant plus importante que  $\lambda$  est élevé. C'est une conséquence de l'effet de la modélisation sur la force de portance subie par les ellipsoïdes ;
- une diminution du temps de relaxation effectif des particules.

L'influence la plus notable de la modélisation des actions hydrodynamiques sur les statistiques de translation des ellipsoïdes se remarque pour les temps de relaxation élevés. Cela est cohérent avec l'évolution de la pdf du nombre de Reynolds particulière présentée au début de ce chapitre. Nous noterons cependant que les conséquences de cette évolution sur la distribution spatiale des ellipsoïdes ne sont pas triviales. Par exemple, alors que les statistiques de translation des ellipsoïdes de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  varie de façon mineure avec la méthode de modélisation, le profil de concentration de ces particules est modifiée de façon majeure. A l'inverse, la modélisation des actions hydrodynamiques influence de façon importante les forces subies par les ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 30$  mais leur profil de concentration ne varie presque pas.

## 5.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'influence de la modélisation des forces et du couple hydrodynamiques sur la dynamique des ellipsoïdes et du fluide vu. Nous retiendrons de ce chapitre que :

## 5.5. Conclusion du chapitre

- la distribution spatiale des particules est influencée de façon importante avec un effet maximum pour  $\tau_p^+ = 5$  et minimum pour  $\tau_p^+ = 30$  ;
- l'utilisation des corrélations modifie significativement les modes de rotation et l'orientation moyenne des ellipsoïdes de faible temps de relaxation ( $\tau_p^+ = 1$  et  $5$ ) en proche paroi et l'orientation préférentielle des ellipsoïdes d'inertie élevée dans la zone tampon et au centre du canal ;
- les statistiques de la vitesse angulaire des particules dépendent fortement de la méthode de modélisation des actions hydrodynamiques, quel que soit le temps de relaxation ;
- l'influence de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques sur les statistiques de translation des particules est d'autant plus importante que le temps de relaxation est élevé ;
- les statistiques d'ordre 1 et 2 de l'écoulement vu par les particules sont presque indépendantes de la méthode de modélisation des actions hydrodynamiques mais la vitesse de dérive indique des modifications de la distribution des événements turbulents échantillonnés par les particules.

D'un point de vue critique, il semble important d'ajouter un mot quant à la validité des statistiques de rotation obtenues avec les corrélations et quant à la nécessité de prendre en compte les corrections sur la traînée et la portance. Un premier point sensible de la modélisation concerne le calcul du couple rotationnel des particules en proche paroi, où la rotation des particules est dominée par le gradient de vitesse moyen. L'utilisation des corrélations ne permet pas de reproduire les orbites de rotation complexes liées à l'utilisation de la formule de Jeffery (1922) pour des ellipsoïdes de faible temps de relaxation. Dans ce cas limite, nous nous attendions cependant à ce que  $Re_p \rightarrow 0$  et donc que la dynamique des ellipsoïdes soit similaire à ce qui est issu de l'utilisation des FBR. Il s'agit d'une limite à l'utilisation des corrélations. Étant donné la faible influence de la modélisation sur les statistiques de translation par contre, l'utilisation des corrélations pour le calcul de la traînée et la portance ne semble pas indispensable jusqu'à  $\tau_p^+ = 5$ . Pour les ellipsoïdes de temps de relaxation plus élevés, les orbites de rotation sont similaires avec les corrélations et la formule de Jeffery (1922), et la dynamique obtenue avec les corrélations semble correcte en proche paroi. Il est également nécessaire de prendre en compte les corrections sur les forces de traînée et de portance pour ces particules. Nous remarquerons finalement qu'au centre du canal, l'utilisation des corrélations permet de retrouver l'alignement préférentiel des ellipsoïdes de faible temps de relaxation avec la vitesse relative observé par Sabban *et al.* (2017) et qu'il s'agit d'un élément motivant leur utilisation.

Les présents résultats nous permettent également de proposer une alternative à la formule de Dennis *et al.* (1980) pour calculer le couple hydrodynamique rotationnel lorsque les corrélations sont utilisées. En effet, les statistiques de rotation obtenues avec les FBR et les corrélations pour des particules sphériques ne varient pas ou peu, quel que soit le temps de relaxation. Il ne semble donc pas nécessaire d'utiliser une corrélation pour calculer le couple rotationnel. On pourrait alors remplacer la formule de Dennis *et al.* (1980) par la formule de Batchelor (1959), valide en écoulement rampant, sans changement majeur de la dynamique des particules. Par extrapolation, la modélisation du couple hydrodynamique pourrait être basée sur la formule de Jeffery (1922) (la formule de Jeffery (1922) tend vers celle de Batchelor (1959) lorsque  $\lambda \rightarrow 1$ ). Bien que rien ne confirme a priori que cette modélisation donne des résultats réalistes concernant la rotation d'ellipsoïdes inertiels, elle permettrait au moins de

retrouver les orbites prédits par Jeffery (1922) lorsque  $Re_p \rightarrow 0$ .



## Chapitre 6

# Influence du nombre de Reynolds sur les propriétés du fluide vu et la dynamique de la phase dispersée

### 6.1 Un point bibliographique

Les expériences sur la dynamique de particules non sphériques ont mis en évidence l'effet important du nombre de Reynolds de l'écoulement sur leur orientation moyenne (Bernstein et Shapiro, 1994). Alors que l'évolution des statistiques de l'écoulement turbulent de canal ont été étudiées numériquement jusqu'à des valeurs de  $Re_\tau = 4000$  (Bernardini *et al.*, 2014) et 5200 Lee et Moser (2015, 2018), il n'y a à notre connaissance aucune étude décrivant l'évolution des propriétés statistiques des ellipsoïdes avec  $Re_\tau$ . La seule étude concernant l'influence de  $Re_\tau$  sur la dynamique de la phase dispersée a été réalisée pour des particules sphériques par Bernardini (2014) et se focalise sur la concentration préférentielle. Il a mis en évidence que la dynamique d'accumulation (pour  $\tau_p^+ = 25$  et 100) et le profil de concentration en proche paroi ne dépendent pas de  $Re_\tau$  s'ils sont exprimés en unités de paroi. La majorité des études numériques concernant la dynamique de particules non sphériques reste toutefois limitée à  $Re_\tau = 180$ , et l'évolution de la dynamique de telles particules avec  $Re_\tau$  reste peu documentée. On peut expliquer ce vide par des difficultés d'ordre technique : le couplage du suivi lagrangien de particule avec un code de calcul parallélisé n'est pas facile, et surtout, le coût d'une étude paramétrique dans l'espace  $Re_\tau, \tau_p, \lambda$  est prohibitif. A notre connaissance, seules trois études numériques ont décrit la dynamique d'ellipsoïdes en canal à des nombres de Reynolds  $> 180$ . Zhao *et al.* (2014) ont présenté l'évolution de la vitesse relative moyenne pour des particules ellipsoïdales et inertielles jusqu'à  $Re_\tau = 300$ . Ils ont mis en évidence l'augmentation de l'intensité de cette grandeur avec le nombre de Reynolds. Une étude concernant les statistiques d'accélération à  $Re_\tau = 1440$  a été réalisée par Ouchene *et al.* (2018), mais celle-ci ne décrit pas l'influence du nombre de Reynolds. Par ailleurs, ces deux études utilisent un temps assez court pour le calcul des statistiques et laissent planer une d'incertitude sur les résultats (d'après ce que nous avons vu dans le chapitre 3). Jiang *et al.* (2021) ont quant à eux comparé les statistiques de rotation d'ellipsoïdes sans inertie à  $Re_\tau = 180$  et 1000. Ils n'ont pas observé d'influence significative sur l'orientation moyenne mais ont remarqué une diminution significative de la vitesse de rotation au centre du canal à  $Re_\tau = 1000$ . Dans ce chapitre, nous proposons d'étudier de façon détaillée l'influence du nombre de Rey-

nolds de l'écoulement sur la dynamique de la phase dispersée. Pour cela, des simulations sont réalisées à quatre valeurs du nombre de Reynolds,  $Re_\tau = 180, 400, 550$  et  $1000$ . Les caractéristiques des simulations et la validation des propriétés statistiques de l'écoulement ont été présentées dans la section 2.2. Dans le présent chapitre, nous avons choisi de ne pas présenter les résultats pour  $Re_\tau = 400$  afin d'améliorer la lisibilité des figures. Nous étudions des particules dont les caractéristiques sont identiques à celles utilisées précédemment, soit trois rapports d'aspect ( $\lambda = 1, 3$  et  $10$ ), et quatre temps de relaxation ( $\tau_p^+ = 1, 5, 30, 100$ ). Nous comparons également les résultats obtenus avec les deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques introduites dans le chapitre précédent, soit les formulations bas Reynolds (FBR) d'une part (équations 1.7 et 1.15) et les corrélations d'autre part (équations 1.29 et 1.32 pour les forces et formule de Dennis *et al.* (1980) + équation 1.35 pour le couple). Indépendamment de la valeur de  $Re_\tau$ , les données utilisées pour le calcul des statistiques ont été collectées pendant l'intervalle  $t^+ \in [30\,000, 50\,000]$ .

Dans un premier temps, de façon similaire à Bernardini (2014), nous étudions l'influence de  $Re_\tau$  sur la dynamique d'accumulation des particules à la paroi ainsi que sur le profil de concentration en régime stationnaire. Nous nous intéressons par la suite à l'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement sur les statistiques de rotation et de translation de la phase dispersée.

## 6.2 Distribution et organisation spatiale des particules

### 6.2.1 Détermination du régime stationnaire

La figure 6.1 présente l'évolution du paramètre d'entropie pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  et de différents temps de relaxation. Les résultats pour les autres rapports d'aspect sont similaires et ne sont donc pas présentés. L'effet du nombre de Reynolds est identique quel que soit  $\tau_p^+$  et la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. On observe tout d'abord que la valeur du paramètre d'entropie une fois le régime stationnaire atteint est d'autant plus élevée que le nombre de Reynolds est élevé. Cette augmentation indique une uniformisation de la distribution des particules lorsque  $Re_\tau$  augmente. Sur les figures 6.1 a), b) et c), on observe également une augmentation du temps nécessaire (en unités de paroi) pour que la valeur du paramètre d'entropie se stabilise avec  $Re_\tau$  et cet effet est plus important pour les temps de relaxation élevés. On peut en effet observer sur la figure 6.1 a) que pour  $\tau_p^+ = 5$ , la durée du régime transitoire (cas FBR) varie entre  $t^+ \approx 20\,000$  à  $Re_\tau = 180$  et  $t^+ \approx 35\,000$  à  $Re_\tau = 1000$ . Pour  $\tau_p^+ = 100$  (figure 6.1 c), la durée passe de  $t^+ \approx 18\,000$  à  $t^+ \approx 45\,000$  pour les mêmes nombres de Reynolds, soit une augmentation de la durée du régime transitoire presque deux fois plus importante. Cette observation est importante, étant donné que nous présenterons des statistiques qui ont été obtenues sur l'intervalle  $t^+ \in [30\,000, 50\,000]$ . Il est possible que certaines statistiques soient affectées par l'intervalle de calcul des statistiques. Notons cependant que si des effets transitoires existent, ils devraient surtout être visibles pour les valeurs élevées de  $\tau_p^+$  et pour  $Re_\tau = 1000$ .

L'augmentation de la durée du régime transitoire avec la valeur de  $Re_\tau$  est également visible lorsque les corrélations sont utilisées. La figure 6.1 a) montre que l'augmentation de la durée du régime transitoire est beaucoup plus faible pour les corrélations que pour les FBR. Cette différence importante est vraisemblablement liée à la valeur atteinte par le paramètre d'entropie en régime stationnaire. La valeur de  $S$  est élevée lorsque les corrélations sont utilisées, ce qui indique une distribution assez uniforme et la durée du régime transitoire n'augmente

## 6.2. Distribution et organisation spatiale des particules

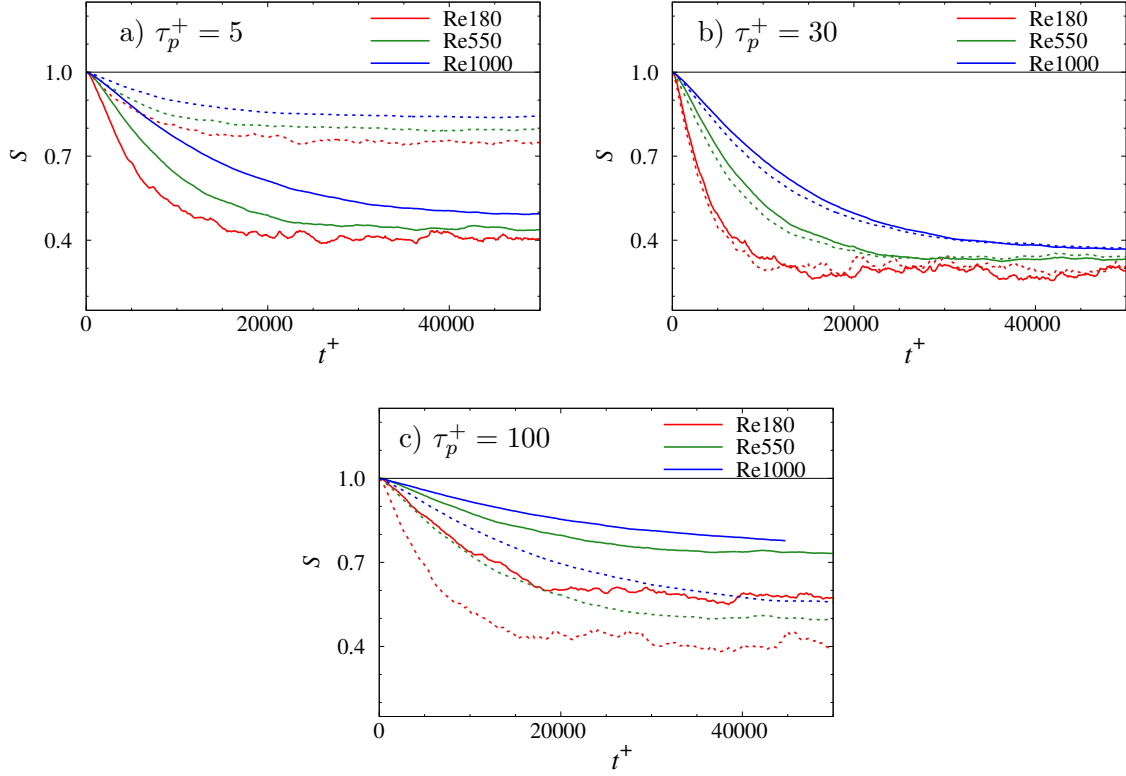


FIGURE 6.1 – Évolution du paramètre d'entropie  $S$  en fonction de  $t^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Ligne continue : FBR ; ligne pointillée : corrélations.

pas significativement avec  $Re_\tau$  dans ce cas. Sur la figure 6.1 b), pour  $\tau_p^+ = 30$ , la valeur du paramètre d'entropie lorsque le régime stationnaire est atteint est faible, quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques et l'augmentation de la durée du régime transitoire avec  $Re_\tau$  ne dépend pas de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques.

### 6.2.2 Le profil de concentration en régime stationnaire

Nous examinons maintenant l'effet du nombre de Reynolds sur le profil de concentration en régime stationnaire. Celui-ci est présenté sur la figure 6.2 pour  $\lambda = 3$  et pour les 4 temps de relaxation considérés. En proche paroi, la concentration diminue généralement lorsque le nombre de Reynolds augmente. Cette diminution est bien visible pour  $\tau_p^+ = 1$ , quelle que soit la méthode de modélisation des actions hydrodynamiques. Cet effet est également visible pour  $\tau_p^+ = 5$  et 100 mais son importance diffère selon la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. La diminution de la concentration à la paroi est plus importante avec les FBR pour  $\tau_p^+ = 100$  et avec les corrélations pour  $\tau_p^+ = 5$ . Il est assez remarquable de constater que pour  $\tau_p^+ = 30$ , la concentration à la paroi ne varie presque pas avec  $Re_\tau$ . A mesure que l'on s'éloigne de la paroi, la concentration diminue, et la pente est d'autant plus forte que  $Re_\tau$  est élevé. Ce résultat est en accord avec ce qui a été observé pour des particules sphériques par Bernardini (2014) pour des temps de relaxation proches ( $\tau_p^+ = 25$  et 100). Celui-ci a mis en évidence que quelle que soit la valeur de  $Re_\tau$ , les profils de concentration de ces particules

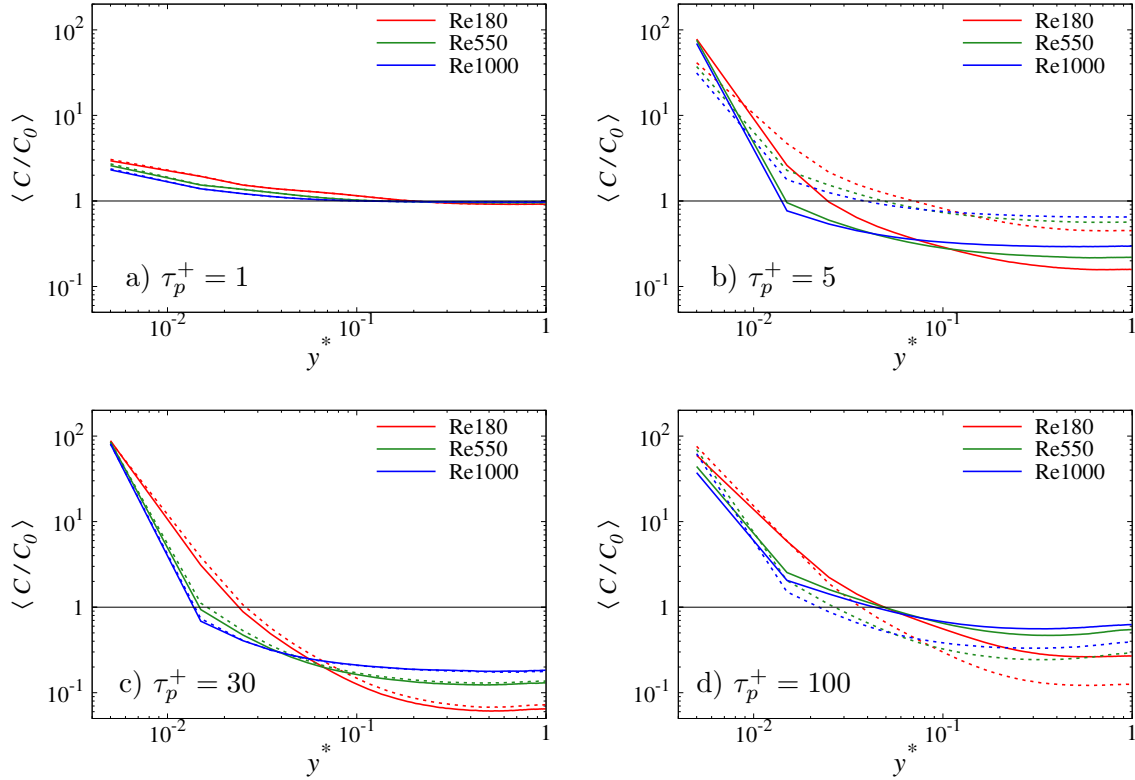


FIGURE 6.2 – Profil de concentration en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . a) :  $\tau_p^+ = 5$ ; b) :  $\tau_p^+ = 30$ ; c) :  $\tau_p^+ = 100$ . Ligne continue : FBR ; ligne pointillée : corrélations.

dans la sous-couche visqueuse sont similaires lorsqu'ils sont exprimés en unités de paroi. La taille de la sous-couche visqueuse diminuant lorsque  $Re_\tau$  augmente, la pente augmente. Au centre du canal la concentration augmente avec  $Re_\tau$ . Bien que cette augmentation soit faible, celle-ci a lieu sur une très grande partie du canal (environ 9/10 de la hauteur) et elle est responsable de l'augmentation de la valeur du paramètre d'entropie observée sur la figure 6.1. Ces observations sont valides quel que soit le rapport d'aspect.

Il est difficile de trouver une explication simple pour l'origine de l'uniformisation de la concentration des particules. Cependant, cette augmentation est observée pour toutes les particules considérées et pour les deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques, ce qui nous amène à penser qu'il s'agit d'une conséquence de l'évolution des propriétés de l'écoulement. Les fluctuations s'intensifient lorsque  $Re_\tau$  augmente, ce qui entraîne une redistribution des particules dans le domaine.

### 6.2.3 La concentration préférentielle en proche paroi

A proximité de parois solides, l'organisation spatiale des structures tourbillonnaires (Robinson, 1991) entraîne une concentration préférentielle caractéristique des particules inertielles (Kaftori *et al.*, 1995; Marchioli et Soldati, 2002). En particulier, Eaton et Fessler (1994) ont montré que des particules sphériques inertielles s'accumulent dans des régions de l'écoulement où les fluctuations de la vitesse longitudinale sont négatives (les *low-speed streaks*).

## 6.2. Distribution et organisation spatiale des particules

Zhang *et al.* (2001) et Mortensen *et al.* (2008a) ont également observé cette accumulation pour des ellipsoïdes allongés, avec une faible influence de  $\lambda$ . Pour illustrer ce phénomène, le champ instantané de  $u_x^+$  à la position  $y^+ = 3$  ainsi que les particules ( $\lambda = 3$ ;  $\tau_p^+ = 5$  et 30) dans la région  $1 < y_p^+ < 5$  sont représentés sur la figure 6.3 pour  $Re_\tau = 180$ . Les particules sont majoritairement localisées dans des zones de couleur verte, qui correspondent aux *low-speed streaks* (valeurs négatives de  $u_x^+$ ), et forment des longues stries dans la direction de l'écoulement moyen.

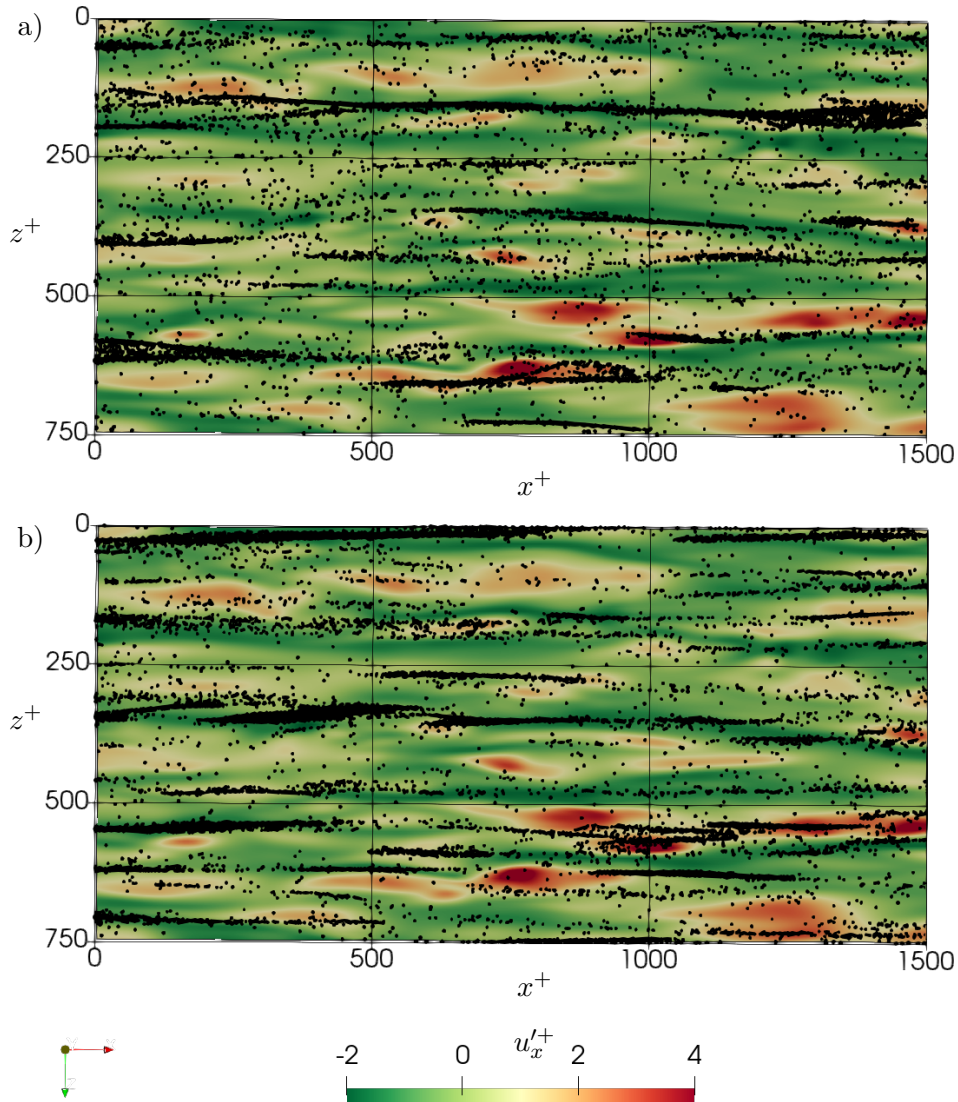


FIGURE 6.3 – Visualisation des fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse ( $u_x^+$ ) dans le plan  $(x, z)$  à la position  $y^+ = 3$ . Colorée selon l'intensité des fluctuations de  $u_x^+$ . Les particules dont la position se situe dans la région  $1 < y_p^+ < 5$  sont représentées en noir (et ne sont pas à l'échelle). Nombre de Reynolds de l'écoulement  $Re_\tau = 180$ . Ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Méthode de calcul des actions hydrodynamiques : FBR. a)  $\tau_p^+ = 5$ ; b)  $\tau_p^+ = 30$ .

La figure 6.4 présente une visualisation similaire mais pour  $Re_\tau = 1000$ . Les particules se situent également dans les zones où les  $u_x^+$  sont négatives et l'accumulation dans les zones de basse vitesse a donc lieu quel que soit le nombre de Reynolds. Ce résultat est similaire à ce qui a été observé par Bernardini (2014) pour des particules sphériques. On remarquera par ailleurs que l'espacement entre les stries (*streaks*) contenant les particules reste constant ( $\delta_z^+ \approx 100$ ) quelle que soit la valeur du nombre de Reynolds.

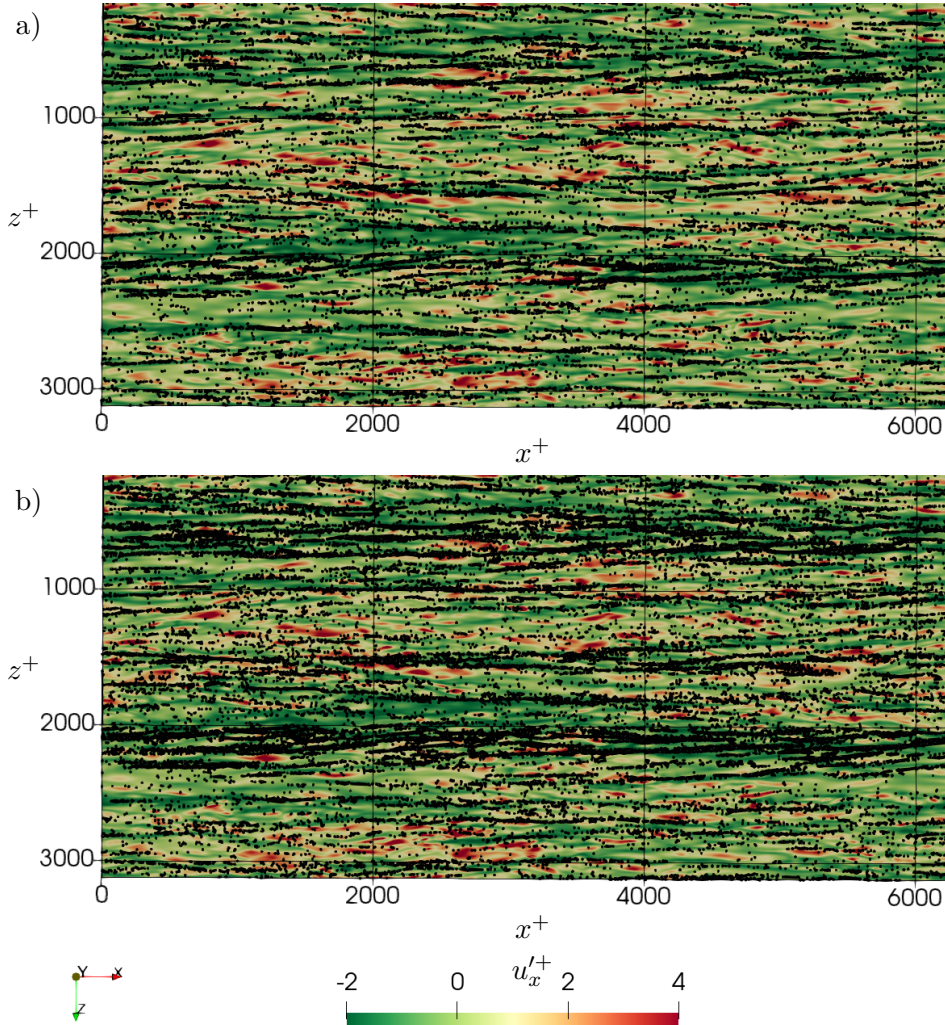


FIGURE 6.4 – Visualisation des fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse ( $u_x^+$ ) dans le plan  $(x, z)$  à la position  $y^+ = 3$ . Colorée selon l'intensité des fluctuations de  $u_x^+$ . Les particules dont la position se situe dans la région  $1 < y_p^+ < 5$  sont représentées en noir (et ne sont pas à l'échelle). Nombre de Reynolds de l'écoulement  $Re_\tau = 1000$ . Ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Méthode de calcul des actions hydrodynamiques : FBR. a)  $\tau_p^+ = 5$ ; b)  $\tau_p^+ = 30$ .

Pour analyser plus finement la concentration préférentielle des particules, il est intéressant d'étudier la distribution des particules dans les quatre types d'événements (les quadrants) turbulents qui contribuent à la génération des contraintes de cisaillement de Reynolds et qui

## 6.2. Distribution et organisation spatiale des particules

sont caractérisés par le signe du produit  $u'_x u'_y$  (Wallace *et al.*, 1972). Le premier quadrant ( $Q_1$ ),  $u'_x > 0$  et  $u'_y > 0$  correspond aux mouvements de fluide avec une vitesse longitudinale élevée vers le centre du canal ; le second quadrant ( $Q_2$ ),  $u'_x < 0$  et  $u'_y > 0$  est associé aux éjections de fluide de basse vitesse vers le centre du canal ; le troisième quadrant ( $Q_3$ ),  $u'_x < 0$  et  $u'_y < 0$  correspond aux déplacements vers la paroi de fluide de faible vitesse longitudinale ; le quatrième quadrant ( $Q_4$ ),  $u'_x > 0$  et  $u'_y < 0$  contient les mouvements de fluide de haute vitesse longitudinale vers la paroi (*sweeps* en anglais). Le pourcentage de particules dans chaque quadrant est présenté dans le tableau 6.1 pour  $\lambda = 3$ ,  $\tau_p^+ = 5$  et 30 (dans la région  $4 < y_p^+ < 5$ , assez proche de  $y^+ = 3$ ). Dans cette région, une grande partie (65 – 70%) des ellipsoïdes se situent dans des événements de type  $Q_2$  et  $Q_3$ , qui correspondent à des régions où  $u'_x < 0$ . Ce résultat confirme la concentration préférentielle des particules de  $\tau_p^+ = 5$  et 30 dans les *low-speed streaks* observée sur les figures 6.3 et 6.4. Il faut cependant noter que la concentration préférentielle varie en fonction de  $y^+$ . Vinkovic *et al.* (2011) ont par exemple montré ( $Re_\tau = 587$ , particules sphériques,  $\tau_p^+ = 5$ , traînée non linéaire) qu'à  $y^+ = 38$ , la majorité des particules se trouvent dans des événements de type  $Q_2$  et  $Q_4$ . Ces événements sont associés au transport des particules dans la direction normale à la paroi (Marchioli et Soldati, 2002). Le tableau 6.2 présente la pourcentage de particules dans chaque quadrant à la position  $y^+ \approx 30$  (proche de  $y^+ = 38$ ). A cette position, la majorité des ellipsoïdes échantillonnent des événements de type  $Q_2$  et  $Q_4$ , de façon similaire aux particules sphériques. De ce point de vue, l'influence de  $\lambda$  sur concentration préférentielle est mineure.

Les résultats présentés dans les tableaux 6.1 et 6.2 permettent d'observer l'influence du temps

|                                 | $Q_1$ | $Q_2$ | $Q_3$ | $Q_4$ |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| $\tau_p^+ = 5, Re_\tau = 180$   | 8.90  | 44.4  | 27.3  | 19.4  |
| $\tau_p^+ = 5, Re_\tau = 1000$  | 8.50  | 44.6  | 29.1  | 18.0  |
| $\tau_p^+ = 30, Re_\tau = 180$  | 10.3  | 40.3  | 26.3  | 23.1  |
| $\tau_p^+ = 30, Re_\tau = 1000$ | 10.9  | 38.9  | 27.0  | 23.2  |

TABLE 6.1 – Influence du nombre de Reynolds sur le pourcentage d'ellipsoïdes dans chaque quadrant, dans la région  $4 < y^+ < 5$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Méthode de calcul des actions hydrodynamiques : FBR.

|                                 | $Q_1$ | $Q_2$ | $Q_3$ | $Q_4$ |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| $\tau_p^+ = 5, Re_\tau = 180$   | 14.1  | 39.0  | 15.5  | 31.4  |
| $\tau_p^+ = 5, Re_\tau = 1000$  | 14.6  | 39.1  | 18.2  | 28.1  |
| $\tau_p^+ = 30, Re_\tau = 180$  | 17.4  | 37.4  | 15.2  | 30.0  |
| $\tau_p^+ = 30, Re_\tau = 1000$ | 16.7  | 38.5  | 18.5  | 26.3  |

TABLE 6.2 – Influence du nombre de Reynolds sur le pourcentage d'ellipsoïdes dans chaque quadrant, dans la région  $28 < y^+ < 32$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Méthode de calcul des actions hydrodynamiques : FBR.

de relaxation et du nombre de Reynolds sur la concentration préférentielle. A  $y^+ = 30$  (et dans la région centrale de l'écoulement), la proportion de particules qui échantillonnent des événements de type  $Q_2$  et  $Q_4$  varie assez faiblement selon la valeur de  $\tau_p^+$ . L'influence du temps de relaxation est remarquable en proche paroi. Il y a moins de particules dans des événements de type  $Q_2$  (éjection) pour  $\tau_p^+ = 30$  ce qui peut expliquer leur plus forte accumulation à la

paroi comparativement à  $\tau_p^+ = 5$ . L'augmentation de  $Re_\tau$  fait varier faiblement la fraction des ellipsoïdes dans chaque quadrant dans cette région, mais à des effets différents selon la position dans le canal et la valeur de  $\tau_p^+$ . A proximité de la paroi, la fraction des événements de type  $Q_4$  diminue et celle des événements de type  $Q_3$  augmente pour les ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 5$ . Pour  $\tau_p^+ = 30$ , les événements de type  $Q_2$  sont moins nombreux et ceux de type  $Q_1$  et  $Q_3$  augmentent. A plus grande distance de la paroi, l'influence de  $Re_\tau$  est indépendante du temps de relaxation : l'augmentation du nombre de Reynolds de l'écoulement entraîne la diminution du nombre de particules dans les événements de type  $Q_4$  et augmenter  $Q_3$ . Notons que ces observations sont indépendantes de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques et du rapport d'aspect. Nous allons maintenant étudier l'influence du nombre de Reynolds sur les statistiques de translation des ellipsoïdes et du fluide vu.

## 6.3 Les statistiques de translation

### 6.3.1 La vitesse moyenne du fluide vu

Nous décrivons tout d'abord l'évolution des propriétés de l'écoulement vu par les particules en fonction de  $Re_\tau$ . De façon similaire à ce qui a été observé à  $Re_\tau = 180$ , l'influence du rapport d'aspect est faible et nous avons choisi de nous concentrer sur l'influence de  $\tau_p^+$  dans cette partie. La moyenne de la composante longitudinale de la vitesse du fluide vu est présentée sur la figure 6.5 a) et c) pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  et de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 5$  et 30, respectivement. Lorsque  $Re_\tau$  augmente, l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse du fluide vu est similaire à celle de la vitesse du fluide (eulérien). Dans la sous-couche visqueuse, la vitesse moyenne est indépendante de  $Re_\tau$ , et elle augmente dans la région centrale de l'écoulement.

La moyenne de la composante normale à la paroi est présentée sur les figures 6.5 b) et d). La valeur moyenne de  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  n'est pas nulle du fait de la concentration préférentielle des particules et l'augmentation de  $Re_\tau$  a une influence sur cette statistique. Pour  $\tau_p^+ = 5$  (figure 6.5 b), en proche paroi et dans la zone tampon, la vitesse est d'autant plus élevée que le nombre de Reynolds est grand. L'augmentation de  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  est notable entre  $Re_\tau = 180$  et 550, mais ne se poursuit pas entre  $Re_\tau = 550$  et 1000. Dans la région centrale de l'écoulement, le minimum de  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  se rapproche de 0 pour les grandes valeurs de  $Re_\tau$ .

Pour  $\tau_p^+ = 30$ , nous observons sur la figure 6.5 d) que la vitesse minimale est d'autant plus faible que le nombre de Reynolds est élevé dans la région centrale. L'influence du nombre de Reynolds dépend donc de la valeur du temps de relaxation dans cette région. Dans l'intervalle  $y^+ \in [15, 40]$ , la moyenne de la vitesse normale à la paroi est plus élevée pour  $Re_\tau = 550$  que pour  $Re_\tau = 1000$ . C'est le cas pour les deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques et nous pensons qu'il s'agit d'un effet lié à l'intervalle de collecte des statistiques. En effet, nous avons vu dans le chapitre 3 que  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  est sous estimée lorsque les statistiques sont calculées avant que la distribution des particules n'ait atteint l'état stationnaire. La figure 6.1, montre que la distribution des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 3$  et  $\tau_p^+ = 30$  atteint l'état stationnaire autour de  $t^+ \approx 45000$  pour  $Re_\tau = 1000$  alors que les statistiques sont collectées sur l'intervalle  $t^+ \in [30000, 50000]$ . Il est donc possible que cela ait une légère influence sur les statistiques. Nous pensons qu'il n'y aurait pas de différence de  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  pour ce temps de relaxation dans l'intervalle  $y^+ \in [15, 40]$  entre  $Re_\tau = 550$  et 1000 si les statistiques sont collectées sur un intervalle plus long.

Finalement,  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  évolue de façon similaire en fonction de  $Re_\tau$  pour les deux méthodes de



### 6.3. Les statistiques de translation

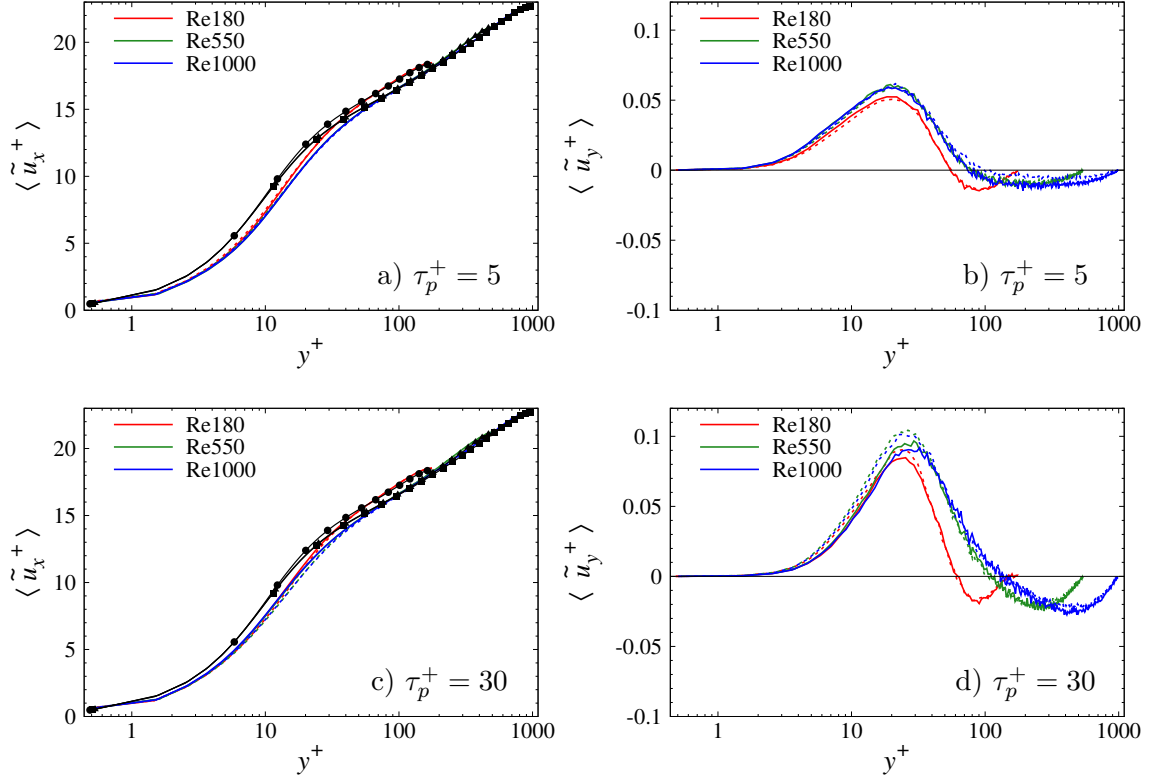


FIGURE 6.5 – Moyenne de la composante longitudinale (a, c) et normale à la paroi (b, d)  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . a) et b)  $\tau_p^+ = 5$ ; c) et d)  $\tau_p^+ = 30$ . Lignes continues : FBR; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide. Cercles :  $Re_\tau = 180$ ; triangles :  $Re_\tau = 550$ ; carrés :  $Re_\tau = 1000$ .

calcul des actions hydrodynamiques, avec des différences mineures. On observe néanmoins sur la figure 6.5 b) que  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  est identique pour  $Re_\tau = 550$  et 1000 avec les FBR alors que sa valeur est plus proche de 0 pour  $Re_\tau = 1000$  que pour  $Re_\tau = 550$  avec les corrélations. Pour  $\tau_p^+ = 30$ , (6.5 d), les courbes sont superposées jusqu'à  $y^+ \approx 15$  lorsque les FBR sont utilisées et  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  est donc indépendante de  $Re_\tau$ .  $\langle \tilde{u}_y \rangle$  augmente de façon monotone avec  $Re_\tau$  lorsque les corrélations sont utilisées.

Pour obtenir davantage d'information sur la distribution des fluctuations de l'écoulement vu par les particules, la composante longitudinale de la vitesse de dérive est présentée sur la figure 6.6 pour  $\lambda = 3$ . Les valeurs négatives de  $u_{dx}$  jusqu'à  $y^+ \approx 50$  indiquent que les particules échantillonnent des régions où les fluctuations de l'écoulement sont négatives. A l'exception de  $\tau_p^+ = 1$ , la fraction du canal sur laquelle  $u_{dx}$  est négative augmente avec  $Re_\tau$ . Pour  $\tau_p^+ = 5$  et 30, on remarque par contre que la largeur de cette région dépend de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. On peut en effet observer sur les figures 6.6 b) et c) que la position où  $u_{dx}$  change de signe ne varie pas entre  $Re_\tau = 550$  et 1000 lorsque les FBR sont utilisées mais que celle-ci augmente avec la valeur de  $Re_\tau$  avec les corrélations. L'évolution de la valeur de  $u_{dx}$  avec  $Re_\tau$  diffère également selon le temps de relaxation.

Pour  $\tau_p^+ = 1$  et 5, en proche paroi et jusqu'à  $y^+ \approx 50$ , la vitesse de dérive est d'autant plus faible que le nombre de Reynolds est grand. Cela indique que la concentration préférentielle

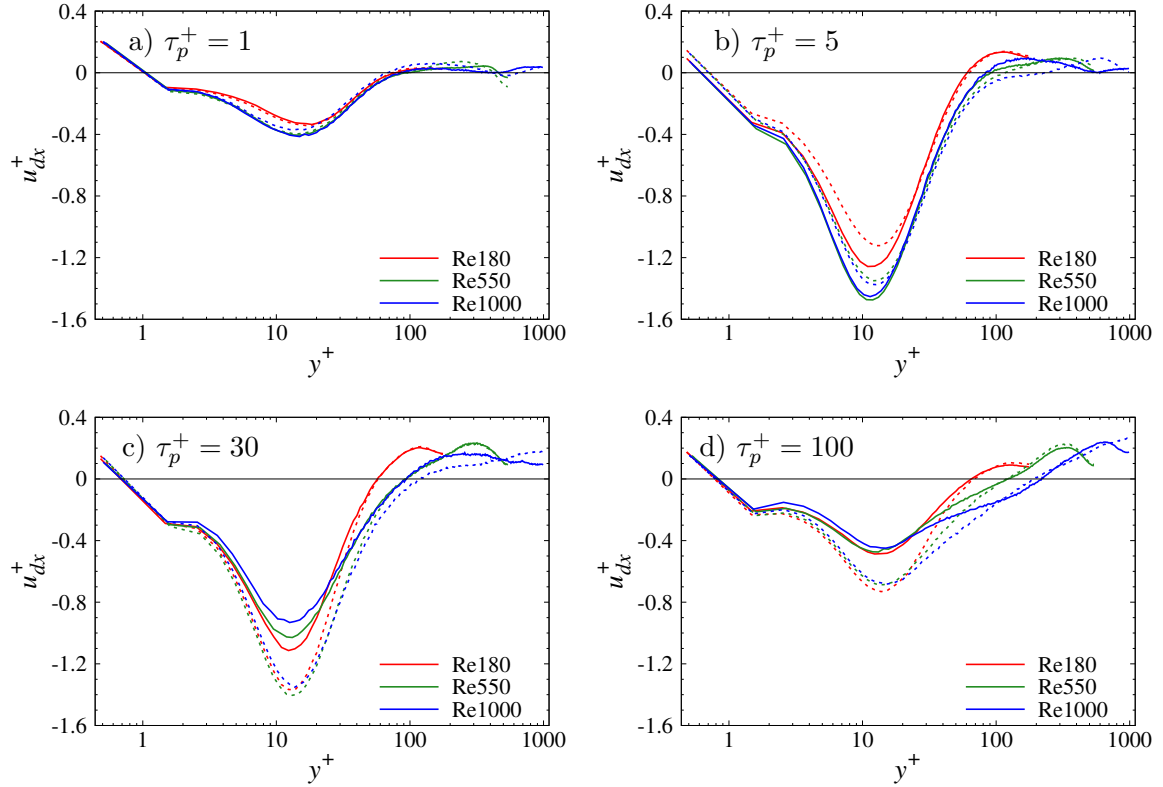


FIGURE 6.6 – Moyenne de la composante longitudinale de la vitesse de dérive en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations.

des ellipsoïdes dans des régions où les fluctuations de la vitesse du fluide sont négatives est accrue (lien augmentation  $Q_3$  avec  $Re_\tau$ , tableau 6.1). Cet effet est important entre  $Re_\tau = 180$  et 550 mais les courbes sont presque superposées pour  $Re_\tau = 550$  et 1000. Le développement de modèles pour prédire la vitesse du fluide vu à partir de résultats obtenus à  $Re_\tau = 180$  peut donc amener à sous estimer le nombre de particules qui échantillonnent des fluctuations de signe négatif. Pour  $\tau_p^+ = 5$ , on note également la diminution de la vitesse de dérive au coeur du canal avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Cela indique la diminution de l'asymétrie de la distribution des fluctuations de  $\tilde{u}_x$  lorsque  $Re_\tau$  augmente. Ces observations sont valides quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques et ne dépendent pas de  $\lambda$ .

Pour  $\tau_p^+ = 30$ , la figure 6.6 c) montre que l'évolution de  $u_{dx}$  avec le nombre de Reynolds est plus complexe, et qu'elle dépend de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques et de la région du canal. Dans la zone tampon,  $u_{dx}$  augmente avec  $Re_\tau$  lorsque les FBR sont utilisées, alors que sa valeur ne varie pas avec les corrélations. Pour  $Re_\tau = 1000$ ,  $u_{dx}$  diminue au centre du canal avec les FBR, mais augmente avec les corrélations.

Finalement, pour  $\tau_p^+ = 100$ , l'augmentation du nombre de Reynolds n'influence pas significativement la vitesse de dérive dans la zone tampon. Dans la région centrale de l'écoulement, il y a par contre une augmentation de l'intensité de  $u_{dx}$  avec  $Re_\tau$ , quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Cet effet est plus important lorsque les corrélations sont utilisées et l'augmentation à lieu jusqu'au centre du canal à  $Re_\tau = 1000$  alors que cela n'est

### 6.3. Les statistiques de translation

pas le cas pour  $Re_\tau = 180$  et  $550$ . Une valeur plus élevée de  $Re_\tau$  entraîne donc la concentration préférentielle de ces particules dans des zones de l'écoulement où les fluctuations de la vitesse longitudinale sont positives.

#### 6.3.2 Les fluctuations de la vitesse des particules et du fluide vu

Étant donné que l'évolution de la moyenne de la vitesse longitudinale des particules avec  $Re_\tau$  est similaire à celle du fluide vu, nous avons choisi de ne pas présenter et de nous concentrer sur l'évolution des fluctuations de la vitesse. Les rms de la vitesse de translation de la

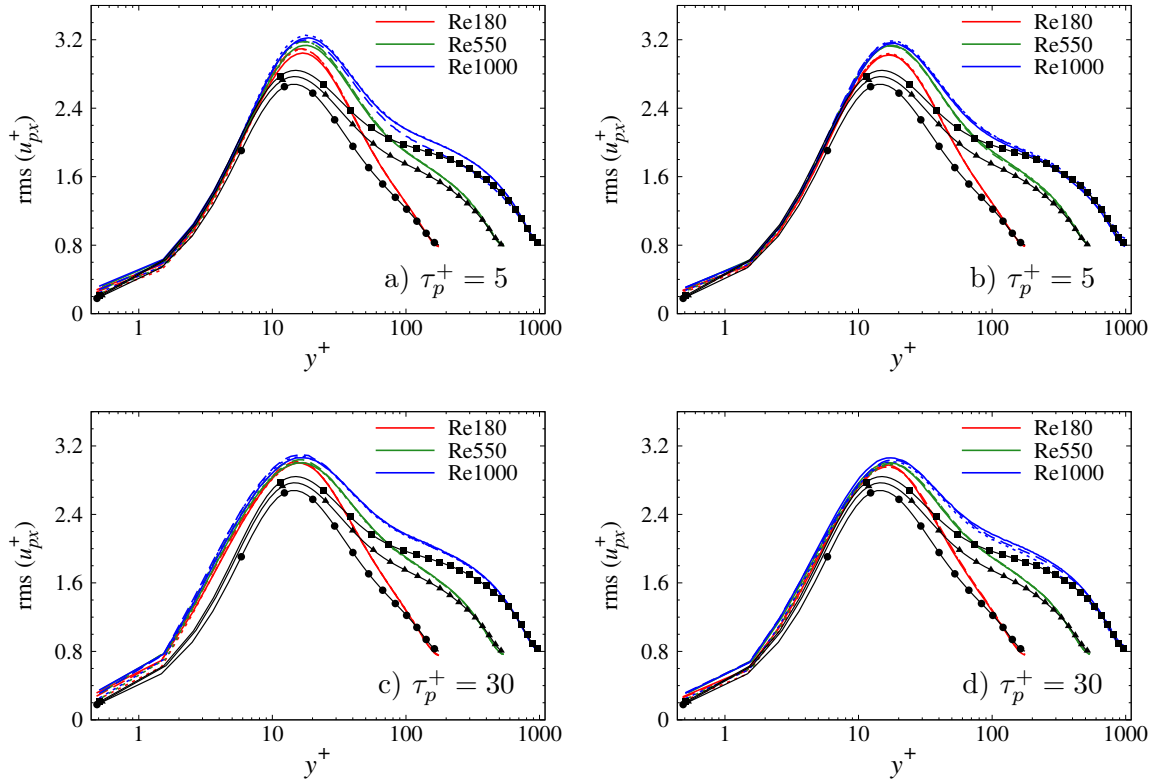


FIGURE 6.7 – Fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse des particules en fonction de  $y^+$ . a) et c) FBR ; b) et d) Corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$  ; ligne pointillée :  $\lambda = 3$  ; tirets :  $\lambda = 10$ . Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide. Cercles :  $Re_\tau = 180$  ; triangles :  $Re_\tau = 550$  ; carrés :  $Re_\tau = 1000$ .

phase dispersée pour les trois rapports d'aspect,  $\tau_p^+ = 5$  et  $30$  et deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques sont présentées sur la figure 6.7. A  $Re_\tau = 180$ , Mortensen *et al.* (2008a) a montré que les  $rms(u_{px})$  de particules ellipsoïdales sont similaires (légèrement inférieures) à celles du fluide dans la sous couche visqueuse et plus élevées ailleurs, avec une influence marginale de  $\lambda$ . Lorsque  $Re_\tau$  augmente, on observe sur la figure 6.7 que les  $rms(u_{px})$  sont également proches de ceux du fluide en proche paroi et supérieurs sur le reste du canal, quel que soit  $\lambda$ . L'augmentation de  $Re_\tau$  ne modifie donc pas la faible dépendance de ces statistiques au rapport d'aspect. On remarquera néanmoins sur la figure 6.7 a) que lorsque

les FBR sont utilisées, l'influence de  $\lambda$  dans la région centrale de l'écoulement est différente à  $Re_\tau = 1000$ . En effet, les  $rms(u_{px})$  sont égaux à ceux du fluide à partir de  $y^+ > 200$  pour  $\lambda = 10$  alors qu'il restent plus élevés que ceux du fluide sur une grande partie du canal pour  $\lambda = 1$  et 3. Il ne s'agit cependant pas d'une différence majeure.

Nous pouvons mettre ces résultats en parallèle avec les fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse du fluide vu, qui sont présentées sur la figure 6.8 pour les quatre temps de relaxations considérés dans cette étude. De façon similaire aux fluctuations de la vitesse des particules, les  $rms(\tilde{u}_x)$  évoluent de la même façon que ceux du fluide (eulérien) lorsque  $Re_\tau$  augmente. L'influence de  $\lambda$  et de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques ne sont pas significativement modifiées par la valeur de  $Re_\tau$ . La position à laquelle les  $rms(\tilde{u}_x)$  deviennent supérieures à ceux du fluide est indépendante du nombre de Reynolds ( $y^+ \approx 10$ ), et cela quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Dans la zone tampon et la région centrale de l'écoulement, les  $rms(\tilde{u}_x)$  sont supérieures à ceux du fluide. On note toutefois une influence de la modélisation pour  $\tau_p^+ = 5$  et 30 sur les figures 6.8 b) et c). Par rapport aux FBR, pour  $Re_\tau = 1000$ , les  $rms(\tilde{u}_x)$  sont en effet supérieures aux  $rms(u_{px})$  sur une plus petite fraction du canal lorsque les corrélations sont utilisées.

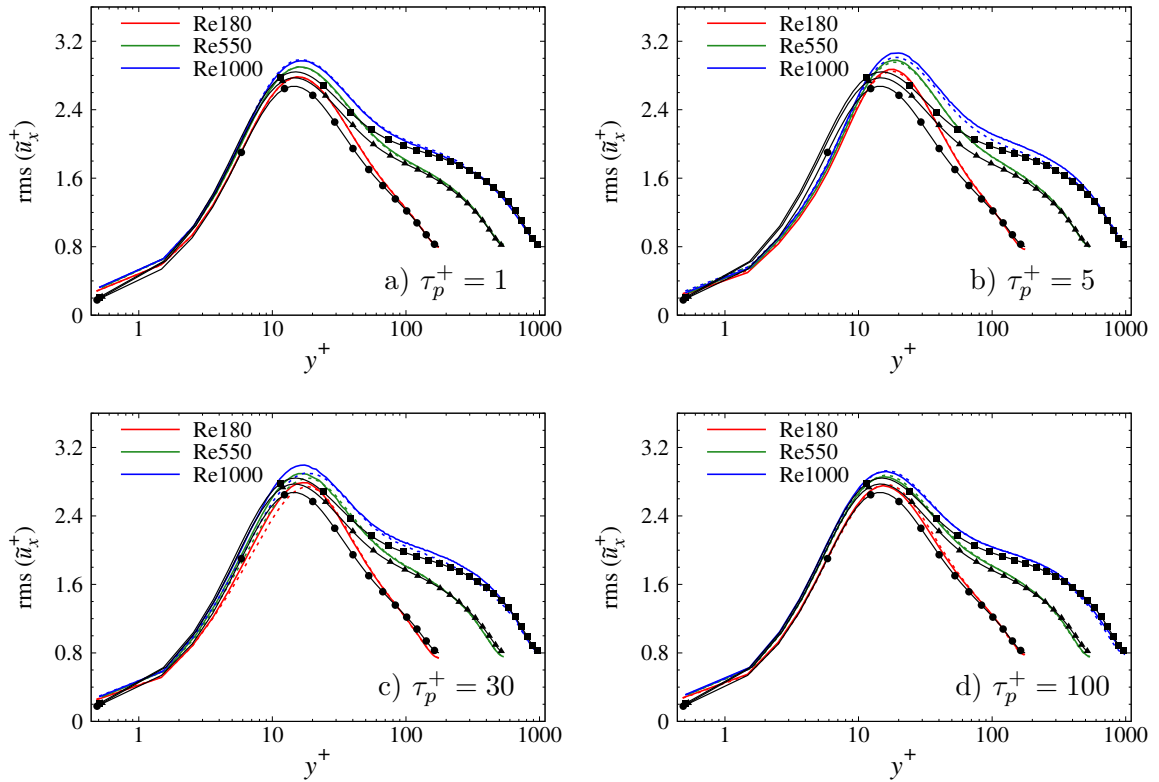


FIGURE 6.8 – Fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse de translation du fluide vu en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Lignes continues : FBR ; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide. Cercles :  $Re_\tau = 180$ ; triangles :  $Re_\tau = 550$ ; carrés :  $Re_\tau = 1000$ .

Les fluctuations des composantes normale à la paroi et transversales de la vitesse des

### 6.3. Les statistiques de translation

particules sont présentées sur les figures ?? a) et c) pour  $\tau_p^+ = 30$ . Les fluctuations de ces composantes de la vitesse sont inférieures à celle du fluide ce qui est une conséquence bien connue de l'inertie des particules (Liljegren, 1993). Cette observation est vraie quelle que soit la valeur de  $Re_\tau$ . La méthode de calcul des actions hydrodynamique n'affecte pas ce résultat et l'influence de  $\lambda$  reste également marginale lorsque  $Re_\tau$  augmente. Des observations similaires peuvent être faites pour les autres temps de relaxation et ceux-ci ne sont donc pas présentés. Les figures 6.9 b) et d) présentent l'évolution des rms de  $\tilde{u}_y$  et  $\tilde{u}_z$  pour  $\tau_p^+ = 30$  et  $\lambda = 3$ . L'augmentation du nombre de Reynolds n'entraîne pas de différence significative par rapport au cas  $Re_\tau = 180$  : les fluctuations de la vitesse du fluide vu restent inférieures à celles de la vitesse du fluide (eulérien) sur toute la largeur du canal, quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Remarquons finalement que ces observations restent vraies, quel que soit  $\lambda$  et que l'influence de ce paramètre reste faible quelle que soit la valeur de  $Re_\tau$ .

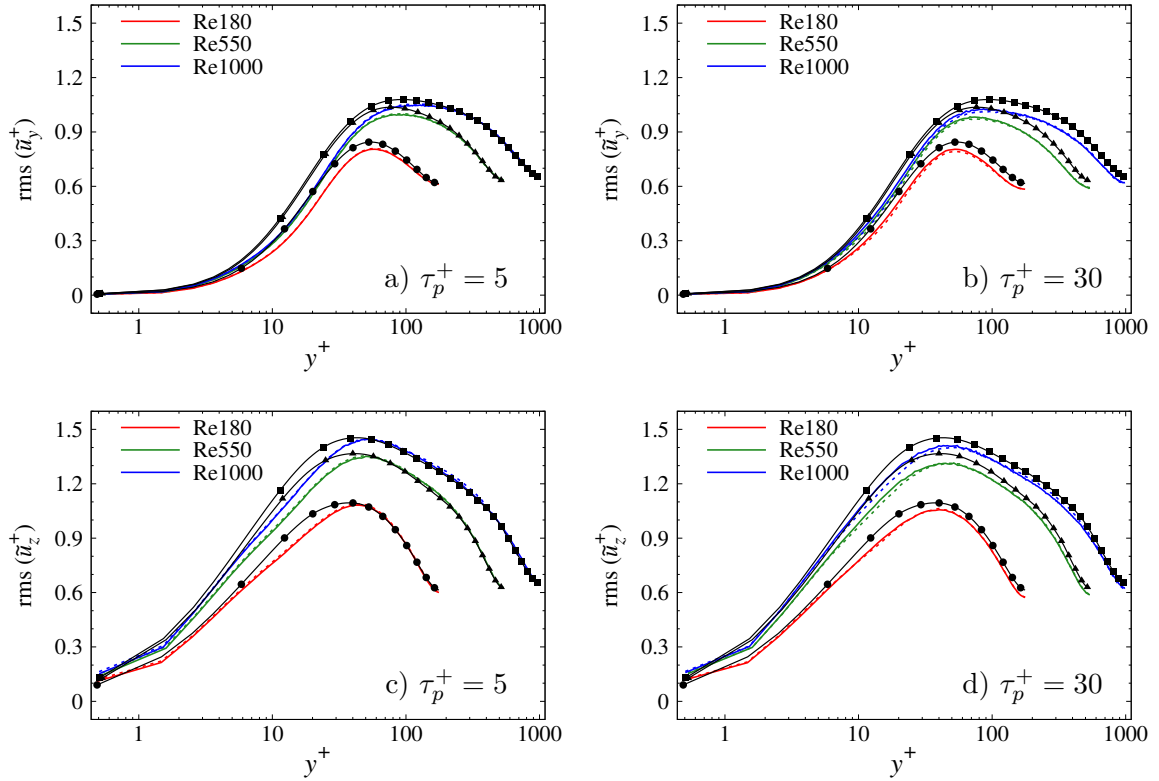


FIGURE 6.9 – Fluctuations de la composante normale à la paroi (a, b) et transversale (c, d) des fluctuations de la vitesse du fluide vu en fonction de  $y^+$ . a) et c) FBR; b) et d) Corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$ ; ligne pointillée :  $\lambda = 3$ ; tirets :  $\lambda = 10$ . Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide. Cercles :  $Re_\tau = 180$ ; triangles :  $Re_\tau = 550$ ; carrés :  $Re_\tau = 1000$ .

### 6.3.3 La vitesse relative moyenne

Pour mieux comprendre l'interaction des particules avec l'écoulement, nous nous intéressons à la vitesse relative des particules. La figure 6.10 présente les deux composantes de la vitesse relative pour des particules de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 1$ .  $\langle u_{rx} \rangle$  diminue et  $\langle u_{ry} \rangle$  augmente de façon monotone avec le nombre de Reynolds sur toute la largeur du canal. En conséquence, la vitesse relative moyenne est plus élevée en proche paroi et dans la zone tampon alors qu'elle est plus faible au centre du canal lorsque  $Re_\tau$  augmente. Il n'y a par contre pas de changement quand à l'influence de  $\lambda$ , quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques.

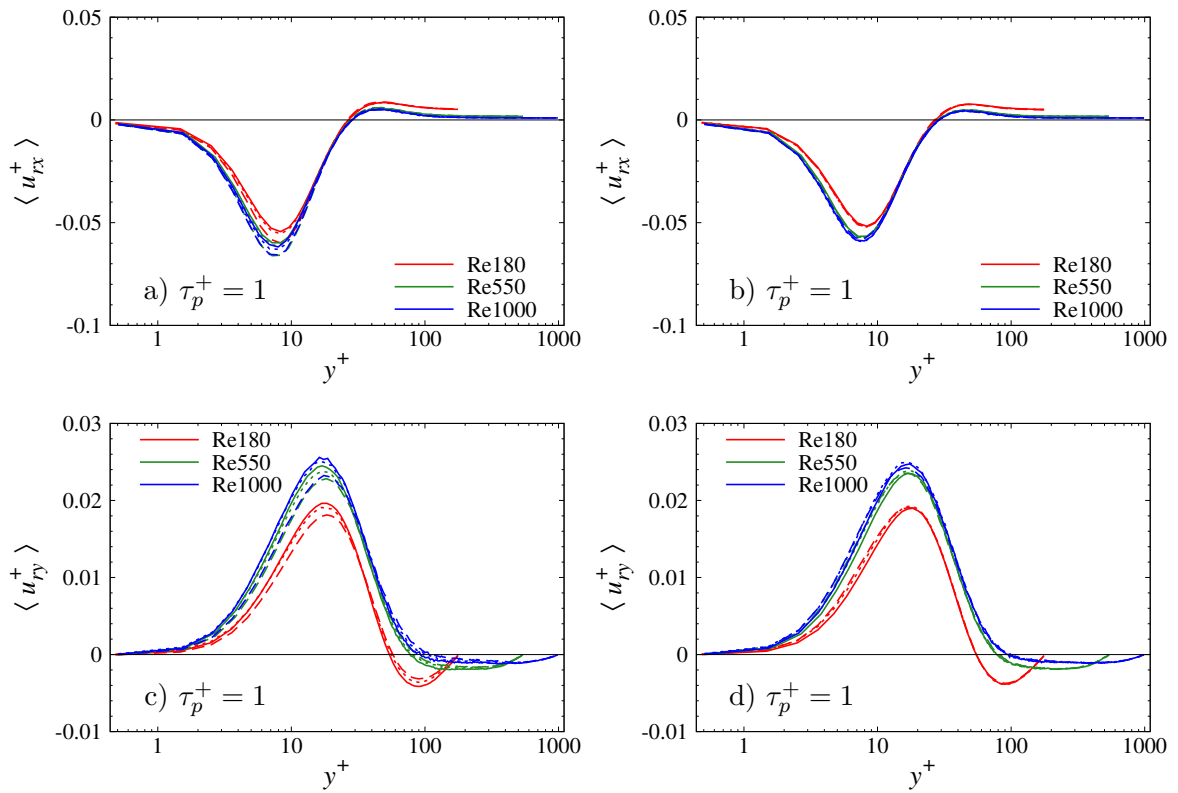


FIGURE 6.10 – Moyenne de la composante longitudinale (a, c) et normale à la paroi (b, d) de la vitesse relative en fonction de  $y^+$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 1$ . a) et c) FBR; b) et d) Corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$ ; ligne pointillée :  $\lambda = 3$ ; tirets :  $\lambda = 10$ .

Pour  $\tau_p^+ = 30$ , on observe sur les figures 6.11 a) que l'augmentation de  $Re_\tau$  a des conséquences plus complexes. En proche paroi et dans la zone tampon,  $\langle u_{rx} \rangle$  augmente avec le nombre de Reynolds et cet effet est significativement plus important lorsque les corrélations sont utilisées. Dans la région centrale de l'écoulement par contre,  $\langle u_{rx} \rangle$  diminue lorsque  $Re_\tau$  augmente, indépendamment de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Sur la figure 6.11 b), on observe que la moyenne de la composante normale à la paroi de la vitesse relative est indépendante de la valeur de  $Re_\tau$  jusqu'à  $y^+ = 15$ . Il y a par contre une augmentation du maximum de  $\langle u_{ry} \rangle$  entre  $Re_\tau = 180$  et 550, mais nous n'observons pas d'augmentation

### 6.3. Les statistiques de translation

entre  $Re_\tau = 550$  et  $1000$ . Il s'agit probablement d'un effet lié à la faible valeur du nombre de Reynolds. On notera finalement que dans la région centrale de l'écoulement, le minimum de  $\langle u_{ry} \rangle$  est indépendant de  $Re_\tau$  pour ce temps de relaxation. L'influence de  $\lambda$  et de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques est également faiblement dépendante de  $Re_\tau$ .

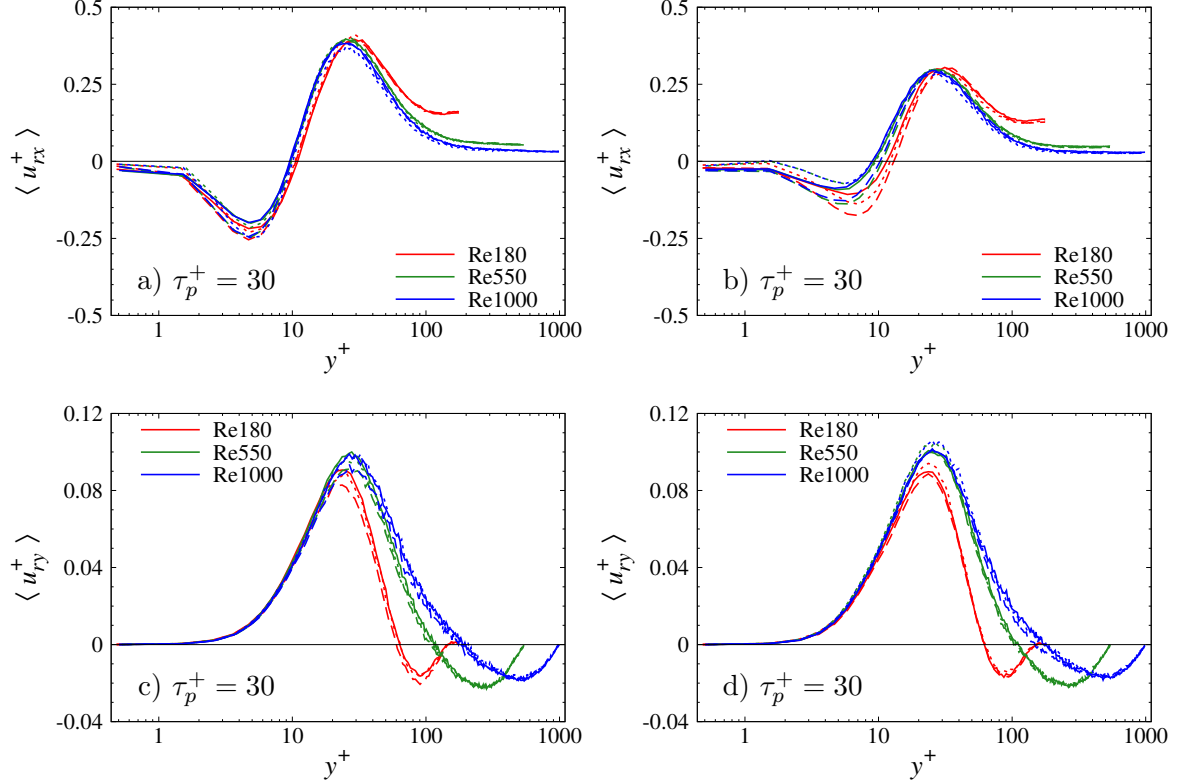


FIGURE 6.11 – Moyenne de la composante longitudinale (a, c) et normale à la paroi (b, d) de la vitesse relative en fonction de  $y^+$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 30$ . a) et c) FBR; b) et d) Corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$ ; ligne pointillée :  $\lambda = 3$ ; tirets :  $\lambda = 10$ .

Nous ajoutons pour conclure cette section que l'évolution des forces hydrodynamiques subies par les particules est similaire à celle de la vitesse relative, et nous ne les avons donc pas présentées. L'augmentation de  $Re_\tau$  peut avoir une influence importante sur l'intensité des forces en proche paroi et dans la zone tampon lorsque les corrélations sont utilisées pour les valeurs élevées de  $\tau_p^+$ . L'influence de  $\lambda$  reste par contre assez faible, de façon identique à ce qui a été observé à  $Re_\tau = 180$ .

#### 6.3.4 Conclusion sur les statistiques de la vitesse de translation des particules

Dans cette section, nous avons présenté l'évolution des statistiques de translation de la phase dispersée en fonction du nombre de Reynolds. La faible influence du rapport d'aspect sur les statistiques de la vitesse de translation et la majorité des observations réalisées à

$Re_\tau = 180$  restent valides pour des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds. La distribution des fluctuations de la vitesse du fluide vu par les particules varie par contre sensiblement avec la valeur de  $Re_\tau$  et cet effet est maximal pour les temps de relaxation intermédiaires ( $\tau_p^+ = 5$  et 30). Nous retiendrons que :

- la moyenne et les rms de la vitesse du fluide vu et des particules ne dépend pas significativement de  $\lambda$ , quelle que soit la valeur de  $Re_\tau$  ;
- l'évolution de la vitesse de dérive avec  $Re_\tau$  dépend de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques, avec un effet maximal pour  $\tau_p^+ = 30$  ;
- l'évolution des statistiques de la vitesse relative (et des forces subies par les particules) lorsque  $Re_\tau$  augmente dépend de la valeur de  $\tau_p^+$  et de la méthode de modélisation des actions hydrodynamiques ;
- la moyenne de la composante normale à la paroi de la vitesse de translation du fluide vu est indépendante de  $Re_\tau$  en proche paroi et dans la zone tampon à partir de  $Re_\tau = 550$  ;

Les résultats présentés dans cette section mettent en évidence que l'évolution des statistiques avec  $Re_\tau$  est essentiellement liée à la méthode de calcul des actions hydrodynamiques choisie, particulièrement pour les grandes valeurs de  $\tau_p^+$ . Nous allons maintenant étudier l'évolution des statistiques de rotation.

## 6.4 Orientation et rotation

### 6.4.1 Orientation préférentielle dans le repère eulérien

Nous nous intéressons maintenant à l'orientation moyenne des ellipsoïdes. Nous présentons d'abord la comparaison des résultats de simulation avec des mesures expérimentales avant d'étudier l'influence de  $Re_\tau$ . En effet, Shaik *et al.* (2020) ont récemment mesuré l'orientation moyenne de fibres faiblement inertielles ( $\lambda = 30$ ,  $\tau_p^+ = 0.22$ ) dans un canal à  $Re_\tau = 435$ . Dans cet article, on trouve une comparaison avec des résultats issues de simulations par DNS, réalisées sous l'hypothèse de particule point avec couplage simple (Marchioli *et al.*, 2010), avec un couplage fort entre la phase dispersée et la phase porteuse (Andersson *et al.*, 2012) et avec des particules de taille finie (Do-Quang *et al.*, 2014). Les résultats issus de ces références ont cependant été obtenus à  $Re_\tau = 180$ , ce qui est assez éloigné du nombre de Reynolds de Shaik *et al.* (2020). La figure 6.12 présente la comparaison de l'orientation moyenne mesurée expérimentalement avec les résultats que nous avons obtenu par simulation à  $Re_\tau = 400$  pour des ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  et  $\tau_p^+ = 1$ , avec les FBR et les corrélations. Nous observons des différences quantitatives importantes entre les résultats de simulation et les expériences pour  $y^+ < 40$ . D'un point de vue qualitatif, l'utilisation des corrélations (lignes bleues) ne permet pas de retrouver la diminution de  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$  et l'augmentation de  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$ , observées expérimentalement lorsque l'on se rapproche de la paroi. Il y a par contre un bon accord qualitatif entre les résultats expérimentaux (symboles) et la simulation lorsque les actions hydrodynamiques sont calculées avec les FBR (lignes vertes). On observe dans ces deux cas un maximum de  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  et un minimum de  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$  dans la zone tampon. La position des extrema observée expérimentalement est cependant décalée d'environ 30 unités visqueuses vers le centre du canal par rapport aux résultats obtenus par DNS. Cette distance est comparable à la longueur des fibres utilisées par Shaik *et al.* (2020), ce qui indique vraisemblablement une conséquence de l'interaction entre les particules et la paroi.



#### 6.4. Orientation et rotation

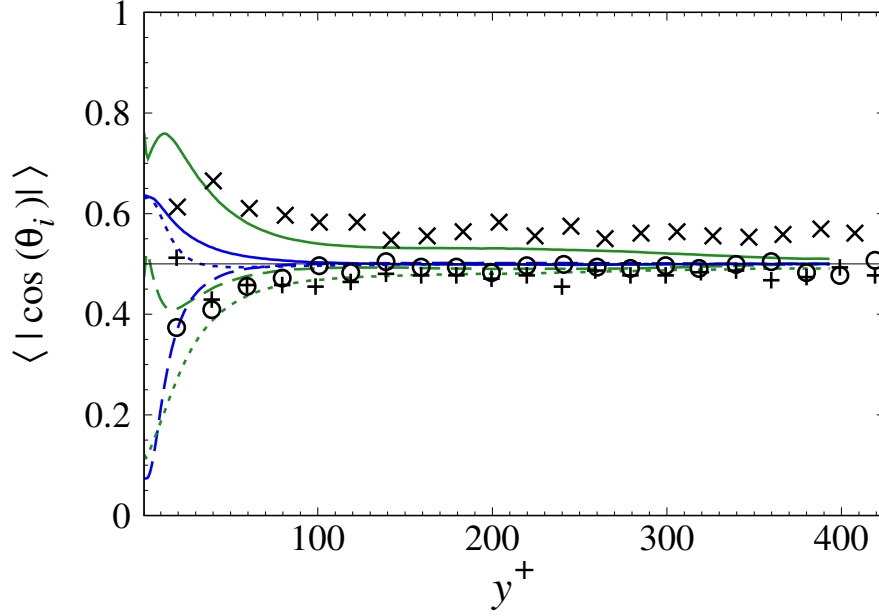


FIGURE 6.12 – Comparaison de la moyenne de la valeur absolue des cosinus directeurs obtenue par DNS à  $Re_\tau = 400$  pour  $\tau_p^+ = 1$  et  $\lambda = 10$  avec les données expérimentales de Shaik *et al.* (2020) à  $Re_\tau = 435$ . Présente étude :  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$ , ligne continue ;  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$ , ligne pointillée ;  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$ , ligne tiretée. Méthode de calcul des actions hydrodynamiques : vert, FBR ; bleu, corrélations. Résultats de Shaik *et al.* (2020) :  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$ ,  $\times$  ;  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$ ,  $\circ$  ;  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$ ,  $+$ .

Dans la région centrale de l'écoulement, il y a un bon accord entre les résultats expérimentaux et les simulations, quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques, bien que la valeur de  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  obtenue par DNS soit un peu plus faible que celle mesurée expérimentalement. Les FBR semblent donc mieux adaptées que les corrélations pour simuler le mouvement de particules très allongées et de faible temps de relaxation en canal.

Nous étudions maintenant l'évolution de l'orientation moyenne avec le nombre de Reynolds. Pour cela, la moyenne de la valeur absolue des cosinus directeurs est présentée sur la figure 6.13 en fonction de  $y^*$ , pour  $\lambda = 10$  et avec les deux méthodes de modélisation des actions hydrodynamiques. L'orientation préférentielle caractéristique des ellipsoïdes observée à proximité de la paroi à  $Re_\tau = 180$  reste visible à des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds. On note cependant que la fraction du canal dans laquelle l'orientation préférentielle à lieu diminue lorsque  $Re_\tau$  augmente. C'est une conséquence de la diminution de la taille de la sous-couche visqueuse lorsque  $Re_\tau$  augmente. La diminution de la région où l'orientation préférentielle à lieu est visible quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques et la valeur de  $\tau_p^+$ .

Dans la région centrale du canal, une légère orientation préférentielle dans la direction de l'écoulement moyen est visible à  $Re_\tau = 180$  (figures 6.13 a, c et d). L'augmentation de  $Re_\tau$  entraîne une diminution de cette orientation préférentielle, et les trois  $\langle |\cos(\theta_i)| \rangle$  retrouvent une valeur égale à 0.5 lorsque  $Re_\tau = 550$  et 1000. L'augmentation du nombre de Reynolds a donc uniformisé l'orientation dans cette région de l'écoulement. On peut également observer

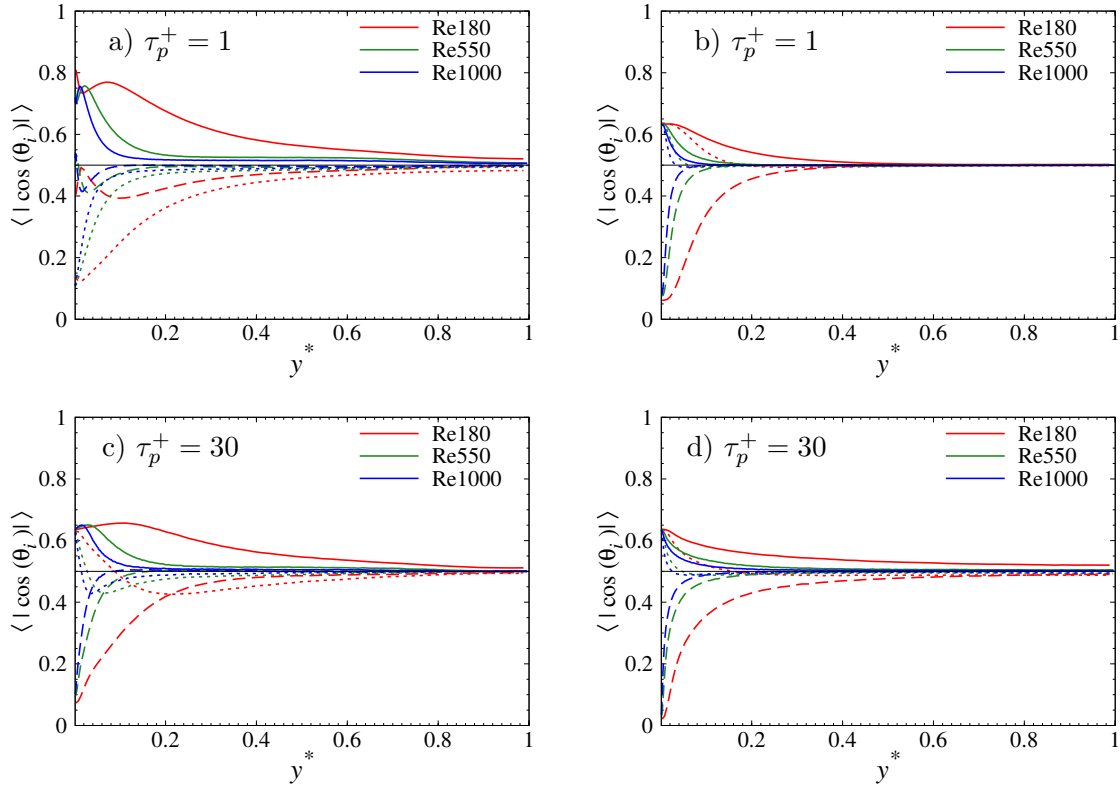


FIGURE 6.13 – Moyenne de la valeur absolue des trois composantes des cosinus directeurs en fonction de  $y^*$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 10$ . a) et c) FBR ; b) et d) Corrélations. Ligne continue :  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$  ; ligne pointillée,  $\langle |\cos(\theta_y)| \rangle$  ; ligne tiretée :  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$ .

un effet de l'augmentation de la valeur de  $Re_\tau$  en proche paroi. Indépendamment de  $\tau_p^+$ , la valeur de  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$  augmente (bien visible sur les figures 6.13 b et c). L'interprétation dépend de l'orientation moyenne. Pour les faibles temps de relaxation lorsque les FBR sont utilisées, l'alignement dans la direction transversale est plus important. Pour les autres cas, l'orientation préférentielle dans le plan vitesse-gradient est réduite. Lorsque les FBR sont utilisées, on observe également sur la figure 6.13 a) que pour  $\tau_p^+ = 1$ , l'augmentation de la valeur de  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$  s'accompagne d'une diminution de  $\langle |\cos(\theta_x)| \rangle$ , soit une diminution de l'alignement avec la direction de l'écoulement moyen. Bien que les différences observées puissent paraître assez faibles pour la gamme de nombres de Reynolds considérés, elles mettent en évidence que l'orientation préférentielle est affectée par l'intensité de la turbulence.

Pour mettre en évidence l'évolution de l'orientation préférentielle en fonction de  $\tau_p^+$ , nous présentons sur la figure 6.14 la fonction de densité de probabilité de  $\cos(\theta_z)$  dans la zone  $1 < y^+ < 2$ .  $\cos(\theta_z)$  est un indicateur de l'alignement des particules avec la vorticité moyenne dans cette région. L'influence du nombre de Reynolds est clairement visible et elle est presque indépendante de  $\lambda$ ,  $\tau_p^+$  et de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Sur la figure 6.14 a), on observe une diminution de la pdf pour  $\cos(\theta_z) = 0$  et celle-ci s'accompagne d'une augmentation de la pdf pour  $\cos(\theta_z) = 1$ . Sur la figure 6.13 a) (particules de  $\tau_p^+ = 1$ ) on peut également noter que l'augmentation de  $Re_\tau$  s'accompagne d'une augmentation de  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle = 1$  lorsque les FBR sont utilisées. L'alignement de ces particules avec la direc-

#### 6.4. Orientation et rotation

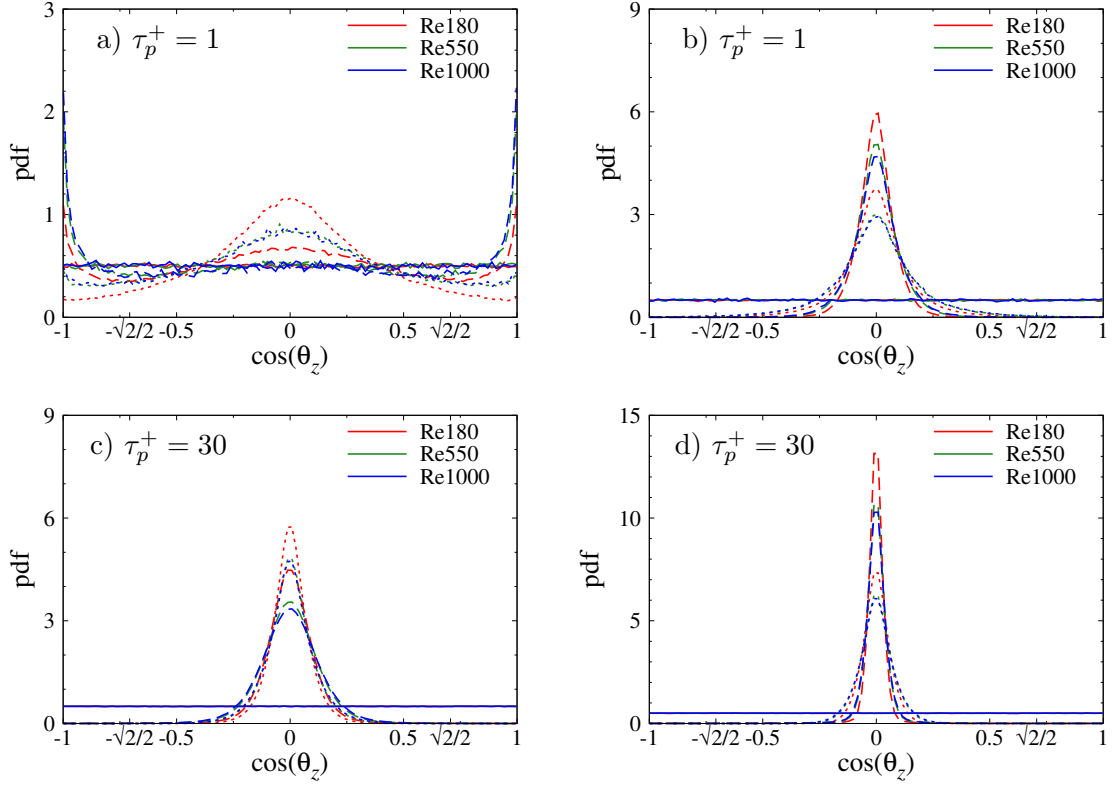


FIGURE 6.14 – Fonction de densité de probabilité de  $\cos(\theta_z)$  dans l’intervalle  $1 < y^+ < 2$ . a) et c) FBR; b) et d) Corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$ ; ligne pointillée :  $\lambda = 3$ ; ligne tiretée :  $\lambda = 10$ .

tion de la vorticité moyenne est donc plus important pour les hautes valeurs du nombre de Reynolds. Sur les figures 6.14 b), c) et d), pour les valeurs plus élevées de  $\tau_p^+$  et lorsque les corrélations sont utilisées, la pdf de  $\cos(\theta_z) = 0$  est élevée, ce qui indique que les ellipsoïdes sont majoritairement orientés dans le plan perpendiculaire à la vorticité moyenne du fluide. Cette pdf diminue à mesure que  $Re_\tau$  augmente. Une valeur plus élevée de  $Re_\tau$  réduit donc la probabilité de trouver des particules orientées perpendiculairement à la vorticité moyenne. Cela correspond bien à l’augmentation de  $\langle |\cos(\theta_z)| \rangle$  qui peut être observée sur les figures 6.13 b), c) et d) à proximité de la paroi. En résumé, l’augmentation du nombre de Reynolds modifie donc l’orientation préférentielle de la même façon, quelle que soit  $\lambda$ ,  $\tau_p^+$  et la méthode de calcul des actions hydrodynamiques : la probabilité de trouver des particules orientées perpendiculairement à la vorticité moyenne diminue. Nous étudions maintenant l’influence de  $Re_\tau$  en analysant les modes de rotation des ellipsoïdes.

#### 6.4.2 Mode de rotation et orientation préférentielle par rapport à la vorticité du fluide vu

Nous nous intéressons maintenant à l’évolution du mode de rotation des ellipsoïdes avec l’augmentation de  $Re_\tau$ . La figure 6.15 présente la pdf de  $|\cos(\beta)|$ , l’angle d’incidence entre le

grand axe et la vitesse angulaire des ellipsoïdes dans la région  $1 < y^+ < 2$ . Pour  $\tau_p^+ = 1$  et lorsque les FBR sont utilisées, nous observons sur la figure 6.15 a) que la pdf de  $|\cos(\beta)| = 1$  est élevée. Cela indique que les particules sont essentiellement en rotation autour de leur grand axe (spinning). Indépendamment du rapport d'aspect, l'augmentation de  $Re_\tau$  fait également augmenter la pdf de  $|\cos(\beta)| = 1$  et donc la probabilité que les particules de  $\tau_p^+ = 1$  soient en rotation autour de leur grand axe. La modification de l'orientation préférentielle observée précédemment semble donc être une conséquence de l'influence de l'augmentation de  $Re_\tau$  sur les orbites de rotation. Pour les particules dont le mode de rotation contient du spinning, celui-ci est accru, alors que le tumbling est réduit.

Sur les figures 6.15 b, c et d) la pdf de  $|\cos(\beta)| = 0$  pour des ellipsoïdes de temps de

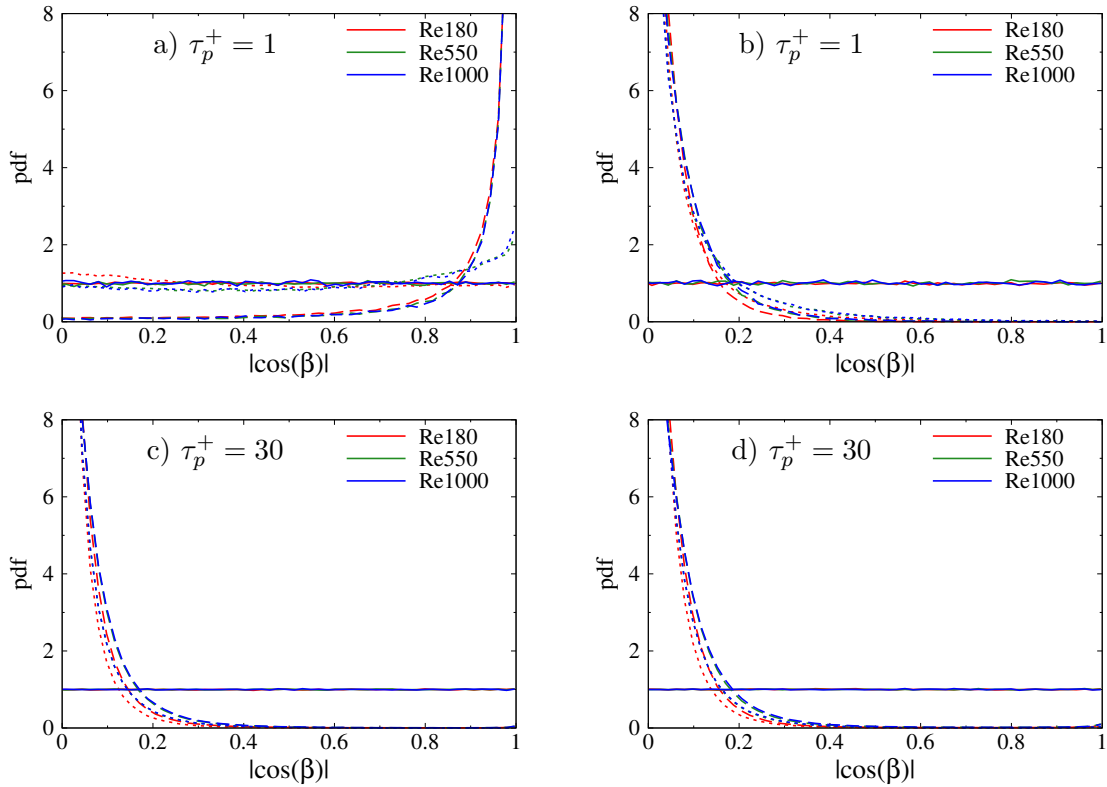


FIGURE 6.15 – Fonction de densité de probabilité de  $\cos(\beta)$ , l'angle entre le grand axe et la vitesse angulaire d'un ellipsoïde dans l'intervalle  $1 < y^+ < 2$ . a) et b)  $\tau_p^+ = 1$ ; c) et d)  $\tau_p^+ = 30$ . a) et c) FBR; b) et d) Corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$ ; ligne pointillée :  $\lambda = 3$ ; ligne tiretée :  $\lambda = 10$ .

relaxation  $\tau_p^+ = 30$  (FBR) et  $\tau_p^+ = 1$  et 30 (corrélations) est élevée ce qui indique que ces particules sont en rotation autour de leur petit axe (tumbling). L'augmentation du nombre de Reynolds fait diminuer la pdf de  $|\cos(\beta)| = 0$  et la proportion de particules favorisant ce mode de rotation est donc atténuée. Il est intéressant de constater que ce phénomène s'observe indépendamment de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. On peut faire le lien entre ces observations et l'évolution des propriétés de la vorticité du fluide lorsque  $Re_\tau$  augmente. Alors que la vorticité moyenne varie peu, les fluctuations de la vorticité du fluide vu augmentent (sauf  $\tilde{\Omega}_y$ ). Cette augmentation est suffisamment importante pour modifier les

#### 6.4. Orientation et rotation

orbites de rotation, quel que soit le temps de relaxation. Nous ajouterons que la modification des orbites de rotation est importante entre  $Re_\tau = 180$  et  $550$  mais que la différence entre  $Re_\tau = 550$  et  $1000$  est beaucoup plus faible (bien que la tendance reste identique). On peut donc raisonnablement penser que les résultats obtenus à  $Re_\tau = 180$  présentent des effets bas Reynolds.

La figure 6.16 présente l'évolution des modes de rotation au centre du canal. Lorsque les FBR sont utilisées, nous observons sur les figures 6.16 a et c) que la pdf de  $|\cos(\beta)| = 1$  augmente. La probabilité de trouver des particules en rotation autour de leur grand axe augmente donc avec  $Re_\tau$ . Lorsque les corrélations sont utilisées, il n'y a pas d'influence significative de l'augmentation de  $Re_\tau$  sur l'orientation des ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 1$  : celle-ci reste quasiment isotrope quelle que soit la valeur de  $Re_\tau$ . L'augmentation de  $Re_\tau$  a par contre un effet significatif sur le mode de rotation des ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 30$ , particulièrement les plus allongés. La figure 6.16 d) met en effet en évidence une diminution significative de la pdf de  $|\cos(\beta)| = 0$  pour les ellipsoïdes de rapport d'aspect  $\lambda = 10$  lorsque les corrélations sont utilisées, soit une forte réduction du tumbling de ces particules. Il est également intéressant de noter que cette réduction est importante entre  $Re_\tau = 180$  et  $550$ , mais également entre  $Re_\tau = 550$  et  $1000$ . Cela constitue une différence majeure par rapport à la faible variation des orbites de rotation entre  $Re_\tau = 550$  et  $1000$  lorsque les FBR sont utilisées. Lorsque les corrélations sont utilisées, nous pensons que l'évolution du mode de rotation avec l'augmentation de  $Re_\tau$  est une conséquence de la diminution de l'intensité de la vitesse relative moyenne et des fluctuations de la vitesse relative au centre du canal. De ce fait, le couple de tangage est d'autant plus faible au centre du canal que  $Re_\tau$  est élevé. Pour des valeurs élevées du nombre de Reynolds, l'influence du couple de tangage devient donc négligeable au centre du canal et que ce sont les fluctuations de la vorticité qui dominent la rotation des ellipsoïdes. La tendance observée indique que l'orientation des particules est alors uniformisée dans la région centrale du canal lorsque les corrélations sont utilisées.

Nous présentons finalement sur la figure 6.17 la pdf de  $|\cos(\xi)|$ , qui décrit l'orientation des ellipsoïdes par rapport à la vorticité du fluide vu. Seuls les résultats obtenus avec les FBR sont présentés car nous avons vu dans le chapitre précédent qu'il n'y a pas d'alignement préférentiel avec la vorticité du fluide vu lorsque les corrélations sont utilisées. L'augmentation de  $Re_\tau$  a un effet identique quel que soit le temps de relaxation des particules. La pdf de  $|\cos(\xi)| = 1$  augmente, ce qui indique le renforcement de l'alignement des particules avec la vorticité du fluide vu. Nous allons maintenant étudier les statistiques du fluide vu pour mieux comprendre l'influence de l'augmentation de  $Re_\tau$ .

#### 6.4.3 Moyenne et fluctuations de la vitesse angulaire du fluide vu

La moyenne de la vitesse angulaire du fluide vu est présentée sur la figure 6.18 pour  $\lambda = 3$ . L'augmentation du nombre de Reynolds de l'écoulement a une influence mineure, qui se traduit par une faible augmentation de  $\langle \tilde{\Omega}_z \rangle$  dans la sous-couche visqueuse et sa faible diminution dans la zone tampon. Ce résultat ne dépend ni de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques, ni du rapport d'aspect.

La composante transversale de la vitesse angulaire de dérive,

$$\omega_{dz} = \langle \tilde{\Omega}_z - \langle \Omega_z \rangle \rangle, \quad (6.1)$$

est présentée sur la figure 6.19. L'augmentation de  $Re_\tau$  entraîne une faible diminution de  $\omega_{dz}$  pour  $\tau_p^+ = 1$ . Pour  $\tau_p^+ = 30$  et  $100$ , on observe sur les figures 6.19 c) et d) que la

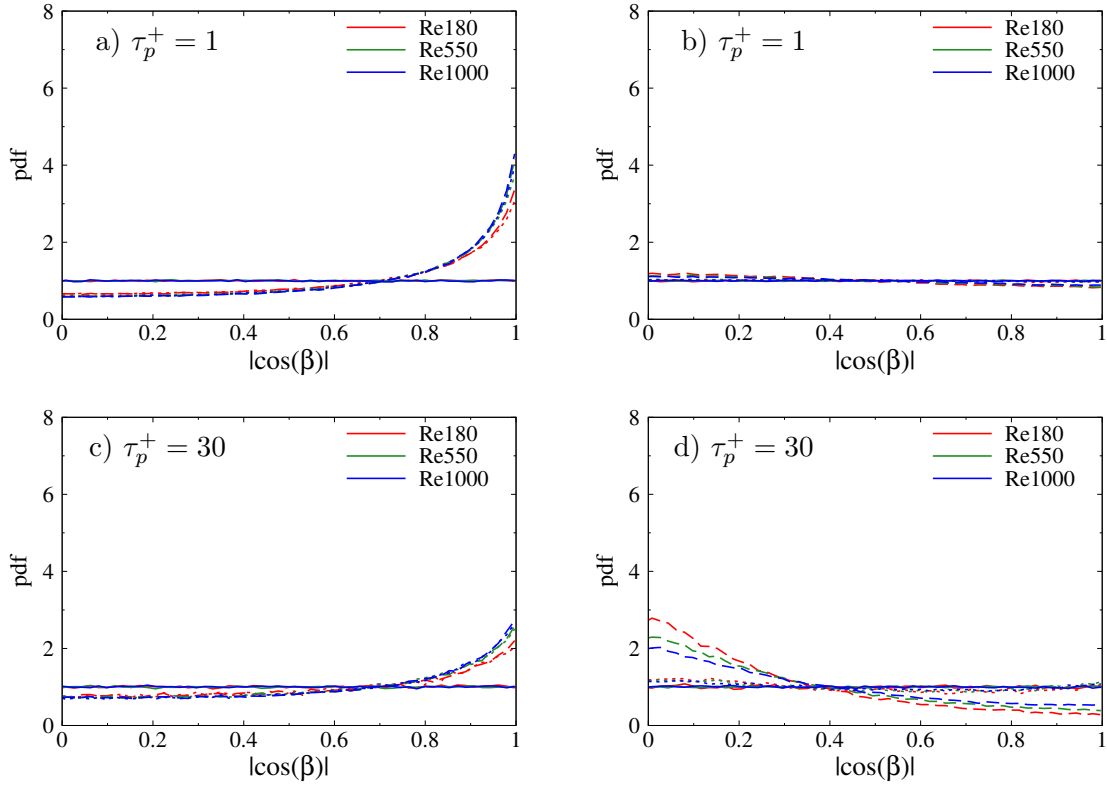


FIGURE 6.16 – Fonction de densité de probabilité de  $\cos(\beta)$ , l'angle entre le grand axe et la vitesse angulaire d'un ellipsoïde dans la région centrale de l'écoulement. a) et b)  $\tau_p^+ = 1$ ; c) et d)  $\tau_p^+ = 30$ . a) et c) FBR; b) et d) Corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$ ; ligne pointillée :  $\lambda = 3$ ; ligne tiretée :  $\lambda = 10$ . La région centrale est définie comme  $y^+ \in [170, 180]$  pour  $Re_{\tau} = 180$ ,  $y^+ \in [520, 550]$  pour  $Re_{\tau} = 550$ ,  $y^+ \in [950, 1000]$  pour  $Re_{\tau} = 1000$ .

vitesse angulaire de dérive est d'autant plus faible (proche de 0) que le nombre de Reynolds est élevé jusqu'à  $y^+ = 100$  et cela indépendamment de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Une influence similaire du nombre de Reynolds est observée pour  $\tau_p^+ = 5$  dans l'intervalle  $y^+ \in [10, 100]$ . Dans la sous couche visqueuse par contre, l'augmentation de  $Re_{\tau}$  a un effet plus complexe pour ce temps de relaxation. Sur la figure 6.19 b), nous observons en effet que la valeur de  $\omega_{dz}$  est maximale à  $Re_{\tau} = 550$ , ce qui indique une interaction particulière des particules avec l'écoulement dans ce cas. Il s'agit d'un pur effet de l'inertie des particules puisqu'il s'observe avec chaque méthode de calcul des actions hydrodynamiques.

L'évolution des trois composantes des rms de la vitesse angulaire du fluide vu est présentée sur la figure 6.20. L'intensité des  $\text{rms}(\tilde{\Omega}_x)$  et  $\text{rms}(\tilde{\Omega}_z)$  augmente avec le nombre de Reynolds, quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques, et cela s'observe particulièrement en proche paroi et dans la zone tampon. Les  $\text{rms}(\tilde{\Omega}_y)$  varient par contre de façon mineure avec la valeur de  $Re_{\tau}$  dans cette région. L'influence de  $Re_{\tau}$  sur les fluctuations de la vitesse angulaire du fluide vu est similaire à celle sur les fluctuations de la vitesse angulaire du fluide (ligne noire avec symboles). Dans la région centrale du canal, les fluctuations des trois composantes de la vitesse angulaire du fluide vu sont d'autant plus faibles que le nombre de Reynolds est élevé. En conclusion, nous retiendrons que l'intensité des rms de la vitesse

#### 6.4. Orientation et rotation

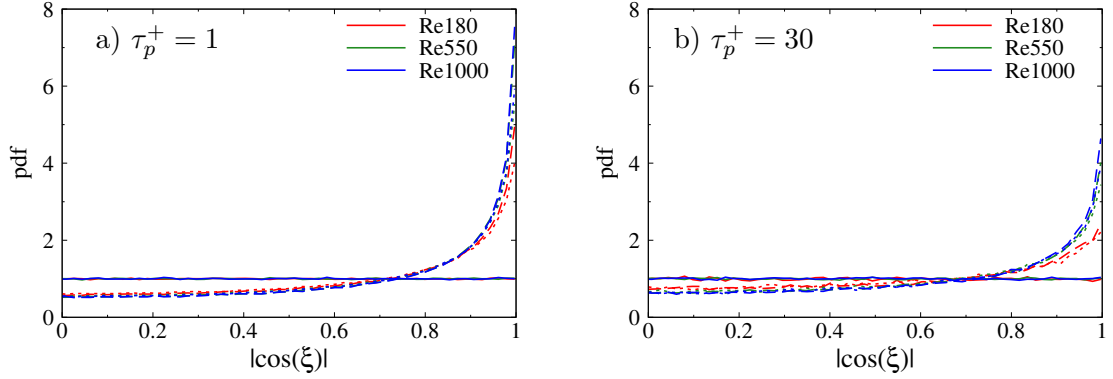


FIGURE 6.17 – Fonction de densité de probabilité de  $\cos(\xi)$ , l'angle entre le grand axe et la vitesse angulaire du fluide vu dans la région centrale de l'écoulement. Méthode de calcul des actions hydrodynamiques : FBR. a)  $\tau_p^+ = 1$ ; b)  $\tau_p^+ = 30$ . Ligne continue :  $\lambda = 1$ ; ligne pointillée :  $\tau_p^+ = 3$ ; ligne tiretée :  $\lambda = 10$ . La région centrale est définie comme  $y^+ \in [170, 180]$  pour  $Re_\tau = 180$ ,  $y^+ \in [520, 550]$  pour  $Re_\tau = 550$ ,  $y^+ \in [950, 1000]$  pour  $Re_\tau = 1000$ .

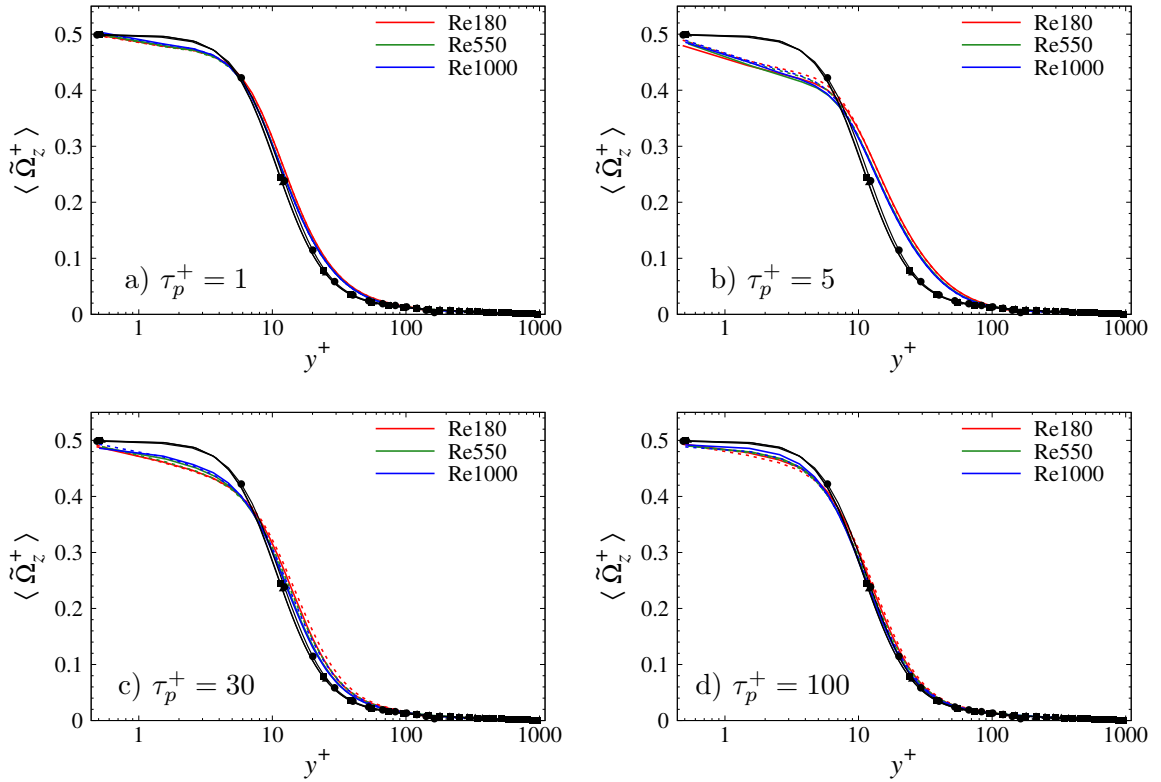


FIGURE 6.18 – Moyenne de la composante transversale de la vitesse angulaire du fluide vu en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Lignes continues : FBR; lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide. Cercles :  $Re_\tau = 180$ ; triangles :  $Re_\tau = 550$ ; carrés :  $Re_\tau = 1000$ .

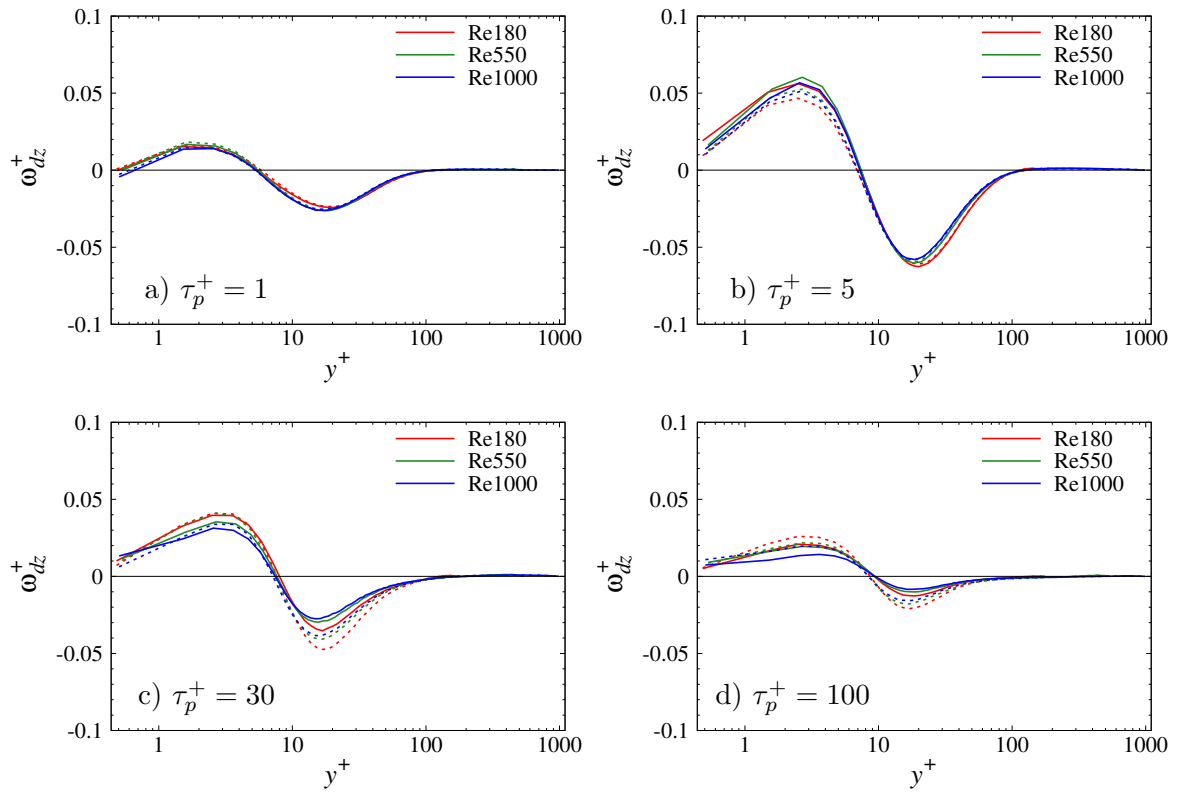


FIGURE 6.19 – Moyenne de la composante transversale de la vitesse angulaire de dérive en fonction de  $y^+$ . Rapport d'aspect  $\lambda = 3$ . Lignes continues : FBR; lignes pointillées : corrélations.

angulaire du fluide vu augmente avec  $Re_\tau$ , alors que la vitesse de dérive présente une tendance à la diminution lorsque  $Re_\tau$  augmente. Les fluctuations de la vitesse angulaire du fluide vu sont donc plus intenses, mais leur intensité est moyenne plus faible.



#### 6.4. Orientation et rotation

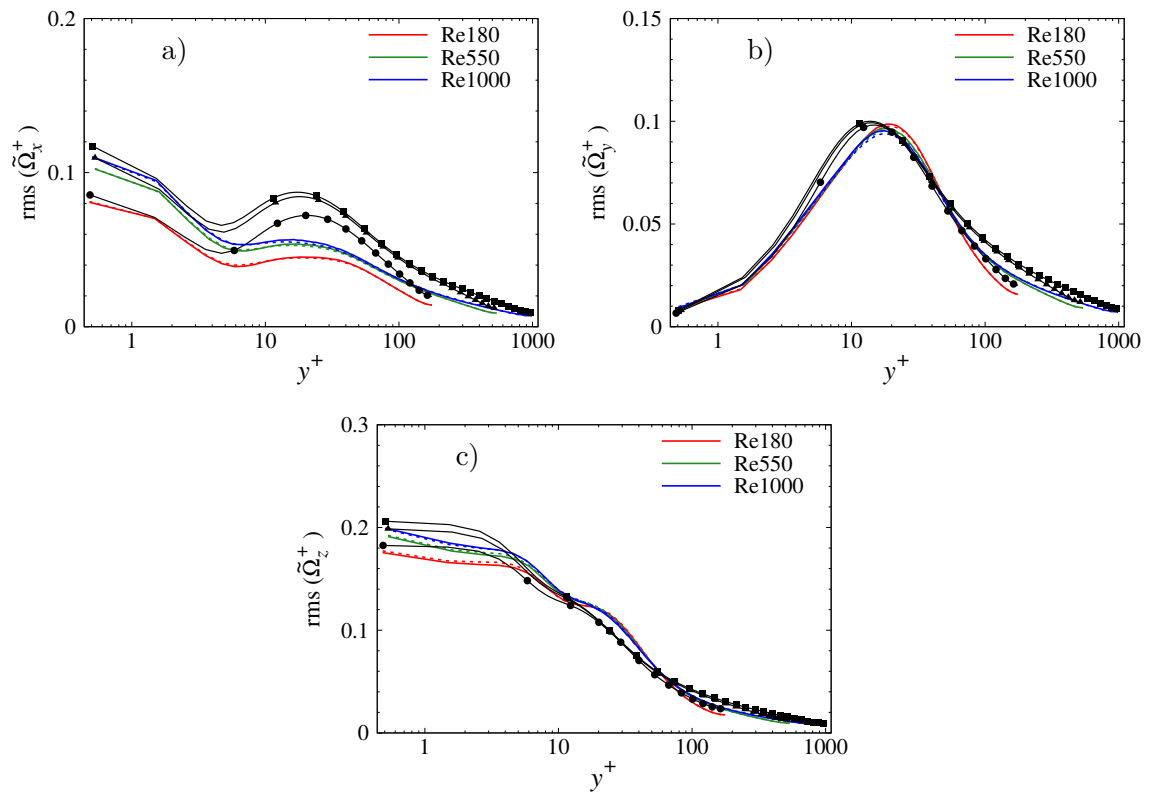


FIGURE 6.20 – Fluctuations de la composante longitudinale (a), normale à la paroi (b) et transversale (c) des fluctuations de la vitesse angulaire du fluide vu en fonction de  $y^+$ . Rapport d’aspect  $\lambda = 3$ . Lignes continues : FBR ; Lignes pointillées : corrélations. Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide. Cercles :  $Re_\tau = 180$  ; triangles :  $Re_\tau = 550$  ; carrés :  $Re_\tau = 1000$ .

#### 6.4.4 Moyenne et fluctuations de la vitesse angulaire des ellipsoïdes

Nous nous intéressons finalement aux statistiques de la vitesse angulaire des ellipsoïdes. La figure 6.21 présente l'évolution de la vitesse angulaire moyenne des particules en fonction de  $y^+$ . L'influence du nombre de Reynolds dépend fortement de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques et du temps de relaxation des particules. Lorsque les FBR sont utilisées, la figure 6.21 a) montre que la vitesse angulaire moyenne des ellipsoïdes de  $\tau_p^+ = 1$  (spinning dominant) augmente dans la sous-couche visqueuse. Cette augmentation n'est pas visible pour les particules sphériques et elle est d'autant plus importante que le rapport d'aspect est élevé pour les ellipsoïdes. Il s'agit d'un résultat inattendu, car la rotation de ces particules (spinning) est associée à une faible  $\langle \omega_{pz} \rangle$ . Cependant, l'augmentation du nombre de Reynolds entraîne également une augmentation de l'alignement des particules avec la vorticité moyenne du fluide (figure 6.14). Lorsque les particules sont parfaitement alignées avec la vorticité du fluide, leur vitesse angulaire est plus élevée, ce qui explique l'augmentation de  $\langle \omega_{pz} \rangle$  avec  $Re_\tau$ . Pour  $\tau_p^+ = 30$ , on ne remarque par contre pas de changement significatif de  $\langle \omega_{pz} \rangle$  dans la

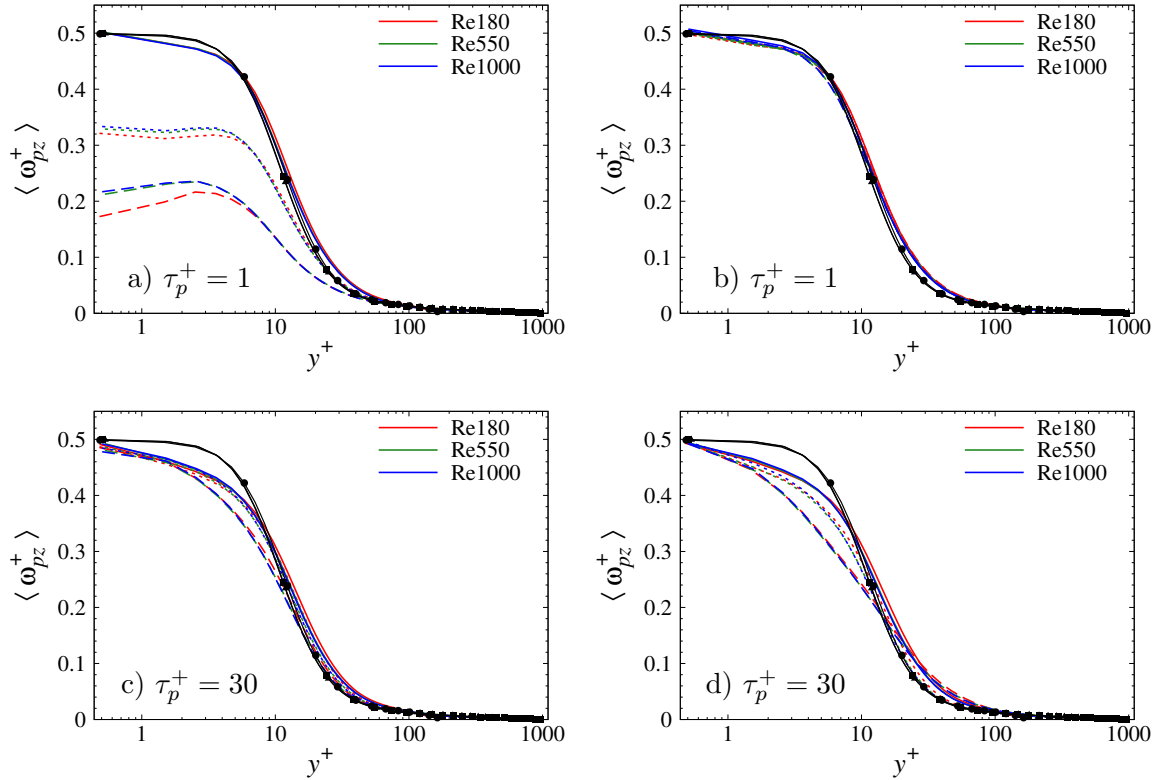


FIGURE 6.21 –  volution de la moyenne de la vitesse angulaire des particules en fonction de  $y^+$ . a) et b)  $\tau_p^+ = 1$ ; c) et d)  $\tau_p^+ = 30$ . a) et c) FBR; b) et d) corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$ ; ligne pointillée :  $\tau_p^+ = 3$ ; ligne tiretée :  $\lambda = 10$ . Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide. Cercles :  $Re_\tau = 180$ ; triangles :  $Re_\tau = 550$ ; carrés :  $Re_\tau = 1000$ .

sous-couche visqueuse, mais seulement une légère diminution dans la zone tampon lorsque  $Re_\tau$  augmente. Lorsque les corrélations sont utilisées, les figures 6.21 b) et d) montrent que l'augmentation de  $Re_\tau$  a un effet marginal sur la vitesse angulaire des particules, quel que

#### 6.4. Orientation et rotation

soit le temps de relaxation. Notons que la moyenne de la vitesse angulaire du fluide vu par les particules change assez peu avec  $Re_\tau$  et que l'évolution de  $\langle \omega_{pz} \rangle$  est donc une conséquence de la modification des modes de rotation des ellipsoïdes.

La figure 6.22 présente l'évolution des rms de la vitesse angulaire avec le nombre de Reynolds pour les ellipsoïdes de temps de relaxation  $\tau_p^+ = 1$ . L'évolution des fluctuations est assez

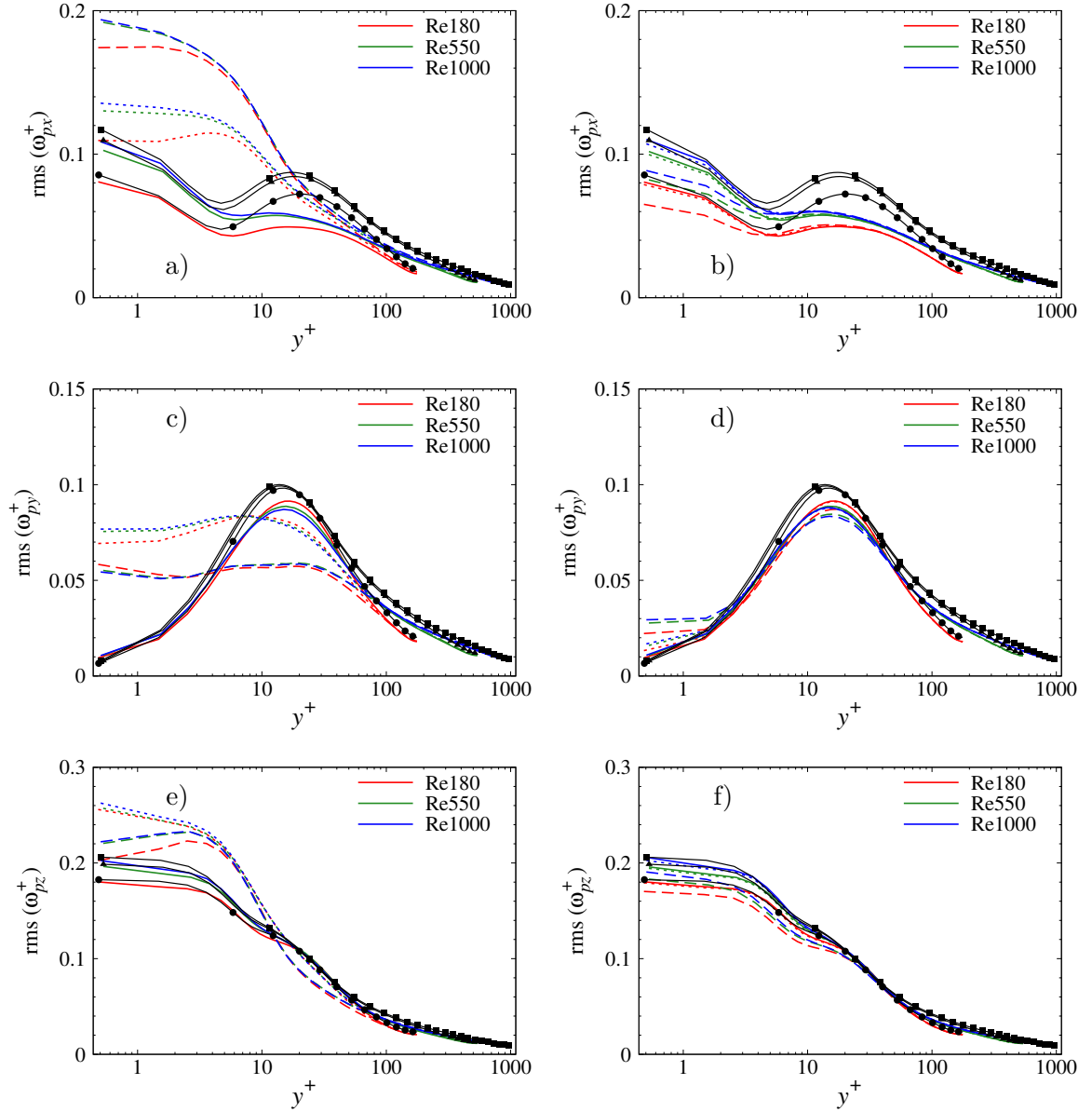


FIGURE 6.22 – Évolution des fluctuations de la vitesse angulaire des particules en fonction de  $y^+$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 1$ . a, c et e) : FBR ; b, d et f) : corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$  ; ligne pointillée :  $\lambda = 3$  ; ligne tiretée :  $\lambda = 10$ . Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide. Cercles :  $Re_\tau = 180$  ; triangles :  $Re_\tau = 550$  ; carrés :  $Re_\tau = 1000$ .

similaire avec les deux méthodes de calcul des actions hydrodynamiques. Les  $\text{rms}(\omega_{px})$  (figure 6.22 a, b) et  $\text{rms}(\omega_{pz})$  (figure 6.22 e, f) augmentent avec  $Re_\tau$  dans l'intervalle  $y^+ \in [0, 10]$  et leur valeur au centre du canal est d'autant plus faible que  $Re_\tau$  est grand. Les conséquences de l'augmentation de  $Re_\tau$  sur  $\text{rms}(\omega_{py})$  sont par contre dépendantes de la méthode de modélisation des actions hydrodynamiques. Lorsque les corrélations sont utilisées, la figure 6.22 d) met en évidence que les fluctuations augmentent avec  $Re_\tau$  en proche paroi ( $y^+ < 2$ ) et diminuent dans la zone tampon, quel que soit le rapport d'aspect. Lorsque les FBR sont utilisées, la figure 6.22 c) montre que l'évolution de l'intensité des fluctuations dépend du rapport d'aspect. Les fluctuations augmentent en proche paroi ( $y^+ < 2$ ) et diminuent dans la zone tampon pour  $\lambda = 1$  et 3 mais le contraire se produit pour  $\lambda = 10$ . Globalement, ces observations correspondent à ce qui a été observé sur les statistiques de la vitesse angulaire du fluide vu, soit une augmentation de l'intensité des fluctuations. La seule exception notable concerne les  $\text{rms}(\omega_{py})$  pour  $\lambda = 10$  lorsque les FBR sont utilisées. Dans ce cas, la diminution des fluctuations de la vitesse angulaire du fluide vu ne se retrouve pas sur les  $\text{rms}(\omega_{py})$  et ces différences sont vraisemblablement associées à l'évolution du mode de rotation des particules.

La figure 6.23 présente les rms de la vitesse angulaire des particules pour  $\tau_p^+ = 30$ . L'évolution des  $\text{rms}(\omega_{pi})$  avec  $Re_\tau$  dépend fortement de la méthode de modélisation pour ce temps de relaxation. Lorsque les FBR sont utilisées, l'influence du nombre de Reynolds est similaire à ce qui a été observé pour  $\tau_p^+ = 1$ . Par exemple, les  $\text{rms}(\omega_{px})$  et  $\text{rms}(\omega_{pz})$  s'intensifient en proche paroi, indépendamment du rapport d'aspect. L'évolution des  $\text{rms}(\omega_{py})$  est également très similaire pour  $\tau_p^+ = 1$  et 30. La figure 6.23 c) montre qu'il n'y a pas de diminution de cette composante des fluctuations de la vitesse angulaire dans la zone tampon pour les ellipsoïdes ( $\lambda = 3$  et 10) de temps de relaxation élevés, comme observé précédemment pour  $\tau_p^+ = 1$ . Finalement, nous ne remarquons pas d'influence particulière de  $\lambda$  sur l'intensité des fluctuations dans la région centrale du canal. Lorsque les corrélations sont utilisées, les figures 6.23 b, d et f) montrent que l'évolution des fluctuations des trois composantes de la vitesse angulaire est similaire à celle rapportée lorsque les FBR sont utilisées pour les particules sphériques. Cela indique que l'utilisation de la formule de Dennis *et al.* (1980) (la prise en compte des effets non linéaires) n'est pas primordiale pour simuler correctement la rotation des particules sphériques, même à des valeurs élevées du nombre de Reynolds de l'écoulement. Pour les ellipsoïdes, l'utilisation des corrélations entraîne par contre une augmentation significative des fluctuations de la vitesse angulaire des particules avec  $Re_\tau$  pour  $\tau_p^+ = 30$  et celle-ci s'observe sur toute la largeur du canal. On peut directement relier cette augmentation des fluctuations de la vitesse angulaire à l'augmentation de l'intensité du ratio du couple de tangage et du couple rotationnel (figure 6.24). Le couple de tangage influence donc les fluctuations de la vitesse angulaire de façon croissante à mesure que  $Re_\tau$  augmente pour les temps de relaxation élevés. L'effet est majeur sur les  $\text{rms}(\omega_{px})$  (figure 6.23 b) et  $\text{rms}(\omega_{py})$  (figure 6.23 d) et il est d'autant plus important que  $\lambda$  est grand. On remarque finalement que les fluctuations de la vitesse angulaire sont d'autant plus importantes que  $\lambda$  est grand au centre du canal pour  $Re_\tau = 180$ , mais que l'influence du rapport d'aspect diminue à mesure que  $Re_\tau$  augmente. La dynamique de rotation des particules dans cette région devrait donc s'uniformiser pour des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds.

Pour mieux visualiser l'évolution des phénomènes dominant la dynamique de rotation des ellipsoïdes, la figure 6.24 présente l'évolution du rapport entre le couple total et le couple rotationnel pour différentes valeurs du nombre de Reynolds en fonction de  $y^+$ . Il n'y a pas d'influence notable de l'augmentation de  $Re_\tau$  pour  $\tau_p^+ = 1$ , ni pour  $\tau_p^+ = 5$  et  $\lambda = 3$ . Le couple rotationnel domine donc sur toute la largeur du canal pour ces particules, quel que

#### 6.4. Orientation et rotation

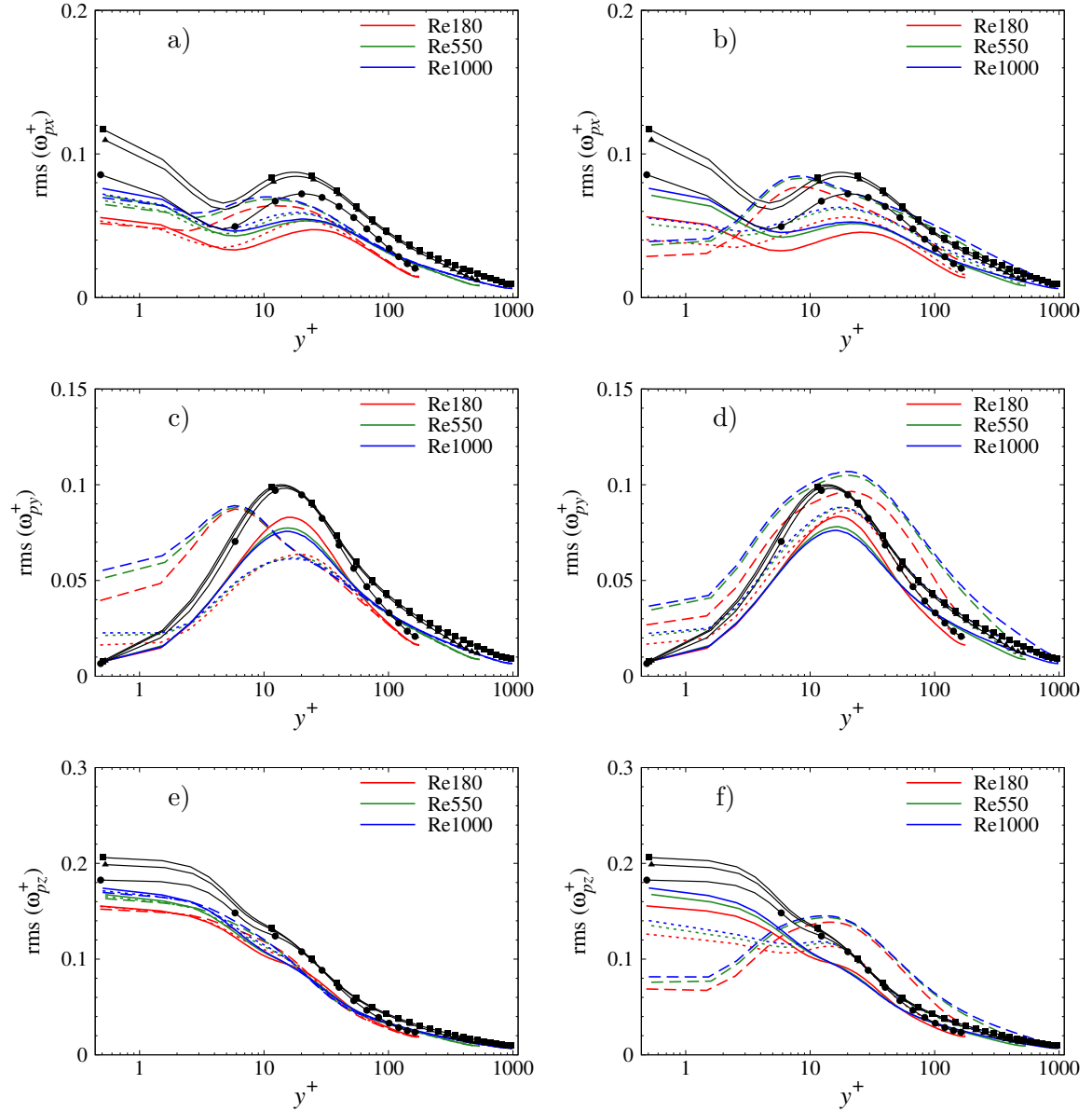


FIGURE 6.23 – Évolution des fluctuations de la vitesse angulaire des particules en fonction de  $y^+$ . Temps de relaxation  $\tau_p^+ = 30$ . a, c et e) : FBR ; b, d et f) : corrélations. Ligne continue :  $\lambda = 1$  ; ligne pointillée :  $\lambda = 3$  ; ligne tiretée :  $\lambda = 10$ . Ligne noire avec symboles : fluctuations de la vitesse du fluide. Cercles :  $Re_\tau = 180$  ; triangles :  $Re_\tau = 550$  ; carrés :  $Re_\tau = 1000$ .

soit le nombre de Reynolds. De façon plus générale, le ratio du couple de tangage et du couple rotationnel ne dépend pas de  $Re_\tau$  en très proche paroi et dans un intervalle dont la longueur augmente avec  $\tau_p^+$ . Par exemple, pour  $\tau_p^+ = 5$  (figure 6.24 b), les courbes pour  $\lambda = 10$  sont distinctes à partir de  $y^+ = 2$ , alors que pour  $\tau_p^+ = 100$  (figure 6.24 d) qu'elles sont confondues dans l'intervalle  $y^+ \in [0, 10]$ . Dans la zone tampon et dans la région centrale du canal, l'importance du couple de tangage augmente visiblement entre  $Re_\tau = 180$  et 550 mais de façon moins importante entre  $Re_\tau = 550$  et 1000. Cet effet est plus important pour

$\lambda = 10$  que pour  $\lambda = 3$ . Cela semble cohérent avec l'augmentation des rms de la vitesse angulaire des particules de temps de relaxation élevé (figure 6.23). On note finalement une légère diminution du rapport moyen  $\langle \|T_T\| / \|T_R\| \rangle$  au centre du canal, qui peut expliquer la diminution du tumbling des ellipsoïdes les plus inertiels (figure 6.16 d) lorsque les corrélations sont utilisées et que  $Re_\tau$  augmente.

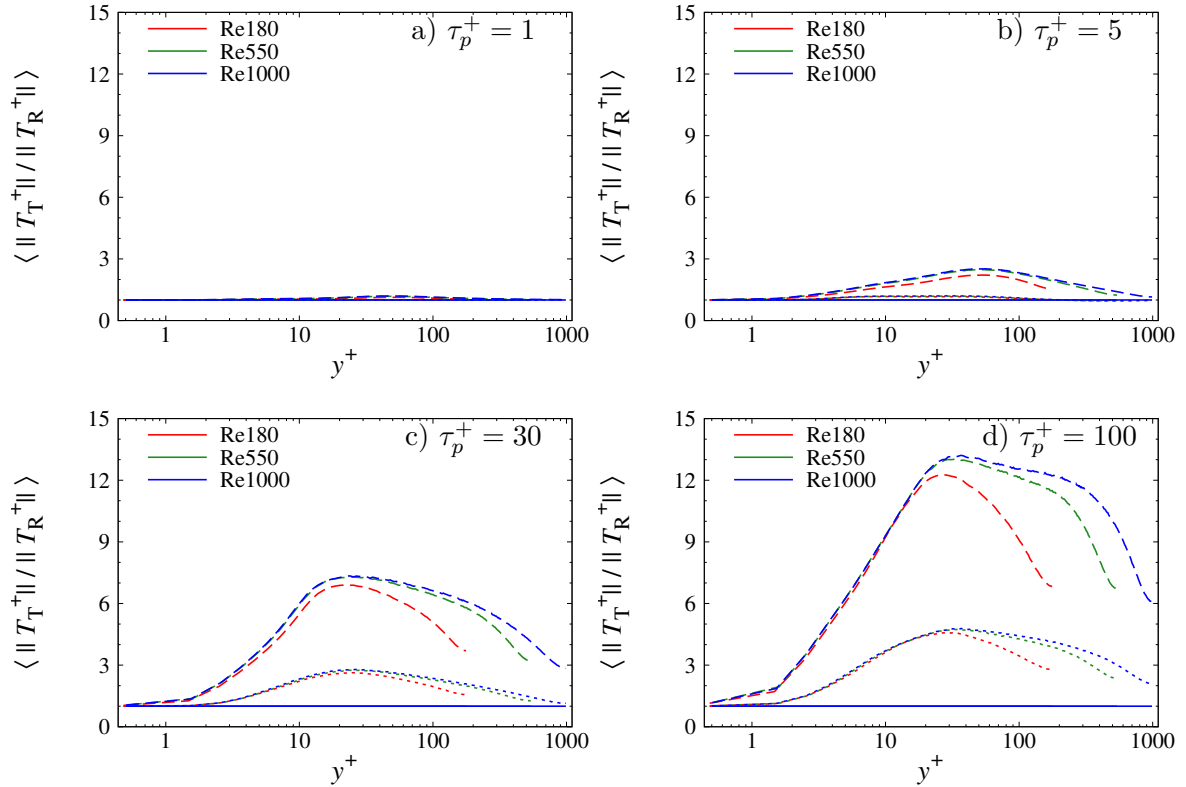


FIGURE 6.24 – Valeur moyenne du rapport de la norme du couple total et de la norme du couple rotationnel en fonction de  $y^+$ . Méthode de calcul des actions hydrodynamiques : corrélations. Lignes continues :  $\lambda = 1$  ; lignes pointillées :  $\lambda = 3$  ; ligne tiretées :  $\lambda = 10$ .

## 6.5 Conclusion sur ce chapitre

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement sur la distribution, la translation et la rotation des ellipsoïdes. L'augmentation de  $Re_\tau$  entraîne une uniformisation de la distribution des particules et modifie la concentration préférentielle. L'intensité des fluctuations de la vitesse de translation et de la vitesse angulaire du fluide vu augmente, de façon similaire à celle du fluide eulérien. L'influence du rapport d'aspect sur les statistiques de translation des ellipsoïdes est faible, quelle que soit la valeur de  $Re_\tau$ , mais la rotation des ellipsoïdes dépend toujours fortement de  $\lambda$  et  $\tau_p^+$ , quelle que soit la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Nous retiendrons que :

- l'augmentation du nombre de Reynolds augmente le temps nécessaire pour que la dis-

## 6.5. Conclusion sur ce chapitre

tribution des particules atteint le régime stationnaire et uniformise la distribution des particules. La distribution des particules dans les quadrants varie avec  $Re_\tau$  ;

- d'un point de vue qualitatif, la majorité des résultats obtenus à  $Re_\tau = 180$  concernant l'influence de  $\lambda$ , de  $\tau_p^+$  et de la méthode de calcul de actions hydrodynamiques sur l'interaction des particules avec l'écoulement restent valides à plus haut Reynolds ;
- l'évolution des statistiques de la vitesse relative avec  $Re_\tau$  dépend de  $\tau_p^+$  et peut varier selon la méthode de calcul des actions hydrodynamiques ;
- les orbites de rotation des ellipsoïdes en proche paroi sont modifiées par le nombre de Reynolds, quelles que soient les caractéristiques des ellipsoïdes.

Les résultats obtenus dans ce chapitre mettent en évidence la diminution significative de la taille de la sous-couche visqueuse lorsque le nombre de Reynolds augmente. Associé à l'uniformisation de la distribution des particules, cela implique que le nombre de particules dans la région centrale de l'écoulement augmente et que la contribution des phénomènes de paroi à la dynamique globale de la phase dispersée devrait diminuer pour des valeurs très élevées du nombre de Reynolds.





# Conclusion générale

Au cours de ce travail de thèse, nous avons étudié la dynamique de particules non sphériques, modélisées par des ellipsoïdes de révolution allongés, dans un écoulement turbulent de canal. Douze types de particules ont été étudiés, soit trois rapports d'aspect ( $\lambda = \{1, 3, 10\}$ ) et quatre temps de relaxation ( $\tau_p^+ = \{1, 5, 30, 100\}$ ). La méthodologie employée se base sur la résolution numérique directe des équations de Navier-Stokes (DNS) couplée à un suivi lagrangien de particules, sous hypothèse de couplage simple et a été réalisée pour quatre valeurs du nombre de Reynolds ( $Re_\tau = \{180, 400, 550, 1000\}$ ). Le point sensible de cette méthode se situe dans le choix de la méthode utilisée pour calculer les actions hydrodynamiques (forces et couple) exercées par le fluide sur les particules. Celle-ci régit en effet la réponse des particules aux sollicitations du fluide, ce qui conditionne entre autres leur déplacement dans l'écoulement et leur orientation.

Dans la majorité des études publiées dans la littérature, des modèles des actions hydrodynamiques valides à bas nombre de Reynolds (FBR) sont utilisées (Happel et Brenner, 1965; Jeffery, 1922). Ceux-ci présentent l'avantage d'être utilisables pour une grande variété d'ellipsoïdes. Cependant, leurs hypothèses d'utilisation sont très restrictives (écoulement rampant) et des expériences récentes (Lopez et Guazzelli, 2017) questionnent la validité des résultats obtenus avec ces formules, même pour des très faibles valeurs du nombre de Reynolds particulaire ( $Re_p < 0.1$ ). Une seconde méthode de calcul des actions hydrodynamiques, valide pour des nombres de Reynolds particuliers modérés, est basée sur l'utilisation de corrélations semi-empiriques. Celles-ci permettent de tenir compte des effets non-linéaires liés à l'inertie du fluide sur les actions hydrodynamiques subies par les particules. L'inconvénient majeur de cette méthode vient de la difficulté à trouver une corrélation précise qui peut être appliquée pour une grande variété d'ellipsoïdes. Par conséquent, les effets de l'inertie du fluide sur la dynamique des particules dans un écoulement turbulent de canal est encore mal connue. Le premier objectif de notre travail est donc d'étudier l'influence de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques sur la dynamique des ellipsoïdes.

Un deuxième point sur lequel on ne trouve que peu d'information dans la littérature est l'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement ( $Re_\tau$ ) sur la dynamique de la phase dispersée. Ce paramètre caractérise l'intensité de la turbulence, et sa valeur affecte notablement les propriétés statistiques de l'écoulement. Son influence sur la dynamique des particules ellipsoïdales est cependant mal connue car la majorité des études à ce sujet ont été réalisées pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds ( $Re_\tau < 180$ ). Le second objectif de notre étude est donc d'analyser l'influence de la forme, de l'inertie et de la modélisation des actions hydrodynamiques pour différentes valeurs de  $Re_\tau$ .

Une première partie de ce travail a été consacrée au développement de l'outil numérique utilisé pour la simulation de l'écoulement chargé en particules. La modification des schémas

numériques utilisés pour la DNS a nécessité de réaliser une étude de sensibilité au maillage, mais a permis un gain de performance significatif sur les simulations (temps de calcul et précision). Ce développement a été accompagné de l'implémentation des FBR et de la validation de leur implémentation. Au cours de la validation, nous avons observé la sensibilité des statistiques à la stationnarité de la distribution des particules, un point sur lequel aucune information n'était disponible dans la littérature. Nous avons mis en évidence que les statistiques de la vitesse et de la vitesse relative de translation sont sensibles à l'intervalle de collecte des statistiques, particulièrement pour les temps de relaxation élevés. Les statistiques de rotation des particules le sont moins, sauf pour les ellipsoïdes très allongés et très inertiels. L'analyse de nos résultats indique la nécessité de réaliser des statistiques lorsque la distribution des particules a atteint le régime stationnaire, particulièrement pour les ellipsoïdes les plus inertiels et de collecter des données sur un temps assez long pour obtenir une bonne convergence des statistiques (6000 unités de temps visqueuses semblent suffisantes). Comparativement aux résultats obtenus par DNS publiés auparavant, pour lesquels la collecte des statistiques avait été réalisée sur des temps courts, les statistiques présentées dans notre études ont été calculées lorsque la distribution des particules a atteint un état statistiquement stationnaire et collectées sur un intervalle très long (20 000 unités de temps de visqueuses). Les résultats présentés permettent donc une comparaison non biaisée de l'influence de la forme, de l'inertie et de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques sur la dynamique des particules non sphériques.

Nous avons ensuite étudié la dynamique des ellipsoïdes en régime stationnaire lorsque les actions hydrodynamiques sont calculées avec les FBR. Les résultats de référence concernant la dynamique des ellipsoïdes en canal ont été enrichis en analysant l'influence de la forme et de l'inertie des particules sur les mécanismes responsables de leur accumulation à la paroi. D'un point de vue statistique, nos résultats indiquent qu'à l'exception des temps de relaxation élevés, le rapport d'aspect n'a qu'une influence mineure sur les statistiques de la vitesse de translation et de la vitesse relative. Si l'on souhaite obtenir une information statistique sur la vitesse de translation des ellipsoïdes, on pourra donc l'obtenir en considérant des particules sphériques, sans rotation. L'anisotropie des particules introduit par contre un couplage entre le mouvement de translation et l'orientation, ce qui influence la direction des forces hydrodynamiques. Avec les FBR, la rotation des particules dépend du gradient de la vitesse du fluide vu par les particules et en proche paroi, le gradient de la vitesse moyenne cause une rotation périodique des particules. Pour les faibles temps de relaxation, la rotation est de type spinning (autour du grand axe), et elle cause une forte orientation préférentielle dans la direction de l'écoulement moyen. Celle-ci est plus prononcée pour les grands rapports d'aspects. La rotation est de type tumbling (autour du petit axe) pour les temps de relaxation élevés, et elle génère une orientation préférentielle dans le plan vitesse moyenne-gradient, quel que soit le rapport d'aspect. Les orbites de rotation s'accompagnent d'une forte orientation préférentielle par rapport à la vitesse relative et elles ont une influence notable sur la composante normale à la paroi de la force hydrodynamique subie par les particules. Les particules qui favorisent le tumbling ont généralement une portance négative dans la sous-couche visqueuse, ce qui favorise leur accumulation dans cette région.

Pour étudier l'influence de la modélisation des actions hydrodynamiques, les résultats obtenus avec les FBR ont ensuite été comparés à ceux obtenus avec des corrélations, qui permettent de tenir compte des effets non linéaires de l'inertie du fluide, et sont valides pour

des nombres de Reynolds particuliers plus élevés (hors du régime de Stokes). Il s'agit d'une première étape vers la réalisation de simulations numériques plus réalistes. A l'exception de la composante normale à la paroi de la vitesse de translation, les propriétés statistiques de l'écoulement vu ne dépendent pas significativement de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. La modélisation des actions hydrodynamiques a par contre une influence quantitative importante sur les statistiques de la vitesse de translation des particules (et de la vitesse relative). Celle-ci est d'autant plus importante que le temps de relaxation est élevé, mais a des conséquences même pour les temps de relaxation modérés dans les régions où la vitesse relative des particules est élevée (zone tampon). L'influence du rapport d'aspect sur les statistiques de translation est par contre faible, ce qui est similaire à ce que nous avons observé avec les FBR. L'utilisation des corrélations influence de façon majeure la rotation et l'orientation des ellipsoïdes. En proche paroi, contrairement à ce qui est observé avec les FBR, la rotation est indépendante du rapport d'aspect et du temps de relaxation (tumbling, rotation autour du petit axe) et l'orientation préférentielle dépend faiblement de ces paramètres. Dans le reste du canal, l'utilisation des corrélations augmente l'orientation préférentielle des particules par rapport à la vitesse relative et diminue l'orientation préférentielle par rapport à la vorticité du fluide vu. La prise en compte des effets de l'inertie du fluide a donc des conséquences majeures sur les statistiques de translation des particules de temps de relaxation élevé ainsi que sur la rotation des ellipsoïdes, quelles que soient leurs caractéristiques.

Finalement, nous avons étudié l'évolution des propriétés statistiques de la phase dispersée avec l'augmentation du nombre de Reynolds de l'écoulement. Les propriétés de l'écoulement turbulent de canal ont été étudiées par DNS jusqu'à  $Re_\tau = 5200$  (Lee et Moser, 2015) mais la dynamique des particules non sphériques est bien documentée seulement pour des valeurs de  $Re_\tau < 180$ . L'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement sur la dynamique des ellipsoïdes a été analysée jusqu'à  $Re_\tau = 1000$ . L'augmentation du nombre de Reynolds augmente la durée nécessaire pour que la distribution des particules atteigne un état stationnaire, ce qui nécessite de réaliser des simulations plus longues (donc plus coûteuses) pour obtenir des statistiques non biaisées. Lorsque le régime stationnaire est atteint, la distribution des particules est plus proche de la distribution uniforme pour les hautes valeurs du nombre de Reynolds. Les régions de l'écoulement échantillonnées par les particules varient assez peu avec le nombre de Reynolds de l'écoulement, mais l'intensité des événements turbulents rencontrés augmente. Globalement, les observations concernant l'influence du rapport d'aspect, du temps de relaxation et la modélisation des actions hydrodynamiques sur la translation de la phase dispersée ne dépendent pas de la valeur du nombre de Reynolds. Nous avons toutefois remarqué une évolution notable de l'orientation et de la rotation des ellipsoïdes avec l'augmentation de  $Re_\tau$ . En proche paroi, quelles que soient la méthode de calcul des actions hydrodynamiques et les caractéristiques des particules, l'alignement des ellipsoïdes avec la vorticité moyenne augmente. Cela s'accompagne d'une augmentation de la rotation de type spinning pour les particules faiblement inertielles lorsque les FBR sont utilisées, ainsi que de la diminution de leur orientation préférentielle dans la direction de l'écoulement moyen. Pour les particules dont la rotation est de type tumbling, celle-ci diminue, de même que leur orientation dans le plan vitesse-gradient. Dans la région centrale de l'écoulement, l'alignement des particules avec la vorticité du fluide vu augmente lorsque les FBR sont utilisées et l'orientation des ellipsoïdes est uniformisée lorsque les corrélations sont utilisées. L'intensification des fluctuations de la vitesse et de la vitesse angulaire de l'écoulement vu par les particules sont les principaux éléments pour expliquer l'évolution des propriétés statistiques de la phase dispersée lorsque

$Re_\tau$  augmente.

D'un point de vue critique, il est difficile de se prononcer quand à la méthode de calcul des actions hydrodynamiques la plus adaptée pour simuler de façon réaliste le mouvement de particules ellipsoïdales. Le premier élément en cause est le manque de résultats expérimentaux qui pourraient servir à valider les résultats de simulation. La majorité des expériences réalisées jusqu'à présent l'ont été pour des particules faiblement inertielles, très allongées et en turbulence homogène et isotrope. Quelques groupes de recherche ont également procédé à des mesures en canal, mais celles-ci sont pour le moment limitées à ce même type de particules (Shaik *et al.*, 2020). Nous avons comparé les données expérimentales collectées en canal avec nos résultats, et trouvé qu'il y a un bon accord entre les expériences et les simulations, lorsque les FBR sont utilisées, pour des particules de faible inertie et de grand rapport d'aspect. On trouve par contre assez peu de résultats expérimentaux concernant la dynamique des particules à proximité de parois solides (sous-couche visqueuse et zone tampon) dans un écoulement turbulent, alors que c'est dans ces régions que l'influence de la modélisation est la plus importante. Une étude expérimentale de la rotation de particules non sphériques et inertielles (et non inertielles) à proximité de parois solides constituerait un élément déterminant pour se prononcer quand à la méthode de calcul des actions hydrodynamiques la plus réaliste.

Étant donné le manque de données expérimentales pour valider nos résultats, nous devons analyser les limitations de chaque méthode de calcul des actions hydrodynamiques. Le point sensible se trouve dans leur domaine de validité. Les FBR sont valides sous l'hypothèse d'un écoulement rampant ( $Re_p \rightarrow 0$ ), ce qui est très restrictif. Nos résultats montrent par ailleurs que même pour des particules de faible temps de relaxation, il y a une influence de la modélisation des actions hydrodynamiques sur les statistiques de translation. La prise en compte des effets non linéaires de l'inertie du fluide sur les actions hydrodynamiques semble donc nécessaire pour simuler fidèlement la dynamique des particules, même faiblement inertielles, en écoulement turbulent. L'utilisation des corrélations constitue une première avancée dans cette direction, mais présente quelques défauts en l'état. La forme asymptotique des formules décrivant les coefficients de traînée et de portance permet de retrouver les FBR lorsque  $Re_p \rightarrow 0$ , mais les simulations utilisées pour les élaborer n'ont pas été réalisées pour des valeurs de  $Re_p < 0.1$ . Les corrélations dans l'intervalle  $Re_p \in ]0, 0.1]$  sont donc supposées correctes, mais rien ne permet de l'affirmer. Une critique similaire peut être adressée à la corrélation utilisée pour le calcul du coefficient de moment de tangage. Le comportement de ce coefficient lorsque  $Re_p \rightarrow 0$  (moment  $\rightarrow 0$ ) et ses conséquences sur la dynamique des particules reste une inconnue majeure dans notre modélisation. La formule utilisée pour le calcul du couple rotationnel est également problématique dans notre étude. La corrélation utilisée ne permet de reproduire ni les orbites de rotation des ellipsoïdes de faible inertie en proche paroi, ni la rotation de type spinning (autour du grand axe) et l'alignement avec la vorticité du fluide vu dans la région centrale de l'écoulement. La prédominance du spinning a pourtant été observée expérimentalement (Parsa *et al.*, 2012) et il s'agit d'un des seuls résultats expérimentaux dont nous disposons pour juger du réalisme de la méthode de calcul des actions hydrodynamiques. De ce point de vue, pour les ellipsoïdes de faibles temps de relaxation, la formule de Jeffery (1922) pour le couple rotationnel semble plus adaptée que la corrélation de Dennis *et al.* (1980), qui n'est valide que pour des sphères.

Pour progresser dans la simulation du mouvement de particules non sphériques, il sera nécessaire de caractériser finement les actions hydrodynamiques à des très faibles valeurs du

nombre de Reynolds. Cette étude pourrait être réalisée numériquement, mais nécessiterait des ressources de calcul importantes. En effet, une caractérisation précise des actions hydrodynamiques subies par les particules nécessite un domaine fluide de très grande taille lorsque la valeur de  $Re_p \rightarrow 0$ , du fait de la prédominance des contraintes visqueuses et de leur propagation sur de très grandes distances. Une alternative pourrait se trouver dans l'étude théorique de l'hydrodynamique. En effet, Dabade *et al.* (2016) ont récemment modélisé le couple hydrodynamique exercé sur une particule isolée, hors du régime de Stokes, comme la somme du couple rotationnel, calculé par la formule de Jeffery (1922), et d'un couple lié à l'inertie du fluide (de tangage). Lopez et Guazzelli (2017) ont obtenu un bon accord entre l'orientation de fibres inertielles mesurée expérimentalement et l'orientation prédite avec cette méthode de modélisation, pour des particules chutant sous l'effet de la gravité dans un écoulement cellulaire. Une étude similaire a été entreprise par Sheikh *et al.* (2020) pour prédire l'orientation d'ellipsoïdes sédimentant dans une turbulence homogène et isotrope. Ces résultats offrent un nouveau point de vue sur l'orientation préférentielle d'ellipsoïdes inertiels dans un écoulement turbulent, qui ne dépendrait pas uniquement des gradients de la vitesse et de l'intensité turbulente, mais également de la vitesse des particules.

L'approche de modélisation du couple hydrodynamique proposée à l'issue de ce travail de thèse (Jeffery (1922) + corrélation pour le couple de tangage) se rapproche de celle qui a été proposée par Dabade *et al.* (2016). Elle pourrait donc être utilisée pour obtenir une première idée de l'orientation de particules non sphériques inertielles dans un écoulement turbulent de canal. Il faudra toutefois attendre l'obtention de mesures expérimentales afin de confirmer ou d'infirmier la qualité de ce modèle.

Il est également envisageable d'améliorer l'algorithme utilisé pour le traitement des collisions entre les particules et la paroi, ou bien d'étudier l'influence de la forme et de l'inertie en présence de gravité. Cela permettrait d'obtenir des résultats plus réalistes quand à l'influence de la forme des particules sur leur dynamique à proximité de parois solides. Néanmoins, quel que soit l'axe d'étude envisagé, il sera nécessaire de trouver une solution pour analyser efficacement la grande quantité de données générées. Ce point reste un problème majeur lorsqu'une étude paramétrique assez générale est souhaitée.



# Bibliographie

- Adrian R. J. : Hairpin vortex organization in wall turbulence. *Physics of Fluids*, 19(4):041301, apr 2007.
- Alfredsson P. H. et Johansson A. V. : On the detection of turbulence-generating events. *Journal of Fluid Mechanics*, 139:325–345, feb 1984.
- Andersson H. I. et Jiang F. : Forces and torques on a prolate spheroid : low-reynolds-number and attack angle effects. *Acta Mechanica*, 230(2):431–447, nov 2018.
- Andersson H. I., Zhao L. et Barri M. : Torque-coupling and particle–turbulence interactions. *Journal of Fluid Mechanics*, 696:319–329, feb 2012.
- Arcen B., Ouchene R., Khalij M. et Tanière A. : Prolate spheroidal particles’ behavior in a vertical wall-bounded turbulent flow. *Physics of Fluids*, 29(9):093301, sep 2017.
- Batchelor G. K. : Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid. part 1. *J. Fluid Mech.*, 5:113–133, 1959.
- Benzi R., Biferale L., Calzavarini E., Lohse D. et Toschi F. : Velocity-gradient statistics along particle trajectories in turbulent flows : The refined similarity hypothesis in the lagrangian frame. *Physical Review E*, 80(6), dec 2009.
- Bernardini M. : Reynolds number scaling of inertial particle statistics in turbulent channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 758, oct 2014.
- Bernardini M., Pirozzoli S. et Orlandi P. : Velocity statistics in turbulent channel flow up to. *Journal of Fluid Mechanics*, 742:171–191, feb 2014.
- Bernstein O. et Shapiro M. : Direct determination of the orientation distribution function of cylindrical particles immersed in laminar and turbulent shear flows. *Journal of Aerosol Science*, 25(1):113–136, jan 1994.
- Betsch P. et Siebert R. : Rigid body dynamics in terms of quaternions : Hamiltonian formulation and conserving numerical integration. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(4):444–473, jul 2009.
- Brenner H. et Condiff D. W. : Transport mechanics in systems of orientable particles. III. arbitrary particles. *Journal of Colloid and Interface Science*, 41(2):228–274, nov 1972.
- Brenner H. et Condiff D. W. : Transport mechanics in systems of orientable particles. IV. convective transport. *Journal of Colloid and Interface Science*, 47(1):199–264, apr 1974.

- Briclot A. : Etude numérique de convection forcée autour d'ellipsoïdes allongés. Mémoire de D.E.A., Polytech Nancy, Université de Lorraine, 2018.
- Caporaloni M., Tampieri F., Trombetti F. et Vittori O. : Transfer of particles in nonisotropic air turbulence. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 32(3):565–568, mar 1975.
- Challabotla N. R., Zhao L. et Andersson H. I. : Shape effects on dynamics of inertia-free spheroids in wall turbulence. *Physics of Fluids*, 27(6):061703, jun 2015.
- Challabotla N. R., Zhao L. et Andersson H. I. : Gravity effects on fiber dynamics in wall turbulence. *Flow, Turbulence and Combustion*, 97(4):1095–1110, may 2016a.
- Challabotla N. R., Zhao L. et Andersson H. I. : On fiber behavior in turbulent vertical channel flow. *Chemical Engineering Science*, 153:75–86, oct 2016b.
- Comte-Bellot G. : Ecoulement turbulent entre deux plaques planes parallèles. *Publications scientifiques et techniques du ministère de l'air*, 1965. Paris. PST 419.
- Cui Y., Ravnik J., Hriberšek M. et Steinmann P. : A novel model for the lift force acting on a prolate spheroidal particle in an arbitrary non-uniform flow. part i. lift force due to the streamwise flow shear. *International Journal of Multiphase Flow*, 104:103–112, jul 2018.
- Dabade V., Marath N. K. et Subramanian G. : The effect of inertia on the orientation dynamics of anisotropic particles in simple shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 791:631–703, feb 2016.
- David Gottlieb S. A. O. : *Numerical Analysis of Spectral Methods : Theory and Applications*. SIAM, 1977.
- del Álamo J. C. et Jimenez J. : Spectra of the very large anisotropic scales in turbulent channels. *Physics of Fluids*, 15(6):L41, 2003.
- del Álamo J. C., Jimenez J., Zandonade P. et Moser R. D. : Scaling of the energy spectra of turbulent channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 500:135–144, jan 2004.
- Dennis S. C. R., Singh S. N. et Ingham D. B. : The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 101(02):257, nov 1980.
- Do-Quang M., Amberg G., Brethouwer G. et Johansson A. V. : Simulation of finite-size fibers in turbulent channel flows. *Physical Review E*, 89(1), jan 2014.
- Eaton J. K. et Fessler J. R. : Preferential concentration of particles by turbulence. *Int. J. Multiphase Flow*, 20:169–209, 1994.
- Eckelmann H. : The structure of the viscous sublayer and the adjacent wall region in a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 65:439–459, 1974.
- Einarsson J., Candelier F., Lundell F., Angilella J. R. et Mehlig B. : Rotation of a spheroid in a simple shear at small reynolds number. *Physics of Fluids*, 27(6):063301, jun 2015.
- Eisner A. D. et Gallily I. : On the stochastic nature of the motion of nonspherical aerosol particles. v : The orientation averaged diffusion tensor for a simple shear flow, and related experiments. *Journal of Colloid and Interface Science*, 101(2):356–363, oct 1984.



## BIBLIOGRAPHIE

- Fan F.-G. et Ahmadi G. : A sublayer model for wall deposition of ellipsoidal particles in turbulent streams. *Journal of Aerosol Science*, 26(5):813–840, jul 1995.
- Font-Muñoz J. S., Jeanneret R., Tuval I. et Basterretxea G. : Method for the determination of preferential orientation of marine particles from laser diffraction measurements. *Optics Express*, 28(9):14085, apr 2020.
- Fröhlich K., Meinke M. et Schröder W. : Correlations for inclined prolates based on highly resolved simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, 901, aug 2020.
- Frigo M. et Johnson S. G. : The design and implementation of FFTW3. *Proceedings of the IEEE*, 93(2):216–231, feb 2005.
- Gallily I. et Cohen A.-H. : On the orderly nature of the motion of nonspherical aerosol particles. II. inertial collision between a spherical large droplet and an axially symmetrical elongated particle. *Journal of Colloid and Interface Science*, 68(2):338–356, feb 1979.
- Gallily I. et Eisner A. D. : On the orderly nature of the motion of nonspherical aerosol particles. i. deposition from a laminar flow. *Journal of Colloid and Interface Science*, 68(2):320–337, feb 1979.
- Ganser G. H. : A rational approach to drag prediction of spherical and nonspherical particles. *Powder Technology*, 77(2):143–152, nov 1993.
- Haider A. et Levenspiel O. : Drag coefficient and terminal velocity of spherical and nonspherical particles. *Powder Technology*, 58(1):63–70, may 1989.
- Happel J. et Brenner H. : *Low Reynolds Number Hydrodynamics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1965.
- Harlow F. H. et Welch J. E. : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Phys. Fluids*, 8(12):2182–2189, 1965.
- Hölzer A. et Sommerfeld M. : New simple correlation formula for the drag coefficient of non-spherical particles. *Powder Technology*, 184(3):361–365, jun 2008.
- Hölzer A. et Sommerfeld M. : Lattice boltzmann simulations to determine drag, lift and torque acting on non-spherical particles. *Computers & Fluids*, 38(3):572–589, mar 2009.
- Hoseini A. A., Lundell F. et Andersson H. I. : Finite-length effects on dynamical behavior of rod-like particles in wall-bounded turbulent flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 76:13–21, nov 2015.
- Hoyas S. et Jiménez J. : Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to  $Re_\tau=2003$ . *Physics of Fluids*, 18(1):011702, jan 2006.
- Hutchins N. et Marusic I. : Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 579:1–28, may 2007.
- Jeffery G. B. : The motion of ellipsoidal particles immersed in a viscous fluid. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 102(715):161–179, nov 1922.

- Jeong J. et Hussain F. : On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.*, 285:69–94, 1995.
- Jiang F., Zhao L., Andersson H. I., Gustavsson K., Pumir A. et Mehlig B. : Inertial torque on a small spheroid in a stationary uniform flow. *Physical Review Fluids*, 6(2), feb 2021.
- Jie Y., Xu C., Dawson J. R., Andersson H. I. et Zhao L. : Influence of the quiescent core on tracer spheroidal particle dynamics in turbulent channel flow. *Journal of Turbulence*, 20(7):424–438, jul 2019.
- Kaftori D., Hetsroni G. et Banerjee S. : Particle behavior in the turbulent boundary layer. II. velocity and distribution profiles. *Physics of Fluids*, 7(5):1107–1121, may 1995.
- Kármán T. V. : *Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz*. Weidmannsche Buchh., 1930.
- Karnis A., Goldsmith H. L. et Mason S. G. : The flow of suspensions through tubes : V. inertial effects. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 44(4):181–193, aug 1966.
- Kim J., Moin P. et Moser R. : Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 177:133–166, 1987.
- Kim J. : On the structure of pressure fluctuations in simulated turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 205(-1):421, aug 1989.
- Kreplin H. et Eckelmann H. : Behavior of the three fluctuating velocity components in the wall region of a turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, 22:1233, 1979.
- Krushkal E. et Gallily I. : On the orientation distribution function of nonspherical aerosol particles in a general shear flow—II. the turbulent case. *Journal of Aerosol Science*, 19(2):197–211, apr 1988.
- Kuperman S., Sabban L. et van Hout R. : Inertial effects on the dynamics of rigid heavy fibers in isotropic turbulence. *Physical Review Fluids*, 4(6), jun 2019.
- Lamb S. H. : *Hydrodynamics*. The University Press, 1932. p588-589.
- Laufer J. : Investigation of turbulent flow in a two-dimensional channel. techreport TN2123, NACA, 1950.
- Le H. et Moin P. : An improvement of fractional step methods for the incompressible Navier-Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 92:369–379, 1991.
- Lee M. et Moser R. D. : Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to  $Re_\tau \approx 5200$ . *Journal of Fluid Mechanics*, 774:395–415, 2015.
- Lee M. et Moser R. D. : Spectral analysis of the budget equation in turbulent channel flows at high reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 860:886–938, dec 2018.
- Liljegren L. M. : The effect of a mean fluid velocity gradient on the streamwise velocity variance of a particle suspended in a turbulent flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 19:471–484, 1993.
- Lopez D. et Guazzelli E. : Inertial effects on fibers settling in a vortical flow. *Physical Review Fluids*, 2(2), feb 2017.

## BIBLIOGRAPHIE

- Lozano-Durán A. et Jiménez J. : Effect of the computational domain on direct simulations of turbulent channels up to  $re\tau = 4200$ . *Physics of Fluids*, 26(1):011702, jan 2014.
- Lube G., Breard E. C. P., Esposti-Ongaro T., Dufek J. et Brand B. : Multiphase flow behaviour and hazard prediction of pyroclastic density currents. *Nature Reviews Earth & Environment*, 1(7):348–365, jun 2020.
- Lundell F. et Carlsson A. : Heavy ellipsoids in creeping shear flow : Transitions of the particle rotation rate and orbit shape. *Physical Review E*, 81(1), jan 2010.
- Lundell F., Söderberg L. D. et Alfredsson P. H. : Fluid mechanics of papermaking. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43(1):195–217, jan 2011.
- Mandø M. et Rosendahl L. : On the motion of non-spherical particles at high reynolds number. *Powder Technology*, 202(1-3):1–13, aug 2010.
- Mansour N. N., Kim J. et Moin P. : Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 194(-1):15, sep 1988.
- Marchioli C. et Soldati A. : Mechanisms for particle transfer and segregation in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 468:283–315, 2002.
- Marchioli C., Soldati A., Kuerten J., Arcen B., Tanière A., Goldensoph G., Squires K., Cargnelutti M. et Portela L. : Statistics of particle dispersion in direct numerical simulations of wall-bounded turbulence : Results of an international collaborative benchmark test. *International Journal of Multiphase Flow*, 34(9):879–893, sep 2008.
- Marchioli C., Zhao L. et Andersson H. I. : On the relative rotational motion between rigid fibers and fluid in turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 28(1):013301, jan 2016.
- Marchioli C., Fantoni M. et Soldati A. : Orientation, distribution, and deposition of elongated, inertial fibers in turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 22(3):033301, mar 2010.
- Marchioli C. et Soldati A. : Rotation statistics of fibers in wall shear turbulence. *Acta Mechanica*, 224(10):2311–2329, aug 2013.
- Marcus G. G., Parsa S., Kramel S., Ni R. et Voth G. A. : Measurements of the solid-body rotation of anisotropic particles in 3d turbulence. *New Journal of Physics*, 16(10):102001, oct 2014.
- Maxey M. et Riley J. : Equation of motion for small rigid sphere in non uniform flow. *Phys. Fluids*, 26(4):883–889, 1983.
- Mittal K., Dutta S. et Fischer P. : Direct numerical simulation of rotating ellipsoidal particles using moving nonconforming schwarz-spectral element method. *Computers & Fluids*, 205:104556, jun 2020.
- Monty J. P. : *Developments In Smooth Wall Turbulent Duct Flows*. Thèse de doctorat, University of Melbourne, 2005.
- Morinishi Y., Lund T., Vasilyev O. et Moin P. : Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow. *Journal of Computational Physics*, 143(1):90–124, jun 1998.

- Morsi S. et Alexander A. : An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems. *J. Fluid Mech.*, 55:193–208, 1972.
- Mortensen P. H., Andersson H. I., Gillissen J. J. J. et Boersma B. J. : Dynamics of prolate ellipsoidal particles in a turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 20(9):093302, sep 2008a.
- Mortensen P. H., Andersson H. I., Gillissen J. J. J. et Boersma B. J. : On the orientation of ellipsoidal particles in a turbulent shear flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 34(7):678–683, jul 2008b.
- Moser R., Kim J. et Mansour N. : Direct numerical simulation of turbulent flow in a channel up to  $Re_\tau = 590$ . *Phys. Fluids*, 11(4):943–945, 1999.
- Newsom R. K. et Bruce C. W. : Orientational properties of fibrous aerosols in atmospheric turbulence. *Journal of Aerosol Science*, 29(7):773–797, aug 1998.
- Niederschulte M., Adrian R. et Hanratty T. J. : Measurements of turbulent flow in a channel at low Reynolds numbers. *Exp. in Fluids*, 9:222–230, 1990.
- Njobuenwu D. O. et Fairweather M. : Effect of shape on inertial particle dynamics in a channel flow. *Flow, Turbulence and Combustion*, 92(1-2):83–101, aug 2013.
- Njobuenwu D. et Fairweather M. : Dynamics of single, non-spherical ellipsoidal particles in a turbulent channel flow. *Chemical Engineering Science*, 123:265–282, feb 2015.
- Oberbeck A. : Über stationäre flüssigkeitsbewegungen mit berucksichtigung der inneren reibung. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 81:62–80, 1876.
- Olson J. A. et Kerekes R. J. : The motion of fibres in turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 377:47–64, dec 1998.
- Orlandi P. : *Fluid flow phenomena. A numerical toolkit*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- Orszag S. A. : Accurate solution of the orr–sommerfeld stability equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 50(4):689–703, dec 1971.
- Orszag S. A. et Patera A. T. : Calculation of von kármán's constant for turbulent channel flow. *Physical Review Letters*, 47(12):832–835, sep 1981.
- Ouchene R. : *Dispersion de particules non-sphériques en écoulement turbulent*. Thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2015.
- Ouchene R., Khalij M., Arcen B. et Tanière A. : A new set of correlations of drag, lift and torque coefficients for non-spherical particles and large reynolds numbers. *Powder Technology*, 303:33–43, dec 2016.
- Ouchene R., Polanco J. I., Vinkovic I. et Simoëns S. : Acceleration statistics of prolate spheroidal particles in turbulent channel flow. *Journal of Turbulence*, 19(10):827–848, sep 2018.
- Panton R. L. : Scaling and correlation of vorticity fluctuations in turbulent channels. *Physics of Fluids*, 21(11):115104, nov 2009.

## BIBLIOGRAPHIE

- Parsa S., Calzavarini E., Toschi F. et Voth G. A. : Rotation rate of rods in turbulent fluid flow. *Physical Review Letters*, 109(13), sep 2012.
- Parsheh M., Brown M. L. et Aidun C. K. : On the orientation of stiff fibres suspended in turbulent flow in a planar contraction. *Journal of Fluid Mechanics*, 545(-1):245, dec 2005.
- Picano F., Sardina G. et Casciola C. M. : Spatial development of particle-laden turbulent pipe flow. *Physics of Fluids*, 21(9):093305, sep 2009.
- Pumir A. et Wilkinson M. : Orientation statistics of small particles in turbulence. *New Journal of Physics*, 13(9):093030, sep 2011.
- Quadrio M., Frohnappfel B. et Hasegawa Y. : Does the choice of the forcing term affect flow statistics in DNS of turbulent channel flow? *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 55:286–293, jan 2016.
- Rambaud P. : *Contribution à l'étude du comportement de particules solides en écoulement turbulent confiné par simulation numérique directe*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, 2001.
- Ravnik J., Marchioli C. et Soldati A. : Application limits of jeffery's theory for elongated particle torques in turbulence : a DNS assessment. *Acta Mechanica*, 229(2):827–839, dec 2017.
- Richter A. et Nikrityuk P. A. : Drag forces and heat transfer coefficients for spherical, cuboidal and ellipsoidal particles in cross flow at sub-critical reynolds numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55(4):1343–1354, jan 2012.
- Robinson S. K. : *The kinetics of turbulent boundary layer structure*. Thèse de doctorat, Stanford University, 1991.
- Rovelstad A., Handler R. et Bernard S. : The effect of interpolation errors on the Lagrangian analysis of simulated turbulent channel flow. *J. Comput. Phys.*, 110:190–195, 1994.
- Sabban L., Cohen A. et van Hout R. : Temporally resolved measurements of heavy, rigid fibre translation and rotation in nearly homogeneous isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 814:42–68, feb 2017.
- Sanjeevi S. K., Kuipers J. et Padding J. T. : Drag, lift and torque correlations for non-spherical particles from stokes limit to high reynolds numbers. *International Journal of Multiphase Flow*, 106:325–337, sep 2018.
- Schiby D. et Gallily I. : On the orderly nature of the motion of nonspherical aerosol particles. III. the effect of the particle—wall fluid-dynamic interaction. *Journal of Colloid and Interface Science*, 77(2):328–352, oct 1980.
- Schiller L. et Naumann A. : Über die grundlegenden berechnungen bei der schwerkraftaufbereitung. *Zeitung Vereines Deutscher Ingenieure*, 77:318–32, 1933.
- Schultz M. P. et Flack K. A. : Reynolds-number scaling of turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 25(2):025104, feb 2013.

- Shaik S., Kuperman S., Rinsky V. et van Hout R. : Measurements of length effects on the dynamics of rigid fibers in a turbulent channel flow. *Physical Review Fluids*, 5(11), nov 2020.
- Shannon C. E. : A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27(3):379–423, jul 1948.
- Shapiro M. et Goldenberg M. : Deposition of glass fiber particles from turbulent air flow in a pipe. *Journal of Aerosol Science*, 24(1):65–87, jan 1993.
- Sheikh M. Z., Gustavsson K., Lopez D., Lévêque E., Mehlig B., Pumir A. et Naso A. : Importance of fluid inertia for the orientation of spheroids settling in turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 886, jan 2020.
- Siewert C., Kunnen R. P. J. et Schröder W. : Collision rates of small ellipsoids settling in turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 758:686–701, oct 2014a.
- Siewert C., Kunnen R., Meinke M. et Schröder W. : Orientation statistics and settling velocity of ellipsoids in decaying turbulence. *Atmospheric Research*, 142:45–56, jun 2014b.
- Sommerfeld M. et Qadir Z. : Fluid dynamic forces acting on irregular shaped particles : Simulations by the lattice–boltzmann method. *International Journal of Multiphase Flow*, 101:212–222, apr 2018.
- Stokes G. G. : On the effect of the inertial friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Phil. Soc.*, 9:8–23, 1851.
- Timmermans L. J. P., Mineev P. D. et van de Vosse F. N. : An approximate projection scheme for incompressible flow using spectral elements. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 22(7):673–688, apr 1996.
- Tsuji Y., Fransson J. H. M., Alfredsson P. H. et Johansson A. V. : Pressure statistics and their scaling in high-reynolds-number turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 585:1–40, aug 2007.
- van Hinsberg M. A. T., ten Thije Boonkamp J. H. M., Toschi F. et Clercx H. J. H. : Optimal interpolation schemes for particle tracking in turbulence. *Physical Review E*, 87(4):043307, apr 2013.
- van Wachem B., Zastawny M., Zhao F. et Mallouppas G. : Modelling of gas–solid turbulent channel flow with non-spherical particles with large stokes numbers. *International Journal of Multiphase Flow*, 68:80–92, jan 2015.
- Vinkovic I., Doppler D., Lelouvetel J. et Buffat M. : Direct numerical simulation of particle interaction with ejections in turbulent channel flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 37(2):187–197, mar 2011.
- Vreman A. W. et Kuerten J. G. M. : Comparison of direct numerical simulation databases of turbulent channel flow at  $Re\tau = 180$ . *Physics of Fluids*, 26(1):015102, jan 2014.
- Wallace J. M., Eckelmann H. et Brodkey R. S. : The wall region in turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.*, 54:39–48, 1972.

## BIBLIOGRAPHIE

- Wei T. et Willmarth W. W. : Reynolds-number effects on the structure of a turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 204(-1):57, jul 1989.
- Yeung P. K. et Pope S. B. : An algorithm for tracking fluid particles in numerical simulations of homogeneous turbulence. *J. Comput. Phys.*, 79:373–416, 1988.
- Yin C., Rosendahl L., Kær S. K. et Sørensen H. : Modelling the motion of cylindrical particles in a nonuniform flow. *Chemical Engineering Science*, 58(15):3489–3498, aug 2003.
- Yuan W., Zhao L., Challabotla N. R., Andersson H. I. et Deng J. : On wall-normal motions of inertial spheroids in vertical turbulent channel flows. *Acta Mechanica*, 229(7):2947–2965, apr 2018.
- Zastawny M., Mallouppas G., Zhao F. et van Wachem B. : Derivation of drag and lift force and torque coefficients for non-spherical particles in flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 39:227–239, mar 2012.
- Zhang H., Ahmadi G., Fan F.-G. et McLaughlin J. B. : Ellipsoidal particles transport and deposition in turbulent channel flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 27(6):971–1009, jun 2001.
- Zhao F. et van Wachem B. G. M. : Direct numerical simulation of ellipsoidal particles in turbulent channel flow. *Acta Mechanica*, 224(10):2331–2358, aug 2013a.
- Zhao F. et van Wachem B. G. M. : A novel quaternion integration approach for describing the behaviour of non-spherical particles. *Acta Mechanica*, 224(12):3091–3109, jul 2013b.
- Zhao L., Marchioli C. et Andersson H. I. : Slip velocity of rigid fibers in turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 26(6):063302, jun 2014.
- Zhao L. H., Marchioli C. et Andersson H. I. : Stokes number effects on particle slip velocity in wall-bounded turbulence and implications for dispersion models. *Physics of Fluids*, 24(2):021705, feb 2012.
- Zhao L., Andersson H. I. et Gillissen J. J. J. : Interphasial energy transfer and particle dissipation in particle-laden wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 715:32–59, jan 2013.
- Zhao L., Challabotla N. R., Andersson H. I. et Variano E. A. : Mapping spheroid rotation modes in turbulent channel flow : effects of shear, turbulence and particle inertia. *Journal of Fluid Mechanics*, 876:19–54, jul 2019.
- Zhao L., Challabotla N. R., Andersson H. I. et Variano E. A. : Rotation of nonspherical particles in turbulent channel flow. *Physical Review Letters*, 115(24), dec 2015.
- Zikmunda J. et Vali G. : Fall patterns and fall velocities of rimed ice crystals. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 29(7):1334–1347, oct 1972.