

Modélisation des moteurs auto-lévités haute vitesse à aimants permanents en vue de leur conception, alimentation et commande

Blaise Lapôtre

► To cite this version:

Blaise Lapôtre. Modélisation des moteurs auto-lévités haute vitesse à aimants permanents en vue de leur conception, alimentation et commande. Energie électrique. Université de Lorraine, 2016. Français. NNT : 2016LORR0323 . tel-03876067

HAL Id: tel-03876067 https://hal.univ-lorraine.fr/tel-03876067v1

Submitted on 28 Nov 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4 Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10 <u>http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php</u> <u>http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm</u>

UNIVERSITE DE LORRAINE

ECOLE DOCTORALE "Informatique, Automatique, Electronique-Electrotechnique, Mathématiques"

 N° attribué par la bibliothèque

|_|_|_|_|_|_|_|

Thèse

présentée à

L'UNIVERSITE DE LORRAINE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LORRAINE

Spécialité : Génie Electrique

par

Blaise LAPÔTRE

Ingénieur de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique

MODELISATION DES MOTEURS AUTO-LEVITES HAUTE VITESSE A AIMANTS PERMANENTS EN VUE DE LEUR CONCEPTION, ALIMENTATION ET COMMANDE

Date de soutenance : mardi 18 octobre 2016

Membres du Jury

Président	Mohammed-El-Hadi ZAIM	PR, Université Nantes, IREENA
Rapporteurs :	Hamid BEN AHMED	MCF-HDR, ENS Rennes, SATIE
	Jean Philippe LECOINTE	PR, Université d'Artois, LSEE
Examinateurs :	Anouar BELAHCEN	PR, Aaltos University
	Babak NAHIDMOBARAKEH	PR - Université de Lorraine, GREEN
	Ramdane LATEB	Ingénieur-Docteur R&I, S2M-SKF
	Farid MEIBODY-TABAR (Directeur)	PR - Université de Lorraine, GREEN
	Noureddine TAKORABET (Co-Directeur)	PR, Université de Lorraine, GREEN
Invités :	Joaquim DA SILVA	Ingénieur-Docteur DT, S2M -SKF

Thèse préparée au sein du Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy

Remerciement

Durant ces travaux de thèse j'ai pu compter sur des personnes qui ont su m'amener au bout de ce chemin. J'ai reçu de leur part conseils, des soutiens et une bonne humeur indispensable.

Parmi toutes ces personnes, je tiens à remercier particulièrement le professeur Meibody-Tabar Farid qui a accepté d'être mon directeur de thèse pour ses précieux conseils, son optimisme et son amour de la recherche contagieux ainsi que nos discussions fructueuses qui ont contribués fortement à la clarté de ce manuscrit.

Je tiens également à remercier le professeur Takorabet Noureddine pour son co-encadrement qui m'a permis de gagner en rigueur et ses remarques éclairés. Pour son assistance dans la réalisation du contrôle commande je tiens également à remercier le professeur Nahid-Mobarakeh Babak.

Je tiens à adresser mes profonds remerciements aux membres du jury, à commencer par monsieur Mohammed-El-Hadi ZAIM pour avoir accepté d'être le président du jury, messieurs BEN AHMED Hamid et LECOINTE Jean Philippe pour avoir rapporté mes travaux avec minutie et monsieur Anouar BELAHCEN pour avoir examiné mon travail avec curiosité et intérêt. Je souhaite également remercier l'ensemble des membres du jury pour leurs nombreuses questions, et l'intérêt qu'ils ont pu porter à mon travail.

Par ailleurs, du côté de la société SKF Magnetic Mechatronics je tiens à remercier Monsieur Lateb Ramdane pour avoir suivi avec intérêt ces travaux doctorales et avoir partagé avec moi sa méthodologie. Je tiens également à remercier monsieur Da Silva Joaquim directeur technique de SKF Magnetic Mechatronics pour sa confiance et son engouement. Mes remerciements vont également à l'ensemble des services qui ont travaillé sur la réalisation du banc de test et sans qui rien n'auraient été possibles je pense bien évidemment au bureau d'études mécaniques, au calcul, aux achats, à l'industrialisation à la production, magasin,... et j'ai une pensée particulière pour monsieur Herisse Eddy qui a réalisé l'ensemble des plans.

Je tiens également au sein du laboratoire GREEN à remercier l'ensemble des équipes : professeurs, maître de conférences, Doctorant et particulièrement les techniciens par leurs support lors de la réalisation des tests. Je n'oublierai pas les discussions pendant les pauses cafés et les bons moments passés auprès de mes collègues du GREEN.

D'autre part, je souhaite remercier messieurs BAKRI Reda et LEONHENRI Damien qui ont collaboré à ces travaux dans le cadre de leur stage de fin d'études.

Je souhaite également remercier ma famille pour m'avoir soutenu dans cette aventure et tout particulièrement ma compagne.

Table des matières

1.1 INTRODUCTION
1.2 LES PALIERS DES MACHINES ELECTRIQUES 4 1.2.1 Différentes technologies de palier 4
1.2.1 Différentes technologies de palier
1.2.2 Modélisation des forces exercées dans les paliers
1.3 Les paliers magnetiques
1.3.1 Principe de fonctionnement
1.3.2 Expression de la force générée par un électro-aimant
1.3.3 Linéarisation par courant de biais en vue de la commande
1.4 NOTION DE BASE DE LA COMMANDE D'UN SYSTEME LEVITE
1.4.1 Étude de lévitation d'une masse avec un palier maanétique actif
1.4.1.1 Dynamique d'une masse seule
1.4.1.2 Dynamique de l'ensemble masse ressort
1.4.1.3 Dynamique de l'ensemble masse ressort amortisseur
1.4.1.4 Dynamique de l'ensemble masse ressort amortisseur et action intégrale
1.4.2 Dynamique du rotor
1.4.2.1 Mode propre de l'arbre considéré comme rigide1
1.4.2.2 Force excitatrice des modes propres d'un arbre16
1.4.2.3 Introduction des modes pour un arbre flexible
1.5 ETAT DE L'ART DES MOTEURS AUTO-LEVITES
1.5.1 Moteur auto-lévité à bobinage "segmenté"
1.5.2 Machine à reluctance double saillance ("Switched reluctance motor")
1.5.3 Machine à distribution de courant statorique tournante
1.5.3.1 Principe de forces radiales
1.5.3.2 Structures de bobinages statoriques permettant la génération des distributions d'inductions de
polarité p et p + 1 2^{4}
1.5.3.3 Les différentes structures de rotors adaptés pour les machines auto-lévitées
1.5.4 Prototypes de moteurs auto-lévités répertoriés dans la littérature
1.6 CONCLUSION

CHAPITRE II : MODELISATION MAGNETIQUE DES FORCES RADIALES DANS LES MOTEURS AUTO-LEVITES 31

2.1 INTR	DDUCTION	33
2.2 Mod	ELISATION DES EFFORTS D'UNE MACHINE ELECTRIQUE	
2.2.1	Modélisation des efforts	
2.2.2	Contribution de chaque source dans l'induction d'entrefer	
2.2.3	Normes des composantes Bn et Bt	40
2.2.4	Liens entre les phases θn et θt des composantes Bn et Bt	44
2.2.5	Réduction de l'expression des forces en fonction la localisation des sources	46
2.2.6	Cas particulier des flux homopolaires	
2.3 Evol	UTION DE L'EXPRESSION DE LA FORCE EN POSITION DECENTREE	51

2.4	Appli	CATION AUX MACHINES AUTO-LEVITEES A AIMANTS PERMANENTS.	57
2.	4.1	Topologie de machine	57
2.	4.2	Choix de polarités	58
2.	4.3	Type de bobinage	58
2.	4.4	Harmoniques d'induction liés au bobinage et aux aimants	59
2.	4.5	Aspects numériques et validation statistique	63
	2.4.5.	.1 Comparaison des temps de calcul	. 64
	2.4.5.	.2 Validation statistique	. 64
2.	4.6	Etude des différentes topologies retenues.	66
	2.4.6.	.1 Topologie à 5 phases	. 66
	2.4.6.	.2 Topologie à 6 phases	. 72
2.5	Prise	EN COMPTE DES DIFFERENTS ASPECTS DE LA SATURATION	76
2.	5.1	Saturation de la culasse uniquement	77
2.	5.2	Saturation des dents uniquement	79
2.	5.3	Définition des seuils critiques de saturation	81
	2.5.3.	.1 Saturation des dents	. 81
	2.5.3.	.2 Saturation des culasses	. 83
2.6	CONC	CLUSION	84

3.1	INTRO	DDUCTION	87
3.2	Снор	X DU BOBINAGE	88
3.3	Mod	ELE EXTERNE DES MACHINES 6-PHASE ET 2 FOIS 3-PHASE	90
3.	3.1	Modèles externes de la machine auto-lévitée 6-phase dans le référentiel naturel	90
3.	3.2	Modèles externes de la machine auto-lévitée 6-phase dans le référentiel α 1, β 1, α 2, β 2, h, H	92
3.	3.3	Modèles externes de la machine auto-lévitée 6-phase dans le référentiel d, q, x, y	94
3.	3.4	Modèles externes de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase dans le référentiel naturel	97
3.	3.5	Modèles externes de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase dans le référentiel α 1, β 1, α 2, β 2, 98	, h, H
3.	3.6	Modèles externes de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase dans le référentiel d, q, x, y	. 100
3.4	Expri	ession des composantes Fx et Fyde la force radiale	. 102
3.5	IDENT	FICATION DES PARAMETRES DU MODELE EXTERNE	. 104
3.	5.1	Détermination des coefficients liés à une seule distribution de courant I1 ou I2	. 109
	3.5.1	.1 Evaluation de Ld , Lq et Mdq via la distribution de courant I1seule	109
	3.5.1	2 Evaluation de Lx , Ly et Mxy via la distribution de courant I2seule	113
3.	5.2	Détermination des coefficients liés au flux générés par les aimants	. 118
3.	5.3	Conclusion sur l'identification des paramètres du modèle électrique	. 122
3.6	Arch	ITECTURE DE CONTROLE DU MOTEUR AUTO-LEVITE BASEE SUR SON MODELE EN VUE DE LA COMMANDE	. 124
3.	6.1	Reconstitution des variables d'états et de commande de l'ensemble moteur auto-lévité/ondu	leur
d	e tensi	ion	. 124
3.	6.2	Contrôle du couple et des forces de lévitation	. 126
	3.6.2	1 Contrôle du couple	126
	3.6.2	2 Contrôle des composantes de la force de lévitation	127
3.7	CONT	RAINTES SUR L'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE	. 127
3.	7.1	Détermination des paramètres du modèle dqxy de la machine 6-phase en fonction du nombre	e de
sp	oires	128	
3.	7.2	Détermination des paramètres du modèle dqxy de la machine 2 fois 3-phases en fonction du	
n	ombre	de spires	. 130
3.	7.3	Détermination de la tension maximale imposée par les onduleurs	. 133

	3.7.3.1	Tension maximale imposée par onduleurs 3 bras	133
	3.7.3.2	Tension maximale imposée par onduleurs 6 bras	135
3.	7.4 Choix	du nombre de spires des machines 6-phase et 2 fois 3-phase	137
	3.7.4.1	Machine 6-phase avec un onduleur 6-bras	137
	3.7.4.2	Machine 2 fois 3-phase avec deux onduleurs 3-bras	138
	3.7.4.3	Comparaison des deux électroniques de puissance des structures 6-phase et 2 fois 3-phase	140
3.8	CONCLUSION		140

CHAPITRE IV : DEMONSTRATEUR ET TESTS DU PROTOTYPE

PROTO	ОТҮРЕ	.143
4.1 INTR	ODUCTION	145
4.2 Pres	SENTATION D'UN PROTOTYPE DE MACHINE AUTO-LEVITEE	145
4.2.1	Objectif de la réalisation du prototype	145
4.2.2	Structure globale	146
4.2.3	Dimensions du moteur auto-lévité	147
4.3 Car	ACTERISTIQUES DE LA FONCTION « MOTEUR » DE LA MACHINE AUTO-LEVITEE	149
4.3.1	Mesure des inductances et résistance de la machine	150
4.3.2	Observation de la FEM et détermination de la constante du couple	151
4.3.3	Caractérisation des pertes dans la machine basée sur l'accélération à couple moteur impos	é 153
4.4 Cara	ACTERISTIQUE DE LA FONCTION LEVITATION DU PROTOTYPE	155
4.4.1	Mesure de l'inductance cyclique et la résistance du bobinage palier	156
4.4.2	Évaluation et analyse de la FEM induite dans le bobinage palier	158
4.4.2	P.1 FEM induite avec le rotor en position centrée	158
4.4.2	FEM induite dans le bobinage palier avec le rotor en position décentrée	159
4.4.2	2.3 Evaluation de la valeur moyenne de la force fonction des courants paliers	161
4.4.2	2.4 Evaluation des harmoniques de la force à composantes ix et iy du courant fixées	162
4.5 SUPF	PRESSION DES HARMONIQUES DE FORCE PAR LA COMMANDE	165
4.5.1	Principe de la commande de suppression des forces harmoniques	166
4.5.2	Résultats expérimentaux de compensation des harmoniques de force en boucle ouverte	167
4.5.3	Résultats expérimentaux de compensation des harmoniques de force en boucle fermée	168
4.6 CON	CLUSION	170
CON	NCLUSION GENERALE	173
LIST	TE DES PUBLICATIONS	.177
BIB	LIOGRAPHIE	.179

Introduction générale

Ce travail s'inscrit dans le prolongement d'une technologie déjà nécessaire à la roue ou au tour de potier il y a plusieurs milliers d'années. Elle apparut pour la première fois sur le continent eurasien il y a à peu près VI millénaire. Cette technologie qui permet le mouvement entre deux parties solides a connu de nombreuses évolutions donnant naissance à tout autant de solutions réunies sous la dénomination de paliers.

Pour rappel, un palier radial notamment, a pour fonction première de permettre le guidage en rotation. A ce titre, nous pouvons rappeler certaines technologies de paliers (radiaux notamment) telles que les paliers glissants à contact direct (à graisse), paliers à roulements, paliers coussinets, paliers hydrodynamiques (à film d'huile), paliers autolubrifiants... Néanmoins le guidage d'une pièce par une autre provoque des effets indésirables et surtout inadmissibles dans certaines applications.

Tout d'abord, sur les solutions classiques, on se trouve rapidement limité lors d'une application à haute vitesse par le produit diamètre-vitesse de rotation, par exemple pour le palier à roulements, ou par le produit pression-vitesse périphérique pour les paliers lisses. En effet, lorsque ces produits sont élevés et selon les natures des contacts, des états des surfaces, de la lubrification et de l'intensité des charges, des échauffements significatifs peuvent apparaître et réduire la durée de vie des paliers classiques, voire les détruire.

L'usure est également un paramètre important dans un certain nombre d'applications fonctionnant en service continu à très haute vitesse. C'est également, l'ensemble des applications se situant dans des milieux où la fiabilité, la quasi absence de maintenance et d'entretien sont intrinsèques à l'application, par exemple, dans l'espace ou les fonds marins.

Par ailleurs, l'emploi de lubrifiants est particulièrement prohibé dans certaines applications nécessitant le vide «absolu», un milieu stérile ou simplement n'admettant aucune pollution. Dans ces conditions, une grande partie des paliers lubrifiés se retrouve alors «disqualifiée».

Afin de répondre à ces exigences, depuis quelques décennies, on peut utiliser des paliers magnétiques qui permettent d'éviter les frottements par sustentation magnétique. Cette technologie repose sur un ensemble d'électroaimants judicieusement placés et contrôlés de façon à obtenir des champs magnétiques et donc, des forces d'attractions permettant de centrer le rotor à l'intérieur d'un palier magnétique actif.

Malgré les bonnes performances de ces paliers magnétiques, ils ne satisfont pas toutes les exigences demandées dans certaines applications. En effet, leur encombrement est important et ne permet pas de répondre aux applications de plus en plus nombreuses des systèmes embarqués, où le poids et l'espace occupé sont des critères déterminants. La solution que l'on utilise actuellement comprend à la fois deux paliers radiaux, permettant chacun de limiter les mouvements selon les axes x et y d'un plan radial ainsi qu'un palier axial empêchant les

mouvements selon z perpendiculaire aux plans radiaux. Cette solution s'avère donc encombrante mais également coûteuse, ce qui freine son développement.

Dans cette solution, on doit également compter sur la présence de paliers atterrisseurs (ou de secours) qui permettent de retenir le rotor lors du démarrage et de l'arrêt du système. Cette solution nécessite donc des axes plus longs qui présentent des risques de flexion.

On cherche donc à diminuer l'encombrement de ces systèmes et à les simplifier. Pour cela, on peut envisager plusieurs solutions : supprimer les capteurs de positions de façon à rendre le système à la fois plus fiable et moins encombrant, où encore, réunir dans un même espace, les champs magnétiques permettant de créer la lévitation du rotor et la génération du couple pour sa rotation. Dans la suite du document nous cherchons à développer cette solution que l'on retrouve dans la littérature sous le nom de "bearingless motor" et que nous avons choisi de nommer ici "moteur auto-lévité".

Les travaux de cette thèse, menés dans le cadre d'une collaboration entre le laboratoire GREEN et la société SKF mécaniques mécatroniques, cherchent à déterminer s'il est possible de remplacer les paliers magnétiques actifs actuellement utilisés dans certaines applications très hautes vitesses par un moteur auto-lévité. Pour ce faire, il était nécessaire de modéliser et de comprendre les enjeux de cette technologie. Pour cela nous avons choisi dans ce mémoire de présenter ces travaux de thèse en quatre parties.

Nous commençons par rappeler le contexte de l'étude par le fonctionnement actuel des paliers magnétiques actifs et les éléments dimensionnant des systèmes lévités afin de comprendre quels éléments du système pourront être remplacés par le moteur auto-lévité. De plus, une étude succincte de la dynamique des rotors est menée pour mettre en évidence les différents modes rigides et flexibles d'un arbre tournant et les contraintes qu'ils imposent. Dans cette même partie nous explorons les différentes structures de moteurs auto-lévités déjà répertoriées et les contraintes particulières attachées à ces machines. Cette partie permet alors d'effectuer les premiers choix en termes de topologie. Ce choix se porte sur des machines auto-lévitées à aimants montés en surface que nous étudions tout le long de cette thèse.

Le second chapitre est consacré à une modélisation linéaire de la partie magnétique des machines auto-lévitées à aimants permanents en tenant compte de plusieurs aspects. Tout d'abord, les spectres des distributions d'induction normale et tangentielle dans l'entrefer sont considérés pour déterminer les expressions des composantes de la force sous une forme simple. Ces expressions permettent de mettre en lumière l'action des composantes normales et tangentielles de l'induction. Pour ce faire, il est nécessaire de considérer la localisation des sources d'inductions. Ce modèle a permis de conclure que la partie tangentielle de l'induction pouvait créer plus ou moins de forces en fonction de la topologie choisie pour la machine. Ce même modèle a été adapté pour tenir compte de l'impact d'éventuelle composante homopolaire du flux dans l'entrefer. Cette étude a été menée en position centrée or dans les machines lévitées le rotor peut-être décentré notamment au démarrage. Il est donc apparu nécessaire de développer également un modèle magnétique tenant compte du décentrement du rotor. Ce modèle établi permet de mettre en évidence la création de nouveaux harmoniques d'induction lors d'un décentrement.

Ces modèles magnétiques permettent d'analyser des topologies de machines polyphasées à aimants permanents afin de trouver la structure qui minimise l'ondulation de la force. De plus, ils ont également permis de construire un modèle "hybride", utilisant des résultats de calculs d'induction dans l'entrefer par éléments finis afin de déterminer rapidement la force par ces modèles analytiques. Ce modèle "hybride" est ensuite validé par comparaison avec un modèle éléments finis de manière statistique. Par ailleurs, le modèle "hybride" s'avère beaucoup plus rapide en temps de calcul que le modèle éléments finis.

Les modèles magnétiques établis étant linéaires, en dernière partie de ce chapitre une étude de la saturation de ces machines a été menée afin de déterminer les points de fonctionnement pour lequel la saturation a le plus d'impact sur le calcul de la force. L'analyse de l'action de cette saturation sur les forces permet de donner une limite au niveau de la saturation acceptable pour que les modèles linéaires établis restent valides.

L'ensemble des éléments permettant de dimensionner le circuit magnétique d'un moteur autolévité étant réunis dans le chapitre II, nous nous intéressons dans le chapitre III à son bobinage, son alimentation et son contrôle. Ainsi, deux solutions de bobinage sont proposées : l'une 6phase réunissant les deux fonctionnalités (génération de couple et de force de lévitation) au sein d'un même bobinage et l'autre 2 fois 3-phase avec un bobinage triphasé pour chaque fonctionnalité.

À partir de ces deux propositions pour le bobinage, les modèles externes de la machine sont établis afin de trouver les expressions des forces faisant intervenir les paramètres du modèle électrique. Par le biais de ces expressions des forces et celles établies au chapitre II, nous établissons un lien entre les paramètres électriques de la machine et le modèle magnétique. Par identification nous obtenons alors les expressions des paramètres du modèle électrique en fonction de la position du rotor. En se basant sur ces expressions, nous montrons que le décentrement du rotor impacte faiblement le comportement des différentes variables de la machine. Nous choisissons de ce fait d'utiliser le modèle centré pour définir l'architecture de commande des machines auto-lévitées pour contrôler la position du rotor et ses courants.

À la fin de ce chapitre, après une analyse de la tension maximale que peuvent imposer les onduleurs 6-phase et 3-phase, nous déterminons pour chacune des deux structures de bobinage (6-phase ou 2 fois 3-phase) qu'elle est le nombre de spires optimales et les contraintes sur les onduleurs associés.

Dans le dernier chapitre, nous présentons d'abord un prototype expérimental, spécialement réalisé pour valider les modèles établis dans cette thèse. Ce prototype réalisé en s'appuyant sur les conclusions des précédents chapitres et une machine auto-lévitée à aimants permanents à une paire de pôle au rotor avec deux bobinages triphasés séparés au stator.

À l'aide de ce prototype, nous validons le modèle de la machine auto-lévitée à rotor décentré établi et développé dans les chapitres II et III. Cette validation est réalisée par l'intermédiaire de l'observation de la FEM du bobinage destinés à la lévitation en fonction du décentrement du rotor.

Les mesures des forces réalisées sur ce prototype permettent de mettre en évidence l'existence de forces harmoniques telles que le prévoit les modèles développés au chapitre II. Afin d'atténuer l'impact de ces forces harmoniques, nous proposons une commande spécifique pour les compenser. Les résultats expérimentaux pour valider cette commande sont présentés à la fin de ce chapitre.

Chapitre I : Propos préliminaires

Sommaire

11	Ινιτρά		2
1.1			ر ر ۸
1.2	2 1	Différentes technologies de palier	4 1
1.	.2.1		4
1.	.2.2	Modelisation des forces exercees dans les paliers	6
1.3	LES P	ALIERS MAGNETIQUES	6
1.	.3.1	Principe de fonctionnement	6
1.	.3.2	Expression de la force générée par un électro-aimant	7
1.	.3.3	Linéarisation par courant de biais en vue de la commande	8
1.4	Νοτι	ION DE BASE DE LA COMMANDE D'UN SYSTEME LEVITE	9
1.	.4.1	Étude de lévitation d'une masse avec un palier magnétique actif	. 10
	1.4.1	L.1 Dynamique d'une masse seule	. 10
	1.4.1	L.2 Dynamique de l'ensemble masse ressort	. 11
	1.4.1	L.3 Dynamique de l'ensemble masse ressort amortisseur	. 12
	1.4.1	L.4 Dynamique de l'ensemble masse ressort amortisseur et action intégrale	. 13
1.	.4.2	Dynamique du rotor	. 14
	1.4.2	2.1 Mode propre de l'arbre considéré comme rigide	. 15
	1.4.2	P.2 Force excitatrice des modes propres d'un arbre	. 16
	1.4.2	2.3 Introduction des modes pour un arbre flexible	. 17
1.5	Ετάτ	DE L'ART DES MOTEURS AUTO-LEVITES	. 18
1.	.5.1	Moteur auto-lévité à bobinage "segmenté"	. 19
1.	.5.2	Machine à reluctance double saillance ("Switched reluctance motor")	. 20
1.	.5.3	Machine à distribution de courant statorique tournante	. 22
	1.5.3	Principe de forces radiales	. 22
	1.5.3	3.2 Structures de bobinages statoriques permettant la génération des distributions d'inductions de	
	polar	rité p et p + 1	. 24
	1.5.3	Les différentes structures de rotors adaptés pour les machines auto-lévitées	. 25
1.	.5.4	Prototypes de moteurs auto-lévités répertoriés dans la littérature	. 26
1.6	CONC	CLUSION	. 29

1.1 Introduction

Les paliers quels que soient leurs technologies répondent aux problématiques des systèmes tournants en proposant une solution permettant la rotation par rapport à une pièce fixe en limitant au maximum les frictions. Actuellement, pour répondre aux spécificités des applications de très hautes vitesses, les industriels ont développés une technologie qui consiste en un jeu d'électroaimants contrôlés afin d'assurer la lévitation de l'arbre. Cet ensemble d'électro-aimants est appelé palier magnétique actif. Néanmoins, ceci présente quelques inconvénients notamment en termes d'encombrement et de coût. Pour contourner ce problème, on trouve dans la littérature une structure de machine électrique appelée "bearingless motor". La traduction littérale de ce mot technique donnerait « Moteur sans palier » qui signifie en réalité que la fonction de palier est assurée par le moteur que nous appelons ici par "moteur auto-lévité". Une machine auto-lévitée réunit la fonctionnalité d'un palier et d'un moteur dans un unique système.

Dans ce chapitre, nous cherchons à répondre à deux questions : quelles sont les limites et les grandeurs dimensionnantes des systèmes lévités comprenants des paliers magnétiques actifs ou moteur auto-lévité ? Et quelles sont les topologies de moteurs auto-lévités les plus adaptés à la très haute vitesse ?

Pour répondre à ces questions ce chapitre introductif est décliné en trois parties.

Dans une première partie, les différentes technologies de paliers existantes sont présentées afin de situer les paliers magnétiques actifs et les moteurs auto-lévités vis-à-vis des autres types de paliers. Dans le prolongement de cette partie, nous présentons le fonctionnement des paliers magnétiques actifs à partir du fonctionnement d'un électro-aimant ainsi que leurs contrôles. Cette présentation, permet de voir que les moteurs auto-lévités reprennent la même commande que celle des paliers magnétiques actifs pour contrôler la position du rotor.

Même si la commande de la position du rotor ne sera pas modifiée lors du remplacement des paliers magnétiques actifs par des moteurs auto-lévités, la dynamique de contrôle des forces de lévitation impose des contraintes sur le dimensionnement des moteurs auto-lévités. Pour cette raison, dans la deuxième partie de ce chapitre, on étudie le principe du contrôle de la lévitation d'une masse afin de souligner l'importance de la bande passante des paliers magnétiques actifs ou des moteurs auto-lévités. Face à ce constat, nous étudions la dynamique des rotors pour déterminer les modes rigides en fonction de la vitesse de rotation. Cette étude permet alors de souligner qu'il est nécessaire d'éviter au maximum les ondulations de force perturbatrice pouvant être à l'origine des vitesses critiques. Enfin, nous présentons brièvement la dynamique des rotors en considérant le rotor comme flexible et libre dans l'espace, pour déterminer les modes rigides de l'arbre. Cette étude montre que les modes flexibles de l'arbre limitent sa vitesse maximale.

Enfin, un état de l'art des différentes topologies de machines auto-lévitées est présenté. Cet état de l'art montre que certaines topologies de moteurs auto-lévités ne sont pas adaptées pour les hautes vitesses, notamment les moteurs dont le bobinage est segmenté et les moteurs à commutation de flux. Une troisième catégorie, concerne les moteurs à distribution de courant

statorique tournante ("machine à champs tournants"). Cette catégorie présente de nombreuses variantes entre leurs bobinages et leur nature (synchro reluctance, asynchrone, aimants permanents,...), qui pour les moteurs à aimants permanents surfaciques peuvent satisfaire les contraintes des machines à très haute vitesse. Cette conclusion est par ailleurs confirmée par l'étude des différents prototypes de machines auto-lévitées très haut de vitesse.

1.2 Les paliers des machines électriques

1.2.1 Différentes technologies de palier

Dans les machines électriques, l'arbre qui est solidaire du rotor doit généralement pouvoir tourner par rapport au stator autour d'un axe. Pour cela il est nécessaire de bloquer les autres degrés de liberté du mouvement du rotor. Ainsi lorsque l'on représente le rotor d'un système tournant figure 1.1, on distingue 6 degrés de liberté : 3 degrés de liberté en translation (x, y, z)et 3 degrés de liberté en rotation $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$. Pour bloquer ces degrés de liberté et faire le lien entre la partie fixe (stator) et tournante (rotor), on introduit 2 paliers radiaux permettant de bloquer les translations selon les axes x et y. Ces deux paliers répartis le long de l'arbre (axe z) permettent de bloquer les degrés de liberté suivant x, y, θ_x et θ_y . Enfin, le dispositif est complété par une butée permettant de bloquer le mouvement de l'arbre suivant l'axe z. Ainsi, l'arbre ne peut tourner que suivant θ_z (figure 1.1).

Les principales grandeurs devant être pris en compte dans le choix des paliers d'une machine électrique sont la pression diamétrale et la vitesse périphérique maximale qu'ils doivent supporter. En dehors de ces deux données imposées par l'application visée, on peut noter qu'il existe de nombreux autres points qui peuvent rentrer en ligne de compte tels que : la température de fonctionnement, le milieu qui peuvent prohiber l'usage de lubrifient ou nécessiter une propreté absolue, la durée d'utilisation, le rendement, le coût...

Pour mieux comprendre tous ces points voici un panorama de différentes technologies des paliers existantes et leurs caractéristiques [1] :

• Les paliers lisses : dans ce type de palier, les parties rotorique et statorique glissent l'une sur l'autre en minimisant la friction au maximum grâce au choix des matériaux et/ou l'injonction d'un lubrifiant entre les deux parties.

Les paliers lisses sans lubrifiant fonctionnent en régime sec, ces paliers sont très fortement limités en termes de charge (pression diamétrale faible) mais également en termes de vitesse périphérique en raison d'un échauffement important.

L'adjonction d'un lubrifient permet un fonctionnement en régime hydrodynamique. Dans ce régime la rotation ou la translation des deux parties du système créent une pression au sein du lubrifiant qui permet alors de séparer les deux surfaces et de diminuer ainsi les frictions. Cette méthode ne fonctionne que lorsque les deux parties sont en mouvement l'une par rapport à l'autre. Il est à noter que la pression du lubrifiant peut également être obtenue par un système supplémentaire permettant un fonctionnement à basse vitesse.



Figure 1.1 : Définition des degrés de liberté d'un rotor

- Les roulements à billes : cette technologie consiste à insérer entre les deux parties en mouvement un corps roulant. Cette approche permet de minimiser le frottement et d'augmenter considérablement à la fois la pression diamétrale et la vitesse périphérique. Néanmoins, cette solution connaît tout de même des limites lorsque l'on souhaite monter en vitesse.
- Les paliers hydrostatique ou aérostatique : cette technologie consiste à insérer sur l'une des deux parties des cavités dans lequel une arrivée de fluide ou de gaz est assurée par l'intermédiaire d'une pompe ou d'un compresseur. Un filet de fluide ou de gaz se forme alors entre les deux parties permettant un déplacement sans frottement. En fonction du fluide ou du gaz utilisé cette technologie peut répondre à de nombreuses problématiques mais sa complexité de mise en œuvre, la présence d'un fluide ou gaz et son coût élevé sont les principaux freins à son développement.
- Les paliers magnétiques : les paliers magnétiques font léviter le rotor par rapport au stator grâce à des forces magnétiques. Dans cette catégorie de palier, il est possible de distinguer deux grandes familles les paliers dits passifs et actifs.

Pour les **paliers passifs**, S. Earnshaw a démontré en 1842 [2] qu'aucune combinaison d'aimants ne peut donner lieu à une lévitation stable. Pour réaliser une lévitation stable, il faut ajouter des forces extérieures, soit par l'ajout d'un autre palier ou de forces telles que les forces gyroscopiques. On peut ainsi citer le "levitron" qui fonctionne sur ce principe [3]. Enfin les matériaux diamagnétique ($\mu_r < 1$) ou les matériaux supraconducteurs ($\mu_r = 0$) peuvent également permettre de générer une lévitation stable [4] [5]. Toutes ces technologies présentent néanmoins un inconvénient majeur lié à l'absence d'amortissement, ce qui rend infranchissable les modes propres du système telle que nous le verrons au paragraphe (§1.4).

La dernière catégorie correspond aux **paliers magnétiques actifs**. Cette catégorie distingue deux cas : les paliers magnétiques actifs seuls et les moteurs auto-lévités qui combinent les deux fonctionnalités palier et moteur au sein d'un même système. Dans notre mémoire de thèse, nous nous intéressons tout particulièrement à cette technologie. Nous examinerons plus en profondeur ces deux technologies afin de mieux appréhender les paliers magnétiques actuellement utilisés dans l'industrie par rapport aux moteurs auto-lévités.

1.2.2 Modélisation des forces exercées dans les paliers

Quel que soit le type de palier radial, il exerce une force sur la partie tournante comprenant trois composantes de nature distincte : une force de rappel de ressort de raideur k, une force proportionnelle aux vitesses de déplacement (frottement visqueux d'amortissement a) et une force existant seulement dans les paliers actifs proportionnelle à l'intégrale du déplacement. Ainsi les forces créées au sein d'un palier peuvent de façon générique être mises sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} F_{x,palier} \\ F_{y,palier} \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + I \begin{bmatrix} \int x \\ \int y \end{bmatrix}$$
(1.1)

Avec

$$K = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix}, \qquad I = \begin{bmatrix} i_{xx} & i_{xy} \\ i_{yx} & i_{yy} \end{bmatrix}$$
(1.2)

Dans ces expressions, x et y sont les coordonnées du centre de la partie mobile et les matrices K, A et I sont respectivement la matrice de raideur, la matrice d'amortissement et la matrice d'action intégrale. Pour les paliers lisses ou à billes, ces différents paramètres dépendent des matériaux choisis. Pour les paliers hydrostatique, aérostatique ou hydrodynamique les paramètres dépendent de l'asservissement et de la nature du fluide. Enfin, dans le cas des paliers magnétiques actifs ou des moteurs auto-lévités ("bearingless motor") ces paramètres dépendent de l'asservissement des forces magnétiques générées comme nous le verrons par la suite.

1.3 Les paliers magnétiques

Cette partie cherche à montrer le fonctionnement des paliers magnétiques actifs afin de mieux voir les éventuelles différences et similitudes qu'il pourrait exister entre cette technologie et la technologie que nous étudions dans cette thèse à savoir les moteurs autos-lévités.

1.3.1 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement d'un palier magnétique actif, tel qu'on peut le voir pour un axe sur la figure 1.2, est basé sur la commande d'un électro aimant en fonction de la position de la partie mobile que l'on souhaite léviter. Ainsi lorsque le rotor se déplace par rapport à une position de référence, l'électroaimant crée une force de rappel qui le ramènera vers la position souhaitée.

On peut alors distinguer plusieurs structures de palier magnétique actif, en fonction de la direction des forces qu'ils doivent générer. Il existe ainsi les paliers magnétiques radiaux permettant de bloquer deux axes dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation et les butées magnétiques permettant de bloquer les translations suivant l'axe de rotation. Dans nos travaux nous ne développerons pas les butées magnétiques.



Figure 1.2 : Principe de fonctionnement d'un palier magnétique actif

1.3.2 Expression de la force générée par un électro-aimant

Dans un premier temps, il convient de s'intéresser au fonctionnement des électro-aimants. Ainsi si l'on représente un électro-aimant sur la figure 1.3 et en considérant que l'induction magnétique est uniforme dans l'entrefer et normale aux surfaces de l'électro-aimant, il est alors aisé de montrer à partir du tenseur de contraintes magnétiques de Maxwell que la force peut être écrite tel que :

$$F_{electro} = \frac{2SB^2 \cos(\alpha)}{2\mu_0} \tag{1.3}$$

où *B* et l'induction magnétique dans l'entrefer, S la surface de l'électroaimant sous un pôle, μ_0 la perméabilité du vide et α et l'écartement angulaire entre les axe des pôles nord et sud. Cette donnée est la principale limite des performances des paliers magnétiques actifs, l'induction magnétique étant limitée par la saturation des matériaux ferromagnétiques utilisés dans l'électroaimant. Par exemple si un matériau magnétique sature aux alentours de 2 T, en négligeant l'écartement angulaire α , la pressions générée ne pourra pas excéder 160 N/cm^2 .

D'autre part, il est à noter que l'électroaimant ne peut produire qu'une force d'attraction ainsi si l'on souhaite contrôler notre système suivant chaque axe dans les deux directions, il faudra utiliser 2 électro-aimants judicieusement positionnés. Pour contrôler la direction de force dans un plan (paliers magnétiques radiaux) il est nécessaire d'avoir un minimum de 3 électro-aimants mêmes si en pratique les structures à 4 électro-aimants sont les plus courantes.



Figure 1.3 : Schéma de principe d'un électro-aimant

En utilisant le théorème d'Ampère, l'expression de la force se met sous la forme :

$$F_{electro} = K_{elc} \frac{i^2}{e^2}$$
(1.4)

où K_{elc} est une constante dépendant de l'ensemble des données géométriques du palier, e est l'épaisseur de l'entrefer et i le courant circulant dans la bobine de l'électro-aimant. On voit alors ici que la force générée par un électro-aimant dépend quadratiquement du courant. De ce fait, son contrôle par des régulateurs classiques linéaires n'est pas aisé. Pour remédier à ce problème, on modifie, comme nous le verrons plus loin, la forme des courants injectés dans les deux électroaimants contrôlant le déplacement selon un axe.

1.3.3 Linéarisation par courant de biais en vue de la commande

Pour contrôler la force de lévitation, il est préférable de contrôler une grandeur linaire. Pour cela, on considère un palier magnétique composé de 4 électro-aimants. Ceux-ci sont placés deux à deux suivant chaque axe. Les électroaimants sont alimentés par deux composantes de courant : un courant continue fixé à I_0 appelé courant de "biais" et un courant variable Δi qui est ajouté ou retranché pour contrôler la force tel que décrit à la figure 1.4.

Dans ces conditions, la force exercée sur la partie mobile par les deux électro-aimants suivant chaque axe se met sous la forme suivante [6].

$$F_{axe} = K_{elc} \left(\frac{(I_0 + \Delta i)^2}{(e_0 - \Delta e)^2} - \frac{(I_0 - \Delta i)^2}{(e_0 + \Delta e)^2} \right)$$
(1.5)

où e_0 est l'entrefer en position centrée du rotor et Δe le décentrement du rotor suivant l'axe considéré. Sachant que $\Delta e \ll e_0$ et en appliquant un développement limité on peut alors écrire :

$$F_{axe} = K_{elc} \frac{4I_0 \Delta i}{e_0^2} + K_{elc} \frac{4I_0^2 \Delta e}{e_0^3}$$
(1.6)

A courant de "biais" imposé, le premier terme de cette équation correspond à une force qui est proportionnelle à Δi ce qui permet de contrôler le palier avec des régulateurs linéaires. Par ailleurs, on remarque que le coefficient de ce terme de la force dépend linéairement du courant de "biais" I_0 . Ainsi un courant de biais élevé permet d'augmenter la variation de la force pour une variation Δi de courant. Cette propriété permet donc de gagner en réactivité du système mais génère des pertes Joule dans le palier. Il est à noter, qu'au lieu d'injecter le courant de "biais" pour linéariser l'expression de force, il est possible d'utiliser des aimants permanents judicieusement placés [7].

Le second terme de l'équation (1.6) correspond à une force liée à la notion de raideur négative. Cette force qui s'exerce dans le sens du déplacement est d'autant plus grande que le rotor est décentré. Elle est donc un facteur de déstabilisation de la lévitation, à prendre en compte lors du dimensionnement d'un palier.

Ce système ainsi linéarisé est commandé de façon extrêmement simple. On a ainsi deux boucles internes permettant de contrôler les courants (i_1 et i_2 , figure 1.5) dans les deux électroaimants suivant chaque axe (x ou y) avec des correcteurs classiques de type PI. Ces boucles de courant sont alors imbriquées dans une boucle externe de contrôle de déplacement suivant chaque axe (x ou y), comportant généralement un correcteur de type PID permettant de trouver Δi et d'en déduire les références de courant. On peut ainsi résumer le contrôle d'un palier suivant un axe (x ou y) par le schéma de principe donné à la figure 1.5.

1.4 Notion de base de la commande d'un système lévité

Nous nous intéressons ici à la commande de la partie mécanique décrite à la figure 1.5. Cette partie est commune à tous les systèmes permettant la lévitation car elle est liée à la mécanique du système qui ne varie pas en fonction du type de palier utilisé.



Figure 1.4 : Schéma du principe de lévitation par un palier suivant un axe

Dans un premier temps, nous présentons les notions nécessaires à la mise au point du contrôle d'un palier seul lévitant une masse. Dans un second temps, nous nous intéressons à un système de deux paliers prenant en compte la dynamique de l'arbre. Cette étude montre comment le système mécanique se comporte en régime dynamique, ce qui permet de déduire quels sont les différents aspects à prendre en compte pour dimensionner le palier magnétique actif ou le moteur auto-lévité, notamment pour éviter les vitesses critiques qui limitent la vitesse maximale d'un arbre en rotation.

1.4.1 Étude de lévitation d'une masse avec un palier magnétique actif

Dans cette partie, nous considérons une masse m modélisant un rotor. Par ailleurs, les paliers magnétiques sont considérés comme idéaux, de ce fait, on suppose que la commande de force est appliquée sans retard (temps de réponse des boucles de courant très inférieur aux temps de réponse des variables mécaniques). Cette hypothèse nous permet de se focaliser sur le fonctionnement de la commande des positions d'un palier. Tel qu'elle est présenté par Habermann [8].

Nous allons voir dans cette partie comment se comporte le système considéré et l'action des différents paramètres. Pour les différents éléments du régulateur PID, nous allons donc étudier graduellement l'action d'un régulateur proportionnel (P), puis d'un régulateur proportionneldérivée (PD) et enfin celle d'un régulateur proportionnel-dérivée-intégral (PID) après avoir étudié le comportement d'une masse seule.

1.4.1.1 Dynamique d'une masse seule

Nous nous intéressons tout d'abord au comportement d'une masse seule dans l'espace suivant un axe. L'équation de la dynamique associée peut alors s'écrire telle que :

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} \tag{1.7}$$



Figure 1.5 : Schéma de contrôle d'un palier magnétique actif suivant un axe



Figure 1.6 : Diagramme de Bode de la Raideur d'une masse

où F est la somme des forces exercées sur la masse suivant l'axe considéré et x la position du rotor selon l'axe considéré.

Ainsi, lorsque l'on cherche à exprimer la raideur en fonction de la fréquence en passant par les transformées de Laplace, on trouve :

$$K = \left|\frac{F}{x}\right| = m\omega^2 \tag{1.8}$$

Lorsque l'on trace la raideur de façon logarithmique (Figure 1.6), qui correspond un diagramme de Bode, nous constatons que la raideur prend des valeurs élevées pour une pulsation élevée de la force. La masse seule est donc naturellement stable (la variation de x reste faible) lorsque des perturbations ont une fréquence importante. À l'inverse, lorsque la force a une faible fréquence les variations de x sont très importante. La commande du palier lévitant cette masse doit donc agir dans le domaine des basses fréquences afin de rendre le système masse-palier stable. C'est d'ailleurs dans ces basses fréquences que les paliers peuvent agir. En effet, la bande passante liée à la régulation des courants des paliers magnétiques actifs est limitée à quelques centaines de Hertz et ne permet pas de générer de force au-delà en raison des inductances du bobinage.

1.4.1.2 Dynamique de l'ensemble masse ressort

Nous introduisons un correcteur proportionnel dans le contrôle du palier associé à une masse. Celle-ci correspond une force de rappel kx qui est identique à celle d'un ressort. L'équation de la dynamique associée peut alors s'écrire telle que :

$$F = kx + m\frac{d^2x}{dt^2} \tag{1.9}$$

Comme précédemment, on trouve alors une raideur en fonction de la fréquence telle que :



Figure 1.7 : Diagramme de Bode de la Raideur d'une masse lévitée par un contrôle proportionnel (P).

$$K = \left|\frac{F}{x}\right| = |k - m\omega^2| \tag{1.10}$$

Lorsque l'on trace le diagramme de Bode (Figure 1.7) de *K* en fonction de ω , on constate alors qu'il existe une fréquence propre ω_0 qui est égal à :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1.11}$$

Qui est particulière. Cette fréquence propre constitue un problème car le rotor ne peut pas dépasser la vitesse de rotation critique associée. En effet, le balourd du rotor même faible peut exciter cette fréquence propre lors du passage à cette vitesse. Il faut donc modifier la commande du palier pour dépasser cette vitesse critique.

Une première solution, consiste à choisir une raideur k très grande correspondant à une action proportionnelle forte du correcteur. Cependant, même si la fréquence propre est repoussée audelà de la vitesse de rotation maximale, le problème de la saturation de la commande liée à la limitation de l'alimentation et l'amplification du bruit de mesure de courant et de position empêche le contrôle du système et rend moins efficace cette solution.

Une seconde solution consiste à ajouter une action d'amortissement qui est expliquée dans le paragraphe suivant.

1.4.1.3 Dynamique de l'ensemble masse ressort amortisseur

Dans cette section, nous examinons l'impact de l'ajout d'une action dérivée dans le contrôle du palier. Cette action correspond à l'ajout d'un amortisseur au système de masse ressort étudié précédemment. On peut alors écrire l'équation régissant le comportement dynamique de l'ensemble masse ressort amortisseur :

$$F = kx + a\frac{dx}{dt} + m\frac{d^2x}{dt^2}$$
(1.12)

On trouve alors la raideur équivalente dans ce cas en fonction de la pulsation de la force excitatrice :

$$K = \left|\frac{F}{x}\right| = \sqrt{(k - m\omega^2)^2 + a^2\omega^2}$$
(1.13)

Lorsque l'on trace le diagramme de Bode de cette raideur *K* avec amortissement en rouge (figure 1.8), et que l'on compare à l'ancienne valeur de *K* sans amortisseur en bleu (figure 1.8), on constate qu'à la pulsation ω_0 , la raideur ne s'annule pas et le système reste contrôlable. Autrement dit, à cette fréquence propre la vitesse n'est plus critique car la raideur *K* ne passe plus par zéro et garde une valeur acceptable.

Le contrôle d'un palier par un correcteur proportionnel-dérivé (PD) permet donc d'assurer la stabilité du contrôle de la lévitation d'une masse par un palier. Pour autant, pour une fréquence nulle lors d'une force constante celle-ci présentera une erreur statique. Celle-ci pourrait être annulée par une action intégrale ajoutée au correcteur comme nous allons le voir à la section suivante.

1.4.1.4 Dynamique de l'ensemble masse ressort amortisseur et action intégrale

Comment vient de le voir, le système est stabilisé après l'introduction de l'action dérivée (amortissement), quel que soit la pulsation de la force excitatrice. Néanmoins, l'erreur statique n'est pas nulle pour une force constante (pulsation nulle). Afin de remédier à ce problème, on introduit une action intégrale dans le contrôle du palier l'évitant la masse. On peut alors écrire l'équation régissant le comportement dynamique de l'ensemble masse ressort amortisseur et action intégrale :

$$F = b\int xdt + kx + a\frac{dx}{dt} + m\frac{d^2x}{dt^2}$$
(1.14)



Figure 1.8 : Diagramme de Bode de la Raideur d'une masse lévitée par un contrôle proportionnel - dérivé (PD)



Figure 1.9 : Diagramme de Bode de la Raideur d'une masse lévitée par un contrôle proportionnel - intégral - dérivé (PID)

On trouve alors la raideur équivalente dans ce cas en fonction de la pulsation de la force excitatrice :

$$K = \left|\frac{F}{x}\right| = \sqrt{(k - m\omega^2)^2 + \left(a\omega - \frac{b}{\omega}\right)^2}$$
(1.15)

En traçant le diagramme de Bode (Figure 1.9), on constate alors que la raideur K augmente lorsque la fréquence baisse pour atteindre une valeur infinie à pulsation nulle (voir équation (1.15)). Cette propriété permet d'annuler l'erreur statique du positionnement d'une masse par un palier magnétique actif.

Par cette étude, nous avons pu voir quels étaient les degrés de liberté pour contrôler la lévitation d'une masse en jouant sur les différents paramètres du contrôleur PID d'un palier. Si la masse stabilise naturellement le système dans les parties hautes fréquences, le contrôle d'un palier magnétique actif par un correcteur *PID* permet de stabiliser la lévitation d'une masse sur toute la plage de vitesse en évitant les vitesses critiques.

Il est à noter que contrairement à nos hypothèses, le palier n'est pas idéal et la bande passante est limitée à quelques centaines de Hertz. Le correcteur PID doit donc être choisi de sorte que la fréquence propre créée par l'action proportionnelle soit dans la plage de fréquence contrôlée. Par ailleurs, un filtre passe bas inhibant l'action du palier au-delà de sa bande passante pour éviter une action retardée du palier à haute fréquence. Cette inaction du palier ne pose aucun problème car le comportement d'une masse seule à haute fréquence est stable.

1.4.2 Dynamique du rotor

Dans cette partie, nous cherchons à déterminer les modes propres d'un arbre considéré comme rigide et lévité par deux paliers. Une fois cette étape achevée nous verrons quels types de forces pouvant exciter ces modes propres. Cette connaissance permet de concevoir des systèmes tournant qui éviteront l'apparition de vitesse critique dans la plage de fonctionnement.

Enfin, nous introduirons la notion de modes flexibles de l'arbre se produisant au-delà des fréquences contrôlées par les paliers. Cette notion permet d'appréhender les limites en vitesse de rotation d'un arbre.

1.4.2.1 Mode propre de l'arbre considéré comme rigide

Pour illustrer et comprendre les différents aspects de la dynamique d'un rotor on choisit d'étudier la dynamique d'un arbre considéré comme rigide. Cet arbre est associé à deux paliers magnétiques actifs contrôlés uniquement par une action proportionnelle (raideur seule). Les équations de Lagrange de l'arbre lévité dans ce cas peuvent se mettre sous la forme [9] :

$$M\ddot{q} + G\dot{q} = F \tag{1.16}$$

- - -

avec :

où *M* est la matrice des masses et inerties, G est la matrice représentant les effets gyroscopiques avec Ω la vitesse de rotation du rotor, le vecteur *q* indique les coordonnées de l'arbre à son centre de gravité et le vecteur F a pour composantes les forces et les couples exercés par les paliers sur l'arbre ramenés à son centre de gravité. Pour ce système, on trouve les fréquences propres et vecteurs propres associés suivant [9] :

valeur propre
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
 associée au vecteur propre $U_1 = \begin{bmatrix} 1\\0\\0\\0\end{bmatrix}$
valeur propre $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ associée au vecteur propre $U_2 = \begin{bmatrix} 0\\1\\0\\0\end{bmatrix}$
valeur propre $\omega_3 = \frac{\Omega I_z + \sqrt{\Omega^2 I_z^2 + 4I_x k}}{2I_x}$ associée au vecteur propre $U_3 = \begin{bmatrix} 0\\0\\1\\j\end{bmatrix}$
valeur propre $\omega_4 = \frac{\Omega I_z - \sqrt{\Omega^2 I_z^2 + 4I_x k}}{2I_x}$ associée au vecteur propre $U_4 \begin{bmatrix} 0\\0\\1\\-j\end{bmatrix}$



Figure 1.10 : Diagramme de Campbell d'un rotor rigide et vitesses critiques associées pour une force de type balourd mécanique

Ces valeurs propres peuvent être représentées sur un diagramme de Campbell [9]. Il s'agit de représenter l'évolution des modes du système (valeurs propres) en fonction de la vitesse de rotation Ω (Figure 1.10). Nous pouvons alors constater que l'on a les deux premiers modes qui correspondent à des déplacements selon les axes respectifs x et y du systèmes, les deux derniers modes créent des déplacement circulaires que l'on observe classiquement dans une toupie ou un gyroscope, le premier dans le sens directe et le deuxième dans le sens inverse.

En se basant sur ces équations, on déduit les différents modes qu'il convient de contrôler. Ainsi, comme on l'a fait pour le contrôle de la lévitation d'une masse, on peut régler les correcteurs PID des paliers de façon à introduire un amortissement et une action intégrale pour que le système devienne stable.

1.4.2.2 Force excitatrice des modes propres d'un arbre

Le diagramme de Campbell nous a permis de déterminer les modes propres d'un arbre lévité. Nous allons maintenant déterminer les fréquences critiques de cet arbre. Une fréquence critique correspond à un mode pouvant être excitée par une force excitatrice pulsante (par exemple un balourd). En traçant sur le diagramme de Campbell, la courbe correspondante à la fréquence de pulsation de ces forces en fonction de la vitesse de rotation, il est aisé de déterminer graphiquement les éventuelles vitesses critiques, qui correspondent aux intersections de cette courbe avec celles des modes. Par exemple pour un balourd mécanique, il s'agit d'une droite de pente unitaire égale à Ω , ainsi dans l'exemple précédent les vitesses critiques correspondront à $\Omega = \omega_1$, $\Omega = \omega_2$, $\Omega = \omega_3$, $\Omega = \omega_4$ (voir équations (1.18) et Figure 1.10). Pour d'autres forces pulsantes, on pourrait avoir des caractéristiques de type $\omega = n\Omega$, *n* étant un entier naturel positif qui conduirait à d'autres vitesses critiques.

Il convient de constater que toutes les interactions entre les pulsations des forces excitatrices et les pulsations des modes propres ne correspondent pas automatiquement à une vitesse critique. En effet, la nature du mode de la source rentre en ligne de compte. Par exemple, dans le cas précédent les deux premiers modes ω_1 et ω_2 qui sont de pulsation identique (voir équation (1.18)) pourront respectivement être excités par des forces excitatrices de direction respectif x ou y alors que les deux derniers modes ω_3 et ω_4 pourront être excités par des forces tournantes dans le sens direct pour ω_3 et dans le sens inverse pour ω_4 . Par exemple, la forces de type balourd mécanique tournent dans le sens direct, peut créer une vitesse critique avec le mode ω_3 mais ne pourra jamais exciter le mode ω_4 .

Ainsi lors que l'on souhaite connaître les vitesses critiques d'un système, il est nécessaire de déterminer ses modes rigides et leurs natures, puis toutes les perturbations qui peuvent les exciter. Nous verrons par la suite, que les moteurs auto-lévités génèrent dans certains cas des forces harmoniques perturbatrices qui risquent de créer de nouvelles vitesses critiques. C'est l'une des principales problématiques de cette technologie. Les conditions d'existence de ces forces harmoniques dans les moteurs auto-lévités sont détaillées dans le chapitre II est mise en évidence expérimentalement dans le chapitre IV à l'aide d'un prototype spécialement conçu et réalisé.

1.4.2.3 Introduction des modes pour un arbre flexible

Comme nous allons le voir dans cette étude, les modes flexibles sont généralement associés à des fréquences élevées dépendant des données géométriques du rotor et les matériaux qui le constituent. De ce fait, ces fréquences se situent au-delà des bandes passantes des paliers magnétiques actifs ou des moteurs auto-lévites, rendant impossible d'éviter par la commande les vitesses critiques associées.

Il est à noter que dans beaucoup d'applications, du fait de la longueur de l'arbre et des matériaux utilisés, la prise en compte des seuls modes rigides n'est pas suffisante. Nous devons donc tenir compte de sa flexibilité. Ainsi l'arbre doit être modélisé par un ensemble de poutres sur le même principe que la modélisation évoquée précédemment.

Compte tenu de la complexité des formes des arbres, l'étude des modes nécessite l'utilisation d'une approche numérique [10]. Du fait que les fréquences recherchées sont au-delà de la bande passante des paliers magnétiques actifs ou des moteurs auto-lévités, cette étude est généralement menée en considérant que l'arbre est libre dans l'espace (commandes des paliers inactifs). On trouve alors un nouveau diagramme de Campbell contenant les modes flexibles en plus des modes rigides (Figure 1.11). En se basant sur ce diagramme on détermine les vitesses critiques liées à ces modes flexibles. Ces modes ne pouvant pas être contrôlés, ils limitent alors la vitesse maximale du système. On voit sur cette figure que l'intersection de la courbe caractéristique associée au balourd ne croisse pas de modes flexibles dans la gamme de vitesse de fonctionnement, ce rotor pourrait donc être utilisé sans problème pour un rotor ayant une vitesse de 60 000 tr/m (1000 Hz).

Le fait de réduire la longueur d'un arbre permet de repousser les premiers modes flexibles à des fréquences plus élevées, de ce fait la longueur des arbres est un enjeu important lorsque l'on souhaite dimensionner des systèmes tournant à très haute vitesse.



Figure 1.11 : Diagramme de Campbell d'un rotor flexible en utilisant le logiciel Madyn 2000

1.5 Etat de l'art des moteurs auto-lévités

A l'heure actuelle, les solutions industrielles utilisant des paliers magnétiques actifs sont limitées en raison de leur encombrement et de leur coût. Par ailleurs, comme nous venons de voir dans les systèmes tournant à très hautes vitesses, la longueur de l'arbre représente un enjeu important car elle impose les pulsations des premiers modes flexibles du système. Or plus l'arbre est long plus ces pulsations ont tendance à être basses.

Dans un système conventionnel, on retrouve généralement le long de l'arbre un moteur électrique, deux paliers radiaux et une butée (palier axial) comme on peut le voir sur la figure 1.13-a. Pour réduire la taille de l'arbre, ainsi que l'encombrement une approche consiste à regrouper le moteur et l'un de ces paliers en un seul élément que l'on appel "moteur auto-lévité" (figure 1.13-b). Cela permet de réduire la longueur d'arbre et l'encombrement. On peut également envisager de réunir les deux paliers radiaux avec le moteur et de les remplacer par seulement deux moteurs auto-lévités (figure 1.13-c). Enfin, dans la littérature on trouve également une structure constituée d'un seul moteur auto-lévité sous la forme d'un disque ("slice motor") [11] [12] de longueur axiale très faible. Dans cette structure, le moteur auto-lévité permet de réguler les positions selon deux directions, les autres degrés de liberté sont alors bloqués de façon passive par le fait que la longueur axiale et très faible comme le montre la figure 1.12.



Figure 1.12 : Représentation schématique des degrés de liberté bloqués passivement dans les moteurs auto-lévités en forme de disque.



Figure 1.13 : Réduction de l'encombrement d'un ensemble moteur paliers magnétique par le remplacement d'un ou deux paliers par des machines auto-lévitées

Les moteurs auto-lévités, sont répertoriés dans la littérature sous le nom de «bearingless motors » ou « self-bearing motors ». Sous cette nomination, on trouve différents types de structures. Toutes présentent la particularité de réunir dans un même stator, la fonctionnalité de génération de couple d'un moteur et la fonctionnalité de génération des forces radiales d'un palier. Cette partie a pour objectif de présenter les différentes structures de machines auto-lévitées rencontrées dans la littérature.

1.5.1 Moteur auto-lévité à bobinage "segmenté"

Le concept d'un moteur auto-lévité à bobinage "segmenté" est celui dont le fonctionnement se rapproche le plus des paliers magnétiques actifs. Cette structure de bobinage qui a été peu étudiée, à l'exception de quelques articles tels que ceux de Stephens & Kim [13] et T.R. Grochmal et *al* [14], consiste à prendre une structure d'un moteur possédant au moins 6 paires de pôle et à segmenter le bobinage en un minimums de 3 parties localisées sur le contour statorique. Chaque segment est un bobinage triphasé qui est alimenté indépendamment. En contrôlant le courant dans chaque bobinage on impose des niveaux de courant différents de façon à créer un déséquilibre d'induction dans la machine pour créer une force radiale orientée



Figure 1.14 : Schéma du bobinage d'un moteur à 4 segments à 8 paires de pôles [13]

selon la direction souhaitée. On peut alors voir sur la Figure 1.14 pour un moteur à quatre segments, l'allure de l'induction dans l'entrefer [13].

Cette structure présente la particularité de nécessiter un grand nombre de pôles. Elle peut convenir pour les machines basse vitesse à forte puissance pour lesquelles l'utilisation des bobinages segmentés qui sont alimentés séparément peut convenir. Cependant, pour les applications hautes vitesses cette structure est proscrite en raisont des frequance qui serais alors mise en jeu.

1.5.2 Machine à reluctance double saillance ("Switched reluctance motor")

Les moteurs à commutation de flux pouvant être auto-lévité et étudiés dans la littérature sont des moteurs 12/8 (12 dents bobinées au stator et 8 dents non bobinées au rotor) et les moteurs 8/6 (8 dents bobinées au stator et 6 dents non bobinées au rotor). Ces moteurs à commutation de flux, fonctionnent avec trois phases qui conduisent tour à tour. La génération de couple dans ces machines est bien connue. À titre d'exemple les séquences d'alimentation d'un moteur 12/8 sont explicitées sur la figure 1.15 lors de l'avance d'une dent rotorique.

A partir de cette structure, différentes solutions peuvent être envisagées pour générer à la fois la force de lévitation et le couple. A titre d'exemple nous présentons ici une solution proposée par Masatsugu Takemoto et *al* [15]. Elle consiste à ajouter un bobinage supplémentaire au bobinage existant d'un moteur à commutation de flux 12/8. La figure 1.16 montre la topologie du moteur étudié, on peut distinguer :

- Un bobinage triphasé correspondant au bobinage initial moteur. A titre d'exemple figure 1.16, la phase (a) est illustrée par les bobines N_{ma}
- Un second bobinage réalisé sur deux dents opposées du stator pour générer les forces de lévitation. A titre d'exemple figure 1.16, le bobinage secondaire associé à la phase (a) est illustré par les bobines N_{sa1} et N_{sa2}.



Figure 1.15 : Principe de fonctionnement d'une machine à commutation de flux 12 /8 : (a) 1^{ère} phase alimentée (b) fin d'alimentation de la 1^{ère} phase (c) alimentation de la 2^{ème} phase Entrefer 2 Entrefer 2 Entrefer 4 Entrefer 4 Entrefer 4 Entrefer 4 Entrefer 4 Entrefer 4 Entrefer 5 Entrefer 4 Entre

Lorsque le bobinage principal N_{ma} est alimenté, il génère un champ magnétique qui est représenté par les traits pleins dans la figure 1.16. L'alimentation du bobinage secondaire N_{sa1} (ou N_{sa2}) par un courant i_{sa1} (ou i_{sa2}) permet de faire circuler un champ dont le chemin de flux est illustré par les traits discontinus. Dans ces conditions, on observe que la valeur de l'induction se renforcent sous une dent (entrefer 4) et diminuent sous la dent opposée (entrefer 2). Ce déséquilibre induit ainsi une force radiale dans la direction où le champ est renforcé.

Cette topologie peut également être réalisée avec un seul bobinage par dent comme le proposent les auteurs Wei-Tin Liu et *al* [16]

La machine à commutation de flux présente l'avantage d'être simple et robuste. En outre, son point fort est indubitablement son faible coût de réalisation. L'idée de l'utilisation de ce type de machine en mode auto-lévité, bien qu'élégante, se fait au prix d'une alimentation électronique et une commande relativement complexe. Par ailleurs, les performances pour générer la force radiale de lévitation en raison de l'action séquentielle des différentes phases n'est pas optimale.

1.5.3 Machine à distribution de courant statorique tournante

Le principe d'un moteur auto-lévité permettant à la fois la génération de couple et de force de lévitation n'est pas nouveau, on trouve pour la première fois cette idée proposée par Hermann [17] [18] dans les années 1970. Mais les machines auto-évitées n'ont connu leur essor qu'au début des années 90 avec un premier développement de modèle par A. Chiba et *al* [19] et R Schob et *al* [20] concernant les machines à reluctance variable. Par la suite, comme nous le verrons dans cette partie, les moteurs auto-lévités ont été adaptés aux machines à induction et à aimants permanents. Citons tout de même deux articles bibliographiques qui apportent un éclairage complet sur le sujet [21], [22] où les auteurs, introduisent l'historiques du développement de ces machines et présentent les différentes structures que l'on retrouve dans la littérature et les différents prototypes qui ont été réalisés jusqu'aux dates d'apparition de ces articles.

Après avoir présenté le principe de base des moteurs auto-lévités, nous verrons les conditions d'existence d'une force dans les machines auto-lévitées. Puis nous explorons plus attentivement les différents éléments qui composent ces moteurs : stator, bobinage, rotor... Nous verrons également quels éléments théoriques sont nécessaires pour leur modélisation. Nous finirons cette partie par la présentation de quelques prototypes que l'on peut trouver dans la littérature.

1.5.3.1 Principe de forces radiales

Dans cette partie, nous cherchons à illustrer le principe de génération de force dans une machine auto-lévitée. Nous considérons une machine conventionnelle (à induction, synchroréluctante, à aimants permanents) par exemple à 2 paires de pôles. Nous pouvons alors représenter la distribution d'induction de cette machine par les lignes de champ (rouges) telle qu'illustré sur la figure 1.17. Cette seule distribution de champ ne génère aucune force lorsque le rotor est centré car l'induction le long de l'entrefer est symétrique. Pour générer une force, il est possible de créer une dissymétrie de la distribution d'induction le long de l'entrefer par l'ajout d'une distribution d'induction correspondant à 1 paire de pôle. Cette distribution d'induction représentée en mauves sur la figure 1.18 ou la figure 1.19 permettent alors de créer respectivement une force résultante selon l'axe x ou y. Ces forces résultent du fait que d'un côté de l'axe les inductions s'ajoutent alors qu'elles se retranchent de l'autre côté créant ainsi un déséquilibre des efforts radiaux, il en résulte une force selon la direction où l'induction est plus élevée.

Pour générer une force dans les directions x et y, il est possible de sommer les deux distributions vues précédemment avec une pondération adéquate. Par exemple si l'on souhaite créer une force faisant un angle 45° avec l'axe x, la superposition des deux configurations précédentes se fait avec un même coefficient de pondération (figure 1.20).


Figure 1.17 : Flux d'une phase (a) d'un moteur classique





Figure 1.18 : Génération d'une force selon *x*

Figure 1.19 : Génération d'une force selon y



Figure 1.20 : Génération d'une force selon une direction quelconque

Le principe de base de génération de force selon une direction donnée peut se généraliser à d'autres machines de polarités différentes comme le montrent Yohji Okada et *al* [23]. Pour cela, il considère deux distributions d'inductions de polarité P_1 et P_2 dans l'entrefer destinées à produire le couple et la force radiale (suivant une direction donnée) simultanément. Il démontre que l'existence des forces radiales est conditionnée par :

$$P_1 - P_2 = \pm 1 \tag{1.19}$$

Cela signifie, que si l'on souhaite créer avec ce principe un moteur auto-lévité, on a besoin de générer simultanément deux distributions inductions de nombre de paires de pôles



Figure 1.21 : Combinaison des différentes polarités moteur/palier pour la génération de force [23]

consécutifs. La figure 1.21 illustres pour les machines en rotation un certain nombre de combinaisons de polarités P_1 et P_2 possibles [23]. Sur ces schémas, on remarque que pour les 4 cas de figure représentés, pour générer une force constante les vitesses électriques des deux systèmes (moteur, lévitation) sont identiques.

1.5.3.2 Structures de bobinages statoriques permettant la génération des distributions d'inductions de polarité p et p + 1

Comme nous venons de le voir dans la littérature, il est nécessaire de générer deux distributions d'induction de polarités successives pour créer à la fois le couple et la force de lévitation avec une structure de machine tournante classique. Pour ce faire, deux solutions existent dans la littérature :

- La première consiste à utiliser 2 bobinages distincts pour pouvoir injecter 2 distributions de courant générant des distributions d'induction de polarité p et p + 1 dans l'entrefer. Dans ce cas, il faut choisir un nombre de dents permettant d'introduire à la fois un bobinage générant une induction à p paires de pôle et un autre bobinage générant une induction à p paires de pôle et un autre bobinage générant une induction à p paires de pôle. Dans ce cas, on peut considérer des stators à bobinage concentrique [24] ou à bobinages distribués [25]. On peut aussi adopter une structure de stator sans dents telle que on peut le voir dans l'article [26].
- La seconde consiste à utiliser un seul bobinage à nombre de phases suffisant pour pouvoir générer deux distributions de courant créant des distributions d'inductions de polarité *p* et *p* + 1 dans l'entrefer.

Ainsi, Klaus Raggl et *al* [24] proposent de regrouper les deux bobinages en un seul bobinage 6-phase. Les résultats de son étude ont mis en évidence la forte réduction des pertes Joule dans la solution « conjointe » qui est toutefois nuancée par l'augmentation des pertes dans le convertisseur statique. Toutefois, les pertes globales semblent réduites comparées à la configuration avec des bobinages « distincts ». Néanmoins, cette réduction est fortement liée à la proportion entre générations de couple et de forces. D'autre part, comme nous le montrerons au chapitre III, la seule prise en compte des pertes n'est pas suffisante compte tenu des contraintes de coût.

De la même manière que les machines à bobinage distincts, les machines polyphasées auto-lévitées peuvent être réalisées avec une structure statoriques sans dents [27].

Dans ces différentes structures, en plus des fondamentaux de polarité p et p + 1 d'induction il apparaît des harmoniques d'induction de rangs supérieurs. Certains de ces harmoniques peuvent interagir entre eux et créer des forces perturbatrices. Plusieurs auteurs se sont penchés sur cette problématique [28] [29] [30].

On peut alors distinguer plusieurs solutions pour résoudre ce problème, la première consiste à étudier attentivement l'origine des harmoniques de force et proposer un bobinage distribué permettant d'éliminer les harmoniques d'induction à l'origine des principaux harmoniques de force [29] cette solution nécessite d'avoir un nombre d'encoches élevé au stator.

La solution d'un bobinage sans dents peut aussi être une réponse à ce type de problématique [31]. Cependant, cette solution augmente de façon importante les entrefers magnétiques.

1.5.3.3 Les différentes structures de rotors adaptés pour les machines auto-lévitées

Dans la littérature, les bobinages statoriques que nous venons d'évoquer peuvent être associés à différents types de rotor. Ainsi on retrouve des machine auto-lévitée à réluctance variable [19], à induction [32] ou à aimants permanents [33] selon le type du rotor.

Fengxiang Wang et *al* [34] proposent une comparaison des performances de quatre structures de moteurs auto-lévités avec : machines à induction, synchro-réluctante, à aimants surfacique, à aimants enterrés. Un bobinage triphasé statoriques permet de générer une induction de polarité 2 pour la génération de couple et un second bobinage diphasé statoriques permet de générer une polarité 1 pour le contrôle des forces. La figure 1.22 montre les différentes topologies de rotors à deux paires de pôles associées à un même stator et un entrefer mécanique identique. La figure 1.23 compare les forces radiales et les couples générés par les différentes topologies en fonction du courant de lévitation. Au regard des courbes on peut mettre en évidence les points suivants :

- Quel que soit le type de machine adopté, le couple est quasi constant sur la plage de variation du courant de lévitation (pas de couplage entre l'action de génération de force et le couple).
- La machine à aimants en surface présente le couple le plus important dans les mêmes conditions d'alimentation.
- La force de lévitation évolue de manière linéaire en fonction du courant de lévitation sur la plage de variation indiquée, et ce quel que soit la machine adoptée.
- La machine à induction présente une force de lévitation plus importante, cela s'explique d'une part par l'entrefer magnétique plus petit, une surface magnétique plus importante (tôles sur toute la périphérie).

Dans les moteurs synchrones très hautes vitesses, il serait plus judicieux d'avoir 1 paire de pôle au rotor pour réduire la fréquence d'alimentation et les contraintes sur les convertisseurs statiques. Dans ce cas, les machines à aimants enterrés n'étant pas performantes pour 1 paire de pôles (induction dans l'entrefer faible) celle-ci se retrouve inadaptée à un fonctionnement à très haute vitesse. Par ailleurs les machines synchro-réluctantes doivent conserver un entrefer identique dans les deux directions pour générer les mêmes forces selon les deux axes, de ce fait leur rotor ne peut pas avoir moins de 2 paires de pôles. Ces machines ne sont donc pas adaptées



Figure 1.23 : Comparaison des performances (forces radiales et couple) entre différentes topologies [34]

pour la très haute vitesse. Pour réaliser une machine synchrone très haute vitesse à une paire de pôles au rotor, la machine à aimants surfaciques semble être la meilleure candidate.

1.5.4 Prototypes de moteurs auto-lévités répertoriés dans la littérature

Dans cette partie, nous faisons une présentation non exhaustive des différents prototypes que l'on peut trouver dans la littérature. Pour chaque machine présentée, nous mentionnons leurs caractéristiques et les applications visées.

Dans [35] [36], les auteurs ont réalisé un prototype de moto-compresseur centrifuge atteignant 500 W à 60 000 tr/min pour un diamètre externe du rotor de 60 mm, avec des forces de références radiales de 10 N (figure 1.24). Il est composé d'un rotor à aimants à une paire de pôles, d'un stator à 12 dents avec deux bobinages distincts où chaque bobinage assure une des fonctionnalités de génération de couple et de génération de force.

Les mêmes auteurs [37] ont réalisé un moto-compresseur de 40 kW à 40000 tr/mn, pour un diamètre externe de 135 mm avec une force maximal de 218 N (figure 1.25). Cette machine plus puissante, possède un rotor à aimants permanents à 2 paires de pôles et la lévitation est assurée par un bobinage statorique distribué sur 36 dents à 3 paires de pôles.

On voit ici, que les auteurs de ces articles ont privilégié les structures à aimants surfaciques à faible nombre de paires de pôles pour les applications très hautes vitesse.

La société Sulzer Pumps Ltd a réalisé et testé une moto-pompe de 30 kW à 3100 tr/min qui développe une force radiale de 3500 N [38] [39]. Cette moto-pompe (Figure 1.26) étant constituée, entre autres, d'un moteur auto-lévité, de deux paliers magnétiques radiaux et d'un

palier magnétique axial (butés), probablement pour contrer les fléchissements de l'arbre. Par ailleurs, il s'agit d'un moteur auto-lévité asynchrone à cage d'écureuil (induction).

La figure 1.27 représente la vue d'un moteur auto-lévité à rotor externe pour des applications de malaxage à basse vitesse dans l'industrie pharmaceutique où la pollution et les frottements sont à minimiser [40]. Ce prototype utilise un rotor à aimants avec 8 paires de pôles et un stator 6 phases. La figure 1.28 montre un autre exemple de malaxeur muni de ce type moteur, le prototype réalisé permet de délivrer un couple de 20 Nm à 500 tr/mn [41]. Dans ces applications base vitesse, on peut penser que l'augmentation du nombre de paires de pôles permet de réduire l'encombrement en réduisant l'épaisseur des culasses.

Les figure 1.29 et figure 1.30 présentent un prototype de moteur auto-lévité faible puissance destinée à un disque dur fonctionnant de manière intensive à hautes vitesses (10 000 tr/min) [42] [39]. Le prototype d'un rayon extérieur de 36mm et d'une hauteur de 6mm peut générer des forces radiales par unité de courant de 3.5 N/A et un couple de 5Nm, il s'agit d'un moteur à aimants permanents surfaciques dont le nombre de paires de pôles n'est pas spécifié et avec un stator à 12 dents.

Enfin, la Figure 1.31 [43] présente 2 moteurs auto-lévités à aimants permanents 6 pôles au rotor et à 18 dents statoriques afin de supprimer tous les paliers magnétiques actifs. Chaque machine de ce prototype présente la particularité d'avoir les surfaces statorique et rotorique au niveau de l'entrefer de forme conique, cette forme permet de créer une butée axiale.

Ces différents prototypes, semblent indiquer que le principe de la lévitation par des moteurs auto-lévités est réaliste. Par ailleurs, ils semblent confirmer les conclusions que nous avons tirées de la comparaison des différentes machines puisqu'ici la plupart sont des machines à aimants permanents surfaciques dont le nombre de paires de pôles est faible lorsque l'on souhaite atteindre des très hautes vitesses de rotation. Dans les chapitres suivants, nous cherchons à modéliser ces machines en vue de leur conception et alimentation.



Figure 1.24 : Moto-compresseur centrifuge 500W/60000 tr/mn [36]





Figure 1.26 : Pompe 30 kW/3100 tr/mn [39]



Figure 1.27 : Moteur d'un malaxeur [40]



Figure 1.28 : Malaxeur [41]



Figure 1.29 : Stator d'un moteur autolévité d'un disque dur [42]



Figure 1.30 : Moteur auto-lévité d'un disque dur [39]



Figure 1.31 : Deux moteurs auto-lévités destinés aux roues d'inertie [43]

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu faire un tour d'horizon des différentes technologies de paliers existants et mieux situer les arbres lévités parmi ces solutions. Ainsi nous avons pu constater que les moteurs auto-lévités ou les paliers magnétiques actifs répondent à des besoins des systèmes à très hautes vitesses. La description du fonctionnement des paliers magnétiques actifs nous a permis de voir quelles sont les règles de dimensionnement de base et que leurs forces étaient contrôlées par des régulateurs linéaires. De plus, ces régulateurs linéaires ne dépendant que de la mécanique de l'arbre, ces mêmes régulateurs peuvent être utilisés lorsque l'on remplace un palier magnétique actif par un moteur auto-lévité.

Dans un second temps, l'étude du contrôle de la lévitation et l'étude des modes du système ont démontré l'importance de prendre en compte à la fois la limite de la bande passante des paliers magnétiques ou moteurs auto-lévités et les vitesses critiques. Ainsi, les vitesses critiques liées aux modes rigides du système peuvent être évitées par la commande. À l'inverse, les modes flexibles dont les fréquences se situent au-delà de la bande passante des systèmes de lévitation ne peuvent pas être contrôlée et les vitesses critiques issues de ces modes sont donc subies en fonction de la géométrie de l'arbre. Ces modes flexibles sont donc la principale limite en termes de vitesse de rotation. Il est également important de constater que plus l'arbre sera court plus ces modes flexibles auront des fréquences élevées et on peut ainsi augmenter la vitesse maximale du système.

Enfin, l'état de l'art des machines auto-lévitées réalisées dans le monde a permis de démontrer que certaines technologies de moteurs auto-lévités n'étaient pas adaptées pour l'application de vitesse. Parmi les machines auto-lévitées citées dans la littérature, celles à aimants permanents surfaciques se distinguent pour les applications visées. Ce choix est renforcé par les différents prototypes qui ont pu être recensés dans la littérature.

Dans les chapitres qui suivent nous cherchons donc à modéliser le principe de la génération de force radiale d'un moteur auto-lévité à aimants surfaciques afin de pouvoir les concevoir, les alimenter et commander.

Chapitre II :

Modélisation magnétique des forces radiales dans les moteurs auto-lévités

Sommaire

2.1	INTRO	DUCTION.	33		
2.2	2.2 MODELISATION DES EFFORTS D'UNE MACHINE ELECTRIQUE				
2.	2.1	Modélisation des efforts	34		
2.	2.2	Contribution de chaque source dans l'induction d'entrefer	38		
2.	2.3	Normes des composantes Bn et Bt	40		
2.	2.4	Liens entre les phases θ n et θ t des composantes Bn et Bt	44		
2.	2.5	Réduction de l'expression des forces en fonction la localisation des sources	46		
2.	2.6	Cas particulier des flux homopolaires	49		
2.3	Evol	JTION DE L'EXPRESSION DE LA FORCE EN POSITION DECENTREE	51		
2.4	Appli	CATION AUX MACHINES AUTO-LEVITEES A AIMANTS PERMANENTS.	57		
2.	4.1	Topologie de machine	57		
2.	4.2	Choix de polarités	58		
2.	4.3	Type de bobinage	58		
2.	4.4	Harmoniques d'induction liés au bobinage et aux aimants	59		
2.	4.5	Aspects numériques et validation statistique	63		
	2.4.5	1 Comparaison des temps de calcul	64		
	2.4.5	2 Validation statistique	64		
2.	4.6	Etude des différentes topologies retenues.	66		
	2.4.6	1 Topologie à 5 phases	66		
	2.4.6	2 Topologie à 6 phases	72		
2.5	2.5 PRISE EN COMPTE DES DIFFERENTS ASPECTS DE LA SATURATION				
2.	5.1	Saturation de la culasse uniquement	77		
2.	5.2	Saturation des dents uniquement	79		
2.	5.3	Définition des seuils critiques de saturation	81		
	2.5.3	1 Saturation des dents	81		
26	2.5.3	2 Saturation des culasses	83		
2.0	2.0 CUNCLUSION				

2.1 Introduction

L'état de l'art réalisé au chapitre précédent nous a permis d'identifier les topologies les plus intéressantes pour les applications visées. Ainsi, nous avons choisi d'investiguer dans le domaine des machines à structures classiques avec une lévitation assurée par la génération de deux distributions d'inductions de polarité p et p + 1.

Dans ce chapitre, nous cherchons à modéliser les différents phénomènes à l'origine des forces pouvant permettre la lévitation de l'arbre. L'objectif de cette modélisation est alors d'identifier les différents éléments dimensionnant des moteurs auto-lévités. Par ailleurs, afin d'illustrer nos propos nous chercherons à identifier la topologie la plus adaptée pour la lévitation.

Lors de la modélisation de la machine, nous commencerons par nous intéresser à l'influence de chaque harmonique de l'induction magnétique dans l'entrefer lorsque le rotor est centré. Puis dans un second temps nous distinguerons les différentes sources d'induction (distribution de courant, aimants permanents) afin de prendre en compte de façon rapide l'influence des composantes tangentielles de l'induction en fonction des paramètres géométriques de la machine. Une fois que ce modèle spectral est établi, nous généralisons la modélisation au cas de l'existence d'une composante homopolaire du flux.

En s'appuyant sur cette première modélisation en position centrée, nous établirons un second modèle en tenant compte que de l'induction normale en fonction du décentrement. Ce modèle, permettra d'établir les règles de dimensionnement en fonction du décentrement maximal autorisé.

Les modèles établis permettront alors d'avoir une vue globale des grandeurs à prendre en compte lors du dimensionnement : influence de la composante tangentielle de l'induction, influence de la localisation de l'origine des sources d'induction, ondulations de la force liée aux harmoniques de l'induction, raideur négative maximale.

Ces modèles seront ensuite utilisés pour étudier les machines multi-phases à aimants permanents surfaciques. Nous verrons alors comment aborder le problème en fonction de la structure, utiliser les différents modèles développés et donner des premières recommandations sur la conception des machines auto-lévitées.

Parallèlement à cette démarche tout analytique, un modèle mixte basé sur les résultats analytiques, l'évolution des harmoniques d'induction et quelques calculs éléments finis élémentaires permettent de retrouver très rapidement les ondulations de la force lors de la rotation. Ce modèle sera alors validé de façon statistique pour s'assurer de sa validité. Enfin, nous analysons l'influence de la saturation du circuit magnétique afin de définir les limites de ce modèle.

Ainsi, ce chapitre donne les éléments nécessaires à la conception et au dimensionnement du circuit magnétique d'un moteur auto-lévité à aimants permanants pour une application donnée. Les résultats seront alors utilisés dans les chapitres suivants pour illustrer le modèle externe de cette machine et dans le dernier chapitre pour réaliser un prototype.

2.2 Modélisation des efforts d'une machine électrique

2.2.1 Modélisation des efforts

Dans cette partie, afin de modéliser une machine auto-lévitée de la façon la plus générale possible, on adopte une modélisation d'une machine simple. La machine est composée :

- D'un stator : une partie ferromagnétique fixe par rapport au repère terrestre.
- D'un rotor : une partie ferromagnétique dont le mouvement est totalement libre dans les six degrés de liberté $(x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$ présentés sur la Figure 2.1.
- D'un entrefer : espace de vide ou de fluide qui sépare le rotor et le stator.

Selon cette définition, il n'y a aucun *a priori* sur les positions relatives du stator et du rotor. Ainsi, les deux versions (rotor intérieur -stator extérieur ou rotor extérieur -stator intérieur) sont possibles.

L'objectif d'un tel dispositif magnétique est de créer un couple électromagnétique permettant la rotation autour de l'axe z tout en bloquant les autres degrés de liberté. Si la machine ne bloque pas tous les autres degrés de liberté, il est alors nécessaire d'ajouter d'autres systèmes de façon à bloquer ces derniers. Dans notre cas, les moteurs autos-lévités ne bloquent que 2 degrés de liberté en générant des forces selon les axes x et y. Il sera donc nécessaire d'ajouter d'autres paliers pour bloquer les autres degrés de liberté.

L'application du tenseur de Maxwell $\overline{\overline{T}}$ décrit dans l'équation (2.1) sur un contour Γ fermé dans l'entrefer, de rayon R_0 et de longueur L_z , représenté en rouge sur la Figure 2.1, permet de déterminer les efforts magnétiques exercés sur le rotor.

$$\bar{\bar{T}} = \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} (B_n^2 - B_t^2) & B_n B_t & 0\\ B_t B_n & \frac{1}{2} (B_n^2 - B_t^2) & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{B} \end{pmatrix}$$
(2.1)



Figure 2.1 : Représentation schématique d'une machine électrique

Les grandeurs B_n et B_t sont respectivement les composantes normale et tangentielle de l'induction magnétique le long du contour considéré et μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

Dans le tenseur exprimé précédemment sous forme matricielle, deux grandeurs locales se dégagent qui sont les contraintes magnétiques radiale σ_n et tangentielle σ_t . Ces deux grandeurs s'expriment par :

$$\sigma_n = \frac{B_n^2 - B_t^2}{2\mu_0}$$

$$\sigma_t = \frac{B_t B_n}{\mu_0}$$
(2.2)

Ces composantes locales, peuvent alors être projetées sur des repères $(\overrightarrow{x_m}, \overrightarrow{y_m})$ correspondant à une décomposition du repère le long du contour où m va de 0 à l'infini. Il résulte alors pour chaque valeur de m les composantes F_{mx} et F_{my} , que l'on appelle ici forces radiales de rang m. Elles sont exprimées par :

$$F_{mx} = \frac{R_0 L_z}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} [(B_n^2 - B_t^2) \cos(m\theta_s) - 2B_t B_n \sin(m\theta_s)] d\theta_s$$

$$F_{my} = \frac{R_0 L_z}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} [(B_n^2 - B_t^2) \sin(m\theta_s) + 2B_t B_n \cos(m\theta_s)] d\theta_s$$
(2.3)

Pour illustrer ces différents champs de forces radiales associé a F_{mx} et F_{my} , on représente les différents champs de forces non nuls de rang m sur la Figure 2.2. Dans cette figure, le contour bleu représente la position pour laquelle la force est nulle et le contour rouge représente les enveloppes des champs de force de rang m.

Plusieurs constatations peuvent être faites en fonction du rang m d'un champ de forces considéré :

- Le rang *m* = 0, représente le cas pour lequel le champ de force est uniforme dans toutes les directions radiales.
- Le rang *m* = 1, a un repère qui coïncide avec le repère spatial du système. De ce fait les forces exercées correspondent aux forces de lévitation. Dans le cadre de notre étude, ce sont ces forces qui nous intéressent.
- Pour les rangs m > 1, les champs de forces radiales pourront déformer le rotor en fonction des caractéristiques des matériaux. Ces déformations lorsqu'elles sont trop importantes, peuvent engendrer des dégâts irréversibles au système. Par ailleurs, lorsqu'elles sont à des fréquences audibles, elles peuvent engendrer du bruit. Ces forces ne sont pas abordées dans le cadre de cette thèse.

Par ailleurs, il convient de ne pas confondre les champs de force, en l'occurrence d'origine magnétique, pouvant engendrer des déformations et les modes mécaniques qui sont propres à la structure.



Figure 2.2 : Représentation des différents champs de force

Il est intéressant d'analyser les contributions des harmoniques spatiaux de l'induction d'entrefer aux contraintes mécaniques appliquées sur le rotor. Par soucis de compacité de formulation, nous utilisons les indices génériques α ou β pour désigner simultanément les composantes normale ou tangentielle. Ainsi, nous adoptons l'écriture spectrale suivante pour une composante quelconque de l'induction d'entrefer au niveau du contour Γ définis sur la Figure 2.1:

$$B_{\alpha}(\theta_{s}) = \frac{1}{2} \sum_{i>0} \overline{B}_{\alpha,i} e^{ji\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}^{*} e^{-ji\theta_{s}}$$
(2.4)

 $\overline{B_{\alpha,l}}$: représente le $i^{\grave{e}me}$ terme complexe de la décomposition en série de Fourrier de $B_{\alpha}(\theta_s)$ qui peut représenter une des deux composantes de l'induction (normale ou tangentielle) indicée n ou t.

Cette notation utilisant des indices génériques permet de traiter avec la même formulation les termes B_t^2 , B_n^2 et $B_t B_n$ de l'équation (2.3), les indices α et β prenant la place d'un indice t ou n. L'écriture générique d'un des termes précédents est alors de la forme :

$$B_{\alpha}(\theta_{s})B_{\beta}(\theta_{s}) = \frac{1}{4} \sum_{i} \sum_{k} [\overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}e^{j(i+k)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}^{*}\overline{B}_{\beta,k}^{*}e^{-j(i+k)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}^{*}e^{j(i-k)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}^{*}\overline{B}_{\beta,k}e^{-j(i-k)\theta_{s}}]$$

$$(2.5)$$

Dans les expressions (2.3), chaque terme multiplié par le terme $\cos(m\theta_s)$ ou $\sin(m\theta_s)$ devient alors :

$$B_{\alpha}(\theta_{s})B_{\beta}(\theta_{s})\cos(m\theta_{s}) = \frac{1}{8}\sum_{i}\sum_{k} [\overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}e^{j(i+k+m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}^{*}\overline{B}_{\beta,k}^{*}e^{-j(i+k-m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}^{*}e^{j(i-k+m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}e^{j(i-k+m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}e^{j(i-k-m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}^{*}e^{j(i-k-m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}^{*}e^{j(i-k-m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}e^{j(i-k-m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}e^{j(i-k-m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}\overline{B}_{\beta,k}e^{-j(i-k+m)\theta_{s}}]$$

$$(2.6)$$

$$B_{\alpha} (\theta_{s}) B_{\beta}(\theta_{s}) \sin(m\theta_{s}) = \frac{1}{8} \sum_{i} \sum_{k} [\overline{B}_{\alpha,i} \overline{B}_{\beta,k} e^{j(i+k+m)\theta_{s}} - \overline{B}_{\alpha,i}^{*} \overline{B}_{\beta,k}^{*} e^{-j(i+k-m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i} \overline{B}_{\beta,k}^{*} e^{j(i-k+m)\theta_{s}} - \overline{B}_{\alpha,i}^{*} \overline{B}_{\beta,k} e^{-j(i-k-m)\theta_{s}} - \overline{B}_{\alpha,i} \overline{B}_{\beta,k} e^{j(i-k-m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}^{*} \overline{B}_{\beta,k}^{*} e^{-j(i-k+m)\theta_{s}} - \overline{B}_{\alpha,i} \overline{B}_{\beta,k}^{*} e^{j(i-k-m)\theta_{s}} + \overline{B}_{\alpha,i}^{*} \overline{B}_{\beta,k}^{*} e^{-j(i-k+m)\theta_{s}}]$$

$$(2.7)$$

Lorsque les expressions précédentes sont intégrées le long du contour Γ , les seuls termes non nuls sont ceux pour lesquels $i - k \pm m = 0$. Ainsi il existe une force magnétique de rang m si et seulement s'il existe des harmoniques de l'induction de rangs i et k tel que : $i - k = \pm m$. Autrement dit, l'existence simultanée d'harmoniques l'induction d'entrefer de rangs n et n + mcrée un champ de force de rang m.

Dans le cas du mode rigide (m = 1) permettant de générer les forces de lévitation, seuls les harmoniques de rangs successifs permettent la génération de force. Dans la suite de cette analyse, seul le mode rigide est conservé et par conséquent, l'indice *m* prend la valeur 1. Pour l'étude des autres modes mécaniques l'ensemble des calculs qui suivent, peuvent être menés en gardant l'indice *m* dans les différentes expressions.

$$\int_{0}^{2\pi} B_{\alpha}(\theta_{s}) B_{\beta}(\theta_{s}) \cos(\theta_{s})$$

$$= \frac{2\pi}{8} \sum_{i} \left[\overline{B}_{\alpha,i} \overline{B}_{\beta,i+1}^{*} + \overline{B}_{\alpha,i}^{*} \overline{B}_{\beta,i+1} + \overline{B}_{\alpha,i+1}^{*} \overline{B}_{\beta,i} + \overline{B}_{\alpha,i+1} \overline{B}_{\beta,i}^{*} \right]$$
(2.8)

$$\int_{0}^{2\pi} B_{\alpha}(\theta_{s}) B_{\beta}(\theta_{s}) \sin(\theta_{s})$$

$$= \frac{2\pi}{j8} \sum_{i} \left[\overline{B}_{\alpha,i} \overline{B}_{\beta,i+1}^{*} - \overline{B}_{\alpha,i}^{*} \overline{B}_{\beta,i+1} + \overline{B}_{\alpha,i+1}^{*} \overline{B}_{\beta,i} - \overline{B}_{\alpha,i+1} \overline{B}_{\beta,i}^{*} \right]$$
(2.9)

Pour m = 1, la notation F_x et F_y sera adoptée pour les forces exprimées dans l'équation (2.3), leurs expressions en tenant compte des équations (2.8) et (2.9) deviennent alors :

$$F_{x} = \frac{R_{0}L_{z}}{2\mu_{0}}\frac{\pi}{4} \left[\sum_{i}^{-2} \left[\overline{B}_{t,i}\overline{B}_{n,i+1}^{*} + \overline{B}_{t,i}^{*}\overline{B}_{n,i+1} \right] + 2\left[\overline{B}_{n,i}\overline{B}_{n,i+1}^{*} + \overline{B}_{n,i}^{*}\overline{B}_{n,i+1} \right] - \frac{2}{j} \left[\overline{B}_{t,i}\overline{B}_{n,i+1}^{*} - \overline{B}_{t,i}^{*}\overline{B}_{n,i+1} + \overline{B}_{t,i+1}^{*}\overline{B}_{n,i} - \overline{B}_{t,i+1}\overline{B}_{n,i}^{*} \right] \right]$$
(2.10)

Et

$$F_{y} = \frac{R_{0}L_{z}}{2\mu_{0}} \frac{\pi}{4} \left[\sum_{i}^{2} \frac{-2[\bar{B}_{t,i}\bar{B}_{t,i+1}^{*} - \bar{B}_{t,i}^{*}\bar{B}_{t,i+1}]}{+2[\bar{B}_{n,i}\bar{B}_{n,i+1}^{*} - \bar{B}_{n,i}^{*}\bar{B}_{n,i+1}]} + \frac{2}{j} [\bar{B}_{t,i}\bar{B}_{n,i+1}^{*} + \bar{B}_{t,i}^{*}\bar{B}_{n,i+1} + \bar{B}_{t,i+1}^{*}\bar{B}_{n,i} + \bar{B}_{t,i+1}\bar{B}_{n,i}] \right]$$
(2.11)

Cette écriture permet de mettre les expressions des composantes de la forces sous forme de somme des termes liée aux contributions des harmoniques de rangs i et i + 1 de l'induction d'entrefer. D'autre part, les expressions précédentes peuvent être simplifiées en utilisant les parties réelles et imaginaires de différentes représentations complexes des harmoniques de l'induction. L'écriture condensée suivante est alors obtenue :

$$\begin{cases} F_x = K_f \sum_i F_{xi} \\ F_y = K_f \sum_i F_{yi} \end{cases}$$
(2.12)

avec

$$F_{xi} = Re[\bar{B}_{n,i}\bar{B}_{n,i+1}^{*}] - Re[\bar{B}_{t,i}\bar{B}_{t,i+1}^{*}] - Im[\bar{B}_{t,i}\bar{B}_{n,i+1}^{*} + \bar{B}_{t,i+1}^{*}\bar{B}_{n,i}]$$

$$F_{yi} = Im[\bar{B}_{n,i}\bar{B}_{n,i+1}^{*}] - Im[\bar{B}_{t,i}\bar{B}_{t,i+1}^{*}] + Re[\bar{B}_{t,i}\bar{B}_{n,i+1}^{*} + \bar{B}_{t,i+1}^{*}\bar{B}_{n,i}]$$

$$K_{f} = \frac{R_{0}L_{z}\pi}{2\mu_{0}}$$
(2.13)

où les forces élémentaires F_{xi} et F_{yi} représentent les contributions des couples d'harmoniques de rangs successifs *i* et *i* + 1. Cette notation permet d'identifier la contribution de chaque paire d'harmoniques de l'induction à la force globale.

2.2.2 Contribution de chaque source dans l'induction d'entrefer

Les efforts magnétiques exercés sur le rotor peuvent être exprimés en fonction des composantes de l'induction \vec{B} dans l'entrefer comme il a été démontré dans le paragraphe précédent. L'induction d'entrefer peut être créée par différentes sources pouvant se situer sur le rotor ou sur le stator. Il est intéressant de considérer la contribution de chaque source d'induction individuellement afin d'observer son action sur le système. Nous commençons par définir une source d'induction. Pour ce faire, la formulation en potentiel vecteur magnétique est adoptée.

Chaque domaine homogène de perméabilité magnétique μ du système peut alors être caractérisé par l'équation de diffusion en formulation "potentiel vecteur" mise sous la forme :

$$\nabla^2 \vec{A} = \mu \, \vec{S} \tag{2.14}$$

Les sources d'induction sont alors les régions de l'espace pour lesquelles le terme \vec{S} est non nul. Il existe différentes sources dans les machines tournantes que l'on peut regrouper en deux catégories :

• Les courants : qu'ils soient induits ou imposés par un générateur externe ; l'équation (2.14) devient alors :

$$\nabla^2 \vec{A} = \mu. \vec{J} \tag{2.15}$$

Ce type de source est fréquent, il peut s'agir de densité de courant issue des bobinages qu'ils soient à plots ou distribués mais également de densité de courants induits qu'elles soient volontaires comme dans les machines à induction ou subies dans les parties conductrices d'une machine synchrone.

• Les aimants : caractérisés par une induction rémanente $\overrightarrow{B_r}$ et pour lesquels l'équation (2.14) devient pour le domaine considéré :

$$\nabla^2 \vec{A} = \nabla \wedge \vec{B_r} \tag{2.16}$$

Dans la suite de l'étude et afin de pouvoir isoler la contribution des différentes sources aux efforts agissant sur le rotor, on est amené à utiliser le théorème de superposition. Si l'application de ce théorème ne pose aucun problème dans l'entrefer en raison de la linéarité magnétique de l'air, les valeurs des inductions générées par les différentes sources ne sont pas indépendantes, en raison de la saturation dans les parties ferromagnétiques. Pour s'affranchir de ce problème, la machine est considérée comme non saturée.

Dans ces conditions, la décomposition spectrale de l'induction d'entrefer peut être écrite comme la somme des inductions dues aux différentes sources :

$$B_{\alpha} = \sum_{i>0} \sum_{\varrho} \overline{B}_{\alpha,\varrho,i} e^{ji\theta_{S}} + \overline{B}^{*}_{\alpha,\varrho,i} e^{-ji\theta_{S}}$$
(2.17)

où $B_{\alpha,\varrho,i}$ représente la $i^{\grave{e}me}$ composante de la décomposition spectrale de l'induction B_{ϱ} due à la source notée ϱ ; cet indice représente toutes les sources possibles du système. La composante élémentaire de l'induction peut être mise sous la forme polaire suivante :

$$\overline{\boldsymbol{B}}_{\alpha,\varrho,i} = B_{\alpha,\varrho,i} e^{j\theta_{\alpha,\varrho,i}}$$
(2.18)

En introduisant la décomposition (2.17) dans l'équation (2.12), il est alors possible d'exprimer les contributions élémentaires $F_{xi,\varrho,\varsigma}$ ou $F_{yi,\varrho,\varsigma}$ à la force générée par les différents harmoniques de chaque source d'induction. Ces contributions élémentaires portent un double indice ϱ, ς dû au fait qu'elles découlent toujours d'un produit de deux harmoniques de l'induction qu'ils soient issus de la même source ou de deux sources différentes. Les forces F_x et F_y peuvent alors être mises sous la forme :

$$F_{x} = \sum_{\varrho,\varsigma,i} F_{x,i,\varrho,\varsigma}$$

$$F_{y} = \sum_{\varrho,\varsigma,i} F_{y,i,\varrho,\varsigma}$$
(2.19)

Ainsi, l'équation (2.13) donnant les expressions de forces élémentaires devient :

$$F_{x,i,\varrho,\varsigma} = K_f \Big(B_{n,\varrho,i} B_{n,\varsigma,i+1} \cos(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) - B_{t,\varrho,i} B_{t,\varsigma,i+1} \cos(\theta_{t,\varrho,i} - \theta_{t,\varsigma,i+1}) \\ - B_{n,\varrho,i} B_{t,\varsigma,i+1} \sin(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{t,\varsigma,i+1}) \\ - B_{t,\varrho,i} B_{n,\varsigma,i+1} \sin(\theta_{t,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \Big)$$

$$(2.20)$$

$$F_{y,i,\varrho,\varsigma} = K_f \Big(B_{n\varrho,i} B_{n\varsigma,i+1} \sin(\theta_{n\varrho,i} - \theta_{n\varsigma,i+1}) - B_{t\varrho,i} B_{t\varsigma,i+1} \sin(\theta_{t\varrho,i} - \theta_{t\varsigma,i+1}) \\ + B_{n\varrho,i} B_{t\varsigma,i+1} \cos(\theta_{n\varrho,i} - \theta_{t\varsigma,i+1}) \\ + B_{t\varrho,i} B_{n\varsigma,i+1} \cos(\theta_{t\varrho,i} - \theta_{n\varsigma,i+1}) \Big)$$

$$(2.21)$$

Les équations ci-dessus montrent la complexité du système, en effet chaque force élémentaire dépend de huit paramètres différents. Afin de pouvoir analyser et comprendre les différentes contributions, il est nécessaire de réduire au maximum ces expressions soit en trouvant un lien entre les différentes grandeurs ou en supprimant celles qui ont une influence négligeable. Pour ce faire, les relations entre harmoniques des composantes tangentielles et normales de l'induction d'entrefer sont analysées dans ce qui suit.

2.2.3 Normes des composantes B_n et B_t

Par souci de simplification, lorsqu'on cherche à déterminer les forces radiales dans les machines tournantes, on néglige la composante tangentielle de l'induction devant la composante normale. Afin de confirmer ou d'infirmer cette hypothèse, nous recherchons les relations entre les composantes $B_{n,\varrho,k}$ et $B_{t,\varrho,k}$ pour établir une règle simple autorisant à négliger la composante tangentielle.

Le problème est approché par une modélisation en deux dimensions (2D) où le potentiel vecteur n'a qu'une seule composante dans la direction \vec{z} . La résolution analytique de l'équation de Laplace régissant le potentiel vecteur dans l'entrefer peut permettre de déterminer le rapport $B_{t,\varrho,k}/B_{n,\varrho,k}$.

Pour résoudre ce problème de façon simple, la modélisation suivante est adoptée : la machine présente une des deux armatures (stator ou rotor) lisse. La deuxième armature (rotor ou stator) est de forme quelconque et munie d'une source d'induction notée ϱ (Figure 2.3). C'est le cas, par exemple, d'un stator ou rotor encoché muni d'un bobinage en face d'un rotor ou stator lisse. De plus, le fer et considéré comme infiniment perméable $\mu_r = \infty$. Dans l'entrefer, nous avons alors :



Figure 2.3 : Exemple de géométrie aléatoire : (a) rotor lisse et stator quelconque (b) rotor quelconque et stator lisse

$$\frac{\partial^2 A_{\varrho}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{\varrho}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{\varrho}}{\partial \theta^2} = 0$$
(2.22)

La solution générale de cette équation est bien connue, il s'agit de :

$$A_{\varrho}(r,\theta_s) = (a_0 \ln(r) + b_0) + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k r^k + b_k r^{-k}) (\cos(k\theta_s + D_{e,k}))$$
(2.23)

où a_k , b_k et $D_{e,k}$ sont les termes de la solution générale dépendant des conditions aux limites du système, r et θ_s sont les coordonnées cylindrique du système.

Il est alors aisé de retrouver pour chaque harmonique l'expression de la composante normale et tangentielle de l'induction :

$$B_{t,\varrho} = -\frac{\partial A}{\partial r} = \frac{a_0}{r} + \sum_{k=1}^{\infty} k(a_k r^{k-1} - b_k r^{-k-1}) \cos(k\theta_s + D_{e,k})$$
(2.24)

$$B_{n,\varrho} = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} = \sum_{k=1}^{\infty} k(a_k r^{k-1} + b_k r^{-k-1}) \sin(k\theta_s + D_{e,k})$$
(2.25)

Les amplitudes de chaque composante sont alors isolées et mises sous la forme :

$$B_{t,\varrho,k} = k(a_k r^{k-1} - b_k r^{-k-1})$$
(2.26)

et

$$B_{n,\varrho,k} = k(a_k r^{k-1} + b_k r^{-k-1})$$
(2.27)

Ce qui permet d'exprimer le rapport entre l'amplitude de l'induction tangentielle et normale pour chaque harmonique de rang k:

$$\frac{B_{t,\varrho,k}}{B_{n,\varrho,k}} = \frac{(a_k r^{k-1} - b_k r^{-k-1})}{(a_k r^{k-1} + b_k r^{-k-1})}$$
(2.28)

Le rapport des amplitudes ne dépend que du rapport entre les termes a_k et b_k . Ces rapports peuvent être déterminés par la condition à la limite du côté considéré comme circulaire et lisse.

$$\left. \frac{\partial A_{\varrho}}{\partial r} \right|_{r=R_a} = 0 \tag{2.29}$$

où R_a représente le rayon (interne ou externe) de l'armature lisse.

$$k(a_k R_a^{k-1} - b_k R_a^{-k-1}) = 0$$
(2.30)

$$a_k = b_k R_a^{-2k} \tag{2.31}$$

Finalement, le rapport peut alors s'écrire :

$$\frac{B_{t,\varrho,k}}{B_{n,\varrho,k}} = \frac{\left(R_a^{-2k}r^{k-1} - r^{-k-1}\right)}{\left(R_a^{-2k}r^{k-1} + r^{-k-1}\right)}$$
(2.32)

Ce terme ne dépend pas de la source d'induction mais seulement du rayon où l'on souhaite connaître le rapport entre $B_{n,\varrho,k}$ et $B_{t,\varrho,k}$ et la condition à la limite imposée par l'armature lisse.

Une illustration de ce rapport (figure 2.4) pour les deux cas possibles est réalisée en comparant les résultats obtenus théoriquement et par une simulation numérique utilisant les éléments finis.

La démarche suivante est adoptée : un rotor ou stator lisse est considéré sans source d'induction et l'autre armature a une forme quelconque obtenue de manière aléatoire. De plus une source ponctuelle d'induction est imposée sur l'armature non lisse. Pour se rapprocher du cas réel, la perméabilité relative est fixée à $\mu_r = 500$ lors des calculs par éléments finis des armatures.

Les composantes normale et tangentielle de l'induction d'entrefer sur le contour rouge de la figure 2.3 sont calculées par éléments finis et décomposées en séries de Fourier. Les normes de chaque harmonique sont alors extraites pour trouver le rapport $B_{t,\varrho,k}/B_{n,\varrho,k}$. Ce rapport, déterminé numériquement est comparé à la valeur analytique donnée par l'expression (2.32). Les résultats des deux calculs sont parfaitement concordant, ils sont illustrés par la figure 2.4, ce qui permet de valider l'expression analytique (2.32).

Il est possible de déterminer de façon simple et rapide si la composante B_t a une amplitude négligeable pour chaque harmonique considéré.



Figure 2.4 : Rapport B_t/B_n en fonction du rang harmonique (a) source extérieure (b) source intérieure

Les résultats de la figure 2.4 sont évidemment données pour une géométrie quelconque des armatures et pour un contour situé à une distance fixe de l'armature lisse. Ils servent dans un premier temps à la validation du modèle analytique. Il est intéressant d'analyser le comportement du rapport $B_{t,\varrho,k}/B_{n,\varrho,k}$ harmonique par harmonique en fonction des dimensions de l'armature lisse.

La figure 2.5 représente le rapport $B_{t,\varrho,k}/B_{n,\varrho,k}$ pour un jeu d'harmoniques (1, 2 et 5) en fonction du rapport R_a/e' , où R_a est le rayon de l'armature lisse et e' la distance entre ce rayon et le contour Γ considéré, dans les deux configurations considérées (stator lisse ou rotor lisse). Le tracé du rapport $B_{t,\varrho,k}/B_{n,\varrho,k}$ prélevé à e' = 1 mm de l'armature lisse pour différents harmoniques montre que la composante tangentielle de l'induction d'entrefer dans les machines ne peut pas être négligée lorsque R_a/e' est relativement faible ($B_{t,\varrho,k}/B_{n,\varrho,k} > 5\%$ pour R_a/e' <20). Ce résultat est valable pour l'harmonique spatial de rang 1. Pour les machines multipolaires et les harmoniques de rangs élevés d'une machine bipolaire, le taux de l'induction tangentielle est nettement supérieur pour un rapport R_a/e' donné.

D'autres remarques peuvent être faites :

- Tout d'abord au regard de la formulation de la proportion de B_{t,Q,k}/B_{n,Q,k} pour les dispositifs ayant une armature lisse en face d'une armature dentée munie d'une source, il est possible de négliger la composante tangentielle quelle que soit la géométrie de l'armature non lisse à condition de considérer le contour sur l'armature lisse (e' = 0). C'est le cas des paliers magnétiques actifs.
- Pour les machines ayant des sources à la fois sur les parties rotorique et statorique telles que les machines à aimants, les machines à rotor bobiné ou les machines à induction, la composante tangentielle de l'induction ne peut pas être négligée dès lors que la condition de Neumann homogène n'est vérifiée sur aucune des deux armatures.
- Enfin, plus le rang harmonique de l'induction est élevé plus la partie tangentielle de l'induction est importante pour une géométrie fixée. Lors d'une étude harmonique il ne faut donc pas négliger les parties tangentielles des harmoniques d'induction dans



Figure 2.5 : Rapport B_t/B_n pour différents harmoniques en fonction de R_a/e'

l'entrefer de rangs élevés quand bien même le rapport $B_{t,\varrho,k}/B_{n,\varrho,k}$ des premiers harmoniques est négligeable.

2.2.4 Liens entre les phases θ_n et θ_t des composantes B_n et B_t

Cette partie aborde les relations entre les harmoniques des composantes tangentielle et normale de l'induction d'entrefer en termes de phase. Il sera aussi question de l'influence de la source et particulièrement sa localisation par rapport à l'entrefer sur les phases $\theta_{n\varrho,i}$, $\theta_{t\varrho,i}$ des différentes composantes telle qu'elles sont définies dans les équations (2.20) et (2.21). Il sera montré que l'expression spectrale du potentiel vecteur dans l'entrefer permet de déterminer aisément cette relation. La décomposition en série de Fourrier du potentiel vecteur sur le contour Γ peut être mise sous la forme générale :

$$A_{\varrho} = \frac{1}{2} \sum_{k} \overline{A}_{\varrho,k} e^{ik\theta_{s}} + \overline{A}_{\varrho,k}^{*} e^{-ik\theta_{s}}$$
(2.33)

où les coefficients de Fourrier sont mis sous la forme polaire:

$$\overline{A}_{\rho,k} = A_{\rho,k} e^{i\theta_{\rho,k}} \tag{2.34}$$

où $\theta_{\varrho,k}$ est la phase de l'harmonique de rang k du potentiel vecteur par rapport à une référence donnée.

Rappelons ici que l'indice *q* est relatif à la source qui a donné naissance à ce potentiel.

Comme il a été exprimé précédemment, le potentiel vecteur permet d'obtenir l'expression des deux composantes de l'induction (tangentielle et normale).

$$B_{n,\varrho} = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta_s} = \frac{1}{2} \frac{1}{r} \sum_k k A_{\varrho,k} e^{j\left(\theta_{\varrho,k} + \frac{\pi}{2}\right)} e^{ik\theta_s} + k A_{\varrho,k} e^{-j\left(\theta_{\varrho,k} + \frac{\pi}{2}\right)} e^{-ik\theta_s}$$

$$= \sum_k B_{n,\varrho,k} e^{j\theta_{n,\varrho,k}} e^{ik\theta_s} + B_{n,\varrho,k} e^{-j\theta_{n,\varrho,k}} e^{-ik\theta_s}$$
(2.35)

Il existe une relation entre les phases des harmoniques de l'induction normale et celles des harmoniques correspondant du potentiel vecteur, par identification on a donc :

$$\theta_{n,\varrho,k} = \theta_{\varrho,k} + \frac{\pi}{2} \tag{2.36}$$

De même, la composante tangentielle de l'induction s'exprime par :

$$B_{t,\varrho} = -\frac{\partial A}{\partial r} = \sum_{k} -\frac{\partial A_{\varrho,k}}{\partial r} e^{j\theta_{\varrho,k}} e^{ik\theta_s} - \frac{\partial A_{\varrho,k}}{\partial r} e^{-j\theta_{\varrho,k}} e^{-ik\theta_s}$$

$$= \sum_{k} B_{t,\varrho,k} e^{j\theta_{t,\varrho,k}} e^{ik\theta_s} + B_{t,\varrho,k} e^{-j\theta_{t,\varrho,k}} e^{-ik\theta_s}$$
(2.37)

Pour chaque harmonique, l'expression de l'induction tangentielle fait apparaître la dérivée de la norme de A que l'on doit identifier à la norme de B_t qui est forcément positive. Deux relations entre la phase de l'harmonique de l'induction tangentielle et celle de l'harmonique correspondant du potentiel vecteur peuvent alors être distinguées :

$$\begin{cases} \theta_{t,\varrho,k} = \theta_{\varrho,k} & \text{si } \frac{\partial A_{\varrho,k}}{\partial r} & \text{est négatif} \\ \theta_{t,\varrho,k} = \theta_{\varrho,k} + \pi & \text{si } \frac{\partial A_{\varrho,k}}{\partial r} & \text{est positif} \end{cases}$$
(2.38)

Ainsi, les relations (2.36) et (2.38) permettent d'exprimer la relation entre les phases des harmoniques des composantes normale et tangentielle de l'induction qui se traduit par :

$$\theta_{t,\varrho,k} = \theta_{n,\varrho,k} \pm \frac{\pi}{2} \tag{2.39}$$

Le déphasage entre les harmoniques $B_{n,\varrho,k}$ et $B_{t,\varrho,k}$ d'une même source dépend du signe de la dérivée du potentiel vecteur $\partial A_{\varrho,k}/\partial r$ qui intervient dans l'expression de B_t (équation (2.37)).

Pour déterminer le signe de la dérivée du potentiel vecteur, un problème constitué de 3 zones est considéré dans la figure 2.6. Les zones I et III sont constitués de matériaux quelconques qui ne contiennent aucune source. A l'inverse, la Zone II sera considérée comme comprenant une source quelconque ϱ . Celle-ci pouvant représenter des bobinages ou des aimants permanents. Dans ces conditions, en utilisant la décomposition en série de Fourrier du potentiel vecteur, nous pouvons considérer que, pour chaque harmonique, le potentiel vecteur $A_{\varrho,k}$ est nul au centre du système.



Figure 2.6 : Représentation du problème simplifié

Cette source impose alors une distribution du potentiel vecteur non nulle. D'autre part, le potentiel vecteur A est nul au centre du système. Par ailleurs, à l'infini lorsque $r = \infty$ le potentiel vecteur est également nul. Ces deux conditions aux limites du système et la nature de l'équation (2.22) régissant le comportement des potentiels vecteurs dans les Zone I et III, permettent d'établir que les harmoniques du potentiel vecteur $A_{\varrho,k}$ sont donc forcément décroissants de part et d'autre de la source. De ce fait la dérivée $\partial A_{\varrho,k}/\partial r$ sera positive dans la Zone I et négative dans la Zone III

Ainsi, la relation entre les phases des harmoniques des composantes normales et tangentielles de l'induction qui est explicitée en fonction de la localisation de la source du champ :

$$\theta_{t,\varrho,k} = \theta_{n,\varrho,k} \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{pmatrix} \theta_{t,\varrho,k} = \theta_{n,\varrho,k} + \frac{\pi}{2} & \text{si la source est située à l'intérieur du contour} \\ \theta_{t,\varrho,k} = \theta_{n,\varrho,k} - \frac{\pi}{2} & \text{si la source est située à l'extérieur du contour} \end{cases}$$
(2.40)

2.2.5 Réduction de l'expression des forces en fonction la localisation des sources

Comme il vient d'être démontré, le déphasage entre les représentations complexes $B_{t,\varrho,k}$ et $B_{n,\varrho,k}$ de l'harmonique de rang k de la composante tangentielle et normale de l'induction est égal à $+\frac{\pi}{2}$ lorsque la source ϱ se situe à l'intérieur du contour Γ (en général : sur le rotor). Il est égal à $-\frac{\pi}{2}$ si la source est située à l'extérieur du même contour (en général sur le stator).

Ce résultat permet de simplifier les expressions (2.20) et (2.21) donnant les composantes élémentaires de la force en exprimant les déphasages des champs (tangentiels) selon les différents cas.

Par conséquent, on peut exprimer les forces élémentaires $F_{x,i,\varrho,\varsigma}$ et $F_{y,i,\varrho,\varsigma}$ de la manière générique suivante :

$$F_{x,i,\varrho,\varsigma} = K_f \Big(B_{n,\varrho,i} B_{n,\varsigma,i+1} \cos(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \pm B_{t,\varrho,i} B_{t,\varsigma,i+1} \cos(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \\ \pm B_{n,\varrho,i} B_{t,\varsigma,i+1} \cos(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \\ \pm B_{t,\varrho,i} B_{n,\varsigma,i+1} \cos(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \Big)$$

$$(2.41)$$

$$F_{y,i,\varrho,\varsigma} = K_f \Big(B_{n,\varrho,i} B_{n,\varsigma,i+1} \sin(\theta_{n\varrho,i} - \theta_{n\varsigma,i+1}) \pm B_{t,\varrho,i} B_{t,\varsigma,i+1} \sin(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \\ \pm B_{n,\varrho,i} B_{t,\varsigma,i+1} \sin(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \\ \pm B_{t,\varrho,i} B_{n,\varsigma,i+1} \sin(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \Big)$$

$$(2.42)$$

Les symboles \pm dépendent des localisations des sources ρ et ς considérées. Ces forces peuvent alors être mises sous la forme suivante :

$$\begin{cases} F_{x,i,\varrho,\varsigma} = K_f K_{i,\varrho,\varsigma} \cos(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \\ F_{y,i,\varrho,\varsigma} = K_f K_{i,\varrho,\varsigma} \sin(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1}) \end{cases}$$
(2.43)

avec :

$$K_{i,\varrho,\varsigma} = B_{n,\varrho,i}B_{n,\varsigma,i+1} \pm B_{t,\varrho,i}B_{t,\varsigma,i+1} \pm B_{n,\varrho,i}B_{t\varsigma,i+1} \pm B_{t,\varrho,i}B_{n,\varsigma,i+1}$$
(2.44)

Les coefficients $K_{i,\varrho,\varsigma}$ représentent les amplitudes des composantes élémentaires de la force dues à l'interaction de deux harmoniques successifs de l'induction de rangs i et i + 1 créés respectivement par deux sources ϱ et ς .

Comme précédemment les symboles \pm dépendent des localisations des sources par rapport au contour Γ considéré. Quatre configurations différentes sont possibles pour chacune il faut donc chercher le signe des différents termes :

• ϱ extérieur et ς extérieur

$$K_{i,\varrho,\varsigma} = B_{n,\varrho,i}B_{n,\varsigma,i+1} - B_{t,\varrho,i}B_{t,\varsigma,i+1} + B_{n,\varrho,i}B_{t\varsigma,i+1} - B_{t,\varrho,i}B_{n\varsigma,i+1}$$

= $(B_{n,\varsigma,i+1} + B_{t,\varsigma,i+1}).(B_{n,\varrho,i} - B_{t\varrho,i})$ (2.45)

• ϱ intérieur et ς extérieur

$$K_{i,\varrho,\varsigma} = B_{n,\varrho,i}B_{n,\varsigma,i+1} + B_{t,\varrho,i}B_{t,\varsigma,i+1} + B_{n,\varrho,i}B_{t,\varsigma,i+1} + B_{t,\varrho,i}B_{n,\varsigma,i+1}$$

= $(B_{n,\varsigma,i+1} + B_{t,\varsigma,i+1}).(B_{n,\varrho,i} + B_{t,\varrho,i})$ (2.46)

• ϱ intérieur et ς intérieur

$$K_{i,\varrho,\varsigma} = B_{n,\varrho,i}B_{n,\varsigma,i+1} + B_{t,\varrho,i}B_{t,\varsigma,i+1} - B_{n,\varrho,i}B_{t,\varsigma,i+1} - B_{t,\varrho,i}B_{n,\varsigma,i+1}$$

= $(B_{n,\varsigma,i+1} - B_{t,\varsigma,i+1}).(B_{n,\varrho,i} - B_{t,\varrho,i})$ (2.47)

ρ extérieur et *ς* intérieur

$$K_{i,\varrho,\varsigma} = B_{n,\varrho,i}B_{n,\varsigma,i+1} - B_{t,\varrho,i}B_{t,\varsigma,i+1} - B_{n,\varrho,i}B_{t,\varsigma,i+1} + B_{t,\varrho,i}B_{n,\varsigma,i+1}$$

= $(B_{n,\varsigma,i+1} - B_{t,\varsigma,i+1}).(B_{n,\varrho,i} + B_{t,\varrho,i})$ (2.48)

Les 4 configurations possibles sont ainsi résumées dans le tableau suivant :

Tableau 2.1 : Expression des coefficients $K_{i,\varrho,\varsigma}$

	g extérieur	ę intérieur
ς extérieur	$(B_{n,\varsigma,i+1}+B_{t,\varsigma,i+1}).(B_{n,\varrho,i}-B_{t,\varrho,i})$	$(B_{n,\varsigma,i+1}+B_{t,\varsigma,i+1}).(B_{n,\varrho,i}+B_{t,\varrho,i})$
ç intérieur	$(B_{n,\varsigma,i+1}-B_{t,\varsigma,i+1}).(B_{n,\varrho,i}-B_{t,\varrho,i})$	$(B_{n,\varsigma,i+1} - B_{t,\varsigma,i+1}).(B_{n,\varrho,i} + B_{t,\varrho,i})$

Nous remarquons dans ce tableau que le coefficient $K_{i,\varrho,\varsigma}$ est toujours mis sous la forme d'un produit de deux termes qui pouvant être issus d'une somme ou d'une différence des composantes normales et tangentielles d'un même harmonique de l'induction. Ceci signifie que les contributions élémentaires à la force peuvent être faibles voire nulles même si les harmoniques de l'induction ne sont pas nuls. Ceci concerne les 3 configurations, représentées en bleu et en vert, pour lesquelles les coefficients $K_{i,\varrho,\varsigma}$ contiennent au moins un terme comportant la différence entre les composantes normale et tangentielle d'un harmonique de l'induction. Naturellement, la configuration qui est propice à la création de forces est celle, issue du produit de deux sommes, représentée en rouge dans le Tableau 2.1.

Cette analyse permet de définir trois types de forces auxquelles on associe une couleur dans la suite de ce mémoire.

Contribution forte : ce sont les contributions qui correspondent aux termes $(B_{n,\varsigma,i+1} + B_{t,\varsigma,i+1})$. $(B_{n,\varrho,i} + B_{t,\varrho,i})$ pour lesquels, l'effet de la composante tangentielle d'un harmonique donné s'ajoute à l'effet de la composante normale. C'est le produit de deux sommes. Cette configuration est représentée avec la couleur rouge.

Contribution faible : ce sont les contributions qui correspondent aux termes $(B_{n,\varsigma,i+1} - B_{t,\varsigma,i+1})$. $(B_{n,\varrho,i} - B_{t,\varrho,i})$ pour lesquels, l'effet de la composante tangentielle d'un harmonique donné se retranche à l'effet de la composante normale. C'est le produit de deux différences. Cette configuration est représentée avec la couleur verte.

Contribution intermédiaire : ce sont les contributions qui correspondent aux termes diagonaux du Tableau 2.1, c'est un produit mixte. Cette configuration est représentée avec la couleur bleue.

Remarques :

En se référant aux résultats du Tableau 2.1 et ceux présentés dans le paragraphe (2.2.3) qui décrit l'évolution du rapport B_t/B_n en fonction des rangs harmoniques et de la géométrie des armatures, nous pouvons avancer les remarques suivantes :

- Pour une géométrie donnée $(R_a/e \text{ fixé})$, le rapport B_t/B_n augmente avec le rang de l'harmonique. De ce fait, les différences $(B_{n,\varrho,i} - B_{t,\varrho,i})$ s'atténuent et les contributions "faible" et "intermédiaire", précédemment définies diminuent en conséquence.

- L'existence simultanée d'un couple d'harmoniques successifs ne conduit pas systématiquement à la création d'une force de lévitation lorsque cette configuration correspond à une contribution "faible" ou "intermédiaire" pour lesquelles les valeurs des composantes normales et tangentielles de l'induction sont proches.

- La connaissance de la nature des contributions permet de présager de l'importance relative des différentes contributions des couples d'harmoniques à la force totale.

- Dans le cas des machines auto-lévitées la force radiale générée par le couple d'harmoniques d'induction destiné à la lévitation doit générer la force la plus grande possible à pertes Joule données. Il faut donc privilégier la topologie de machine conduisant à une configuration "forte", particulièrement pour les machines ayant un rapport R_a/e faible ou exploitant des harmoniques de rangs élevés.

2.2.6 Cas particulier des flux homopolaires

Dans les parties précédentes, les inductions magnétiques ont été considérées comme restant dans un plan. Cette hypothèse a permis de modéliser la machine en deux dimensions. Ce type de modèle et les propriétés de conservation du flux (∇ . $\vec{B} = 0$) ne permettent pas alors de modéliser les flux homopolaires. Pour autant, bien que la plus grande partie du flux soit contenue dans un plan 2D, il peut exister une composante homopolaire. Cette dernière se reboucle alors en passant par les différentes parties non considérées de la machine (Figure 2.7)



Figure 2.7 : Représentation schématique des trajets des flux homopolaires

: carcasse, arbres... Il est donc nécessaire de modéliser ces flux homopolaires et de comprendre quelle pourrait être leur influence sur les forces radiales. De plus nous considérons que l'induction d'entrefer ne présente pas de composante dans la direction \vec{z} . Cette hypothèse revient à négliger les effets de bord.

Ici on choisit de tenir compte dans la décomposition spectral de la valeur moyenne qui peut être crée par un flux homopolaire. Il convient de remarquer que pour la composent tangentiel tangentielle de l'induction la valeur moyenne ne peut exister dans l'hypothèse où il n'y a pas de composante axiale (\vec{z}) de l'induction d'entrefer. Nous avons donc :

$$\begin{cases} B_n(\theta_s) = B_{n,0} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \overline{B}_{n,k} e^{jk\theta_s} + \overline{B}_{n,k}^* e^{-jk\theta_s} \\ B_t(\theta_s) = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \overline{B}_{t,k} e^{jk\theta_s} + \overline{B}_{t,k}^* e^{-jk\theta_s} \end{cases}$$
(2.49)

où B_{n0} est la composante continue de l'induction correspondant à un flux homopolaire.

L'étude des interactions harmoniques peut alors être généralisée aux cas où la composante homopolaire de l'induction normale existe. Cette composante peut être considérée comme un harmonique d'induction de rang zéro de phase nulle $(B_{n,0}e^{i(0x+0)})$. Cet harmonique de rang zéro rentre en interaction avec le premier harmonique et génère des forces élémentaires de la forme :

$$\begin{cases} F_{x,0,\varrho,\varsigma} = K_f K_{0,\varrho,\varsigma} \cos(-\theta_{n,\varsigma,1}) \\ F_{y,0,\varrho,\varsigma} = K_f K_{0,\varrho,\varsigma} \sin(-\theta_{n,\varsigma,1}) \end{cases}$$
(2.50)

Cette expression est analogue à l'expression (2.43) dans laquelle les particularités de l'harmonique zéro ont été prises en compte. Dans ces conditions, et étant donné qu'il n'y ait plus de notion de phase de la composante tangentielle de l'harmonique zéro, le coefficient $K_{0,\varrho,\varsigma}$ ne connait que deux configurations possibles qui dépendent de la source de l'harmonique 1.

Tableau 2.2 : Expression des coefficients $K_{0,\rho,\varsigma}$

_		<i>ϱ</i> homopolaire
	ς extérieur	$(B_{n,\varsigma,1}+B_{t,\varsigma,1}).(B_{n,\varrho,0})$
	ς intérieur	$(B_{n,\varsigma,1}-B_{t,\varsigma,1}).(B_{n,\varrho,0})$

Ce Tableau est analogue au Tableau 2.1 pour le cas particulier de l'harmonique homopolaire. Plusieurs remarques peuvent être faites à ce niveau :

-A la vue du Tableau 2.2, la configuration où l'harmonique de rang 1 est extérieur génère plus de force car elle est proportionnelle à la somme des composantes normales et tangentielles. Néanmoins, l'impact de la partie tangentielle de l'induction est faible pour l'harmonique de rang 1 (*cf.* Figure 2.5).

-A la vue de l'équation (2.50), et dans le cas d'une machine à aimants situés au rotor, la phase $\theta_{n,\varsigma,1}$ ne dépend que de la position angulaire du rotor et est subie. La force est donc contrôlée uniquement en amplitude.

- il est donc nécessaire de réduire au maximum, voire d'éliminer la possibilité pour les flux de circuler par les autres organes de la machine.

2.3 Evolution de l'expression de la force en position décentrée

Pour aller plus loin dans la modélisation des forces, il convient de s'intéresser au décentrement du rotor et à ses effets sur le contenu harmonique de l'induction d'entrefer. Pour cela, cette partie s'attache à développer un modèle permettant d'évaluer les flux dans le plan du rotor mais également les flux homopolaires dus au décentrement.

Pour simplifier la démarche de modélisation plusieurs hypothèses sont faites. Nous considérons une perméabilité magnétique infinie pour les parties ferromagnétiques de la machine. Grâce au théorème de superposition les conséquences du décentrement sont étudiées séparément pour chaque harmonique d'induction.

D'autre part, contrairement à ce qu'il a été démontré précédemment nous négligeons la partie tangentielle de l'induction. Cette hypothèse se justifie par le fait que les harmoniques de rangs élevés soient relativement faibles.

Afin de déterminer la répartition spatiale de l'induction dans l'entrefer, générée par un harmonique d'une source quelconque, nous adoptons la démarche suivante :

Dans le plan radial, le circuit magnétique équivalent est composé de tubes de flux élémentaires d'une ouverture angulaire $d\theta_s$, d'une source de flux $f_k(\theta_{f_k}, \theta_s)$ et d'une perméance $dP(\theta_s)$ élémentaire. L'ensemble de ces éléments du circuit magnétique sont connectés en parallèle avec une perméance P_h traduisant le trajet du flux homopolaire. La figure 2.8 donne une représentation schématique de cette démarche.

Chaque harmonique de la force magnétomotrice peut être écrit sous la forme :

$$f_k(\theta_{f_k}, \theta_s) = FMM_k \cos(k\theta_s + \theta_{f_k})$$
(2.51)

On rappelle que θ_s et θ_{f_k} représentent respectivement la coordonnée spatiale d'un point quelconque et la phase de l'harmonique de la source considérée. Cette phase dépend de la phase des courants s'il s'agit d'un bobinage ou de la position relative du rotor si f_k est générée par des aimants au rotor.

La Figure 2.9 montre une représentation du décentrement du rotor défini par une distance Δe et une direction φ . Pour définir l'élément de perméance dP du tube de flux de largeur angulaire $d\theta_s$ (Figure 2.8), en admettant que le décentrement du rotor reste faible par rapport à l'épaisseur de l'entrefer ($\Delta e \ll e$), et en se basant sur l'hypothèse que les lignes de champ sont radiales par rapport à l'alésage du stator, nous allons exprimer la longueur du tube de flux en fonction de θ_s .



Figure 2.8 : Représentation de la modélisation de l'entrefer par modèle de perméances équivalent



Figure 2.9 : Représentation du rotor décentré.

Pour ce faire, il faut considérer l'équation du cercle de rayon $(R_a - e - a)$ correspondant à la surface extérieure du rotor en position décentrée par rapport au repère statorique. En notant $r_r(\theta_s)$ la coordonnée d'un point sur ce cercle dans le référentiel du stator, l'équation du cercle obéit à :

$$r_r^2(\theta_s) - r(\theta_s) 2\Delta e \cos(\theta_s - \varphi) + \Delta e^2 = (R_a - e - a)^2$$
(2.52)

 $r_r(\theta_s)$ s'exprime par :

$$r_r(\theta_s) = -\Delta e \cos(\theta_s - \varphi) + (R_a - e - a) \sqrt{\left(-\frac{\Delta e^2 \sin^2(\theta_s - \varphi)}{(R_a - e - a)^2} + 1\right)}$$
(2.53)

Après un développement limité à l'ordre 1 ($\Delta e \ll e < R_a - e - a$), $r_r(\theta_s)$ devient :

$$r_r(\theta_s) = (R_a - e - a) - \Delta e \cos(\theta_s - \varphi) + O\left(\frac{\Delta e^2}{(R_a - e - a)^2}\right)$$
(2.54)

L'expression de la perméance dP du tube élémentaire du flux centré autour du point de coordonnée θ_s sur l'alésage statorique est donnée par :

$$dP = \frac{\mu_0 \cdot L_{fer}}{\log\left(\frac{R_s}{r_r(\theta_s)}\right)} \cdot d\theta_s$$
(2.55)

En reportant l'expression de $r_r(\theta_s)$ dans l'équation ci-dessus, l'expression de la perméance devient :

$$dP = \frac{\mu_0 L_{fer}.\,d\theta_s}{C1 - \log\left(1 - \frac{\Delta e\cos(\theta_s - \varphi)}{C2} + O\left(\left(\frac{\Delta e\cos(\theta_s + \varphi)}{C2}\right)^2\right)\right)} \tag{2.56}$$

avec :

$$C1 = \log\left(\frac{R_a}{R_a - a - e}\right) \tag{2.57}$$

$$C2 = R_a - a - e \tag{2.58}$$

Sachant que le développement limité de $\frac{a}{b-\log(1-x)}$ se met sous la forme :

$$\frac{a}{b - \log(1 - x)} = \frac{a}{b} - \frac{ax}{b^2} - \frac{x^2(a(b - 2))}{2b^3} + O(x^3)$$
(2.59)

L'équation (2.56) peut alors être mise sous la forme suivante par un développement limité à l'ordre 2 :

$$dP = \frac{\mu_0 L_{fer} \cdot d\theta_s}{C1} \left(1 - \frac{\Delta e \cos(\theta_s - \varphi)}{C1C2} + O\left(\left(\frac{\Delta e \cos(\theta_s + \varphi)}{C2} \right)^2 \right) \right)$$
(2.60)

Connaissant l'expression de la force magnétomotrice élémentaire $f_k(\theta_s, \theta)$, celle de la perméance élémentaire $dP(\theta_s)$, les sources élémentaires ainsi que la perméance homopolaire, le circuit magnétique équivalent à la machine décentrée, représentée sur la Figure 2.8-b est bien défini. Le problème est donc bien posé et la détermination du flux homopolaire est possible. Pour ce faire, nous utilisons des techniques de résolutions adaptées aux circuits électriques.

En utilisant le circuit de Norton équivalent à chaque tube de flux dans le schéma de la Figure 2.8-b on obtient le schéma de la Figure 2.10-a.

Ce schéma équivalent (Figure 2.10-a) permet d'établir un schéma simplifié (Figure 2.10-b), représentant l'ensemble des sources de flux élémentaires mises en parallèle sous forme d'une source du flux total ϕ_{total} d'une part, et regroupant les perméances élémentaires en parallèle pour obtenir la perméance totale $P + P_h$. La FMM $(V_s - V_r)$ entre le rotor et le stator peut s'écrire :

$$(V_s - V_r) = \frac{\phi_h}{P + P_h} \tag{2.61}$$

où :

$$\phi_{total} = \int_0^{2\pi} f_k(\theta_{f_k}, \theta_s) dP$$
(2.62)

En explicitant les expressions de f_k (équation (2.51)) et celle de dP (équation (2.60)), le flux homopolaire s'exprime par :

$$\phi_h = -\frac{F_k L_{fer}}{2C1^2 C2} \mu_0 \Delta e \int_0^{2\pi} \cos(\theta_{f_k} + k\theta_s - \theta_s + \varphi) \, d\theta_s$$
(2.63)

Cette intégrale est non nulle si l'argument du cosinus est constant, soit k - 1 = 0. Ceci montre que le flux homopolaire est nul pour tous les harmoniques de rangs supérieurs à 1, il n'existe que pour l'harmonique 1. Il faut alors distinguer dans la suite de cette analyse deux cas : k = 1 et k > 1

$$\begin{cases} \phi_h = -\frac{F_k L_{fer}}{2C1^2 C2} 2\pi \mu_0 \Delta e \cos(\theta_{f_k} + \varphi) & pour \ k = 1\\ \phi_h = 0 & pour \ k > 1 \end{cases}$$
(2.64)



Figure 2.10 : (a) Schéma équivalent utilisant les sources de flux élémentaires (Schéma équivalent Norton associé) (b) Schéma équivalent simplifié

et :

$$P + P_h = P_h + \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 L_{fer}}{C1} \left(1 - \frac{\Delta e \cos(\theta_s - \varphi)}{C1C2} \right) d\theta_s$$

= $P_h + \frac{\mu_0 L_{fer}}{C1} 2\pi$ (2.65)

L'explicitation des deux cas considérés, donne alors :

• *k* = 1 $(V_s - V_r) = -\frac{\frac{F_k L_{fer}}{2C1^2 C2} 2\pi \mu_0 \Delta e \cos(\theta_{f_k} + \varphi)}{P_h + \frac{\mu_0 L_{fer}}{C1} 2\pi}$ (2.66) • *k* > 1 $(V_{\rm s}-V_{\rm r})=0$ (2.67)

L'induction radiale dans l'entrefer peut alors être déterminée pour n'importe quel point dans l'entrefer de coordonnées (r, θ_s) à partir du flux à travers la surface du tube de flux passant par le point considéré :

$$B(\theta_s, r) = \frac{\left(f_k(\theta_{f_k}, \theta_s) - (V_s - V_r)\right)dP}{L_{fer}r.\,d\theta_s}.$$
(2.68)

.

• *k* = 1

Lorsque les différents termes sont réunis en fonction de leur dépendance en θ_s :

$$B(\theta_{s},r) = \frac{F_{k}L_{fer}}{rC1}\mu_{0}\left(\left(\frac{\frac{\mu_{0}L_{fer}}{C1}2\pi}{P_{h} + \frac{\mu_{0}L_{z}}{C1}2\pi} - 1\right)\frac{\Delta e}{2C1C2}\cos(\theta_{f_{k}} + \varphi) + \cos(\theta_{f_{k}} + \theta_{s}) + \frac{\Delta e}{2C1C2}\cos(\theta_{f_{k}} + \varphi) + \frac{\Delta e}{2C1C2}\cos(\theta_{f_{k}} + \theta_{s})\right)$$

$$(2.69)$$

De même pour k > 1•

$$B(\theta_{s}, r) = \frac{F_{k}L_{fer}}{rC1}\mu_{0}\left(\cos(k\theta_{s} + \theta_{f_{k}}) - \frac{\Delta e}{2C1C2}\left(\cos((k-1)\theta_{s} + \theta_{f_{k}} + \varphi) + \cos\left((k+1)\theta_{s} + \theta_{f_{k}} - \varphi\right)\right)\right)$$
(2.70)

Dans ces équations, les différents harmoniques peuvent être distingués en fonction du coefficient placé devant le terme θ_s . À partir de l'induction dans l'entrefer pour chaque harmonique, plusieurs remarques peuvent être faites :

- Pour chaque harmonique de rang k supérieur à 1, le décentrement du rotor crée deux harmoniques du champ supplémentaires de rangs k + 1 et k 1. De plus le déphasage θ_{fk} lié à la source est présent pour l'ensembles des 3 harmoniques. Les deux harmoniques générés par le décentrement dépendent pour leur norme et leur phase respectivement de l'amplitude et de la direction du décentrement du rotor.
- Pour l'harmonique de rang 1, l'harmonique de rang inférieur généré correspond un flux homopolaire. Son amplitude dépend directement de la perméance homopolaire P_h. En effet, on remarque dans l'équation (2.69) que ce flux homopolaire n'existe pas si la reluctance homopolaire tend vers l'infini. À l'inverse si la reluctance homopolaire tend vers zéro alors le flux homopolaire sera maximum.
- Comme évoqué précédemment (§ 2.2.1), deux harmoniques d'induction de rangs successifs génèrent une force sur le rotor. Ici, le décentrement du rotor génère des harmoniques de rangs inférieur et supérieur à l'harmonique considéré de la source, on a donc l'existence de deux composantes de force générées par les harmoniques d'induction de rangs k 1 et k d'une part et k et k + 1 d'autre part. Ce phénomène est bien connu, il s'agit en réalité du phénomène de raideur négative qui tend à accentuer les forces d'attraction lors d'un décentrement.
- Sachant que le décentrement génère deux forces d'attraction et que l'une d'elles peut être éliminée si elle est due à un flux homopolaire en choisissant P_h = 0, il est plus judicieux de choisir l'harmonique principal k = 1 pour réduire l'effet de la raideur négative, pour un niveau d'induction équivalent. En effet et d'après l'illustration de la Figure 2.11, le cas de k > 1 les deux harmoniques k + 1 et k − 1 existent et par conséquent les forces correspondantes existent. A l'inverse, lorsque k = 1, seule la force correspondant à l'interaction des harmoniques 1 et 2 existe.



Figure 2.11 : Représentation des forces générées par un décentrement en fonction du rang d'harmonique k

2.4 Application aux machines auto-lévitées à aimants permanents.

La démarche de modélisation et de caractérisation présentée précédemment a permis de mettre en évidence l'influence de chaque harmonique d'induction en fonction de la source et de sa localisation. À partir des différentes conclusions et remarques déjà énoncées et des contraintes techniques imposées par les applications visées, plusieurs choix topologiques peuvent être faits.

2.4.1 Topologie de machine

L'application visée étant les pompes turbo-moléculaires permettant de faire le vide et nécessitant des vitesses de rotations élevées. Les deux principales contraintes technologiques liées à l'application sont donc : le vide et les vitesses périphériques importantes. Le rotor étant lévités et donc sans contact avec les parties fixes, la machine adoptée doit donc être sans balais limitant ainsi choix aux machines à induction, à réluctance variable ou à aimants permanents.

L'utilisation de la machine à induction est écartée en raison des pertes au rotor qui ne peuvent pas être évacuées à cause du vide bien que cette topologie soit avantageuse en termes de densité de force.

L'utilisation de la machine à réluctance variable n'est possible que si la polarité du rotor est supérieure ou égale à 2. Or, nous avons établi que le choix d'une paire de pôle au rotor est privilégié pour réduire les effets de raideur négative. De plus, elle a une densité de puissance relativement faible par rapport aux machines à induction ou à aimants. La machine à réluctance variable est donc écartée pour cette application.

L'utilisation de la machine à aimants permanents peut être adéquate dans la mesure où certaines précautions sont prises. En effet, les pertes éventuelles dans les aimants doivent être évitées en utilisant des aimants plastiques (aimants à base de liants) et la tenue mécanique doit être assurée par l'utilisation d'une frette.

A la vue de cette brève analyse, la topologie retenue pour le rotor est celle d'une machine synchrone à aimants.

2.4.2 Choix de polarités

Pour créer les efforts permettant la rotation, il est nécessaire que les armatures statorique et rotorique créent un champ dans l'entrefer avec une même polarité. Les forces de lévitation étant générées par la présence simultanée de deux harmoniques d'induction successifs dont l'un est fixé pour la génération du couple. Il est alors nécessaire d'avoir une source d'induction de polarité de rang supérieur ou inférieur dont la phase et la norme sont contrôlables. Pour cela une distribution de courant est nécessaire via un bobinage au stator, car ces sources génèrent des inductions dans l'entrefer qui peuvent être contrôlées en termes de norme et de phases grâce à une électronique de puissance et son contrôle.

Dans le cadre de cette thèse, les applications hautes vitesses, c'est-à-dire dont la vitesse périphérique dépasse 100 m/s, sont visées. Pour les dimensions retenues, les vitesses de rotation sont de l'ordre de 60 000 tr/mn. Afin de limiter les fréquences fondamentales des distributions courants, les polarités d'induction ne pourront pas excéder deux ainsi notre machine aura donc des polarités p = 1 et p = 2.

D'autre part, l'utilisation d'un rotor à aimants avec une frette est sujet à des entrefers magnétiques grands, dans ce cas la composante tangentielle du champ n'est pas négligeable (§ 2.2.3). L'apport de la composante tangentielle de l'induction peut être bénéfique ou non à la lévitation tel que le montre le Tableau 2.1. La configuration la plus favorable correspond au cas où la source se trouvant à l'intérieur du contour Γ décrivant l'entrefer est de polarité inférieure à la polarité de la source située à l'extérieur de ce contour.

La partie tournante de la machine se situe à l'intérieur du contour en raison de contraintes industrielles. Cette dernière nous impose alors que la source d'induction au rotor à savoir l'aimant soit de polarité 1 et que les sources d'induction au stator créées par les bobinages génèrent des polarités d'induction 1 pour la rotation et 2 pour la lévitation.

2.4.3 Type de bobinage

Dans le cadre de machine de petite puissance et de petite taille, les bobinages distribués ne peuvent pas être envisagés car ils seraient trop complexes et coûteux à réaliser. De ce fait, le bobinage à plots est privilégié. Il permet ainsi d'envisager un nombre de bobines élémentaires relativement faible. Ce bobinage peut alors être alimenté de façon indépendante pour chaque dent, ainsi le bobinage d'une phase et d'une dent sont confondus. Dans ce cas, le champ d'entrefer créé par une phase n'est pas symétrique, il présente alors des harmoniques pairs et impairs simultanément. Il est à noter que lorsque l'on réalise une machine tournante, ce type de topologie n'est pas privilégié car elle ne présente aucune symétrie permettant d'éliminer les harmoniques d'induction spatiaux pairs. C'est d'ailleurs cette propriété qui est recherchée ici pour assurer la lévitation. Par ailleurs, ce type de bobinage peut être remplacé par d'autres strictement équivalents en termes d'ampères tours. Ces configurations seront évoquées dans le chapitre III consacré au modèle électrique.


Figure 2.12 : Représentation schématique des machines étudiées

L'ensemble des remarques évoquées ci-dessus, justifie la topologie d'une machine à aimants à bobinage à plots où chaque bobine autour d'un plot est une phase indépendante. Le rotor a une paire de pôles et le stator doit générer un champ d'entrefer de polarités 1 et 2. De ce fait, le nombre de phases minimal est de 4 lorsqu'elles sont indépendantes, il est de 5 lorsqu'elles sont connectées en étoile ou en triangle. La topologie générale retenue de la machine devrait être telle que présentée sur la Figure 2.12.

Ainsi, nous choisissons d'étudier des structures à cinq ou six dents, pour différents types d'aimantation au rotor : radiales avec des épanouissements de 180° et 120°, parallèle avec un épanouissement de 180°. Une représentation schématique de ces structures est donnée dans la Figure 2.13.

2.4.4 Harmoniques d'induction liés au bobinage et aux aimants

Il a été montré que les forces de lévitation étaient le résultat de l'interaction d'harmoniques d'induction de rangs successifs. Dans cette partie l'existence et l'évolution des différents harmoniques d'induction en fonction des sources est détaillée afin de prévoir leurs caractéristiques pour chaque point de fonctionnement. Pour la topologie de machine retenue, Figure 2.12, les sources d'induction sont les distributions de courant du bobinage et les aimants placés au rotor.

Jusque-là, l'étude des harmoniques de l'induction est présentée pour un instant donné, il est nécessaire de tenir compte de la rotation ainsi que des variations temporelles des courants statoriques pour déterminer l'évolution spatio-temporelle des différentes ondes de l'induction dans l'entrefer. Pour simplifier cette étude, nous considérons la machine dans un point de fonctionnement en régime permanent.

Pour les bobinages statoriques, la détermination des harmoniques spatiaux de l'induction d'entrefer et leurs évolutions dans le temps est bien connue via la théorie des systèmes polyphasés.

Pour cela, il faut considérer l'induction d'entrefer générée par une bobine lorsqu'elle est alimentée par un courant d'intensité 1 A. Compte tenu des conditions de symétrie au centre de



parallèle.

la dent, nous savons que cette induction élémentaire peut se décomposer sous la forme de série de Fourrier :

$$B_1|_{i=1} = \sum_{k=1}^{n} a_k \cos(k\theta_s)$$
(2.71)

Les dents sont toutes identiques et décalées les unes par rapport aux autres d'un angle mécanique $2\pi/n$, l'ensemble des inductions élémentaires peuvent être exprimées comme suit :

$$\begin{cases} B_1|_{i=1} = \sum_{k=1}^{n} a_k \cos(k\theta_s) \\ B_2|_{i=1} = \sum_{k=1}^{n} a_k \cos\left(k\left(\theta_s - \frac{2\pi}{n}\right)\right) \\ \vdots \\ B_n|_{i=1} = \sum_{k=1}^{n} a_k \cos\left(k\left(\theta_s - (n-1)\frac{2\pi}{n}\right)\right) \end{cases}$$
(2.72)

Dans le bobinage considéré, pour générer une induction de polarité p dans l'entrefer, il faut injecter des courants de la forme :

$$I_{p} = \begin{bmatrix} i_{1,p} \\ i_{2,p} \\ \vdots \\ i_{n,p} \end{bmatrix} = I_{pm} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{p}) \\ \cos\left(\theta_{p} - p\frac{2\pi}{n}\right) \\ \vdots \\ \cos\left(\theta_{p} - (n-1)p\frac{2\pi}{n}\right) \end{bmatrix}$$
(2.73)

où θ_p est la phase du courant.

Pour générer en même temps, les deux polarités p = 1 et p = 2 que l'on souhaite, il faut alors injecter simultanément dans les bobinages des deux distributions deux courants I_1 et I_2 . Pour cela, il suffit de sommer les courants de chaque distribution pour les bobines considérées ce qui revient à créer une distribution de courant que l'on appelle I telle que.

$$I = I_1 + I_2 (2.74)$$

L'induction dans l'entrefer, est la somme des inductions générées par les différentes bobines. Pour trouver cette induction nous sommons donc les termes de l'équation (2.72) pour lesquels chaque terme a été multiplié par le courant d'alimentation correspondant. Il en résulte :

$$B_{p} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ I_{km} \cos\left(\theta_{k} - p(i-1)\frac{2\pi}{n}\right) \sum_{j=1}^{n} a_{j} \cos\left(j\left(\theta_{s} - (i-1)\frac{2\pi}{n}\right)\right) \right\}$$
(2.75)
$$= I_{pm} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{j} \left(\cos\left(\theta_{p} + j\theta_{s} - (p+j)(i-1)\frac{2\pi}{n}\right) + \cos\left(\theta_{p} - j\theta_{s} - (p-j)(i-1)\frac{2\pi}{n}\right) \right)$$
(2.76)

Pour que les termes de cette somme soient non nuls, il faut que $(p \pm j)2\pi/n$ soit un multiple de π . Il faut donc :

$$(p\pm j)\frac{\pi}{n} = \mu\pi \tag{2.77}$$

où μ et un entier quelconque

Les harmoniques *j* non nuls sont donc ceux pour lesquels :

$$j = \mu n \pm p \tag{2.78}$$

Il est alors possible de distinguer deux cas dans lesquels les harmoniques d'induction dans l'entrefer seront non nuls :

$$B_{j} = \begin{cases} si \quad j = \mu n - p & alors \\ si \quad j = \mu n + p & alors \end{cases} \qquad B_{j} = \frac{na_{j}I_{p}}{2}\cos(j\theta_{s} + \theta_{p}) \\ B_{j} = \frac{na_{j}I_{p}}{2}\cos(j\theta_{s} - \theta_{p}) \end{cases}$$
(2.79)

Grâces à ces équations, il est possible de déterminer l'évolution des harmoniques d'induction en fonction de la phase du courant. Ainsi lorsque l'on se place dans le cadre d'un régime permanent où la distribution de courant générant l'harmonique p a une pulsation fixe ω_p tel que $\theta_p = \omega_p t + \phi_p$. Nous constatons que les harmoniques de rang $j = \mu n - p$ auront une pulsation électrique de $-\omega_p$ dans le repère θ_s . À l'inverse, les harmoniques de rang $j = \mu n + p$ auront une vitesse électrique $+\omega_p$. A ces pulsations électriques $\pm \omega_p$ correspondent des vitesses mécaniques $\pm \omega_p/j$ des harmoniques d'induction de rang j.

Pour les aimants, l'induction d'entrefer dépend à la fois du type et de la géométrie des aimants, elle peut alors être écrite de façon générique :

$$B_{aimant} = \sum_{k=1}^{N} N_{m,k} \cos(k(\theta_s + \theta))$$
(2.80)

Les harmoniques de rang k d'induction crées par les aimants dépendent de la position rotorique en $k\theta$, si le rotor tourne à une vitesse ω l'évolution des harmoniques est alors en $k\omega t$ vu du repère statorique. Par ailleurs, les symétries du rotor permettent de déduire que les harmoniques de rangs pairs par rapport aux fondamental sont nuls.

Le contenu harmonique de l'induction générée par les aimants dépend de leur géométrie et de la forme de l'aimantation. Ainsi des aimants ayant un épanouissement de 180° et une aimantation radiale génèrent une induction présentant tous les harmoniques impairs. Un épanouissement judicieux de l'aimant permet d'éliminer des harmoniques d'induction souhaités. D'autre part une aimantation parallèle de polarité 1 ne présente que l'harmonique spatial de rang 1.

Pour chacun des cas retenus, il est possible de réaliser le tableau suivant répertoriant l'ensemble des harmoniques d'induction ainsi que leur évolution en fonction des éléments caractéristiques de la source. Lorsque l'on définit une structure, il sera alors aisé de distinguer les différents

harmoniques successifs pouvant créer des forces ainsi que leur évolution temporelle comme nous allons le voir en détail dans la section suivante (§2.4.6).

Par ailleurs, il sera nécessaire de connaitre les amplitudes des harmoniques d'induction pour déterminer les amplitudes des forces. S'il est possible d'extraire les différents harmoniques d'induction dans l'entrefer pour chaque source de façon analytique, la pratique s'avère beaucoup plus contraignante car des hypothèses simplificatrices sont souvent nécessaires rendant ainsi le résultat moins précis.

Afin d'obtenir une meilleure précision, on recourt à la méthode des éléments finis pour déterminer les inductions d'entrefer dues à chaque source. L'évolution de chaque harmonique est reconstituée à partir de l'évolution des sources d'induction (position du rotor pour les aimants ou évolution des courants dans le bobinage) vue dans le tableau 2.3. Cette méthode permet une plus grande précision.

Rang d'harmonique	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5-phase <i>I</i> ₁		ω1			$-\omega_1$		ω1			$-\omega_1$			
5-phase <i>I</i> ₂			ω2	$-\omega_2$				ω2	$-\omega_2$				
6-phase <i>I</i> ₁		ω1				$-\omega_1$		ω1				$-\omega_1$	
6-phase I ₂			ω2		$-\omega_2$				ω2		$-\omega_2$		
Aimant radial		ω		3ω		5ω		7ω		9ω		11ω	
Aimantation 120°		ω				5ω		7ω				11ω	
Aimant parallèle		ω											

Tableau 2.3: Vitesses des harmoniques d'induction pour différentes structures en fonction de leurs sources

2.4.5 Aspects numériques et validation statistique

A partir des éléments précédents, un modèle hybride intégrant pour une part des simulations utilisant les éléments finis et les analyses spectrales de l'induction et les différentes interactions entre les composantes harmoniques de l'induction est réalisé . Ce modèle permet de déterminer les composantes harmoniques de la force en un temps réduit.

Dans une première étape, il s'agit de considérer chaque source d'induction de façon séparée. Pour chacune de ces sources, notées " I_1 ", " I_2 ", "mag", l'ensemble des harmoniques d'induction sont relevés pour une position donnée du rotor. Par exemple, une répartition de courant permettant de générer une polarité p = 1 est imposée dans les encoches, un calcul de champ par éléments finis et mis en œuvre puis les harmoniques d'induction sur le contour Γ dans l'entrefer sont déterminés.

Dans une seconde étape, à partir de ces 3 calculs élémentaires par éléments finis et la synthèse des évolutions donnée au Tableau 2.3, il est possible de reconstituer le spectre harmonique de

l'induction d'entrefer pour n'importe quel point de fonctionnement. De ce fait, il est alors possible de trouver la force de lévitation générée. Avec ce modèle la détermination des formes d'ondes de la force de lévitation sur un tour complet du rotor est immédiate. Nous appellerons cette démarche : modèle "hybride".

Une approche plus classique consiste à calculer par éléments finis les deux composantes de la force pour toutes les positions du rotor sur un tour complet, nous l'appellerons ici le modèle "tout éléments finis".

2.4.5.1 Comparaison des temps de calcul

Pour comparer les deux modèles en termes de rapidité d'exécution, nous analysons les temps de calcul nécessaires au tracé des formes d'ondes des forces sur un tour complet du rotor avec N_{pos} positions :

Le modèle tout éléments finis nécessite un temps fixe ΔT_{ef} pour chaque position, il nécessite alors : $N_{pos}\Delta T_{ef}$.

Le modèle hybride nécessite 1 calcul par éléments finis pour chaque source. Cette première étape est appelée "initialisation" et nécessite un temps fixe $N_{sources}\Delta T_{ef}$. La détermination de la force pour une position nécessite un temps ΔT_{ana} très petit devant ΔT_{ef} . Le temps total nécessaire pour ce modèle est alors : $N_{sources}\Delta T_{ef} + N_{pos}\Delta T_{ana}$.

A titre d'exemple, Pour une géométrie et une densité de maillage donnée, $\Delta T_{ef} = 593 \ ms$. Le calcul analytique allant jusqu'au rang harmonique $H_{max} = 40$, $\Delta T_{ana} = 0.74 \ ms$. Le nombre de sources utilisées dans notre topologie est $N_{sources} = 3$. Pour une discrétisation suffisante des formes d'ondes, on prend $N_{pos} = 100$ Points. Dans ces conditions le modèle "hybride" nécessite un temps total de 1,9 s alors que le modèle tout éléments finis nécessite 59,3 s.

2.4.5.2 Validation statistique

Lors du processus de modélisation, des approximations ont été faites et certains points tels que la denture ont été négligés. Il s'agit donc maintenant de vérifier que les résultats obtenus par éléments finis et par le modèle hybride sont concordants. Pour cela une étude statistique est mise en œuvre pour évaluer les écarts des résultats obtenus avec les deux modèles pour un grand nombre de machines.

Pour tester le modèle de manière statistique, des machines 5 ou 6 phases avec les paramètres définis dans le tableau 2.4 sont aléatoirement générés. Pour chacune de ces machines la répartition de l'induction dans l'entrefer est relevée pour chaque source séparément : " I_1 ", " I_2 ", "*mag*". La position du rotor pour laquelle est calculée la force est aussi choisie de manière aléatoire.

Pour cette position la force est évaluée avec les deux modèles : "hybride" et "tout éléments finis". Pour un échantillon de 3000 machines différentes les résultats sont présentés sous forme d'histogramme dans les figure 2.14 et figure 2.15. La figure 2.14 montre l'histogramme des écarts en % entre les résultats des deux modèles en termes de module (norme de la force). La figure 2.15 montre l'histogramme des écarts en degrés en termes de direction de la force résultante.

B_r de l'aimant	1,1 T
Rayon d'alésage	10 à 40 mm
Entrefer	0,5 à 2,5 mm
Frette	0,5 mm
Epaisseur d'aimant	0,5 à 4,5 mm
Longueur de fer	25 mm
Épanouissement dentaire	65 à 95 %
$ I_2 $	50 à 550 A
$ I_1 $	0 à 400 A
Nombre de phases	5 ou 6

Tableau 2.4: Variation des différents paramètres



Figure 2.14 : Histogramme des écarts relatifs des deux modèles sur la norme de la force en %.



A partir de ces résultats plusieurs constatations peuvent être faites :

- Pour les écarts sur la norme de la force, l'histogramme présenté semble être une gaussienne centrée en -4%, ce qui signifie que le modèle hybride a tendance à légèrement surestimer la force. L'ensemble des résultats sont contenus dans la fourchette ±20%. De même, plus de 90% des points sont contenus dans la fourchette ±10 % (faible écart-type).
- La direction de la force par la méthode hybride est très bien estimée puisque la gaussienne correspondante est centrée en 0 avec un écart type très faible. En effet, la quasi-totalité des écarts sont dans la fourchette ±1° (Figure 2.15).

Ces deux remarques permettent donc de valider le modèle hybride avec une bonne précision. Pour autant, un écart constant de 5% sur la norme de la force subsiste. Ces petits écarts peuvent provenir de plusieurs éléments :

- > Le choix du contour pour le relevé de l'induction.
- La non prise en compte de l'effet des dents sur la répartition de l'induction générée par les aimants seuls.
- Les erreurs numériques liées au maillage. On constate que les plus grandes erreurs sont observées pour des individus pour lesquels la force est de faible amplitude.

2.4.6 Etude des différentes topologies retenues.

À partir de l'évolution des différents harmoniques d'induction dans l'entrefer et l'expression de la force, il est alors possible de choisir la structure la plus appropriée. Pour cela, pour chaque structure, le tableau des harmoniques est établi puis une analyse des différents harmoniques de force pouvant exister peut-être mise en œuvre.

Dans un premier temps, le stator à cinq phases combiné avec les 3 types de rotors considérés sont étudiées, donnant 3 machines à 5 phases différentes. La même démarche est entreprise pour une machine à six phases dans un second temps. Une fois les différentes combinaisons étudiées, il sera alors possible de choisir la meilleure combinaison permettant d'éviter les harmoniques de force pouvant entraîner une excitation des fréquences propres du rotor comme il a été montré au chapitre I.

2.4.6.1 Topologie à 5 phases

Les tableaux des différents harmoniques d'induction présents dans l'entrefer sont établis pour les trois types de rotor considérés. Les tableau 2.5, tableau 2.6 et tableau 2.7 correspondent respectivement aux différents rotors d'aimantation radiale 180°, radiale 120°, Parallèle.

Dans ces tableaux, les couples d'harmoniques successifs générant des forces de lévitation sont entourés avec un contour dont la couleur (rouge, bleu, vert) rappelle le type d'interaction (forte, moyenne, faible) précédemment introduite dans le Tableau 2.1.

Dans ces tableaux, on se limite à l'harmonique de rang 9 dans l'étude des interactions, pour ne pas alourdir le raisonnement. De plus, au-delà d'un certain rang, la contribution des harmoniques de l'induction à la force devient négligeable. Ces différents couples d'harmoniques d'induction sont alors relevés ainsi que la pulsation des forces générées en fonction des pulsations des deux harmoniques considérés.

Afin de simplifier la lecture (l'analyse) de ce tableau, nous choisissons d'adopter une notation permettant de décrire chacune des composantes de la force. Nous prenons la notation générique suivante : $B(k_{\varsigma}; k_{\varrho}) => F(\omega_{\varrho} - \omega_{\varsigma})$ qui traduit que l'interaction entre l'harmonique d'induction de rang k_{ς} généré par la source ς ayant une pulsation ω_{ς} et l'harmonique d'induction de rang $k_{\varrho} = k_{\varsigma} + 1$ généré par la source ϱ ayant une pulsation ω_{ϱ} conduit à la génération d'une force de pulsation ($\omega_{\varrho} - \omega_{\varsigma}$). De plus, on peut ajouter une couleur à la notation qui renseigne le type d'interaction (forte, moyenne, faible). Nous rappelons que les sources ς et ϱ peuvent représenter les distributions de courants notées : I_1 , I_2 , ou alors les aimants notés mag. Ainsi, la notation : $B(1_{mag}; 2_{I_2}) => F(\omega_2 - \omega)$ se lit : " l'interaction de l'harmonique 1 de l'induction due aux aimants avec l'harmonique 2 de l'induction due à la distribution de courant I_2 génère une force forte de pulsation ($\omega_2 - \omega$).

Dans le système, la force de lévitation principale est générée par les deux premiers harmoniques du couple $B(1_{mag}; 2_{I_2}) => F(\omega_2 - \omega)$ Pour obtenir une force constante il faut alors que $\omega_2 = \omega$ où ω est liée à la vitesse mécanique du rotor. D'autre part comme il s'agit d'une machine synchrone, le couple électromagnétique est généré par l'interaction des harmoniques de rang 1 de l'induction dus à la source I_1 et aux aimants. Pour créer un couple constant la pulsation de la distribution I_1 doit vérifier : $\omega_1 = \omega$.

Ce résultat : $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ sera utilisé pour la suite de cette étude, dans le but de générer une force de lévitation constante pour une structure ayant p = 1 au rotor et la superposition p = 1 et p = 2 au stator.

2.4.6.1.1 Rotor à aimantation radiale 180°

À partir des résultats et notations précédentes, il est possible de relever l'ensemble des interactions pour le premier cas étudié correspondant à 5 phases et un rotor ayant une aimantation radiale 180°. Celles-ci sont regroupées et représentées ci-dessous :



Tableau 2.5: Représentation des interactions harmoniques : machine 5-phase - aimantation radiale 180°

Source		Harmonique d'espace										
d'induction	1	2	3	4	5	6	7	8	0			
I1	ω_1			$-\omega_1$		ω_1			$-\omega_1$			
I2		ω_2	-102		\mathbf{X}	X	ω_2	$-\omega_2$	\sim			
Mag	ω		3ω		5ω		70		9ω			

À partir de ces interactions, nous pouvons d'ores et déjà faire plusieurs remarques sur cette topologie :

- L'interaction $B(1_{mag}, 2_{l_2}) => F(0)$ est le principal contributeur à la force de lévitation. Les premiers choix faits lors de la conception font que cette interaction est dite "forte". Cette force est constante au cours du temps et pourra donc être contrôlée pour assurer la lévitation.
- Les interactions $B(1_{I_1}, 2_{I_2}) => F(0)$, $B(3_{I_2}, 4_{I_1}) => F(0)$ et $B(6_{I_1}, 7_{I_2}) => F(0)$ qui sont liées aux deux distributions de courant I_2 et I_1 , génèrent également des forces constantes au cours du temps. Ainsi, elles pourront contribuer selon leurs directions à la génération de la force. Pour autant, le fait que ces forces soient issues d'interactions "moyennes", leurs valeurs diminuent lorsqu'elles sont dues à l'interaction d'harmoniques d'induction d'ordre élevé. Dans ces conditions, elles peuvent être négligées.
- L'interaction B(2_{I₂}, 3_{I₂}) => F(-2ω) est issue d'une seule et même source à savoir la distribution de courant I₂. Elle possède une pulsation de 2ω. Cette interaction pourra poser problème d'autant plus qu'elle est issue d'une seule et même source. Il est donc difficile de jouer sur des paramètres pour l'éliminer.
- Les interactions $B(2_{I_2}, 3_{I_2}) => F(-2\omega)$ et $B(2_{I_2}, 3_{mag}) => F(2\omega)$ sont deux contributions générant des forces pulsantes à 2ω mais de signes opposés. Ceci signifie que la première contribution génère une force tournante dans le sens direct au cours du temps alors que la seconde génère une force tournante dans le sens inverse. De ce fait, lorsque l'on regarde les forces selon les axes x et y, la norme de l'harmonique pourra être différentes selon la direction des deux contributions. Si ces deux forces sont de même amplitude, leur somme donne lieu à une force pulsante dans une direction donnée.
- Les interactions $(4_{I_1}, 5_{mag}) => F(6\omega)$ et $(5_{mag}, 6_{I_1}) => F(-4\omega)$ présentent la particularité d'avoir en commun l'harmonique d'induction de rang 5 dû à l'aimant. Par ailleurs, la deuxième source est la même pour les deux contributions : à savoir la distribution de courant I_1 . La première contribution est "moyenne" alors que la deuxième contribution est une contribution "forte". On s'attend donc malgré une norme plus importante de l'harmonique 4 par rapport à l'harmonique 6 de l'induction générée par la distribution de courant I_1 à ce que l'harmonique de force de rang 4 soit plus important que l'harmonique de rang 6. Pour autant, il sera difficile dans ce cas de distinguer ce phénomène car la contribution $(3_{mag}, 4_{I_1}) => F(-4\omega)$ génère également un harmonique de force de rang 4 qui amplifiera nettement le phénomène. On retrouvera ce phénomène plus clairement lors de l'étude de la machine 6-phase.

• L'interaction $(7_{mag}, 8_{l_2}) => F(-8\omega)$ est issue de rang élevé mais d'une interaction « forte ». De ce fait, cette interaction peut être non négligeable bien que les amplitudes des harmoniques d'induction, de rang élevé, qui la génèrent soient faibles.

Afin de vérifier nos prédictions, nous choisissons de tracer pour un tour complet du rotor les forces radiales en fonction du temps. Pour ce faire, nous adoptons les démarches décrites précédemment qui consistent en un calcul complet par éléments finis et l'utilisation de notre modèle basé sur la recomposition spectrale des forces. La Figure 2.16-a représente les forces obtenues par les deux démarches en fonction du temps. Ces courbes sont volontairement normalisées pour focaliser l'analyse et les commentaires sur l'importance des harmoniques de forces vis à vis de la force de lévitation constante. On constate que les deux méthodes donnent sensiblement les mêmes résultats. Ceci conforte le modèle établi, qui a été validé d'une manière plus conséquente dans ce chapitre (§2.4.5). Afin de mieux comprendre et analyser ces résultats, nous choisissons alors d'effectuer la décomposition spectrale des deux courbes sur la Figure 2.16-b.

Ces courbes, permettent de voir que l'ensemble des hypothèses faites étaient les bonnes : on constate notamment que l'harmonique de force de rang 2 est important selon un axe et est quasiment inexistant selon l'autre axe. Ceci traduit que l'harmonique de force de rang 2 est principalement pulsant dans l'axe y. Par ailleurs, l'harmonique de force de rang 4 est bien plus important que l'harmonique de force de rang 6 car il est issu d'une interaction "forte". Enfin on constate l'existence de l'harmonique de force de rang 8 malgré le rang élevé des harmoniques d'induction qui le génèrent.

Grâce à la méthode d'analyse que nous avons développée, il a donc été aisé de déterminer quel pourrait être le contenu harmonique des forces dès la phase de conception. Cette méthode peut donc être très utile lorsque l'on cherche à choisir une topologie de machine tournante bien avant de lancer la phase de calculs numérique des champs de forces.



Figure 2.16 : Forces de lévitation pour la machine 5-phase aimantation radiale 180° : (a) Formes d'ondes (b) Analyse spectrale

2.4.6.1.2 Rotor à aimantation radiale 120°

Nous avons vu dans la précédente configuration que de nombreux harmoniques de force pourraient perturber la lévitation du rotor. Afin de réduire les perturbations, on cherche à déterminer l'impact de la forme du rotor. Pour cela, nous choisissons un rotor à aimantation radiale avec une ouverture polaire de 120°. Ce rotor présente alors moins d'harmoniques d'induction pour la source "aimant". On peut alors comme précédemment dresser le tableau des composantes de forces et déterminer la contribution de chacune et sa pulsation. Nous recensons les interactions suivantes :

•	$B\left(1_{mag}, 2_{I_2}\right) \Longrightarrow F(0)$
•	$B(1_{I_1}, 2_{I_2}) => F(0)$
•	$B(3_{I_2}, 4_{I_1}) => F(0)$
•	$B(6_{I_1}, 7_{I_2}) => F(0)$
•	$B(2_{I_2},3_{I_2}) \Longrightarrow F(-2\omega)$
•	$B(4_{I_1}, 5_{mag}) \Longrightarrow F(6\omega)$
•	$B(5_{mag}, 6_{I_1}) \Longrightarrow F(-4\omega)$
•	$B(7_{mag}, 8_{I_2}) \Longrightarrow F(-8\omega)$

Tableau 2.6: Représentation des interactions harmoniques : machine 5 phases - aimantation radiale 120°

Source		Harmonique d'espace									
d'induction	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
I1	ω_1			$-\omega_1$		ω_1			$-\omega_1$		
I2		ω_2	$-\omega_2$				ω_2	$-\omega_2$			
Mag	ω				5ω		70				

On remarque, que la disparition de l'harmonique d'induction de rang 3 généré par l'aimant supprime deux contributions de force : $B(2_{I_2}, 3_{mag}) => F(2\omega)$ et $B(3_{mag}, 4_{I_1}) => F(-4\omega)$. La disparition de ces deux composantes de la force devrait avoir plusieurs conséquences :

- D'une part, les composantes de force pulsante à $\frac{2\omega}{\omega}$ précédemment évoquées devraient disparaître au profit d'une force tournante puisque seule la contribution $B(2_{I_2}, 3_{I_2}) = F(-2\omega)$ génère un harmonique de force tournante à 2ω .
- La contribution $B(5_{mag}, 6_{l_1}) => F(-4\omega)$ que nous avons décrite précédemment peut être plus facilement identifié car plus aucune autre contribution de force n'interviendra dans les harmoniques de force $F(-4\omega)$ considéré.
- Toutes les remarques faites pour la précédente topologie restent les mêmes.

Nous traçons alors les courbes obtenues par éléments finis et par le modèle hybride ainsi que leurs décompositions spectrales sur la Figure 2.17. On observe alors que l'harmonique de rang 2 a la même amplitude pour les deux composantes F_x et F_y . Ceci confirme la disparition de la composante pulsante $B(2_{l_2}, 3_{mag}) => F(2\omega)$ qui n'existe plus pour cette topologie. Pour les

harmoniques de rangs 4 et 6, on remarque leur quasi-disparition. Néanmoins l'harmonique de force de rang 4 reste plus important que l'harmonique de rang 6.

2.4.6.1.3 Rotor à aimantation parallèle

Le contenu spectral de la topologie précédente reste encore riche, nous choisissons alors d'utiliser l'aimantation parallèle afin de réduire au maximum les perturbations pouvant être liées aux harmoniques d'induction de l'aimant. Cette topologie génère un seul harmonique d'induction, ce qui devrait réduire considérablement les harmoniques de la force. Une fois de plus nous utilisons le tableau des interactions pour déterminer l'ensemble des contributions de force :

•	$B(m, 1; I_2, 2) => F(0)$
•	$B(I_1, 1; I_2, 2) => F(0)$
•	$B(I_2, 3; I_1, 4) => F(0)$
•	$B(I_1, 6; I_2, 7) => F(0)$
•	$B(I_2, 2; I_2, 3) => F(-2\omega)$
•	$B(I_2, 7; I_2, 8) => F(-2\omega)$

Dans cette topologie, une seule force élémentaire semble poser problème. Il s'agit des couples $B(I_2, 2; I_2, 3) => F(-2\omega)$ et $B(I_2, 7; I_2, 8) => F(-2\omega)$ toutes les autres contributions génèrent des forces constantes. On observe que cette contribution de forces est directement liée aux harmoniques de la même source I_2 . Le seul moyen d'éliminer cette contribution consisterait à modifier la structure du bobinage, donc le nombre de phases.

En traçant les forces pour un tour complet du rotor (Figure 2.18) et en réalisant la décomposition spectrale des forces, on observe le maintien de l'harmonique de rang 2 de la force. D'autre part cette force étant issue d'une même source on comprend que toutes les topologies avec un stator à cinq phases présenteraient ce problème. La présence simultanée des harmoniques de rangs 2 et 3 d'une part et 7 et 8 d'autre part, résulte du choix de 5 phases et 4 pôles générant des harmoniques d'induction des rangs : $5k \pm 2$ (§2.4.4).



Figure 2.17 : Force de lévitation pour la machine 5-phase aimantation radiale 120° : (a) Formes d'ondes (b) Analyse spectrale



Figure 2.18 : Force de lévitation pour la machine 5-phase aimantation parallèle : (a) Formes d'ondes (b) Analyse spectrale.

Les topologies à cinq phases qui paraissent plus intéressants d'un point de vue du bobinage dans un premier temps présentent de nombreux harmoniques de force. De plus il est impossible d'éliminer l'ensemble des harmoniques. C'est pourquoi ce type de topologie ne pourra pas être retenue sans tenir compte de ce problème.

 Tableau 2.7: Représentation des interactions harmoniques : machine 5-phase aimantation parallèle

Source		Harmonique d'espace									
d'induction	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
I1	ω_1			$-\omega_1$		ω_1			$-\omega_1$		
I2		ω_2	$-\omega_2$				ω_2	$-\omega_2$			
Mag	ω										

2.4.6.2 Topologie à 6 phases

La machine à 5-phase n'ayant pas pu répondre au critère d'élimination des harmoniques, les machines à 6-phase sont analysées dans ce qui suit. Le même exercice répété en établissant le tableau des interactions et leurs évolutions pour les trois topologies retenues du rotor : aimantation radiale avec un épanouissement de 180°, aimantation radiale avec un épanouissement de 180°, aimantation radiale avec un épanouissement de 120°, aimantation parallèle.

2.4.6.2.1 Rotor à aimantation radiale 180° :

Cette topologie présente les interactions suivantes :

•	$B(1_{mag}, 2_{I_2}) \Longrightarrow F(0)$
•	$B(1_{I_1}, 2_{I_2}) => F(0)$
•	$B(4_{I_2}, 5_{I_1}) => F(0)$
•	$B(7_{l_1}, 8_{l_2}) => F(0)$
•	$B(2_{I_2}; 3_{mag}) \Longrightarrow F(2\omega)$
•	$B(3_{mag}, 4_{I_2}) \Longrightarrow F(-4\omega)$
•	$B(4_{I_2}, 5_{mag}) \Longrightarrow F(6\omega)$
•	$B(7_{mag}, 8_{I_2}) \Longrightarrow F(-6\omega)$

• $B(8_{I_2}, 9_{mag}) => F(9\omega)$

Tableau 2.8: Représentation des interactions harmoniques : machine 6-phase aimantationradiale 180°

Source		Harmonique d'espace									
d'induction	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
I1	ω_1	/			$-\omega_1$		ω_1	/			
I2		ω_{2}		$-\omega_2$	X		X	ω_2	/		
Mag	ω		3ω		5ω	5	7ω		9ω		

Il est alors possible de faire quelques remarques sur ces différentes interactions :

- Comme dans la topologie à cinq phases, la composante $B(1_{mag}, 2_{l_2}) => F(0)$ est la principale contribution à la génération des forces de lévitation. Le fait que cette contribution soit "forte" est ici encore le fait de nos choix.
- Toutes les forces liées uniquement interactions des distributions de courant I_1 et I_2 : $B(1_{I_1}, 2_{I_2}) => F(0), B(4_{I_2}, 5_{I_1}) => F(0)$ et $B(7_{I_1}, 8_{I_2}) => F(0)$ génèrent des forces constantes. Comme précédemment, celles-ci pourront contribuer à la force de lévitation selon leurs directions.
- Les contributions $B(2_{I_2}; 3_{mag}) => F(2\omega)$ et $B(3_{mag}, 4_{I_2}) => F(-4\omega)$ ont en commun l'harmonique de rang 3 d'induction généré par les aimants. Leur second harmonique contributeur est issu de la distribution de courant I_2 . Comme précédemment une des deux contributions est dans une configuration "forte" alors que la seconde est dans une configuration "faible". Sans cette distinction, on s'attend à ce que l'harmonique de rang 2 de force soit plus important que l'harmonique de rang 4. Mais du fait que l'interaction $B(3_{mag}, 4_{I_2}) => F(-4\omega)$ et l'interaction $B(2_{I_2}; 3_{mag}) => F(2\omega)$ est de nature faible, l'harmonique de force de rang 4 devrait être plus important.
- On retrouve également dans cette configuration deux composantes de forces de rang 6 créant des forces tournantes dans des directions opposées B(4₁₂, 5_{mag}) => F(6ω) et B(7_{mag}, 8₁₂) => F(-6ω). On s'attend donc à retrouver à l'harmonique 6 les caractéristiques d'une force pulsante.
- La contribution $B(8_{l_2}, 9_{mag}) => F(9\omega)$ étant une configuration faible et étant donné les rangs harmoniques élevés d'induction mise en jeu, on s'attends alors à ce que cette composante ne soit pas perceptible.

Comme lors des précédentes analyses, on trace alors les courbes des forces pour un tour complet du rotor (Figure 2.19). On voit alors très clairement ici apparaître l'importance des contributions "fortes" et "faibles" avec l'harmonique de force de rang 2 qui est beaucoup plus faible que l'harmonique de force de rangs 4. Par ailleurs, on constate bien que l'harmonique de force de rang 6 a une partie de sa force pulsante selon l'axe x.



Figure 2.19 : Forces de lévitation pour la machine 6 phases-aimantation radiale 180° : (a) Formes d'ondes (b) Analyse spectrale.

2.4.6.2.2 Rotor à aimantation radiale 120° :

On relève alors dans le Tableau 2.9 des forces les différentes interactions pour la topologie 6phase à aimantation radiale avec une ouverture de pôles de 120° :

•	$B(1_{mag}, 2_{I_2}) \Longrightarrow F(0)$
•	$B(1_{I_1}, 2_{I_2}) => F(0)$
•	$B(4_{I_2}, 5_{I_1}) => F(0)$
•	$B(7_{I_1}, 8_{I_2}) => F(0)$
•	$B(4_{I_2}, 5_{mag}) => F(6\omega)$
•	$B(7_{mag}, 8_{I_2}) \Longrightarrow F(-6\omega)$

Tableau 2.9: Représentation des interactions harmoniques : machine 6 phases - aimantation radiale 120°

Source		Harmonique d'espace									
d'induction	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
I1	ω_1	/			$-\omega_1$		ω_1	/			
I2		ω_2		$-\omega_2$	X		X	ω_2			
Mag	ω				5ω	5	7ω				

On remarque qu'un grand nombre d'interactions élémentaires qui généraient des harmoniques de force ont disparu. Néanmoins, un seul harmonique de force semble rester, il s'agit des harmoniques de rang 6. Comme précédemment ceci semble avoir une composante pulsante. Néanmoins ces composantes de forces par leur rang élevé semblent moins problématiques. D'autant plus qu'elles sont également issues d'harmoniques d'induction de rangs élevés supposés faibles en comparaison avec les harmoniques générant la force principale.

Le tracé des forces pour une rotation complète du système permet de s'assurer de cette constatation. Cette topologie présente donc des harmoniques mais dans des proportions bien



Figure 2.20 : Forces de lévitation pour la machine 6-phase aimantation radiale 120° : (a) Formes d'ondes (b) Analyse spectrale.

moindres que toutes les topologies qui ont été présentées précédemment. Elle pourrait donc être retenue pour des applications peu contraignantes sur la qualité de la lévitation.

2.4.6.2.3 Rotor à aimantation parallèle :

Enfin pour terminer, nous répétons une dernière fois l'exercice pour une aimantation parallèle sur une machine 6-phase :



On constate alors, que toutes les interactions génèrent des forces constantes. De ce fait, cette architecture semble être très adaptée pour notre application. Le relevé des forces radiales pour une rotation complète de la machine permet de confirmer cette hypothèse. En effet aucun harmonique de force ne semble exister.

 Tableau 2.10: Représentation des interactions harmoniques : machine 6-phase aimantation parallèle

Source		Harmonique d'espace								
d'induction	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
I1	ω_1	/			$-\omega_1$		ω_1	/		
I2	\mathbf{X}	ω_2		$-\omega_2$				ω_2		
Mag	ω									

L'étude des différentes combinaisons possibles, nous a montré la pertinence de notre modèle pour analyser et prévoir le comportement des forces radiales dans les machines que l'on souhaite étudier. En effet, lors de ces différentes études nous avons été en mesure de prédire le comportement et de connaître l'origine de chaque harmonique de la force.



Figure 2.21 : Forces de lévitation pour la machine 6-phase aimantation parallèle : (a) Formes d'ondes (b) Analyse spectrale.

Par ailleurs, nous sommes à présent en capacité de privilégier l'architecture 6-phase à aimantation parallèle qui présente l'avantage de générer une force constante dépourvue de toute ondulation. Grâce à cette caractéristique, la lévitation du moteur ne subira pas de perturbation liée à la conversion électromécanique.

2.5 Prise en compte des différents aspects de la saturation

Jusqu'à présent, il a été supposé que le circuit magnétique de la machine n'était pas saturé permettant ainsi d'appliquer le théorème de superposition. Le modèle hybride est basé sur cette hypothèse, il permet de trouver une structure réduisant au maximum les harmoniques de force qui pourrais exister. Il est tout de même nécessaire de comprendre les phénomènes de saturation dans ces machines spéciales afin de les dimensionner au plus juste de sorte que les matériaux ferromagnétiques soient exploités au maximum de leurs capacités.

Les machines auto-lévitées ont la particularité d'avoir deux harmoniques spatiaux d'induction circulant dans le même circuit magnétique. Le premier harmonique est destiné à la génération du couple alors que le second harmonique en interaction avec le premier permet de générer les forces de lévitation. Ces deux champs peuvent donc évoluer de façon totalement indépendante. Par exemple, dans le cas d'une force constante de la machine, les champs d'induction tournent à des vitesses mécaniques différentes. Selon les situations, ces flux peuvent circuler dans le même sens ou dans des sens opposés rendant ainsi certaines zones du circuit magnétique plus ou moins saturées.

L'objectif de l'analyse qui va suivre est de déterminer jusqu'à quel niveau de saturation le modèle hybride reste acceptable et quel est le taux d'erreur par rapport au modèle tout éléments finis qui tient compte de la saturation. On adopte la démarche suivante :

• Pour séparer les phénomènes liés à la saturation dans la culasse de ceux liés à la saturation des dents, on surdimensionne volontairement dans le modèle "tout éléments finis" l'une ou l'autre des parties (culasse ou dents), de sorte qu'elle puisse canaliser des flux importants sans saturer. Dans chacun des cas, on détermine les situations critiques.

• A partir des points les plus problématiques, on cherche à évaluer la diminution de la force en fonction de l'induction maximale relevée pour chacun des phénomènes de saturation (dent ou culasse). Cette mesure permettra alors de déterminer quel niveau de saturation peut être accepté pour ne pas voir apparaître des harmoniques de force liés à la saturation.

2.5.1 Saturation de la culasse uniquement

Pour constater l'effet que pourrait avoir la saturation de la culasse par la cohabitation des deux flux de polarités p = 1 et p = 2, la taille des dents est volontairement exagérée de sorte qu'elles ne saturent pas. On considère une machine 6-phases à aimantation parallèle, dont l'axe d'une phase est confondu avec l'axe Ox. Elle est représentée sur la Figure 2.22.

Les forces F_x et F_y sont alors calculées par le modèle tout éléments finis en régime saturé et sont tracées pour un tour complet du rotor (figure 2.23). Plusieurs remarques s'imposent :

- Des ondulations apparaissent sur les forces F_x et F_y alors qu'elles sont constantes d'après le modèle linéaire.
- Pour certaines positions du rotor, la force semble ne pas être affectée. Celles-ci sont représentées en vert clair au voisinage de $\pi/2$ et $3\pi/2$ dans la figure 2.23.
- Les maxima et minima des forces F_x et F_y sont réguliers et décalés de $\pi/4$; Ils sont mis en évidence par des lignes verticales rouges et vertes dans la figure 2.23.

Afin de comprendre les phénomènes mis en jeu, on choisit de faire une représentation schématique de la superposition des deux flux (une et deux paires de pôles) dans la culasse pour



Figure 2.22 : Exemple de machine avec culasse saturée



Figure 2.23 : Force F_x et F_y dans une machine avec culasse saturée pour un tour complet du rotor

différentes positions du rotor précédemment mises en évidence. Cette représentation est donnée sur la Figure 2.24.

Dans cette figure, les flèches de couleur bleu représentent le flux correspondant au système à 1 paire de pôle, la longueur de la flèche est proportionnelle à la valeur du flux. Les flèches de couleur orange représentent le flux correspondant au système à 2 paires de pôles.



Flux important liée au système 1 paire de pôles Flux liée au système 1 paire de pôles Flux liée au système 2 paires de pôles

Il est alors possible de constater un lien entre les formes d'ondes des forces tracées sur la Figure 2.23 et la représentation schématique de la Figure 2.24.

• La Figure 2.24-a : corresponds à une position 0 ou π de la Figure 2.23 . Pour cette position, le niveau de saturation global de la culasse est équilibré sur les différentes parties de la culasse.



Figure 2.24 : Représentation schématique du flux dans les culasses pour différentes postions (a) $\theta = 0$ (b) $\theta = \pi/4$ (c) $\theta = \pi/2$.

- La Figure 2.24-b corresponds à une position 0 ± π/6 ou π ± π/6 de la Figure 2.23. Pour cette position deux zones de la culasse sont fortement saturées ce qui diminue la valeur du champ d'entrefer et diminue la force. Pour ces positions, le modèle hybride n'est pas adapté car il surestime la force.
- La Figure 2.24-c corresponds à une position avoisinant π/2 ou 3π/2 de la Figure 2.23. Pour cette position, les flux correspondant aux deux polarités s'opposent presque partout dans la culasse qui est donc non saturée. Ce qui explique l'aspect plateau de la courbe F_x et une force F_y quasi-nulle. Pour ces positions, les résultats du modèle hybride coïncident avec ceux du modèle tout éléments finis.

Ces remarques permettent de dire que les positions les plus défavorables en termes de saturation sont celles qui correspondent à la Figure 2.24-b. Il faudra donc déterminer par éléments finis le niveau de saturation de la culasse et de la force générée dans les conditions extrêmes pour cette position afin de s'assurer que la saturation n'est pas trop importante dans ce point de fonctionnement

2.5.2 Saturation des dents uniquement

Pour constater l'effet de la saturation des dents dû à la cohabitation des deux flux de polarités p = 1 et p = 2, la taille de la culasse est volontairement exagérée de sorte qu'elles ne saturent pas. Une machine 6-phase à aimantation parallèle est comme précédemment considérée. Elle est représentée sur la Figure 2.25.

Les forces F_x et F_y sont alors calculées par le modèle tout éléments finis en régime saturé et sont tracées pour un tour complet du rotor (Figure 2.26). Une ondulation de la force caractérisée par une valeur crête et deux valeurs minimales alternées est alors constatée.

• Les plus petites valeurs de la force (creux) sont obtenues pour les positions 0 et π .



Figure 2.25 : Exemple de machine avec dent saturée



Figure 2.26 : Les forces F_x et F_y dans une machine avec dent saturée pour un tour complet du rotor

- Pour les positions $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$ il y a des creux de moindre importance
- Les plus grandes valeurs de la force (crête) sont obtenues pour les positions π/4 modulo π/2

La superposition des 2 champs tournants à des vitesses différentes fait que l'état de saturation des dents n'est pas constante sur une période. Comme précédemment, une représentation schématique des différents points de fonctionnement est décrite dans la Figure 2.27. Il est alors possible de faire les remarques suivantes :

- La Figure 2.27-a corresponds aux positions 0 ou π de la Figure 2.26. Une saturation importante de la dent 1 est visible car une grande partie du flux est concentré sur une seule dent. A courant constant, l'induction d'entrefer sous cette dent est faible, ce qui diminue la force.
- La Figure 2.27-b corresponds aux positions $\pi/4$ modulo $\pi/2$ de la Figure 2.26. Le flux est bien reparti entre toutes les dents qui sont moins saturées que dans le cas précédent.



Figure 2.27 : Représentation schématique du flux dans les dents pour différentes positions (a) $\theta = 0$ (b) $\theta = \pi/4$ (c) $\theta = \pi/2$.

La valeur de la force est alors plus élevée. Les résultats du modèle hybride et du modèle tout éléments finis coïncident.

• La Figure 2.27-c corresponds aux positions $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$ de la Figure 2.26. Le flux se répartit alors sur 2 dents il apparaît donc un phénomène de saturation relativement important bien qu'il soit plus faible que dans le cas de la Figure 2.27-a. La valeur de la force est donc intermédiaire.

A travers cette analyse, apparaît la complexité de la prise en compte de l'effet de la saturation des dents et de la culasse car un grand nombre de considérations doivent rentrer en ligne de compte :

- Nombre et position des dents
- Position du rotor et intensité des courants destinés à la génération du couple
- L'intensité des courants destinés à la lévitation
- Direction de la force sur un pas dentaire (face à une dent ou face à une encoche)

2.5.3 Définition des seuils critiques de saturation

Les ondulations de la force précédemment observées ont permis d'identifier les positions critiques pour lesquelles la valeur de la force a fortement diminué à cause de la saturation locale d'une zone particulière de la machine, dans les dents ou dans la culasse. Pour un cahier des charges donné, la valeur de la force à créer doit être supérieure ou égale à un certain seuil. D'un autre côté, il faut garantir un taux d'ondulation faible de la force.

L'analyse faite précédemment a montré qualitativement les phénomènes et a identifié les situations critiques. Nous allons considérer ces points critiques d'une manière quantitative dans ce qui suit. Nous adoptons la même démarche de séparation des effets liés à la saturation des dents et de la culasse.

Le fer utilisé est caractérisé par la courbe b(h) donné dans la Figure 2.28.

2.5.3.1 Saturation des dents

Afin de connaitre le seuil critique de saturation pour les dents, le rotor est positionné en un point très défavorable où les deux champs (de polarité p = 1 et p = 2) s'ajoutent dans une dent



Figure 2.28 : Courbe b(h) de la tôle NO20



Figure 2.29 : Force minimale ($\theta = 0$) en fonction de l'induction moyenne dans les dents

(Figure 2.27-a). En faisant varier la largeur de la dent sur une grande plage, la valeur moyenne de l'induction dans la dent varie de manière contraire. On détermine pour cette position la valeur de la force en fonction de la valeur de l'induction tout en gardant les sources de champ invariantes que l'on représente sur la Figure 2.29.

Plusieurs constats :

- La valeur de la force varie de moins de 2% tant que l'induction moyenne dans la dent est inférieure à 1,4T en conséquence on choisit de ne pas dépasser ce seuil dans les dents.
- Au-delà de 1,5T la force diminue brutalement car les dents sont très fortement saturées. Le modèle hybride ne peut pas être utilisé dans ces conditions.

Pour s'assurer que les choix d'une dent dont la saturation ne dépasse pas 1,4T n'induit pas d'harmonique de force, la forme d'onde de la force pour un tour du rotor est tracée (Figure 2.30) dans ces conditions maximales. Le choix de faire travailler le fer à la fin du coude de saturation du matériau (1.4T) ne perturbe pas la force.



Figure 2.30 : Force pour un tour du rotor (modèle tout EF saturé) Induction maximale dans les dents 1,4T

2.5.3.2 Saturation des culasses

Comme pour les dents, la machine est placée dans la configuration la plus défavorable soit quand le rotor est placé à la position $\pi/4$ correspondant à la Figure 2.24-b. Pour cette configuration on fait varier l'épaisseur de culasse tout en gardant les sources de champ invariantes. On trace l'évolution de la force en fonction de l'induction aux zones les plus saturées de la culasse (Figure 2.31). Comme pour les dents, en dessous d'une certaine épaisseur, l'induction est supérieure à 1.4 Tesla et la force diminue sensiblement alors qu'elle est stable lorsque le niveau d'induction est inférieur 1,4 T.

Pour s'assurer que les choix d'une culasse dont la saturation ne dépasse pas 1,4T n'induit pas d'harmonique de force, la forme d'onde de la force pour un tour du rotor est tracée (Figure 2.32) dans ces conditions défavorables. Le choix de faire travailler le fer à la fin du coude de saturation du matériau (1.4T) ne perturbe pas la force.

Il faut donc s'assuré que pour les points identifier comme étant les plus saturé le niveau d'induction ne dépassent pas la fin du coude de saturation du matériau choisi.



Figure 2.31 : Force minimale ($\theta = \pi/4$) en fonction de l'induction moyenne dans la culasse



Figure 2.32 : Force pour un tour du rotor (modèle tout EF saturé) Induction maximale dans la culasse 1,4T

2.6 Conclusion

Ce chapitre, permet de réunir toutes les informations permettant de choisir et dimensionner le circuit magnétique et les ampères-tours d'une machine auto-lévitée.

La première partie de ce chapitre a permis de définir les polarités des différents champs d'induction mises en jeu pour la lévitation et la localisation de leurs sources qui doivent être judicieusement choisies de façon à maximiser la génération des forces de lévitation.

D'autre part, il est nécessaire de veiller à ce que la reluctance homopolaire soit la plus grande possible afin de diminuer les effets de la raideur négative qui se manifeste dès qu'il y a un décentrement du rotor. Par ailleurs il est toujours nécessaire de quantifier les raideurs négatives générées par les différentes sources.

La deuxième partie montre que les structures (denture, aimantation) doivent être choisies avec soin afin de limiter au maximum l'apparition d'ondulation de force. Ces ondulations de force pouvant entraîner l'excitation de mode propre du système. Pour cela, le modèle spectral développé permet de prédire et de quantifier les différentes interactions entres les harmoniques d'induction conduisant aux ondulations de la force.

Une démarche originale de validation statistique de notre modèle a été mise en œuvre avec succès.

De la même façon, la saturation du circuit magnétique d'un moteur auto-lévité peut entraîner des ondulations de la force. Il sera alors nécessaire de vérifier aux points critiques que l'induction ne dépasse pas un seuil donné.

Il est alors possible d'intégrer dans un processus d'optimisation l'ensemble des contraintes précédentes et de vérifier de façon rapide leurs respects grâces au modèle hybride développé.

Chapitre III : Modèle externe, commande et électronique de puissance

Sommaire

3.1	INTRODUCTION			
3.2	CHOIX DU BOBINAGE			
3.3	MODELE EXTERNE DES MACHINES 6-PHASE ET 2 FOIS 3-PHASE			
3.	.3.1	Modèles externes de la machine auto-lévitée 6-phase dans le référentiel naturel	90	
3.	.3.2	Modèles externes de la machine auto-lévitée 6-phase dans le référentiel α 1, β 1, α 2, β 2, h, H	92	
3.3.3		Modèles externes de la machine auto-lévitée 6-phase dans le référentiel d, q, x, y		
3.3.4		Modèles externes de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase dans le référentiel naturel		
3.	.3.5	Modèles externes de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase dans le référentiel α 1, β 1, α 2, β 2, h , β		
		98		
3.	.3.6	Modèles externes de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase dans le référentiel d, q, x, y	100	
3.4	Expr	ession des composantes FX et Fyde la force radiale	102	
3.5 IDENTIFICATION DES PARAMETRES DU MODELE EXTERNE		TIFICATION DES PARAMETRES DU MODELE EXTERNE	104	
3.	.5.1	Détermination des coefficients liés à une seule distribution de courant I1 ou I2	109	
	3.5.1	.1 Evaluation de Ld , Lq et Mdq via la distribution de courant I1seule	109	
	3.5.1	.2 Evaluation de Lx , Ly et Mxy via la distribution de courant I2seule	113	
3.	.5.2	Détermination des coefficients liés au flux générés par les aimants	118	
3.5.3		Conclusion sur l'identification des paramètres du modèle électrique	122	
3.6	ARCH	ITECTURE DE CONTROLE DU MOTEUR AUTO-LEVITE BASEE SUR SON MODELE EN VUE DE LA COMMANDE	124	
3.	.6.1	Reconstitution des variables d'états et de commande de l'ensemble moteur auto-lévité/ond	uleur	
d	e tens	ion	124	
3.	.6.2	Contrôle du couple et des forces de lévitation	126	
	3.6.2	.1 Contrôle du couple	126	
	3.6.2	.2 Contrôle des composantes de la force de lévitation	127	
3.7 CONTRAINTES SUR L'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE		raintes sur l'electronique de puissance	127	
3.	.7.1	Détermination des paramètres du modèle dqxy de la machine 6-phase en fonction du nomb	ore de	
sp	oires	128		
3.	.7.2	Détermination des paramètres du modèle dqxy de la machine 2 fois 3-phases en fonction de	и	
n	ombre	e de spires	130	
3.	.7.3	Détermination de la tension maximale imposée par les onduleurs	133	
	3.7.3	.1 Tension maximale imposée par onduleurs 3 bras	133	
	3.7.3	.2 Tension maximale imposée par onduleurs 6 bras	135	
3.	.7.4	Choix du nombre de spires des machines 6-phase et 2 fois 3-phase	137	

	3.7.4.1	Machine 6-phase avec un onduleur 6-bras	137
	3.7.4.2	Machine 2 fois 3-phase avec deux onduleurs 3-bras	138
	3.7.4.3	Comparaison des deux électroniques de puissance des structures 6-phase et 2 fois 3-phase	140
3.8	CONCLUSION		140

3.1 Introduction

Dans le chapitre précèdent, toutes les informations nécessaires au dimensionnement du circuit magnétique ont été réunies. Nous considérons donc dans ce chapitre que les dimensions du stator et du rotor sont connues ainsi que les ampères-tours maximaux de la distribution de courant de polarité p = 1 nécessaires à la génération du couple maximal (NI_{1m}) et les ampères-tours maximaux de la distribution de courant de polarité p = 2 nécessaires à la génération de la force de lévitation maximale (NI_{2m}).

Dans ce chapitre, nous cherchons à déterminer le bobinage et son nombre de spires, les onduleurs associés pour son alimentation et les structures de contrôle adaptées à la machine auto-lévitée. Pour déterminer ces différents points et s'assurer de la pertinence des choix effectués, nous adoptons la démarche présentée ci-après.

Dans un premier temps, nous présentons deux types de bobinage possibles et les structures de convertisseurs statiques associés : un bobinage 6-phase et un bobinage 2 fois 3-phase permettant de séparer les deux fonctionnalités moteur et palier dans chacun des bobinages. Dans la suite de ce chapitre, ces bobinages sont systématiquement comparés afin de connaître les avantages et les inconvénients de chacun.

À partir des deux structures de bobinage considérées, nous établissons les modèles externes des machines prenant en compte le décentrement du rotor. Ces modèles permettront d'évaluer l'impact du décentrement du rotor sur les caractéristiques de la machine, de synthétiser les systèmes de contrôle des onduleurs et de choisir le nombre de spires le plus adapté pour chaque type de bobinage.

Pour déterminer l'importance du décentrement dans les expressions du modèle décentré, nous déterminons l'expression des forces à partir des équations du modèle externe. La comparaison des expressions des composantes de la force issues du modèle externe et celles obtenues à partir du modèle-magnétique (modèle interne) développé au chapitre précédent permet alors de trouver les expressions analytiques des inductances en fonction de la position du rotor. La validation de ces expressions analytiques par une approche basée sur des calculs par éléments finis permet de valider l'approche de modélisation interne du décentrement du rotor présenté au chapitre II. De plus, ces expressions analytiques mettent en évidence que lorsque le décentrement du rotor est faible son impact sur les paramètres du modèle externes peut être négligé.

En se basant sur l'expression des composantes de la force en fonction des paramètres du modèle externe, on peut établir aisément les schémas de contrôle de la machine 6-phase ou 2 fois 3-phase permettant d'imposer à la fois la force de lévitation et le couple d'entraînement du moteur auto-lévité.

Afin de déterminer le nombre de spires et de comparer de façon aisée les deux structures 6phase et 2 fois 3-phase, on exprime d'abord les différents paramètres et grandeurs du modèle externe en fonction du nombre de spires et des paramètres d'un bobinage fictif à une spire. Ces informations associées à la tension maximum que peuvent imposer chacun des onduleurs permettent ensuite de dimensionner au mieux le nombre de spires de chaque structure de bobinage et de choisir le calibre de courant des composants des différents onduleurs. Ces données permettront alors de retenir une structure de bobinage pour la machine auto-lévitée associée à son électronique et de sa commande pour réaliser un prototype dont les résultats de tests sont présentés au chapitre suivant.

3.2 Choix du bobinage

Le chapitre précédent a permis d'identifier que la machine à aimants permanents la plus adaptée aux différentes contraintes fixées est une machine à six dents statoriques et à aimant rotorique à aimantation parallèle dont les parties annexes (carcasse, roulements à billes atterrisseurs, arbres...) sont réalisées dans des matériaux amagnétiques de façon à affaiblir considérablement la composante homopolaire du flux.

Par ailleurs, le dimensionnement de cette machine a permis de déterminer le nombre d'ampèrestours Ni_{max} maximal généré par chaque bobine réalisée autour de chaque dent statorique (chaque plot). Le bobinage proposé dans le chapitre précédent peut alors être illustré tel qu'on le voit sur la figure 3.1. Il s'agit donc maintenant de s'intéresser à la structure de l'électronique de puissance que l'on souhaite avoir pour cette machine. Et de déterminer les différentes possibilités.

Les courants permettant de générer une induction d'entrefer à 1 et 2 paires de pôles sont équilibrées la somme des courants circulant dans les phases est donc nulle. De ce fait une structure avec un neutre reliant toutes les phases et un bras par phase est envisageable. Cette structure est illustrée à la figure 3.2.

En observant les courants qui doivent être générés, on constate que les courants dans les phases à numéro pairs et impairs sont équilibrés. De ce fait, une structure avec un point neutre pour les phases paires un point neutre pour les phases impaires peut également être envisagé figure 3.3.

On peut noter que la première structure permet de contrôler le courant quasi homopolaires alors que la structure à deux neutres impose que ce courant soit nul. Dans le cas de la machine qui a été dimensionnée, le courant homopolaire doit être nul. Il est donc préférable de choisir la deuxième structure.

La solution à deux neutres, permet de réduire le nombre de capteurs ainsi que le nombre de boucles de régulation qui seront nécessaires à la commande du système. Pour cette raison, nous choisissons de privilégier cette structure que nous retenons pour la suite de l'étude.



Figure 3.1 : Architecture d'alimentation de la machine 6-phase à un seul point neutre



Figure 3.2 : Architecture d'alimentation de la machine 6-phase à un seul point neutre



Figure 3.3 : Architecture 6 phase à double point neutre

Lorsque l'on considère une machine à six dents, cette machine peut être bobinée pour créer 1 paire de pôle p = 1 avec trois phases ou avec un autre bobinage créer 2 paires de pôles p = 2 avec trois phases. Ce constat permet alors d'envisager d'insérer deux bobinages dans la machine tel que le premier génère 1 paire de pôle et le second génère 2 paires de pôles tel qu'illustré à la figure 3.4.

Il est à noter, que le dimensionnement des encoches de la partie magnétique étant réalisé pour permettre le passage des distributions de courant I_1 et I_2 à tout instant, l'espace laissé est donc le même que l'on considère les ampères-tours pour un système six phases ou la somme des ampères-tours des deux systèmes triphasés.

L'électronique de puissance associée à la machine à deux bobinages triphasés est alors classique : il s'agit de deux onduleurs de tension à trois bras, l'un alimente le premier bobinage triphasé (p=1) dédié à la "fonctionnalité moteur" de la machine et l'autre alimente le second bobinage triphasé (p=2) dédié à la "fonctionnalité lévitation" (voir Figure 3.5). L'intérêt de cette configuration est de séparer l'action sur les deux fonctionnalités moteur et lévitation, ce qui permet d'optimiser les calibres de composant de l'onduleur et le nombre de spires du bobinage en fonction des contraintes propre à chaque fonctionnalité.

Dans ce qui suit les deux structures présentées ci-dessus sont étudiées afin de déterminer la structure la plus judicieuse pour la machine auto-lévitée considérée.

3.3 Modèle externe des machines 6-phase et 2 fois 3-phase

Dans cette partie, nous établissons les modèles externes des deux machines auto-lévitées considérées : machines à structures 6-phase avec deux neutres isolés électriquement (Figure 3.3) et 2 fois 3-phase (voir figure 3.4). Dans un premier temps nous établissons les modèles dans un référentiel naturel ensuite ces modèles sont exprimés dans un référentiel pour lequel les grandeurs de chaque machine soient des grandeurs continues.

3.3.1 Modèles externes de la machine auto-lévitée 6-phase dans le référentiel naturel

La machine 6-phase à deux neutres isolés électriquement comporte six phases identiques de même nombre de spires décalées spatialement de $2\pi/6$. Les équations de tension de la machine 6-phase dans le référentiel naturel sont :

$$[v_{abcdef}] = R[i_{abcdef}] + \frac{d}{dt}[\varphi_{abcdef}]$$
(3.1)

Avec :

$$\begin{bmatrix} v_{abcdef} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_d \\ v_e \\ v_f \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_{abcdef} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_d \\ i_e \\ i_f \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varphi_{abcdef} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \\ \varphi_d \\ \varphi_e \\ \varphi_f \end{bmatrix}$$
(3.2)



Figure 3.4 : Bobinage 2 × 3-phase



Figure 3.5: Convertisseurs d'une machine double-bobinage (a) convertisseur moteur (b) convertisseur palier

R est la résistance d'une phase. Les vecteurs $[v_{abcdef}]$, $[i_{abcdef}]$, $[\varphi_{abcdef}]$ sont respectivement les vecteurs tension, courant et flux total à travers les bobines de chaque phase.

Contrairement aux machines électriques classiques, le rotor a ici la possibilité de se déplacer suivant les axes \vec{x} et \vec{y} et de tourner autour de l'axe \vec{z} . Les flux totaux à travers les bobines sont la somme des flux générés par les aimants et par les distributions de courant. Les flux générés par les aimants à travers les bobines statoriques dépendent alors de la position angulaire θ du rotor ainsi que des coordonnées du centre du rotor (x, y). En admettant que le rotor est lisse, les flux générés par les courants à travers les bobines statoriques de la machine auto-lévitée dépendent uniquement des coordonnées du centre du rotor (x, y).

$$\left[\varphi_{abcdef}\right] = \left[L(x, y)\right] \left[i_{abcdef}\right] + \left[\varphi_{abcdef,mag}(x, y, \theta)\right]$$
(3.3)

Avec :

$$L(x,y) = \begin{bmatrix} L_{a} & M_{ab} & M_{ac} & M_{ad} & M_{ae} & M_{af} \\ M_{ba} & L_{b} & M_{bc} & M_{bd} & M_{be} & M_{bf} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{c} & M_{cd} & M_{ce} & M_{cf} \\ M_{da} & M_{db} & M_{dc} & L_{d} & M_{de} & M_{df} \\ M_{ea} & M_{eb} & M_{ec} & M_{ed} & L_{e} & M_{ef} \\ M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} & M_{fd} & M_{fe} & L_{f} \end{bmatrix}$$
(3.4)

$$\left[\varphi_{abcdef,mag}(x,y,\theta)\right] = \begin{bmatrix} \varphi_{a,mag}(x,y,\theta) \\ \varphi_{b,mag}(x,y,\theta) \\ \varphi_{c,mag}(x,y,\theta) \\ \varphi_{d,mag}(x,y,\theta) \\ \varphi_{e,mag}(x,y,\theta) \\ \varphi_{f,mag}(x,y,\theta) \end{bmatrix}$$
(3.5)

Où les éléments du vecteur flux $[\varphi_{abcdef,mag}]$ représentent le flux total des aimants à travers les différentes phases statoriques (flux à vide). θ étant la position angulaire de l'axe de l'aimant par rapport à l'axe de symétrie de la première phase statorique.

On remarque, que la machine à six phases considérée (Figure 3.3) comporte deux neutres isolés électriquement. De ce fait la somme des courants de chaque étoile est nulle :

$$i_a + i_c + i_e = 0$$
 (3.6)

$$i_b + i_d + i_f = 0 (3.7)$$

Pour imposer ces contraintes, nous passons dans un référentiel $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, h, H$, pour forcer les courants i_h , i_H à zéro.

3.3.2 Modèles externes de la machine auto-lévitée 6-phase dans le référentiel $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, h, H$

Nous avons donc 2 contraintes supplémentaires sur les courants des six phases qui ne sont pas intégrées dans les équations de tension (3.1). Afin d'intégrer de manière simple ces contraintes aux équations de tension, les différentes variables sont exprimées dans un nouveau référentiel $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, h, H$ à l'aide de la matrice de Concordia généralisée :

$$\begin{bmatrix} G_{\alpha 1} \\ G_{\beta 1} \\ G_{\alpha 2} \\ G_{\beta 2} \\ G_{h} \\ G_{H} \end{bmatrix} = T_{66}^{t} \begin{bmatrix} G_{a} \\ G_{b} \\ G_{c} \\ G_{d} \\ G_{e} \\ G_{f} \end{bmatrix}$$
(3.8)

avec :

 T_{66}^{t}

$$= \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos\left(\frac{2\pi}{6}\right) & \cos\left(2\frac{2\pi}{6}\right) & \cos\left(3\frac{2\pi}{6}\right) & \cos\left(4\frac{2\pi}{6}\right) & \cos\left(5\frac{2\pi}{6}\right) \\ \sin(0) & \sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) & \sin\left(2\frac{2\pi}{6}\right) & \sin\left(3\frac{2\pi}{6}\right) & \sin\left(4\frac{2\pi}{6}\right) & \sin\left(5\frac{2\pi}{6}\right) \\ \cos(0) & \cos\left(\frac{4\pi}{6}\right) & \cos\left(2\frac{4\pi}{6}\right) & \cos\left(3\frac{4\pi}{6}\right) & \cos\left(4\frac{4\pi}{6}\right) & \cos\left(5\frac{4\pi}{6}\right) \\ \sin(0) & \sin\left(\frac{4\pi}{6}\right) & \sin\left(2\frac{4\pi}{6}\right) & \sin\left(3\frac{4\pi}{6}\right) & \sin\left(4\frac{4\pi}{6}\right) & \sin\left(5\frac{4\pi}{6}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(3.9)

Dans ce cas, en imposant les composantes homopolaire (désigné par l'indice h) et quasihomopolaire (désigné par l'indice H) du courant à zéro, les deux contraintes sur les courants sont simplement prises en compte. De plus, cette considération permet de réduire l'ordre du système de 6 à 4 en ne considérant que les composantes $\alpha_{1,\beta_1}, \alpha_2, \beta_2$ de chaque variable (tension, courant, flux...).

En appliquant la matrice de Concordia généralisée T_{66}^t sur les équations de tension (3.1). Les équations de tension dans le référentiel $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, h, H$ deviennent :

$$[v_{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2hH}] = R.[i_{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2hH}] + \frac{d}{dt}[\varphi_{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2hH}]$$
(3.10)

Étant donné que les composantes de courant homopolaire i_h et quasi-homopolaire i_H sont nulles, de ce fait, toutes les composantes homopolaires et quasi-homopolaires des autres grandeurs n'interviendront pas dans l'échange de puissance (P_{elec}).

$$P_{elec} = \begin{bmatrix} i_{abcdef} \end{bmatrix}^{t} \begin{bmatrix} v_{abcdef} \end{bmatrix}$$

= $\begin{bmatrix} i_{\alpha_{1}\beta_{1}\alpha_{2}\beta_{2}hH} \end{bmatrix}^{t} \begin{bmatrix} v_{\alpha_{1}\beta_{1}\alpha_{2}\beta_{2}hH} \end{bmatrix}$
= $\begin{bmatrix} i_{\alpha_{1}\beta_{1}\alpha_{2}\beta_{2}} \end{bmatrix}^{t} \begin{bmatrix} v_{\alpha_{1}\beta_{1}\alpha_{2}\beta_{2}} \end{bmatrix}$ (3.11)

On ne considère alors que les composantes intervenant dans l'échange de puissance $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$.

Compte tenu de l'expression donnée par (3.8), nous avons :

$$\begin{bmatrix} G_{\alpha 1} \\ G_{\beta 1} \\ G_{\alpha 2} \\ G_{\beta 2} \end{bmatrix} = T_{46}^t \begin{bmatrix} G_a \\ G_b \\ G_c \\ G_d \\ G_e \\ G_f \end{bmatrix}$$
(3.12)

Avec T_{46}^t la matrice de Concordia généralisée restreinte :

 T_{46}^t

$$= \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos\left(\frac{2\pi}{6}\right) & \cos\left(2\frac{2\pi}{6}\right) & \cos\left(3\frac{2\pi}{6}\right) & \cos\left(4\frac{2\pi}{6}\right) & \cos\left(5\frac{2\pi}{6}\right) \\ \sin(0) & \sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) & \sin\left(2\frac{2\pi}{6}\right) & \sin\left(3\frac{2\pi}{6}\right) & \sin\left(4\frac{2\pi}{6}\right) & \sin\left(5\frac{2\pi}{6}\right) \\ \cos(0) & \cos\left(\frac{4\pi}{6}\right) & \cos\left(2\frac{4\pi}{6}\right) & \cos\left(3\frac{4\pi}{6}\right) & \cos\left(4\frac{4\pi}{6}\right) & \cos\left(5\frac{4\pi}{6}\right) \\ \sin(0) & \sin\left(\frac{4\pi}{6}\right) & \sin\left(2\frac{4\pi}{6}\right) & \sin\left(3\frac{4\pi}{6}\right) & \sin\left(4\frac{4\pi}{6}\right) & \sin\left(5\frac{4\pi}{6}\right) \end{bmatrix}$$
(3.13)

Les équations de tension (3.10) deviennent alors :

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2} \end{bmatrix} = R\begin{bmatrix} i_{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2} \end{bmatrix}$$

$$i_h = 0 \text{ et } i_H = 0$$
(3.14)

3.3.3 Modèles externes de la machine auto-lévitée 6-phase dans le référentiel *d*, *q*, *x*, *y*.

En reprenant les expressions des distributions de courant I_1 et I_2 (générant les distributions d'inductions dans l'entrefer respectivement à 1 paire de pôles et 2 paires de pôles) vu dans le chapitre précédent équation (2.73). Le vecteur courant est la somme des vecteurs générant les deux distributions I_1 et I_2 .

$$[i_{abcdef}] = [I_1] + [I_2]$$
(3.15)

$$\begin{bmatrix} i_{abcdef} \end{bmatrix} = I_{1m} \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \phi_{1p}) \\ \cos(\theta_1 + \phi_{1p} - \frac{2\pi}{n}) \\ \vdots \\ \cos(\theta_1 + \phi_1 - (6-1)\frac{2\pi}{n}) \end{bmatrix}$$

$$+ I_{2m} \begin{bmatrix} \cos(\theta_2 + \phi_2) \\ \cos(\theta_2 + \phi_2 - 2\frac{2\pi}{n}) \\ \vdots \\ \cos(\theta_2 + \phi_2 - 2(6-1)\frac{2\pi}{n}) \end{bmatrix}$$
(3.16)

En appliquant la matrice de Concordia généralisé T_{46}^t au vecteur courant $[i_{abcdef}]$, On trouve :
_:

$$\begin{bmatrix} l_{\alpha_1} \\ i_{\beta_1} \\ i_{\alpha_2} \\ i_{\beta_2} \end{bmatrix} = I_{1m} \sqrt{\frac{6}{2}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \phi_1) \\ \sin(\theta_1 + \phi_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + I_{2m} \sqrt{\frac{6}{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos(\theta_2 + \phi_2) \\ \sin(\theta_2 + \phi_2) \end{bmatrix}$$
(3.17)

On montre ainsi que les composantes α_{1,β_1} du courant dépendent uniquement de la distribution de courant I_1 . De la même façon les composantes α_{2,β_2} du courant dépendent uniquement de la distribution de courant I_2 .

Afin d'assurer l'autopilotage d'une machine synchrone et générer un couple moyen non nul, la pulsation instantanée du courant doit avoir la même évolution que la vitesse électrique du rotor. Dans le cadre de la machine étudiée, la polarité des aimants rotoriques étant égale à 1 ($\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}$). De façon classique il est possible d'exprimer la distribution de courant I_1 par des grandeurs continues en appliquant une matrice de rotation $P(-\theta)$ au vecteur courant $[i_{\alpha_1} i_{\beta_1}]^t$. Ce qui revient à effectuer un changement de repère dans le plan α_1, β_1 . Ce nouveau repère est nommé dq, tel que l'axe d est aligné avec l'axe d'aimantation des aimants. On obtient ainsi :

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{q} \end{bmatrix} = P(-\theta) \begin{bmatrix} i_{\alpha 1} \\ i_{\beta 1} \end{bmatrix} = I_{1m} \sqrt{\frac{6}{2}} \begin{bmatrix} \cos(\phi_{1}) \\ \sin(\phi_{1}) \end{bmatrix}$$
(3.18)

Avec :

$$P(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(3.19)

En adoptant le même raisonnement pour le contrôle de la force, il a été démontré dans le chapitre précédent (§ 2.4.6) que pour obtenir une force constante dans une direction donnée, la pulsation électrique de la distribution de courant I_2 doit être identique à la vitesse électrique du rotor : $\dot{\theta}_2 = \dot{\theta}$. Étant donné, que la distribution de courant I_2 est générée par le vecteur courant $[i_{\alpha_2} i_{\beta_2}]^t$ situé dans le plan α_2, β_2 , il est possible d'exprimer cette distribution par des grandeurs continues en appliquant également une matrice de rotation $P(-\theta)$ au vecteur courant $[i_{\alpha_2} i_{\beta_2}]^t$. Ce qui revient à effectuer un changement de repère dans le plan α_2, β_2 . Ce nouveau repère nommé x, y est orienté tel que les grandeurs i_x et i_y soit continue et sont à l'origine respectivement des forces générées suivant les axes x et y. On obtient ainsi :

$$\begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} = P(-\theta) \begin{bmatrix} i_{\alpha 2} \\ i_{\beta 2} \end{bmatrix} = I_{2m} \sqrt{\frac{6}{2}} \begin{bmatrix} \cos(\phi_2) \\ \sin(\phi_2) \end{bmatrix}$$
(3.20)

Compte tenu des remarques précédentes, le changement de référentiel permettant de passer du repère $\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2$ au repère dqxy est assuré par la transformation suivante :

$$\begin{bmatrix} G_d \\ G_q \\ G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(-\theta) & 0 \\ 0 & P(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{\alpha 1} \\ G_{\beta 1} \\ G_{\alpha 2} \\ G_{\beta 2} \end{bmatrix}$$
(3.21)

Et inversement :

$$\begin{bmatrix} G_{\alpha 1} \\ G_{\beta 1} \\ G_{\alpha 2} \\ G_{\beta 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(\theta) & 0 \\ 0 & P(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_d \\ G_q \\ G_x \\ G_y \end{bmatrix}$$
(3.22)

L'équation de tension donnée par la relation (3.14) devient alors :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P(-\theta) & 0 \\ 0 & P(-\theta) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{\alpha 1} \\ \varphi_{\beta 1} \\ \varphi_{\alpha 2} \\ \varphi_{\beta 2} \end{bmatrix}$$
(3.23)

On a alors :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} P\left(\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & P\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{bmatrix}$$
(3.24)

où $\omega = \dot{\theta}$

Compte tenu de l'équation du flux (3.3) défini initialement, on obtient :

$$\left[\varphi_{dqxy}\right] = \left[L_{dqxy}(x, y, \theta)\right] \left[i_{dqxy}\right] + \left[\varphi_{dqxy,mag}(x, y, \theta)\right]$$
(3.25)

Avec :

$$\begin{bmatrix} L_{dqxy}(x, y, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(-\theta) & 0 \\ 0 & P(-\theta) \end{bmatrix} T_{46}^{t} [L(x, y)] T_{46} \begin{bmatrix} P(\theta) & 0 \\ 0 & P(\theta) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} L_{d} & M_{dq} & M_{dx} & M_{dy} \\ M_{qd} & L_{q} & M_{qx} & M_{qy} \\ M_{xd} & M_{xq} & L_{x} & M_{xy} \\ M_{yd} & M_{yq} & M_{yx} & L_{y} \end{bmatrix}$$
(3.26)

Les équations de tension deviennent alors :

$$\begin{bmatrix} v_{d} \\ v_{q} \\ v_{x} \\ v_{y} \end{bmatrix} = R. \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \left[L_{dqxy}(x, y, \theta) \right] \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \frac{d \left[L_{dqxy}(x, y, \theta) \right]}{dt} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \frac{d \left[\varphi_{dqxy,mag}(x, y, \theta) \right]}{dt} + \frac{d \left[\omega_{dqxy,mag}(x, y, \theta) \right]}{dt}$$

Lorsque l'on considère une machine à rotor centrée et non saturée et du fait de l'aspect circulant de la matrice L(x, y), les termes non diagonaux de la matrice L_{dqxy} sont nuls. Dans notre cas le rotor ayant toutes les libertés en termes de position x, y du centre du rotor, l'évolution de ces termes sera explicitée plus loin (partie 3.5).

Pour autant, lorsque l'on considère le rotor parfaitement centré, les éléments de la matrice d'inductance ainsi que les composantes dqxy de flux des aimants à travers les bobines statoriques deviennent des constantes, de ce fait, les termes faisant intervenir leurs dérivés deviennent nulles. Dans le cas du rotor centré, nous avons alors :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{dqxy} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} -i_q \\ i_d \\ -i_y \\ i_x \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi_{d,mag} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.28)

Nous verrons par la suite que cette expression peut être conservée pour modéliser la partie électrique de la machine en raison des faibles valeurs autorisées pour le décentrement du rotor.

3.3.4 Modèles externes de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase dans le référentiel naturel

Les machines 6-phase et 2 fois 3-phase présentent strictement le même circuit magnétique au rotor et au stator. Dans la machine 2 fois 3-phase, les courants nécessaires à la génération de la distribution d'induction de polarité p = 1 (génération du couple) et les courants nécessaires à la génération de la distribution d'induction de polarité p = 2 (génération des forces radiales) sont séparés dans deux bobinages triphasés distincts. De ce fait, les nombres de spires des deux bobinages triphasés peuvent être différents, ce qui permet d'optimiser leur alimentation.

En suivant la même démarche que pour la machine 6-phase, le modèle électrique de la machine 2 fois 3-phase est établi :

$$[v_{abcm}] = R_m [i_{abcm}] + \frac{d}{dt} [\varphi_{abcm}]$$
(3.29)

$$\left[v_{abcp}\right] = R_p \cdot \left[i_{abcp}\right] + \frac{d}{dt} \left[\varphi_{abcp}\right]$$
(3.30)

avec

$$\begin{bmatrix} v_{abcm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{am} \\ v_{bm} \\ v_{cm} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_{abcm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{am} \\ i_{bm} \\ i_{cm} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varphi_{abcm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{am} \\ \varphi_{bm} \\ \varphi_{cm} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{abcp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ap} \\ v_{bp} \\ v_{cp} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_{abcp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varphi_{abcp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{ap} \\ \varphi_{bp} \\ \varphi_{cp} \end{bmatrix}$$
(3.31)

Où $[v_{abcm}]$, $[i_{abcm}]$, $[\varphi_{abcm}]$ et $[v_{abcp}]$, $[i_{abcp}]$, $[\varphi_{abcp}]$ sont respectivement les vecteurs tension, courant et flux totaux pour le bobinage triphasé moteur destiné à la génération de couple et pour le bobinage triphasé palier destiné à la génération des forces de lévitation.

Les expressions des vecteurs flux totaux pour les deux systèmes triphasés palier $[\varphi_{abcp}]$ et moteur $[\varphi_{abcm}]$, sont donnés ci-dessous :

$$[\varphi_{abcm}] = L_m[i_{abcm}] + M_{mp}[i_{abcm}] + [\varphi_{abcm,mag}]$$
(3.32)

$$\left[\varphi_{abcp}\right] = L_p[i_{abcm}] + M_{mp}^t[i_{abcm}] + \left[\varphi_{abcp,mag}\right]$$
(3.33)

Où L_m , L_p et M_{mp} sont respectivement les matrices d'inductance propre du bobinage moteur, du bobinage palier et la mutuelle entre les bobinages moteur et palier. $[\varphi_{abcm,mag}]$ et $[\varphi_{abcp,mag}]$ sont les flux générés par les aimants à travers les bobinages triphasés moteur et palier.

On remarque que dans la machine 2 fois 3-phase considérée (Figure 3.4), la somme des courants du bobinage moteur ainsi que la somme des courants du bobinage palier sont nulles.

$$i_{am} + i_{bm} + i_{cm} = 0 (3.34)$$

$$i_{ap} + i_{bp} + i_{cp} = 0 ag{3.35}$$

Pour imposer ces contraintes, nous passons dans un référentiel $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, h, H$ comme précédemment.

3.3.5 Modèles externes de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase dans le référentiel $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, h, H$

Compte tenu de la séparation du rôle attribué aux deux bobinages triphasés, le premier bobinage alimenté par les courants $[i_{abcm}]$ destiné à la fonction moteur permet de générer la distribution de courant I_1 (de polarité 1) alors que le deuxième bobinage alimenté par les courants $[i_{abcp}]$ destiné à la fonction palier permet de générer la distribution de courant I_2 (de polarité 2).

Dans les deux systèmes en appliquant la matrice de Concordia T_{33} , les grandeurs $[G_{abcm}]$ associées au bobinage moteur peuvent être ramenés dans les repères α_1, β_1, h et les grandeurs $[G_{abcp}]$ associées au bobinage palier peuvent être ramenés dans les repères α_2, β_2, H . Il est à noter que l'on désigne par l'indice h la composante homopolaire des variables du système moteur et l'indice H désigne la composante homopolaire des variables du système palier.

$$\begin{bmatrix} G_{\alpha 1} \\ G_{\beta 1} \\ G_{h} \end{bmatrix} = T_{33}^{t} \begin{bmatrix} G_{am} \\ G_{bm} \\ G_{cm} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_{\alpha 2} \\ G_{\beta 2} \\ G_{H} \end{bmatrix} = T_{33}^{t} \begin{bmatrix} G_{ap} \\ G_{bp} \\ G_{cp} \end{bmatrix}$$
(3.36)

Avec :

$$T_{33}^{t} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(2\frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(0) & \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(2\frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(3.37)

Lorsque l'on applique cette transformation aux équations de tension (3.29) et (3.30), on obtient :

$$\left[\nu_{\alpha_1\beta_1h}\right] = R_m \cdot \left[i_{\alpha_1\beta_1h}\right] + \frac{d}{dt} \left[\varphi_{\alpha_1\beta_1h}\right]$$
(3.38)

$$\left[v_{\alpha_{2}\beta_{2}H}\right] = R_{m} \left[i_{\alpha_{2}\beta_{2}H}\right] + \frac{d}{dt} \left[\varphi_{\alpha_{2}\beta_{2}H}\right]$$
(3.39)

Comme pour le modèle de la machine 6-phase, on force les composantes homopolaires des courants moteur et palier à zéro de cette façon les équations deviennent alors :

$$\left[v_{\alpha_1\beta_1}\right] = R_m \cdot \left[i_{\alpha_1\beta_1}\right] + \frac{d}{dt} \left[\varphi_{\alpha_1\beta_1}\right]$$
(3.40)

$$\left[v_{\alpha_{2}\beta_{2}}\right] = R_{p} \cdot \left[i_{\alpha_{2}\beta_{2}}\right] + \frac{d}{dt} \left[\varphi_{\alpha_{2}\beta_{2}}\right]$$
(3.41)

3.3.6 Modèles externes de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase dans le référentiel d, q, x, y. Pour les deux machines 6-phase et 2 fois 3-phase, le plan α_1 , β_1 et le plan α_2 , β_2 sur lesquels sont projetées les différentes grandeurs sont identiques. Seules les valeurs des paramètres différents pour les deux machines en fonction du nombre de spires choisi pour leurs bobinages. Pour cette raison, les remarques faites dans le paragraphe 3.3.3 s'appliquent de la même façon.

Ainsi afin de contrôler notre système par des grandeurs continues, nous exprimons les différentes grandeurs dans le référentiel d, q, x, y à l'aide de la matrice de rotation $P(-\theta)$.

$$\begin{bmatrix} G_d \\ G_q \end{bmatrix} = P(-\theta) \begin{bmatrix} G_{\alpha 1} \\ G_{\beta 1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = P(-\theta) \begin{bmatrix} G_{\alpha 2} \\ G_{\beta 2} \end{bmatrix}$$
(3.42)

Les équations de tension deviennent alors :

$$\left[v_{dq}\right] = R_m \cdot \left[i_{dq}\right] + \frac{d}{dt} \left[\varphi_{dq}\right] + \omega P\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[\varphi_{dq}\right]$$
(3.43)

$$\left[v_{xy}\right] = R_p \left[i_{xy}\right] + \frac{d}{dt} \left[\varphi_{xy}\right] + \omega P\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[\varphi_{xy}\right]$$
(3.44)

Lorsque les flux totaux sont rapportés dans le repère (d, q, x, y) leurs expressions deviennent :

$$[\varphi_{dq}] = [L_{dq}][i_{dq}] + [M_{dqxy}][i_{xy}] + [\varphi_{dq,mag}(x, y, \theta)]$$
(3.45)

$$[\varphi_{xy}] = [L_{xy}][i_{xy}] + [M_{dqxy}]^{t}[i_{dq}] + [\varphi_{xy,mag}(x, y, \theta)]$$
(3.46)

On peut alors noter :

$$\begin{bmatrix} L_{dqxy}(x, y, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{dq} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} M_{dqxy} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} M_{dqxy} \end{bmatrix}^{t} & \begin{bmatrix} L_{xy} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} P(-\theta) & 0 \\ 0 & P(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{32}^{t} & 0 \\ 0 & T_{32}^{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{m} & M_{mp} \\ M_{mp}^{t} & L_{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{32} & 0 \\ 0 & T_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(\theta) & 0 \\ 0 & P(\theta) \end{bmatrix}$$
(3.47)

$$\begin{bmatrix} \varphi_{dq,mag}(x,y,\theta) \\ [\varphi_{xy,mag}(x,y,\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(-\theta) & 0 \\ 0 & P(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{32}^t & 0 \\ 0 & T_{32}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{abcm,mag}(x,y,\theta) \\ [\varphi_{abcp,mag}(x,y,\theta) \end{bmatrix}$$
(3.48)

Les équations (3.43) et (3.44) de tension peuvent être rassemblées sous la forme d'une seule équation :

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{dq} \\ \\ v_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dq} \\ \\ \\ i_{xy} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{dq} \\ \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} P\left(\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & P\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{dq} \\ \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix}$$
(3.49)

Avec

$$\begin{bmatrix} [\varphi_{dq}] \\ [\varphi_{xy}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{dqxy}(x, y, \theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{dq}] \\ [i_{xy}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\varphi_{dq,mag}(x, y, \theta)] \\ [\varphi_{xy,mag}(x, y, \theta)] \end{bmatrix}$$
(3.50)

Les équations de tension de la machine 2 fois 3-phase sont alors similaires à celles de la machine 6-phase :

$$\begin{bmatrix} v_{d} \\ v_{q} \\ v_{x} \\ v_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{p} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{dqxy}(x, y, \theta) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \frac{d[L_{dqxy}(x, y, \theta)]}{dt} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \frac{d[\varphi_{dqxy,mag}(x, y, \theta)]}{dt} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \frac{d[\varphi_{dqxy,mag}(x, y, \theta)]}{dt} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} -M_{qd} & -L_{q} & -M_{qx} & -M_{qy} \\ L_{d} & M_{dq} & M_{dx} & M_{dy} \\ -M_{yd} & -M_{yq} & -M_{yx} & -L_{y} \\ M_{xd} & M_{xq} & L_{x} & M_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} -\varphi_{q,mag} \\ \varphi_{d,mag} \\ -\varphi_{y,mag} \\ \varphi_{x,mag} \end{bmatrix}$$
(3.51)

On remarque que lorsque le rotor est centré, de la même manière que dans la machine 6-phase, les équations deviennent :

$$\begin{bmatrix} v_{d} \\ v_{q} \\ v_{x} \\ v_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{p} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{dqxy} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \\ i_{x} \\ i_{y} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} -i_{q} \\ i_{d} \\ -i_{y} \\ i_{x} \end{bmatrix}$$

$$+ \omega \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi_{d,mag} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(3.52)$$

3.4 Expression des composantes F_x et F_y de la force radiale

Dans le moteur auto-lévité, les composantes de la force radiale peuvent être déduites à partir de la co-énergie qui dépend des variables électriques $[i_{dqxy}]$ et mécaniques x, y et θ :

$$W_{c}([i_{dqxy}], x, y, \theta) = W_{0}|_{i=0}(x, y, \theta) + \int_{0}^{[i_{dqxy}]} [\varphi_{dqxy}]^{t} d[i_{dqxy}]$$
(3.53)

avec :

$$\begin{bmatrix} \varphi_{dqxy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} i_{dqxy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_x \\ i_y \end{bmatrix}$$
(3.54)

Où W_0 est la coénergie à courants nuls qui est générée uniquement par les aimants et dépend des variables mécaniques x, y, θ . On peut déduire les expressions des composantes x et y de la force radiale de la co-énergie :

$$\begin{cases} F_x = \frac{\partial W_c}{\partial x} = \frac{\partial W_0}{\partial x} + \int_0^{[i_{dqxy}]} \frac{\partial [\varphi_{dqxy}]^t}{\partial x} d[i_{dqxy}] = F_{x0} + F_{xi} \\ F_y = \frac{\partial W_c}{\partial y} = \frac{\partial W_0}{\partial y} + \int_0^{[i_{dqxy}]} \frac{\partial [\varphi_{dqxy}]^t}{\partial y} d[i_{dqxy}] = F_{y0} + F_{yi} \end{cases}$$
(3.55)

Les termes F_{x0} et F_{y0} sont nuls lorsque le rotor est centré. Lorsque le rotor est décentré et que les valeurs des coordonnées x et y du centre du rotor sont faibles vis-à-vis de l'entrefer, il est possible d'utiliser le modèle développé dans le chapitre II paragraphe 2.3 pour déterminer l'évolution des forces F_{x0} et F_{y0} . En admettant que la composante homopolaire du flux est négligeable dans ces machines (par exemple : carcasse amagnétique) et en se basant sur les expressions données aux équations (2.69) et (2.70) du chapitre II, il est possible de montrer que F_{x0} et F_{y0} sont respectivement linéairement proportionnelles aux coordonnés x et y tel que :

$$F_{x0} = Kx$$

$$F_{y0} = Ky$$
(3.56)

où K dépend de la nature de l'aimant et des paramètres géométriques de la machine considérée. Un calcul par éléments finis des composantes de la force pour une seule position décentrée du rotor dans le cas de la machine étudiée permet alors de déterminer cette constante :

$$K = 1, 4.10^4 A/m \tag{3.57}$$

Les figure 3.6 et figure 3.7 montrent les variations des composantes de la force obtenues par l'expression analytique (3.57) et celles obtenues par une série de calculs par éléments finis pour

une variation de la position du rotor de -1 mm à 1 mm suivant les axes x et y. La bonne concordance entre les résultats obtenus permet de valider l'expression analytique des composantes de la force.

Dans la suite, nous développons les deux autres termes F_{xi} et F_{yi} de l'équation (3.55). Ces deux termes sont fonctions des courants statoriques ainsi que la position (x, y, θ) du rotor. D'autre part les composantes homopolaires et quasi homopolaires du flux sont négligées.

Si l'on considère que le système est linéaire (pas de saturation magnétique), pour déterminer F_{xi} et F_{yi} , nous devons introduire l'expression des composantes dqxy du flux en fonction des composantes dqxy du courant à l'aide de la matrice des inductances L_{dqh} (voir relation(3.26)) :

$$\left[\varphi_{dqxy}\right] = \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & M_{dq} & M_{dx} & M_{dy} \\ M_{dq} & L_q & M_{qx} & M_{qy} \\ M_{dx} & M_{qx} & L_x & M_{xy} \\ M_{dy} & M_{qy} & M_{xy} & L_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_{d,mag} \\ \varphi_{q,mag} \\ \varphi_{x,mag} \\ \varphi_{y,mag} \end{bmatrix}$$
(3.58)

Après intégration, les expressions des composantes F_{xi} et F_{yi} de l'équation (3.55) se mettent sous la forme suivante :





Figure 3.6 : F_{x0} en fonction de la position du rotor

Figure 3.7 : F_{y0} en fonction de la position du rotor

$$\begin{cases} F_{xi} = \int_{0}^{[i_{dqxy}]} \frac{\partial [\varphi_{dqxy}]^{t}}{\partial x} d[i_{dqxy}] = \frac{1}{2} [i_{dqxy}]^{t} \frac{\partial [L_{dqxy}]}{\partial x} [i_{dqxy}] + [i_{dqxy}]^{t} \frac{\partial [\varphi_{dqxy,mag}]}{\partial x} \\ F_{yi} = \int_{0}^{[i_{dqxy}]} \frac{\partial [\varphi_{dqxy}]^{t}}{\partial y} d[i_{dqxy}] = \frac{1}{2} [i_{dqxy}]^{t} \frac{\partial [L_{dqxy}]}{\partial y} [i_{dqxy}] + [i_{dqxy}]^{t} \frac{\partial [\varphi_{dqxy,mag}]}{\partial y} \end{cases}$$
(3.59)

avec :

$$\left[\varphi_{dqxy,mag}\right] = \begin{bmatrix} \varphi_{d,mag} \\ \varphi_{q,mag} \\ \varphi_{x,mag} \\ \varphi_{y,mag} \end{bmatrix}$$
(3.60)

 $[\varphi_{dqxy,mag}]$ représente les composantes dqxy du flux des aimants à travers les bobines statoriques. En développant l'expression (3.59) on obtient les expressions suivantes :

$$\begin{cases} F_{xi} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial L_d}{\partial x} i_d^2 + \frac{\partial L_q}{\partial x} i_q^2 + \frac{\partial L_x}{\partial x} i_x^2 + \frac{\partial L_y}{\partial x} i_y^2 \right) + \frac{\partial M_{dq}}{\partial x} i_d i_q + \frac{\partial M_{dx}}{\partial x} i_d i_x \\ + \frac{\partial M_{dy}}{\partial x} i_d i_y + \frac{\partial M_{qx}}{\partial x} i_q i_x + \frac{\partial M_{qy}}{\partial x} i_q i_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} i_x i_y \\ + i_d \frac{\partial \varphi_{d,mag}}{\partial x} + i_q \frac{\partial \varphi_{q,mag}}{\partial x} + i_x \frac{\partial \varphi_{x,mag}}{\partial x} + i_y \frac{\partial \varphi_{y,mag}}{\partial x} \\ F_{yi} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial L_d}{\partial y} i_d^2 + \frac{\partial L_q}{\partial y} i_q^2 + \frac{\partial L_x}{\partial y} i_x^2 + \frac{\partial L_y}{\partial y} i_y^2 \right) + \frac{\partial M_{dq}}{\partial y} i_d i_q + \frac{\partial M_{dx}}{\partial y} i_d i_x \\ + \frac{\partial M_{dy}}{\partial y} i_d i_y + \frac{\partial M_{qx}}{\partial y} i_q i_x + \frac{\partial M_{qy}}{\partial y} i_q i_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} i_x i_y \\ + i_d \frac{\partial \varphi_{d,mag}}{\partial y} + i_q \frac{\partial \varphi_{q,mag}}{\partial y} + i_x \frac{\partial \varphi_{x,mag}}{\partial y} + i_y \frac{\partial \varphi_{y,mag}}{\partial y} \end{cases}$$
(3.61)

3.5 Identification des paramètres du modèle externe

Dans cette partie, nous déduisons des expressions analytiques des composantes de la force établies au chapitre précédent les expressions analytiques des différentes inductances et des flux des aimants à travers les bobines en fonction des coordonnées x, y et θ du rotor. Dans un second temps, les valeurs de ces paramètres seront déterminées par des calculs numériques par éléments finis, ce qui permet de valider les expressions analytiques trouvées.

Pour trouver les expressions des différentes forces élémentaires pour la structure magnétique retenue (machine 6 dents à aimantation parallèle, voir figure 3.1), nous établissons le tableau 3.1 des interactions entre les harmoniques des distributions d'induction des différentes sources d'induction considérées lors d'un décentrement. On détaille dans ce qui suit la démarche utilisée pour déterminer les harmoniques d'induction représentées dans ce tableau par leurs amplitudes et leurs phases.

Pour rappel, un harmonique de rang *j* de la distribution d'induction générée par une source α $(i_d, i_q, i_x, i_y \text{ ou l'aiment}) B_{\alpha,j}$ se caractérise par son amplitude $b_{\alpha,j}$ et une phase $\theta_{\alpha,j}$. Il est alors possible d'exprimer pour un contour dans l'entrefer l'expression de l'induction pour un point courant de coordonnée θ_s tel que :

$$B_{\alpha,i} = b_{\alpha,i} \cos(j\theta_s + \theta_{\alpha,i})$$
(3.62)

Ici, l'expression des forces élémentaires recherchées dépend des différentes composantes du courant i_d , i_q , i_x , i_y et des caractéristiques de l'aimant. Pour cela, chacune des composantes de courant ainsi que les aimants sont traités comme des sources d'induction.

Pour chaque composante de courant, il faut donc déterminer les amplitudes $b_{\alpha,j}$ et les phases $\theta_{\alpha,j}$ de l'harmonique de rang *j* de la distribution d'induction qu'elle génère. Le fait que la machine soit ici non saturée permet de traiter le problème comme un système linéaire. Ainsi l'application du théorème d'Ampère suffit à écrire que les amplitudes $b_{\alpha,j}$ des différents harmoniques sont proportionnelles au courant i_{α} qui les génère :

$$b_{\alpha,j} = \mathbf{k}_{\alpha,j} \, i_{\alpha} \tag{3.63}$$

D'autre part les différentes phases $\theta_{\alpha,j}$ de ces harmoniques d'induction doivent être considérées pour chaque source α . Par exemple dans le cas où $i_d \neq 0$ et $i_q = i_x = i_y = 0$: il est possible de trouver les courants des six phases de la machine telles que.

$$[i_{abcde}] = T_{64} \begin{bmatrix} P(\theta) & 0\\ 0 & P(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ 0\\ 0\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.64)

On trouve alors :

$$[i_{abcde}] = i_d \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{6}) \\ \cos(\theta - 2\frac{2\pi}{6}) \\ \cos(\theta - 3\frac{2\pi}{6}) \\ \cos(\theta - 4\frac{2\pi}{6}) \\ \cos(\theta - 5\frac{2\pi}{6}) \end{bmatrix}$$
(3.65)

À partir de ces courants de phases, il est alors aisé de retrouver les harmoniques de la distribution d'induction créée par ces courants tel que cela a été démontré dans la partie 2.4.4 du chapitre II. En reprenant l'expression de la distribution de courant I_p telle qu'elle a été évoquée dans l'équation (2.73) du chapitre II, il est possible par identification par rapport à l'équation (3.61) de déterminer les rangs des harmoniques non nuls et leurs phases. À titre d'exemple pour la machine 6-phase (n = 6) et dans le cas considéré ($i_d \neq 0$ et $i_q = i_x = i_y = 0$) les rangs j des harmoniques non nuls et leurs phases $\theta_{d,j}$ sont :

$$j = 6\mu + 1$$
 avec une phase $\theta_{d,j} = -\theta$
 $j = 6\mu - 1$ avec une phase $\theta_{d,j} = \theta$
(3.66)

De la même manière pour les cas suivants on peut trouver les harmoniques non nuls et leurs phases:

• $i_q \neq 0$ et $i_d = i_x = i_y = 0$

$$j = 6\mu + 1 \text{ avec une phase } \theta_{q,j} = -\theta - \frac{\pi}{2}$$

$$j = 6\mu - 1 \text{ avec une phase } \theta_{q,j} = \theta + \frac{\pi}{2}$$
(3.67)

•
$$i_x \neq 0 \ et \ i_d = i_q = i_y = 0$$

$$j = 6\mu + 2$$
 avec une phase $\theta_{x,j} = -\theta$
 $j = 6\mu - 2$ avec une phase $\theta_{x,j} = \theta$ (3.68)

•
$$i_v \neq 0 \ et \ i_d = i_q = i_x = 0$$

$$j = 6\mu + 2$$
 avec une phase $\theta_{y,j} = -\theta - \frac{\pi}{2}$
 $j = 6\mu - 2$ avec une phase $\theta_{y,j} = \theta + \frac{\pi}{2}$
(3.69)

Lorsque l'aimant rotorique aimanté parallèlement constitue la source d'induction, lorsque le rotor est centré, la répartition d'induction est sinusoïdale de polarité 1. Comme l'axe d'aimantation est confondue avec l'axe d, la phase $\theta_{mag,1}$ de la distribution d'induction générée par les aimants est identique à celle créée par la composante de courant i_d . $(i_d \neq 0$ et $i_q = i_x =$ $i_v = 0$). On a donc

$$\theta_{\text{mag},1} = -\theta \tag{3.70}$$

En se basant sur les travaux précédemment réalisés au paragraphe 2.3 du chapitre II, il a été montré que chaque harmonique d'induction en position centrée du rotor est à l'origine de deux autres harmoniques d'induction lorsque le rotor est décentré (équations (2.69) et (2.70) du chapitre II). Le décentrement peut être caractérisé par les coordonnées cartésiennes du centre du rotor x et y ou par ses coordonnées polaires Δe et φ du rotor ($\Delta e = \sqrt{x^2 + y^2}$ et tan(φ) = y/x). L'expression de l'induction en position décentrée, donnée à l'équation (2.70) du chapitre II (rappelée ci-dessous), permet de déterminer l'expression des harmoniques crées suite au décentrement du rotor.

$$B_{j}(\theta_{s},r) = \frac{F_{j}L_{fer}}{rC1} \mu_{0} \left(\cos(j\theta_{s} + \theta_{\alpha,j}) - \frac{\Delta e}{2C1C2} \left(\cos((j-1)\theta_{s} + \theta_{\alpha,j} + \varphi) + \cos\left((j+1)\theta_{s} + \theta_{\alpha,j} - \varphi\right) \right) \right)$$

$$(3.71)$$

Cette équation peut alors se mettre sous la forme suivante :

$$B_{j}(\theta_{s},r) = b_{\alpha,j}\cos(j\theta_{s} + \theta_{\alpha,j}) - \frac{b_{\alpha,j}\Delta e}{K_{dec}}\cos((j-1)\theta_{s} + \theta_{\alpha,j} + \varphi) - \frac{b_{\alpha,j}\Delta e}{K_{dec}}\cos((j+1)\theta_{s} + \theta_{\alpha,j} - \varphi)$$
(3.72)

,

Ainsi le terme dépendant de la géométrie $2C_1C_2$ est remplacé par le coefficient K_{dec}. Par ailleurs, le terme $\mu_0F_kL_{fer}/rC1$ correspondant à l'amplitude de l'harmonique d'induction de rang *j* en position centrée est noté comme précédemment évoqué par $b_{\alpha,j}$. De ce fait, un harmonique d'induction $B_{\alpha,j}$ caractérisé par une norme $b_{\alpha,j}$ et une phase $\theta_{\alpha,j}$ donnera naissance à deux harmoniques de rang j - 1 et j + 1 dont les expressions sont données ci-dessous :

$$B_{\alpha,j-1} = \frac{b_{\alpha,j}}{K_{dec}} \Delta e \cos\left((j-1)\theta_s + \theta_{\alpha,j} + \varphi\right)$$

$$B_{\alpha,j+1} = \frac{b_{\alpha,j}}{K_{dec}} \Delta e \cos\left((j+1)\theta_s + \theta_{\alpha,j} - \varphi\right)$$
(3.73)

En se basant sur ce qu'il vient d'être dit, le tableau 3.1 des interactions peut être complété pour chaque source d'induction considérée. Dans ce tableau, pour chacune des sources on répertorie les amplitudes et les phases des harmoniques d'induction non nuls. Ce tableau 3.1 permet alors de déterminer les forces élémentaires générées par l'interaction des harmoniques de rangs successifs (voir parti 2.2 du chapitre II). En faisant le lien entre ces forces élémentaires et l'expression (3.61) des forces élémentaires déduites du modèle électrique, II est possible de déduire l'expression des paramètres du modèle électrique de la machine en fonction de la position x, y et θ du rotor.

Pour simplifier l'analyse, il a été choisi d'étudier les coefficients des différents termes de l'équation (3.61) en trois groupes :

- Les coefficients liés à une unique distribution de courant I_1 ou I_2 généré respectivement par les courants $[i_{dq}]$ ou $[i_{xy}] (\partial L_d / \partial x, \partial L_q / \partial x, \partial M_{dq} / \partial x, ...)$
- Les coefficients liés aux deux distributions de courant simultanément $[i_{dq}]$ et $[i_{xy}]$ $(\partial M_{dx}/\partial x, \partial M_{dy}/\partial x,...)$
- Les coefficients liés aux flux générés par les aimants. ($\partial \varphi_{d,mag}/\partial x, \partial \varphi_{x,mag}/\partial x,...$)

Tableau 3.1 : table des interactions

Source	Rang des harmoniques d'espace						
d'induction	1	2	3	4	5	6	7
i _d	$k_{d,1}i_d/- heta$	$rac{k_{d,1}i_d\Delta e}{K_{dec}}$ / $-oldsymbol{ heta}-oldsymbol{arphi}$		$\frac{\frac{k_{d,5}i_d\Delta e}{K_{dec}}}{K_{dec}}/\theta+\varphi$	$k_{d,5}i_d/ heta$	$\frac{\frac{k_{d,5}i_d\Delta e}{K_{dec}}}{\Theta} - \varphi$ et $\frac{\frac{k_{d,7}i_d\Delta e}{K}}{K} - \Theta + \varphi$	$k_{d,7}i_d/- heta$
i _q	$k_{q,1}i_q/- heta-rac{\pi}{2}$	$\frac{k_{q,1}i_q\Delta e}{K_{dec}}/-\theta-\frac{\pi}{2}-\varphi$		$\frac{k_{q,5}i_q\Delta e}{K_{dec}}/\theta+\frac{\pi}{2}+\varphi$	$k_{q,5}i_q/ heta+rac{\pi}{2}$	$\frac{\frac{k_{q,5}i_q\Delta e}{K_{dec}}}{\frac{k_{q,7}i_q\Delta e}{K_{dec}}} + \frac{\pi}{2} - \varphi$ et $\frac{\frac{k_{q,7}i_q\Delta e}{K_{dec}}}{-\theta - \frac{\pi}{2}} + \varphi$	$k_{q,7}i_q/- heta-rac{\pi}{2}$
i _x	$\frac{k_{x,2}i_x\Delta e}{K_{dec}}/-\boldsymbol{\theta}+\boldsymbol{\varphi}$	$k_{x,2}i_x$ /- $ heta$	$\frac{\frac{k_{x,2}i_{x}\Delta e}{K_{dec}}}{et} - \boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\varphi}$ et $\frac{\frac{k_{x,4}i_{x}\Delta e}{K_{dec}}}{H} + \boldsymbol{\varphi}$	$k_{x,4}i_x/ heta$	$rac{k_{x,4}i_x\Delta e}{K_{dec}}/ heta-arphi$		$\frac{k_{x,\theta}i_x\Delta e}{K_{dec}}/-\theta+\varphi$
i _y	$\frac{k_{y,2}i_y\Delta e}{K_{dec}}/-\theta-\frac{\pi}{2}+\varphi$	$k_{y,2}i_y/- heta-rac{\pi}{2}$	$\frac{\frac{k_{y,2}i_y\Delta e}{K_{dec}}}{-\frac{k_{y,4}i_y\Delta e}{K_{dec}}} - \frac{\theta}{2} - \varphi$ et $\frac{\frac{k_{y,4}i_y\Delta e}{K_{dec}}}{-\frac{\pi}{2}} + \theta + \varphi$	$k_{y,4}i_y/ heta+rac{\pi}{2}$	$\frac{\frac{k_{y,4}i_y\Delta e}{K_{dec}}}{K_{dec}}/\theta+\frac{\pi}{2}-\varphi$		$\frac{k_{y,8}i_y\Delta e}{K_{dec}}/-\theta-\frac{\pi}{2}+\varphi$
Aimant	$B_{1,mag}/- heta$	$\frac{B_{1,mag}\Delta e}{K_{dec}}/-\theta-\varphi$					

3.5.1 Détermination des coefficients liés à une seule distribution de courant I_1 ou I_2

3.5.1.1 Evaluation de L_d , L_q et M_{dq} via la distribution de courant I_1 seule

Nous nous intéressons d'abord à la distribution de courant I_1 générée par les composantes i_d et i_q du courant. Lorsque cette distribution de courant est non nulle et l'induction générée par les aimants n'est pas considérée, seules les deux premières lignes du tableau 3.1 sont prises en compte (termes générés par i_d et i_q). L'équation (3.61) permet alors de déduire les termes suivants :

$$\frac{\partial L_d}{\partial x}, \frac{\partial L_q}{\partial x}, \frac{\partial L_d}{\partial y}, \frac{\partial L_q}{\partial y}, \frac{\partial M_{dq}}{\partial x}, \frac{\partial M_{dq}}{\partial y}$$
(3.74)

Pour trouver l'expression de ces différents coefficients, la force générée lorsque ces courants sont non nuls est étudiée à partir du tableau 3.1 des interactions entre les harmoniques de la distribution d'induction et est comparée à l'expression de force (3.61). On distingue les 3 configurations suivantes :

• $1^{\text{ère}}$ configuration $i_d \neq 0$ et $i_q = 0$

Dans cette configuration, nous pouvons recenser les différentes paires d'harmoniques d'induction de rangs successifs pouvant générer les forces élémentaires comme explicitées à la partie 2.2 du chapitre II. Par exemple pour la force élémentaire liée aux harmoniques de la distribution d'induction de rangs 1 et 2. Cette force est proportionnelle au produit des amplitudes d'harmoniques d'induction de rangs 1 et 2 $(k_{d,1}i_d \text{ et } k_{d,1}i_d\Delta e/K_{dec})$. De ce fait, d'après l'équation (2.43) du chapitre II cette force élémentaire peut se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} F_{x,i_{d},1_{-}2}(i_{d},x,y,\theta) = K_{f} \frac{k_{d,1}^{2}}{K_{dec}} i_{d}^{2} \Delta e \cos(\varphi) \\ F_{y,i_{d},1_{2}}(i_{d},x,y,\theta) = K_{f} \frac{k_{d,1}^{2}}{K_{dec}} i_{d}^{2} \Delta e \sin(\varphi) \end{cases}$$
(3.75)

Où $F_{x,i_d,1_2}(i_d)$ et $F_{y,i_d,1_2}(i_d)$ sont respectivement les composantes x et y de la force élémentaire générée par les harmoniques de la distribution d'induction de rangs 1 et 2 lorsque seul i_d est non nul.

En suivant la même démarche, on peut déterminer les forces élémentaires $F_{x,i_d,j_j+1}(i_d)$ générées par les couples d'harmoniques de rangs successifs (j, j + 1) par exemple (4,5), (5,6), (6,7)...(voir tableau 3.1). La somme de ces forces élémentaires suivant chaque axe, peut être mise sous la forme :

$$\begin{cases} F_{x,i_d}(i_d, x, y, \theta) = K_{d,1} i_d^2 \Delta e \cos(\varphi) + K_{d,2} i_d^2 \Delta e \cos(2\theta - \varphi) \\ F_{y,i_d}(i_d, x, y, \theta) = K_{d,1} i_d^2 \Delta e \sin(\varphi) + K_{d,2} i_d^2 \Delta e \sin(2\theta - \varphi) \end{cases}$$
(3.76)

Où $K_{d,1}$ et $K_{d,2}$ sont deux coefficients dépendants des paramètres géométriques de la machine. En remplacent $\Delta e \cos(\varphi)$ et $\Delta e \sin(\varphi)$ respectivement par x et y, ces équations se mettent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} F_{x,i_d}(i_d, x, y, \theta) = K_{d,1}i_d^2 x + K_{d,2}i_d^2(x\cos(2\theta) + y\sin(2\theta)) \\ F_{y,i_d}(i_d, x, y, \theta) = K_{d,1}i_d^2 y + K_{d,2}i_d^2(x\sin(2\theta) - y\cos(2\theta)) \end{cases}$$
(3.77)

Par ailleurs, en considérant dans l'équation (3.61) de la force issue du modèle électrique, les termes contenant uniquement i_d et en annulant les termes liés aux flux des aimants, on retrouve de nouveau l'expression de la force dans cette configuration d'alimentation :

$$\begin{cases} F_{x,i_d}(i_d, x, y, \theta) = \frac{1}{2} \frac{\partial L_d}{\partial x} i_d^2 \\ F_{y,i_d}(i_d, x, y, \theta) = \frac{1}{2} \frac{\partial L_d}{\partial y} i_d^2 \end{cases}$$
(3.78)

En comparant les équations (3.61) et les équations (3.78) on identifie les termes suivants :

$$\begin{cases} \frac{\partial L_d}{\partial x} = 2\left(K_{d,1}x + K_{d,2}(x\cos(2\theta) + y\sin(2\theta))\right)\\ \frac{\partial L_d}{\partial y} = 2\left(K_{d,1}y + K_{d,2}(x\sin(2\theta) - y\cos(2\theta))\right) \end{cases}$$
(3.79)

On voit donc ici, qu'il existe un lien fort entre le modèle magnétique et électrique permettant d'exprimer les dérivées partielles des paramètres électriques en fonction de la position x, y et θ du rotor.

• $2^{\text{ème}}$ configuration $i_d = 0$ et $i_a \neq 0$

En suivant la même démarche, on trouve que les composantes de la force générées par i_q seul peuvent être mises sous la forme suivante :

$$\begin{cases} F_{x,i_q}(i_q, x, y, \theta) = K_{q,1}i_q^2 x + K_{q,2}i_q^2(x\cos(2\theta + \pi) + y\sin(2\theta + \pi)) \\ F_{y,i_q}(i_q, x, y, \theta) = K_{q,1}i_q^2 y + K_{q,2}i_q^2(x\sin(2\theta + \pi) - y\cos(2\theta + \pi)) \end{cases}$$
(3.80)

où $K_{q,1}$ et $K_{q,2}$ sont des coefficients constants qui peuvent être déterminés de la même manière que $K_{d,1}$ et $K_{d,2}$.

En procédant de la même manière que la première configuration, il est possible d'identifier les termes suivants :

$$\begin{cases} \frac{\partial L_q}{\partial x} = 2\left(K_{q,1}x + K_{q,2}(x\cos(2\theta + \pi) + y\sin(2\theta + \pi))\right)\\ \frac{\partial L_q}{\partial y} = 2\left(K_{q,1}y + K_{q,2}(x\sin(2\theta + \pi) - y\cos(2\theta + \pi))\right) \end{cases}$$
(3.81)

Etant donné que le rotor est lisse, les deux configurations ($i_d \neq 0$, $i_q = 0$) et ($i_d = 0$, $i_q \neq 0$) génèrent les mêmes distributions d'inductions décalées de $\pi/2$, de ce fait :

$$K_{q,1} = K_{d,1}$$
 et $K_{q,2} = K_{d,2}$ (3.82)

3^{ème} configuration i_d ≠ 0 et i_q ≠ 0
 Dans cette configuration, on fait apparaître les forces élémentaires supplémentaires créées en plus des forces générées dans les deux cas précédents :

$$\begin{cases} F_{x,i_d,i_q}(i_d, i_q, x, y, \theta) = K_{dq,1} i_d i_q \left(x \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{2}\right) + y \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) + F_{x,i_d}(i_d) + F_{x,i_q}(i_q) \\ F_{y,i_d,i_q}(i_d, i_q, x, y, \theta) = K_{dq,1} i_d i_q \left(x \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{2}\right) - y \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) + F_{y,i_d}(i_d) + F_{y,i_q}(i_q) \end{cases}$$
(3.83)

En tenant compte des coefficients déjà identifiés dans les relations (3.79) et (3.81), Il est possible de déduire :

$$\begin{cases} \frac{\partial M_{dq}}{\partial x} = K_{dq,1} \left(x \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{2} \right) + y \sin \left(2\theta + \frac{\pi}{2} \right) \right) \\ \frac{\partial M_{dq}}{\partial y} = K_{dq,1} \left(x \sin \left(2\theta + \frac{\pi}{2} \right) - y \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{2} \right) \right) \end{cases}$$
(3.84)

Ces différentes équations (3.79), (3.81) et (3.84) permettent d'établir les expressions L_d , L_d et M_{dq} en fonction de la position du rotor (x, y, θ) :

$$L_{d} = L_{d,0} + K_{d,1}(x^{2} + y^{2}) + K_{d,2}\left(\frac{1}{2}(x^{2} - y^{2})\cos(2\theta) + xy\sin(2\theta)\right)$$

$$L_{q} = L_{q,0} + K_{d,1}(x^{2} + y^{2}) + K_{d,2}\left(\frac{1}{2}(x^{2} - y^{2})\cos(2\theta + \pi) + xy\sin(2\theta + \pi)\right)$$

$$M_{dq} = M_{dq,0} + K_{dq,1}\left(\frac{1}{2}(x^{2} - y^{2})\cos\left(2\theta + \frac{\pi}{2}\right) + xy\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right)$$
(3.85)

où $L_{d,0}$, $L_{q,0}$, $M_{dq,0}$ sont les valeurs de L_d , L_q et M_{dq} en position centrée du rotor (x = y = 0). On note que compte tenu du fait que la machine est à rotor lisse, en position centrée $M_{dq} = 0$ et $L_d = L_q$, de ce fait $M_{dq,0} = 0$ et $L_{d,0} = L_{q,0}$.

Afin de s'assurer de la pertinence des relations (3.85), on détermine dans un premier temps les 4 coefficients $L_{d,0}$, $K_{d,1}$, $K_{d,2}$ et $K_{dq,1}$ intervenant dans ces équations par 4 calculs par éléments

finis puis nous validons ces formulations par éléments finis pour toutes les autres positions du rotor.

Pour déterminer les coefficients $L_{d,0}$, $K_{d,1}$, $K_{d,2}$ on réalise 3 calculs éléments finis pour un jeu de 3 positions (x, y, θ) distincts du rotor, puis on réalise un calcul par éléments fini dans une position non centrée du rotor afin de déterminer le coefficient $K_{dq,1}$. Pour le moment, le nombre de spires n'ayant pas été fixé dans l'une ou l'autre de nos configurations de bobinage (6-phase ou 2 fois 3-phase), on choisit d'effectuer les calculs pour une machine 6-phase comprenant une spire par dent. Lorsque le nombre de bobines par dent est N, les différents coefficients identifiés deviennent :

$$\begin{cases}
L_{d,0} = L_{q,0} = N^2 * 1,6.10^{-7}H \\
K_{d,1} = N^2 * 8,7.10^{-4}Hm^{-2} \\
K_{d,2} = -N^2 * 5,3.10^{-5}Hm^{-2} \\
K_{dq,1} = -N^2 * 1,0.10^{-4}Hm^{-2}
\end{cases}$$
(3.86)

Il est à noter que dans le prototype réalisé, présenté au chapitre suivant, l'entrefer mécanique est de 1 mm. De ce fait, les déplacements autorisés sont inférieurs au millimètre (pour le prototype en pratique 0.15 mm) pour cette machine. De ce fait, les variations des inductances L_d et L_q en fonction de la position du rotor présentent des variations de l'ordre de $N^2 * 10^{-9}$ Henri. Ces variations par rapport à l'inductance propre en position centrée (N² * 10⁻⁷ Henri) sont négligeables. Pour la mutuelle M_{dq} qui a une valeur nulle en position centrée les variations sont de l'ordre de $N^2 * 10^{-10}$. De ce fait, M_{dq} peut-être supposée nulle quelque soient la position du rotor ($\sqrt{(x^2 + y^2)} < 1 mm$).

Pour s'assurer de la pertinence des expressions analytiques trouvées, on compare la forme obtenue à partir des expressions analytiques (3.85) et les allures des inductances et mutuelles obtenues par une série de calculs éléments finis. Ainsi, pour un décentrement du rotor allant de -1 à 1 mm dans les directions x et y, les figure 3.8, figure 3.9 et figure 3.10 montrent respectivement les grandeurs L_d/N^2 , L_q/N^2 et M_{dq}/N^2 pour une position angulaire du rotor θ fixée. On remarque que pour les inductances L_d/N^2 et L_q/N^2 les courbes issues des expressions analytiques et celles trouvées par des calculs éléments finis sont confondues. Quant à la mutuelle M_{dq}/N^2 la courbe analytique semble très proche de celle obtenue par des calculs éléments finis mais du fait que la mutuelle varie très faiblement autour de zéro, les écarts constatés peuvent être considérés comme un bruit numérique.

Pour valider la dépendance des expressions de ces inductances et mutuelle $(L_d/N^2, L_q/N^2, M_{dq}/N^2)$ vis-à-vis de la position angulaire du rotor (θ), on compare les résultats obtenus par les expressions analytiques et ceux obtenus par une série de calculs éléments finis pour une position fixe du rotor ($x = 1/\sqrt{2} mm$ et $y = 1/\sqrt{2} mm$). Les figure 3.11, figure 3.12 et figure 3.13 montrent ces inductances L_d/N^2 , L_q/N^2 pour un tour complet du rotor. Ces résultats permettent de confirmer que les variations des inductances sont négligeables par rapport à leur valeur moyenne (inferieur a 0,1%). Les résultats confirment la dépendance suivant une fonction trigonométrique en 2θ des inductances et mutuelles. Il est à noter que les faibles valeurs de

leurs amplitudes ont le même ordre de grandeur que le bruit numérique des calculs par éléments finis, de ce fait, on choisit ici de négliger ces variations.



3.5.1.2 Evaluation de L_x , L_y et M_{xy} via la distribution de courant I_2 seule

En appliquant la même démarche pour la distribution de courant I_2 que pour la distribution de courant I_1 , on peut en déduire les expressions suivantes :

$$L_{x} = L_{x,0} + K_{x,1}(x^{2} + y^{2}) + K_{x,2}\left(\frac{1}{2}(x^{2} - y^{2})\cos(-2\theta) + xy\sin(-2\theta)\right)$$

$$L_{y} = L_{y,0} + K_{x,1}(x^{2} + y^{2}) + K_{x,2}\left(\frac{1}{2}(x^{2} - y^{2})\cos(-2\theta - \pi) + xy\sin(-2\theta - \pi)\right)$$

$$M_{xy} = M_{xy,0} + K_{xy,1}\left(\frac{1}{2}(x^{2} - y^{2})\cos\left(-2\theta - \frac{\pi}{2}\right) + xy\sin\left(-2\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right)$$
(3.87)

où $L_{x,0}$, $L_{y,0}$, $M_{xy,0}$ sont les valeurs de L_x , L_y et M_{xy} en position centrée du rotor (x = y = 0). On note que du fait que la machine est à rotor lisse, en position centrée $M_{xy} = 0$ et $L_x = L_y$, de ce fait $M_{xy,0} = 0$ et $L_{x,0} = L_{y,0}$.

Pour vérifier la pertinence des relations (3.87), comme pour le cas précédent, on détermine dans un premier temps les 4 coefficients $L_{x,0}$, $K_{x,1}$, $K_{x,2}$ et $K_{xy,1}$ intervenant dans ces équations par 4 calculs éléments finis puis nous validons ces formulations par éléments finis pour toutes les autres positions du rotor.

On trouve alors les coefficients des relations (3.87) qui sont :

$$\begin{cases}
L_{x,0} = N^2 * 2.2.10^{-7}H \\
K_{x,1} = N^2 * 2.2.10^{-3}Hm^{-2} \\
K_{x,2} = N^2 * 2.4.10^{-3}Hm^{-2} \\
K_{xy,1} = N^2 * 5.1.10^{-3}Hm^{-2}
\end{cases}$$
(3.88)

Comme nous l'avons mentionné, l'entrefer mécanique du prototype réalisé est de 1 mm. De ce fait, les déplacements autorisés sont inférieurs au millimètre (pour le prototype en pratique 0.15 mm) pour cette machine. Par conséquent, les variations des inductances L_x , L_y et la mutuelle M_{xy} en fonction de la position du rotor présentent des variations de l'ordre de $N^2 * 10^{-9}$ Henri ce qui conduit à des variations de l'ordre de 1 % par rapport à la valeur de l'inductance propre en position centrée ($N^2 * 10^{-7}$ Henri). Toutes ces variations bien que très faible pourront ici contrairement au cas précédent être identifiées car leurs valeurs sont supérieures aux bruits numériques.

Pour s'assurer de la pertinence des expressions analytiques trouvées pour L_x , L_y et M_{xy} , on compare la forme obtenue à partir des expressions analytiques (3.87) et les allures de ces inductances et mutuelles calculées par éléments finis. Ainsi, pour un déplacement du rotor allant de -1 à 1 mm dans les directions x et y, les figure 3.14, figure 3.15 et figure 3.16 montrent respectivement une parfaite concordance entre les résultats des deux méthodes pour les grandeurs L_x/N^2 , L_y/N^2 et M_{xy}/N^2 à une position θ donnée du rotor.

Pour valider la dépendance des expressions de ces inductances et mutuelle $(L_d/N^2, L_q/N^2, M_{dq}/N^2)$ vis-à-vis de la position angulaire du rotor (θ), on compare les résultats obtenus par les expressions analytiques et ceux obtenus par une série de calculs éléments finis pour une position décentrée du rotor ($x = 1/\sqrt{2} mm$ et $y = 1/\sqrt{2} mm$) lors d'une rotation d'un tour. Les figure 1.17, figure 3.18 et figure 3.19 montrent une concordance parfaite entre les courbes



obtenues. Ici les valeurs élevées des coefficients $K_{x,2}$ et $K_{xy,1}$ ont permis de s'affranchir du bruit numérique et de valider l'approche analytique. Détermination des coefficients liés aux deux distributions de courant I_1 et I_2

Dans cette partie, l'intérêt est porté sur la détermination des coefficients liés aux courants des deux distributions I_1 et I_2 en l'absence d'aimants à savoir :

$$\frac{\partial M_{dx}}{\partial x}, \frac{\partial M_{dx}}{\partial y}, \frac{\partial M_{dy}}{\partial x}, \frac{\partial M_{dy}}{\partial y}, \frac{\partial M_{qy}}{\partial x}, \frac{\partial M_{qx}}{\partial y}, \frac{\partial M_{qy}}{\partial y}, \frac{\partial M_{qy}}{\partial x}, \frac{\partial M_{qy}}{\partial y}$$
(3.89)

Il est possible de déterminer les forces élémentaires générées par les différents harmoniques d'induction considérés. Dans un premier temps, on remarque que les harmoniques d'induction générés suite à un décentrement par la distribution de courant I_1 peuvent interagir qu'avec d'autres harmoniques d'induction du même type générés par la distribution de courant I_2 . Comme l'amplitude de tous ces harmoniques d'induction sont proportionnels à Δe , les forces élémentaires issues de ces interactions sont proportionnelles à Δe^2 or dans le modèle du décentrement, les termes en Δe^2 ont été négligés en raison de leur faible importance devant les autres termes. Dans ce qui suit, ces forces élémentaires sont considérés comme négligeables.

On distingue alors les 4 configurations d'alimentation suivantes :

1^{ére} configuration i_d ≠ 0, i_q = 0, i_x ≠ 0, i_y = 0.
 Dans cette configuration, le tableau 3.1 permet d'exprimer quelle que soit la position (x, y, θ) du rotor les composantes de la force selon les deux axes sont :

$$\begin{cases} F_{x,i_d,i_x}(i_d,i_x,x,y,\theta) = Mi_di_x + F_{x,i_d}(i_d,x,y,\theta) + F_{x,i_x}(i_x,x,y,\theta) \\ F_{y,i_d,i_x}(i_d,i_x,x,y,\theta) = F_{y,i_d}(i_d,x,y,\theta) + F_{y,i_x}(i_x,x,y,\theta) \end{cases}$$
(3.90)

On remarque qu'il n'apparaît qu'un terme constant supplémentaire dans F_{x,i_d,i_x} (Mi_di_x) par rapport aux forces élémentaires générées par les composantes de courant i_d ou i_x seuls. Dans cette configuration, la composante F_{y,i_d,i_x} ne contient pas de termes supplémentaires. En considérant les termes non nuls de l'expression de force (équation (3.61)) pour cette configuration d'alimentation, on identifie les termes suivants :

$$\begin{cases} \frac{\partial M_{dx}}{\partial x} = M\\ \frac{\partial M_{dx}}{\partial y} = 0 \end{cases}$$
(3.91)

2^{éme} configuration i_d ≠ 0, i_q = 0, i_x = 0, i_y ≠ 0
 En suivant la même démarche, on trouve les forces quelle que soit la position (x, y, θ) du rotor :

$$\begin{cases} F_{x,i_d,i_y}(i_d,i_y,x,y,\theta) = Mi_d i_y + F_{x,i_d}(i_d,x,y,\theta) + F_{x,i_y}(i_y,x,y,\theta) \\ F_{y,i_d,i_y}(i_d,i_y,x,y,\theta) = F_{y,i_d}(i_d,x,y,\theta) + F_{y,i_y}(i_y,x,y,\theta) \end{cases}$$
(3.92)

En ne considérant les termes non nuls de l'expression de force (équation (3.61)) pour cette configuration d'alimentation, on identifie les termes suivants :

$$\begin{cases} \frac{\partial M_{dy}}{\partial x} = 0\\ \frac{\partial M_{dy}}{\partial y} = M \end{cases}$$
(3.93)

3^{éme} configuration i_d = 0, i_q ≠ 0, i_x ≠ 0, i_y = 0
 En suivant la même démarche, on trouve les forces quelle que soient la position (x, y, θ) du rotor :

$$\begin{cases} F_{x,i_q,i_x}(i_q,i_x,x,y,\theta) = Mi_q i_x + F_{x,i_q}(i_q,x,y,\theta) + F_{x,i_x}(i_x,x,y,\theta) \\ F_{y,i_q,i_x}(i_q,i_x,x,y,\theta) = F_{y,i_q}(i_q,x,y,\theta) + F_{y,i_x}(i_x,x,y,\theta) \end{cases}$$
(3.94)

En ne considérant les termes non nuls de l'expression de force (équation (3.61)) pour cette configuration d'alimentation, on identifie les termes suivants :

$$\begin{cases} \frac{\partial M_{qx}}{\partial x} = 0\\ \frac{\partial M_{qx}}{\partial y} = -M \end{cases}$$
(3.95)

4^{éme} configuration i_d = 0, i_q ≠ 0, i_x = 0, i_y ≠ 0.
 En suivant la même démarche, on trouve les forces quelle que soient la position (x, y, θ) du rotor :

$$\begin{cases} F_{x,i_q,i_y}(i_q,i_y,x,y,\theta) = Mi_q i_y + F_{x,i_q}(i_q,x,y,\theta) + F_{x,i_y}(i_y,x,y,\theta) \\ F_{y,i_q,i_y}(i_q,i_y,x,y,\theta) = F_{y,i_q}(i_q,x,y,\theta) + F_{y,i_y}(i_y,x,y,\theta) \end{cases}$$
(3.96)

En ne considérant les termes non nuls de l'expression de force (équation (3.61))pour cette configuration d'alimentation, on identifie les termes suivants :

$$\begin{cases} \frac{\partial M_{qy}}{\partial x} = M\\ \frac{\partial M_{qy}}{\partial y} = 0 \end{cases}$$
(3.97)

En se basant sur les équations (3.91), (3.93), (3.95) et (3.97) et en les intégrant pour obtenir les expressions des mutuelles (M_{dx} , M_{dy} , M_{qx} , M_{qy}). Sachant que les valeurs de ces mutuelles sont nulles en position centrée du rotor, nous obtenons les expressions suivantes :

$$\begin{cases}
M_{dx} = Mx \\
M_{dy} = My \\
M_{qx} = -My \\
M_{qy} = Mx
\end{cases}$$
(3.98)

Le coefficient M peut être trouvé aisément grâce à un seul calcul par éléments finis. Ainsi pour le prototype réalisé et présenté au chapitre suivant, on trouve :

$$M = N^2 * 2.27.10^{-5} Hm^{-1}$$
(3.99)



Les Figure 3.20, Figure 3.21, Figure 3.22 et Figure 3.24, montrent une concordance parfaite des courbes représentant l'évolution des mutuelles $(M_{dx}, M_{dy}, M_{qx}, M_{qy})$ obtenues à partir des expressions analytiques (3.98) et par des calculs éléments finis pour une variation de la position du rotor de -1 mm à 1 mm selon les axes x et y.

Ces résultats, confirment la variation linéaire de ces mutuelles avec x ou y. Compte tenu de ces résultats, elles sont à l'origine de forces élémentaires constantes quelle que soit la position du rotor y compris quand le rotor est centré.

3.5.2 Détermination des coefficients liés au flux générés par les aimants

Enfin, nous cherchons à déterminer les composantes du flux générés par les aimants en fonction de la position du rotor x, y et θ . On s'intéresse donc dans l'équation (3.61) aux termes :

$$\frac{\partial \varphi_{d,mag}}{\partial x}, \frac{\partial \varphi_{d,mag}}{\partial y}, \frac{\partial \varphi_{q,mag}}{\partial x}, \frac{\partial \varphi_{q,mag}}{\partial y}, \frac{\partial \varphi_{x,mag}}{\partial x}, \frac{\partial \varphi_{x,mag}}{\partial y}, \frac{\partial \varphi_{y,mag}}{\partial y}, \frac{\partial \varphi_{y,mag}}{\partial x}, \frac{\partial \varphi_{y,mag}}{\partial y}$$
(3.100)

Pour déterminer ces coefficients, nous étudions les forces élémentaires générées par les interactions des harmoniques d'induction crées par les composantes de courant (i_d, i_q, i_x, i_y) et par les aimants. 4 configurations d'alimentation peuvent alors être distinguées :

• $1^{\text{ére}}$ configuration $i_d \neq 0$, $i_q = 0$, $i_x = 0$, $i_y = 0$

Si l'on considère uniquement la composante de courant i_d comme non nulle, l'expression de la force déduite du Tableau 3.1 des interactions devient :

$$\begin{cases} F_{x,i_d,mag}(i_d, x, y, \theta) = K_{d,mag} i_d x + F_{x,i_d}(i_d, x, y, \theta) + F_{x0}(x, y) \\ F_{y,i_d,mag}(i_d, x, y, \theta) = K_{d,mag} i_d y + F_{y,i_d}(i_d, x, y, \theta) + F_{y0}(x, y) \end{cases}$$
(3.101)

On rappelle ici que les forces élémentaires $F_{x0}(x, y)$ et $F_{y0}(x, y)$ vues à l'équation (3.55) sont générées par les aimants seuls. De même, $F_{x,i_d}(i_d, x, y, \theta)$ et $F_{y,i_d}(i_d, x, y, \theta)$ sont générées par la distribution de courant I_1 issu de la seule composante de courant i_d . Dans l'équation (3.101), on remarque qu'il n'apparaît qu'un terme supplémentaire dans $F_{x,i_d,mag}(i_d, x, y, \theta)$ et qu'un terme supplémentaire dans $F_{y,i_d,mag}(i_d, x, y, \theta)$ par rapport aux forces élémentaires générées par la seule composante de courant i_d et les aimants. L'identification de l'équation (3.101) par rapport à l'équation (3.61) des forces donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_{d,mag}}{\partial x} = K_{d,mag} x\\ \frac{\partial \varphi_{d,mag}}{\partial y} = K_{d,mag} y \end{cases}$$
(3.102)

2^{éme} configuration i_d = 0, i_q ≠ 0, i_x = 0, i_y = 0
 Si l'on considère uniquement la composante de courant i_q comme non nulle, la force déduite du Tableau 3.1 des interactions devient :

$$\begin{cases} F_{x,i_q,mag}(i_q, x, y, \theta) = F_{x,i_q}(i_q, x, y, \theta) + F_{x0}(x, y) \\ F_{y,i_q,mag}(i_q, x, y, \theta) = F_{y,i_q}(i_q, x, y, \theta) + F_{y0}(x, y) \end{cases}$$
(3.103)

On rappelle ici que les forces élémentaires $F_{x,i_q}(i_q, x, y, \theta)$ et $F_{y,i_q}(i_q, x, y, \theta)$ sont générées par la distribution de courant I_1 issue de la composante de courant i_q . Dans l'équation (3.103), on remarque qu'il n'apparaît aucun terme supplémentaire dans $F_{x,i_q,mag}(i_q, x, y, \theta)$ et $F_{y,i_q,mag}(i_q, x, y, \theta)$ par rapport aux forces élémentaires générées par la seule composante de courant i_q et les aimants. En effet, les forces élémentaires générées par l'harmonique d'induction de rang 1 issu de l'aimant et l'harmonique d'induction de rang 2 issu de i_q s'annulent avec la force élémentaire générée par l'harmonique d'induction de rang 1 issu de l'aimant et a rang 2 issu de l'aimant (Tableau 3.1). L'identification de l'équation (3.103) par rapport à l'équation (3.61) des forces donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_{q,mag}}{\partial x} = 0\\ \frac{\partial \varphi_{q,mag}}{\partial y} = 0 \end{cases}$$
(3.104)

3^{éme} configuration i_d = 0, i_q = 0, i_x ≠ 0, i_y = 0.
 Si l'on considère uniquement la composante de courant i_x comme non nulle, la force déduite du Tableau 3.1 des interactions devienne :

$$\begin{cases} F_{x,i_x,mag}(i_x, x, y, \theta) = \lambda i_x + F_{x,i_x}(i_x, x, y, \theta) + F_{x0}(x, y) \\ F_{y,i_x,mag}(i_x, x, y, \theta) = F_{y,i_x}(i_x, x, y, \theta) + F_{y0}(x, y) \end{cases}$$
(3.105)

On rappelle ici que les forces élémentaires $F_{x,i_x}(i_x, x, y, \theta)$ et $F_{y,i_x}(i_x, x, y, \theta)$ sont générées par la distribution de courant I_2 issue de la seule composante de courant i_x . Dans l'équation (3.105), on remarque qu'il apparaît un terme supplémentaire dans $F_{x,i_x,mag}(i_x, x, y, \theta)$ et aucun dans $F_{y,i_x,mag}(i_x, x, y, \theta)$ par rapport aux forces élémentaires générées par la seule composante de courant i_x et les aimants. L'identification de l'équation (3.105) par rapport à l'équation (3.61) des forces donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_{x,mag}}{\partial x} = \lambda \\ \frac{\partial \varphi_{x,mag}}{\partial y} = 0 \end{cases}$$
(3.106)

Dans une machine à aimantation parallèle en position centrée du rotor seule la composante directe du flux des aimants à travers les bobines est non nulle. De ce fait, $\varphi_{x,mag}$ est nul en position centrée.

4^{éme} configuration i_d = 0, i_q = 0, i_x = 0, i_y ≠ 0.
 Si l'on considère uniquement la composante de courant i_y comme non nulle, la force déduite du Tableau 3.1 des interactions devienne :

$$\begin{cases} F_{x,i_y,mag}(i_y, x, y, \theta) = F_{x,i_y}(i_y, x, y, \theta) + F_{x0}(x, y) \\ F_{y,i_y,mag}(i_y, x, y, \theta) = \lambda i_y + F_{y,i_y}(i_y, x, y, \theta) + F_{y0}(x, y) \end{cases}$$
(3.107)

On rappelle ici que les forces élémentaires $F_{x,i_y}(i_y, x, y, \theta)$ et $F_{y,i_y}(i_y, x, y, \theta)$ sont générées par la distribution de courant I_2 issue de la seule composante de courant i_y . Dans l'équation (3.107), on remarque qu'il apparaît un terme supplémentaire dans $F_{y,i_y,mag}(i_y, x, y, \theta)$ et aucun dans $F_{x,i_y,mag}(i_y, x, y, \theta)$ par rapport aux forces élémentaires générées par la seule composante de courant i_x et les aimants. L'identification de l'équation (3.107) par rapport à l'équation (3.61) des forces donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_{y,mag}}{\partial x} = 0\\ \frac{\partial \varphi_{y,mag}}{\partial y} = \lambda \end{cases}$$
(3.108)

Dans une machine à aimantation parallèle en position centrée du rotor seule la composante directe du flux des aimants à travers les bobines est non nulle. De ce fait, $\varphi_{y,mag}$ est nul en position centrée.

A partir des résultats obtenus aux équations (3.102), (3.104), (3.106) et (3.108) pour les 4 configurations d'alimentation considérées, on peut déduire les expressions des composantes d, q, x, y du flux des aimants à travers les bobines statoriques :

$$\begin{cases}
\varphi_{d,mag} = \varphi_{d,mag,0} + K_{d,mag}(x^2 + y^2) \\
\varphi_{q,mag} = 0 \\
\varphi_{x,mag} = \lambda x \\
\varphi_{y,mag} = \lambda y
\end{cases}$$
(3.109)

On effectue 2 calculs par éléments finis, le premier en opposition centrée du rotor pour déterminer le coefficient $\varphi_{d,mag,0}$ et l'autre pour une position quelconque du rotor afin d'identifier les constantes $K_{d,mag}$ et λ . Rappelons que le nombre de spires n'étant pas encore



fixer les calculs des flux d'aimants sont faits pour une spire autour de chaque dent statorique , les constantes sont proportionnelles au nombre de spires N :

$$\begin{cases} \varphi_{d,mag,0} = N * 1,6.10^{-4} Wb \\ K_{d,mag} = N * 1,5 Wb. m^{-2} \\ \lambda = N * 22.10^{-3} Wb. m^{-1} \end{cases}$$
(3.110)

Les comparaisons des résultats obtenus par des calculs éléments finis et ceux obtenus par les expressions analytiques (3.109) sont présentées aux Figure 3.24, Figure 3.25, Figure 3.26, Figure 3.27 pour une variation de la position x et y du rotor de -1 mm à 1 mm. Ces figures montrent alors une bonne concordance des résultats obtenus ce qui valide les expressions analytiques (3.109) trouvées.

3.5.3 Conclusion sur l'identification des paramètres du modèle électrique.

Dans les sections précédentes 3.5.1 à 3.5.2, nous avons pu mettre en évidence les expressions analytiques des paramètres du modèle électrique de la machine 6-phase (équation (3.27)) en fonction de la position x, y et θ du rotor. Ces expressions tenant compte des approximations effectuées sont résumées ci-dessous :

$$\begin{aligned} L_{d} &= L_{d,0} + K_{d,1}(x^{2} + y^{2}) \\ L_{q} &= L_{d,0} + K_{d,1}(x^{2} + y^{2}) \\ M_{dq} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{x} &= L_{x,0} + K_{x,1}(x^{2} + y^{2}) + K_{x,2} \left(\frac{1}{2}(x^{2} - y^{2})\cos(-2\theta) + xy\sin(-2\theta)\right) \\ L_{y} &= L_{x,0} + K_{x,1}(x^{2} + y^{2}) + K_{x,2} \left(\frac{1}{2}(x^{2} - y^{2})\cos(-2\theta - \pi) + xy\sin(-2\theta - \pi)\right) \\ M_{xy} &= K_{xy,1} \left(\frac{1}{2}(x^{2} - y^{2})\cos\left(-2\theta - \frac{\pi}{2}\right) + xy\sin\left(-2\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right) \end{aligned}$$
(3.111)

$$\begin{aligned} M_{dx} &= Mx \\ M_{dy} &= My \\ M_{qx} &= -My \\ M_{qy} &= Mx \\ \varphi_{d,mag} &= \varphi_{d,mag,0} + K_{d,mag}(x^{2} + y^{2}) \\ \varphi_{q,mag} &= 0 \\ \varphi_{x,mag} &= \lambda x \\ \varphi_{y,mag} &= \lambda y \end{aligned}$$

Les constantes de ces différentes expressions, sont données en fonction du nombre de spires N autour de chaque dent statorique. Par ailleurs, afin de faire apparaître dans les expressions de la force le nombre de spires on choisit d'introduire les inductances mutuelles et les flux élémentaires pour une spire autour de chaque dent. A titre d'exemple si $L_{d,0}$ indique l'inductance pour N spires $L'_{d,0}$ représente la même inductance pour N = 1. Les paramètres indépendants du nombre de spires deviennent alors :

$$\begin{pmatrix} L'_{d,0} = L_{d,0}/N^2 = 1,6.10^{-7}H \\ K'_{d,1} = K_{d,1}/N^2 = 8,7.10^{-4}Hm^{-2} \\ L'_{x,0} = L_{x,0}/N^2 = 2,2.10^{-7}H \\ K'_{x,1} = K_{x,1}/N^2 = 2,2.10^{-3}Hm^{-2} \\ K'_{x,2} = K_{x,2}/N^2 = 2,4.10^{-3}Hm^{-2} \\ K'_{xy,1} = K_{xy,1}/N^2 = 5,1.10^{-3}Hm^{-2} \\ M' = M/N^2 = 2,2.10^{-5}Hm^{-1} \\ \varphi'_{d,mag,0} = \varphi_{d,mag,0}/N = 1,6.10^{-4}Wb \\ K'_{d,mag} = K_{d,mag}/N = 1,5 Wb.m^{-2} \\ \lambda' = \lambda/N = 22.10^{-3}Wb.m^{-1}$$

En reportant les expressions (3.111) des paramètres dans l'équation (3.61) et en tenant compte des équations (3.55) et (3.56), nous déduisons les expressions analytiques des composantes de la force en fonction des positions x, y et θ du rotor et les différentes composantes du courant (i_d, i_q, i_x, i_y)

$$\begin{cases} F_{x} = N^{2} \left(K_{d,1}^{\prime} x i_{d}^{2} + K_{d,1}^{\prime} x i_{q}^{2} + K_{x,1}^{\prime} x i_{x}^{2} + K_{x,1}^{\prime} x i_{y}^{2} + M^{\prime} i_{d} i_{x} + M^{\prime} i_{q} i_{y} \right) \\ + K_{x,2}^{\prime} N^{2} \left(x \cos(-2\theta) + y \sin(-2\theta) \right) i_{x}^{2} \\ + K_{xy,1}^{\prime} N^{2} \left(x \cos\left(-2\theta - \frac{\pi}{2}\right) + y \sin\left(-2\theta - \frac{\pi}{2}\right) \right) i_{x} i_{y} \\ + 2NK_{d,mag}^{\prime} i_{d} x + N\lambda^{\prime} i_{x} + Kx \end{cases}$$

$$F_{y} = N^{2} \left(K_{d,1}^{\prime} y i_{d}^{2} + K_{d,1}^{\prime} y i_{q}^{2} + K_{x,1}^{\prime} y i_{x}^{2} + K_{x,1}^{\prime} y i_{y}^{2} + M^{\prime} i_{d} i_{y} - M^{\prime} i_{q} i_{x} \right) \qquad (3.113)$$

$$+ K_{x,2}^{\prime} N^{2} \left(-y \cos(-2\theta) + x \sin(-2\theta) \right) i_{x}^{2} \\ + K_{x,2}^{\prime} N^{2} \left(-y \cos(-2\theta - \pi) + x \sin(-2\theta - \pi) \right) i_{y}^{2} \\ + K_{x,2}^{\prime} N^{2} \left(x \sin\left(-2\theta - \frac{\pi}{2}\right) - y \cos\left(-2\theta - \frac{\pi}{2}\right) \right) i_{x} i_{y} \\ + 2NK_{d,mag}^{\prime} i_{d} y + N\lambda^{\prime} i_{y} + Ky \end{cases}$$

Avec $K = 1,4.10^4 A/m$ comme l'indique l'équation (3.57).

L'expression de la force peut alors être mise sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} F_{x} \\ F_{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N\lambda' + M'N^{2}i_{d} & M'N^{2}i_{q} \\ -M'N^{2}i_{q} & N\lambda' + M'N^{2}i_{d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{x} \\ i_{y} \end{pmatrix}$$

$$+ \left(2NK'_{d,mag}i_{d} + K + N^{2}K'_{d,1}(i_{d}^{2} + i_{q}^{2}) + N^{2}K'_{x,1}(i_{x}^{2} + i_{y}^{2}) \right) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$+ N^{2} \left(K'_{x,1}(i_{x}^{2} - i_{y}^{2}) + K'_{xy,1}i_{x}i_{y}P\left(\frac{\pi}{2}\right) \right) P(-2\theta) \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

$$(3.114)$$

Les composantes de la force comprennent trois termes :

- Le premier terme, est indépendant de la position (x, y, θ) du rotor. Ainsi en position centrée ou décentrée les forces générées associées à ce terme pourront toujours être contrôlées en agissant sur les courants i_x et i_y.
- Le deuxième terme, dépend de la position x et y du centre du rotor. Dans le cas où la lévitation est parfaitement contrôlée en position centrée, les forces correspondantes à ce terme deviennent nulles. Ce terme regroupe les différentes contributions à la raideur négative du système à l'origine de l'instabilité du système sans contrôle (voir chapitre I section 1.3.3). Par ailleurs, on remarque que le coefficient 2NK'_{d,mag}i_d + N²K'_{d,1}(i²_d + i²_q) peut-être négatif en fonction du signe de la composante directe du courant (i_d). Cette composante de courant qui n'intervient pas dans la génération de couple des machines à aimants à rotor lisse, peut donc être utilisée pour contribuer à la stabilisation de la lévitation.
- Le troisième terme, qui dépend également de la position x et y du centre du rotor, est une fonction périodique de la position angulaire θ du rotor de période π pour un décentrement statique (x et y fixes). Dans le cas d'un très grand décentrement, ce troisième terme peut devenir problématique en générant des perturbations non négligeables.

3.6 Architecture de contrôle du moteur auto-lévité basée sur son modèle en vue de la commande.

Pour réaliser la commande d'une machine auto-lévitée avec des régulateurs linéaires, il est nécessaire de contrôler des grandeurs continues. Pour cela, les composantes d, q, x, y qui sont des grandeurs continues sont contrôlées. Le lien entre les composantes d, q, x, y des différentes variables et les composantes réelles des phases des machines considérées (a, b, c, d, e, f) pour la machine 6-phase et am, bm, cm, ap, bp, cp pour la machine 2 fois 3-phase) est réalisée en utilisant les transformations adaptées. Puis dans un second temps, à partir des équations de la force vu précédemment à la partie 3.4 nous pouvons alors proposer l'architecture de commande des machines auto-lévités.

3.6.1 Reconstitution des variables d'états et de commande de l'ensemble moteur autolévité/onduleur de tension.

Les figure 3.28 et figure 3.29 présentent respectivement les schémas de contrôle pour passer des grandeurs d'état aux grandeurs réelles du système dans le cadre des machines auto-lévitées 6-phase et 2 fois 3-phase.

Pour agir sur les différentes variables des machines auto-lévitées alimentées par des onduleurs commandés en MLI, il est nécessaire d'agir sur les références de tension de ces onduleurs. Ces références, sont déduites des sorties des régulateurs de courant $(V_d^*, V_q^*, V_x^*, V_y^*)$ par des transformations adaptées

Les sorties des régulateurs V_d^* , V_q^* , V_x^* , V_y^* sont ramenées dans le repère α_1 , β_1 , α_2 , β_2 par l'intermédiaire de 2 matrices de rotation $P(\theta)$ comme l'illustrent les Figure 3.28 et Figure 3.29. Pour passer des grandeurs dans le repère α_1 , β_1 , α_2 , β_2 aux grandeurs réelles, chaque configuration de bobinage est considérée séparément. Pour rappel, les composantes homopolaires et quasi homopolaires des tensions statoriques n'agissent pas sur les courants de la machine. De ce fait, elles sont forcées à zéro. Ainsi, pour le bobinage 6-phases la matrice de Concordia généralisée T_{64} permet de trouver les références de tension pour l'onduleur 6-bras (Figure 3.28), alors que pour le bobinage 2 fois 3-phase alimentée par deux onduleurs 3-bras distincts, les composantes α_1 , β_1 et α_2 , β_2 de la tension de référence sont traitées séparément en utilisant la matrice de Concordia T_{32} comme indiqué sur la Figure 3.29.

De même, pour reconstituer, à partir des courants réels mesurés, les retours d'état qui sont les composantes d, q, x, y du courant, on applique les transformations inverses. Ainsi pour passer des courants réels aux composantes $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ du courant, pour la machine 6-phase (Figure 3.28) on applique une transformée de Concordia T_{64}^t et pour la machine 2 fois 3-phase (Figure 3.29) on applique au courant de chaque bobinage triphasé une transformée de Concordia T_{32}^t . Pour obtenir les composantes d, q, x, y du courant, nous appliquons 2 matrices de rotation $P(-\theta)$ aux couples de composantes (α_1, β_1) et (α_2, β_2) de courant.

Dans la partie suivante afin de se simplifier la représentation des architectures de commande, ces transformations et l'ensemble onduleur/machine sont rassemblés sous la forme d'un seul bloc quel que soit la machine (6-phase ou 2 fois 3 phase). Ce bloc a pour entrées les tensions de référence V_d^* , V_q^* , V_x^* , V_y^* et pour sorties les composantes mesurées du courant i_d , i_q , i_x , i_y .



Figure 3.28 : Contrôle de l'onduleur et mesure de courant d'une structure 6-phase



Figure 3.29 : Contrôle de l'onduleur et mesure de courant d'une structure 2 fois 3-phase

3.6.2 Contrôle du couple et des forces de lévitation

3.6.2.1 Contrôle du couple

Dans les moteurs auto-lévités à aimants permanents considérés, quel que soit la configuration du bobinage (6-phase ou 2 fois 3-phase), le couple et les forces doivent être contrôlés afin d'assurer la rotation et la lévitation du rotor. En considérant le modèle électrique de la machine (l'équation (3.28)) et en effectuant un bilan de puissance on déduit l'expression du couple des machines auto-lévitées considérées. En tenant compte des expressions des grandeurs électriques de ces machines et des valeurs de leurs paramètres données aux équations (3.111)et (3.112), on peut montrer que pour des valeurs x et y inférieurs au millimètre, l'expression du couple se simplifie telle que :

$$\Gamma = \varphi_{d,mag0} i_q \tag{3.115}$$

On voit à travers cette équation, que les termes de couplage liant le couple aux courants i_x et i_y et à la position du rotor x et y sont négligeables. Ainsi, il est aisé de contrôler le couple qui est directement proportionnel au courant i_q . Dans les machines à rotor lisse la composante i_d du courant n'intervenant pas dans l'expression du couple est forcée à zéro. La boucle de régulation i_q est imbriquée à l'intérieur d'une autre boucle de régulation contrôlant la vitesse de rotation Ω qui fournit la référence de couple proportionnel au courant i_q (voir Figure 3.30). Les paramètres du correcteur de vitesse dépendent des paramètres mécaniques du système (inertie, frottements...) qui sont identiques quelles que soit le bobinage considéré.

3.6.2.2 Contrôle des composantes de la force de lévitation

Pour contrôler les composantes F_x et F_y de la force, nous reprenons leurs expressions en fonction des paramètres électrique (3.61). Afin de simplifier ces expressions, compte tenu des valeurs très limitées du décentrement du rotor (x et y<150µm), il est choisi de ne considérer que les termes non nuls en position centrée du rotor. L'expression des composantes F_x et F_y de la force se simplifie sous la forme :

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N\lambda + MN^2 i_d & MN^2 i_q \\ -MN^2 i_q & N\lambda + MN^2 i_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_x \\ i_y \end{pmatrix}$$
(3.116)

Il est alors possible de retrouver aisément les courants i_x et i_y nécessaires à la génération d'une force en fonction des courants i_d et i_q . Pour contrôler les courants i_x et i_y , deux boucles de régulation distinctes sont nécessaires. Les paramètres des correcteurs dépendent alors des paramètres du modèle électrique de la machine. Ces boucles de régulation de i_x et i_y , intégrant la relation (3.116), sont imbriquées à l'intérieur de deux autres boucles de régulation contrôlant les positions x et y, fournissant les références de force F_x et F_y . L'introduction de cette matrice (3.116) permet alors le découplage du contrôle des composantes de la force par rapport au couple (i_d, i_q) . Dans ce cas les correcteurs des variables mécaniques x et y ne dépendent que de la dynamique mécanique de l'arbre considérée. Le schéma de contrôle des courants et des positions x et y sont représentés à la figure 3.30.



Figure 3.30 : Commande élémentaire d'un moteur auto-lévité

3.7 Contraintes sur l'électronique de puissance

Afin de réduire les contraintes sur les onduleurs associés aux deux structures de bobinage 6phase et 2 fois 3-phase des moteurs auto-lévités, il convient de choisir le nombre de spires adapté à tension de bus continu imposée pour chaque structure de bobinage. Afin de déterminer ce nombre de spires pour chaque structure de bobinage intégré au circuit magnétique choisi précédemment (stator six dents et rotor à aimants permanents surfaciques à une paire de pôle à aimantation parallèle), on détermine leurs inductances propres et mutuelles en fonction des inductances élémentaires des bobines à une spire réalisée autour des différentes dents. On déterminera également pour les structures de bobinage les résistances de phase et le flux d'aimants à travers les bobines.

Pour simplifier le raisonnement, les hypothèses justifiées suivantes sont faites :

- Compte tenu des faibles déplacements autorisés (x et y sont inférieurs à 5% de l'entrefer magnétique), le décentrement du rotor n'a pas d'impact sur les inductances et mutuelles comme vu précédemment, de ce fait pour le choix du nombre de spires des 2 structures de bobinage nous considérons le rotor parfaitement lisse.
- Compte tenu de la masse du rotor et des forces radiales perturbatrices les accélérations du rotor suivants les axes x et y sont considérées comme négligeables compte tenu de la limitation des déplacements, les vitesses suivants les axes x et y sont également négligeables (x = y = 0).
- Du fait de la construction de la machine (Carter amagnétique), des déplacements limités du rotor et des symétries liées au circuit magnétique à six dents, la composante homopolaire du flux est négligée.

Ces hypothèses permettent alors d'écrire la matrice d'inductance de 6 bobines élémentaires d'une spire autour des 6 dents du circuit magnétique de la machine qui est circulante et symétrique :

$$L_{\acute{e}l\acute{e}mentaire} = \begin{bmatrix} L_1 & M_1 & M_2 & M_3 & M_2 & M_1 \\ M_1 & L_1 & M_1 & M_2 & M_3 & M_2 \\ M_2 & M_1 & L_1 & M_1 & M_2 & M_3 \\ M_3 & M_2 & M_1 & L_1 & M_1 & M_2 \\ M_2 & M_3 & M_2 & M_1 & L_1 & M_1 \\ M_1 & M_2 & M_3 & M_2 & M_1 & L_1 \end{bmatrix}$$
(3.117)

En se basant sur cette matrice d'inductance, il est possible de retrouver les matrices d'inductance des machines avec les bobinages 6-phase ou 2 fois 3-phase (Figure 3.1 et Figure 3.4).

3.7.1 Détermination des paramètres du modèle dqxy de la machine 6-phase en fonction du nombre de spires

Pour la machine 6-phase, la matrice inductance est identique à la matrice élémentaire au nombre de spires au carré près :

$$L = N^{2}L_{\acute{e}l\acute{e}mentaire} = N^{2} \begin{bmatrix} L_{1} & M_{1} & M_{2} & M_{3} & M_{2} & M_{1} \\ M_{1} & L_{1} & M_{1} & M_{2} & M_{3} & M_{2} \\ M_{2} & M_{1} & L_{1} & M_{1} & M_{2} & M_{3} \\ M_{3} & M_{2} & M_{1} & L_{1} & M_{1} & M_{2} \\ M_{2} & M_{3} & M_{2} & M_{1} & L_{1} & M_{1} \\ M_{1} & M_{2} & M_{3} & M_{2} & M_{1} & L_{1} \end{bmatrix}$$
(3.118)

N étant le nombre de spires de chaque phase qui correspond aussi au nombre de spires de chaque bobine réalisée autour d'une dent.

En tenant compte de la matrice d'inductance de la machine 6-phase (équation (3.118)), il est possible de déduire sa matrice d'inductance L_{dqxy} définie par l'équation (3.26) :

$$\begin{bmatrix} L_{dqxy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(-\theta) & 0 \\ 0 & P(-\theta) \end{bmatrix} T_{46}^{t} [L(x,y)] T_{46} \begin{bmatrix} P(\theta) & 0 \\ 0 & P(\theta) \end{bmatrix}$$
$$= N^{2} \begin{bmatrix} L_{1} + M_{1} - M_{2} - M_{3} & 0 & 0 \\ 0 & L_{1} + M_{1} - M_{2} - M_{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{1} - M_{1} - M_{2} + M_{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{1} - M_{1} - M_{2} + M_{3} \end{bmatrix}$$
(3.119)

L'expression de la résistance des phases de la machine 6-phase à *N* spires par bobine est donnée par :

$$R = \frac{Nl_1\rho}{S_1} \tag{3.120}$$

Où l_1 est la longueur moyenne d'une spire ayant S_1 pour section de conducteur. ρ étant la résistivité du conducteur.

Lors du dimensionnement de la machine 6-phase, nous avons vu que les distributions de courants I_1 et I_2 permettant la génération du couple et des forces de lévitation existent conjointement dans les bobinages. En reprenant l'expression du courant dans une phase à partir des équations (3.16), nous avons par exemple la phase a:

$$i_a = I_{1m} \cos(\theta_1 + \phi_1) + I_{2m} \cos(\theta_2 + \phi_2)$$
(3.121)

Étant donné que les deux distributions de courant sont générées par des courants de même fréquence ($\theta_1 = \theta_2 = \theta$) comme nous l'avons vu précédemment (chapitre II section 2.4.6). La contrainte sera maximum dans cette phase lorsque ces composantes sont en phase ($\phi_1 = \phi_2$). Dans ce cas, la valeur efficace de ce courant devient :

$$i_{a,efficace} = \frac{I_{1m} + I_{2m}}{\sqrt{2}}$$
 (3.122)

On trouve alors que la section de conducteur S_1 peut être exprimée telle que :

$$S_1 = \frac{(I_{1m} + I_{2m})}{J\sqrt{2}} \tag{3.123}$$

Où J est la densité de courant efficace admise dans chaque conducteur.

Les amplitudes des courants I_{1m} et I_{2m} n'étant pas encore déterminées, on choisit d'introduire directement les amplitudes des ampères tours NI_{1m} et NI_{2m} qui ont été fixés lors du

dimensionnement du circuit magnétique. La surface S_1 peut alors être exprimée en fonction de ces ampères tours :

$$S_1 = \frac{N(I_{1m} + I_{2m})}{NJ\sqrt{2}}$$
(3.124)

En reportant cette expression dans l'équation de la résistance (3.122) nous obtenons :

$$R = \frac{l_1 N^2 J \rho \sqrt{2}}{N(I_{1m} + I_{2m})}$$
(3.125)

Enfin, il convient d'exprimer le flux d'aimants à travers les bobines statoriques à partir du flux maximum d'une spire φ_{mag} .

$$\begin{bmatrix} \varphi_{d,mag} \\ \varphi_{q,mag} \\ \varphi_{x,mag} \\ \varphi_{y,mag} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(-\theta) & 0 \\ 0 & P(-\theta) \end{bmatrix} T_{64}^{t} \begin{bmatrix} N \varphi_{mag} \cos(\theta) \\ N \varphi_{mag} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{6}\right) \\ \vdots \\ N \varphi_{mag} \cos\left(\theta - 5\frac{2\pi}{6}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}N \varphi_{mag} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.126)

D'où :

$$\varphi_{d,mag} = \sqrt{3}N \ \varphi_{mag}$$
$$\varphi_{q,mag} = \varphi_{x,mag} = \varphi_{y,mag} = 0$$
(3.127)

On a ainsi pu exprimer à partir des éléments connus et du nombre de spires N l'ensemble des paramètres de l'équation du modèle électrique (3.28) de la machine 6-phase.

3.7.2 Détermination des paramètres du modèle dqxy de la machine 2 fois 3-phases en fonction du nombre de spires

Pour la machine 2 fois 3-phase présentée sur la Figure 3.31, on constate que les inductances et les mutuelles de chaque phase du bobinage triphasé moteur ou palier résultent de la mise en série ou anti série des bobines réalisées autour des deux dents diamétralement opposées. Ainsi pour le bobinage moteur, les ampères-tours de ses deux bobines sont additifs tels que le bobinage moteur soit de polarité 1. De ce fait la matrice d'inductance du bobinage moteur se met sous la forme suivante :

$$L_m = 2N_m^2 \begin{bmatrix} L_1 - M_3 & M_2 - M_1 & M_2 - M_1 \\ M_2 - M_1 & L_1 - M_3 & M_2 - M_1 \\ M_2 - M_1 & M_2 - M_1 & L_1 - M_3 \end{bmatrix}$$
(3.128)

 N_m est le nombre de spires d'une bobine réalisée autour d'une dent pour le bobinage moteur.


Figure 3.31 : Bobinage 2 fois 3-phase

Pour le bobinage palier, les ampères tours mis en série sont soustractifs tels que le bobinage palier soit de polarité 2. De ce fait, la matrice inductance du bobinage palier se met sous la forme suivante :

$$L_p = 2N_p^2 \begin{bmatrix} L_1 + M_3 & M_2 + M_1 & M_2 + M_1 \\ M_2 + M_1 & L_1 + M_3 & M_2 + M_1 \\ M_2 + M_1 & M_2 + M_1 & L_1 + M_3 \end{bmatrix}$$
(3.129)

 N_p est le nombre de spires d'une bobine réalisée autour d'une dent pour le bobinage palier.

Pour les mutuelles entre les deux bobinages triphasés moteur et palier de polarités 1 et 2, on trouve :

$$M_{mp} = M_{pm}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.130)

On remarque alors que les bobinages triphasés moteur et palier ne sont pas magnétiquement couplés.

On trouve alors dans le référentiel dqxy :

$$L_{dq} = 2N_m^2 \begin{bmatrix} L_1 + M_1 - M_2 - M_3 & 0\\ 0 & L_1 + M_1 - M_2 - M_3 \end{bmatrix}$$
(3.131)

$$L_{xy} = 2N_p^2 \begin{bmatrix} L_1 - M_1 - M_2 + M_3 & 0\\ 0 & L_1 - M_1 - M_2 + M_3 \end{bmatrix}$$
(3.132)

En suivant la même démarche que pour la machine 6-phase, on détermine les résistances R_m et R_p des deux bobinages triphasés moteur et palier en fonction des ampères tours ($N_m I_{1m}$ et $N_p I_{2m}$). On trouve alors :

$$R_m = 2 \frac{N_m^2 l_1 J \rho \sqrt{2}}{N_m I_{1m}} \qquad R_p = 2 \frac{N_p^2 l_1 J \rho \sqrt{2}}{N_p I_{2m}}$$
(3.133)

Dans la machine 2 fois 3-phase, les bobinages étant séparés, la densité de courant efficace admise est atteinte dans toutes les encoches lorsque les capacités maximums de la machine en termes de couple et de forces radiales sont nécessaires. À l'inverse, dans la machine 6-phase, la densité de courant efficace admise n'est atteinte dans l'une des six phases du bobinage que lorsque les phases des composantes de courant de cette phase sont identiques comme nous l'avons vu à l'équation (3.121). Lorsque cette condition est satisfaite dans une phase, elle ne peut en aucun cas être satisfaite dans les autres. De ce fait, lorsque les capacités maximums de la machine en termes de couple et de forces radiales sont nécessaires, la densité de courant efficace admise est atteinte dans une seule phase tandis qu'elles sont inférieures dans toutes les autres. Ainsi pour le même point de fonctionnement en termes de couple et de forces radiales, les pertes Joule seront inférieures dans la machine 6-phase.

Enfin, il convient d'exprimer le flux d'aimants à travers les bobines statoriques à partir du flux maximum d'une spire φ_{mag} .

0.17

 $\langle \alpha \rangle$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{d,mag} \\ \varphi_{q,mag} \\ \varphi_{x,mag} \\ \varphi_{y,mag} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(-\theta) & 0 \\ 0 & P(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{32}^t & 0 \\ 0 & T_{32}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2N_m \varphi_{mag} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ 2N_m \varphi_{mag} \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\sqrt{\frac{3}{2}} N_m \varphi_{mag} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.134)

D'où :

$$\varphi_{d,mag} = 2 \sqrt{\frac{3}{2}} N_m \varphi_{mag}$$
$$\varphi_{q,mag} = \varphi_{x,mag} = \varphi_{y,mag} = 0$$
(3.135)

On a ainsi pu exprimer à partir des éléments connus et du nombre de spires N_m et N_p l'ensemble des paramètres de l'équation du modèle électrique (3.52) de la machine 2 fois 3-phase.

3.7.3 Détermination de la tension maximale imposée par les onduleurs

L'objectif de cette section est de déterminer les tensions maximales qui peuvent être délivrées par les onduleurs de tension alimentant les deux topologies de bobinage 6-phase et 2 fois 3-phase. Cette information permet alors de déterminer le nombre de spires maximal pour que la contrôlabilité des courants soit assurée dans toutes les configurations prévues par le cahier des charges en termes de couple, force et vitesse.

Dans un premier temps, nous examinons le cas des onduleurs 3 bras qui alimentent les deux bobinages indépendants de la machine 2 fois 3-phase qui est plus simple puis dans un second temps nous étudions le cas de l'onduleur 6 bras qui alimente la structure à 6-phase.

3.7.3.1 Tension maximale imposée par onduleurs 3 bras

Dans le cadre de la machine 2 fois 3 phase étant donné l'absence de couplage magnétique entre les bobinages destinés à la lévitation et les bobinages destinés à la génération de couple, les onduleurs peuvent être étudiés séparément. Il est alors possible de déterminer les tensions maximales imposées par les onduleurs trois bras en fonction de la tension du bus continu U_0 . Pour cela on reprend le schéma d'un convertisseur triphasé Figure 3.32.

Les équations de ce convertisseur peuvent alors être mises sous la forme suivante.

$$\begin{pmatrix} V_{aN} \\ V_{bN} \\ V_{cN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{aM} \\ V_{bM} \\ V_{cM} \end{pmatrix} + V_{MN} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
(3.136)

Étant donné que la somme des courants de chaque étoile est nulle, sa composante homopolaire est également nulle et seules les composantes $\alpha\beta$ de la tension font circuler les courants. On ne s'intéresse alors qu'à ces composantes qui peuvent être exprimées tel que :



Figure 3.32 : onduleur 3 bras

$$\begin{pmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{pmatrix} = T'_{32} \begin{pmatrix} V_{aN} \\ V_{bN} \\ V_{cN} \end{pmatrix} = T'_{32} \begin{pmatrix} V_{aM} \\ V_{bM} \\ V_{cM} \end{pmatrix} = U_0 T'_{32} \begin{pmatrix} c_a \\ c_b \\ c_c \end{pmatrix}$$
(3.137)

Où c_a , c_b , c_c sont les commandes binaires des bras de l'onduleur. On recense alors six combinaisons dont les composantes V_{α} et V_{β} de la tension sont non nulles :

$$\begin{pmatrix} 1\\0\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\\1\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\1\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\1\\1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\0\\1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\\0\\1 \end{pmatrix}$$
(3.138)

Ces six possibilités que l'on numérote de 1 à 6 donnent alors dans les repères $\alpha\beta$ six vecteurs tension de module $U_0\sqrt{2/3}$ Représentée sur la Figure 3.33.

Pour imposer des courants sinusoïdaux, on doit imposer des tensions sinusoïdales. Le maximum de tension que l'on peut imposer quelle que soit la direction souhaitée dans le plan $\alpha\beta$ correspond au cercle inscrit délimité par l'Hexagone et formé par l'extrémité des six vecteurs de la Figure 3.33. On trouve alors que :

$$\sqrt{V_{\alpha}^2 + V_{\beta}^2} \le \frac{U_0}{\sqrt{2}} \tag{3.139}$$



Figure 3.33 : Représentation des vecteurs de tension dans le repère $\alpha\beta$

Les modules des vecteurs tension dans le plan dq ou xy sont préservés, de ce fait nous pouvons écrire :

$$\sqrt{V_d^2 + V_q^2} \le \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$
(3.140)

$$\sqrt{V_x^2 + V_y^2} \le \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$
(3.141)

3.7.3.2 Tension maximale imposée par onduleurs 6 bras

Dans cette partie on s'intéresse à la tension maximale que peut délivrer l'onduleur à 6 bras pour un bobinage 6-phase. Pour cela on considère sa topologie de puissance connectée à une machine à bobinage 6-phase à deux neutres isolés électriquement Figure 3.34.

Les tensions appliquées par ce convertisseur peuvent alors être mises sous la forme suivante.

$$\begin{pmatrix} V_{aN_{1}} \\ V_{bN_{2}} \\ V_{cN_{1}} \\ V_{dN_{2}} \\ V_{eN_{1}} \\ V_{fN_{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{aM} \\ V_{bM} \\ V_{cM} \\ V_{dM} \\ V_{eM} \\ V_{fM} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_{MN_{1}} \\ V_{MN_{2}} \\ V_{MN_{1}} \\ V_{MN_{2}} \\ V_{MN_{1}} \\ V_{MN_{2}} \end{pmatrix}$$
(3.142)

Lorsque l'on applique la matrice de Concordia généralisée T'_{66} au vecteur tension on trouve les composantes α_1 , β_1 , α_2 , β_2 , H, h de la tension. On remarque alors que le deuxième terme de l'équation (3.142) comporte uniquement les composantes homopolaires et quasi homopolaire, les autres composantes α_1 , β_1 , α_2 , β_2 étant nulles. De plus, les deux neutres empêchant la circulation de courant homopolaire et quasi homopolaire ($i_h = i_H = 0$), on ne s'intéresse qu'aux composantes α_1 , β_1 , α_2 , β_2 de la tension qui font circuler les courants. On a alors :



Figure 3.34 : Convertisseur 6 bras

$$\vec{V}_{l} = \begin{pmatrix} V_{\alpha_{1}} \\ V_{\beta_{1}} \\ V_{\alpha_{2}} \\ V_{\beta_{2}} \end{pmatrix} = T_{64}' \begin{pmatrix} V_{aN_{1}} \\ V_{bN_{2}} \\ V_{cN_{1}} \\ V_{dN_{2}} \\ V_{eN_{1}} \\ V_{fN_{2}} \end{pmatrix} = T_{64}' \begin{pmatrix} V_{aM} \\ V_{bM} \\ V_{cM} \\ V_{dM} \\ V_{eM} \\ V_{fM} \end{pmatrix} = U_{0}T_{64}' \begin{pmatrix} C_{a} \\ C_{b} \\ C_{c} \\ C_{d} \\ C_{e} \\ C_{f} \end{pmatrix}$$
(3.143)

Où les vecteurs \vec{V}_l sont la projection des vecteurs tension générés par l'onduleur six bras dans l'hyper plan α_1 , β_1 , α_2 , β_2 . On remarque que l'onduleur à 6 bras a $2^6 = 64$ combinaisons possibles de contrôle qui donneront autant de vecteurs tension possibles \vec{V}_l . L'analyse de ces différentes combinaisons montre que la norme des vecteurs tensions \vec{V}_l . Diffère d'un vecteur à l'autre, on retient alors seulement les vecteurs ayant la norme la plus importante qui sont au nombre de 36. On remarque également que si l'on considère l'onduleur 6 bras comme l'association de deux onduleurs 3 bras (un pour chaque neutre), alors ces 36 vecteurs tensions correspondent à la combinaison des 6 commandes d'un onduleur 3 bras (présentées à la relation (3.138)) et les 6 mêmes commandes de l'autre onduleur 3 bras (présentées également à la relation (3.138)).

On cherche les tensions sinusoïdales maximum que l'on peut imposer à l'aide d'un onduleur six bras pour assurer la contrôlabilité du courant aux points de fonctionnement les plus contraints (couple, force et vitesse maximaux). Pour cela on détermine le rayon de la 4-sphère S la plus grande possible dans l'hyperplan α_1 , β_1 , α_2 , β_2 qui peut être réalisé par la combinaison des vecteurs $\vec{V_i}$ au sens des valeurs moyennes sur une période de découpage.

La géométrie dans des domaines de dimension 4 n'étant pas aisée on choisit d'adopter la démarche numérique suivante :

- 1. On considère les 36 points P_i correspondant aux extrémités des 36 vecteurs \vec{V}_i dans l'hyperplan $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$.
- 2. On calcule la distance entre les différents points P_i .
- 3. On isole les distances les plus courtes afin de vérifier l'existence d'un polyèdre régulier de dimension 4 crée par les 36 points P_i dans l'hyperplan α_1 , β_1 , α_2 , β_2 . On constate alors en recréant le graphe des sommets P_i reliés par des arrêtes. La Figure 3.35 qui représente ce graphe montre qu'il existe bien un polyèdre régulier à 36 face (les numéros correspondent à l'ordre affecté à chacune des 36 vecteurs $\vec{V_i}$). Les faces de ce polyèdre correspondent aux 4 points des cycles les plus petit (Par exemple les points 1, 2, 8 et 7).
- 4. On détermine alors la distance entre ces surfaces et l'origine (0,0,0,0). Ces distances sont identiques et égales à U_0 pour toutes les surfaces et correspondent au rayon de la 4-sphère recherchée et inscrite dans le polyèdre formé par ces surfaces.



Figure 3.35 : Représentation du graphe du polyèdre

La norme maximale du vecteur tension que l'on peut imposer quelle que soit la direction souhaitée dans l'hyperplan $\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2$ correspond au rayon de la 4-sphère *S* inscrite dans le polyèdre formé par les extrémités des 36 vecteurs $\vec{V_l}$. On trouve alors que :

$$\sqrt{V_{\alpha_1}^2 + V_{\beta_1}^2 + V_{\alpha_2}^2 + V_{\beta_2}^2} \le U_0$$
(3.144)

Les modules des vecteurs tension dans le référentiel dqxy sont préservés, de ce fait la contrainte sur la tension imposée par l'onduleur 6-bras peut se résumer tel que :

$$\sqrt{V_d^2 + V_q^2 + V_x^2 + V_y^2} \le U_0 \tag{3.145}$$

3.7.4 Choix du nombre de spires des machines 6-phase et 2 fois 3-phase

À partir des contraintes imposées sur les tensions délivrées par les onduleurs 3-bras ou 6-bras (équations (3.140), (3.141) et (3.145)), il est alors possible de dimensionner le nombre de spires. Pour cela on considère que le convertisseur est connecté à un bus de tension U_0 . On peut alors exprimer la tension des dernières équations (3.140), (3.141) et (3.145) en fonction de cette tension maximale pouvant être générée.

3.7.4.1 Machine 6-phase avec un onduleur 6-bras

Pour la machine 6-phase avec un onduleur 6-bras :

$$\sqrt{V_d^2 + V_q^2 + V_x^2 + V_y^2} = U_0$$
(3.146)

En se basant sur les équations (3.119) (3.127) (3.125) et (3.127) et en supposant que nous sommes en régime établi à vitesse maximale ω_{max} , couple maximum Γ_{max} ($i_d = 0$ et $i_q = i_{qmax}$) et force maximale $F_{max}((\sqrt{i_x^2 + i_y^2})_{max})$, l'équation (3.146) se met sous la forme suivante :

$$K_6(\omega_{max}, \Gamma_{max}, F_{max}). N = U_0$$
(3.147)

En se basant sur les équations (3.18) et (3.20) pour la machine 6-phase nous pouvons déduire les relations suivantes :

$$\begin{cases} i_{qmax} = I_{1m} \sqrt{\frac{6}{2}} \\ \left(\sqrt{i_x^2 + i_y^2} \right)_{max} = I_{2m} \sqrt{\frac{6}{2}} \end{cases}$$
(3.148)

En reportant ces relations dans les équations de tension (3.28) en régime établi il est possible d'exprimer le coefficient K_6 tel que :

$$K_{6}(\omega_{max},\Gamma_{max},F_{max}) = \begin{cases} \left(\left(\omega^{2}(L_{1}+M_{1}-M_{2}-M_{3})^{2} + \left(\frac{l_{1}J\rho\sqrt{2}}{N(l_{1m}+l_{2m})}\right)^{2} \right)(NI_{1m})^{2} \\ + \omega^{2}\varphi_{mag}^{2} + 2\frac{l_{1}J\rho\sqrt{2}}{N(l_{1m}+l_{2m})}\omega\varphi_{mag}NI_{1m} \\ + \left(\left(\frac{l_{1}J\rho\sqrt{2}}{N(l_{1m}+l_{2m})}\right)^{2} + \omega^{2}(L_{1}-M_{1}-M_{2}+M_{3})^{2} \right)(NI_{2m})^{2} \end{pmatrix}$$
(3.149)

On voit ici, qu'il est alors aisé de déterminer K_6 à partir des grandeurs déterminées par le dimensionnement magnétique de la machine et déduire ensuite le nombre de spires optimales par l'équation (3.149).

3.7.4.2 Machine 2 fois 3-phase avec deux onduleurs 3-bras

Pour la machine 2 fois 3-phase avec deux onduleurs 3-bras :

$$\sqrt{V_d^2 + V_q^2} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$
(3.150)

$$\sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$
(3.151)

En se basant sur les équations (3.128), (3.129), (3.133) et (3.135) en supposant que nous sommes en régime établi à vitesse maximale ω_{max} , couple maximum Γ_{max} ($i_d = 0$ et $i_q =$

 i_{qmax}) et force maximale $F_{max}((\sqrt{i_x^2 + i_y^2})_{max})$, les équations (3.150) et (3.151) se met sous la forme suivante :

$$\frac{U_0}{\sqrt{2}} = N_m K_{3m}(\omega_{max}, \Gamma_{max})$$
(3.152)

$$\frac{U_0}{\sqrt{2}} = N_p K_{3p}(\omega_{max}, F_{max})$$
(3.153)

On voit ici à travers ces équations que le nombre de spires du bobinage triphasé moteur ne dépend que du couple maximal et de la vitesse maximale et le nombre de spires du bobinage triphasé palier ne dépend que de la vitesse maximale et de la force de lévitation maximale.

En se basant sur les équations (3.36) et (3.42) pour la machine 6-phase nous pouvons déduire les relations suivantes :

$$\begin{cases} i_{qmax} = I_{1m} \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \left(\sqrt{i_x^2 + i_y^2} \right)_{max} = I_{2m} \sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$
(3.154)

Et en reportant ces relations dans les équations de tension (3.52) en régime établi il est possible d'exprimer les coefficients K_{3m} et K_{3p} tel que :

$$K_{3m} = \sqrt{6 \begin{pmatrix} \left(l_1 J \rho \sqrt{2} \right)^2 + l_1 J \rho \sqrt{2} \omega \varphi_{mag}^2 \\ + \omega^2 \varphi_{mag}^2 + \omega^2 (L_1 + M_1 - M_2 - M_3)^2 (N_m I_{1m})^2 \end{pmatrix}}$$
(3.155)

$$K_{3p} = \sqrt{6\left(\left(l_1 J \rho \sqrt{2}\right)^2 + \omega^2 (L_1 - M_1 - M_2 + M_3)^2 (N_p I_{2m})^2\right)}$$
(3.156)

Dans ce cas également, il est alors très aisé de trouver K_{3m} et K_{3p} à partir des grandeurs déterminées par le dimensionnement magnétique de la machine et d'en déduire ensuite le nombre de spires optimales pour le bobinage palier N_p et le bobinage moteur N_m par les équations (3.155) et (3.156).

3.7.4.3 Comparaison des deux électroniques de puissance des structures 6-phase et 2 fois 3phase

Compte tenu des équations (3.149), (3.155) et (3.156), pour une tension de bus continu U_0 , nous pouvons déterminer le nombre optimal de spires pour chacune des deux structures avec pour objectif de minimiser les courants des phases et ainsi de réduire les contraintes sur les onduleurs. Par ailleurs les ampères-tours totaux ayant déjà été déterminés par le dimensionnement magnétique établi au chapitre précédent, nous obtenons les courants maximaux des onduleurs associés à chaque configuration de bobinage. Par ailleurs, il convient de prendre une marge sur la tension afin d'assurer les termes liés à la variation de courant dans les équations de tension. Ces informations permettent de choisir le nombre de spires et les composants de ces onduleurs.

La Figure 3.36 présente pour chaque structure de bobinage le nombre de spires adapté. On voie que comme prévu le nombre de spires de chacun des bobinages dépend linéairement de la tension de bus U_0 . Par ailleurs on remarque que le nombre de spires de la machine 6-phase et le nombre de spires du bobinage moteur de la machine 2 fois 3-phase sont quasi identiques, cette constatation montre que notamment le nombre de spires de la machine 6-phase est principalement imposé par la génération de couple à vitesse maximale. De ce fait pour la machine 6-phase le choix du nombre de spires est imposé par la génération de couple alors que la génération des forces de lévitation est contrainte par ce nombre de spires.

La figure 3.36 montre que quelle que soit la tension U_0 , les courants maximaux par phase sont nettement inférieurs dans le cas des deux bobinages triphasés de la machine 2 fois 3-phase. Ainsi la somme des puissances instantanées totale des deux onduleurs 3 bras qui alimentent cette machine est nettement inférieur à la puissance instantanée de l'onduleur 6 bras associé à la machine 6-phase. La solution d'une machine 2 fois 3-phase sera donc plus compacte en prenant en compte l'électronique de puissance. L'architecture à deux bobinages triphasés a donc été retenue pour réaliser le prototype présenté au chapitre suivant.

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié deux structures de bobinage 6-phase et 2 fois 3-phase pouvant assurer la génération de la force de lévitation et le couple d'entraînement des machines



Figure 3.36 : Nombre de spires et courant max des composants en fonction de la tension du bus

auto-lévitées. Dans un premier temps, nous avons établi les modèles externes des moteurs autos-lévités muni de ces deux de bobinage prenant en compte le décentrement de leurs rotors.

L'analyse des modèles électriques externes établis de ces deux structures de bobinage ont permis de mettre en évidence les liens forts qui existe entre d'un côté les expressions des composantes de la force obtenues par les modèles magnétiques du chapitre II et de l'autre les variations des inductances et des flux des aimants à vide à travers les bobines statoriques. En se basant sur cette analyse, il a été possible d'extraire des expressions analytiques des inductances et des flux d'aimants à travers les bobines statoriques en fonction de la position (x, y, θ) du rotor. La concordance des formes obtenues par ces expressions analytiques et celles obtenues par éléments finis ont permis de valider l'exactitude des expressions établies, elle a également *a posteriori* permis de valider les modèles magnétiques des forces décentrées développées au chapitre précédent basé sur les interactions entre harmoniques d'induction générée par différentes sources.

Les évaluations des coefficients des expressions des inductances et des flux à vide des aimants par les éléments finis ont montré le faible impact du décentrement du rotor pour les machines à aimants permanents auto-lévitées. Cette observation, a permis de simplifier les modèles en vue de la commande en négligeant le décentrement du rotor. L'analyse des termes non négligeables de la force permet de construire une structure de commande adaptée prenant en compte les phénomènes essentiels et permettant d'assurer le contrôle du couple et de la force. Ainsi nous avons pu mettre en place un système de découplage compensant l'impact des composantes du courant générant le couple. D'autre part, les expressions des forces ont révélé que la raideur négative pouvait être réduite voire annulées par une composante directe négative du courant (défluxage) dans la machine.

Enfin, dans la dernière partie de ce chapitre nous cherchons à déterminer les contraintes sur les onduleurs alimentant les deux structures 6-phase et 2 fois 3-phase. En exprimant les inductances, les résistances et les flux d'aimant à travers les bobines statoriques en fonction du nombre de spires, nous avons établi les modules des vecteurs tension que doivent imposer les onduleurs pour assurer la contrôlabilité du courant aux points de fonctionnement les plus contraints (vitesse maximale, couple maximal, force maximale). Cette démarche a permis d'extraire le nombre de spires optimal pour chaque structure ainsi que les courants maximums que doivent supporter les composantes de chaque onduleur en fonction de la tension du bus continu.

Avec le nombre de spires optimal choisi pour chaque structure, nous avons montré que les pertes Joule dans la machine 6-phase sont nettement inférieures à celles de la machine 2 fois 3-phase. Cependant, la puissance instantanée transitée par l'onduleur de la machine 6-phase est nettement supérieure à la puissance instantanée cumulée des deux onduleurs 3 bras alimentant la machine 2 fois 3-phase. La séparation des fonctionnalités de génération de force et de couple par deux bobinages 3-phase distincts permet de réduire considérablement le volume de l'électronique de puissance associée par rapport à l'électronique de puissance d'une machine 6-phase. Pour cette raison, nous avons choisi la structure 2 fois 3-phase pour la réalisation du prototype présenté dans le chapitre suivant.

Chapitre IV :

Démonstrateur et tests du prototype

Sommaire

4.1	Intro	DUCTION	145				
4.2	Prese	NTATION D'UN PROTOTYPE DE MACHINE AUTO-LEVITEE	145				
4	4.2.1	Objectif de la réalisation du prototype	145				
4	4.2.2	Structure globale	146				
4	4.2.3	Dimensions du moteur auto-lévité	147				
4.3	CARAG	CTERISTIQUES DE LA FONCTION « MOTEUR » DE LA MACHINE AUTO-LEVITEE	149				
	4.3.1	Mesure des inductances et résistance de la machine	150				
	4.3.2	Observation de la FEM et détermination de la constante du couple	151				
	4.3.3	Caractérisation des pertes dans la machine basée sur l'accélération à couple moteur imposé	153				
4.4	CARAG	TERISTIQUE DE LA FONCTION LEVITATION DU PROTOTYPE	155				
	4.4.1	Mesure de l'inductance cyclique et la résistance du bobinage palier	156				
	4.4.2	Évaluation et analyse de la FEM induite dans le bobinage palier	158				
	4.4.2.	1 FEM induite avec le rotor en position centrée	. 158				
	4.4.2.	2 FEM induite dans le bobinage palier avec le rotor en position décentrée	. 159				
	4.4.2.	3 Evaluation de la valeur moyenne de la force fonction des courants paliers	. 161				
	4.4.2.	4 Évaluation des harmoniques de la force à composantes ix et iy du courant fixées	. 162				
4.5	Suppr	ESSION DES HARMONIQUES DE FORCE PAR LA COMMANDE	165				
	4.5.1	Principe de la commande de suppression des forces harmoniques	166				
	4.5.2	Résultats expérimentaux de compensation des harmoniques de force en boucle ouverte	167				
4.5.3 Résultats expérimentaux de compensation des harmoniques de force en boucle ferm			168				
4.6	4.6 CONCLUSION						

4.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons pu voir tous les éléments déterminants de la structure d'un moteur auto-lévité à aimants permanents. Le modèle magnétique développé dans le chapitre II, permet de choisir une structure adaptée à un cahier des charges pour un moteur auto-lévité. Par ailleurs, les modèles externes développés au chapitre III donnent l'ensemble des informations nécessaires au choix d'un bobinage et des convertisseurs statiques associés. Dans ce chapitre, nous cherchons à valider de façon expérimentale les modèles établis.

Dans un premier temps, en se basant sur les conclusions des précédents chapitres nous avons retenu la structure 2 fois 3-phase à aimantation parallèle au rotor pour réaliser un prototype complet (moteur auto-lévité et son alimentation électronique). Après avoir expliqué le fonctionnement du banc expérimental et les différentes parties qui le composent, nous verrons les caractéristiques de la fonctionnalité moteur puis lévitation du prototype.

Lors de l'étude de la fonctionnalité moteur, nous avons réalisé des tests afin de déterminer l'évolution des inductances du bobinage moteur en fonction du décentrement du rotor. Par ailleurs, nous effectuons des relevés de la force électromotrice pour s'assurer que l'aimantation est conforme à celle souhaitée. Comme nous le verrons, l'ensemble de ces tests mettent en évidence que l'aimantation de l'aimant rotorique n'est pas parfaitement conforme.

Dans un second temps, lors de l'étude de fonctionnalité lévitation du moteur auto-lévité nous relevons une fois de plus l'impact du décentrement sur la valeur des inductances du bobinage palier. Puis nous réaliserons des relevés de la force électromotrice tout en changeant la position du centre du rotor afin de s'assurer de la pertinence du modèle décentré établi au chapitre II et III. Ces tests permettent également d'évaluer indirectement la dépendance des forces au courant du bobinage palier en se basant sur le modèle établi.

Le résultat obtenu indirectement est ensuite comparé au résultat obtenu par une méthode directe de mesure des forces. Les mesures directes permettent également de mettre en évidence l'existence des harmoniques de force liés à l'imperfection de l'aimantation des aimants. Ainsi ce défaut de réalisation nous est très utile pour valider les modèles harmoniques établis au chapitre II.

À la suite de la mise en évidence du problème et de sa mise en équation nous proposons une méthode de compensation des harmoniques de force que nous validons expérimentalement.

4.2 Présentation d'un prototype de machine auto-lévitée

4.2.1 Objectif de la réalisation du prototype

Ce prototype doit permettre de démontrer la faisabilité de réaliser les deux fonctions de génération de couple et de lévitation par un moteur auto-lévité. Il doit également permettre de valider les résultats théoriques obtenus au chapitre II et III. Parmi ces résultats, nous pouvons notamment citer :

- La dépendance linéaire de la composante F_x (ou F_y) de la force par rapport à la composante i_x (ou i_y) du courant.
- La suppression des harmoniques de force par une aimantation parallèle de l'aimant.
- La faible dépendance des inductances et des FEM au décentrement du rotor.

• La dépendance des forces de lévitation à l'évolution de la composante i_q du courant à l'origine de la génération du couple.

Afin de se fixer un objectif précis nous choisissons de reprendre le cahier des charges correspondant à une application de pompes turbo moléculaires dans laquelle sont actuellement utilisées des paliers magnétiques actifs. Pour cela, le prototype doit répondre au cahier des charges suivant :

- La vitesse maximale est de 60 000 tr/m
- La puissance maximale de la machine est 150 W
- Les forces de lévitation sont de l'ordre de 20N

Enfin, pour des questions de délais de réalisation, un grand nombre de pièces doit provenir des systèmes déjà existants : frette, électronique de puissance, arbre, capteurs de position, … Par ailleurs, la technologie des moteurs auto-lévités n'étant pas pour le moment totalement maîtrisé, des marges importantes sont prises sur le dimensionnement. Ces impératifs, nous ont amené à revoir à la baisse les performances du prototype en termes de vitesse de rotation.

4.2.2 Structure globale

Pour que le prototype réponde à l'ensemble des objectifs cités, nous choisissons une structure composée du moteur auto-lévité et deux paliers magnétiques actifs telle que présentée à la Figure 4.1. Cette structure permet dans un premier temps de tester séparément les caractéristiques « moteur » de la machine auto-lévitée et ses caractéristiques de lévitation. Il est alors possible de s'affranchir de la problématique de lévitation à l'aide des deux paliers magnétiques actifs afin de regarder les performances de la machine auto-lévitée en termes de génération de couple et de force. Les forces générées par le moteur auto-lévité sont déduites à partir des changements des forces de lévitation des paliers magnétiques pour maintenir le rotor en position centrée. Pour cela, les paliers magnétiques doivent assurer la lévitation en générant à la fois les forces de lévitation nécessaires en temps normal mais également compenser les forces générées par le moteur auto-lévité. Pour cette raison, dans le cadre du prototype réalisé les paliers magnétiques présentent des caractéristiques de charges bien supérieures aux moteurs auto-lévités.

Dans un deuxième temps, la lévitation est assurée par un palier magnétique et le moteur autolévité, le deuxième palier magnétique restant inactif. Dans ce cas, cette structure permet de générer des perturbations calibrées à l'aide du palier magnétique laissé inactif pour tester le comportement face aux perturbations du moteur auto-lévité réalisé.

Les différents constituants du prototype sont décrits ci-dessous :

 Les paliers magnétiques actifs axiaux et l'électronique de puissance associée permettent de générer des forces allant de 68 Newton en position centrée à 36 Newton en position excentrée lorsque l'arbre repose sur les paliers atterrisseurs, ce qui correspond à un décalage du rotor de 150 μm.



Figure 4.1 : Schéma de principe du prototype réalisé

- La butée magnétique quant à elle permet de générer une force de 256 Newton en position centrée et de 145 Newton en position excentrée selon l'axe z, ce qui correspond à 200 µm de la position centrale.
- Sur l'arbre on distingue deux capteurs à proximité de chacun des paliers magnétiques indiquant la position du rotor (x, y), un capteur indiquant la position axiale du rotor (z) et un capteur de position angulaire du rotor (θ). Le rotor étant considéré comme rigide, avec les informations des capteurs cités, il est possible de reconstituer la position exacte de n'importe quel point de l'arbre. Par ailleurs, il est à noter que les capteurs de deux positions ont une précision de 1 micromètre.
- Pour le moteur auto-lévité, une structure à six dents au stator et un rotor lisse à aimants à une paire de pôle à aimantation parallèle a été retenue de façon à répondre au cahier des charges précédemment évoquées. Pour le bobinage, la structure 2 fois 3-phase a été retenue. On alimente donc cette machine avec deux onduleurs 3-bras, pour des questions de développement, il s'agit d'électronique de puissance déjà existante avec une fréquence de découpage de 20 kHz et une tension de bus DC de 50 V, limitant la vitesse de la machine à 30 000 tr/min lorsque qu'elle produit la force maximale.
- Enfin concernant les commandes des paliers et du moteur auto-lévité, elles sont assurées par un système de prototypage rapide (dSPACE), permettant de réaliser tous les calculs sur une période de découpage de l'onduleur.

Le prototype présenté sur la figure 4.2 comporte l'ensemble des éléments cités ci-dessus.

4.2.3 Dimensions du moteur auto-lévité

Dans le prototype, nous avons choisi de prendre un moteur auto-lévité avec les caractéristiques suivantes :

- Une architecture à 6 dents statoriques et un rotor lisse à aimants à aimantation parallèle pour éviter les ondulations de force comme nous l'avons montré au chapitre II.
- Le bobinage 2 fois 3-phase a été retenu de façon à minimiser le calibre des composants des deux onduleurs alimentant les deux bobinages triphasés moteur et palier.



Figure 4.2 : Photo du prototype et du banc de test

• Pour atténuer les pertes liées à des courants de Foucault, aussi bien le stator que le rotor sont réalisées avec des tôles magnétiques d'épaisseur 0.2mm. De même les aimants sont de type aimants néodymes liées par du plastique (plastic bonded magnet), ce qui permet de réduire de façon significative les courants induits dans les aimants.

En s'appuyant sur les résultats trouvés au chapitre II et III, il est alors possible de dimensionner notre machine auto-lévitée pour qu'elle réponde au cahier des charges tout en prenant en compte les contraintes de réalisation. On trouve alors les dimensions résumées dans le tableau cidessous :

Paramètres géométriques	Données numériques		
Rayon extérieur du stator	44,8 mm		
Rayon d'alésage	18 mm		
Rayon externe de la frette rotorique	17 mm		
Épaisseur de la frette	1 mm		
Épaisseur de l'aimant	2,7 mm		
Nombre de spires d'une phase du bobinage moteur	18 spires		
Nombre de spires d'une phase du bobinage palier	54 spires		
Longueur active de la machine	30 mm		

Par ailleurs, nous avons choisi une électronique de puissance ayant les caractéristiques suivantes :

- Tension de bus DC $U_0 = 50 V$.
- L'amplitude maximale des courants de phases est de 16 A.
- La fréquence de découpage est de 20 kHz.

Remarque : comme nous le verrons par la suite, les tests réalisés sur la machine révèlent que les caractéristiques de l'aimant utilisé sont différentes des caractéristiques annoncées que ce soit en termes de type d'aimantation ou d'induction rémanente. En effet, plusieurs tests révèlent la présence d'harmoniques d'induction laissant envisager une aimantation radiale par ailleurs l'induction rémanente semble plus faible.

4.3 Caractéristiques de la fonction « moteur » de la machine auto-lévitée

Dans cette première partie, nous nous intéressons à la détermination des paramètres du bobinage triphasé "moteur" de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase et nous présentons certaines caractéristiques de sa fonction moteur. Pour cela l'arbre est mis en lévitation grâce aux deux paliers magnétiques et à la butée magnétique. Le bobinage triphasé "palier" de la machine auto-lévitée reste inactif dans la majeure partie des tests. Nous présentons d'abord le principe de contrôle des courants (couple) du bobinage moteur du prototype réalisé. Dans un second temps, nous identifions les paramètres électriques de ce bobinage. Pour finir, les caractéristiques électromécaniques de la machine issues de la mesure intégrant les pertes du système sont analysées.

Pour réaliser les différents tests permettant d'identifier les paramètres du bobinage moteur de la machine, nous avons besoin de contrôler uniquement les composantes i_d et i_q du courant dans le bobinage moteur. En effet, comme nous avons vu au chapitre précédent le couple est indépendant des courants de lévitation (i_x et i_y). La Figure 4.3 présente le schéma de commande de la vitesse et des composantes i_d et i_q du courant.

Pour pouvoir identifier les différents paramètres, la commande permet également d'imposer directement les références des composantes du courant $(i_d^* \text{ et } i_q^*)$. Par ailleurs, la position du



Figure 4.3 : Schéma de contrôle de la partie moteur

rotor peut de façon fictive être modifiée de sorte que l'on puisse imposer des courants sinusoïdaux à l'arrêt.

4.3.1 Mesure des inductances et résistance de la machine

La première étape consiste à relever les valeurs de la résistance et de l'inductance du système. Afin de relever ces valeurs, le protocole suivant est mis en place :

- Le rotor est bloqué à une position donnée ($\omega = 0$).
- Les références de courant sont imposées telles que $I_d^* = I_{d,f}$ et $I_q^* = 0$.
- La position angulaire du rotor θ varie dans la commande de façon artificielle par une position artificielle $\theta_f = \omega_f t + \varphi_f$.

Le rotor étant bloqué, ce dernier voit un champ alternatif au cours du temps. Néanmoins, compte tenu du fait qu'il est composé de tôles de 0,2 mm et d'un aimant de type Plasto-aimant de conductivité extrêmement faible, les courants induits au rotor peuvent être négligés. Cette remarque justifie le protocole choisi pour la mesure des inductances.

Par ailleurs, nous pouvons remarquer que le rotor étant bloqué, le référentiel tournant choisi à l'aide de l'angle fictif $\theta_f = \omega_f t + \varphi_f$ est un référentiel fictif appelé $d_f q_f$. Les composantes $d_f q_f$ du courant et de la tension dans ce référentiel sont continues.

En appliquant le protocole choisi, les équations de tension du bobinage moteur dans le référentiel $d_f q_f$ se mettent sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} v_{d,f} \\ v_{q,f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_m i_{d,f} \\ \omega_f L_d i_{d,f} \end{bmatrix}$$
(4.1)

où $L_d = L_q$ dans les machines à rotor lisse correspondent à l'inductance cyclique du bobinage moteur. R_m est la résistance des phases du bobinage moteur dans cette équation.

Il est alors possible par l'intermédiaire de la commande de l'ensemble onduleur bobinage moteur d'imposer les valeurs des composantes dq du courant et en relevant les valeurs des références de tension $v_{d,f}^*$ et $v_{q,f}^*$ de l'onduleur d'en déduire les valeurs des composantes dq de la tension, ce qui permet de déduire par l'équation (4.1) les valeurs de la résistance et de l'inductance. Il est à noter que cette méthode de mesure tient compte naturellement des résistances dynamiques des composantes (MOSFET) de l'onduleur ainsi la résistance mesurée correspond à la somme des résistances du bobinage moteur et des composantes MOSFET de l'onduleur.

Dans un premier temps, ces paramètres sont déterminés pour différentes valeurs du courant i_{df} . On trace alors sur un graphe $R_m = v_{df}/i_{df}$ et $L_d\omega = v_{qf}/i_{df}$ avec $v_{df} = v_{df}^*$ et $v_{qf} = v_{qf}^*$ (Voir figure 4.4). Selon la valeur du courant, les valeurs de la résistance et de l'inductance semblent changer, ce phénomène est lié à la non prise en compte des temps morts dans la commande. Pour vérifier cette affirmation, on réalise les mêmes tests en introduisant la compensation des temps morts par la commande. La compensation des temps morts étant basée sur les signes des courants au moment des commutations, lorsque les courants sont faibles cette prise en compte est plus difficile. Pour pallier cette problématique, nous choisissons de réaliser les tests avec une référence de la composante directe du courant égal à sa valeur maximale qui est de 7 A (Figure 4.5). Les résultats d'identification présentée à la figure 4.5 avec un courant $i_{df} = 7A$ permettent de déterminer que la résistance est de 135m Ω et une inductance $L_d = L_q = 40\mu H$. La valeur de la résistance mesurée est cohérente car la résistance de phase de bobinage moteur mesurée directement est de 100 m Ω alors que la résistance des MOSFET de l'onduleur donné par le constructeur est entre 34 m Ω et 39 m Ω . Par ailleurs, on constate ici que contrairement aux tests qui ont été réalisés sans compensation des temps morts la courbe $L_d \omega = v_{qf}/i_{df}$ en fonction de la fréquence $f = \omega/2\pi$ passe effectivement par l'origine (voir figure 4.5). Il est à noter que la valeur identifiée pour l'inductance (40µH) est supérieure à la valeur théorique déterminée par la méthode des éléments finis 2D au chapitre précédent (26µH). Cet écart s'explique par la non prise en compte des inductances de têtes de bobines dans la valeur théorique de l'inductance et la présence d'inductances de fuites de câblage lors des tests.

Dans un second temps, les mêmes tests sont réalisés pour 3 positions distinctes du centre du rotor $(y = 0 \ \mu m, x = 0 \ \mu m)$, $(y = 0 \ \mu m, x = 50 \ \mu m)$ et $(y = 0 \ \mu m, x = 100 \ \mu m)$ comme l'illustre la figure 4.5. Ces tests montrent que la valeur de l'inductance n'est pas impactée par le décentrement du rotor comme nous l'avions souligné au chapitre III (§ 3.3.6). Cela valide expérimentalement le fait que les variations de l'inductance en fonction de la position du centre du rotor peuvent être négligées.

4.3.2 Observation de la FEM et détermination de la constante du couple

Dans cette partie nous nous intéressons à la forme d'onde de la force électromotrice de la machine (FEM). Pour relever la FEM, un sectionneur est ajouté entre l'onduleur et les phases de la machine. Une fois la machine lancée à pleine vitesse, le sectionneur est ouvert et les tensions entre phases sont relevées à l'aide d'un oscilloscope (pas d'accès aux points neutres de la machine). De plus, la vitesse angulaire du rotor est mesurée simultanément afin de pouvoir connaître la variation du rapport FEM sur vitesse dans le temps présenté sur la figure 4.6.

Plusieurs remarques peuvent être faites à partir des relevés expérimentaux :



Figure 4.4 : Identification de l'inductance cyclique $L = L_d = L_q$ à rotor centré et de la résistance intégrant les pertes de l'onduleur sans compensation des temps morts



Figure 4.5 : Identification de l'inductanc cyclique $L = L_d = L_q$ en fonction de la positio du rotor et de la résistance intégrant les pertes d l'onduleur I =7A avec compensation des temp morts

La FEM entre phases semble être de forme quasi trapézoïdale. Cette forme suggère donc que l'aimantation de l'aimant rotorique du prototype n'est pas parallèle comme nous l'avions fixé lors de son dimensionnement. En effet, si l'aimantation était parallèle la FEM serré sinusoïdale. La décomposition spectrale de la forme d'onde de la FEM entre phases confirme la présence des harmoniques de bobinage de rangs 5 et 7 (Figure 4.7). Il est à noter que : d'une part les FEM des phases ne peuvent contenir que des harmoniques de rangs impairs et d'autre part les harmoniques de rangs 3 et multiples de 3 ne peuvent pas être évalués car ils forment un système homopolaire et disparaissent dans les tensions entre phases.

Par conséquent, compte tenu de ce qu'il vient d'être dit la distribution d'induction dans l'entrefer comporte des harmoniques de rangs 5 et 7. L'existence de ces harmoniques laisse penser qu'il pourrait exister également un harmonique de rang 3. Par contre, en se basant sur ces tests aucune hypothèse sur l'existence des harmoniques de rangs pairs ne peut être faite car ils n'apparaissent pas dans la FEM du bobinage moteur.

La valeur du flux φ_{d,mag,0} est donc évaluée à une valeur de 2,4 mV.s/rad (mWb) ce qui est très inférieur aux estimations faites par éléments finis qui est égal à 4 mV.s/rad (mWb). Cette différence suggère que l'induction rémanente de l'aimant est inférieure de 40% à celle spécifiée au moment de la construction du prototype.

À partir de ces données, on peut donc déduire que le couple maximal du prototype réalisé pour le courant maximal ($I_q = 7A$) est de $\Gamma_m = p\varphi_{d,mag,0}I_q = 16,8$ mNm. Compte tenu de ce défaut de réalisation du prototype, le moteur auto-lévité devrait donc avoir une puissance maximale de 105W à 60 000 tr/m.

Ce relevé de FEM (Figure 4.6), montre donc que l'aimant n'a pas les propriétés souhaitées néanmoins ces harmoniques d'induction permettront de tester et de vérifier les hypothèses qui avaient été faites dans le chapitre II sur les harmoniques de force. D'autre part par précaution, le prototype a été largement surdimensionné ce qui ne devrait pas poser de problème à son bon fonctionnement, le manque d'induction au rotor de la machine auto-lévitée étant compensé par des courants plus élevés pour générer les mêmes efforts mécaniques.



Figure 4.6 : Forme d'onde des rapports des FEM entre phases sur vitesse



Figure 4.7 : Décomposition spectrale des rapports des FEM entre phases sur vitesse

4.3.3 Caractérisation des pertes dans la machine basée sur l'accélération à couple moteur imposé

L'objectif de cette partie est de déterminer les différentes pertes qui peuvent exister dans la machine en se basant sur les caractéristiques mécaniques et l'accélération à couple moteur imposé.

Pour déterminer les différentes caractéristiques, nous nous basons sur l'équation mécanique. Compte tenu de notre système, l'inertie de la partie tournante est constante en tous points de fonctionnement.

$$\Gamma = \Gamma_{moteur} - \Gamma_{charge} = J\dot{\omega} \tag{4.2}$$

Où après identification par des méthodes expérimentales classique $J = 3,04.10^{-4} kg. m^2$.

Les tests étant réalisés à vide, le couple de charge est dû uniquement à l'existence des pertes fer et mécaniques qui sont fonctions de la vitesse de rotation. Dans ces conditions, pour déterminer le couple de charge, on réalise un test qui consiste à imposer une référence de vitesse à couple moteur limité (I_q limité par la commande). Cette limitation de couple entraîne une montée en vitesse à couple moteur constant sur la quasi-totalité de cette montée. Une fois la référence de vitesse atteinte, on remet la référence de vitesse à sa valeur initiale en limitant toujours la référence de courant I_q . En raison de cette limitation, la descente se fait également à couple constant négatif. Disposant de l'enregistrement de la vitesse de rotation figure 4.8.a et du courant I_q figure 4.8.b nous pouvons déduire l'évolution du couple moteur ainsi que l'évolution de l'accélération de la rotation (dérivée de la vitesse de rotation) présentée à la figure 4.8.c.

Sur l'intervalle où le couple est constant (I_q constant), nous constatons sur la courbe d'accélération, que celle-ci diminue linéairement avec l'augmentation de la vitesse de rotation. Cette variation linéaire est aussi observée sur la figure 4.8.c qui donne l'évolution de l'accélération en fonction de la vitesse de rotation donnée. L'accélération étant proportionnelle à la différence entre le couple moteur et le couple de charge. Le couple de charges correspondant à la somme des pertes fer et mécaniques, évolue linéairement avec la vitesse telle que :

$$\Gamma_{charge} = \Gamma_{hyst} + f_{\nu}\omega \tag{4.3}$$

Connaissant le couple moteur, on peut alors déterminer les constantes du couple de charges : $\Gamma_{hyst} = 2.4mNm$ et f_v = $3.10^{-6}Nms/rad$.

Compte tenu du fait que le rotor est lévité, il n'existe pas de frottements secs mécaniques. Le terme Γ_{hyst} du couple de charges ne peut provenir que des pertes fer par hystérésis (P_{hyst}) qui sont linéairement proportionnelles à la vitesse de rotation ($P_{hyst} = \Gamma_{hyst}\omega$).

Le deuxième terme du couple de charges $f_v \omega$ étant un coefficient qui dépend linéairement de la vitesse de rotation, il peut provenir des pertes par courant de Foucault ou de pertes aérodynamique qui sont exprimées en fonction du carré de la vitesse ($P_{Fouc} + P_{aero} = f_v \omega^2$).



Figure 4.8 : relevé (a) de la vitesse, (b) du courant i_q , (c) de l'accélération lors d'une montée et descente de la vitesse à courant constant

Comme nous l'avons mentionné ci-dessus, la composante constante du couple de charges (Γ_{hyst}) est due aux pertes par hystérésis. Pour identifier quelle part de ces pertes est liée au palier magnétique actif, on réalise à nouveau un test d'accélération avec le courant maximum autorisé en assurant cette fois-ci la lévitation avec un palier magnétique actif et le moteur auto-lévité. Le résultat présenté à la figure 4.9 montre clairement que dans ce cas l'accélération est plus importante.

Disposant de la vitesse en fonction du temps, on trace l'accélération en fonction de la vitesse pour les deux configurations de lévitation décrites ci-dessus (Figure 4.10). Ces courbes permettent alors de remarquer que les variations de l'accélération et de la décélération en fonction de la vitesse sont des courbes presque parallèles. Cette constatation met en évidence que les termes correspondants aux coefficients de frottement visqueux (f_v dans relations (4.3)) sont quasi identiques dans les deux configurations et seules les pertes par hystérésis changent. En prolongeant ces courbes d'accélération et de décélération jusqu'à la vitesse nulle, on supprime dans le couple de charges le terme proportionnel à la vitesse ($f_v\omega$ dans la relation (4.3)). La différence des valeurs obtenues pour les deux configurations de lévitation met en évidence que les pertes par hystérésis du moteur auto-lévité sont plus faibles que celles du palier magnétique.

Par ailleurs lorsque l'on lévite avec le moteur auto-lévité réalisé, on remarque que l'accélération est perturbée autour de 170 rad/s. On peut noter que cette vitesse correspond au passage d'un mode rigide du prototype qui crée un déplacement du rotor de plusieurs micromètres comme le montre les figure 4.11 (a) et (b). Par conséquence, dans tous les tests précédents nous n'avons pas exploité cette partie de la courbe d'accélération en fonction de la vitesse du système lévité par un palier magnétique et le moteur auto-lévité présenté à la figure 4.10.

L'étude menée dans cette section nous permet de faire les constatations suivantes :

- L'inductance cyclique du bobinage triphasé moteur n'est pas impactée par le décentrement du rotor.
- L'aimant du prototype réalisé semble ne pas être à aimantation parallèle et la distribution d'induction qui le génère possède des harmoniques de rangs 5 et 7, ce qui laisse supposer également l'existence d'un harmonique de rang 3.



Figure 4.9 : Vitesse en fonction du temps pour un courant de $i_q = 7A$ dans le cas d'une lévitation assurée par 2 paliers magnétiques actifs et dans le cas d'une lévitation assurée par un palier magnétique actif et un moteur auto-lévité



Figure 4.10: Accélération en fonction de la vitesse de rotation pour un courant de $i_q = 7A$ dans le cas d'une lévitation assurée par 2 paliers magnétiques actifs et dans le cas d'une lévitation assurée par un palier magnétique actif et un moteur auto-lévité



Figure 4.11 : Déplacement du centre du rotor(a) *x* et (b) *y* en fonction de la vitesse de rotation lors des essais de lévitation par le moteur auto-lévité

 L'analyse des accélérations et décélérations du prototype réalisé avec le courant maximale autorisé nous a permis d'identifier la nature et l'importance des différentes pertes.

4.4 Caractéristique de la fonction lévitation du prototype

Dans cette seconde partie, nous nous intéressons à la détermination des paramètres du bobinage triphasé "palier" de la machine auto-lévitée 2 fois 3-phase et nous présentons certaines caractéristiques de la fonction palier. Dans les tests qui suivent, l'arbre est mis en lévitation par les deux paliers magnétiques et la butée magnétique. Le bobinage triphasé moteur est utilisé pour amener la machine à la vitesse de rotation souhaitée. Afin de caractériser le prototype

réalisé en termes de lévitation puis de valider les modèles établis au chapitre II et III, nous réalisons des tests permettant d'identifier certains de ses paramètres.

Dans un premier temps, nous rappelons le principe de commande de la partie « palier » du moteur auto-lévité puis nous identifions les paramètres électriques du bobinage « palier » correspondant. Dans un second temps nous identifions les FEM du bobinage palier puis nous finissons en évaluant les caractéristiques de génération de force de lévitation de la machine.

Étant donné que dans les tests qui suivent, la lévitation est assurée par les deux paliers magnétiques, pour pouvoir identifier les différents paramètres, on contrôle directement les références des composantes x et y du courant du bobinage palier (i_x^* et i_y^*). Par ailleurs, en se basant sur la même procédure que nous avons utilisée pour identifier les paramètres du bobinage moteur, la position du rotor peut de façon fictive être modifiée de sorte que l'on puisse imposer des courants sinusoïdaux à l'arrêt afin d'identifier la résistance et l'inductance du bobinage palier.

4.4.1 Mesure de l'inductance cyclique et la résistance du bobinage palier

Dans un premier temps, la résistance et l'inductance du bobinage palier de la machine autolévitée sont déterminées. Pour cela, un test identique à celui de la partie moteur est réalisé. Ainsi, un protocole identique est mis en place :

- Le rotor est bloqué à une position donnée ($\omega = 0$).
- Les références de courant sont imposées telles que $i_x^* = i_{x,f}$ et $i_y^* = 0$.
- La position angulaire du rotor θ varie dans la commande même si la machine est à l'arrêt tel que : $\theta_f = \omega_f t + \varphi_f$.

Ici, le fait que le rotor soit bloqué ne crée pas un comportement différent de celui qui serait observé en rotation pour les courants induits au rotor. En effet à rotor bloqué, le rotor voit passer la distribution de courant du bobinage palier à une vitesse mécanique $\omega_f/2$. Lors d'une lévitation compensant une force constante avec le rotor en rotation, le rotor voit passer la distribution du courant du bobinage palier à une vitesse mécanique $-\omega_f/2$. Donc dans les deux cas, le rotor voit le déplacement de la distribution de courant du bobinage palier à la même vitesse, les éventuelles pertes fer ou dans les aimants au rotor seront donc identiques dans les



Figure 4.12 : Schéma de principe du contrôle de la lévitation du moteur auto-lévité

deux cas de figure. Néanmoins comme précédemment, compte tenu du fait que le rotor est composé de tôles de 0,2 mm et d'un aimant de type Plasto-aimant de conductivité extrêmement faible, les courants induits et les pertes au rotor peuvent être négligés. Cette remarque justifie le protocole choisi et les hypothèses admises pour la mesure de l'inductance avec le rotor bloqué.

En appliquant le protocole choisi, les équations de tension du bobinage moteur dans le référentiel $x_f y_f$ se mettent sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} v_{xf} \\ v_{yf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_m i_{xf} \\ \omega L_{xyp} i_{xf} \end{bmatrix}$$
(4.4)

Il est alors possible à partir des commandes v_{xf} et v_{yf} de retrouver les valeurs de résistance et d'inductance propre du système.

Comme on l'a vu précédemment, lors des différents tests, il est important de tenir compte des temps morts liés à la commande de l'onduleur de tension alimentant le bobinage palier. Ainsi, nous réalisons un premier test pour trois différentes valeurs de courant i_x (à i_y nul) afin de s'assurer que quel que soit le niveau de courant, les paramètres identifiés sont identiques. Les résultats de ces tests présentés à la figure 4.13 permettent d'identifier la valeur de la résistance à 130 m Ω , sachant qu'une mesure directe à l'aide d'une tension continue réglable donne une valeur de 100 m Ω . Ces valeurs sont donc concordantes, car il faut tenir compte dans la mesure telle qu'elle a été réalisée de la résistance liée aux composants MOSFET de l'onduleur.

Par ailleurs, la pente de $L\omega$ en fonction de la fréquence sur la figure 4.13 permet d'identifier une inductance de 420µH. Rappelons que les calculs par éléments finis 2D prédisaient une inductance de 330µH (voir équations (4.4)). La différence de l'ordre de 25 % entre le résultat issu de calcul par éléments finis et le résultat expérimental s'explique par le fait que l'on néglige les effets 3D (l'inductance des têtes de bobines).



Figure 4.13 : Identification de l'inductance cyclique $L = L_d = L_q$ à rotor centré et de la résistance intégrant les pertes de l'onduleur avec compensation des temps morts



Figure 4.14 : Identification de l'inductance cyclique $L = L_d = L_q$ à rotor décentré et de la résistance intégrant les pertes de l'onduleur avec compensation des temps morts

Le deuxième test, consiste à évaluer la variation de l'inductance en fonction du décentrement du rotor lorsqu'il varie de 0 à 100 μ m. Les résultats de tests présentés à la figure 4.14 montrent qu'il n'existe pas de variations significatives de la valeur d'inductance en fonction de la position du rotor. Ce résultat confirme les résultats théoriques obtenus au chapitre précédent.

4.4.2 Évaluation et analyse de la FEM induite dans le bobinage palier

Afin de pouvoir analyser les résultats obtenus concernant les relevés de la FEM induite dans le bobinage palier, nous nous basons sur les remarques suivantes ainsi qu'un exemple adapté.

Premièrement, il est à noter, que les FEM induite dans un bobinage ne peuvent être engendrées que par les harmoniques d'induction spatiaux dans l'entrefer. Certains de ces harmoniques spatiaux d'induction ne peuvent pas générer de FEM par l'effet de filtrage du bobinage considéré. Le bobinage palier étant de polarité 2, seuls les harmoniques de répartition d'induction de rangs pairs peuvent générer un flux non nul à travers ce bobinage. Ainsi, seuls ces harmoniques d'induction peuvent créer des FEM induites dans les bobinages palier.

Deuxièmement, nous avons pu voir lors de l'établissement du modèle décentré (paragraphe 2.3 chapitre II) qu'un harmonique de la distribution d'induction de rang k génère un harmonique de rang k + 1 ou k - 1 dont l'amplitude est proportionnelle au module du décentrement (Δe dans la relation (2.70)) et la pulsation est similaire à celle de l'harmonique d'induction de rang k qu'il l'a engendré.

Nous prenons l'exemple d'un rotor à aimants en position centrée générant une répartition d'induction sinusoïdale dans l'entrefer. Lorsque le rotor tourne, cette répartition d'induction se déplace avec la vitesse du rotor (pulsation ω). Il est à noter que cette répartition d'induction de polarité 1 ne génère pas de flux à travers le bobinage palier de polarités 2 et donc ne pourra pas induire une FEM dans ce bobinage lorsque le rotor tourne.

Lors d'un décentrement (statique), la répartition d'induction dans l'entrefer n'est plus sinusoïdale et comporte un harmonique spatial d'induction de rang 2 pulsant également à ω (voir équations (2.69) du chapitre II) lorsque le rotor tourne. L'harmonique spatial créé étant de rang 2, celuici est à l'origine d'un flux à travers le bobinage palier (de polarités 2) et crée donc des FEM induite pulsant à ω .

En se basant sur les remarques ci-dessus et l'exemple cité, nous analysons la forme d'onde de la FEM du bobinage palier avec un rotor centré puis décentré.

4.4.2.1 FEM induite avec le rotor en position centrée

Le rotor du prototype ayant une polarité d'aimantation unitaire, lorsque le rotor est centré en raison de la symétrie de la machine seuls les harmoniques de la distribution d'induction d'entrefer de rangs impairs (1,3,5,7...) sont générées. Comme ces harmoniques sont filtrés par le bobinage palier, ne laissant passer que les harmoniques de rangs pairs, la FEM induite dans ce bobinage devrait être nulle.

Cependant, la forme d'onde des FEM induites entre phases (Figure 4.15) montre l'existence d'un faible taux d'harmoniques de rangs 2 et 4. Ces harmoniques ne peuvent donc être issus que des harmoniques d'induction de rangs 2 ou 4 générée par les aimants. Cette constatation permet de



Figure 4.15 : FEM entre phases du système palier pour une vitesse de rotation de 1000 rad/s



Figure 4.16 : Décomposition spectrale des FEM entre phases du système palier pour une vitesse de rotation de 1000 rad/s

dire les aimants montés dans le prototype comportent des imperfections mineures conduisant à la génération d'un faible taux d'harmoniques paires d'induction dans l'entrefer.

Par ailleurs, le spectre d'harmoniques des FEM met en évidence l'existence des harmoniques de rangs impairs. Ces harmoniques peuvent être liés à une précision insuffisante du centrage du rotor.

On peut donc conclure de ce test, que l'aimantation de l'aimant n'est pas parfaitement symétrique et conduit à des harmoniques d'induction dans l'entrefer de rangs pairs.

4.4.2.2 FEM induite dans le bobinage palier avec le rotor en position décentrée

Les tests précédemment menés, ont montré que la distribution d'induction créée par les aimants dans l'entrefer comportait des harmoniques à la fois pairs et impairs, cependant les amplitudes de ces harmoniques restent faibles devant le fondamental. On cherche donc dans cette partie à vérifier que, tel qu'on l'a évoquée dans l'exemple ci-dessus, l'harmonique de rang 1 de la distribution d'induction dans l'entrefer générée par les aimants crée lors d'un décentrement un harmonique d'induction de rang 2. Lorsque la machine tourne avec une vitesse ω , cet harmonique de rang 2 d'induction crée une FEM induite de pulsation ω . Il est à noter que l'on pourra alors distinguer cet harmonique d'induction de ceux déjà présents en position centrée à cause des imperfections d'aimantation car celui-ci conduit à une FEM induite dans le bobinage palier de pulsation 2ω .

En reprenant les équations de la tension dans le repère xy données à l'équation (3.51) du chapitre III et en introduisant les expressions analytiques des flux d'aimant en fonction du décentrement de l'équation (3.109) du chapitre III, les composantes e_x et e_y de la FEM induite dans le bobinage palier se mettent sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} Mx & -My \\ My & Mx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} -My & -Mx \\ Mx & -My \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega \lambda \begin{bmatrix} -y \\ x \end{bmatrix}$$
(4.5)

Étant donné la masse du système, et la limitation des forces perturbatrices les accélérations du rotor sont quasi nulles et vitesses \dot{x} et \dot{y} sont quasi nuls. Cette constatation permet de négliger les deux premiers termes de l'équation ci-dessus. De plus, nous avons pu voir que les mutuelles entre les bobinages moteur et palier (*M*) sont très faibles devant le terme λ (voir équations (3.112) du chapitre III), de ce fait le troisième terme de l'équation peut également être raisonnablement négligé devant le quatrième terme. On peut alors simplifier l'équation (4.5) tel que :

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \omega \lambda \begin{bmatrix} -y \\ x \end{bmatrix}$$
(4.6)

Le prototype réalisé ne permet pas d'accéder aux points neutres, de ce fait la détermination pratique des composantes x et y de la FEM est basé sur la mesure des FEM entre phases du bobinage palier. L'équation suivante met en évidence la méthode utilisée pour retrouver les composantes :

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = P(-\theta)T'_{32} \begin{bmatrix} e_{ap} \\ e_{bp} \\ e_{cp} \end{bmatrix} = P(-\theta)T'_{32} \left(\begin{bmatrix} e_{ap} \\ e_{bp} \\ e_{cp} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{cp} \\ e_{cp} \\ e_{cp} \end{bmatrix} \right) = P(-\theta)T'_{32} \begin{bmatrix} e_{acp} \\ e_{bcp} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4.7)

Compte tenu de l'équation (4.6), les composantes e_x et e_y sont constantes pour un décentrement du rotor donné. Or, comme on l'a vu à la partie précédente, à cause de l'imperfection de l'aimantation des aimants rotoriques, il existe un harmonique de rang 2 de la distribution d'induction. Cet harmonique d'induction de polarités 2 induit une FEM dans les bobinages palier mais de pulsation 2ω . Cet harmonique de la FEM du bobinage palier est à l'origine d'harmoniques pulsant à ω dans les composantes e_x et e_y . Afin de s'affranchir de cette composante perturbatrice, on choisit de filtrer les composantes e_x et e_y de la FEM de façon à ne conserver que les parties dépendantes du décentrement.

Pour mettre en évidence la dépendance linéaire des composantes e_x et e_y de la FEM induite dans le bobinage palier en fonction du décentrement (équation (4.6)), la machine est mise en rotation à une vitesse constante de 1000 rad/s puis l'on modifie linéairement dans le temps la position du centre du rotor entre + $25\mu m$ et - $25\mu m$ d'abord suivant x et ensuite y. On relève alors à la fois la position du centre du rotor et les composantes e_x et e_y et nous les présentons sur les figure 4.17 et figure 4.18. Les résultats montrent alors clairement que les FEM changent linéairement en fonction de la position x et y du rotor, comme le montre la relation (4.6).

Etant donné que ces résultats confirment la validité des équations du modèle décentré de la machine, élaboré au chapitre II, ils valident expérimentalement l'apparition d'un harmonique d'induction spatial de rang 2 lors d'un décentrement du rotor. Par ailleurs ils confirment que





Figure 4.17 : Variation des composantes e_x et e_y Figure 4.18 : Variation des composantes e_x et e_y de la FEM en fonction d'une variation selon x du de la FEM en fonction d'une variation selon y du **rotor de** ±25µ*m*

rotor de $\pm 25 \mu m$

celui-ci est à l'origine de la FEM pulsant à la vitesse de rotation. On peut alors identifier aisément le coefficient λ intervenant à la fois dans les expressions des forces et des FEM. La valeur de λ déduite des FEM est de l'ordre de 1 Vm^{-1} ou NA^{-1} . Nous verrons par la suite, que celle-ci est en concordance avec la valeur trouvée à partir des forces générées.

Dépendance des forces aux composantes i_x et i_y du courant

4.4.2.3 Evaluation de la valeur moyenne de la force fonction des courants paliers

Dans cette partie, nous cherchons à démontrer la linéarité des valeurs moyennes des composantes de la force en fonction des composantes i_x et i_y du courant et ainsi valider les expressions de la force issues du modèle électrique et l'existence d'un coefficient de proportionnalité λ tel que décrit dans l'équation (3.114) du chapitre III.

Pour atteindre cet objectif, nous réalisons un test dans les conditions suivantes :

- La machine est lévitée à l'aide des deux paliers magnétiques actifs. Ces paliers servent • également de capteurs des composantes x et y de la force appliquée sur le rotor.
- On impose une perturbation de force en imposant une des composantes i_x ou i_y du courant variant de 0 à 10A. Pour maintenir une lévitation stable, ces forces seront compensées par les paliers magnétiques actifs. Ce qui permet d'évaluer les forces générées.
- Afin de moyenner les harmoniques de force générés par les harmoniques d'aimantation • des aimants, la machine est mise en rotation à l'aide du bobinage moteur. Dans ces conditions, la masse du rotor fait office de filtre passe bas.
- D'autre part, afin de ne pas avoir de perturbation liée aux courants nécessaires à la génération du couple, les courants moteurs sont coupés un court instant lors de la prise des mesures afin que l'inertie conserve une vitesse de rotation suffisante.

La figure 4.19 et la figure 4.20 montrent les variations des composantes F_x et F_y de la force en fonction des variations respectives de i_x et i_y . On valide alors le fait que chaque composante F_x



Figure 4.19 : Composante de force F_x en fonction de la variation de la composante de courant i_x



Figure 4.20 : Composante de force F_y en fonction de la variation de la composante de courant i_y

ou F_y de la force varient linéairement en fonction respectivement de la composante x ou y du courant. On relève alors dans les deux cas de figure un même coefficient de proportionnalité λ qui est de 1,07 N/A. Cette valeur est en adéquation avec la valeur précédemment identifiée expérimentalement (1 N/A) lors des tests de la FEM palier à rotor décentré, présentés dans la partie précédente (§4.4.2.2). D'autre part, le résultat théorique est de 1,52 N/A, ce qui représente une différence de 30% qui est cohérente avec l'écart constaté entre les valeurs maximales théorique et expérimentale de la FEM moteur (§4.3.2). Ainsi, nous confirmons une fois de plus que l'aimantation du prototype réalisé est inférieure aux prescriptions.

4.4.2.4 Évaluation des harmoniques de la force à composantes i_x et i_y du courant fixées

Comme nous l'avons vu dans les parties précédentes, l'aimantation de l'aimant semble ne pas être parallèle, ce qui justifie l'existence des harmoniques de la distribution d'induction de rangs impairs. Comme nous l'avons vu lors de l'établissement du modèle magnétique au chapitre II ces harmoniques sont susceptibles de créer des ondulations de la force lors de la rotation du rotor même en position centrée du rotor. Dans un premier temps nous faisons un rappel théorique afin de mettre en évidence les harmoniques de force susceptibles d'être générés par les harmoniques de la distribution d'induction dans l'entrefer. Ensuite, nous ferons des tests similaires à ceux présentés au paragraphe précédent pour évaluer l'amplitude de ces forces harmoniques. Pour éviter l'effet filtrant de la masse du rotor, les tests sont réalisés à très basse vitesse.

4.4.2.4.1 Rappel théorique des expressions des harmoniques de la force

Dans les chapitres précédents (II et III), à plusieurs reprises, des tableaux permettant de retrouver aisément les forces élémentaires générées par l'interaction des harmoniques de la distribution d'induction de rangs successifs i et i + 1 et issues respectivement des sources d'induction ρ et ς ont été présentés. Dans cette partie, nous cherchons à construire un autre tableau qui cette fois-ci permettant à la fois de mettre en évidence à chaque instant la direction et la norme de chaque force élémentaire.

Pour cela, les expressions des forces élémentaires (équation (2.43), du chapitre II) créées par un couple d'harmoniques d'induction de rangs i et i + 1 sont mises sous la forme complexe telle que :

$$\overline{F_{i,\varrho,\varsigma}} = F_{x,i,\varrho,\varsigma} + jF_{y,i,\varrho,\varsigma} = K_f K_{i,\varrho,\varsigma} e^{j(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1})}$$
(4.8)

où K_f est un coefficient dépendant de la géométrie de la machine (équation (2.43) chapitre II) et $K_{i,\varrho,\varsigma}$ a été défini précédemment dans le Tableau 2.1 du chapitre II en fonction de l'origine des sources ϱ et ς (courants ou aimants). Rappelons que ce coefficient est le produit de sommes ou/et de différences des amplitudes des composantes normale et tangentielle des harmoniques d'induction telle que :

$$K_{i,\varrho,\varsigma} = \left(B_{n,\varrho,i} \pm B_{t,\varrho,i}\right) \cdot \left(B_{n,\varsigma,i+1} \pm B_{t,\varsigma,i+1}\right)$$
(4.9)

Notons également que la direction (argument) de chaque force élémentaire $(\theta_{n,\varrho,i} - \theta_{n,\varsigma,i+1})$ dans l'équation (4.8) est la différence des phases des harmoniques de la composante normale de l'induction engendrant cette force. En fonction de l'évolution temporelle de ces phases, la force élémentaire considérée peut-être constante ou pulsante. En remplaçant l'équation (4.9) dans l'équation (4.8) :

$$\overline{F_{i,\varrho,\varsigma}} = K_f \left[\left(B_{n,\varrho,i} \pm B_{t,\varrho,i} \right) e^{j\theta_{n,\varrho,i}} \right] \cdot \left[\left(B_{n,\varsigma,i+1} \pm B_{t,\varsigma,i+1} \right) e^{-j\theta_{n,\varsigma,i+1}} \right]$$
(4.10)

On constate alors que chaque force élémentaire est le produit de deux termes. Le premier terme est issu des composantes normale et tangentielle de l'harmonique d'induction de rang *i* générés par la source ϱ . Le second terme est issu des composantes normale et tangentielle de l'harmonique d'induction de rang *i* + 1 générée par la source ς . Pour simplifier l'écriture de l'équation, on introduit la forme réduite suivante :

$$B_{\varrho,i}^{n\pm t} e^{j(\theta_{n,\varrho,i})} = (B_{n,\varrho,i} \pm B_{t,\varrho,i}) e^{j(\theta_{n,s,i})}$$
(4.11)

Ainsi la force élémentaire devient le produit du nombre complexe $B_{\varrho,i}^{n\pm t} e^{j(\theta_{n,\varrho,i})}$ et du conjugué du nombre complexe $B_{\varsigma,i+1}^{n\pm t} e^{j(\theta_{n,\varsigma,i+1})}$. Par ailleurs, nous rappelons que le signe + ou – dépend de la localisation de la source d'induction, comme indiqué dans le tableau 2.1 du chapitre II. Nous reprenons le tableau 3.1 présenté au chapitre III. Ce tableau permet de trouver les différents termes $B_{\varrho,i}^{n\pm t} e^{j(\theta_{n,\varrho,i})}$ en introduisant en plus de la partie normale la partie tangentielle des différentes distributions d'induction et en considérant la position du rotor. On résume alors l'ensemble de ces termes dans le tableau 4.2.

Source	Rang des harmoniques d'espace					
d'induction	1	2	3	4	5	
i_d et i_q	$k_{d,1}^{n\pm t}(i_d-j,i_q)e^{-j\theta}$				$k_{d,5}^{n\pm t} (i_d + j.i_q) e^{j\theta}$	
i_x et i_y		$k_{\chi,2}^{n\pm t}(i_{\chi}-j.i_{y})e^{-j\theta}$		$k_{x,4}^{n\pm t}(i_x+j.i_y)e^{j\theta}$		
Aimant	$B_{mag,1}^{n\pm t}e^{-j heta}$		$B_{mag,3}^{n\pm t}e^{-j3\theta}$		$B_{mag,5}^{n\pm t}e^{-j5 heta}$	

Tableau 4.2: Représentation des termes d'interaction $B_{\varrho,i}^{n\pm t}e^{j(\theta_{n,\varrho,i})}$ de la machine 2 fois 3-phase à aimantation radiale.

Si l'on considère uniquement les forces élémentaires pulsatoires générées par les harmoniques spatiaux d'induction de rangs successifs (2,3), (3,4) et (4,5), leurs expressions se mettent sous la forme suivante :

$$\overline{F_{2,I_{xy},mag}} = K_f k_{x,2}^{n-t} (i_x - j_{\cdot} i_y) e^{-j\theta} B_{mag,3}^{n-t} e^{j3\theta} = K_f k_{x,2}^{n-t} (i_x - j_{\cdot} i_y) B_{mag,3}^{n-t} e^{j2\theta}
\overline{F_{3,mag,I_{xy}}} = K_f B_{mag,3}^{n+t} e^{-j3\theta} k_{x,4}^{n+t} (i_x + j_{\cdot} i_y) e^{-j\theta} = K_f B_{mag,3}^{n+t} k_{x,4}^{n+t} (i_x + j_{\cdot} i_y) e^{-j4\theta}
\overline{F_{4,I_{xy},mag}} = K_f k_{x,4}^{n-t} (i_x + j_{\cdot} i_y) e^{j\theta} B_{mag,5}^{n-t} e^{j5\theta} = K_f k_{x,4}^{n-t} B_{mag,5}^{n-t} (i_x + j_{\cdot} i_y) e^{j\theta\theta}$$
(4.12)

Comme on l'a vu au paragraphe 2.2.5 du chapitre II et comme l'indique les expressions données à l'équation (2.43), les forces élémentaires générées par les couples d'harmoniques spatiaux (2,3), (3,4) et (4,5) pulsent respectivement à 2ω , -4ω et 6ω . Les autres couples d'harmoniques spatiaux successifs présents dans le tableau précédent génèrent des forces élémentaires constantes pour des composantes de courant fixées.

4.4.2.4.2 Observation expérimentale des harmoniques de force.

On cherche à vérifier les instances des harmoniques de force telle qu'il a été montré à l'équation (4.12) et de valider ainsi les modèles établis au chapitre II. Pour cela, on fixe par la commande une composante i_x du courant à une valeur constante (i_y étant fixé à zéro). On présente alors sur la Figure 4.21 le relevé des forces générées par les paliers pour compenser la perturbation créée par cette composante i_x du courant lors d'une rotation à faible vitesse (50 rad/s). On voit alors clairement que la force comporte des composantes pulsatoires. La décomposition spectrale des composantes F_x et F_y de la force met en évidence la prédominance d'un harmonique de rang 4 et l'existence d'un harmonique de rang 2 plus faible. On voit également dans une moindre mesure apparaître l'harmonique de rang 6 de la force. On constate alors une parfaite concordance entre les harmoniques trouvés par l'approche théorique et l'expérience.

Nous constatons également que la composante harmonique de rang 2 de la force a une amplitude nettement inférieure à la composante harmonique de rang 4 (voir figure 4.22). En considérant les expressions des forces élémentaires (équation (4.12)), les modules des harmoniques de rangs 2 et 4 étant issus respectivement d'une configuration de forces dites "faible" et "forte" se mette sous la forme :

$$\begin{cases} \left| \overline{F_{2,I_{xy},mag}} \right| = K_f \left(B_{n,I_{xy},2} - B_{t,I_{xy},2} \right) \left(B_{n,mag,3} - B_{t,mag,3} \right) \\ \left| \overline{F_{3,mag,I_{xy}}} \right| = K_f \left(B_{n,mag,3} + B_{t,mag,3} \right) \left(B_{n,I_{xy},4} + B_{t,I_{xy},4} \right) \end{cases}$$
(4.13)

Ces relations mettent en évidence l'impact des composantes tangentielles de l'induction dans la génération des forces. Ainsi, bien que la force élémentaire $\overline{F_{2,I_{xy},mag}}$ (pulsant à 2 ω) soit générée par le fondamental de la distribution du courant palier et l'harmonique 3 de la distribution d'induction de l'aimant, elle a une amplitude relativement faible car la partie tangentielle des inductions est retranchée de la partie normale (forme faible). A contrario, la force élémentaire $\overline{F_{3,mag,I_{xy}}}$ (pulsant à -4ω) qui est celle issue du même harmonique 3 de distribution d'induction de l'aimant et d'un harmonique de rang 4 de la distribution du courant paliers, nettement inférieurs à son fondamental, présente une amplitude quatre fois plus importante (voir figure 4.22) car ici la partie tangentielle de l'induction s'ajoute à la partie normale (forme forte). Ce résultat confirme la pertinence du modèle établi au chapitre deux et les analyses menées sur les forces élémentaires en termes qualitatifs (harmoniques de force existant) et quantitatifs (taux d'harmoniques 2 et 4 trouvés par éléments finis Figure 2.21 du chapitre II et les résultats expérimentaux).

Afin de s'assurer que ces forces dépendent bien de façon linéaire des courants, on relève les forces pour différentes valeurs de courant puis on trace les harmoniques de force pour les différentes valeurs de courant figure 4.23 et figure 4.24. On voit alors que chaque force élémentaire dépend linéairement du courant comme l'indique les équations (4.12).

4.5 Suppression des harmoniques de force par la commande

Compte tenu de l'architecture de moteur auto-lévité retenue (à aimantation parallèle) à la fin du chapitre II, le modèle externe établi au chapitre III ne tient pas compte des harmoniques de force. Pour autant, les tests précédents ont permis de confirmer l'existence de force harmonique de rangs 2, 4 et 6 liés à une mauvaise aimantation. Dans cette partie, on cherche à compenser par la commande ces composantes harmoniques de la force pour remédier à l'imperfection de la fabrication des aimants. Pour cela, nous nous appuyons sur la connaissance de ces forces modélisées par l'équation (4.12).



Figure 4.21 : Evolution dans le temps des composantes F_x et F_y de la force à 50 rad/s pour un courant $i_x = 15 A$ et $i_y = 0$



Figure 4.22 : Décomposition spectrale des composantes F_x et F_y de la force à 50 rad/s pour un courant $i_x = 15A$ et $i_y = 0$



Figure 4.23 : Décomposition spectrale de la composante de force F_x à 50 rad/s pour différentes valeurs de i_x à $i_y = 0$



Figure 4.24 : Décomposition spectrale de la composante de force F_y à 50 rad/s pour différentes valeurs de i_x à $i_y = 0$

4.5.1 Principe de la commande de suppression des forces harmoniques

L'expression des forces harmoniques données à l'équation (4.12) montre que ces forces sont directement proportionnelles aux composantes i_x et i_y du courant du bobinage palier. On cherche donc à compenser par la commande ces harmoniques de force en modifiant soit les références des composantes F_x et F_y de la force soit les références des composantes i_x et i_y du courant du bobinage palier.

En s'appuyant sur les équations (4.12), on peut montrer que les composantes pulsatoires de la force, par exemple celle pulsant à 2ω , peuvent se mettre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} F_{x,2,I_{xy},mag} \\ F_{y,2,I_{xy},mag} \end{pmatrix} = K_f k_{x,2}^{n-t} B_{mag,3}^{n-t} P(2\theta) \begin{pmatrix} i_x \\ -i_y \end{pmatrix}$$

$$(4.14)$$
Précédemment, nous avons pu voir que les composantes F_x et F_y de la force possèdent une composante moyenne largement supérieure à l'amplitude de ces harmoniques (voir Figure 4.23). De ce fait, les forces harmoniques peuvent être compensées en ajoutant des composantes de courant $i_{x,2,comp}$ et $i_{y,2,comp}$ de telle sorte que :

$$\binom{i_{x,2,comp}}{i_{y,2,comp}} = \frac{K_f k_{x,2}^{n-t} B_{mag,3}^{n-t}}{\lambda} P(2\theta) \binom{i_x}{-i_y}$$
(4.15)

Rappelons ici que λ est le coefficient de proportionnalité des composantes de force moyenne avec les courants.

On peut alors implémenter sur la commande ces équations comme indiqué sur la figure 4.25.

En suivant la même démarche, on peut compenser les autres harmoniques (rang 4, 6,...) de la force. Il faudra alors introduire autant de blocs de compensation de force harmonique que nécessaire.

4.5.2 Résultats expérimentaux de compensation des harmoniques de force en boucle ouverte. En se basant sur la figure 4.22 représentant l'amplitude des différents harmoniques de force, on trouve les constantes à insérer dans les blocs de compensation de forces harmoniques.

Pour évaluer la méthode de compensation des harmoniques de force dont le principe est présenté sur la Figure 4.25, nous assurons comme précédemment la lévitation de l'arbre par les paliers magnétiques. Cette commande implémentée pour éliminer les harmoniques 2 et 4 est alors utilisée en imposant une référence constante de courant i_x et i_y nul.

Les résultats du test présenté à la Figure 4.26, confirme l'efficacité de la méthode de compensation proposée. En comparant les spectres des harmoniques de force obtenus sans compensation (Figure 4.22) et avec compensation (Figure 4.27) on constate une forte atténuation des harmoniques de rangs 2 et 4. Ces résultats confirment le bon fonctionnement de la méthode de compensation des harmoniques de force proposée pour un courant donné.

Par ailleurs, afin de s'assurer du fonctionnement de la commande quel que soit le niveau de force demandée, nous traçons la décomposition spectrale des composantes F_{χ} (Figure 4.28) et



Figure 4.25 : Contrôle avec suppression de l'harmonique 2 de force



Figure 4.26 : Force à 50 rad/s pour un courant i_x à $i_y = 0$



Figure 4.27 : Décomposition spectrale des composantes de la force à 50 rad/s pour un courant i_x à $i_y = 0$



Figure 4.28 : Décomposition spectrale de la composante F_x de la force à 50 rad/s pour un courant i_x à $i_y = 0$

Figure 4.29 : Décomposition spectrale de la composante F_y de la force à 50 rad/s pour un courant i_x à $i_y = 0$

 F_y (Figure 4.29) pour différents niveaux de courant demandé. Les résultats obtenus montrent l'efficacité de la méthode proposée quel que soit le point de fonctionnement.

4.5.3 Résultats expérimentaux de compensation des harmoniques de force en boucle fermée.

Dans cette partie, la lévitation de l'arbre est assurée par un palier magnétique actif et le moteur auto-lévité. Afin de s'assurer du bon fonctionnement de la suppression des harmoniques de force et de leurs conséquences sur l'orbite générée par le centre du rotor pour cela deux tests sont réalisés.

Dans le premier test, la machine est mise en rotation à une vitesse relativement faible, afin que les déplacements liés aux harmoniques de la force soient moins impactés par le filtrage lié à la masse du rotor. Cependant, la vitesse ne doit pas être trop faible pour que la commande du centre du rotor n'ait pas le temps de compenser totalement les harmoniques de force, autrement dit la pulsation des forces doit être supérieure à la bande passante des boucles de contrôle du centre du rotor. Pour satisfaire ces deux conditions nous avons choisi une vitesse de 200 rad/s.



Figure 4.30 : Orbite du centre du rotor (a) sans suppression d'harmonique (b) avec suppression de l'harmonique 2 (c) avec suppression de l'harmonique 4 (d) avec suppression des harmoniques 2 et 4 à 200 rad/s

Dans ces conditions, après avoir regardé le comportement sans compensation d'harmoniques, nous activons la commande de compensation des harmoniques de force de rangs 2 ou 4 ou 2 et 4 en même temps.

La Figure 4.30 présente les trajectoires du centre du rotor pour les différents cas considérés. Sur ces différentes figures, on voit clairement que la suppression de l'harmonique 2 de la force a peu d'impact car son amplitude est faible (voir figure 4.22), par contre, la suppression de l'harmonique 4 de la force qui a une amplitude importante est ici très marquée. Cette commande permet donc d'améliorer nettement le contrôle du centre du rotor même à basse vitesse.

Le deuxième test est identique au premier mais à 500 rad/s. Dans ces conditions, la masse de la partie tournante filtre les harmoniques de rangs 4 et supérieurs mais permet de mieux visualiser l'impact de l'harmonique 2 de la force.

Ainsi, sur les résultats présentés à la figure 4.31 on voit clairement l'impact de la suppression de l'harmonique 2 de la force, ce qui démontre l'efficacité de la commande de compensation de l'harmonique de rang 2.



Figure 4.31 : Orbite du centre du rotor (a) sans suppression d'harmonique (b) avec suppression de l'harmonique 2 (c) avec suppression de l'harmonique 4 (d) avec suppression des harmoniques 2 et 4 à 500 rad /s

L'ensemble de ces tests réalisés avec la machine fonctionnant en mode auto-lévitée, permet de valider la nouvelle commande proposée permettant de compenser les harmoniques de la force.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, les résultats expérimentaux réalisés sur un prototype adapté à la vérification des modèles développés, ont été présentés.

Ainsi il a été possible de vérifier que les inductances et mutuelles des systèmes palier et moteurs ne présentaient pas des variations significatives en fonction du décentrement du rotor.

D'autre part, les relevés de la force électromotrice du bobinage palier du moteur auto-lévité à vitesse de rotation constante et pour différentes positions du centre du rotor, permettent de valider de façon expérimentale que l'harmonique d'induction de rang 1 généré par l'aimant crée lors d'un décentrement un harmonique d'induction de rang 2 pulsant à la vitesse du rotor. Ce résultat valide les modèles développés au chapitre II.

Ces relevés de FEM du bobinage palier permettent également de mesurer de manière indirecte le coefficient de proportionnalité entre les composantes de la force et les composantes du courant de lévitation. La valeur de ce coefficient a été aussi retrouvée par une mesure directe à l'aide des paliers magnétiques confirmant l'équivalence des expressions de la force établies par le modèle interne (chapitre II) et le modèle externe (chapitre III).

Par ailleurs la mise en évidence expérimentale d'existence d'harmonique d'induction dans l'entrefer générée par l'imperfection de l'aimant du prototype, nous a permis de vérifier les modèles harmoniques développés au chapitre II. On a pu notamment constater la cohérence des amplitudes et les pulsations des différents harmoniques de force notamment de rang 2 et 4.

Les différents harmoniques de force pouvant représenter des problèmes en fonction des applications visées, les modèles de force développés au chapitre II nous ont permis de proposer une méthode de compensation de ces forces harmoniques sans retours d'état. Cette méthode basée sur l'injection de courant harmoniques a été validée dans le cadre de la compensation des harmoniques de force de rang 2 ou/et 4. Le bon fonctionnement de cette méthode permet de confirmer une fois de plus les modèles harmoniques établis pour la force. Par ailleurs, elle propose une alternative intéressante à l'imperfection de l'aimantation d'un moteur auto-lévité à aimants permanents, ce qui peut permettre éventuellement de choisir un procédé d'aimantation moins onéreux.

D'autre part, même si la finalité première de ce prototype était de valider les modèles établis dans les chapitres II et III, il a également été possible d'assurer la lévitation avec le moteur autolévité à aimants permanents confirmant la faisabilité de cette technologie.

Conclusion générale

Le premier objectif de cette thèse est de savoir si les moteurs auto-lévités et leurs alimentations sont une solution viable pour remplacer les paliers magnétiques actifs et réduire ainsi l'encombrement et le coût. Pour répondre à cette question, l'ensemble moteur auto-lévité et ses convertisseurs statiques sont modélisés tout en prêtant attention à un certain nombre de problématiques. En effet, en se basant sur l'état de l'art des moteurs auto-lévités nous avons montré que la topologie la plus adaptée pour les systèmes très haute vitesse est celle des moteurs auto-lévités à aimants permanents surfaciques. Nous avons également mis en lumière quelques phénomènes qu'il était nécessaire de prendre en compte tels que la raideur négative ou les ondulations de force qui peuvent créer des vitesses critiques en interagissant avec les modes du rotor. Par ailleurs, pour ces machines deux solutions de bobinage se dégagent : d'une part une solution polyphasée dans laquelle les deux fonctionnalités moteur et palier était réuni et d'autre part une solution avec deux bobinages triphasés distinctes réalisant chacun une des fonctionnalités.

Pour connaître les paramètres jouant un rôle dans la génération de force et ses ondulations dans les moteurs auto-lévités, un modèle magnétique tenant compte des harmoniques spatiaux et temporels de la distribution d'induction a été développé. Ce modèle basé sur la décomposition spectrale de la distribution d'induction d'entrefer générée par chaque source d'induction (distributions de courant, aimants) a permis d'identifier l'impact de chacune de leurs composantes normale et tangentielle. Ainsi les expressions obtenues montrent que la force est la somme de forces élémentaires, dont chacun résulte de l'interaction des harmoniques d'induction de rangs successifs k et k + 1. Chaque composante de force est maximisée lorsque l'harmonique de rang k est issu d'une source située à l'intérieur d'un contour dans l'entrefer (autour du stator ou du rotor) et celui de rang k + 1 est généré par une source placée à l'extérieur de ce même contour. Ce modèle a pu être généralisé aux cas où la composante homopolaire du flux dans l'entrefer est non nulle, mettant en lumière qu'elle pouvait créer des composantes de force non contrôlables.

Dans le cadre de l'étude des machines auto-lévitées 5-phase et 6-phase à aimants permanents, nous avons montré qu'une méthode, utilisant le modèle harmonique établi et la connaissance de l'évolution des différents harmoniques d'induction, permet de déterminer analytiquement les pulsations des ondulations de la force. Nous avons également proposé une méthode numérique "hybride" combinant la méthode analytique et des calculs par éléments finis pour déterminer très rapidement la force radiale et l'amplitude de ses composantes harmoniques. Ces travaux ont permis de conclure que la machine auto-lévitée la plus adaptée pour éviter les ondulations de force est une machine 6-phase à aimants permanents avec une aimantation parallèle.

Le modèle analytique et le modèle "hybride" étant linéaires, nous avons mené une étude de la saturation par éléments finis qui a permis de montrer que ces modèles sont valides bien au-delà du coude de saturation des matériaux magnétiques à quelques pour cents près. Ces modèles ont

également été validés par une étude statistique où nous avons comparé les résultats obtenus par la méthode numérisée et les éléments finis. Puis les résultats expérimentaux du prototype réalisé ont confirmé la pertinence du modèle dans la prédiction des harmoniques de force et de leurs amplitudes.

Parallèlement à ces premiers modèles réalisés en position centrée du rotor, un autre modèle analytique a été développé afin de comprendre l'évolution des harmoniques d'induction lors d'un décentrement. Ce modèle a permis de montrer que pour chaque harmonique de rang k en position centrée, il apparaît lors du décentrement deux harmoniques supplémentaire de rangs k+1 et k-1. Par ailleurs, les différents harmoniques d'induction dans l'entrefer sont à l'origine de la raideur négative. Nous avons montré que la raideur négative est minimisée dans le cadre d'un harmonique de rang 1 en position centrée du rotor. En effet, l'harmonique de rang 1 de l'induction génère des harmoniques de rangs 0 et 2. L'harmonique de rang 0 de l'induction correspondant à la composante homopolaire de l'induction peut être minimisé en privilégiant des matériaux amagnétiques pour la carcasse, flasque à palier,... afin d'augmenter la reluctance de son chemin de retour de flux.

Par ailleurs, par l'intermédiaire de ce modèle décentré et des modèles électriques développés au chapitre III, nous avons établi les expressions des inductances et flux de la machine auto-lévitée 6-phase en fonction du décentrement (x et y) et la position angulaire θ du rotor. Dans un premier temps, ces modèles magnétiques et électriques en position décentrée sont validés par la mesure de la force électromotrice du bobinage palier en fonction de la position du centre du rotor (x et y) du prototype. Cette mesure s'est alors avérée parfaitement concordante avec la théorie. Puis, la détermination des paramètres de ces expressions par éléments finis a montré qu'il n'était pas nécessaire de tenir compte du décentrement pour le dimensionnement et la synthèse de la commande en courant et en position de la machine auto-lévitée.

Afin de minimiser les contraintes sur les convertisseurs électriques des moteurs auto-lévités, nous avons préféré à un bobinage 6-phase, un bobinage 2 fois 3-phase où chaque fonctionnalité (moteur ou palier) est réalisée par un bobinage triphasé. En effet, la détermination des tensions de sortie disponibles des onduleurs à 3-bras et 6-bras a permis de choisir les nombres de spires optimaux pour les deux types de bobinage. Il a été ainsi possible de montrer que quel que soit la tension du bus DC, le choix du bobinage 2 fois 3-phase réduit les contraintes en termes de courant maximum sur les onduleurs associés.

Enfin, les tests réalisés sur le prototype ont mis en évidence des harmoniques de force liés à l'imperfection de l'aimantation des aimants. Face à ce constat, en se basant sur le modèle magnétique harmonique des différentes forces élémentaires établies au chapitre II, nous avons pu établir l'expression analytique de ces forces. La connaissance de ces expressions a permis de proposer une méthode de compensation de ces forces perturbatrices par la commande sans retours d'état. L'efficacité de cette méthode a été confirmée par des résultats expérimentaux lors d'une lévitation du prototype.

Perspectives

La possibilité de supprimer les harmoniques de force par la commande ouvre de nouvelles perspectives en termes de choix de structure de machines auto-lévitées et devrait donc être intégrée dans le processus de dimensionnement. Par ailleurs cette commande présente encore quelques inconvénients notamment en raison de la lenteur de la régulation de courant. Il serait donc intéressant d'explorer d'autres types de régulateur : tel que les régulateurs non linéaires à large bande passante.

Par ailleurs, les modèles harmoniques permettant de déterminer les forces harmoniques ouvrent des perspectives pour minimiser la résultante des forces radiales dans les machines à paliers classiques et modéliser les champs de forces. Ces travaux permettraient respectivement d'accroître la durée de vie des roulements et agir sur le niveau de bruit.

Il est également possible d'utiliser la dépendance des composantes x et y de la force électromotrice à la position du centre du rotor pour évaluer la position du rotor au sein même du moteur auto-lévité et remplacer ainsi les capteurs de position. Pour cela il est nécessaire de réaliser une étude des phénomènes mis en jeu afin d'obtenir un gain et une bande passante acceptable pour l'estimation de la position du centre du rotor.

Enfin, dans les différents travaux menés la problématique des pertes dans la machine n'a pas été abordée et a été contournée par l'utilisation de matériaux tels que les tôles, ou les plastoaimants. Pour autant la présence dans l'entrefer de deux harmoniques d'induction successifs, tournant à des vitesses différentes pourrait être à l'origine de pertes importants dans le fer et dans les aimants. Il serait donc intéressant de mener des études approfondies sur le sujet.

Liste des publications

Revues

B. LAPOTRE, N. TAKORABET, F. MEIBODY-TABAR, R. LATEB, J. DA SILVA New Model of Radial Forces determination in Bearingless Motors IEEE Trans. Magn.vol. 51, no. 3, march 2015

B. LAPOTRE, N. TAKORABET, F. MEIBODY-TABAR, R. LATEB, J. DA SILVA Radial Forces modeling for bearingless motors based on analyze of field origins Proc. of the Institution of Mech. Eng., Part I: Journal of Systems and Control Eng., July 2015

B. LAPOTRE, N. TAKORABET, F. MEIBODY-TABAR, R. LATEB, J. DA SILVA Spectral modeling of force ripples in permanent magnet bearingless motors The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering (COMPEL) vol. 35, No. 5,2016, in press

Conférences

B. LAPOTRE, N. TAKORABET, F. MEIBODY-TABAR, J. FONTCHSTAGNER, R. LATEB, J. DA SILVA New Model of Radial Forces determination in Bearingless Motors IEEE CEFC, Annecy- France 2014

B. LAPOTRE, N. TAKORABET, F. MEIBODY-TABAR, R. LATEB, J. DA SILVA Radial Forces modeling for bearingless motors based on analyze of field origins 14th International Symposium on Magnetic Bearings ISMB 2014, Linz Austria 2014, 10-12 August

B.LAPOTRE; Détermination des forces radiales des moteurs à aimants permanents auto-lévités en vue de leurs dimensionnements JCGE'2014-SEEDS, Saint-Louis, 4-5 juin 2014

B. LAPOTRE, N. TAKORABET, F. MEIBODY-TABAR, R. LATEB, J. DA SILVA On the use of spectral analysis of air-gap flux density in Permanent Magnet Bearingless Motors ICEM2014, pp. 591 - 597, Berlin 2014

B. LAPOTRE, N. TAKORABET, F. MEIBODY-TABAR, R. LATEB, J. DA SILVA Modélisation des moteurs auto-lévités à aimants permanents par analyse spectrale des champs d''entrefer CISTEME'2014, Tunis, Tunisie, 3-5 novembre 2014

B. LAPOTRE, N. TAKORABET, F. MEIBODY-TABAR, R. LATEB, J. DA SILVA Active suppression of structural force harmonics in PM bearingless motors 15th International Symposium on Magnetic Bearings ISMB 2016, Kitakyushu, Japan 2016, 3-6 August

Bibliographie

- [1] R. Gojon, «Critéres de choix d'un palier. Validation,» chez *Techniques de l'ingénieur*, Paris, Edition Techniques de l'ingénieur, 2012, pp. b5310.1-32.
- [2] S. Earnshaw, «On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminferous ether,» *Trans. Camb. Phil. Soc*, vol. 7, pp. 97-112, 1842.
- [3] T. B. Jones, M. Washizu et R. Gans, «Simple theory for the Levitron®,» *Journal of Applied Physics*, vol. 82, pp. 883-888, 1997.
- [4] M. Okano, N. Tamada, S. Fuchino, I. Ishii et T. Iwamoto, «Numerical analysis of a superconducting bearing,» in *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 10, n° %11, pp. 909-912, 2000.
- [5] Z. Yu, G. Zhang, Q. Qiu, L. Hu, D. Zhang et M. Qiu, «Analysis of Levitation Characteristics of a Radial-Type High-Temperature Superconducting Bearing Based on Numerical Simulation,» *in IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 25, pp. 1-5, 2015.
- [6] E. Maslen, *Magnetic Bearings*, Charlottesville, Virginia: University of Virginia, 2000.
- [7] M. Hofer, E. Schmidt et M. Schrodl, «Design of a Three Phase Permanent Magnet Biased Radial Active Magnetic Bearing Regarding a Position Sensorless Control,» chez Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2009, Washington, DC, 2009.
- [8] H. Haberman, «Paliers magnétiques,» chez *Techniques de l'ingénieur*, Paris, Techniques de l'ingénieur, 1990, pp. B5345-1-30.
- [9] M. Bekemans, Modelisation des machines électriques en vue du contrôle des efforts radiaux, Louvain-la-Neuve: Université catholique de Louvain, 2006.
- [10] R. Larsonneur, Modeling and Analysis of Dynamic Mechanical Systems, Winterthur, 2006.
- [11] S. Silber, W. Amrhein, P. Bösch, R. Schöb et N. Barletta, «Design Aspects of Bearingless Slice Motors,» *IEEE TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, vol. 10, pp. 611-617, 2005.
- [12] W. Gruber, W. Briewasser, M. Rothböck et R. T. Schöb, "Bearingless slice motor concepts without permanent magnets in the rotor," chez *Industrial Technology (ICIT)*, Cape Town, 2013.
- [13] L. Stephens et D.-G. Kim, «Force and torque characteristics for a slotless Lorentz self-bearing servomotor,» *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 38, 1ISSN : 0018-9464, Jul 2002.
- [14] T. R. Grochmal, C. P.Forbrich et A. F. Lynch, «Nonlinear bearing force and torque model for a toothless self-bearing servomotor,» *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 44, 2008.

- [15] M. Takemoto, A. Chiba et T. Fukao, «A method of determining the advanced angle of squarewave currents in a bearingless switched reluctance motor,» *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 37, ISSN : 0093-9994, Nov/Dec 2001.
- [16] W.-T. Liu et S.-M. Yang, «Modeling and control of a self-bearing switched reluctance motor,» Tamsui, Taiwan, 2005.
- [17] P. Hermann, «A radial active magnetic bearign». London Brevet 1478868, 20 novembre 1973.
- [18] P. Hermann, «A radial active magnetic bering having a rotating drive». London Brevet 1500809, 9 Fevrier 1974.
- [19] A. Chiba, M. Rahman et T. Fukao, «Radial force in a bearingless reluctance motor,» *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 27, ISSN : 0018-9464, Mar 1991.
- [20] R. Schob et J. Bichsel, «Vector control of the bearingless motor,» chez ISMB, Zurich, 1994.
- [21] A. O. Salazar, A. Chiba et T. Fukao, «A review of developments in bearingless motors,» chez *7th ISMB*, Zurich, 2000.
- [22] B. Liu, «Survey of bearingless motor technologies and applications,» chez 2015 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), Beijing, 2015.
- [23] Y. Okada, S. Miyamoto et T. Ohishi, «Levitation and torque control of internal permanent magnet type bearingless motor,» *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 4, ISSN : 1063-6536, Sep 1996.
- [24] K. Raggl, T. Nussbaumer et J. W. Kolar, «Comparison of separated and combined winding concepts for bearingless centrifugal pumps,» J. Power Electron, vol. 9, mars 2009.
- [25] H. Jiang, J. Huang et M. Kang, «Principle and realization of a 5-phase PM bearingless motor drive,» Wuhan, 17-20 May 2009.
- [26] T. Baumgartner, R. M. Burkart et J. W. Kolar, «Analysis and Design of a 300-W 500 000-r/min Slotless Self-Bearing Permanent-Magnet Motor,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, pp. 4326-4336, 2014.
- [27] T. Kato et S. Ueno, «A novel design of a Lorentz-force-type small self-bearing motor,» chez 2009 International Conference on Power Electronics and Drive Systems (PEDS), Taipei, 2009.
- [28] F. Zürcher, T. Nussbaumer et J. W. Kolar, «Motor Torque and Magnetic Levitation Force Generation in Bearingless Brushless Multipole Motors,» *IEEE Transactions on Mechatronics*, vol. 17, pp. 1088-1097, 2012.
- [29] B. Li, J. Huang, H. Liu et Z. Hou, «Analysis and control of seven-phase permanent-magnet bearingless motor with single set of half-coiled winding,» chez 2014 IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), Istanbul, 2014.

- [30] J. Asama, A. Mouri, T. Oiwa et A. Chiba, «Suspension force investigation for consequent-pole and surface-mounted permanent magnet bearingless motors with concentrated winding,» chez 2015 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), Coeur d'Alene, 2015.
- [31] D. Steinert, T. Nussbaumer et J. W. Kolar, «Concept of a 150 krpm bearingless slotless disc drive with combined windings,» chez *Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, Chicago, 2013.
- [32] A. Chiba, D. Power et M. Rahman, «Characteristics of a bearingless induction motor,» *IEEE trans. on mag.*, vol. 27, pp. 5199-5201, 1991.
- [33] M. Oshima, S. Miyazawa, T. Deido, A. Chiba, F. Nakamura et T. Fukao, «Characteristics of a permanent magnet type bearingless motor,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 32, pp. 363-370, 1996.
- [34] F. Wang, B. Wang et L. Xu, «A novel bearingless motor with hybrid rotor structure and levitation force control,» chez *37th IAS Annual Meeting*, Pittsburgh, 10 décembre 2002.
- [35] G. Munteanu, A. Binder et T. Schneider, «Development and test of high-speed bearingless PM synchronous machines,» e & i Elektrotechnik und Informationstechnik, vol. 128, pp. 75-80, 2011.
- [36] T. Schneider et A. Binder, «Design and Evaluation of a 60 000 rpm Permanent Magnet Bearingless High Speed Motor,» PEDS '07 Bangkok, 2007.
- [37] G.Munteanu, A.Binder, T.Schneider et B.Funieru, «No-load tests of a 40 kW high-speed bearingless permanent magnet synchronous motor,» (SPEEDAM), Pisa, 2010.
- [38] C. Redemann, P. Meuter, A. Ramella et T. Gempp, «30kW Bearingless Canned,» chez *Zurich*, Seventh International Symposium on Magnetic, 2000.
- [39] A. Chiba, T. Fukao, O. Ichikawa, M. Oshima, M. Takemoto et D. G. Dorrell, Magnetic Bearings and Bearingless Drives, Oxford: Elsevier, 2005.
- [40] B. Warberger, T. Reichert, T. Nussbaumer et J. Kolar, «Design considerations of a bearingless motor for high-purity mixing applications,» Pisa, 2010.
- [41] T. Reichert, J. Kolar et T. Nussbaumer, «Design study for exterior rotor bearingless permanent magnet machines,» chez *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, Phoenix, AZ, 2011.
- [42] H. Kanebako et Y. Okada, «New design of hybrid-type self-bearing motor for small, high-speed spindle,» *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 8, ISSN : 1083-4435, 2003.
- [43] P. Kascak, «Fully levitated rotor magnetically suspended by tow pole-pair separated conical motors,» case western reserve university, Western, 2010.

- [44] A. Chiba, T. Deido, T. Fukao et M. Rahman, «An analysis of bearingless AC motors,» *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 9, ISSN : 0885-8969, 1994.
- [45] W. Bu, S. Huang, S. Wan et W. Liu, «General Analytical Models of Inductance Matrices of Four-Pole Bearingless Motors With Two-Pole Controlling Windings,» *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 45, ISSN : 0018-9464, Sept. 2009.
- [46] K. Inagaki, A. Chiba, M. Rahman et T. Fukao, «Performance characteristics of inset-type permanent magnet bearingless motor drives,» *Power Engineering Society Winter Meeting*, 2000. *IEEE*, vol. 1, Print ISBN: 0-7803-5935-6, 2000.
- [47] F. Zürcher, T. Nussbaumer et J. W. Kolar, «Principles of magnetic levitation force and motor torque generation by superposition of harmonics in bearingless brushless motors,» chez 2009. *IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*, Porto, 2009.
- [48] L. Chen et W. Hofmann, «Design Procedure of Bearingless High-speed Switched Reluctance Motors,» chez SPEEDAM 2010, Pisa, 2010.
- [49] L. Chen et W. Hofmann, "Design Procedure of Bearingless High-speed Switched Reluctance Motors," Pisa, 2010.
- [50] F. Wang, B. Wang et L. Xu, « A novel bearingless motor with hybrid rotor structure and levitation force control,» 10 décembre 2002.
- [51] G. Munteanu, A. Binder et T. Schneider, "Development and test of high-speed bearingless PM synchronous machines," vol. 128, 2011.
- [52] T. Reichert, J. Kolar et T. Nussbaumer, "Design study for exterior rotor bearingless permanent magnet machines," Phoenix, AZ, 2011.

Résumé

Ce travail traite du principe des moteurs auto-lévités, réunissant la fonctionnalité de génération de couple et de forces de lévitation dans un même système.

Une modélisation spectrale tenant compte des différents harmoniques spatiaux de l'induction et de leurs sources est mise en œuvre. Les interactions des différents harmoniques spatiaux en positions centrée et décentrée, sont alors mis en évidence afin d'identifier leurs contributions à la force et à ses ondulations. Ces modèles donnent des éléments pour le dimensionnement magnétique des machines auto-lévitées.

Pour contrôler cette machine, un modèle externe spécifique dédié aux machines auto-lévitées est développée. Ce modèle permet de choisir un convertisseur statique et une stratégie de commande adaptées.

Pour finir, un prototype spécialement conçu a été dimensionné et construit afin de valider les principes théoriques énoncés lors de cette thèse

Summary

The thesis deals with an alternate solution mixing the functions of an electric motor and active magnetic bearing with the same device.

A spectral magnetic models taking into account the different flux density harmonics and their sources are developed. The interaction of different space harmonics of the air-gap flux density is highlighted and modeled in order to evaluate their contributions to the levitation force and its ripples. These models allow the magnetic design of bearingless machines.

In order to supply and control such machines, a specific lumped circuit model is developed. This study allows to design the optimal winding which minimizes the constraints on the converter.

Finally, a specific prototype is designed and manufactured in order to validate theoretic results provided during this thesis.