

# Modélisation des échanges énergétiques entre la surface d'une toiture végétalisée extensive et un panneau photovoltaïque

Thomas Villemin

### ► To cite this version:

Thomas Villemin. Modélisation des échanges énergétiques entre la surface d'une toiture végétalisée extensive et un panneau photovoltaïque. Energie électrique. Université de Lorraine, 2023. Français. NNT: 2023LORR0118 . tel-04221577

### HAL Id: tel-04221577 https://hal.univ-lorraine.fr/tel-04221577v1

Submitted on 28 Sep 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



### AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact bibliothèque : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr (Cette adresse ne permet pas de contacter les auteurs)

### LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4 Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10 <u>http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\_droi.php</u> <u>http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm</u>



# THÈSE

en vue de l'obtention du grade de

### **DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LORRAINE** délivré par l'Université de Lorraine

École Doctorale SIMPPÉ : Sciences et Ingénierie des Molécules, des Produits, des Procédés et de l'Énergie

Mention Énergie et Mécanique

Présentée et soutenue publiquement le 7 juin 2023 par **Thomas Villemin** 

# Modélisation des échanges énergétiques entre la surface d'une toiture végétalisée extensive et un panneau photovoltaïque

Directeur de Thèse : M. Gilles Parent Co-directeur de Thèse : M. Rémy Claverie

#### Devant la commission d'examen formée de :

M. Cyril Caliot Mme. Mouna El Hafi	Chargé de recherche CNRS, HDR - Université de Pau Professeur - École Nationale des Mines d'Albi-Carmeaux	Rapporteur Rapporteure
M. Rodolphe VAILLON	Directeur de Recherche CNRS - Université de Montpellier	Président du jury
Mme. Cécile de Munck	Chargée de Recherche - Météo France	Examinatrice
M. Gilles Parent	Professeur - Université de Lorraine	Directeur de thèse
M. Rémy Claverie	Chargé de Recherche - Cerema - Laboratoire de Nancy	Co-directeur de thèse
M. Olivier Farges	Maître de Conférences - Université de Lorraine	Invité
M. Julien Bouyer	Chargé de Recherche - Cerema - Laboratoire de Nancy	Invité

### Remerciements

Voici le moment de faire mes remerciements après ces trois années de thèse.

Je voudrais tout d'abord remercier les membres du jury en commençant par mes rapporteurs : Mouna El Hafi et Cyril Caliot. Leurs relectures attentives (malgré la longueur du manuscrit) et leurs commentaires constructifs m'ont permis d'affiner le manuscrit et la soutenance. Je tiens également à remercier mes deux examinateurs : Cécile de Munck et Rodolphe Vaillon, qui ont suivi mon travail de près tout au long de ces trois années et c'était un honneur de les avoir à ma soutenance.

Deux mois après le début de cette thèse, la pandémie de Covid-19 a entraîné un confinement en France, impactant le travail et l'organisation au sein de nos laboratoires. Un élément central dans un travail de thèse est l'encadrement. Je ne peux que remercier très chaleureusement mes encadrants directs. Tout d'abord mon directeur de thèse, Gilles Parent, qui a su orienter ce travail tout en me laissant une grande liberté de choix dans les méthodes utilisées. Sa rigueur et son efficacité ont été une aide précieuse pour les aspects scientifiques, son caractère posé et son attention permanente à mes questionnements ont été humainement très agréables. Je remercie ensuite Rémy Claverie pour avoir co-dirigé cette thèse. Je me rappelle encore de son étonnement au cours d'une des premières réunions où la méthode de Monte Carlo a été mentionnée pour résoudre un certain nombre de problèmes et il a fait preuve d'ouverture d'esprit et a grandement contribué à mettre en avant les avantages de cette méthode. Je ne le remercierai jamais assez pour son aide au niveau expérimental, son calme et sa patience, qualités que je ne possède pas toujours. J'aimerais aussi remercier mes deux encadrants : Olivier Farges et Julien Bouyer. Olivier, qui devait initialement seulement faire quelques calculs Monte Carlo au sein de ce projet...et puis les choses ont pris un autre tournant. On ne saura jamais ce que ce travail aurait été sans cela mais une chose est sûre, il m'a autant apporté scientifiquement qu'humainement, c'est-à-dire beaucoup ! J'ai beaucoup aimé chercher des fichiers sur son ordinateur, perdus dans les abîmes (y compris sa propre thèse par un moment...). Comment ne pas me rappeler l'une de nos premières discussions où il m'a introduit la programmation lettrée. Un doctorant lucide aurait dû fuir, ça m'a plutôt donné envie d'échanger avec lui. Merci à Julien, toujours posé et plein d'idées, pour l'encadrement conjoint de ma première stagiaire. Après avoir dit tout cela, vous vous en doutez bien, j'espère travailler à nouveau avec vous quatre !

Une des originalités de cette thèse est matérialisée par le chapitre 6. Je ne peux pas oublier ce travail en mode *atelier* pendant deux ans, même à distance, avec mes collègues de l'Institut Pascal à Clermont et avec Rodolphe. Les Clermontois : Jérémi, Daniel, Thomas, Jean-François, merci pour tous ces échanges et votre accueil au cours de notre petit séminaire. Un remerciement tout spécial à Rodolphe, avec qui ça a été un plaisir de discuter, que ça soit scientifique ou non. J'espère vous retrouver tous bientôt sur ma route !

Je tiens à remercier mes deux laboratoires d'accueil : le LEMTA et le Cerema. Je ne peux pas citer tout le monde tant vous êtes nombreux. Je remercie tout particulièrement Jérémy Thiriat du Cerema pour toute la partie instrumentation de la plateforme expérimentale. Sans lui, ce travail ne serait pas le même et merci pour toutes nos heures passées à installer et nettoyer les capteurs. Je remercie également Mithun, Mathieu, Nicolas, ...

Enfin, je terminerai par les remerciements à mes proches qui ont vécu avec moi les hauts et les bas d'un travail de thèse. Lucas était un peu mon parrain de thèse puisqu'il venait juste de me précéder avec Gilles comme directeur; merci à toi l'ami. Léa pour nos nombreuses discussions scientifiques, Nancy va te manquer j'en suis certain. Alex, l'ami imaginaire que l'on aimerait tous avoir en thèse, pour le coup tu étais mieux que dans mon imagination. Toujours le mot pour me faire rire, des pauses café qui nous ont permis de nous évader quelques minutes (mais souvent plus), nos projets qui aboutiront sûrement un jour, tes citations grecques et latines... Je remercie aussi mes amis d'athlé, vous m'avez permis de me changer les idées ! Enfin, je souhaite remercier ma famille et tout particulièrement mes parents : Sylvie et Michel sans qui je n'aurais pas eu le loisir d'écrire ces quelques mots.

# Table des matières

Li	ste de	es enca	arts	ix
Int	trodu	ction		x
1.	Con	texte, l	Problématique et État de l'art	1
	1.1.	Introdu	action	3
	1.2.	Densif	ication des zones urbaines, besoins énergétiques et végétalisation	3
		1.2.1.	Une question d'échelles : spatiales et temporelles	4
		1.2.2.	Bilan d'énergie et Bilan de masse	6
		1.2.3.	Le phénomène d'évapotranspiration	22
		1.2.4.	Effet d'îlot de Chaleur Urbain (ICU)	32
	1.3.	Les toi	tures végétales dans l'aménagement urbain	34
		1.3.1.	Un peu d'histoire	34
		1.3.2.	La structure d'une toiture végétale extensive	36
		1.3.3.	Fonctions systèmes et apports éco-systémiques	38
	1.4.	Le syst	tème panneau photovoltaïque	39
		1.4.1.	Un système au service de la transition énergétique	39
		1.4.2.	Principes physiques de l'effet photovoltaïque	39
		1.4.3.	La structure d'un panneau photovoltaïque	39
		1.4.4.	Les conditions opératoires d'un panneau photovoltaïque	41
	1.5.	Positio	nnement de la thèse	44
		1.5.1.	Techniques de refroidissement	44
		1.5.2.	Le projet PROOF	48
		1.5.3.	Vision globale des flux physiques	50
		1.5.4.	Plan du document	52
	Réfé	rences.		54
2.	Prés	sentatio	on de la plateforme expérimentale	58
	2.1.	Introdu	action	59
	2.2	Présen	tation des différentes parcelles	60
		2.2.1	Parcelle Argile Expansée	60
		2.2.2	Parcelles Stock 40 et Stock 60	61
		2.2.3	Parcelle Plateau Calcaire	62
		2.2.4	Parcelle Gravier	64
		2.2.5.	Parcelle Bitume	64

		2.2.6.	Parcelle Coolroof	64
		2.2.7.	Explications spécifiques sur le type de plantes	64
	2.3.	Instrun	nentation de la plateforme et des parcelles	68
		2.3.1.	Capteurs dédiés aux mesures météorologiques	68
		2.3.2.	Capteurs dédiés aux différentes parcelles	72
		2.3.3.	Capteurs dédiés aux campagnes de caractérisation de l'écoulement d'air	75
		2.3.4.	Installation des panneaux photovoltaïques et capteurs dédiés	76
	2.4.	Situatio	on géographique de la plateforme	83
		2.4.1.	Évolution des températures d'air	83
		2.4.2.	Précipitations observées sur le site	84
		2.4.3.	Ressource solaire sur le site	84
		2.4.4.	Tendances de l'écoulement d'air sur le site	85
	2.5.	Caracté	érisations optiques, thermiques et électriques des panneaux	90
		2.5.1.	Panneaux photovoltaïques utilisés	90
		2.5.2.	Caractérisations optiques	90
		2.5.3.	Caractérisations thermiques	92
		2.5.4.	Expérimentation en chambre climatique	96
		2.5.5.	Caractérisations électriques	106
	2.6.	Conclu	sions	107
	Réfé	rences.		108
3.	Mod	lélisatio	on des transferts thermiques et hydriques	110
	3.1.	Introdu	iction	112
	3.2.	Transfe	erts couplés de chaleur et de masse au sein d'une toiture végétale extensive	e 113
		3.2.1.	Modélisation des transferts thermiques	113
		3.2.2.	Modélisation des transferts de masse	114
		3.2.3.	Transferts couplés de chaleur et de masse	118
		3.2.4.	Développement d'un modèle couplé d'une toiture végétale	121
	3.3.	Introdu	iction à la méthode de Monte Carlo	123
		3.3.1.	Un peu d'histoire	123
		3.3.2.	Méthode de Monte Carlo	124
		3.3.3.	Monte Carlo appliqué à la thermique	127
		3.3.4.	Un premier exemple : simulation des ombrages	133
		3.3.5.	Un deuxième exemple : évaluation de la luminance dans une couche	
			semi-infinie purement absorbante en 1D	133
		3.3.6.	Un troisième exemple : modèle conducto-convectif d'une plaque plane	10.4
		227		134
	2.4	3.3.7.	Un quatrième exemple : diffusion avec amplification	136
	3.4.	Modele	e conducto-convectif d'un panneau photovoltaique résolu par la méthode	1.40
		de Mor		142
		3.4.1.	Bilan d'énergie du système	142
		<i>3.4.2.</i>	Modellisation du terme source	143
		<i>3.4.3</i> .	Nodelisation de la temperature de ciel	144
		<i>3.4.4.</i>	Modelisation du transfert convectif	145
		3.4.5.	Modelisation du vieillissement des cellules	146
		0 4 -		1 4 -

	3.5. Réfé	Conclusions	148 148
4.	Vali	dation des modèles et exploitation des résultats expérimentaux	150
	4.1.	Introduction	150
	4.2.	Validation du modèle de toiture végétale	151
		4.2.1. Simulation de la température du sol en été	151
		4.2.2. Simulation de la température du sol en hiver	152
	4.3.	Validation du modèle conducto-convectif du panneau photovoltaïque	155
		4.3.1. En conditions contrôlées	155
		4.3.2. En conditions réelles	155
	4.4.	Exploitation des mesures expérimentales	160
		4.4.1. Périodes d'étude et jeu de données	161
		4.4.2. Conditions météorologiques sur les périodes étudiées	163
		4.4.3. Production électrique des différents panneaux	164
		4.4.4. Températures de surface des parcelles et des panneaux photovoltaïques	167
		4.4.5. Teneur en eau du sol	168
		4.4.6. Discussions sur les résultats expérimentaux	169
	4.5.	Conclusions	182
	Réfé	rences	182
5.	Арр	lication des modèles à l'évaluation de la performance énergétique	183
	5.1.	Introduction	184
	5.2.	Intégration temporelle et évaluation de la performance électrique	185
		5.2.1. Intégration temporelle	186
		5.2.2. Évaluation des dépôts de poussière pour Nancy et Las Vegas	189
		5.2.3. Production électrique pour le mois de juin 2022	191
		5.2.4. Production électrique annuelle et analyse mensuelle	191
		5.2.5. Production électrique sur plusieurs années	192
	5.3.	Modèle du bâtiment : une estimation des besoins en chauffage et climatisation .	198
		5.3.1. Configuration étudiée	199
		5.3.2. Description du modèle	200
	5.4.	Conclusions	210
	Réfé	rences	211
6.	Vers	s une modélisation complète de la chaîne de production	213
	6.1.	Introduction	215
	6.2.	Modèle électrique d'une jonction PN	217
		6.2.1. Objectifs	218
		6.2.2. Photogénération	218
		6.2.3. Formulations Monte Carlo du modèle électrique	223
		6.2.4. Recherche du Maximum Power Point (MPP) à l'aide d'une estimation	
		fonctionnelle par la méthode de Monte Carlo	230
		6.2.5. Validation des algorithmes Reverse et Direct à partir d'une solution ana-	
		lytique	231
	6.3.	Modèle thermique et présentation de couplages hiérarchiques	238
		6.3.1. Termes sources dans la zone P	238

		6.3.2.	Premier couplage hiérarchique : dépendance du coefficient de recombi- naison en volume à la température	240
		6.3.3.	Deuxième couplage hiérarchique : dépendance du courant d'injection à	240
			la température	241
		6.3.4.	Ecriture du flux solaire avec prise en compte de la production électrique	242
	61	6.3.3. Conclu	Modele conducto-convecto-radiatif du panneau photovoltaique	244
	Réfé	rences .	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	248 248
Сс	onclu	sion gé	énérale	250
Α.	Mod	lèle à d	iode de la jonction PN	256
В.	Tira	ge aléa	toire selon le spectre solaire	259
C.	Cali	bration	des cartes d'acquisition	261
D.	Phy	sique d	les semi-conducteurs	264
	D.1.	Semi-c	onducteurs à l'équilibre thermodynamique local	264
		D.1.1.	Concentration de charges	264
		D.1.2.	Equilibre entre les populations d'électrons et de trous et au sein des po-	266
		D13	Semi-conducteurs intrinsèques	200
	D.2.	Semi-c	onducteurs dopés	267
	2.2	D.2.1.	Semi-conducteurs dopés P	267
		D.2.2.	Semi-conducteurs dopés N	268
		D.2.3.	Jonction PN	269
		D.2.4.	Largeur de la ZCE et position de la frontière	270
	D.3.	Jonctio	n PN hors équilibre	272
		D.3.1.	Génération, Recombinaison et superposition des densités d'équilibre	273
Ε.	Sim	ulation	de l'écoulement d'air	275
	E.1.	Calcul	d'un coefficient de convection	275
	E.2.	E 2 1	Que des fluides numeriques	276
		E.2.1. F 2 2	Configuration 2 : bâtiment cubique dans une veine numérique	270
		E.2.3.	Configuration 2 : batment eubique dans une venie numerique	e278
	Réfé	rences.	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	282
Bi	blioa	raphie		283
	· · · · · J			

# Liste des algorithmes

1.	Description de l'algorithme de Monte Carlo pour le chemin en conduction	129
2.	Description de l'algorithme de Monte Carlo pour l'évaluation de la température	
	$T(\mathbf{y}, t)$ à l'interface entre le domaine solide et le domaine fluide. Le flux solaire	
	prescrit à la surface est pris en compte dans l'accumulateur noté <i>F</i>	132
3.	Description de l'algorithme de Monte Carlo pour l'évaluation des ombrages sur	
	la toiture en fonction des différents obstacles présents dans la scène. $\mathcal{D}$ est l'en-	
	semble des obstacles de la scène (arbres, bâtiments, etc).	133
4.	Algorithme de Monte-Carlo pour l'estimation de la luminance dans un milieu	
	semi-infini purement absorbant en 1D	134
5.	Description de l'algorithme Monte Carlo permettant d'estimer la production élec-	
	trique d'un panneau photovoltaïque par l'intégration de la puissance électrique,	
	elle-même fonction de la température du panneau.	188
6.	Algorithme Monte Carlo pour l'estimation de la température $T_{w}(\mathbf{x}, t)$ .	203
7.	FAAN	206

# Liste des encarts

1.1.	Zéro Artificialisation Nette 4
1.2.	Linéarisation du transfert radiatif
1.3.	Atténuation atmosphérique
1.4.	Classification de Köppen 10
1.5.	Nombres adimensionnés en convection forcée
1.6.	Nombres adimensionnés en convection naturelle
1.7.	Quelques notions de turbulence
1.8.	Profil de vent en milieu urbain
1.9.	Évapotranspiration potentielle et réelle
1.10.	Résistances aux transferts
1.11.	Unités et mesure du flux d'évapotranspiration
1.12.	Effet de la température sur le rendement 42
1.13.	Agrivoltaïsme
1.14.	Flux de recondensation
2.1.	Cycles C3, C4 et CAM
2.2.	Spectre AM1.5
3.1.	Méthodes numériques
3.2.	Unités du potentiel matriciel
3.3.	Nébulosité
5 1	Installations photovoltaïques dans le désert du Nevada
5.1.	Position du Soleil
5.4.	
6.1.	Particularités de l'algorithme Reverse
6.2.	Efficacité Quantique

### Introduction générale

La densification et l'artificialisation croissante du milieu urbain ont induit de nombreux impacts négatifs à l'échelle de la ville et rendent ce milieu ultra contraint d'un point de vue des besoins d'énergie et du confort thermique. De plus, la demande en énergie a considérablement augmenté et le secteur du bâtiment est responsable, à lui seul, de 44 % de l'énergie consommée en France en émettant 123 millions de tonnes de  $CO_2$  chaque année<sup>1</sup>. Ce secteur représente donc un levier important pour lutter contre le réchauffement climatique. D'autre part, la densification du milieu urbain a réduit les espaces verts et, par conséquent, la biodiversité en ville. Les impacts négatifs sont d'ores et déjà perceptibles pour les habitants et le phénomène d'*Îlot de Chaleur Urbain (ICU)* est observé dans la plupart des grandes métropoles.

À l'heure actuelle, des efforts architecturaux ont été réalisés sur l'enveloppe des bâtiments pour diminuer leur consommation d'énergie mais il est intéressant de noter que la surface représentée par l'ensemble des toitures planes en ville représente environ 20 % à 25 % de la surface totale de la ville. Cependant, ces surfaces sont globalement inexploitées alors qu'elles sont le lieu privilégié pour les échanges thermiques et hydriques entre le bâtiment et son environnement. En ce qui concerne les toitures plates classiques, elles sont très majoritairement recouvertes d'un caoutchouc noir ou d'un revêtement bitumineux également très sombre. Dans les deux cas, ces matériaux sont très absorbants et ont tendance à présenter des températures très élevées et, par conséquent, à échauffer le bâtiment sous-jacent. En revanche, ces revêtements sont efficaces pour garantir l'intégrité du bâtiment du point de vue de l'étanchéité. De plus, l'installation facilitée ainsi que le coût peu élevé en font des solutions de choix pour les constructeurs. En parallèle de ces revêtements, d'autres solutions existent comme les toitures végétales extensives ou intensives. Les premières réfèrent à des toitures sur lesquelles l'épaisseur du milieu de croissance des plantes est relativement contenue (quelques centimètres). Ce sont les plus courantes car elles nécessitent peu d'entretien et n'entraînent pas de contraintes importantes sur la structure interne du bâtiment. Il est donc généralement possible de les installer sur un bâtiment existant qui n'a pas été initialement prévu pour en accueillir une. À l'inverse, les toitures végétales intensives sont une transposition directe d'un jardin mais en toiture avec une épaisseur de substrat bien plus importante et des contraintes induites sur la structure à prendre en considération dès la construction du bâtiment. La disposition de végétation en toiture, bien que connue depuis très longtemps (remonte aux premiers temps de l'histoire de l'humanité), a connu un rapide développement à partir des années 1970, principalement en Allemagne et dans les pays scandinaves et plus récemment en France. Le coût à l'installation est certes plus élevé qu'une toiture classique mais elle offre une isolation supplémentaire pour le bâtiment, limite la température de surface et la

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Énergie dans les bâtiments : https://www.ecologie.gouv.fr/energie-dans-batiments

température de l'air à proximité directe du bâtiment. Par ailleurs, de nombreux bénéfices sont attendus pour la qualité de l'air, la biodiversité, la gestion des eaux pluviales etc.

Pour répondre à la demande d'énergie en ville et dans les bâtiments, les panneaux photovoltaïques (PPV) constituent une alternative attrayante et une technologie mature parmi les différentes énergies renouvelables disponibles. En effet, le principe physique de conversion de l'énergie solaire en électricité est relativement bien maîtrisé depuis les années 1950 et les rendements électriques des panneaux de l'ordre de 15 % à 20 % sont maintenant intéressants. De plus, l'installation se fait traditionnellement en toitures car elles offrent une exposition optimale au soleil. Cependant, un phénomène bien connu est la diminution du rendement électrique avec l'augmentation de la température des cellules. À titre indicatif et en fonction de la technologie des cellules, de la puissance du panneau, du fabricant, on peut considérer en première approche que la puissance électrique diminue de 0,5 % à chaque élévation d'un degré Celsius par rapport à la température de référence de 25 °C. Ainsi pour une température de panneau de 75 °C (facilement atteignable lors des fortes chaleurs en été), la puissance diminue de 25 %. Ce constat entraîne l'émergence d'un nombre important de techniques de mitigation de la température des cellules. Une solution intéressante à étudier est d'associer le panneau photovoltaïque à une toiture végétale extensive (TVE). Cette association symbiotique permettrait au panneau de bénéficier de l'effet d'évapotranspiration provenant de la toiture tout en limitant le stress thermique pour les plantes.

Ces dernières années cette solution n'a pas été perçue comme une opportunité et les systèmes ont plutôt été mis en concurrence. Les panneaux photovoltaïques se sont rapidement développés sur les bâtiments et les habitations individuelles alors que l'installation de toitures végétales a connu une décroissance. Les politiques publiques ont renforcé cette compétition avec le label *BEPOS*, pour le développement de bâtiment à énergie positive et le label *Biodivercity*, pour promouvoir le rétablissement de la biodiversité en ville. Dans ce contexte, cette thèse doit permettre d'évaluer les impacts individuels et réciproques, qu'ils soient positifs ou négatifs, des deux sous-systèmes lorsqu'ils sont associés.

La littérature sur l'association toiture végétale - panneau photovoltaïque est relativement récente et les résultats sur les performances électriques sont particulièrement dispersés. Il apparaît donc nécessaire d'évaluer l'éventuel gain de performance apporté par ce système en plus d'apporter des éléments de compréhension sur les mécanismes de transferts de chaleur. L'approche d'un tel problème est complexe car il s'agit de deux systèmes aux caractéristiques très différentes, l'un est inerte (le panneau) et l'autre est vivant (la toiture végétale). De plus, les échanges de chaleur sont multi-physiques et multi-échelles ce qui implique généralement un certain nombre d'hypothèses pour modéliser ce type de problème.

Dans ce travail, les transferts conductifs, convectifs, radiatifs et hydriques entre les systèmes panneau photovoltaïque et toiture sont modélisés afin d'évaluer la performance énergétique du système. Les objectifs sont d'apporter des éléments de réponse sur les performances possibles d'un tel système par approche numérique mais aussi expérimentale. Le document se décompose en 6 chapitres :

• Le chapitre 1 présente l'étude bibliographique sur les systèmes mentionnés précédemment et permet d'appuyer les arguments introduits ici. La question de la densification urbaine est abordée ainsi que les notions d'échelles spatiales et temporelles. Un point est dédié à l'introduction des transferts de chaleur et de masse avec un point particulier sur le phénomène d'évapotranspiration. Ensuite, les systèmes de toiture végétale et de panneau photovoltaïque sont présentés. Enfin, le positionnement de la thèse est explicité dans le contexte de la mitigation de la température des panneaux photovoltaïques. Les objectifs du projet ANR PROOF<sup>2</sup> dans lequel s'inscrit ce travail de thèse sont également introduits.

- Le chapitre 2 est dédié à la présentation de la plateforme expérimentale présente au Cerema (Nancy) avec notamment le détail des différentes parcelles, végétales ou non. L'instrumentation installée sur le site au cours de l'étude est également présentée. Le contexte géographique et météorologique de la plateforme est détaillé. Ce chapitre se termine avec les caractérisations optiques, thermiques et électriques des panneaux photovoltaïques installés ensuite sur la plateforme expérimentale.
- Le chapitre 3 concerne les travaux en modélisation pour les systèmes de toiture et de panneaux photovoltaïques. Le modèle couplé de la toiture végétale est détaillé. Ensuite, la méthode de Monte Carlo (*MMC*), largement utilisée dans cette thèse, est introduite avec les concepts de base. Cette méthode est directement exploitée pour résoudre le bilan d'énergie d'un panneau photovoltaïque (modèle conducto-convectif).
- Le chapitre 4 détaille l'application des modèles précédemment cités, d'abord pour la toiture végétale puis pour le panneau photovoltaïque. Les modèles sont validés en utilisant des données expérimentales issues de la plateforme du Cerema. Dans ce chapitre, les résultats expérimentaux sont synthétisés pour notamment répondre à la question de la performance énergétique d'un tel système.
- Le chapitre 5 est une application des modèles à l'évaluation de la performance des systèmes photovoltaïques et de bâtiment en s'affranchissant des données expérimentales du site local. Ce chapitre permet de démontrer la puissance des outils mis en place, tout particulièrement pour évaluer des productions ou consommations énergétiques sur de longues périodes de temps en conservant toute la richesse des données (météorologiques) en entrée.
- Le chapitre 6 est une première étape vers la mise en place d'une chaîne de modélisation complète de la cellule photovoltaïque (le composant actif du panneau) au système complet dans des conditions météorologiques spécifiques. Plus précisément, un modèle électrique de la cellule est développé et résolu par la méthode de Monte Carlo et des premiers couplages avec le bilan thermique sont proposés. Les premiers résultats obtenus sont prometteurs et démontrent les intérêts de ce type d'approches pour de tels systèmes en conditions complexes et dynamiques.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Projet ANR PROOF: https://anr.fr/Projet-ANR-19-CE22-0008

# Chapitre

# Contexte, Problématique et État de l'art

1.1.	Introdu	iction	3
1.2.	Densifi	cation des zones urbaines, besoins énergétiques et végétalisation	3
	1.2.1.	Une question d'échelles : spatiales et temporelles	4
	1.2.2.	Bilan d'énergie et Bilan de masse	6
	1.2.3.	Le phénomène d'évapotranspiration	22
	1.2.4.	Effet d'îlot de Chaleur Urbain (ICU)	32
1.3.	Les toit	tures végétales dans l'aménagement urbain	34
	1.3.1.	Un peu d'histoire	34
	1.3.2.	La structure d'une toiture végétale extensive	36
	1.3.3.	Fonctions systèmes et apports éco-systémiques	38
1.4.	Le syst	ème panneau photovoltaïque	39
	1.4.1.	Un système au service de la transition énergétique	39
	1.4.2.	Principes physiques de l'effet photovoltaïque	39
	1.4.3.	La structure d'un panneau photovoltaïque	39
	1.4.4.	Les conditions opératoires d'un panneau photovoltaïque	41
1.5.	Position	nnement de la thèse	44
	1.5.1.	Techniques de refroidissement	44
	1.5.2.	Le projet PROOF	48
	1.5.3.	Vision globale des flux physiques	50
	1.5.4.	Plan du document	52
Réfé	rences.		54

# Notations

Symbole	Description	Unité
α	Diffusivité thermique	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}^{-1}$
$\beta_{\rm ref}$		$^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$
CF	Facteur de nébulosité	-
$C_p$	Capacité calorifique à pression constante	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

Symbole	Description	Unité
$C_w$	Chaleur spécifique de l'eau liquide	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
D	Coefficient de diffusion	$m^2 \cdot s^{-1}$
$\Delta_{T_{a}}$	Pente de la courbe de pression de vapeur saturante	$Pa \cdot K^{-1}$
$E^{"}$	Flux d'évapotranspiration	$ m W\cdot m^{-2}$
е	Pression partielle de vapeur d'eau	Pa
$e_{\rm skv}$	Émissivité du ciel	-
ηref	Rendement électrique de référence	-
$\dot{e}_v$	Puissance volumique	$ m W \cdot m^{-3}$
G	Flux conduit dans le sol	$ m W \cdot m^{-2}$
γ	Constante psychrométrique	$Pa \cdot K^{-1}$
Gr	Nombre de Grashof	-
H	Flux convectif	$ m W \cdot m^{-2}$
$h_{cv}$	Coefficient d'échange convectif	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$h_{\rm mass}$	Coefficient d'échange de masse	$\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1}$
k	Conductivité thermique	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$\kappa$	Constante de Von Karmán	-
λ	Longueur d'onde	m
$L_c$	Dimension caractéristique	m
μ	Viscosité dynamique	$Pa \cdot s$
ν	Viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
Nu	Nombre de Nusselt	-
P	Pression	Pa
$\phi_{ m cd}$	Flux conductif	$W \cdot m^{-2}$
$\phi_d$	Flux horizontal infrarouge	$W \cdot m^{-2}$
$\phi_{ m diff}$	Flux de masse	kg $\cdot$ m <sup>-2</sup> $\cdot$ s <sup>-1</sup>
$\phi_g$	Flux horizontal global	$\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-2}$
Pr	Nombre de Prandtl	-
$\psi$	Potentiel de l'eau	Pa
$\psi_O$	Potentiel osmotique	Pa
$\psi_p$	Potentiel de pression	Pa
r <sub>a</sub>	Résistance aérodynamique	$s \cdot m^{-1}$
Ra	Nombre de Rayleigh	-
Re	Nombre de Reynolds	-
ρ	Masse volumique	kg $\cdot$ m <sup>-3</sup>
$\bar{ ho}$	Réflectivité totale	-
$R_{LW}$	Flux radiatif aux courtes longueurs d'onde	$W \cdot m^{-2}$
$R_{\rm net}$	Flux radiatif net	$W \cdot m^{-2}$
$r_s$	Résistance stomatique	$s \cdot m^{-1}$
$R_{SW}$	Flux radiatif aux courtes longueurs d'onde	$W \cdot m^{-2}$
Sc	Nombre de Schmidt	- 2 4
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
T	Température	K
T <sub>air</sub>	Température d'air	K
τ	Ienseur des contraintes visqueuses	Pa
$T_{dp}$	Température au point de rosée	K

Symbole	Description	Unité
θ	Teneur en eau	$m^3 \cdot m^{-3}$
$ heta_{ m fc}$	Teneur en eau à la capacité au champ	$m^3 \cdot m^{-3}$
$ heta_{ m wp}$	Teneur en eau au point de flétrissement	$m^3 \cdot m^{-3}$
$T_{\infty}$	Température du fluide loin de la paroi	Κ
$T_{\rm rad.}$	Température radiative	Κ
$T_{\rm ref.}$	Température de référence	Κ
$T_s$	Température de surface	Κ
$T_{\rm sky}$	Température de ciel	Κ
u	Vitesse horizontale du fluide	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$
u'	Vitesse turbulente	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$
$u_{\star}$	Vitesse de friction	$m \cdot s^{-1}$
$\mathcal{O}$	Vitesse verticale du fluide	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$
$z_0$	Hauteur de rugosité	m
$Z_d$	Hauteur de déplacement	m

### 1.1. Introduction

Le travail présenté dans cette thèse fait directement écho aux problématiques environnementales et énergétiques auxquels nous devons faire face dans une actualité toujours plus «brûlante» et sous tension géopolitique, sujets faisant partie intégrante des missions attribuées au Cerema dans une optique de gestion des territoires. Il n'est pas concevable de rédiger cette thèse sans mentionner les enjeux et défis à relever en matière d'énergie et d'environnement sur nos territoires au cours des prochaines années. En effet, la motivation initiale du présent travail provient en grande partie des questions environnementales posées à notre mode de vie actuel et cette démarche ne peut se comprendre qu'en introduisant un certain nombre de concepts préliminaires.

Dans ce chapitre, la première partie va permettre de poser un cadre sur la problématique rencontrée en milieu urbain avec une densification croissante de ces zones et une forte augmentation des besoins en énergie. Dans une seconde partie, nous nous intéresserons tout particulièrement à une technique de végétalisation en milieu urbain, à savoir l'installation de toitures végétales. Une troisième partie sera consacrée aux systèmes photovoltaïques et à la problématique de la transition énergétique. Enfin, dans une quatrième et dernière partie, nous donnerons des éléments sur le positionnement, la méthodologie et les hypothèses relatives à ce travail.

## 1.2. Densification des zones urbaines, besoins énergétiques et végétalisation

La densification et l'artificialisation croissante du milieu urbain ont entraîné de nombreux impacts négatifs à l'échelle de la ville. Dans le même temps, la demande énergétique a explosé et le secteur du bâtiment représente, à lui seul, 44 % de l'énergie finale consommée en France et émet 123 millions de tonnes de  $CO_2$  chaque année. Ce secteur peut être donc perçu comme un levier important pour la lutte contre le réchauffement climatique et les politiques s'orientent de plus en plus fréquemment vers les bâtiments à énergie positive. D'autre part, cette forte densification de l'espace urbain a réduit les espaces verts et, par conséquent, la biodiversité de la faune

#### 1.1 Zéro Artificialisation Nette

La politique de Zéro Artificialisation Nette vise à limiter l'impact négatif de l'étalement urbain sur la qualité des sols et la biodiversité qu'ils abritent. Le cadre de ce projet est le Plan Biodiversité (action numéro 10), mis en place par le Gouvernement en 2018. Chaque année, 20000 à 30000 hectares sont artificialisés en France. L'objectif principal du plan est de limiter au maximum l'exploitation de nouveaux espaces, voire de rendre à la nature certains espaces. Dans cette démarche, le Gouvernement souhaite encadrer l'artificialisation et accompagner les collectivités territoriales pour en limiter son impact. D'après la loi Climat et Résilience, l'objectif est de supprimer toute artificialisation nette des sols. Pour les dix prochaines années l'objectif est de limiter la consommation de nouveaux espaces, sachant que cette consommation croît quatre fois plus rapidement que l'augmentation de la population.

et de la flore qu'ils abritaient. Les impacts négatifs sont d'ores et déjà visibles et ressentis par les populations et le phénomène d'**Îlot de Chaleur Urbain** (ICU) a été observé dans la plupart des grandes villes. Afin de rétablir un certain confort (notamment thermique) de vie pour les habitants tout en limitant l'impact environnemental et la consommation énergétique, de nombreuses mesures sont attendues et des systèmes innovants doivent être mis en place (encart 1.1).

#### 1.2.1. Une question d'échelles : spatiales et temporelles

La question des échelles sera régulièrement posée dans ce document, aussi bien pour les échelles spatiales que temporelles. Aussi, il apparaît primordial de définir rigoureusement les échelles et dans la dernière partie de ce chapitre nous préciserons à quelles échelles nous nous plaçons.

Dans tout travail de modélisation, il est nécessaire de définir le système étudié et d'effectuer un certain nombre d'hypothèses afin de résoudre le problème. Ainsi, il est naturel dans le domaine de la modélisation physique d'avoir recours à la notion d'échelle et de temps caractéristiques afin de simplifier certains phénomènes en les regroupant dans une même catégorie. La nature étant très hétérogène, le choix d'une échelle ou d'une autre n'est pas anodin et peut orienter le travail dans des directions très différentes. De plus, la notion d'échelles peut apparaître à différents endroits pour une même question de départ. À titre d'exemple, lors de l'étude thermique d'un sol la question de la finesse de la représentation de ses constituants va nécessairement se poser : taille des pores, milieu homogène équivalent de l'ordre du mètre, etc. Il est évident que la résolution spatiale et temporelle des données d'entrée du modèle auront également un impact, indépendamment des échelles sélectionnées pour le système étudié. Ces choix vont s'opérer au regard de la question de départ mais aussi, et bien souvent, en fonction des connaissances de modélisation pour le système concerné et de la disponibilité pour les données d'entrée. Toujours pour l'exemple d'un sol, il est relativement facile de modéliser les transferts thermique et hydrique pour un milieu homogène équivalent mais ça l'est beaucoup moins si on souhaite distinguer les pores entre eux et les différentes phases de la matière (liquide, solide, gaz). Enfin, cette thèse s'intéressant à la question de l'implantation de panneaux photovoltaïques en milieu urbain, quelques éléments sont donnés sur l'échelle climatique urbaine.

Les échelles climatiques sont décomposées selon les directions horizontale et verticale. À

chaque échelle, correspond un modèle adapté comme nous l'avons mentionné précédemment. L'échelle la plus large est l'**échelle planétaire** avec des surfaces de plusieurs millions de kilomètres carrés. Cette échelle est utilisée par les modèles de climatologie développés par MÉTÉO-FRANCE par exemple et la largeur des mailles est de plusieurs centaines de kilomètres. Elle est bien adaptée pour étudier le climat sur une planète donnée. À une échelle inférieure, on retrouve l'**échelle synoptique** recouvrant quelques centaines à quelques milliers de kilomètres carrés. En descendant d'un étage encore, nous avons la **méso-échelle** avec quelques centaines de kilomètres carrés. À cette échelle, il est possible de s'intéresser à des interactions plus spécifiques entre la surface terrestre et l'atmosphère, notamment en milieu urbain. Pour terminer, la plus petite échelle climatique est l'**échelle microclimatique** où les bâtiments, la végétation, les obstacles sont pris en compte et peuvent participer directement à la modification des flux d'énergie. Les mailles horizontales recouvrent généralement quelques mètres seulement et les rugosités des différentes surfaces peuvent être prises en considération, notamment pour l'écoulement d'air. Par ailleurs, les gradients thermiques et hydriques sont détaillés à cette échelle.

Concernant les échelles verticales en partant des plus petites aux plus grandes, nous avons d'abord la troposphère qui s'étend jusqu'à une dizaine de kilomètres. Se trouve ensuite la stratosphère jusqu'à environ cinquante kilomètres puis la mésosphère jusqu'à un peu moins de cent kilomètres. En haute atmosphère, la thermosphère contient un air très raréfié puis l'exosphère. Dans ce qui suit, seuls les phénomènes à l'échelle de la troposphère seront considérés car c'est à cette échelle qu'a lieu la totalité des échanges d'énergie entre l'atmosphère et la surface. Évidemment, en fonction de la période d'observation des échanges entre la surface et la troposphère, une hauteur plus ou moins importante de cette dernière va influencer ces échanges. Ainsi, pour une durée de quelques heures à une journée, seule la Couche Limite Atmosphérique (CLA) (appelée Atmospheric Boundary Layer (ABL)), épaisse d'une centaine de mètres à trois kilomètres, va participer aux échanges. Dans cette zone, le bilan d'énergie de surface et la topographie du terrain vont influencer les échanges thermiques et l'écoulement aérodynamique, tout particulièrement en journée. Au-delà de la CLA, on retrouve l'atmosphère libre où l'impact de la surface est moins important voire négligeable. La CLA se divise elle-même en deux sous-couches, la Couche Limite de Surface (CLS) (Surface Layer (SL)) où le flux est dominé par la friction avec la surface et la Zone de Mélange (Mixing Layer). La CLS représente environ les 10 % inférieurs de la CLA. En situation urbaine, la CLA va se décomposer différemment de ce qui vient d'être explicité, on parle alors de Couche Limite Urbaine (CLU) (Urban Boundary Layer (UBL)) et on peut y distinguer trois nouvelles sous-couches :

- La couche de canopée (Urban Canopy Layer (UCL)) qui s'étend du sol à la hauteur moyenne des arbres et des bâtiments, soit environ une dizaine de mètres. Les échanges de chaleur et de masse dans la canopée sont très difficiles à modéliser car les surfaces d'échanges sont souvent compliquées à décrire et très hétérogènes. De plus, les phénomènes physiques qui s'y déroulent ont lieu à des échelles de temps assez courtes, notamment les échanges radiatifs.
- La sous-couche de rugosité (Roughness Sublayer (RSL)) de la surface du sol à environ cinq fois la hauteur des bâtiments. Dans cette zone, l'écoulement d'air est fortement perturbé par les différents obstacles du mobilier urbain et des structures turbulentes sont créées et il est très difficile de déterminer un profil de vent type (encart 1.8).
- La sous-couche Inertielle (Inertial Sublayer (ISL)) qui trône au-dessus de la sous-couche de rugosité entre 25 m et 250 m et dans laquelle le profil de vent est considéré logarith-

mique à cause du cisaillement de la turbulence (encart 1.7). À cette échelle, on voit apparaître un mélange turbulent et l'écoulement est mieux structuré que dans la sous-couche de rugosité.

Les échelles et couches explicités précédemment sont résumées sur la figure 1.1 adaptée de OKE et al. [1].



FIG. 1.1. : Échelles climatiques et atmosphériques : de l'échelle méso à l'échelle macro en passant par l'échelle locale. Schéma adapté de OKE et al. [1].

### 1.2.2. Bilan d'énergie et Bilan de masse

L'écriture des équations bilans d'un système est fondamentale pour prédire son comportement thermique et/ou hydrique. C'est également une étape commune pour les systèmes «toiture végétale» ou «panneau photovoltaïque» qui seront introduits par la suite. Nous présentons le bilan d'énergie pour une surface s'apparentant à un sol, mais il est aisé de transposer la démarche à d'autres types de surface. Dans tout ce qui suit, les flux seront exprimés en W  $\cdot$  m<sup>-2</sup> et une attention particulière sera portée sur le flux d'évapotranspiration.

#### 1.2.2.1. Transferts de chaleur et de masse

Avant de détailler la forme du bilan de surface, nous présentons les différents flux qui entrent en considération dans un tel bilan. Ils peuvent être principalement de deux natures : thermique et hydrique. Seuls les éléments essentiels sont rappelés ici, ces notions faisant l'objet de développements plus exhaustifs dans les travaux de MONTEITH et UNSWORTH [2] et OKE et al. [3].

**Transferts radiatifs** : Le premier type de transfert qui intervient lorsqu'il s'agit d'étudier le bilan d'énergie d'une surface en environnement urbain est celui correspondant à la contribution solaire et aux échanges radiatifs avec les autres éléments de l'environnement. Le rayonnement solaire est la principale (voire la seule) source d'énergie du système Terre. De plus, le transfert radiatif est particulièrement impacté par le mobilier urbain avec la présence de nombreux masques solaires et des réflexions multiples. Le soleil peut être considéré comme un corps noir à une température de 5780 K (notée  $T_s$  dans la suite) et l'intervalle spectral du rayonnement utile se situe dans l'intervalle  $[\lambda_m(T_s)/2, 8\lambda_m(T_s)]$  où  $\lambda_m(T_s)$  est la longueur d'onde à laquelle le rayonnement solaire atteint son intensité maximale. Pour le Soleil, on a  $\lambda_m(T_s) = 0, 5\mu m$  et l'intervalle du rayonnement utile est alors donné par :  $[0,25 \mu m, 4 \mu m]$ . L'atmosphère va aussi interagir avec le rayonnement solaire incident et il est généralement considéré qu'elle est transparente pour les longueurs d'onde comprises entre  $[3 \mu m, 5 \mu m]$  d'une part et  $[8 \mu m, 14 \mu m]$  d'autre part.

L'énergie moyenne reçue par la totalité de l'atmosphère de la part du Soleil et de la partie visible est de  $342 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ . Après absorption et ré-émission par l'atmosphère, une surface disposée perpendiculairement au Soleil reçoit environ  $1000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  au maximum en France, en été et par temps clair.

Traditionnellement et surtout dans la communauté des physiciens du climat, le rayonnement solaire est décomposé en deux contributions principales : une première qualifiée de rayonnement aux **courtes longueurs d'onde** (abrégée par *SW* pour *Short-Wave*) correspondant à des longueurs d'onde inférieures à 4  $\mu$ m (c'est le rayonnement solaire incident sans ré-émission par l'atmosphère) et une seconde aux **grandes longueurs d'onde** (abrégée par *LW* pour *Long-Wave*) au-delà de 5  $\mu$ m pour les échanges dans la gamme des infrarouges.

Un élément important dans ce travail est le rayonnement solaire au niveau du sol après atténuation par l'atmosphère (encart 1.3). En effet, lorsque le rayonnement solaire traverse l'atmosphère, plusieurs processus d'absorption et de diffusion ont lieu modifiant l'intensité et la quantité du rayonnement reçu en fonction du lieu, du moment de la journée, de la saison etc. Classiquement, le rayonnement solaire au niveau du sol est divisé en deux composantes principales : les rayonnements *Direct* et *Diffus*. Le rayonnement direct correspond à la partie reçue dans l'angle solide du Soleil alors que la partie diffuse comprend tout le reste, c'est-à-dire le rayonnement émis, réfléchis et transmis par la voûte céleste, les nuages etc. La somme des rayonnements direct et diffus s'appelle le *rayonnement global*. De façon conventionnelle, on considère très souvent le rayonnement global sur une surface horizontale. Dans la suite, on note respectivement  $\phi_b$ ,  $\phi_d$  et  $\phi_g$  les rayonnements direct, diffus et global. Alors que le rayonnement direct peut atteindre un maximum d'environ 1000 W · m<sup>-2</sup>, le rayonnement diffus lui ne dépasse que très rarement les 200 W · m<sup>-2</sup>. La composante diffuse est plus importante lorsque le Soleil n'est pas au zénith car les phénomènes d'absorption et de diffusion par l'atmosphère sont bien plus importants.

En définissant l'angle zénithal, noté  $\theta$ , comme l'angle entre la direction du Soleil et la verticale du lieu considéré, on peut écrire le rayonnement global sur une surface horizontale selon l'équation (1.4).

$$\phi_g = \phi_b \cos(\theta) + \phi_d \tag{1.4}$$

#### 1.2 Linéarisation du transfert radiatif

D'après la loi de Stefan, le transfert radiatif entre un corps à la température T et son environnement à la température radiative  $T_{rad.}$  s'exprime à la puissance quatre des températures mises en jeu. Ainsi, le flux radiatif échangé entre le système et son environnement s'écrit :

$$\phi_{\text{rad.}}(T) = \epsilon \sigma (T^4 - T_{\text{rad.}}^4) \tag{1.1}$$

où  $\epsilon$  est l'émissivité de la surface considérée et  $\sigma$  est la constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma = 5, 67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ ). Dans les applications environnementales, les températures T et  $T_{\text{rad.}}$  et les écarts de température sont faibles, une linéarisation est alors justifiée si  $(T - T \text{rad.})/T_{\text{rad}} << 1$ . En écrivant la linéarisation du flux  $\phi_{\text{rad.}}$  à l'ordre 1 autour d'une température de référence notée  $T_{\text{ref.}}$ :

$$\phi_{\rm rad.}(T) \approx \epsilon \sigma (T_{\rm ref.}^4 - T_{\rm rad.}^4) + 4\epsilon \sigma T_{\rm ref.}^3 (T - T_{\rm ref.})$$
(1.2)

En considérant la température de référence égale à la température de l'environnement, c'est-à-dire pour  $T_{\text{ref.}} = T_{\text{rad.}}$  alors on obtient l'expression classique du flux radiatif linéarisé autour d'une température de référence :

$$\phi_{\rm rad.} = h_{\rm rad.} (T - T_{\rm ref.}) \tag{1.3}$$

avec  $h_{\rm rad.} = 4\epsilon\sigma T_{\rm ref.}^3$  le coefficient radiatif linéarisé en W  $\cdot$  m<sup>-2</sup>  $\cdot$  K<sup>-1</sup>.

**Température de ciel** : La plupart des instruments de mesure du rayonnement solaire permettent d'acquérir le rayonnement solaire global horizontal (pyranomètre) mais sans distinction entre le rayonnement direct et le rayonnement diffus (accessibles avec un pyrhéliomètre). Lorsque les travaux s'intéressent à la modélisation des échanges par rayonnement entre un système et son environnement en milieu urbain, il est nécessaire d'introduire une température radiative pour l'environnement (encart 1.2). La température du fond diffus cosmologique est généralement considérée à 3 K mais la température radiative de la voûte céleste est généralement plus élevée grâce à l'absorption d'une partie du rayonnement solaire. Dans de nombreux travaux de simulation, la température d'échange radiatif est prise à la température de l'air mais ce choix est remis en cause depuis plusieurs années (par exemple dans le travail de modélisation de CAVADINI et COOK [4]), notamment dans le domaine de la thermique du bâtiment. En effet, dans ce type d'études, un refroidissement radiatif est observé entre le système et la voûte céleste, notamment en saison estivale où la température de l'air est bien supérieure à la température de ciel. Beaucoup d'études s'intéressent donc à l'évaluation d'une température de ciel pour prendre en compte cet échange radiatif et sont souvent valables aux seuls endroits où elles ont été effectuées (Alados, Foyo-Moreno et Alados-Arboledas [5], Carmona, Rivas et Caselles [6], DAI et FANG [7], DUARTE, DIAS et MAGGIOTTO [8] et LI, JIANG et COIMBRA [9]). Les corrélations développées concernent l'émissivité et la température du ciel, et les résultats principaux sont rappelés ici.

En conditions de ciel clair, l'atmosphère est semi-transparente dans l'intervalle de longueurs d'onde comprises entre [8, 13] µm et c'est dans cette fenêtre que le refroidissement radiatif est le plus important. L'hypothèse la plus importante, et aussi la plus discutable, est de considérer

#### 1.3 Atténuation atmosphérique

Deux types de diffusion sont rencontrées dans l'atmosphère pour le rayonnement provenant du Soleil. La diffusion de *Rayleigh* par les molécules de gaz présentes dans l'atmosphère et dont la taille est bien plus petite que la longueur d'onde de la lumière. Rayleigh a également montré que l'efficacité de la diffusion est inversement proportionnelle à la puissance quatrième de la longueur d'onde et que par conséquent, la lumière bleue est bien mieux diffusée que la lumière rouge, d'où la couleur bleue du ciel. La diffusion de *Mie* correspond aux processus de diffusion par des particules de taille beaucoup plus grande que celles de la théorie de Rayleigh. Le rayonnement solaire, en plus d'être diffusé dans l'atmosphère, peut être absorbé par les gaz et les aérosols qui y sont présents : la vapeur d'eau, la couche d'ozone, le dioxyde de carbone, etc. Là où les processus de diffusion vont simplement modifier la direction du rayonnement, l'absorption atmosphérique implique un échange énergétique entre le rayonnement incident et l'atmosphère. Le rayonnement est particulièrement bien absorbé dans la partie infrarouge, en particulier par la vapeur d'eau.

Une notion importante, tout particulièrement dans le domaine photovoltaïque, est le *co-efficient de masse d'air*. Il correspond au rapport entre la longueur du chemin optique moyen d'un rayon dans l'atmosphère à cette même longueur mais pour un Soleil au zé-nith.



le ciel comme un corps noir d'émissivité 1. D'autres modèles considèrent l'atmosphère comme un corps gris et les corrélations sont développées sur l'émissivité. Dans la suite, on note  $\phi_{sky}$  $(W \cdot m^{-2})$  le flux échangé entre une surface et le ciel.

$$\phi_{\rm sky} = \epsilon \sigma F (T^4 - T_{\rm sky}^4) \qquad (1.5) \qquad T_{\rm sky}^4 = \epsilon_{\rm sky} T_{\rm air}^4 \qquad (1.6)$$

où  $\epsilon$  et *T* sont l'émissivité et la température de la surface considérée, *F* est le facteur de forme entre la surface et la voûte céleste. Les corrélations développées dans la littérature se divisent en deux catégories : les modèles **directs** où la température de ciel est calculée directement à partir de la température de l'air et les modèles d'**émissivités**. D'autres types de modèles étudient le contenu en gaz et aérosols de l'atmosphère afin d'en déterminer ses propriétés radiatives. En toute rigueur, la seule possibilité de bien traiter ce problème est de renoncer à considérer un ciel gris et de travailler spectralement. Les modèles sont ensuite divisés en modèles pour ciel par temps clair (*clear sky models*) et par temps couvert (*cloudy sky models*).

Deux corrélations largement utilisées dans la littérature par ciel clair sont celles de Swinbank (1.7) (SWINBANK [10]) et Garg (1.8) (GARG [11]).

$$T_{\rm sky} = 0,0552T_{\rm air}^{1,5}$$
 (1.7)  $T_{\rm sky} = T_{\rm air} - 20$  (1.8)

Les modèles directs pour  $T_{sky}$  en conditions de ciel couvert souvent utilisés sont ceux de DREYFUS et HILLEARY [12] et WHILLIER [13].

$$T_{\rm sky} = T_{\rm air}$$
 (1.9)  $T_{\rm sky} = T_{\rm air} - 6$  (1.10)

Des modèles plus complets faisant intervenir la pression de vapeur d'eau dans l'air, la fraction de couverture nuageuse ou encore l'humidité de l'air ont également été proposés dans la littérature mais sont tout autant limités aux endroits où ils ont été établis. La norme ISO 13790 permet de calculer la température du ciel sans connaissance des variables météorologiques. Dans cette norme, en déterminant la zone climatique selon la classification de Köppen, une formule directe est proposée en fonction de la température ambiante. La formule utilisée pour un climat tempéré, selon la norme ISO13790, est donnée par l'équation (1.11).

$$T_{\rm sky} = T_{\rm air} - 11 \tag{1.11}$$

Nous présentons également les modèles mis en place dans les logiciels TRNSYS et Energy-Plus qui font référence dans le domaine de la simulation thermique du bâtiment. Pour TRNSYS, le facteur de nébulosité est calculé selon l'équation (1.12).

$$CF = \left(1, 4286\frac{\phi_d}{\phi_g} - 0, 3\right)^{0.5}$$
(1.12)

La température de ciel est calculée en utilisant la corrélation donnée par l'équation (1.13) (MARTIN et BERDAHL [15]).

$$T_{\rm sky} = T_{\rm air} \left[ \epsilon_{\rm sky} + 0, 8(1 - \epsilon_{\rm sky}) \rm CF \right]^{0,25}$$
(1.13)

### 1.4 Classification de Köppen

La classification de Köppen-Geiger est basée sur les données de précipitations et de températures et permet de repérer les zones climatiques à l'aide d'un code à deux ou trois lettres. La première lettre permet de définir le type de climat et va de A à E. La deuxième lettre concerne le statut des précipitations et la troisième et dernière lettre caractérise les variations de température à l'échelle annuelle. À Nancy, le code Köppen-Geiger (encart 1.4) est *Cfb* ce qui correspond à un climat tempéré (lettre *C*) avec des précipitations tous les mois (lettre *f*) et un été tempéré avec des températures relativement chaudes. (lettre *b*).



FIG. 1.3. : Classification de Köppen-Geiger à l'échelle mondiale (BECK et al. [14]).

avec  $\epsilon_{sky} = \epsilon_{clear-sky} + \epsilon_{cloud}(1 - \epsilon_{clear-sky})f_{cloud}$  où  $\epsilon_{clear-sky}$  est l'émissivité du ciel par temps clair et  $\epsilon_{cloud}$  est l'émissivité des nuages.

La température radiative d'échange est ensuite calculée en prenant en compte un facteur de forme de la surface vis-à-vis de la voûte céleste  $f_{sky}$  selon l'équation (1.14).

$$T_{\rm sky}^{\rm eff.} = f_{\rm sky} T_{\rm sky} + (1 - f_{\rm sky}) T_{\rm air}$$
 (1.14)

Dans le logiciel EnergyPlus, le flux horizontal infrarouge est calculé selon l'équation (1.15).

$$\phi_d = \epsilon_{\rm sky} \sigma T_{\rm air}^4 \tag{1.15}$$

avec  $\epsilon_{sky}$  modélisée à partir de la formule de Walton (1.16) basée sur un site expérimental à Washington (USA).

$$\epsilon_{\rm sky} = 0,787 + 0,764 \ln \left( T_{dp}/273 \right)$$
 (1.16)

où  $T_{dp}$  est la température au point de rosée. Une formule existe aussi pour des conditions avec couverture nuageuse et a été proposée par Clark et Allen (CLARK et Allen [16]) :

$$\epsilon_{\rm sky} = 0,787 + 0,764 \ln(T_{dp}/273)C_a$$
 (1.17)

où  $C_a = 1 + 0,0224N - 0,0035N^2 + 0,00028N^3$  est un facteur de correction pour prendre en compte la couverture nuageuse avec N la nébulosité prenant une valeur de 0 à 8. Finalement, la température de ciel est évaluée en utilisant l'équation :

$$T_{\rm sky} = \left(\frac{\phi_d}{\sigma}\right)^{0,25} \tag{1.18}$$

Dans les chapitres 3 à 5, les équations (1.7) à (1.11) seront principalement utilisées pour nos simulations.

**Propriétés radiatives des milieux** : Dans ce travail de thèse, on s'intéresse à un système en milieu urbain où il existe un nombre important de surfaces aux propriétés physiques différentes (végétation, surfaces minérales, etc), notamment radiatives. Nous présentons ici quelques éléments synthétiques sur les propriétés radiatives des surfaces mises en jeu. On définit la réflectivité spectrale d'une surface  $\rho(\lambda)$  et la réflectivité totale  $\bar{\rho}$  selon l'équation (1.19) (MONTEITH et UNSWORTH [2]). Le nom usuellement rencontré pour le coefficient de réflexion dans la communauté des physiciens du climat est *albédo*. On note également  $\tau(\lambda)$  la transmittivité.

$$\bar{\rho} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \rho(\lambda)\phi(\lambda)d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \phi(\lambda)d\lambda}$$
(1.19)

Pour les sols avec un contenu organique relativement élevé, la réflectivité spectrale intégrée sur le spectre solaire est de l'ordre de 10 %. La réflectivité d'un sol diminue avec l'augmentation de sa teneur en eau à cause des réflexions internes dans les gouttes d'eau qui tendent à piéger le rayonnement incident. Les feuilles ont une réflectivité supérieure à 0,7 pour les longueurs d'onde inférieures à 700 nm et une chute importante vers 730 nm. Ce comportement du coefficient d'absorption explique une partie du fonctionnement biologique des végétaux. À l'échelle



FIG. 1.4. : Indices de réflexion, transmission et absorption d'une feuille verte d'après Monteith et Unsworth [2].

de la canopée, on définit l'*indice de surface foliaire (LAI* pour Leaf Index Area) qui correspond à la surface totale des plantes au-dessus d'une unité de surface du sol. Cet indice peut donc être supérieur à 1 si les feuilles se recouvrent dans un couvert dense. Un couvert végétal dense va intercepter le rayonnement et de nombreuses réflexions vont avoir lieu entre les différents éléments de la canopée. Les coefficients de réflexion sont très dépendants du type de plante et de l'architecture de la canopée mais il est généralement observé une réflexion assez faible lorsque le Soleil est au zénith et une augmentation lorsqu'il se trouve à l'horizon (tendance à la diminution des effets de piégeage dans la végétation).

**Transferts convectifs** : Les transferts convectifs se font par l'intermédiaire d'un fluide présentant un mouvement d'ensemble. Plusieurs types de convection sont distingués : la convection *naturelle ou libre*, la convection *forcée* et la convection *mixte* qui est une association des deux premières. Dans le cas de la convection forcée, le fluide est mis en mouvement par un moyen extérieur alors que pour la convection naturelle, des phénomènes naturels comme les forces de flottabilité créées par des différences de densité et de température dans le fluide. Dans le cadre de ce travail, on ne traitera que de convection *externe* car on ne considère que l'écoulement de fluide sur une surface ouverte et pas dans une enceinte fermée.

Les transferts convectifs sont très dépendants des propriétés thermiques du fluide : la viscosité dynamique  $\mu$ , la conductivité thermique k, la densité  $\rho$ , la chaleur spécifique  $C_p$  et la vitesse du fluide v. Ces transferts dépendent aussi beaucoup de la géométrie étudiée, les transferts seront ainsi bien différents sur une surface plane et sur une surface très rugueuse ou présentant de nombreux obstacles avec tous les autres paramètres égaux par ailleurs. Une manière de modéliser le flux convectif  $\phi_{cv}$  (W · m<sup>-2</sup>) est donnée par la loi de refroidissement de Newton selon l'équation :

$$\phi_{\rm cv} = h_{\rm cv} (T_s - T_\infty) \tag{1.20}$$

où le coefficient  $h_{cv}$  est le coefficient de convection exprimé en W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-1</sup>,  $T_s$  est la température de la surface et  $T_{\infty}$  est la température du fluide *loin* de la surface. Malgré l'apparence très simple de cette relation pour le flux convectif, il ne faut pas perdre de vue que toute la complexité de ce transfert thermique est maintenant résumée dans l'expression du coefficient  $h_{cv}$  et est très complexe à déterminer pour les différentes configurations possibles. Au niveau de la surface, les forces visqueuses agissent et pour une condition de non-glissement (vitesse du fluide nulle à la paroi), un gradient de vitesse apparaît. Il y a donc une zone de transition pour le fluide entre la surface et le fluide loin de cette surface. Cette couche est généralement désignée par le terme de *couche limite*. Pour les transferts convectifs, il est très courant de définir des nombres adimensionnels pour grouper les variables et en réduire leur nombre. En convection forcée, on parlera des nombres de Nusselt (Nu) et de Reynolds (Re) principalement. Ces nombres font intervenir les propriétés thermophysiques du fluide, la dimension caractéristique du système étudié ( $L_c$ ) et le coefficient convectif (h) (encart 1.5).



(b) Couche limite thermique.

FIG. 1.5. : Représentation des couches limites pour la vitesse et la température et la définition des valeurs de  $\delta_u$  et  $\delta_t$ .

La notion de couche limite est particulièrement importante dans le cadre des transferts convectifs car les mouvements du fluide et les échanges thermiques y sont particulièrement complexes. On distingue les notions de couches limites pour la vitesse et la température. Pour représenter la couche limite en vitesse, l'exemple d'une surface plane avec un fluide incident à la vitesse u dans la longueur de la plaque est souvent utilisé (voir figure 1.5). Dans la première phase de l'écoulement, le fluide est en régime laminaire puis une zone de transition vers le régime turbulent apparaît. La hauteur verticale  $\delta_u$  par rapport à la plaque dans laquelle les forces visqueuses sont présentes s'appelle la couche limite. Pour la vitesse, on définit  $\delta_u$  comme étant la distance à partir de laquelle on a u = 0,99 u où u est la vitesse du fluide établie dans la direction x. De la même manière, on peut définir une couche limite thermique pour un fluide s'écoulant sur une paroi à une température différente. Un profil thermique va se développer de la paroi vers le fluide et une nouvelle épaisseur  $\delta_t$  est introduite en la définissant par la distance verticale à partir de laquelle  $T - T_s = 0,99(T_{\infty} - T_s)$  où T est la température du fluide dans la direction verticale (comprise entre  $T_s$  la température de surface de la plaque et  $T_{\infty}$  la température du fluide loin de la surface). Les couches limites pour la vitesse et la température sont représentées sur la figure 1.5. On considère classiquement un découpage en quatre régions pour la couche limite turbulente en fonction de la distance à la surface. La première couche, très fine, est la sous-couche visqueuse. Dans cette région, le profil de vitesse est presque linéaire. La seconde couche est la *couche tampon* où l'écoulement est toujours dominé par les effets visqueux mais avec présence de turbulence. La troisième couche est celle de recouvrement où les transferts turbulents sont bien plus présents mais pas dominants. Enfin la quatrième et dernière couche est la couche de turbulence où les effets visqueux sont complètement dominés. Les transferts convectifs sont bien plus efficaces lorsque l'écoulement est turbulent. C'est d'ailleurs un effet recherché dans l'industrie pour certaines applications (refroidissement rapide, échanges entre deux fluides caloporteurs, etc).

Pour terminer cette partie introductive sur les transferts convectifs, nous présentons les équations principales qui gouvernent ce type de transferts, à savoir l'équation de continuité (ou conservation de la masse), l'équation de conservation de la quantité de mouvement et l'équation de conservation de l'énergie. On considère à nouveau une surface plane dirigée horizontalement selon la direction x et avec une normale orientée selon la direction y.

L'équation de conservation de la masse est très simplement obtenue en écrivant que la matière ne peut pas être créée ou détruite au cours d'un processus et en écrivant que le flux de matière entrant doit égaliser le flux sortant. On obtient de cette façon l'équation (1.26), ici en 2D mais généralisable en 3D sans difficulté.

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial v(x,y)}{\partial y} = 0$$
(1.26)

Avec la notation d'Einstein, on peut généraliser ce résultat en 3D selon l'équation (1.27).

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1.27}$$

On écrit les équations de la conservation de la quantité de mouvement (1.28) en considérant un volume de contrôle dans la couche limite et en appliquant la seconde loi de Newton. La quantité de mouvement est le produit de la masse et de la vitesse. Les forces agissant sur le volume de contrôle sont les forces de gravité (éventuellement les forces électrique, magnétique), les forces de pression et les forces visqueuses en surface.

$$\rho \frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{1.28}$$

avec  $\frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  et  $\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{u_k}{x_k}\right)\delta_{ij}$  et  $S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$  en utilisant la notation d'Einstein et avec  $\delta$  le symbole de Kronecker. Le premier terme du membre de droite représente

#### **1.5 Nombres adimensionnés en convection forcée**

Le nombre de Nusselt (1.21) représente le rapport entre les transferts par convection et par conduction dans le fluide.

$$Nu = \frac{h_{cv}L_c}{k}$$
(1.21)

Plus grand est le nombre de Nusselt et plus le transfert convectif est dominant. Pour distinguer les régimes d'écoulement *laminaire* et *turbulent*, le nombre de Reynolds (1.22) doit être calculé. Évidemment, une transition existe entre ces deux régimes mais des intervalles sur le nombre de Reynolds en fonction de la configuration étudiée permettent de distinguer les cas. Ce nombre représente le ratio entre les forces d'inertie et les forces visqueuses dans le fluide. Pour des nombres de Reynolds élevés, des mouvements aléatoires apparaissent dans le fluide et les forces visqueuses ne peuvent pas les compenser. Dans ces cas, le fluide est turbulent. De nombreuses expérimentations ont été menées afin de déterminer la valeur du *Reynolds critique*, c'est-à-dire la valeur que prend ce nombre pour distinguer le régime laminaire du régime turbulent, pour différentes configurations géométriques, d'écoulement etc. La plupart des écoulements, en milieu industriel ou en milieu urbain avec l'écoulement du vent pour ce qui nous intéresse, sont de nature turbulente. En effet, les écoulements purement laminaires ne se rencontrent que lorsque le fluide est très visqueux ce qui n'est pas le cas avec l'air par exemple.

$$Re = \frac{\rho u L_c}{\mu} = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces visqueuses}}$$
(1.22)

où u est la vitesse du fluide (m · s<sup>-1</sup>),  $L_c$  est la longueur caractéristique du système (m),  $\rho$  est la densité du fluide (kg · m<sup>-3</sup>) et  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide (Pa · s).

Un troisième nombre adimensionné utilisé pour les transferts convectifs est celui de Prandtl, noté Pr (1.23). Pour les gaz, le nombre de Prandtl est environ égal à 1 car la quantité de mouvement et la chaleur se dissipent au même taux. En revanche, pour les liquides, le nombre de Prandtl est bien plus inférieur à 1 car la chaleur diffuse beaucoup mieux dans ces derniers et la couche limite thermique est plus épaisse.

$$\Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{k} = \frac{\text{diffusivité de la quantité de mouvement}}{\text{diffusivité thermique}}$$
(1.23)

*Remarque* : les propriétés thermophysiques qui apparaissent dans les différents nombres adimensionnés doivent être pris à la température de film  $T_{\text{film}}$  généralement calculée comme la moyenne des température de surface et du fluide loin de la paroi.

#### 1.6 Nombres adimensionnés en convection naturelle

De façon analogue à ce qui a été développé pour la convection forcée, des nombres adimensionnés peuvent être introduits pour la convection naturelle. Le nombre de Nusselt conserve sa définition introduite précédemment alors que le nombre de Reynolds doit être remplacé par un nouveau car on ne peut plus parler de vitesse du fluide dans ce cas. On définit alors le nombre de Grashof (1.24).

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta (T_s - T_{\infty}) L_c^3}{\mu^2}$$
(1.24)

où g est l'accélération de la pesanteur (m  $\cdot$  s<sup>-2</sup>),  $\beta$  est le coefficient de dilatation thermique (K<sup>-1</sup>).

les forces de pression et le second terme, les forces visqueuses.

Enfin, la conservation de l'énergie (1.29) s'exprime en considérant que la différence entre l'énergie entrante et sortante du système doit être égale à l'énergie stockée dans le système. On donne ici l'équation de conservation de l'énergie écrite sur la température.

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \mathcal{P} + k \frac{\partial T}{\partial x_j x_j}$$
(1.29)

où  $\mathcal{P}$  est une éventuelle puissance volumique.

TAB. 1.2. : Valeurs typiques de hauteurs de rugosité et hauteurs de déplacement en milieu naturel et milieu urbain.

Type de surface	Hauteur de rugosité	Hauteur de déplacement
Eau	0,1 mm to 1 mm	-
Sol nu	0,01 m to 0,02 m	-
Herbe	0,03 mm to 0,06 mm	0,1 m to 0,3 m
Terres agricoles	0,05 m to 0,15 m	0,2 m to 0,7 m
Forêts	0,8 m to 2 m	9 m to 24 m
Maisons isolées	0,3 m to 0,8 m	9 m to 24 m
Maisons en ville	0,7 m to 1,5 m	3,5 m to 8 m
Immeubles	0,8 m to 2 m	7 m to 15 m
Tours	> 2 m	> 12 m

**Transferts conductifs** : Le transfert par conduction correspond physiquement au transfert d'énergie des particules les plus énergétiques vers celles qui sont dans un état de plus basse énergie. Ce transfert peut avoir lieu dans la matière solide, liquide ou gazeuse. La loi de Fourier (1.32) permet de décrire le flux conductif ( $\phi_{cd}$  en W · m<sup>-2</sup>) en écrivant que ce flux est proportionnel au gradient de température dans le milieu avec une constante de proportionnalité appelée conductivité thermique et notée *k*. La conductivité thermique mesure la capacité du milieu à conduire la chaleur.

$$\phi_{cd} = -k\nabla T \tag{1.32}$$

où le flux conductif est écrit sous forme vectorielle.

#### **1.7 Quelques notions de turbulence**

Le célèbre physicien Richard Feynman, prix Nobel 1965, disait «Turbulence is the most important unsolved problem of classical physics.» Cette citation est toujours d'actualité car les principes physiques derrière le phénomène de turbulence restent toujours relativement mystérieux et font toujours l'objet d'intenses recherches théoriques mais également pratiques. Nous présentons ici quelques notions fondamentales sur la notion de turbulence, notions qui seront utiles dans le chapitre 5.

La turbulence est caractérisée par des mouvements aléatoires et rapides du fluide avec la création de *tourbillons*. La création de ces structures tourbillonnaires sont des lieux permettant au fluide d'échanger de l'énergie entre différentes zones de ce dernier. À cause des fluctuations rapides des grandeurs physiques du fluide autour de leurs valeurs moyennes, on exprime souvent ces grandeurs comme la somme de la valeur moyenne et de la fluctuation. Cette décomposition est donnée à titre d'exemple dans l'équation (1.25) pour une des composantes de la vitesse où  $\bar{u}$  est la valeur moyenne de la vitesse et u' est la composante fluctuante.

$$u = \bar{u} + u' \tag{1.25}$$

Ce même type de décomposition peut être opéré pour les autres grandeurs physiques, telles que la pression, la température, etc.

La moyenne correspond à la valeur moyenne observée sur un temps suffisamment large et de telle sorte que la moyenne de la composante fluctuante sur cet intervalle soit nulle, c'est-à-dire  $\bar{u'} = 0$ .



FIG. 1.6. : Fluctuations turbulentes de la vitesse (u') autour de la valeur moyenne  $\bar{u}$ . La création de turbulence est possible grâce à des processus mécaniques et thermiques en fonction des propriétés des surface (rugosité) et l'intensité du flux de chaleur sensible. Les tourbillons créés sont alors temporaires et sont voués à disparaître en cédant leur énergie au fluide. En général, les grands tourbillons se décomposent en plus petits tourbillons (*cascade de Kolmogorov*) avec un transfert continu de l'énergie entre chaque échelle de la cascade. Lorsque les tourbillons atteignent une taille suffisamment petite, les effets visqueux vont reprendre le dessus et l'énergie cinétique du fluide est convertie en énergie thermique, c'est le phénomène de *dissipation turbulente*.

#### 1.8 Profil de vent en milieu urbain

Dans la sous-couche inertielle, la vitesse moyenne du vent  $\bar{u}$  est indépendante de la position horizontale et seule l'information sur l'évolution de cette vitesse avec la hauteur par rapport à la surface entre en jeu. En milieu urbain, la complexité géométrique de la ville est modélisée par une rugosité équivalente où les détails des nombreux obstacles ne sont pas étudiés individuellement. Ainsi, le milieu urbain introduit une hauteur de déplacement  $z_d$  à partir de laquelle l'écoulement peut se développer. Un profil de vent couramment utilisé dans la communauté des climatologues urbains est le *profil logarithmique* (1.30).

$$u(z) = \frac{u_{\star}}{\kappa} \ln\left(\frac{z - z_d}{z_0}\right) \tag{1.30}$$

où  $u_{\star}$  est la vitesse de friction (m · s<sup>-1</sup>),  $\kappa$  est la constante de von Kármán (0,4),  $z_0$  est la longueur de rugosité (m) dépendante du type de surface et  $z_d$  est la hauteur de déplacement (m).

Un autre profil souvent utilisé est le *profil en loi puissance* (1.31).

$$u(z) = \bar{u_2} \left[ \frac{z - z_d}{z_2 - z_d} \right]^{\alpha}$$
(1.31)

où  $\bar{u}_2$  (m · s<sup>-1</sup>) est la vitesse moyenne à une hauteur  $z_2$  (généralement prise à 2 m). Quelques valeurs usuelles sont données pour les valeurs d'hauteurs de rugosité, hauteur de déplacement pour des applications en milieu naturel et en milieu urbain dans le tableau 1.2. La plupart des métaux sont de très bons conducteurs et possèdent une conductivité thermique élevée, au-delà de  $100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}$ . En revanche, les matériaux comme le bois et le plastique sont plutôt des isolants thermiques et leurs conductivités thermiques sont souvent inférieures à  $1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Avant de décrire l'équation de la chaleur, il faut mentionner qu'une source de chaleur peut être présente dans le milieu considéré. Elle peut être de différentes natures : électrique (production électrique d'un panneau photovoltaïque par exemple), chimique (pour les réactions exothermiques), nucléaire, mécanique, etc. Ce terme volumique généralement exprimé en W  $\cdot$  m<sup>-3</sup> peut constituer une source ou un puits de chaleur. Par exemple, dans le cas d'un panneau photovoltaïque au niveau des cellules en silicium, l'électricité conduite dans le cuivre est une source de chaleur car un échauffement par effet Joule a lieu. En revanche, une partie de l'énergie sous forme électrique est évacuée vers le réseau électrique et ne participe pas à l'échauffement du milieu.

Pour introduire l'équation de la chaleur de façon simple, il suffit de se placer en coordonnées cartésiennes, de considérer un volume élémentaire de côtés  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  et d'écrire son bilan d'énergie sur une durée élémentaire  $\Delta t$  (1.33). Quelques étapes intermédiaires sont détaillées dans l'équation (1.34).

$$\begin{pmatrix} \text{flux conductifs} \\ \text{entrants} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{flux conductifs} \\ \text{sortants} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Production} \\ \text{volumique} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Variation d'énergie} \\ \text{dans le système} \end{pmatrix}$$
(1.33)

$$\left[-k\frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial x} - \left(-k\frac{\partial T(x+\Delta x,y,z,t)}{\partial x}\right)\right]\Delta y\Delta z$$
(1.34)

$$+\left[-k\frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial y} - \left(-k\frac{\partial T(x,y+\Delta y,z,T)}{\partial y}\right)\right]\Delta x\Delta z$$
(1.35)

$$+\left[-k\frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial z} - \left(-k\frac{\partial T(x,y,z+\Delta z,t)}{\partial z}\right)\right]\Delta x\Delta y$$
(1.36)

$$+ \mathring{e}_{v} \Delta x \Delta y \Delta \tag{1.37}$$

$$=\rho C_p \frac{T(x, y, z, t + \Delta t) - T(x, y, z, t)}{\Delta t} \Delta x \Delta y \Delta z$$
(1.38)

$$\iff \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mathring{e}_v = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$
(1.39)

On considère en général dans nos applications que la conductivité thermique ne dépend pas de la position et on obtient l'expression classique de l'équation de la chaleur avec l'opérateur vectoriel  $\nabla$  (1.40).

L'équation de la chaleur introduite pour un volume élémentaire du milieu doit être complétée avec des conditions aux interfaces du milieu et une condition initiale si le système est considéré en régime transitoire. La résolution d'équations différentielles fait apparaître des constantes arbitraires. Le fait de fixer des conditions aux limites et une condition initiale permet de déterminer la valeur de ces constantes. Comme l'équation de la chaleur est du deuxième ordre sur la variable spatiale, les conditions aux limites peuvent être imposées directement sur la température ou sur la dérivée première de cette dernière. Une condition en température est appelée *condition de Dirichlet* et une condition en flux est une *condition de Neumann*. Un troisième type de condition aux limites existe : c'est la *condition de Robin* où apparaît une relation linéaire entre la température et la dérivée première de la température à l'interface (c'est typiquement le cas pour une
condition de type convective). Une autre difficulté avec les conditions aux limites est que cellesci peuvent faire intervenir la température de façon non-linéaire. On pense tout particulièrement aux transferts radiatifs avec une dépendance de la température en  $\sigma T^4$ . Dans ces situations, il faut recourir à des techniques pour gérer la non-linéarité dans les schémas numériques ou alors linéariser le transfert radiatif (tel que présenté précédemment) si l'hypothèse de linéarisation est valable.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \mathring{e}_v = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \Longleftrightarrow -\nabla \cdot \nabla \phi_{\rm cd} + \mathring{e}_v = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$
(1.40)

**Transferts de masse** : Les transferts présentés précédemment concernaient tous des échanges de chaleur mais les transferts de masse sont également très importants dans ce travail, notamment pour les phénomènes d'évaporation et de transpiration. Les transferts de masse sont dirigés par les gradients de concentration en espèces dans le milieu alors qu'il s'agissait des gradients de température pour les transferts de chaleur. Pour les transferts thermiques, l'énergie était considérée alors que pour les transferts de masse on s'intéresse justement à la masse. Comme il existe une relation entre l'énergie et la masse, des parallèles évidents existent entre ces deux modes de transferts.

Le processus de transfert se fait par *diffusion* et le terme moteur est le gradient de la concentration de l'espèce, où la concentration s'exprime en kg  $\cdot$  m<sup>-3</sup> ou en mol  $\cdot$  m<sup>-3</sup>. En transferts de masse, les grandeurs peuvent être exprimées en termes de masse ou de mole. La loi de Fick permet d'écrire le flux de masse en kg  $\cdot$  m<sup>-2</sup>  $\cdot$  s<sup>-1</sup> ou en mol  $\cdot$  m<sup>-2</sup>  $\cdot$  s<sup>-1</sup> selon l'équation (1.41).

$$\phi_{\text{diff}} = -D\nabla C \tag{1.41}$$

où *D* est le coefficient de diffusion en m<sup>2</sup>  $\cdot$  s<sup>-1</sup>. Le flux d'espèces est analogue à la loi de Fourier en conduction pour les transferts de chaleur et s'appelle la *loi de Fick*. Le coefficient de diffusion dépend fortement de la température en général et est plus élevé à haute température. En transferts de chaleur, un terme de génération peut être présent en volume. Pour les transferts de masse, des réactions chimiques peuvent intervenir et modifier le bilan de masse. De la même manière, des interactions ont lieu aux interfaces et doivent être prises en compte dans les conditions initiales. Une autre analogie existe avec le transfert convectif où le flux de masse transporté par convection s'écrit comme le produit entre un coefficient de transfert et la différence de concentrations à travers la couche limite.

Les conditions aux limites en transferts de masse peuvent apparaître semblables à celles des transferts d'énergie mais une différence importante réside dans le fait que la concentration n'est généralement pas une fonction continue à l'interface contrairement à la température, et il faut généralement spécifier de quel côté de l'interface on se situe.

Le transfert par convection massique entre un fluide et une surface est l'association d'un transfert par convection dû à un mouvement d'ensemble du fluide et à des processus de diffusion de masse. La convection massique est analogue au transfert convectif en thermique, on retrouve les notions de régimes laminaire, turbulent etc. Une couche limite se développe également entre la surface et le fluide dans laquelle un profil de concentration de l'espèce est décrit. L'épaisseur de la couche limite  $\delta_c$  pour un écoulement externe est définie par la relation  $\frac{\rho_{A,s}-\rho_A}{\rho_{A,s}-\rho_{A,\infty}} = 0,99$  où  $\rho_{A,s}$  est la concentration de l'espèce A à la surface,  $\rho_{A,\infty}$  est la concentration de l'espèce loin de la surface et  $\rho_A$  est la concentration variable avec la distance à la verticale de la surface. L'équivalent du nombre de Prandtl en transferts de masse est le nombre de Schmidt (Sc) dont la définition est donnée par l'équation (1.42). Dans la limite d'un nombre de Schmidt qui tend vers 1, cela signifie que les épaisseurs des couches limites en vitesse et de concentration sont environ égales.

$$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{\text{Diffusion de la quantité de mouvement}}{\text{Diffusion de masse}}$$
(1.42)

Le nombre de Lewis (Le) permet de comparer les épaisseurs des couches limites thermique et de concentration (1.43).

$$Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{\text{Diffusion thermique}}{\text{Diffusion de masse}}$$
(1.43)

Enfin, l'équivalent du nombre de Nusselt introduit pour la convection thermique est le nombre de Sherwood (Sh) donné par l'équation (1.44).

$$Sh = \frac{h_{mass}L_c}{D_{AB}}$$
(1.44)

où  $h_{\text{mass}}$  (m · s<sup>-1</sup>) est le coefficient d'échange de masse. Le flux de matière à l'interface entre la surface et le fluide par diffusion s'exprime par :  $\mathring{m}_{\text{mass}} = h_{\text{mass}}A(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty})$  où A est la surface d'échange et  $\mathring{m}_{\text{mass}}$  est le flux de matière en kg · s<sup>-1</sup>. De la même manière qu'en transferts thermiques pour la convection, des corrélations ont été développées afin de déterminer la valeur du coefficient d'échange  $h_{\text{mass}}$  en fonction de la configuration étudiée.

#### 1.2.2.2. Bilan de surface

D'après le premier principe de la thermodynamique, le bilan d'énergie d'un système ouvert doit se trouver à l'équilibre. En d'autres termes, les flux entrants doivent compenser les flux sortants. Dans le cas d'une surface ou d'une plante, les flux entrants sont de nature radiative et métabolique (pour les plantes) et les flux sortants sont radiatif, convectif et évaporatif. L'ajustement entre ces différents flux passe par une régulation de la température du système. Par exemple, si l'apport solaire diminue alors la température du système va diminuer et les flux sortants par rayonnement, convection et rayonnement vont également diminuer. L'ajustement entre les flux entrants dépend également de l'inertie thermique du système, qui peut être faible dans le cas d'une feuille mais beaucoup plus élevée pour un sol par exemple. La figure 1.7 résume le principe du bilan de surface classique en régime stationnaire.

### 1.2.3. Le phénomène d'évapotranspiration

Comme indiqué précédemment, le facteur différenciant d'une toiture végétale vis-à-vis des toitures conventionnelles est la présence d'un flux de transpiration des plantes dans le bilan d'énergie du système. Pour une surface de type végétal, on parle généralement de flux d'évapotranspiration intégrant à la fois le flux de transpiration et le flux d'évaporation de la surface et des plantes. Ces flux sont essentiels à la compréhension de ce système et participent en grande partie aux motivations qui ont mené à ce travail de thèse. De plus, le terme d'évapotranspiration peut représenter jusqu'à 80 % du bilan d'énergie d'une surface en conditions naturelles. Enfin,



FIG. 1.7. : Schéma simplifié d'un bilan de surface usuel où apparaissent les flux radiatif net  $(Q_{rad}^{net})$ , de chaleur sensible  $(Q_H)$ , de chaleur latente  $(Q_E)$  et conductif dans le sol  $(Q_G)$ . On a  $Q_{rad}^{net} = Q_H + Q_E + Q_G$ .

la présence du panneau photovoltaïque sur la toiture va perturber le bilan d'énergie de la toiture, notamment le flux d'évapotranspiration. Pour toutes ces raisons, nous présentons quelques éléments théoriques sur le phénomène de transpiration et d'évaporation. Dans le chapitre 3, les approches par modélisation du flux d'évapotranspiration seront explicitées plus en détails.

### 1.2.3.1. Le phénomène de diffusion de l'eau

La circulation de l'eau dans la plante est régie par le potentiel hydrique. L'eau va s'écouler des potentiels élevés vers les faibles potentiels. La notion de potentiel de l'eau sera également explicitée dans le cadre du modèle de toiture au chapitre 3. On note généralement le potentiel par la lettre  $\psi$  et son unité est souvent donnée en MPa. Pour de l'eau pure et libre, le potentiel est nul et devient négatif dès qu'il faut effectuer un travail pour déplacer une certaine quantité d'eau. Dans une plante, le potentiel hydrique se décompose en deux contributions :

- le potentiel osmotique (ψ<sub>O</sub>) : il est proportionnel à la concentration d'ions minéraux et de glucides. Pour de l'eau pure (sans solutés), le potentiel osmotique est nul. En revanche, en présence de solutés dans l'eau le potentiel osmotique va devenir négatif aux alentours de -0,5 MPa. Ce potentiel est donc toujours négatif.
- le **potentiel de pression**  $(\psi_P)$  : il correspond à la pression physique exercée sur l'eau de la plante et peut être négatif ou positif.

$$\psi = \psi_O + \psi_P \tag{1.45}$$

### 1.2.3.2. La transpiration : un processus vital pour les plantes

Avant d'expliciter le phénomène de transpiration du point de vue énergétique dans le bilan des flux d'une surface, nous donnons quelques éléments sur l'importance de la transpiration pour une plante et les mécanismes sous-jacents.

Avant d'arriver en surface et d'être transpirée par les feuilles d'une plante, l'eau est absorbée par les racines dans le substrat. Cette absorption d'eau par les racines est également l'occasion pour les plantes d'obtenir les minéraux nécessaires à leur croissance (notamment les ions potassium). Les racines peuvent aussi absorber une partie de l'oxygène dont la plante a besoin dans le sol. La transpiration, c'est-à-dire la perte d'eau par les stomates par évaporation, va créer la force permettant de transporter l'eau et les nutriments, sous forme de sève brute (eau et minéraux dissous), vers les parties hautes de la plante via le xylème. Les feuilles sont le lieu privilégié de production de glucides par la plante, c'est pourquoi le rôle de la transpiration est central dans le bon fonctionnement des végétaux et une quantité très importante d'eau est perdue par transpiration pour assurer cette circulation. À titre d'exemple, un chêne peut perdre plus de 200 L d'eau par jour pour ses besoins en transpiration. Cette circulation du bas (des racines) vers le haut (les feuilles) est rendue possible par la présence d'un gradient du potentiel hydrique dirigé de bas en haut (voir la figure 1.8).

La transpiration dirige donc la quantité d'eau qui va circuler dans la plante par un phénomène d'aspiration vers le haut. Au niveau de la surface des feuilles, l'eau s'évapore via les stomates et un échange en  $CO_2$  a également lieu afin d'assurer la photosynthèse. Comme la concentration en eau dans l'air est plus faible que dans la plante, il y a un gradient de potentiel hydrique (essentiellement dû au potentiel hydrique de pression) dirigé de la feuille vers l'air extérieur et la sève brute est aspirée dans le xylème du bas vers le haut. Par conséquent, c'est grâce au flux solaire que la sève brute peut circuler dans le xylème par l'intermédiaire du phénomène de transpiration. À l'échelle de la feuille, la transpiration peut entraîner une diminution de la température de feuille d'environ 10 °C. Dans le cadre de ce travail, une des hypothèses dans l'association symbiotique de la toiture végétale au panneau photovoltaïque est l'environnement thermique favorable créé par la présence de la végétation (encart 1.13). Ainsi cette baisse de température due au flux de transpiration est un élément qui va en ce sens. Nous y reviendrons à la fin de ce chapitre lorsque nous discuterons des hypothèses de départ de ce travail et du projet PROOF.

#### 1.2.3.3. Le contrôle du flux de transpiration par les stomates

Les feuilles constituent un lieu privilégié pour les échanges entre la plante et l'atmosphère car leur rapport surface-volume est très élevé. La surface d'échange interne de la feuille est encore augmentée par l'irrégularité des cellules du parenchyme lacuneux. C'est donc au niveau des feuilles que les échanges en  $CO_2$  et  $O_2$ , essentiels à la photosynthèse, sont favorisés. Les plantes peuvent réguler ces échanges en ouvrant ou fermant les stomates à la surface de leurs feuilles même si leur surface est faible devant la surface totale des feuilles.

Les cellules stomatiques absorbent de l'eau des cellules voisines par le phénomène d'osmose et sont alors turgescentes. L'entrée d'eau dans les cellules stomatiques va créer une courbure de l'ostiole et les stomates vont s'ouvrir ce qui va entraîner la perte d'eau par transpiration de la plante. À l'inverse, une plante en manque d'eau ne va pas favoriser la turgescence des cellules stomatiques et les stomates vont rester fermés. La turgescence des cellules est notamment contrôlée par le flux d'ions potassium (K<sup>+</sup>) à travers la membrane plasmique car ces ions agissent sur le potentiel hydrique. Ainsi, en absorbant des ions K<sup>+</sup>, les cellules stomatiques voient leur potentiel hydrique devenir plus négatif et l'eau y pénètre par le phénomène d'osmose. À l'inverse, une perte en ions K<sup>+</sup> va entraîner une perte d'eau des cellules stomatiques et donc la fermeture des stomates (voir la figure 1.9).



FIG. 1.8. : Représentation de la montée de la sève brute dans un arbre grâce à un gradient hydrique dirigé de bas en haut, des racines jusqu'à l'atmosphère. Figure extraite du livre de REECE et al. [17]



FIG. 1.9. : Le potassium (K<sup>+</sup>, points rouges) modifie la turgescence des cellules stomatiques et induit l'ouverture ou la fermeture des stomates. Figure extraite du livre de REECE et al. [17].

Pour la plupart des plantes, les stomates sont fermés la nuit et ouverts en journée. Cette stratégie permet aux plantes de ne pas perdre d'eau lorsque la photosynthèse ne peut pas avoir lieu, ce qui est le cas la nuit en l'absence de soleil. En particulier, les cellules stomatiques sont sensibles à la partie du rayonnement solaire photosynthétiquement actif (PAR pour *Photosynthetically Active Radiation*). Les longueurs d'onde incluses dans le spectre PAR s'étendent de 400 nm à 700 nm. Un rayonnement incident comprenant les longueurs d'onde du PAR va favoriser la présence d'ions K<sub>+</sub> dans les cellules stomatiques et donc leur turgescence par le principe d'osmose. De plus, la baisse de la concentration de  $CO_2$  dans les cellules entraîne également l'ouverture des stomates. Enfin, les cellules stomatiques ont une *horloge interne* régissant un cycle quotidien d'ouverture pour ces mêmes cellules. En journée, l'environnement extérieur va interagir sur le cycle d'ouverture et de fermeture des stomates : température d'air élevée, concentration de la vapeur d'eau dans l'air, intensité du vent, carence en eau, etc.

### 1.2.3.4. L'évaluation du flux d'évapotranspiration

Comme indiqué dans MONTEITH et UNSWORTH [2], le terme d'*évapotranspiration* n'est pas forcément le plus judicieux pour englober les phénomènes de transpiration des plantes et d'évaporation du sol car les paramètres entrant en jeu ne sont pas nécessairement les mêmes. Cependant, ce terme est largement consacré dans les domaines de l'hydrologie et de la climatologie. L'approche analytique largement plébiscitée pour calculer les flux d'évapotranspiration est la formule de Penman-Monteith (1.50) et se base sur un bilan d'énergie à l'échelle de la plante. Cette formule a été évaluée de façon intensive à l'échelle de la canopée et de la feuille mais reste un enjeu majeur car les échelles spatiales et temporelles sont très variables (encart 1.11). Ces difficultés apparaissent de façon notable dans le cadre de l'évaluation de ce flux pour une toiture végétale de par les dimensions spatiales relativement restreintes par rapport au cadre d'application usuel de la formule de Penman-Monteith et des échelles temporelles considérées (de quelques minutes à la journée). En effet, la formule de Penman-Monteith est la méthode standard utilisée par la *FAO* (Food and Agronomy Organization) et permet de calculer les flux d'évapotranspiration de référence à partir des données météorologiques pour des parcelles agri-

coles. La méthode de Penman a été développée initialement pour des sols sans déficit en eau et a été reprise par Monteith en 1965 pour évaluer l'évapotranspiration pour des plantes en prenant en compte les résistances stomatique et aérodynamique, souvent difficiles à évaluer. Différentes corrélations permettent d'étendre l'estimation du flux de l'échelle de la plante à l'échelle de la canopée.

Les formules de Penman, Penman-Monteith et autres expressions dérivées s'obtiennent toutes à partir d'un bilan d'énergie (1.46) en **régime stationnaire** (PAGE et al. [18]) faisant intervenir les flux radiatifs et les flux de chaleurs sensible et latente.

$$R_{SW} = E + H + R_{LW} \tag{1.46}$$

où  $R_{SW}$  est le flux radiatif absorbé aux courtes longueurs d'onde,  $R_{LW}$  est le flux radiatif échangé entre la surface et l'environnement aux grandes longueur d'onde, E est le flux d'évapotranspiration (flux de chaleur latente) et H est le flux de chaleur sensible (échanges convectifs). Dans ce bilan, tous les flux sont exprimés en W · m<sup>-2</sup>.

Dans la formule originale développée par Penman (1948) pour un sol humide, le flux de chaleur sensible est dirigé par le *déficit de pression de vapeur (VPD* pour Vapor Pressure-Deficit) :  $e_s - e_a$ .

$$E = f(v)(e_s - e_a)$$
 (1.47)

où  $e_s$  est la pression partielle de vapeur d'eau au niveau de la surface,  $e_a$  est la pression partielle de la vapeur d'eau dans l'air et f(v) est une fonction de la résistance de transfert de couche limite, elle-même fonction de la vitesse du vent et s'exprime en (W · Pa<sup>-1</sup> · m<sup>2</sup>).

Penman introduit également le coefficient de Bowen :

$$\mathbf{B}_{\mathbf{w}} = \frac{H}{E} = \gamma \frac{T_s - T_a}{e_s - e_a} \tag{1.48}$$

où  $T_s$  est la température de surface,  $T_a$  la température de l'air et  $\gamma$  la constante psychrométrique (Pa · K<sup>-1</sup>). L'hypothèse de Penman est d'exprimer le rapport  $(e_s - e_a^{\text{sat.}})/(T_s - T_a)$  comme la pente de la courbe de la pression de vapeur saturante à la température  $T_a$  où  $e_a^{\text{sat.}}$  est la pression de vapeur saturante à la température de l'air.

$$\Delta_{T_a} = \frac{e_s - e_a^{\text{sat.}}}{T_s - T_a} \tag{1.49}$$

La valeur de  $\Delta_{T_a}$  peut être obtenue en différenciant la formule de Clausius-Clapeyron et en l'évaluant à la température de l'air ( $T_a$ ) et à la température de surface ( $T_s$ ). En utilisant l'expression donnée par l'équation (1.49) et la formule de Clausius-Clapeyron dans le bilan de surface, on aboutit à la formule de Penman pour une surface humide (1.50).

$$E = \frac{\Delta_{T_a}(R_{SW} - R_{LW}) + f(v)\gamma(e_a^{\text{sat.}} - e_a)}{\Delta_{T_a} + \gamma}$$
(1.50)

Pour un sol avec présence d'un flux conductif G, et en écrivant que  $R_{net} = R_{SW} - R_{LW}$  est le flux net, on aboutit à l'expression plus classique donnée par l'équation (1.51).

$$E = \frac{\Delta_{T_a}(R_{\text{net}} - G) + f(v)\gamma(e_a^{\text{sat.}} - e_a)}{\Delta_{T_a} + \gamma}$$
(1.51)

Dans la plupart des cas, il est considéré que  $R_{LW}$  ne dépend pas de la température de surface et l'expression de  $T_s$  peut être déterminée.

Monteith a repris les travaux de Penman en 1965 et a retrouvé une formule équivalente en introduisant une résistance aérodynamique, notée  $r_a$  (s · m<sup>-1</sup>), pour le transfert de chaleur sensible.

$$E = \frac{\Delta_{T_a}(R_{\text{net}} - G) + \frac{\rho_a C_{p_a}}{r_a}(e_a^{\text{sat.}} - e_a)}{\Delta_{T_a} + \gamma}$$
(1.52)

où  $\rho_a$  est la densité de l'air (kg · m<sup>-3</sup>) et  $C_{p_a}$  est la capacité calorifique à pression constante de l'air (J · kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>).

Le transfert de chaleur latente pour une plante dépend aussi de la résistance stomatique (encart 1.10), notée  $r_s$ , c'est pourquoi Monteith modifie la constante psychrométrique selon l'équation (1.53).

$$\tilde{\gamma} = \gamma (1 + r_s/r_a) \tag{1.53}$$

Et la nouvelle expression de l'évapotranspiration selon Penman-Monteith est donnée par

$$E = \frac{\Delta_{T_a}(R_{\text{net}} - G) + \frac{\rho_a C_{p_a}}{r_a}(e_a^{\text{sat.}} - e_a)}{\Delta_{T_a} + \gamma (1 + r_s/r_a)}$$
(1.54)

Pour une feuille, il faut prêter attention lorsque ces formules sont appliquées aux différents coefficients apparaissant dans les transferts de chaleurs sensible et latente car les feuilles peuvent échanger selon leurs deux faces. De façon plus précise, les feuilles échangent par convection sur leurs deux faces mais ce n'est pas le cas pour le flux de chaleur sensible. En effet, certains types de feuilles ne possèdent pas de stomates sur leur face supérieure et le flux d'évapotranspiration est donc nul sur cette face. Comme il a été démontré par SCHYMANSKI et OR [19], les expressions obtenues à la suite de Penman pour l'évaluation de l'évapotranspiration à l'échelle de la feuille peuvent contenir des erreurs avec l'oubli d'un facteur 2 en fonction du type de plantes. Dans cet article, il est proposé de modifier la formule de Penman-Monteith (1.54) selon l'équation (1.55)

$$E = \frac{\Delta_{T_a}(R_{\text{net}} - G) + \frac{\rho_a C_{p_a} a_{sH}}{r_a}(e_a^{\text{sat.}} - e_a)}{\Delta_{T_a} + \frac{a_{sH}}{a_s}\gamma(1 + r_s/r_a)}$$
(1.55)

où  $a_{sH}$  le coefficient de multiplication pour le flux de chaleur sensible, toujours égal à 2 car ce flux apparaît des deux côtés de la feuille (égal à 1 pour un sol) et  $a_s$  est le coefficient multiplicatif pour le flux de chaleur latente, prenant la valeur 1 pour une feuille *hypostomatique* et 2 pour une feuille *amphistomatique*.

Si le flux radiatif aux grandes longueurs d'onde est exprimé en fonction de la température de surface sous la forme  $R_{LW} = a_{sH}\epsilon_s\sigma(T_s^4 - T_{rad.}^4)$  où  $\epsilon$  est l'émissivité de la surface,  $\sigma$  est la constante de Stefan-Boltzmann et  $T_{rad.}$  est la température radiative avec laquelle échange la surface, alors il est tout de même possible de résoudre pour  $T_s$  en utilisant le bilan d'énergie et une procédure itérative jusqu'à ce que le bilan d'énergie respecte un certain critère de convergence donné.

### 1.9 Évapotranspiration potentielle et réelle

L'évapotranspiration est souvent qualifiée de *potentielle* ou *réelle* en fonction des conditions dans lesquelles se trouve la surface d'étude. L'évapotranspiration potentielle (ou de *référence*), souvent notée *ETP*, correspond à l'évapotranspiration atteinte dans des conditions atmosphériques données pour un couvert végétal de type gazon bien alimenté en eau et en plein croissance. L'évapotranspiration réelle, notée *ETR*, est égale à l'évapotranspiration potentielle multipliée par le coefficient cultural ( $K_c$ ) : ETR =  $K_c$ ETP. Elle correspond à la quantité d'eau évapotranspirée par le sol lorsque la quantité d'eau disponible est sa valeur naturelle.

#### 1.10 Résistances aux transferts

Les résistances introduites par Penman puis complétées par Monteith concernent les flux de chaleur sensible et de chaleur latente. Leur description est souvent présentée sous la forme d'une analogie électrique avec des résistances en série et en parallèle. Pour le flux de chaleur sensible, la résistance est appelée *résistance aérodynamique*, notée  $r_a$ . Monteith introduit également les résistances pour les transferts de chaleur latente, à savoir les résistances *stomatique* (notée  $r_s$ ) et *de couche limite* (notée  $r_v$ ). Ces résistances sont données pour une seule face de la feuille et une attention doit être portée sur le type de plante étudiée. En effet, certaines plantes possèdent peu de stomates sur leur face supérieure (feuilles dites *hypostomatiques*) et ne transpirent que d'un seul côté (la face *abaxiale*). La constante psychrométrique modifiée ( $\gamma^*$ ) s'exprime en général par :  $\gamma^* = n\gamma(1 + \frac{r_s}{r_a})$  avec n = 1 pour les feuilles *hypostomatiques* et n = 2 pour les feuilles *amphistomatiques*. En revanche, pour les deux types de feuilles, la résistance aérodynamique s'applique des deux côtés car les feuilles échangent par transferts convectifs sur leurs faces supérieure et inférieure.

**En régime transitoire** Lorsque le régime transitoire doit être pris en compte, la capacité thermique du système va entrer en considération, que ce soit pour un sol ou une feuille. En introduisant la capacité thermique ( $C_s$ ) le bilan d'énergie s'écrit selon l'équation (1.56).

$$C_s \frac{dT_s(t)}{dt} = R_{SW} - R_{LW} - H - E$$
(1.56)

où  $C_s = \frac{w_l m_s}{A_s} C_w$  avec  $w_l$  la fraction d'eau liquide contenue dans le système,  $m_s$  la masse du système,  $A_s$  la surface du système et  $C_w$  la chaleur spécifique de l'eau liquide égale à 4180 J · kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>.

Si la valeur de la température du système  $T_s$  est donnée par mesure infrarouge, alors il est possible de déterminer le flux de chaleur latente comme le résidu du bilan d'énergie selon l'équation (1.56). Il faut prendre garde à évaluer la nouvelle masse du système à chaque pas de temps de la simulation car l'équation est considérée en régime transitoire et le système va perdre de l'eau au cours du temps (voir PAGE et al. [18]).

**En présence de panneaux photovoltaïques** Comme expliqué en introduction, la présence des panneaux photovoltaïques va modifier les différents flux sur la toiture végétale, le flux de chaleur latente ne fait pas exception. Les travaux récents de Jahanfar (JAHANFAR et al. [20, 20]) sont les seuls à proposer une modification de la formule de Penman-Monteith introduite précédemment pour prendre en compte la présence de panneaux photovoltaïques sur une telle structure végétale. Plus exactement, il s'agit d'une modification de la formule de Penman-Monteith pour le calcul de l'évapotranspiration de référence (encart 1.9). La formule utilisée est une version modifiée de ALLEN et al. [21] donnée en millimètre par jour (mm  $\cdot$  d<sup>-1</sup>) dans l'équation (1.57).

$$RET_{\text{FAO}} = \frac{\frac{\Delta_{T_a}}{\lambda}(R_{\text{net}} - G)}{\Delta_{T_a} + \gamma(1 + C_d v_w)} + \frac{\gamma \frac{C_a}{T_a + 273} v_w(e_a^{\text{sat.}} - e_a)}{\Delta_{T_a} + \gamma(1 + C_d v_w)}$$
(1.57)

où  $\lambda$  est la chaleur latente de vaporisation de l'eau  $(J \cdot m^{-1} \cdot d^{-1})$ ,  $v_w$  est la vitesse du vent à 2 m (m · s<sup>-1</sup>),  $C_n = 900$  est une constante,  $C_d = 0, 34$  est une autre constante. La formule de l'équation (1.57) est donnée en deux parties, le membre de gauche est la partie relative à la partie *radiative* alors que le membre de droite est la partie *advective*. Cette formule est modifiée par Jahanfar *et al.* pour prendre en compte la disponibilité en eau et obtenir l'évapotranspiration réelle, notée AET<sub>FAO</sub>.

$$AET_{FAO} = \frac{\theta}{\theta_{fc}} K_{crop} \left( \frac{\frac{\Delta_{T_a}}{\lambda} (R_{net} - G)}{\Delta_{T_a} + \gamma (1 + C_d v_w)} + \frac{\gamma \frac{C_n}{T_a + 273} v_w (e_a^{sat.} - e_a)}{\Delta_{T_a} + \gamma (1 + C_d v_w)} \right)$$
(1.58)

où  $\theta$  est la teneur en eau du sol (m<sup>3</sup> · m<sup>-3</sup>),  $\theta_{fc}$  (m<sup>3</sup> · m<sup>-3</sup>) est la teneur en eau à la *capacité* au champ (capacité de rétention maximale du sol) et  $K_{crop}$  est un facteur de culture qui dépend du type de plantes sur la toiture végétale. Jahanfar *et al.* ont observé que l'évapotranspiration était quasiment nulle lorsque la teneur en eau du sol était inférieure à la teneur en eau au *point de flétrissement* (teneur en eau à partir de laquelle la disponibilité en eau n'est pas suffisante pour le bon fonctionnement des plantes et en-dessous de laquelle un flétrissement des plantes est observé), notée  $\theta_{wp}$  (pour *wilting point*).

#### 1.11 Unités et mesure du flux d'évapotranspiration

L'évapotranspiration peut être vue comme un flux purement hydrique et dans ce cas on la mesure en mm par unité de temps ou d'un point de vue énergétique comme un flux en W  $\cdot$  m<sup>-2</sup>. De plus, on peut facilement convertir des millimètres d'eau en considérant que :  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} = 1 \text{ mm}$ . Le passage de la grandeur hydrique (en mm ou kg<sup>2</sup>) à la grandeur énergétique (en  $W \cdot m^{-2}$ ) est possible en utilisant la chaleur latente de vaporisation en J  $\cdot$  kg<sup>-1</sup>. Les méthodes de mesure du flux d'évapotranspiration sont principalement basées sur des bilans hydriques. La méthode la plus répandue est la méthode utilisant un lysimètre permettant de mesurer une variation de masse d'un morceau de sol pris isolément tout en mesurant les quantités d'eau précipitées et la perte par drainage voire ruissellement de surface. La méthode par lysimètre est directe mais l'installation d'un lysimètre dans une toiture végétale extensive n'est pas forcément aisée de par la faible épaisseur du substrat. D'autres méthodes existent comme la méthode par le ratio de Bowen où le flux d'évapotranspiration est calculé à partir du flux de chaleur sensible en multipliant par le ration de Bowen. Dans cette méthode il est supposé que le coefficient de diffusion turbulente pour les transferts de chaleur et de masse sont égaux dans les couches atmosphériques inférieures. La mesure par eddy-covariance consiste à évaluer l'évaporation sur des périodes de 20 à 60 minutes à partir de moyennes temporelles des fluctuations turbulentes du vent au-dessus de la surface et à haute fréquence.

$$AET_{FAO} = \begin{cases} 0 \quad \text{si } \theta \leq \theta_{wp} \\ \frac{\theta}{\theta_{fc}} K_{\text{crop},1} \frac{\frac{\Delta T_a}{\lambda} (R_{\text{net}} - G)}{\Delta T_a + \gamma (1 + C_d v_w)} + K_{\text{crop},2} \frac{\gamma \frac{C_n}{T_a + 273} v_w (e_a^{\text{sat.}} - e_a)}{\Delta T_a + \gamma (1 + C_d v_w)} \quad \text{si } \theta > \theta_{wp} \end{cases}$$
(1.59)

où  $K_{\text{crop},1}$  et  $K_{\text{crop},2}$  sont des coefficients culturaux pour les termes radiatif et advectif de la formule d'évapotranspiration. Ces coefficients sont identifiés dans le travail de Jahanfar *et al.* à l'aide de mesures obtenues par un lysimètre placé sur une toiture végétale expérimentale. Par ce moyen, une régression est effectuée afin d'obtenir les coefficients culturaux de leur plateforme.

Les différentes expressions du flux d'évapotranspiration en surface du sol mentionnées ici peuvent être exploitées pour résoudre les bilans thermique et hydrique dans un sol. En effet, pour résoudre ce type d'équations il faut une condition à la limite à la surface pour la partie hydrique du bilan. Dans le chapitre 3, nous décrivons un tel modèle couplé et une condition à la limite faisant intervenir les différences de concentrations en vapeur d'eau entre l'air et la surface, la résistance aérodynamique et la résistance de surface est utilisée. Cependant, il serait intéressant de comparer les résultats avec d'autres formules d'évapotranspiration pour la condition à la limite du sol, notamment en présence de panneaux photovoltaïques.

#### 1.2.3.5. Le Continuum Sol-Plante-Atmosphère (CSPA)

Maintenant que les différents types de transferts thermiques et hydriques ont été introduits, une description plus globale des échanges du sol vers l'atmosphère peut être donnée. En effet, pour les transferts hydriques il y a un *continuum* entre l'eau du sol qui est collectée au niveau des racines puis qui se déplace vers les tiges et feuilles de la plante avant d'être transpirée vers l'atmosphère. Ce continuum porte le nom de *Continuum Sol-Plante-Atmosphère* (*CSPA*), concept proposé par HUBER [22] puis repris par GRADMANN [23] et VAN DEN HONERT [24]. Ce mouvement de l'eau du sol vers l'atmosphère est possible grâce à un gradient de potentiel hydrique entre les différents compartiments (la notion de potentiel hydrique est détaillée dans la section 1.2.3). Classiquement, les flux d'eau aux travers de ces compartiments s'écrivent simplement comme une différence de potentiels divisée par une résistance au transfert. Par conséquent, une analogie électrique est bien adaptée pour représenter ces transferts et les résistances hydrauliques sont introduites à différents niveaux du système.

Les transferts hydriques dans le CSPA peuvent donner lieu à plusieurs régimes : permanent ou stationnaire et conservatif ou non-conservatif. Du fait de la présence de l'atmosphère et de la variabilité des paramètres météorologiques, le système est rarement en régime permanent. Le régime conservatif signifie que la quantité d'eau absorbée est égale à la quantité d'eau transpirée à chaque instant.

De façon très caractéristique, le potentiel hydrique est stable la nuit à une valeur appelée *potentiel de base* puis se met à décroître au lever du Soleil lorsque la plante commence à transpirer. Le potentiel hydrique atteint un minimum au midi solaire et commence à croître ensuite. De façon réciproque, le flux de transpiration augmente jusqu'au midi solaire et décroît ensuite pour être généralement nul la nuit. La plante fonctionne en régime non-conservatif lorsque les apports solaires sont importants et que la plante se dessèche très rapidement par transpiration. Lorsque ce régime est observé, le modèle électrique avec des résistances seules ne suffit plus et il faut introduire des *capacitances* pour introduire un effet retard avec un stockage d'eau.

# 1.2.4. Effet d'îlot de Chaleur Urbain (ICU)

Du fait de la densification de l'environnement urbain et du changement climatique, l'élévation de température en ville se fait de plus en plus ressentir et l'écart avec les zones rurales ne fait qu'augmenter. Cet effet d'augmentation significative de la température en ville, très marquée par rapport au milieu rural, s'appelle l'*Îlot de Chaleur Urbain* souvent abrégé en *ICU* (voir la figure 1.10). L'été 2022 en France a été particulièrement difficile dans certaines zones très urbanisées et les conséquences sur la santé sont déjà perceptibles. Les causes de cet effet sont multiples : les matériaux utilisés absorbent énormément le rayonnement infrarouge, le sol est extrêmement anthropisé avec peu d'espace laissé pour la végétation et les écoulements d'eaux pluviales, la rugosité importante des rues entraîne une diminution du refroidissement par convection et l'air chauffé se retrouve piégé en ville, les activités humaines sont autant de sources de chaleur (moteurs, climatisation, etc). D'un point de vue énergétique, cela pose le problème de la consommation en climatisation (LI et al. [25]) et du principe même de fonctionnement de cette dernière.

De plus, et en lien direct avec le présent travail, certains résultats de la littérature suggèrent que la présence de panneaux photovoltaïques sur des surfaces végétales peut favoriser une augmentation des températures locales et donc accroître l'effet d'ICU (BARRON-GAFFORD et al. [26]). Ceci est expliqué par la modification de l'albédo de surface et par la ré-émission dans l'infrarouge depuis la surface des panneaux photovoltaïques. D'autres études semblent démontrer un effet positif sur l'abaissement de l'ICU et également une réduction des besoins en énergie des bâtiments par la présence de ce masque solaire (MASSON et al. [27]). Dans le chapitre 5, nous présentons un modèle permettant d'évaluer les besoins en chauffage et climatisation d'un bâtiment



FIG. 1.10. : Illustration de l'effet d'Îlot de Chaleur Urbain (ICU) : la température de l'air audessus de la ville est significativement plus élevée qu'en milieu rural.

sur lequel un champ photovoltaïque est installé.

# 1.3. Les toitures végétales dans l'aménagement urbain

À l'heure actuelle, des efforts architecturaux ont été réalisés à l'intérieur des bâtiments et sur leur structure afin de mitiger leur impact environnemental et leur consommation en énergie (principalement de chauffage et climatisation). En ce qui concerne les toitures plates classiques (sans pente), elles sont très majoritairement recouvertes d'un revêtement de type caoutchouc noir ou d'un revêtement bitumineux (également noir) et comptent pour une fraction importante de la surface en ville (AKBARI et ROSE [28]). Dans les deux cas, ces matériaux sont très absorbants du point de vue du rayonnement solaire et contribuent à un échauffement important du bâtiment et donc de la ville de façon globale (WANG et al. [29] et CARPIO et al. [30]). En revanche, ces solutions sont efficaces vis-à-vis de l'étanchéité, l'installation est facilité et enfin le coût au mètre carré est peu élevé. En parallèle de ces revêtements, d'autres solutions existent comme les **toitures végétales extensives** (abrégé en TVE par la suite) ou intensives (voir la différence entre les deux types de toiture sur la figure 1.11).

## 1.3.1. Un peu d'histoire

Le concept de toiture végétale a réellement émergé lors de l'exposition universelle de Paris en 1867 avec une toiture végétale extensive et un premier système de drainage. L'idée de ce type d'installations a continué à se répandre au cours du 20<sup>ème</sup> siècle, grâce notamment à des architectes de premier plan comme le Corbusier en France. Le Rockefeller Center figure 1.12 construit à New York dans les années 1930 est considéré comme le premier gratte-ciel des États-Unis avec une toiture végétale.

Mais en revenant plus en amont dans l'histoire, l'association de structures naturelles au bâti est bien antérieure. En effet, dès la préhistoire les toitures constituées de chaume ou de foin étaient largement répandues et pour tout type de bâtiments. Dans ces usages, les structures végétales étaient adoptées pour des raisons pratiques de disponibilité des matériaux et la facilité de construction et d'intégration à l'environnement. Ce n'est qu'au 20<sup>ème</sup> siècle que les toitures végétales ont commencé à émerger en milieu urbain pour répondre à des problématiques environnementales, sociales et économiques. Pour la question environnementale, une toiture végétale permet : d'absorber une partie du CO<sub>2</sub> de l'air pour la photosynthèse des plantes, d'absorber une partie des métaux lourds, de limiter les problèmes de ruissellement des eaux de pluie en milieu urbain ultra-artificialisé, de réduire la température de l'air de 4 °C en moyenne et la température de surface d'environ 10 °C par rapport à une toiture conventionnelle. Pour les aspects énergétiques, une toiture végétale constitue une couche d'isolation supplémentaire pour le bâtiment au niveau du toit, lieu privilégié d'échanges et de pertes thermiques. Cette couche supplémentaire permet de réduire les besoins en chauffage en hiver et les besoins en climatisation l'été. De plus, une toiture végétale permet de limiter le stress thermique (et rayonnement UV) sur la structure du bâtiment qui est souvent plus sensible à ces effets qu'un milieu végétal qui est adapté par nature. Enfin, la végétalisation en ville a démontré des impacts très positifs sur le bien-être des habitants.

Aujourd'hui, les structures végétales continuent à se déployer notamment pour respecter les nouvelles politiques de développement durable luttant contre la perte de biodiversité en ville et l'artificialisation excessive en milieu urbain (COMMISSION [31] et ZHONGMING et al. [32]). Les solutions végétales sont non seulement disposées en toiture mais également en façade de façon plus récente. Malgré tout, d'un point de vue économique, l'investissement financier initial



(a) Exemple de toiture extensive.



(b) Exemple de toiture intensive.

FIG. 1.11. : Exemples de toitures végétales extensive et intensive.

est difficile à recouvrer par l'intermédiaire des services écosystémiques rendus par la végétalisation. C'est pourquoi de nombreuses villes dans le monde (particulièrement en Europe et en Amérique du Nord) ont recourt à des politiques favorisant l'installation de telles structures. La commission européenne définit une *structure verte* comme un ensemble de surfaces naturelles et semi-naturelles permettant de délivrer des services écosystémiques. Les politiques recourent à deux mécanismes principaux : les subventions et les obligations par la législation. D'autres mécanismes existent comme la réduction de certaines taxes ou la délivrance de certifications.

En Europe, les toitures végétales se sont fortement développées en Allemagne dans les années 1990 et des études sur le long terme ont été publiées (Köhler et al. [33]). Encore aujourd'hui, de nombreuses villes allemandes proposent des subventions pour l'installation de toitures végétales



FIG. 1.12. : Toiture végétale extensive sur le Rockefeller Center à New York (États-Unis).

sur le bâti. En France, le marché des toitures végétales est dominé par les poseurs d'étanchéité et la majorité des systèmes sont *extensifs* avec une hauteur de substrat comprise entre 5 cm et 15 cm. Les toitures terrasses sont restées longtemps inexploitées mais leur potentiel commence à être valorisé pour la végétalisation et la production d'énergie via des technologies renouvelables. Ainsi, depuis quelques années un nouveau type de toiture terrasse a émergé sous l'appellation (non-officielle) de *toiture biosolaire*. Une concurrence existait il y a encore quelques années en France entre l'installation d'un champ photovoltaïque ou d'une toiture végétale. Aujourd'hui, les avantages des deux systèmes sont bien perçus et leur installation est de plus en plus fréquente.

# 1.3.2. La structure d'une toiture végétale extensive

La toiture végétale extensive est un milieu complexe dont les fonctionnements hydriques et thermiques sont à la fois différents d'une toiture classique (de type bitume ou gravier par exemple) mais aussi d'un sol naturel. Ce qui distingue principalement ce type de toiture d'une toiture dite conventionnelle est la présence de végétation prenant racine dans un substrat. Cette végétation va induire des effets physiques supplémentaires, absents sur une toiture inerte. En particulier, les phénomènes de transpiration des plantes et d'évaporation du sol vont être grandement modifiés en comparaison d'une toiture conventionnelle. Ce qui distingue la toiture végétale d'un sol dit naturel est la présence de nombreuses couches empilées artificiellement. De plus, ces couches sont essentiellement constituées de matière minérale à la grande différence d'un milieu naturel. Par ailleurs, une toiture étant un milieu aux dimensions finies, les couches adjacentes à la végétation ont des épaisseurs finies et la condition à la limite inférieure est la pièce se trou-

vant sous la toiture dont les usages peuvent être différents d'un bâtiment à un autre, d'un climat à un autre. Au contraire, un milieu naturel est un semi-infini en profondeur et les dimensions horizontales, souvent sans obstacles, sont considérées uniformes et isotropes (configuration de type *champ*).



FIG. 1.13. : Structure classique d'une toiture végétale extensive.

Classiquement, la toiture végétale extensive se décompose en cinq couches distinctes :

- Végétation : composée d'herbacées, principalement des sédums (plantes succulentes) pour les toitures en Europe.
- **Substrat** : à 80 % minéral (roche volcanique de type pouzzolane par exemple) et à 20 % organique. C'est la zone dans laquelle les plantes prennent racine et vont chercher les nutriments et apports hydriques nécessaires à leur croissance.
- Géotextile : empêche les éléments du substrat de se lessiver vers les couches inférieures de la toiture.
- Couche de drainage : couche intermédiaire avant la sortie de l'eau vers l'exutoire (sortie d'eau vers le milieu extérieur). Différentes structures existent pour cette couche et plusieurs stratégies peuvent être imaginées notamment pour obtenir un certain effet retard correspondant au temps de latence entre l'observation des précipitations en surface de la toiture et la sortie de l'eau par l'exutoire (contrairement à des surfaces très artificielles très imperméables qui n'offrent aucun effet retard des écoulements hydriques).
- Étanchéité : isole la structure solide de la toiture du bâtiment des transferts hydriques induits par la présence de la toiture végétale.

On retrouve ensuite le bâtiment en lui-même avec sa couche d'isolant puis, dans la plupart des cas, une dalle béton de 20 cm à 30 cm. Un schéma récapitulatif de la structure est présenté sur la figure 1.13. Comme mentionné précédemment, ce qui va distinguer principalement la toiture végétale extensive de la toiture conventionnelle est :

- le flux d'évapotranspiration en surface de la couche de végétation et du substrat;
- l'isolation thermique supplémentaire apportée par les couches de la toiture végétale visà-vis du bâtiment mais surtout l'augmentation de l'inertie thermique de la toiture;
- la présence de transferts hydriques au sein des couches avec un effet retard des écoulements vers le réseau urbain de récupération des eaux pluviales.

### 1.3.3. Fonctions systèmes et apports éco-systémiques

En premier lieu, une structure végétale anthropique est un lieu de vie potentielle pour la faune et la flore avec des spécificités marquées par rapport à un milieu naturel. À ce titre, les espèces végétales visibles sur les toitures végétales sont assez proches de ce qu'on retrouve sur des friches ou prairies urbaines. De plus, ces surfaces végétales sont souvent colonisées par des plantes spontanées ce qui donne parfois des associations originales. D'après les études (CATALANO et al. [34]), le paramètre d'influence majeure pour expliquer la biodiversité d'une toiture végétale est l'épaisseur du substrat.

Le substrat d'une toiture végétale est un élément essentiel pour la régulation du cycle de l'eau et du carbone en ville. Une grande majorité des substrats sont composés de pouzzolane, de brique concassée ou de gravier. Le choix des constituants a un impact immédiat sur la capacité en rétention en eau, capacité qui est souvent mise en avant par les aménageurs en milieu urbain où les installation anthropiques favorisent le ruissellement des eaux pluviales. Une grandeur étudiée pour évaluer cette capacité est la *Capacité Maximale en Eau (CME)* dont un protocole de mesure a été développé par l'ADIVET. La *CME* consiste à mettre le substrat à saturation pendant 24 h et à observer une période de ressuyage de 2 h. Les paramètres du substrat qui affectent la *CME* sont principalement sa granulométrie, sa texture, son épaisseur.

L'effet de rafraîchissement est un des bénéfices attendus des structures végétalisées, et son rôle est central dans ce travail puisque c'est l'effet recherché pour favoriser la production électrique des panneaux photovoltaïques. En milieu urbain, la température est plus élevée qu'en milieu rural : c'est l'effet d'Îlot de Chaleur Urbain présenté dans la section 1.3. Les toitures végétales ont un potentiel de rafraîchissement et peuvent donc agir de façon positive sur l'ICU (NORTON et al. [35]). La quantité d'eau évapotranspirée dépend de nombreux facteurs : des facteurs externes donnés par les conditions climatiques (rayonnement solaire, vitesse du vent, précipitations, humidité de l'air etc) et de facteurs internes tels que la capacité en eau du substrat, le type de plantes et leur état physiologique, la présence d'une couche de drainage, de la hauteur du bâtiment, des différents obstacles etc. Il est à noter que l'effet rafraîchissant potentiel est indirect. En effet, pour une surface où de l'eau est disponible, une partie de l'énergie va être utilisée pour le changement de phase de l'eau liquide vers la vapeur d'eau ce qui engendre une température de surface moins élevée et donc un transfert de chaleur de cette surface vers l'air par convection moins important. De plus, la présence d'une végétation contribue à moins absorber le rayonnement solaire (surtout dans l'infrarouge) en comparaison d'un revêtement de type bitume par exemple. Une des limitations majeures au phénomène d'évapotranspiration pour les toitures végétales extensives est la disponibilité en eau relativement faible à cause de la petite épaisseur du substrat, du type de végétation qui ne favorise pas ce processus d'un point de vue biologique et de l'absence d'arrosage en conditions réelles de fonctionnement.

# 1.4. Le système panneau photovoltaïque

### 1.4.1. Un système au service de la transition énergétique

Sur Terre, à l'exclusion de l'énergie nucléaire et de la géothermie en profondeur, l'énergie solaire est le maillon central de toutes les autres énergies. De l'énergie hydraulique à la photosynthèse en passant par les énergies fossiles, la ressource solaire est intervenue dans un très grand nombre des processus de transformation de l'énergie d'une forme à une autre. La Terre recoit à sa surface  $340 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  ce qui implique qu'en 1 h l'énergie solaire incidente sur le système Terre dépasse la consommation mondiale d'énergie annuelle. Cependant, cette énergie n'est pas concentrée et pas facilement convertie en énergie utile et est intermittente. Depuis la découverte de la conversion de l'énergie solaire en énergie électrique par Edmond Becquerel en 1839 et la construction de la première cellule photovoltaïque par Robert Andrews Millikan en 1916, l'exploitation de cette ressource ne cesse de se développer. Les technologies photovoltaïques constituent l'une des opportunités d'intérêt pour cette exploitation et fait l'objet d'intenses développements depuis plusieurs années avec chaque année des records d'efficacité de conversion. Aujourd'hui, le photovoltaïque fait partie intégrante des énergies renouvelables susceptibles de compléter le mix énergétique, et de se substituer à terme aux énergies fossiles. Il est à noter que les technologies basées sur l'effet photovoltaïque ne sont qu'une des nombreuses applications existantes pour exploiter l'énergie solaire. Les applications directes utilisent généralement l'énergie solaire pour la convertir en chaleur : chauffe-eau solaire, fours solaires, centrales thermodynamiques, etc alors que d'autres applications visent à la convertir en électricité.

## 1.4.2. Principes physiques de l'effet photovoltaïque

Le principe de l'effet photovoltaïque repose sur l'absorption d'un photon par un matériau semi-conducteur, typiquement composé d'une jonction de deux semi-conducteurs, l'un présentant un excès d'électrons (*type N*) et l'autre un excès de trous (*type P*). Le photon incident va permettre de créer une paire électron-trou qui va éventuellement se séparer et se déplacer dans le circuit électrique (voir la figure 1.14a). À l'échelle du composant actif (figure 1.14b), il est visible que le photon incident doit posséder une énergie suffisante pour permettre à l'électron de passer dans la bande de valence. Ce mécanisme de photogénération correspond à une *génération* et cette paire électron-trou peut donner lieu à une *recombinaison*. Dans ce dernier cas, la paire photogénérée ne participe pas au photocourant. Dans le cas contraire, l'électron peut fournir un travail dans le circuit électrique et permet d'obtenir une puissance électrique exploitable.

L'évolution du rendement électrique des cellules photovoltaïques pour différentes technologies est montrée sur la figure 1.15.

# 1.4.3. La structure d'un panneau photovoltaïque

À l'échelle supérieure, se trouve le panneau constitué de l'association de plusieurs cellules photovoltaïques associées en série et en parallèle. L'empilement classique est composé de 5 couches (voir la figure 1.16) :

• une couche en verre en face avant pour transmettre le rayonnement solaire vers les couches inférieures et les protéger. Son épaisseur varie entre 2 mm et 4 mm en général. Le verre est souvent associé à une couche anti-reflet avec une épaisseur d'une centaine de nm;



(a) Schéma de principe de l'effet photovoltaïque.



(b) Schéma de principe de l'effet photovoltaïque à l'intérieur du semiconducteur.

FIG. 1.14. : Principe physique de base de l'effet photovoltaïque.

- une résine d'encapsulation de part et d'autre des cellules photovoltaïques avec de bonnes propriétés de transmission. Cette résine est souvent de l'EVA (éthylène-acétate de vinyle) car elle offre de bonnes propriétés mécaniques et électriques et reste économique. Cependant, elle peut jaunir au cours du temps (PERN et al. [36]) et poser des problèmes de durée de vie;
- une couche de cellules photovoltaïques dont 95 % du marché est constitué de cellules à base de silicium. Une nouvelle couche anti-reflet est généralement apposée sur la face avant des cellules. Les conducteurs métalliques en cuivre sont disposés sur la face avant des cellules de sorte à collecter un maximum d'électrons tout en laissant passer un maximum du rayonnement solaire incident. En face arrière, le collecteur est souvent en aluminium;
- une couche de polymère en face arrière pour protéger des transferts thermiques et hydriques. Cette dernière couche doit aussi présenter de bonnes propriétés de viellissement dans le temps pour assurer son rôle car elle est en contact direct avec les sollicitations extérieures.



FIG. 1.15. : Évolution des rendements électriques pour différentes technologies.



FIG. 1.16. : Structure en couches d'un module photovoltaïque classique.

L'ensemble de ces couches sont ensuite disposées dans un cadre en aluminium puis un boîtier de connexion est ajouté en face arrière. Dans ce boîtier, on retrouve une diode de *by-pass* permettant de protéger électriquement les cellules en cas d'ombrage d'une partie des cellules ou de point chaud.

# 1.4.4. Les conditions opératoires d'un panneau photovoltaïque

Il est bien référencé dans la littérature (XU et al. [37] et DUBEY, SARVAIYA et SESHADRI [38]) que l'augmentation de la température des cellules entraîne une diminution du rendement électrique (encart 1.12). Cet effet négatif est résumé par un coefficient de température, souvent noté  $\beta$ , qui relie la puissance électrique (W) à la température des cellules  $T_{cell}$  selon une relation linéaire. Trois grands leviers sont identifiés pour réduire l'impact de l'élévation de la température

sur ce rendement électrique :

- **Diminution de la sensibilité du panneau** : le *design* du panneau photovoltaïque peut être étudié afin de réduire la valeur du coefficient de température β;
- **Refroidissement actif** : en diminuant la température des cellules par des techniques de refroidissement actif telles que la convection forcée, l'écoulement d'un film d'eau en surface du panneau, etc ;
- Réduction de la charge thermique : au lieu de vouloir diminuer la température du panneau, il est possible d'agir en amont en évitant au panneau photovoltaïque d'être soumis à des charges thermiques trop importantes conduisant à une élévation de température de ce dernier. Plusieurs techniques sont envisageables : disposition d'ailettes sur le panneau pour favoriser le refroidissement convectif, disposition de revêtements spéciaux afin d'augmenter le refroidissement radiatif, etc.

Les panneaux photovoltaïques sont caractérisés aux *Conditions Standards de Test (STC* pour Standard Test Conditions) pour lesquelles le rayonnement solaire incident est de 1000 W  $\cdot$  m<sup>-2</sup> dans les conditions d'un spectre solaire AM1.5, une température de cellule de 25 °C. Cependant, il a été démontré dans la littérature que ces conditions STC ne sont pratiquement jamais rencontrées en conditions réelles de fonctionnement (MOSER, PICHLER et NIKOLAEVA-DIMITROVA [39]). Cependant et en dépit de cette observation, l'équation la plus utilisée (1.60) pour calculer le rendement électrique d'un panneau photovoltaïque dépend de deux paramètres déterminés dans les conditions STC : le coefficient de température  $\beta_{ref}$  et le rendement  $\eta_{ref}$ .

$$\eta(T) = \eta_{\text{ref}} \left( 1 - \beta_{\text{ref}} (T_{cell} - T_{\text{ref}}) \right)$$
(1.60)

L'équation (1.60) a l'avantage de reposer sur peu de paramètres physiques du panneau photovoltaïque et présente un réel intérêt pour comparer de manière objective les performances électriques des différentes technologies.

Dans le cadre de cette thèse, on étudie tout particulièrement le dernier point (**réduction de la charge thermique**) en apposant une toiture végétale au panneau photovoltaïque afin de limiter la chaleur normalement apportée par une toiture plus conventionnelle. Dans ce contexte, de nombreuses études se sont attachées à l'évaluation de la charge thermique d'un panneau photovoltaïque en fonction de ses conditions opératoires. Pour cela, un modèle thermique du panneau photovoltaïque doit être mis en place en prenant en considération les différents modes d'échanges thermiques, à savoir le rayonnement, la convection et la conduction. D'autres problématiques scientifiques ont émergé ces dernières années comme l'étude de l'impact du cyclage thermique sur la durée de vie des composants du panneau.

### 1.12 Effet de la température sur le rendement

L'augmentation de la température de surface d'un panneau photovoltaïque augmente également les résistances électriques dans le circuit où passent les électrons ce qui diminue la tension de circuit ouvert. Plusieurs autres mécanismes internes à la cellule photovoltaïque interviennent pour expliquer l'effet négatif de la température sur le rendement électrique. Les constructeurs référencent cet effet de la température sur la baisse de la tension par un coefficient généralement donné dans les spécifications du panneau. Le coefficient de température est souvent donné pour la puissance électrique directement, comme exprimé dans l'équation (1.60). L'effet de l'augmentation de la température à éclairement constant de 1000 W · m<sup>-2</sup> sur un panneau photovoltaïque est visible sur la figure ci-dessous. On constate sur cette figure que l'augmentation de la température augmente légèrement le courant de court-circuit du panneau. Cependant, cette augmentation du courant de courtcircuit est bien plus faible que la diminution de la tension de circuit ouvert et la puissance résultante est diminuée. Ces courbes ont été obtenues par simulation à l'aide du modèle Python pylib<sup>a</sup>.





# 1.5. Positionnement de la thèse

Afin de positionner ce travail de thèse, des précisions doivent être apportées sur l'idée originale de l'association d'une toiture végétale extensive à des panneaux photovoltaïques. Tout particulièrement, nous détaillons les techniques de refroidissement passif explorées dans la littérature et la position du projet **ANR PROOF** dans ce panorama. Ensuite, nous proposons une vision globale du couplage des flux physiques entre les systèmes étudiés afin de poser clairement les idées. Nous terminons cette section par la présentation du plan du présent manuscrit.

### 1.5.1. Techniques de refroidissement

Comme expliqué dans la section 1.4.4, l'histoire thermique d'un panneau photovoltaïque et les températures élevées affectent négativement son rendement électrique (SHARMA et CHANDEL [40]). C'est pour cette raison que des études récentes se focalisent sur ces points en prenant en considération qu'un panneau photovoltaïque en conditions normales de fonctionnement ne présente pas une température de cellules de 25 °C comme c'est le cas dans les conditions STC. Les techniques de refroidissement se divisent actuellement en deux catégories principales : **active** et **passive**. L'utilisation de **matériaux à changement de phase** fait l'objet d'une littérature assez dense mais ne sera pas particulièrement développée ici. Nous donnons ici que quelques éléments d'information sur les différentes techniques; une revue plus complète est donnée par SATO et YAMADA [41] et DWIVEDI et al. [42].

### 1.5.1.1. Refroidissement actif

Pour obtenir un refroidissement actif, la majorité des techniques utilisées s'appuie sur une circulation forcée d'air ou d'eau à l'aide d'un ventilateur ou d'une pompe. La mise en circulation de l'air par un ventilateur externe entre dans cette catégorie. Ces approchent permettent souvent de réduire de façon drastique la température des cellules photovoltaïques (une réduction souvent supérieure à 40 °C) mais consomment également une quantité d'énergie non négligeable.

De façon analogue à une circulation d'air, la mise en place d'un écoulement d'eau sur la face avant du panneau favorise le refroidissement de celui-ci (KRAUTER [43]). La diminution de température obtenue est du même ordre de grandeur qu'un refroidissement actif par air et permet en plus de nettoyer le panneau des dépôts de poussière. Dans certains systèmes, au lieu de laisser s'écouler l'eau sur le sol au bas du panneau, un dispositif de récupération est mis en place et permet une recirculation de l'eau (ODEH et BEHNIA [44]).

#### 1.5.1.2. Refroidissement passif

Le refroidissement passif s'appuie également sur une circulation d'air ou d'eau mais sans utiliser un moyen extérieur pour mettre en mouvement ces fluides. On recherche dans ces applications à favoriser une convection naturelle ou à augmenter les surfaces d'échange entre le panneau et son environnement.

Le refroidissement passif par circulation naturelle de l'air est la technique la plus facile à mettre en œuvre. Pour permettre un échange convectif plus important entre le panneau et l'air, des ailettes peuvent être disposées sur la face arrière du panneau. Ces ailettes augmentent la surface d'échange convectif et le rendent donc plus efficace.

Le refroidissement par caloduc (*heat pipe*) consiste à placer un circuit fermé, dans lequel s'écoule un fluide caloporteur, au dos d'une cellule ou d'un panneau. Le fluide va passer de l'état liquide à l'état vapeur au contact (transfert conductif) du panneau (source chaude) puis revenir à l'état liquide au niveau de la source froide (l'air ambiant dans ces applications). Il existe de nombreuses technologies différentes basées sur ce même principe. Cette technique est plus souvent utilisée pour des applications de photovoltaïque à concentration. Une autre technique assez similaire consiste à placer des dissipateurs thermiques sur le panneau qui peuvent échanger par convection avec l'air ambiant.

Le refroidissement avec matériaux à changement de phase (*PCM* pour *Phase Change Material*) consiste à récupérer la chaleur du panneau photovoltaïque dans le *PCM* par transfert conductif. Ces matériaux sont ensuite capables de stocker la chaleur emmagasinée sous forme de chaleur latente par changement de phase (de la phase solide à la phase liquide).

Le refroidissement radiatif est une technique passive où l'émissivité de surface du panneau est modifiée afin de favoriser l'échange radiatif avec le ciel à une température d'environ 4 K en exploitant la fenêtre de transparence de l'atmosphère entre 8 µm et 14 µm. Pour ce faire, des recherches portent sur la modification de la texture de surface du panneau (structures pyramidales par exemple) pour optimiser l'émissivité du panneau. Pour cette méthode, il est également possible d'associer le panneau à un matériau (un radiateur) possédant les bonnes propriétés radiatives (NISHIOKA et al. [45]). Pour ces systèmes, le flux de chaleur est dégagé du panneau vers le radiateur par conduction qui à son tour va évacuer la chaleur par refroidissement radiatif.

#### 1.5.1.3. Autres techniques

Depuis quelques années, les techniques de refroidissement se sont développées et des idées originales apparaissent où la logique est de mettre le panneau photovoltaïque dans un environnement thermiquement favorable plutôt que de chercher à le refroidir. En agissant en amont sur la charge thermique soumise au panneau, il est alors possible d'envisager des gains sur la production photovoltaïque à faible coût et sans utiliser une source d'énergie supplémentaire et en limitant la complexité de l'installation dans certains cas. Parmi ces techniques innovantes, nous faisons un point sur deux d'entres elles : le photovoltaïque flottant (*floatting PV*) et les dispositifs de toiture biosolaire.

Il existe actuellement essentiellement trois types d'installation photovoltaïques : disposition directe au sol, intégration au bâti (toiture, façade, ou en remplacement d'éléments de construction), en surface d'un volume d'eau. Les installations au sol concernent les centrales photovoltaïques avec une grande puissance installée. La plus grande centrale solaire se trouve au Émirats arabes unis et sa puissance installée est de 1,5 GW. En France, la plus grande centrale se trouve en Île-de-France avec une puissance de 23 MW. Les installations en toiture sont de plus petites puissances et dépassent rarement le MW. Sur les bâtiments résidentiels, la puissance installée est de l'ordre de la dizaine de kW. Pour ce qui est du photovoltaïque flottant, il y a encore relativement peu de déploiements industriels mais une forte demande de la part de plusieurs pays dans le monde. D'après Choi [46], les installations flottantes présentent un gain en efficacité de 11 % en comparaison avec les centrales installées au sol.

Le PV flottant est possible sur des étendues d'eau de différents types : océans, lacs, réservoirs d'eau, bassins de traitement de l'eau etc. Plusieurs avantages sont notables pour ces dispositifs : utilisation d'un espace souvent inutilisé, peu d'obstacles pour le rayonnement solaire, charge thermique diminuée. À l'inverse, l'installation photovoltaïque peut avoir des effets bénéfiques

sur son environnement aquatique en limitant une évaporation excessive de l'eau sous certaines conditions, en prévenant la prolifération des algues indésirables et en augmentant la qualité de l'eau. En revanche, ce type d'installations peut être victime des événements météorologiques intenses (ouragans, cyclones, etc) et l'eau peut accélérer la corrosion des composants du panneau ou électriques (câbles, micro-onduleurs, etc). Par ailleurs, des effets indésirables pour la faune et la flore présente dans l'eau peuvent être observés. De plus, une installation intense sur des étendues d'eau peut entrer en conflit avec les activités humaines si leur prolifération n'est pas correctement réglementée.

Une autre solution émergente et reposant également sur l'exploitation de l'effet rafraîchissant créé par l'évaporation de l'eau consiste à associer technologies photovoltaïques à des structures végétales, plus particulièrement à des toitures végétales. Il n'y a pas de dénomination officielle pour ce type de systèmes mais on parle souvent de *toitures biosolaires* en français ou de *GRIPV* pour *Green Roof-Integrated Photovoltaics*.

Comme indiqué dans la section 1.3.1, l'Allemagne a développé les structures de façon précoce en Europe et c'est également dans ce pays que les premières études sur l'association d'une toiture végétale à un panneau photovoltaïque ont été publiées. Ainsi, les premiers travaux d'évaluation des performances de panneaux photovoltaïques dans ces conditions d'installation sont donnés dans Köhler et al. [33] et Kohler, Feige et Wiartalla [47]. Dans ce travail, un gain de 6 % a été observé sur la production électrique en comparaison d'une toiture de type bitume sur une période de 5 ans. Cependant, les auteurs ont identifié que de nombreux facteurs peuvent impacter la production électrique et le gain sur la production énergétique n'est pas toujours aussi notable. Une différence de température de surface de l'ordre de 20 °C entre les toitures végétale et bitumineuse a été observée en période estivale. Ces premières études ont permis de démontrer que l'association d'un panneau photovoltaïque sur une toiture végétale extensive est possible et que le rendement électrique peut être amélioré. Par la suite, de nombreuses autres études, souvent expérimentales, et sous différents climats ont été publiés. D'autres facteurs sont à prendre en compte lorsque les performances des systèmes sont comparées : le type de bâtiment utilisé, les espèces de plantes présentes et leur taux de couverture, la hauteur des panneaux sur la toiture et le nombre de panneaux, la durée de l'étude expérimentale et l'historique de l'installation, la superficie de la toiture végétale et ses conditions de fonctionnements (irrigation par exemple), etc. Tous ces facteurs rendent l'analyse délicate et invitent à la prudence afin d'éviter les conclusions hâtives. Dans ce qui suit, et sauf mention contraire, les pourcentages sont généralement donnés en variation relative.

Pour un climat subtropical à Honk Kong, la production d'énergie mensuelle est supérieure de 8,3 % d'après HUI et CHAN [48]. Pour PEREZ et al. [49], la production d'énergie est supérieure d'environ 2,4 % pour la configuration sur toiture végétale comparé à une toiture gravier. Cette étude a été conduite à New York (États-Unis). Les auteurs précisent que cette amélioration de la production sur une période de 30 ans, et sous les conditions économiques de cette localisation, permettrait de gagner 1,2 million de dollars. Dans l'article de NAGENGAST, HENDRICKSON et MATTHEWS [50], une étude expérimentale a été effectuée sur quatre sites différents aux États-Unis et les résultats sont légèrement en faveur de l'installation sur toiture végétale avec un gain de seulement 1,5 % sur la production d'énergie sur le mois de juillet. Les auteurs concluent que les gains sont faibles mais que la structure végétale apporte d'autres bénéfices non liés à la production électrique. CHEMISANA et LAMNATOU [51] ont mené leurs travaux en Espagne sur deux mois d'été (juin et juillet). Les résultats portent sur la puissance électrique maximale atteinte. Une augmentation comprise entre 1,29 % et 3,33 % a été observée (en fonction du type

de plantes) sur ce point maximal de puissance. Il est à noter que dans cette étude il ne s'agissait pas d'une toiture végétale complète mais d'une installation temporaire dans des bacs de petites dimensions. Osma-PINTO et ORDÓÑEZ-PLATA [52] ont observé la production d'énergie sur une toiture végétale dans un climat chaud tropical et ont étudié l'impact de la hauteur de l'installation. La production a été comparée à une toiture béton sur une base journalière. La production était 1,3 % supérieure sur la parcelle végétale avec une marge d'erreur de 0,4 % pour un panneau installé à une hauteur de 50 cm par rapport à la toiture. Ils donnent également des éléments intéressants sur l'influence de la toiture végétale sur la température d'air à proximité immédiate du panneau. D'après eux, la température d'air dans cette zone est réduite de 0,2 °C à 0,4 °C pour des hauteurs entre le bas du panneau et de la toiture inférieures à 100 cm. En revanche, pour une toiture béton la température d'air est supérieure de 1 °C à 3 °C. Lorsque le panneau est placé trop près de la toiture, un effet négatif est observé sur la production comparé à une toiture béton. En effet, bien que la température de fonctionnement du panneau soit inférieure dans ces conditions, le rayonnement reçu par le panneau sur la toiture béton est supérieure à celui de la toiture végétale et la production augmente dans le premier cas. Enfin, lorsque la vitesse du vent dépasse les  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , la production journalière augmente de 1% à 3% et ceci est particulièrement intéressant lorsque les niveaux de rayonnement sont importants (supérieurs à  $700 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ ). En-dessous de  $300 \,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$ , l'influence de la vitesse du vent n'est pas prédominante car la production électrique atteint des niveaux faibles. OGAILI et SAILOR [53] comparent deux hauteurs d'installation de panneau photovoltaïque sur trois types de parcelles différentes : bitumineuse, végétalisée et surface réfléchissante (type coolroof) aux États-Unis. La puissance moyenne sur la parcelle végétale est 1,2 % supérieure à la parcelle bitumineuse et 0,8 % supérieure à la parcelle réfléchissante pour une hauteur entre le panneau et la surface de 18 cm. À une hauteur supérieure de 24 cm, il a été observé que la puissance diminuait. Dans cette seconde configuration, les écarts entre parcelles sont respectivement de 1,0% et 0,7%. Pour ce qui est des températures de panneau, le panneau sur la parcelle végétale possédait une température de surface inférieure de 1,5 °C à 3 °C. Les auteurs ont aussi déterminé les coefficients d'échange convectif et reportent que ceux de la parcelle végétalisée sont 10 à 20 % supérieurs. L'hypothèse qui prévaut est que l'augmentation de la rugosité de surface créée par la présence de la végétation sur cette parcelle entraîne une création de turbulence supérieure et donc des échanges convectifs plus développés. Tout comme OSMA-PINTO et ORDÓÑEZ-PLATA [52], le fait de rapprocher le panneau trop près de la toiture a tendance à dégrader le rendement électrique. ALSHAYEB et CHANG [54] ont étudié une toiture biosolaire au Kansas (États-Unis) où le climat est de type subtropical humide et pendant une période d'un an. La puissance photovoltaïque installée est de 4,3 kW. Sur l'année entière, le panneau sur toiture végétale a produit 19,4 kWh de plus que celui sur la toiture conventionnelle, soit une différence de 1,4 % en faveur de la toiture biosolaire. BAUMANN et al. [55] ont mené une étude en Suisse dans un climat de type continental sur une période de cinq mois avec l'originalité d'utiliser des panneaux bifaciaux. L'installation photovoltaïque possède une puissance de 9,09 kW. Une toiture végétale avec des plantes sélectionnées pour leurs bonnes propriétés de réflexion de la lumière a permis d'obtenir une augmentation relative de 17 % par rapport à une toiture végétale plus classique. Dans cette étude, des panneaux bifaciaux ont également été installés à la verticale sur la toiture végétale mais la production électrique était inférieure de 1,4 % dans cette configuration par rapport à des panneaux monofaciaux classiques orientés vers le Sud. Ils ont également comparé la performance des panneaux selon plusieurs types de parcelles : végétale et gravier. La production était supérieure de 3 % sur les parcelles végétales. SCHINDLER et al. [56] ont mené une autre étude en Suisse. La production photovoltaïque sur une toiture végétale en conditions

réelles a été testée, c'est-à-dire sans irrigation. Les plantes se sont mieux développées sous les panneaux mais les espèces d'arthropodes étaient moins bien représentées. De plus, ils n'ont pas observé d'effet bénéfique sur la production électrique des panneaux et attribuent ce résultat à l'absence d'irrigation de la toiture végétale et donc à un manque d'évapotranspiration. Ils en concluent que dans ce type de climat, l'irrigation est probablement un facteur déterminant pour obtenir une production électrique substantiellement supérieure.

Au regard de la littérature, il existe finalement assez peu d'études expérimentales sur le sujet et la multitude de paramètres pouvant affecter la production photovoltaïque rend les comparaisons relativement difficiles. En particulier, le type de climat peut entraîner des conclusions très différentes. À ce jour, il semblerait que les climats chauds et humides favorisent l'association entre les deux systèmes car la toiture végétale dans ce cas est capable d'évapotranspirer une plus grande quantité d'eau et la végétation reste en meilleur état pendant une plus grande période. Les études montrent également que la question de la hauteur optimale du panneau par rapport à la toiture est encore en suspens. OSMA-PINTO et ORDÓÑEZ-PLATA [52] ont étudié plusieurs hauteurs de séparation (0, 25, 0, 5, 0, 75 et 1 m) et il semblerait qu'une hauteur comprise entre 0, 5 et 0,75 m soit la plus favorable. Cependant, cette conclusion prévaut pour un climat plutôt humide en Amérique du Sud. Les résultats diffèrent aussi selon le type de plantes utilisées sur la toiture. Par exemple, CHEMISANA et LAMNATOU [51] ont observé des différences entre végétation de *sedums* et de *gazania* en Espagne. En absence de conclusions scientifiques claires sur le design optimal à adopter pour les toitures biosolaires, les politiques environnementales pouvant favoriser ces installations auront des difficultés à voir le jour.

# 1.5.2. Le projet PROOF

Le projet **ANR PROOF** (ANR-19-CE22-0008) doit permettre aux décideurs d'évaluer les performances attendues du système combiné TVE-PPV et se décompose selon quatre axes principaux : de l'échelle du système à celle du quartier en passant par celle du bâtiment. La tâche dans la laquelle s'inscrit cette thèse vise à évaluer la performance énergétique à l'échelle du système combiné. Ces deux systèmes ont longtemps été mis en opposition car ils semblent répondre à des enjeux différents. Depuis les travaux de Köhler et al. [33] en Allemagne, un regain d'intérêt pour ce type de systèmes est apparu. À l'heure actuelle, de nombreuses études ont été effectuées pour évaluer les intérêts énergétiques et environnementaux potentiellement apportés par ce combiné.

Plusieurs hypothèses sont avancées et peuvent contribuer à augmenter le rendement électrique des panneaux photovoltaïques, systèmes pour lesquels l'augmentation de la température entraîne un effet négatif sur le rendement.

- la température de surface sur une parcelle végétale est plus faible que sur une toiture conventionnelle (bitume, gravier, etc);
- la température d'air entre la toiture et le panneau est plus faible pour une toiture végétale ;
- l'évapotranspiration est toujours significative même en présence du panneau photovoltaïque sur la toiture;
- à l'échelle du bâtiment, l'association du complexe TVE PV est positive comparée à une situation avec panneau sur toiture conventionnelle

### 1.13 Agrivoltaïsme

Une solution émergente depuis une dizaine d'années combine également des panneaux photovoltaïques à un milieu végétal, il s'agit de l'agrivoltaïsme. Cela consiste à implanter un champ photovoltaïque sur une parcelle agricole. Ce type de systèmes permet d'agir sur la productivité agricole en jouant sur l'orientation des panneaux au cours des saisons et du cycle de croissance des cultures mais aussi de bénéficier de l'effet d'évapotranspiration pour la production électrique. De nombreux facteurs influencent les résultats obtenus : la température de l'air, l'humidité, la vitesse et la direction du vent, la température du sol et sa teneur en eau, le déficit de pression de vapeur. D'autres facteurs peuvent aussi intervenir à l'encontre de la production électrique comme le dépôt de poussière créé par les activités agricoles. Les surfaces agricoles représentent 12 % de la surface terrestre, le potentiel de l'agrivoltaïsme est donc important. Nous référons vers l'article de AL MAMUN et al. [57] pour une étude synthétique des installations de ce type sur les 10 dernières années dans le domaine de l'agrivoltaïsme.



FIG. 1.18. : Illustration d'une installation agrivoltaïque en Allemagne.

- le panneau photovoltaïque ne dégrade pas la santé de la végétation de la toiture ;
- la toiture végétale rend des services écosystémiques à l'échelle bâtiment mais surtout du quartier.

Dans ce travail de thèse on raisonne à plusieurs échelles spatiales mais avec un intérêt pour l'échelle système (échelle *PV panel* sur la figure 1.19). Les modèles développés dans le chapitre 3 pour la toiture végétale et le panneau photovoltaïque s'appliquent directement à cette échelle. Le modèle de bâtiment avec présence d'un champ photovoltaïque dans le chapitre 4 s'intéresse plus particulièrement à l'échelle notée *Building* sur la figure 1.19. En ce qui concerne les échelles temporelles, nous présentons des résultats allant de la journée (voire seulement quelques heures) à plusieurs années. Il est évident que les bénéfices énergétiques attendus d'une telle association entre panneau photovoltaïque et toiture végétale dépend beaucoup de l'échelle temporelle d'étude. À titre d'exemple, une parcelle de type *coolroof* peut présenter des résultats très positifs lors des premiers mois d'installation puis rapidement se dégrader pour ensuite observer des résultats moins intéressantes voire négatifs.

# 1.5.3. Vision globale des flux physiques

Sur la figure 1.19, les différents flux entre les systèmes sont rappelés. Les trois systèmes sont (symbolisés par des blocs de couleur bleue) :

- le panneau photovoltaïque;
- la surface du sol sous le panneau;
- l'air entre le panneau et le sol.

Ces systèmes vont modifier leur bilan d'énergie en échangeant entre eux sous la forme de flux thermiques (conduction, rayonnement, convection) et hydriques (évaporation, évapotranspiration, condensation), tous ces flux s'expriment en  $W \cdot m^{-2}$ . Les flèches sont bi-directionnelles lorsque l'échange peut se faire dans les deux directions entre les systèmes. Les données météorologiques (*Weather Data*) sont considérées comme un *forçage*, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de rétroaction entre les systèmes mentionnés précédemment et l'atmosphère. En toute rigueur et pour des installations de grande ampleur, les systèmes au sol ont un effet sur la circulation atmosphérique. Par exemple, la présence d'un très grand nombre de panneaux photovoltaïques en milieu urbain va modifier le flux de chaleur sensible transmis vers l'atmosphère et potentiellement modifier le climat local (SCHERBA et al. [58]).

Sur le schéma les flux radiatifs aux grandes longueurs d'onde (LW) sont en couleur rouge et ceux aux courtes longueurs d'onde (SW) en orange :

- $\phi_{SW}^{sun \to PV}$ : flux aux courtes longueurs d'onde provenant du Soleil et incident sur le panneau;
- $\phi_{SW}^{sun \rightarrow Soil}$ : flux aux courtes longueurs d'onde provenant du Soleil et incident sur le sol;
- $\phi_{SW}^{PV \leftrightarrow Soil}$ : flux aux courtes longueurs d'onde entre le panneau et le sol;

- $\phi_{LW}^{sky \rightarrow PV}$ : flux aux grandes longueurs d'onde entre le ciel (à la température  $T_{sky}$ ) et le panneau;
- $\phi_{LW}^{Soil \leftrightarrow PV}$ : flux aux grandes longueurs d'onde entre le panneau et le sol;
- $\phi_{LW}^{sky \rightarrow Soil}$ : flux aux grandes longueurs d'onde entre le ciel et le sol.

Les flux convectifs sont en vert :

- $\phi_{cv}^{PV,up}$ : flux convectif entre la surface supérieure du panneau et l'air;
- φ<sup>Air↔PV</sup><sub>cv</sub>: flux convectif entre la surface inférieure du panneau et l'air situé le panneau et le sol;
- $\phi_{cv}^{Air\leftrightarrow Soil}$ : flux convectif entre le sol et l'air entre le panneau et le sol.

Les flux hydriques en bleu :

- $\phi_{rain}$  : flux hydrique au niveau du panneau (face supérieure);
- $\phi_{rain}^{Soil}$  : flux hydrique au niveau du sol;
- $\phi_{condensing}$  : flux de recondensation de l'eau vers le sol.

Le flux  $\phi_{renewal}$  est un peu particulier car il concerne un éventuel flux de condensation permettant de restituer une partie de la teneur en eau dans le sol, observation développée dans l'article de BOLLMAN et al. [59] (encart 1.14).

Enfin, plusieurs observables d'intérêt peuvent être analysées :

- $\mathcal{P}_{vv}$ : la puissance électrique photovoltaïque;
- $T_{pv}$ : la température de panneau, de cellule, ...;
- $T_{air}^{back}$ : la température de l'air entre le panneau et le sol, potentiellement différente de celle loin du panneau et mesurée au niveau des stations météorologiques (souvent prise à 2 m du sol);
- $T_{surface}$ : la température du sol sous le panneau résultant des différents échanges thermiques et hydriques entre cette dernière et les autres systèmes ainsi que de la physique interne à la toiture.



FIG. 1.19. : Interprétation des échanges entre les trois systèmes (panneau photovoltaïque, toiture végétale et volume d'air entre les deux) sous la forme de flux thermiques (conduction, rayonnement, convection) et hydriques.

# 1.5.4. Plan du document

Le reste du document est divisé en cinq chapitres. Dans le chapitre 2, nous présentons la plateforme expérimentale située au Cerema Tomblaine (France). Les différentes parcelles expérimentales sont introduites ainsi que leurs spécificités propres. De plus, une présentation des capteurs utilisés dans cette thèse est donnée. Des détails sont fournis sur la situation géographique de la plateforme et sur les conditions météorologiques auxquelles sont soumis les panneaux. Enfin, une partie de caractérisations optiques, thermiques et électriques des panneaux est présentée. Dans le chapitre 3, les modèles physiques de la toiture végétale et thermique du panneau photovoltaïques sont présentés. Une introduction à la méthode de Monte Carlo est également présente afin d'éclairer le lecteur sur les notions fondamentales propres à cette méthode. Dans les chapitres 4 et 5, les modèles développés dans le chapitre 3 sont validés puis appliqués à l'évaluation de la performance d'un système combiné toiture végétale - panneau photovoltaïque. Les résultats expérimentaux obtenus sur la plateforme sont également donnés et commentés dans le chapitre 4. Enfin, dans le chapitre 6, la démarche de modélisation globale de l'échelle de la cellule photovoltaïque (le composant actif) à l'installation réelle est développée. En particulier, le modèle électrique de la cellule photovoltaïque par la méthode de Monte Carlo est décrit et constitue une démarche originale par rapport aux modèles déterministes couramment utilisés (voir l'exemple du modèle à diode présenté dans l'annexe A). La validation de ce modèle avec

#### **1.14 Flux de recondensation**

Dans l'article de BOLLMAN et al. [59], des structures assimilables à des panneaux ont été disposés au-dessus d'une toiture végétale afin d'observer les impacts hydriques et thermiques. Un résultat intéressant est que la teneur en eau n'était pas sensiblement différente entre les endroits directement exposés au Soleil et ceux à l'ombre. Ce phénomène est expliqué par un flux de condensation vers la toiture lorsque la température de surface est égale ou inférieure à la température de rosée, température à laquelle l'air est saturé d'eau. La formation de rosée sur une surface est normalement favorisée par le refroidissement radiatif par temps clair ce qui n'est pas possible lorsque la surface est ombragée par un panneau. La température de surface sous les panneaux la nuit était toujours supérieure à la température de rosée ne permettant une condensation de l'eau sur la surface contrairement aux surfaces non recouvertes de panneaux.

une solution analytique est effectuée et les premiers couplages entre ce modèle électrique et le modèle thermique sont introduits.

La figure 1.20 sert de fil conducteur dans la progression du manuscrit. Ainsi, dans le chapitre 3 il est question de modélisation à l'échelle du système panneau et de son environnement immédiat. Dans le chapitre 5, nous nous intéressons à l'échelle supérieure, celle de l'intégration du panneau photovoltaïque à l'échelle du bâtiment. Et enfin, dans le chapitre 6 la modélisation porte sur le composant actif dans une démarche de rebouclage : de la cellule à l'installation finale dans une logique d'optimisation du système photovoltaïque en vue des conditions d'implantation.



Fig. 1.20. : Développement d'un modèle thermique à l'échelle du panneau en configuration réelle

# Références

- [1] Tim R OKE et al. *Initial guidance to obtain representative meteorological observations at urban sites*. T. 81. World Meteorological Organization Geneva, 2004.
- [2] John MONTEITH et Mike UNSWORTH. *Principles of environmental physics : plants, animals, and the atmosphere*. Academic Press, 2013.
- [3] Timothy R OKE et al. Urban climates. Cambridge University Press, 2017.
- [4] Giovan Battista CAVADINI et Lauren M Соок. «Green and cool roof choices integrated into rooftop solar energy modelling». In : *Applied Energy* 296 (2021), p. 117082.
- [5] Inmaculada ALADOS, I FOYO-MORENO et Lucas ALADOS-ARBOLEDAS. «Estimation of downwelling longwave irradiance under all-sky conditions». In : *International Journal* of Climatology 32.5 (2012), p. 781-793.
- [6] Facundo CARMONA, Raúl RIVAS et Vicente CASELLES. «Estimation of daytime downward longwave radiation under clear and cloudy skies conditions over a sub-humid region». In : *Theoretical and applied climatology* 115 (2014), p. 281-295.
- [7] Qiumin DAI et Xiande FANG. «A new model for atmospheric radiation under clear sky condition at various altitudes». In : Advances in Space Research 54.6 (2014), p. 1044-1048.
- [8] Henrique Ferro DUARTE, Nelson Luís DIAS et Selma Regina MAGGIOTTO. «Assessing daytime downward longwave radiation estimates for clear and cloudy skies in Southern Brazil». In : *Agricultural and forest meteorology* 139.3-4 (2006), p. 171-181.
- [9] Mengying LI, Yuanjie JIANG et Carlos FM Соімвка. «On the determination of atmospheric longwave irradiance under all-sky conditions». In : *Solar Energy* 144 (2017), p. 40-48.
- [10] W CQJR SWINBANK. «Long-wave radiation from clear skies». In : *Quarterly Journal* of the Royal Meteorological Society 89.381 (1963), p. 339-348.
- [11] Hari Prakash GARG. Treatise on solar energy. John Wiley & Sons, 1982.
- [12] M DREYFUS et DT HILLEARY. «Clear sky emissivity». In : Aerospace Engineering 21 (1962), p. 42-42.
- [13] A WHILLIER. «Design Factors Influencing Solar Collectors, Low Temperature Engineering Applications of Solar Energy ASHRAE». In : *New York* (1967).
- [14] Hylke E BECK et al. «Present and future Köppen-Geiger climate classification maps at 1-km resolution». In : *Scientific data* 5.1 (2018), p. 1-12.
- [15] Marlo MARTIN et Paul BERDAHL. «Characteristics of infrared sky radiation in the United States ». In : *Solar energy* 33.3-4 (1984), p. 321-336.
- [16] Gene CLARK et Chester ALLEN. «The estimation of atmospheric radiation for clear and cloudy skies». In : *Proc. 2nd National Passive Solar Conference (AS/ISES)*. 1978, p. 675-678.
- [17] Jane B REECE et al. *Campbell biology*. T. 9. Pearson Boston, 2011.

- [18] Gerald FM PAGE et al. «Spatiotemporal dynamics of leaf transpiration quantified with time-series thermal imaging». In : Agricultural and Forest Meteorology 256 (2018), p. 304-314.
- [19] Stanislaus J SCHYMANSKI et Dani OR. «Leaf-scale experiments reveal an important omission in the Penman–Monteith equation». In : *Hydrology and Earth System Sciences* 21.2 (2017), p. 685-706.
- [20] Ali JAHANFAR et al. «An experimental and modeling study of evapotranspiration from integrated green roof photovoltaic systems». In : *Ecological Engineering* 152 (2020), p. 105767.
- [21] Richard G Allen et al. «Evapotranspiration information reporting : II. Recommended documentation». In : *Agricultural Water Management* 98.6 (2011), p. 921-929.
- [22] Bruno HUBER. «Die beurteilung des wasserhaushaltes der pflanze». In : Jahrb. Wiss. Bot 64.1 (1924).
- [23] Hans GRADMANN. «Untersuchungen über die Wasserverhältnisse des Bodens als Grundlage des Pflanzenwachstums». In : *Jahrb. Wiss. Bot* 69.1 (1928).
- [24] TH VAN DEN HONERT. «Water transport in plants as a catenary process». In: *Discussions* of the Faraday Society 3 (1948), p. 146-153.
- [25] Xiaoma Li et al. «Urban heat island impacts on building energy consumption : A review of approaches and findings ». In : *Energy* 174 (2019), p. 407-419.
- [26] Greg A BARRON-GAFFORD et al. «The Photovoltaic Heat Island Effect : Larger solar power plants increase local temperatures ». In : *Scientific reports* 6.1 (2016), p. 1-7.
- [27] Valéry MASSON et al. «Solar panels reduce both global warming and urban heat island». In : *Frontiers in Environmental Science* 2 (2014), p. 14.
- [28] Hashem Akbari et Leanna Shea Rose. «Urban surfaces and heat island mitigation potentials». In : *Journal of the Human-environment System* 11.2 (2008), p. 85-101.
- [29] Chenghao WANG et al. «Cool pavements for urban heat island mitigation : A synthetic review ». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 146 (2021), p. 111171.
- [30] Manuel CARPIO et al. «Influence of pavements on the urban heat island phenomenon : A scientific evolution analysis». In : *Energy and Buildings* 226 (2020), p. 110379.
- [31] European COMMISSION. *Green infrastructure (GI)—enhancing Europe's natural capital.* 2013.
- [32] Zhu ZHONGMING et al. «Spatial analysis of green infrastructure in Europe». In : (2014).
- [33] Manfred Köhler et al. « Photovoltaic panels on greened roofs ». In : *Rio* 2 (2002), p. 151-158.
- [34] Chiara CATALANO et al. «Some European green roof norms and guidelines through the lens of biodiversity : Do ecoregions and plant traits also matter ?» In : *Ecological Engineering* 115 (2018), p. 15-26.
- [35] Briony A NORTON et al. «Planning for cooler cities : A framework to prioritise green infrastructure to mitigate high temperatures in urban landscapes». In : *Landscape and urban planning* 134 (2015), p. 127-138.

- [36] FJ PERN et al. «Weathering degradation of EVA encapsulant and the effect of its yellowing on solar cell efficiency». In : *The Conference Record of the Twenty-Second IEEE Photovoltaic Specialists Conference-1991*. T. 1. IEEE. 1991, p. 557-561.
- [37] Lujia Xu et al. «Heat generation and mitigation in silicon solar cells and modules». In: Joule 5.3 (2021), p. 631-645. ISSN: 2542-4351. DOI: https://doi.org/10. 1016/j.joule.2021.01.012. URL: https://www.sciencedirect. com/science/article/pii/S254243512100043X.
- [38] Swapnil DUBEY, Jatin Narotam SARVAIYA et Bharath SESHADRI. «Temperature Dependent Photovoltaic (PV) Efficiency and Its Effect on PV Production in the World – A Review ». In: Energy Procedia 33 (2013), p. 311-321. ISSN: 1876-6102. DOI: https: //doi.org/10.1016/j.egypro.2013.05.072. URL: https://www. sciencedirect.com/science/article/pii/S1876610213000829.
- [39] David MOSER, Markus PICHLER et Miglena NIKOLAEVA-DIMITROVA. «Filtering procedures for reliable outdoor temperature coefficients in different photovoltaic technologies». In : *Journal of solar energy engineering* 136.2 (2014).
- [40] Vikrant SHARMA et SS CHANDEL. «Performance and degradation analysis for long term reliability of solar photovoltaic systems : A review ». In : *Renewable and sustainable energy reviews* 27 (2013), p. 753-767.
- [41] Daisuke SATO et Noboru YAMADA. «Review of photovoltaic module cooling methods and performance evaluation of the radiative cooling method». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 104 (2019), p. 151-166.
- [42] Pushpendu DWIVEDI et al. «Advanced cooling techniques of PV modules : A state of art». In : *Case studies in thermal engineering* 21 (2020), p. 100674.
- [43] Stefan KRAUTER. «Increased electrical yield via water flow over the front of photovoltaic panels». In : *Solar energy materials and solar cells* 82.1-2 (2004), p. 131-137.
- [44] Saad ODEH et Masud BEHNIA. «Improving photovoltaic module efficiency using water cooling». In : *Heat Transfer Engineering* 30.6 (2009), p. 499-505.
- [45] Kensuke NISHIOKA et al. «Heat reduction of concentrator photovoltaic module using high radiation coating». In : *Surface and Coatings Technology* 215 (2013), p. 472-475.
- [46] Young-Kwan Choi. «A study on power generation analysis of floating PV system considering environmental impact». In : *International journal of software engineering and its applications* 8.1 (2014), p. 75-84.
- [47] M KOHLER, R FEIGE et W WIARTALLA. «Interaction between PV-systems and extensive green roofs». In : (2007).
- [48] Sam CM HUI et Sook-Chien CHAN. «Integration of green roof and solar photovoltaic systems». In : *Joint symposium*. 2011, p. 1-12.
- [49] MJ PEREZ et al. «Green-roof integrated PV canopies–an empirical study and teaching tool for low income students in the South Bronx ». In : *ASES*. T. 4. 2012, p. 6.
- [50] Amy NAGENGAST, Chris HENDRICKSON et H Scott MATTHEWS. «Variations in photovoltaic performance due to climate and low-slope roof choice». In : *Energy and Buildings* 64 (2013), p. 493-502.
- [51] Daniel CHEMISANA et Chr LAMNATOU. «Photovoltaic-green roofs : An experimental evaluation of system performance». In : *Applied Energy* 119 (2014), p. 246-256.
- [52] German Osma-Pinto et Gabriel Ordóñez-Plata. «Measuring factors influencing performance of rooftop PV panels in warm tropical climates ». In : *Solar Energy* 185 (2019), p. 112-123.
- [53] Hamid OGAILI et David J SAILOR. «Measuring the effect of vegetated roofs on the performance of photovoltaic panels in a combined system». In : *Journal of Solar Energy Engineering* 138.6 (2016).
- [54] Mohammed J ALSHAYEB et Jae D CHANG. « Variations of PV panel performance installed over a vegetated roof and a conventional black roof ». In : *Energies* 11.5 (2018), p. 1110.
- [55] Thomas BAUMANN et al. «Performance analysis of vertically mounted bifacial PV modules on green roof system». In : *35th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition (EU PVSEC), Brussels, Belgium, 24-27 September 2018.* WIP. 2018.
- [56] Bracha Y SCHINDLER et al. «Green roof and photovoltaic panel integration : Effects on plant and arthropod diversity and electricity production ». In : *Journal of environmental management* 225 (2018), p. 288-299.
- [57] Mohammad Abdullah AL MAMUN et al. «A review of research on agrivoltaic systems». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 161 (2022), p. 112351.
- [58] Adam SCHERBA et al. «Modeling impacts of roof reflectivity, integrated photovoltaic panels and green roof systems on sensible heat flux into the urban environment». In : *Building and Environment* 46.12 (2011), p. 2542-2551.
- [59] Michael A BOLLMAN et al. «Effects of shading and composition on green roof media temperature and moisture». In : *Journal of environmental management* 281 (2021), p. 111882.

# Chapitre 2

0.1

# Présentation de la plateforme expérimentale

2.1.	Introdu	action							
2.2.	Présen	sentation des différentes parcelles							
	2.2.1.	Parcelle Argile Expansée							
	2.2.2.	Parcelles Stock 40 et Stock 60      61							
	2.2.3.	Parcelle Plateau Calcaire							
	2.2.4.	Parcelle Gravier							
	2.2.5.	Parcelle Bitume							
	2.2.6.	Parcelle Coolroof							
	2.2.7.	Explications spécifiques sur le type de plantes							
2.3.	Instrum	nentation de la plateforme et des parcelles							
	2.3.1.	Capteurs dédiés aux mesures météorologiques							
	2.3.2.	Capteurs dédiés aux différentes parcelles							
	2.3.3.	Capteurs dédiés aux campagnes de caractérisation de l'écoulement d'air 75							
	2.3.4.	Installation des panneaux photovoltaïques et capteurs dédiés							
2.4.	Situati	on géographique de la plateforme							
	2.4.1.	Évolution des températures d'air							
	2.4.2.	Précipitations observées sur le site							
	2.4.3.	Ressource solaire sur le site							
	2.4.4.	Tendances de l'écoulement d'air sur le site 85							
2.5.	Caract	érisations optiques, thermiques et électriques des panneaux 90							
	2.5.1.	Panneaux photovoltaïques utilisés							
	2.5.2.	Caractérisations optiques							
	2.5.3.	Caractérisations thermiques							
	2.5.4.	Expérimentation en chambre climatique							
	2.5.5.	Caractérisations électriques							
2.6.	$\textbf{Conclusions}  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $								
Réfé	rences .	108							

# Notations

Symbole	Description	Unité
α	Absorptivité de l'échantillon	-
$A_s$	Surface du panneau	$m^2$
Bi	Nombre de Biot	
$C_{ech}$	Capacité calorifique de l'échantillon	$J \cdot kg^{-1} \cdot m^{-3}$
$C_p$	Capacité calorifique	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$\epsilon$		-
Gr	Nombre de Grashof	-
h	Coefficient d'échange total (radiatif et convectif)	$\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1}$
$h_{cv}$	Coefficient d'échange convectif	$\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1}$
$h_{\rm rad}$	Coefficient d'échange radiatif	$\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-2} \cdot \mathbf{K}^{-1}$
k	Conductivité thermique	$\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1}$
$L_c$	Dimension caractéristique	m
μ	Masse en eau du calorimètre	kg
$P_{elec}$	Puissance électrique dissipée	W
Pr	Nombre de Prandtl	-
R	Réflectivité de l'échantillon	-
Ra	Nombre de Rayleigh	-
Re	Nombre de Reynolds	-
ρ	Masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
T	Transmittivité de l'échantillon	-
$T_{\rm air}$	Température de l'air	Κ
τ	Constante de temps du système	S
$T_{pv}$	Température du panneau	Κ
υ	Vitesse de l'écoulement d'air	$m \cdot s^{-1}$

# 2.1. Introduction

Dans la section 2.2, les différents types de parcelles végétales sont détaillés ainsi que leurs structures internes. Bien que ce travail de thèse porte majoritairement sur la modélisation des phénomènes physiques entre une toiture végétalisée et un panneau photovoltaïque, une part importante du temps a été consacrée à l'exploitation des données expérimentales déjà existantes et à l'installation de capteurs supplémentaires. Ces installations se décomposent en deux phases principales :

- la mise en place de capteurs sur la plateforme historique du Cerema (Tomblaine);
- l'installation électrique des panneaux photovoltaïques et leur instrumentation.

Dans la section 2.3, les capteurs utilisés par la suite dans le travail de modélisation sont présentés. Premièrement, les capteurs météorologiques (voir section 2.3.1) sont nombreux et permettent de recueillir l'ensemble des variables météorologiques usuelles pour mener la présente étude : rayonnement global horizontal incident, vitesse et direction du vent, humidité relative de l'air, précipitations et type d'hydrométéores. Deuxièmement, les capteurs dédiés aux différentes parcelles, notamment dans l'épaisseur, sont détaillés dans la section 2.3.2. Dans la section 2.3.3, l'instrumentation mise en place spécifiquement pour la caractérisation de l'écoulement d'air sur la plateforme expérimentale est introduite. Dans cette section 2.3, nous détaillons également les spécifications des panneaux photovoltaïques utilisés dans le reste de ce travail. L'objectif de la section 2.4 est de présenter les spécificités météorologiques du site expérimental.

Dans la section 2.5, nous présentons les caractérisations optiques, thermiques et électriques réalisées sur les panneaux photovoltaïques avant installation en configuration réelle sur la plateforme expérimentale en extérieur. Ces caractérisations seront largement exploitées dans la partie modélisation (chapitre 3) et l'exploitation des résultats expérimentaux (chapitre 4).

## 2.2. Présentation des différentes parcelles

Une partie des 600 m<sup>2</sup> de toitures du Cerema de Tomblaine sont équipées depuis 2010 d'un ensemble de parcelles végétales expérimentales. Il s'agit de toitures planes et toutes les parcelles végétales sont *extensives*. Dans cette section, nous décrivons les spécificités de chacune des parcelles végétales avec un intérêt tout particulier pour les parcelles *Argile Expansée*, *Stock 40 et 60* et *Plateau Calcaire*. De plus, les parcelles dites «classiques» telles que *Gravier* et *Bitume* sont présentées. Par ailleurs, le Cerema s'est équipé d'une parcelle expérimentale de type *Coolroof* (surface blanche réfléchissante) au début de l'été 2022. Enfin, l'installation et la disposition des différents panneaux photovoltaïques sont présentées à la fin de cette section.

## 2.2.1. Parcelle Argile Expansée

La parcelle *Argile Expansée* (abrégée *AE* par la suite) est la parcelle végétale de référence car sa structure est très classique et représentative d'un très grand nombre d'installations végétales en toiture. Sa surface est d'environ 75 m<sup>2</sup>. Elle est composée des couches traditionnelles :

- **Couche de végétation** : la végétation est majoritairement composée de plantes de type *sédum* de la famille des Crassulacées qui sont très bien adaptées aux toitures végétales avec notamment un besoin en eau réduit, un entretien minimal voire nul et une très bonne résistance aux aléas climatiques. L'épaisseur de la végétation varie entre 3 cm et 20 cm en fonction de la saison et des conditions météorologiques.
- **Couche de substrat** : le substrat est composé majoritairement de pouzzolane (roche volcanique), de tourbe et d'écorce.
- Filtre géotextile : un premier filtre géotextile est placé après la couche de substrat afin d'éviter le lessivage du substrat et le passage de particules vers les couches inférieures de la toiture. L'épaisseur de cette couche est comprise entre 0,1 cm et 0,2 cm.
- Couche de drainage : la couche de drainage est composée de billes d'argile expansée et l'épaisseur est 5 cm.
- Filtre géotextile : une nouvelle couche de géotextile de 0,3 cm d'épaisseur pour augmenter l'étanchéité.



FIG. 2.1. : Photographie aérienne de la plateforme expérimentale du Cerema (Tomblaine). Les différentes parcelles sont détaillées.

- Membrane d'étanchéité ou pare-vapeur : la membrane d'étanchéité de 0,3 cm en goudron.
- Isolation : avant d'arriver à la dalle béton, une dernière couche d'isolation de 6 cm est disposée.
- **Dalle béton** : la dernière couche est la dalle béton du bâtiment dont l'épaisseur est généralement comprise entre 15 cm et 20 cm.

## 2.2.2. Parcelles Stock 40 et Stock 60

Les parcelles *Stock 40* et *Stock 60* sont très proches à la parcelle *Argile Expansée* dans leurs structures mais diffèrent principalement au niveau de la couche de drainage. En effet, en lieu et place de la couche de drainage constituée de billes en argile expansée, se trouve une structure alvéolaire en polypropylène (Nidaroof<sup>®</sup> de l'entreprise NIDAPLAST). La dénomination 40 ou 60 indique simplement l'épaisseur de cette couche en mm.



FIG. 2.2. : Photographie de la plateforme expérimentale du Cerema (Tomblaine).



(a) Structure interne de la plateforme *Argile Expansée*.



(b) Vue de côté de la plateforme *Argile Expansée* avec la position des capteurs de teneur en eau, de température et de flux de chaleur dans le substrat.

FIG. 2.3. : Structure de la plateforme Argile Expansée

## 2.2.3. Parcelle Plateau Calcaire

La parcelle *Plateau Calcaire* a une surface plus réduite avec seulement 20 m<sup>2</sup> et sa structure est très semblable à celle de la parcelle *Argile Expansée*. Elle diffère tout de même sur les espèces de plantes avec notamment une diversité plus importante. L'intérêt de cette plateforme réside principalement dans le nombre important de capteurs installés au travers des différentes couches mais également dans la pièce se trouvant sous la toiture. En effet, dans cette pièce ont été placés des capteurs de température au plafond et dans le faux-plafond, des capteurs de tempé-



Fig. 2.4. : Structures des plateformes Stock 40 et Stock 60.

rature de l'air dans la pièce ainsi que des capteurs d'hygrométrie. De plus, une partie importante de l'instrumentation est présente sur la plateforme depuis 2019 et offre donc des possibilités intéressantes dans l'exploitation sur de longues périodes. Enfin, cette parcelle n'est pas équipée en panneau photovoltaïque et la gestion hydrique de la toiture est indépendante des autres plateformes par conséquent c'est un système intéressant pour valider des travaux effectués sur le modèle couplé thermo-hydrique de toiture végétale extensive.



FIG. 2.5. : Photo de la parcelle *Plateau Calcaire* en période estivale.

#### 2.2.4. Parcelle Gravier

La parcelle *Gravier* est la parcelle «classique» de référence. Sa surface est de  $64 \text{ m}^2$  et est composée de seulement quatre couches :

- Couche de gravier : l'épaisseur de cette couche a été mesurée entre 4 cm et 5 cm.
- Étanchéité : elle est similaire à celle de la plateforme *Argile Expansée* présentée précédemment et fait environ 0,3 cm d'épaisseur.
- Couche d'isolation : l'épaisseur est la même que pour la parcelle *Argile Expansée* avec 6 cm.
- **Dalle béton** : la dalle béton a été mesurée spécifiquement pour cette parcelle. Pour ce faire, une mesure par ultrasons a été entreprise et une épaisseur de 17,5 cm a été mesurée.

#### 2.2.5. Parcelle Bitume

La parcelle *Bitume* est située juste à côté de la parcelle *Gravier* et leurs structures sont identiques. Au lieu d'une couche de gravier, un revêtement de type bitumineux est disposé avec une épaisseur d'environ 1 cm. Cette parcelle est également une bonne référence dans le cadre de ce travail car en plus d'être une bonne représentation d'une toiture plane «classique», il est attendu un effet thermique négatif particulièrement important vis-à-vis du panneau photovoltaïque du fait de la *couleur noire* de la surface conduisant à une absorption du rayonnement solaire et donc à un échauffement important.

#### 2.2.6. Parcelle Coolroof

Pour terminer la présentation des plateformes, la parcelle *Coolroof* a été installée à partir de mai 2022 sur la plateforme *Bitume*. La dénomination coolroof désigne essentiellement un revêtement de couleur blanche très réfléchissant pour la composante directe du rayonnement solaire. Le revêtement est une peinture technique blanche disposée par l'entreprise Lang. Cette technique est actuellement en fort développement et de nombreuses installations voient le jour afin de réduire le stress thermique du bâtiment et garantir des économies de consommation en climatisation (entre 10 % et 30 % selon les fabricants). Par ailleurs, de nombreuses études se sont intéressées à l'impact positif que pourrait avoir ce type de revêtement sur la production électrique de panneaux photovoltaïques classiques, voire bifaciaux. La structure de la parcelle *Coolroof* est montrée sur la figure 2.7b.

#### 2.2.7. Explications spécifiques sur le type de plantes

Comme présenté sur la figure 2.1, la plateforme est composée de plusieurs végétaux avec des spécificités au niveau de la végétation pour chacune d'entre elle. La parcelle *Vosges* est une parcelle avec des strates herbacées diversifiées. Cette parcelle est à une hauteur plus basse que toutes les autres donc elle bénéficie de périodes ensoleillées mais aussi de périodes très ombragées. Les parcelles *Argile Expansée*, *Stock 40*, *Stock 60*, *Traditionnel* et *Filtre coco* sont globalement très ensoleillées et se composent majoritairement de mousses et de sédums avec quelques portions de sol nu. À noter que l'extrémité gauche de la parcelle *Argile Expansée* est assez ombragée à



FIG. 2.6. : Photo de la parcelle *Bitume* disposée à côté de la parcelle *Gravier* avant l'installation de la parcelle *Coolroof* en mai 2022.



(a) Installation du revêtement *Coolroof* en mai 2022 au Cerema (Tomblaine).



(b) Structure de la parcelle *Coolroof*.

FIG. 2.7. : Disposition du revêtement coolroof et structure de la plateforme.

cause de sa hauteur inférieure à l'étage contenant les parcelles *Gravier*, *Bitume/Coolroof* mais n'impacte pas la production électrique du panneau qui y est installé. La parcelle *Plateau Calcaire* possède une végétation très variée et florissante en été en comparaison des parcelles citées pré-

cédemment. Le fait que cette parcelle soit mieux exposée au Soleil que les autres n'implique pas de biais dans l'analyse de l'énergie produite par les panneaux photovoltaïques car cette parcelle n'est pas équipée en panneau mais sert de configuration de référence pour l'étude des transferts thermiques et hydriques au sein d'une toiture végétalisée extensive.

L'évolution de la végétation sous le panneau *témoin* est présentée sur la figure 2.8. Deux photographies sont également montrées sur la figure 2.9 où l'évolution de l'état de la végétation sous le panneau photovoltaïque *Argile Expansée* est visible en périodes hivernale et estivale.



(a) Photographie de la végétation sous le panneau photovoltaïque *Témoin* en saison hivernale.



(b) Photographie de la végétation sous le panneau photovoltaïque *Témoin* en saison printanière.



(c) Photographie de la végétation sous le panneau photovoltaïque *Témoin* en saison estivale.

FIG. 2.8. : Photographies de la végétation sous le panneau photovoltaïque *Témoin* en hiver, au printemps et en été.

Les plantes présentes sur la plateforme sont donc essentiellement des sedums et des herbacées ; les espèces sont données dans la tableau 2.2. Les premières ont un fonctionnement physiologique de type **CAM** alors que les secondes de type **C3** (encart 2.1). Hors influence des panneaux photovoltaïques, on retrouve majoritairement des sedums car ils sont très résistants au stress hydrique. En revanche, sous les panneaux photovoltaïques, il y a présence en proportions égales de sedums et d'herbacées. À noter que sur la période de l'étude relativement courte, il semblerait que les sedums aient tendance à disparaître sous les panneaux au profit des herbacées. Plusieurs



(a) Photographie de la végétation sous le panneau photovoltaïque *Argile Expansée* en saison hivernale.



(b) Photographie de la végétation sous le panneau photovoltaïque *Argile Expansée* en saison estivale.

FIG. 2.9. : Photographies de la végétation sous le panneau photovoltaïque *Argile Expansée* en hiver et en été.

hypothèses peuvent expliquer cette observation :

- un manque de soleil sous les panneaux ;
- une humidité supérieure par une évaporation limitée au niveau du substrat et une condensation de l'eau au niveau de la surface inférieure du panneau photovoltaïque;
- une compétition entre les sedums et les herbacées avec un avantage au profit de ces dernières dans les conditions spécifiques citées aux deux précédents points.

TAB. 2.2. : Récapitulatif des principales plantes présentes sur la plateforme expérimentale.

CAM	C3		
Sedum floriferum Sedum spurium Sedum album Sedum reflexum Sedum kamtschaticum	Carotte (Daucus carotta) Piloselle (Pilosella officinarum) Medicago lupulus Arenaria serpyllifolia Vicia hirsuta Oxalis sp.		

#### 2.1 Cycles C3, C4 et CAM

La photosynthèse est le processus de conversion de l'énergie radiative de source solaire en énergie chimique adopté par les plantes. Plus précisément, les plantes sont photoautotrophes, elles utilisent l'énergie lumineuse, les minéraux, les nutriments, le dioxyde de carbone de l'air et de l'eau pour synthétiser de la matière organique. Ce processus de photosynthèse possède des mécanismes spécifiques en fonction du type de plantes. Ainsi le mécanisme de type C3 est rencontré chez 95 % des plantes. La différence entre C3 et C4 réside dans la manière de fixer le carbone et dans l'efficacité de cette étape. Les plantes de type C4 peuvent fixer la totalité du carbone disponible dans la plante et ce d'autant mieux que la température est élevée. La photosynthèse de type CAM est particulièrement adaptée pour les environnements très chauds avec un mécanisme en deux étapes : la nuit les stomates sont ouvertes et le  $CO_2$  est incorporé, le jour les stomates demeurent fermées et le  $CO_2$  est libéré et utilisé pour la photosynthèse. Les plantes C4 et CAM ne photorespirent pas et transpirent beaucoup moins d'eau le jour de par la fermeture de leurs stomates à ces périodes.

# 2.3. Instrumentation de la plateforme et des parcelles

Maintenant que les différentes parcelles ont été introduites, les différents capteurs installés sont présentés. Certains capteurs sont antérieurs au projet PROOF mais la plupart de ceux qui seront détaillés ici ont été installés au cours de ce travail de thèse. L'instrumentation peut se diviser en trois groupes distincts :

- les capteurs liés aux aspects météorologiques : ils permettent de mesurer le rayonnement solaire global incident, la vitesse et la direction du vent, la température et l'humidité relative de l'air, les précipitations.
- les capteurs liés aux plateformes : ce sont les capteurs qui sont installés dans le sol pour chaque parcelle (excepté pour les parcelles *Bitume* et *Coolroof*).

Devant la multitude de capteurs installés et les nombreuses centrales d'acquisition, il sera mentionné dans la suite le pas d'acquisition pour chaque capteur présenté.

## 2.3.1. Capteurs dédiés aux mesures météorologiques

Plusieurs installations permettent de collecter les données météorologiques sur le site du Cerema à Tomblaine. En premier lieu, une antenne de Météo-France se trouve à environ 300 m des plateformes à l'Est. Les données sont disponibles au pas de temps horaire et journalier et concernent les paramètres météorologiques suivants :

- rayonnement solaire global en  $W \cdot cm^{-2}$ ;
- la durée d'insolation en min;
- hauteur de précipitations en mm;

- température d'air en °C;
- température du point de rosée en °C;
- vitesse du vent en m  $\cdot$  s<sup>-1</sup>;
- direction du vent en °;
- l'humidité relative en %.

Additionnellement, les données Météo-France sont disponibles sur le site https://www. meteociel.fr/ au pas de temps de 6 minutes. Les données sont récupérables avec un script Python développé au cours de cette thèse.

Sur la plateforme *in-situ*, on retrouve une station météorologique supplémentaire disposée à 1,5 m au-dessus de la toiture au niveau de la parcelle *Bitume*. Elle est visible sur la photographie figure 2.10. Elle permet de mesurer la température de l'air entre -20 °C et 80 °C avec une précision de 0,2 °C, la vitesse de l'air entre  $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et 60 m  $\cdot \text{s}^{-1}$  avec une précision de ±5%, le rayonnement net grâce à un pyranomètre fabriqué par David Instruments (Vantage Pro2) avec une précision de 5% et l'humidité relative de l'air avec une précision de 2%.





La mesure de la pluviométrie est assurée par un capteur radar à effet Doppler (R2S de Lufft). Il est également capable de différencier les types d'hydrométéores et la résolution est donnée par le constructeur à  $0,01 \text{ mm} \cdot \text{m}^{-2}$  près. Ce capteur est installé sur un mât à 2 m de hauteur sur la parcelle *Gravier*. Sur ce même mât, un autre capteur de la vitesse de l'écoulement d'air est installé (station WS200-UMB). Les données météorologiques issues de ces deux capteurs sont enregistrées au pas de temps de 15 min.



(a) Photographie du pluviomètre R2S de la marque Lufft et du capteur de vitesse WS200-UMB installé sur un mât à 2 m de hauteur sur la parcelle *Gravier*.



(b) Photographie de la situation Lufft installée sur la parcelle *Gravier*. La partie supérieure est composée de l'anémomètre pour la mesure de la vitesse de l'écoulement d'air, la partie située juste en-dessous permet d'acquérir les mesures de température et d'hygrométrie de l'air.

FIG. 2.11. : Photographies des capteurs météorologiques de vitesse de vent et de précipitations disposés sur la parcelle *Gravier* 

Plusieurs stations météorologiques de la marque Lufft sont également disposées sur la plateforme expérimentale. Au nombre de 4, ces stations météorologiques permettent de mesurer les variables météorologiques habituelles, à savoir la température d'air entre -20 °C et 80 °C avec une précision de 0,2 °C, la vitesse du vent entre 0 m  $\cdot$  s<sup>-1</sup> et 60 m  $\cdot$  s<sup>-1</sup> avec une précision de 5 %, la direction du vent au degré près (0° représentant un vent venant du Nord et 180° un vent du Sud), l'humidité relative de l'air avec une précision de 2 %. La station météorologique présente sur la parcelle *Gravier* est montrée sur la figure 2.11b.

Une instrumentation spécifique a été mise en place pour la mesure de l'écoulement de l'air sur le site. Les capteurs utilisés sont des boules chaudes prêtées par le CSTB de Nantes et deux campagnes de mesures ont été effectuées. Une première durant l'été 2021 du 01/08/2021 au 15/09/2021 et une seconde campagne en 2022 de juin à septembre. Les objectifs de cette étude étaient d'obtenir des informations sur les profils d'écoulement par zone, d'établir des corrélations

entre zones sous abri et zones exposées et enfin de vérifier et compléter les études menées en mécanique des fluides numériques. De plus amples détails sont données sur cette instrumentation dans la section 2.3.3.

En ce qui concerne les mesures de rayonnement, plusieurs autres capteurs sont à notre disposition sur le site. Un CNR4 de la marque Kipp & Zonen est présent sur la toiture depuis plusieurs années et permet de mesurer les rayonnements aux grandes et courtes longueurs d'onde provenant à la fois de la voûte céleste et de la toiture (voir figure 2.12a). Ceci est rendu possible grâce à la présence d'un pyrgéomètre (grandes longueurs d'onde) et d'un pyranomètre (courtes longueurs d'onde) sur chaque face du CNR4. Ce capteur est également capable de réaliser un bilan des flux aux grandes et courtes longueurs d'onde pour en extraire le bilan net. De plus, en exploitant le bilan radiatif, le CNR4 permet d'obtenir une mesure de l'albédo de la surface de la toiture. Au cours de l'année 2022, d'autres capteurs de flux radiatif ont été installées, notamment dans le plan d'incidence des panneaux photovoltaïques (CMP3 et SMP10). La position de ces capteurs sera détaillée dans la sous-section dédiée aux capteurs installées sur les panneaux photovoltaïques. En complément de toutes ces mesures, un capteur CMP10 de la marque Kipp & Zonen a été installé en 2022 sur le même mât que le pluviomètre (R2S) à 2 m du sol sur la parcelle Gravier et permet de mesurer le rayonnement global horizontal au pas de temps de 10 s. Le CMP10 a un temps de réponse à 95 % de 1,7 s ce qui est plus de trois fois plus court que le temps de réponse à 95 % du CMP3 de 6 s. De plus, le CMP10 est moins sensible aux variations de température que le CMP3.



(a) Photographie d'un CNR4, ici disposé sur la parcelle *Bitume*.



(b) Station météorologique mobile disposée sur la parcelle *Gravier* au cours de l'été 2021.

FIG. 2.12. : Photographies d'un capteur de rayonnement CNR4 et de la station météorologique mobile sur la parcelle *Bitume*.

Enfin, une station météorologique portable avec redondance de toutes les mesures citées pré-

cédemment (sauf la pluviométrie) a été installée au cours de l'été 2021 sur la plateforme au niveau de la parcelle *Bitume* avec des mesures toutes les minutes.

#### 2.3.2. Capteurs dédiés aux différentes parcelles

Chaque parcelle est équipée de capteurs *internes* afin de mesurer des températures, des flux de chaleur conduits, des teneurs en eau, des potentiels matriciels. Dans cette sous-partie, nous présentons ces capteurs et les éventuelles différences entre les parcelles. La parcelle la mieux instrumentée est la parcelle *Argile Expansée* avec de nombreux capteurs installés dans le substrat. Il est possible de visualiser la position des capteurs pour les différentes parcelles sur la figure 2.17. Des capteurs de températures et de teneurs en eau volumétrique antérieurs au projet PROOF sont installés et sont également présentés ci-dessous.

Les sondes de teneur en eau s'appuient sur la méthode TDR (*Time Domain Reflectometry*) consistant à mesurer une variation d'impédance dans un câble électrique soumis à une impulsion en tension. Cette variation d'impédance est due à une réflexion au sein du milieu étudié. En calculant l'impédance électrique, il est possible de l'exprimer en fonction de la constante diélectrique du milieu. La teneur en eau s'écrit ensuite comme une fonction de la constante diélectrique. Les sondes de teneur en eau permettent également de mesurer le potentiel matriciel du substrat pour les différentes parcelles. Les sondes de teneur en eau antérieures au projet PROOF permettent de mesurer cette grandeur avec une précision de 2 % et le potentiel matriciel entre -10 kPa et -500 kPa avec une précision de 1 kPa lorsque la mesure se situe entre -10 kPa et -100 kPa et une précision de 4 kPa pour une mesure entre -100 kPa et -500 kPa. Les sondes de teneur en eau préalablement installées sont situées à environ 6 cm de profondeur dans le substrat. Les capteurs de température sont des PT100 de classe A avec une plage de mesure s'étendant de -40 °C à 100 °C et une précision de 0,4 °C.

Pour évaluer les apports en eau par précipitations au sein des parcelles, des bascules à auget équipent chacune des parcelles et un capteur permet de savoir à quel moment l'auget bascule.

#### 2.3.2.1. Parcelles Argile Expansée et Stock 60

Les capteurs installés et leurs positions sont assez similaires entre les parcelles *Argile Expansée* et *Stock 60*. Sous le panneau et dans le substrat se trouve une sonde de teneur en eau (Teros 11), deux capteurs de flux conduits (Hukseflux) de part et d'autre de la sonde de teneur en eau et deux sondes de température (PT100) également disposées de façon symétrique par rapport aux autres capteurs. Au pied du panneau, on retrouve la même disposition des capteurs mais sans les sondes de flux de chaleur (Hukseflux). En dehors du substrat, deux pyromètres (IR120) permettent de connaître la température de surface au niveau du substrat sous et hors panneau. Un pyranomètre (CMP3 puis SMP10 à partir de 2022) dans le plan d'incidence du panneau permet de connaître le rayonnement global. Additionnellement, un pyranomètre (CMP3) a été ajouté dans le plan du panneau *Argile Expansée* en face arrière. Il permet de connaître le flux radiatif incident au panneau en face arrière, flux qui provient majoritairement de la réflexion du rayonnement au niveau du substrat. Les capteurs correspondants sont montrés sur la figure 2.13.

Pour le panneau *Argile Expansée*, une caméra spécifique (NDVI et visible) pour le suivi de la végétation a été mise en place. Elle pointe sous le panneau et permet d'acquérir des images nécessaires aux relevés de la flore.



(a) Sous le panneau de la parcelle Argile Expansée : 2 PT100 (température), 2 Hukse-flux (flux thermique), 1 Teros11 (teneur en eau)



(b) Au pied du panneau de la parcelle *Argile Expansée* : 2 PT100 (température), 1 Teros11 (teneur en eau)

FIG. 2.13. : Photographies des capteurs installés dans le substrat de la parcelle *Argile Expansée* sous et hors champ du panneau photovoltaïque.

#### 2.3.2.2. Parcelle Plateau Calcaire

Le plan de l'instrumentation sur la plateforme *Plateau Calcaire* est présentée sur la figure 2.14. Des vues plus détaillées en coupe des capteurs installés dans la parcelle et hors de la parcelle (pour les variables météorologiques) sont données sur la figure 2.15a et figure 2.15b.



FIG. 2.14. : Plan de l'instrumentation sur la plateforme *Plateau Calcaire*.



(a) Disposition des capteurs au sein de la parcelle Plateau Calcaire.



(b) Capteurs météorologiques accessibles pour les données externes à la plateforme Plateau Calcaire.

FIG. 2.15. : Vue en coupe de la plateforme *Plateau Calcaire* avec les capteurs au sein de la parcelle et les capteurs météorologiques externes.

#### 2.3.2.3. Parcelle Gravier

L'épaisseur du gravier est comprise entre 3 cm et 5 cm, ce qui est relativement faible en comparaison de l'épaisseur d'un substrat végétal. Cependant, des capteurs ont également été installés dans ce milieu. On retrouve ainsi deux capteurs de flux conduit Hukseflux disposés symétriquement sous le panneau. Au centre et sous le panneau, deux sondes de température (PT100) sont positionnées pour avoir un profil vertical dans le gravier. Des photographies des capteurs pour



(a) Huskeflux dans la parcelle *Gravier* sous le panneau.



(b) Disposition des deux PT100 dans la verticale du gravier et sous le panneau.

FIG. 2.16. : Photographies des capteurs installés dans la parcelle *Gravier* sous le panneau photovoltaïque.

#### 2.3.2.4. Parcelles Bitume et Coolroof

Pour la parcelle *Bitume* puis *Coolroof*, aucun capteur n'est installé dans le sol. Tous les capteurs sont au niveau du panneau photovoltaïque.

## 2.3.3. Capteurs dédiés aux campagnes de caractérisation de l'écoulement d'air

Dans une démarche de compréhension et de modélisation des écoulements d'air sur la plateforme expérimentale, une instrumentation spécifique a été développée sur le panneau *Témoin*, disposé également sur la parcelle *Argile Expansée*. Pour ce panneau, aucun capteur n'est disposé dans le substrat. On y retrouve seulement des capteurs de rayonnement et d'écoulement d'air.

L'objectif de cette instrumentation spécifique est d'obtenir des mesures très localisées afin de déterminer un zonage des écoulements et des vitesses sur la plateforme, d'établir des corrélations entre zones à l'abri et zones exposées au vent, de vérifier et calibrer des travaux de modélisation numérique en mécanique des fluides.

Les capteurs utilisés sont des sondes à boule chaude prêtés par le CSTB. Ces capteurs permettent de mesurer la vitesse du vent entre  $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Bien que cette plage de mesure soit relativement restreinte, elle est suffisante pour observer la plupart des écoulements en période estivale à Nancy. Le positionnement des capteurs et la photographie de l'élément sensible sont montrés sur la figure 2.18. Les photographies des boules chaudes en conditions réelles d'installation sont montrées sur la figure 2.19.

Deux campagnes de mesures ont été réalisés, une première en 2021 du 01/08/2021 au 15/09/2021 mais avec seulement deux périodes exploitables : du 06/08 au 14/08 et du 01/09 au 11/09 à cause

cette parcelle sont montrées sur la figure 2.16.



(a) Disposition des capteurs du projet PROOF sur la parcelle végétalisée *Argile Expansée* 



(c) Disposition des capteurs du projet PROOF sur la parcelle *Gravier* 



(b) Disposition des capteurs du projet PROOF sur la parcelle végétalisée *Stock 60* 



(d) Disposition des capteurs du projet PROOF sur la parcelle *Coolroof* 

FIG. 2.17. : Visualisation de la position des capteurs du projet PROOF sur les différentes parcelles.

de défaillances des stations météorologiques Lufft. Une seconde campagne de mesures a été planifiée pour l'été 2022, de juin à septembre avec des mesures de température et de vitesse du vent au niveau des sondes à boule chaude. Cette deuxième campagne a permis d'obtenir des mesures avec peu de périodes de défaillances. Les données sont acquises toutes les 100 ms grâce à une centrale d'acquisition de la marque *Campbell Scientific* (CR300).

## 2.3.4. Installation des panneaux photovoltaïques et capteurs dédiés

L'installation des cinq panneaux photovoltaïques s'est déroulée au cours du mois de juin 2021 et leurs positions approximatives sont représentées sur la figure 2.20. Les panneaux sont des Recom-Sillia Series60M de 310 W et les cellules sont monocristallines. Un panneau est constitué de trois rangées connectées en parallèle de vingt cellules elles-mêmes connectées en série. Chaque panneau possède son propre micro-onduleur de la marque Enphase. Les panneaux sont inter-connectés en parallèle au réseau électrique du Cerema et permettent donc une ré-injection de l'électricité produite directement sur le site. La production en sortie des micro-onduleurs est acheminée jusqu'au système Enphase constitué d'un *Q-Relay* et d'une *Envoy-S Metered*. Ce schéma de câblage permet d'avoir une mesure et un suivi de la production électrique côté alternatif (AC) de l'ensemble de l'installation (1500 W) mais également de discriminer la production électrique individuelle des panneaux. Les détails sur le raccordement électrique des panneaux



(a) Positionnement des sondes à boule chaude sur le panneau photovoltaïque *Témoin*.



(b) Photographie des capteurs à boule chaude prêtée par le CSTB. Le corps de chaque sonde est dans un tube PVC et le tout est fixé à une tige filetée (diamètre 10 mm).

FIG. 2.18. : Positionnement des capteurs destinés à la caractérisation de l'écoulement d'air sur la plateforme expérimentale et photographie des capteurs.

photovoltaïques au réseau du Cerema (Tomblaine) sont donnés sur la figure 2.21.

Les micro-onduleurs utilisés dans le cadre du projet PROOF sont des IQ7+ pour les panneaux Argile Expansée, Bitume/Coolroof, Stock 60 et Gravier. Pour le panneau témoin disposé sur la parcelle Argile Expansée, un micro-onduleur IQ6 est utilisé. Ces deux micro-onduleurs conviennent pour des panneaux photovoltaïques de 60 cellules. Le micro-onduleur IQ7+ permet une plage de fonctionnement plus importante avec une tension en entrée du côté continu pouvant varier de 16 V à 60 V contre seulement 48 V pour l'IQ6. De plus, l'IQ7+ permet de tracker un point de puissance maximum (MPP) allant de 27 V à 45 V.



(a) Positionnement des sondes à boule chaude sous le panneau photovoltaïque *Témoin*.



(b) Positionnement des sondes à boule chaude 5 et 6 au niveau de la station météorologique Lufft. Les sondes sont positionnées sur une tige filetée solidaire d'une équerre.

FIG. 2.19. : Photographies de la position des sondes à boule chaude au niveau du panneau photovoltaïque *Témoin* et de la station météorologique Lufft

Les sorties continues des panneaux photovoltaïques sont raccordées à une carte de mesure des courant et tension développée au LMOPS (Thionville) en collaboration avec Mat Électronique (les courbes de calibration des cartes électroniques sont présentées dans l'annexe C). Cette carte permet d'obtenir les valeurs de courant et de tension contrairement au système Enphase qui ne fournit des informations que pour le côté alternatif de l'installation.

Plusieurs capteurs sont installés sur ou en périphérie des panneaux photovoltaïques afin de suivre leur comportement thermique et électrique. Toutes les mesures explicitées ci-dessous sont au pas de la minute. Il a été mentionné précédemment que chaque panneau possède au moins un capteur de rayonnement dans le plan d'incidence. Pour les panneaux des parcelles *Bitume* (puis *Coolroof*) et *Stock 60*, des CMP3 ont été installés. Pour les parcelles *Argile Expansée* et *Gravier* il s'agit de SMP10 depuis le printemps 2022 (auparavant des CMP3 étaient également utilisés). De plus, des capteurs CMP3 ont été installés dans le plan de la face orientée vers la toiture pour les panneaux *Gravier*, *Argile Expansée* et *Bitume* (puis *Coolroof*). Pour le panneau dit *Témoin*, un capteur CMP3 supplémentaire est disposé à l'horizontal sous le panneau et permet de mesurer le rayonnement global incident sur la toiture.

Sur le panneau de la parcelle *Stock 60*, deux autres capteurs sont installées en face arrière, il s'agit de capteurs de flux de chaleur par transferts convectif et radiatif entre le panneau et l'environnement extérieur en W  $\cdot$  m<sup>-2</sup>. Ces capteurs se présentent sous la forme de stickers à coller en face arrière du panneau et sont de la marque Hukseflux. Le premier capteur, qualifié de *Gold* permet de mesurer le flux de chaleur sensible. En effet, le revêtement Gold permet justement de réfléchir l'essentiel du flux radiatif (95 % du rayonnement entre 700 nm et 10 000 nm et plus de 80 % du rayonnement entre 400 nm et 900 nm) et donc d'isoler le transfert thermique par échanges convectifs entre l'air et le panneau. Le deuxième capteur, qualifié de *Black*, permet quant à lui de de mesurer un flux par échanges convectifs et radiatifs. Ce capteur absorbe plus de 95 % du rayonnement entre 250 nm et 10 000 nm. Ainsi en prenant la différence du flux entre le capteur *Black* et *Gold*, il est possible d'obtenir une valeur pour le flux convectif seul.

Des pyromètres IR120 permettent de mesurer la température de surface sous chaque panneau,



FIG. 2.20. : Photographie aérienne de la plateforme expérimentale du Cerema (Tomblaine) et positions des cinq panneaux photovoltaïques désignées par les rectangles de couleur bleue.

excepté pour le panneau *Témoin*. Sur les parcelles *Argile Expansée* et *Stock 60*, un pyromètre supplémentaire permet de connaître la température de surface du substrat en dehors de la zone d'ombrage du panneau.



(a) Installation électrique pour un panneau photovoltaïque individuel.



(b) Schéma de l'installation électrique pour l'ensemble du projet PROOF. Les cinq panneaux photovoltaïques sont reliés en parallèle au réseau électrique.

Fig. 2.21. : Installations électriques et raccordement au réseau des panneaux photovoltaïques installés au Cerema (Tomblaine).



FIG. 2.22. : Coffret de sécurité et passerelle de communication de la marque Enphase.



(a) Photographie du panneau photovoltaïque installé sur la parcelle végétalisée *Argile Expansée* 



(b) Photographie du panneau photovoltaïque installé sur la parcelle *Coolroof* 



(c) Photographie du panneau photovoltaïque installé sur la parcelle végétalisée *Bitume* 



(d) Photographie du panneau photovoltaïque installé sur la parcelle *Gravier* 

FIG. 2.23. : Disposition des panneaux photovoltaïques sur les différents types de parcelles expérimentales.



FIG. 2.24. : Disposition des capteurs de flux. Le capteur *Black* permet de mesurer la somme du flux convectif et radiatif alors que le capteur *Gold* ne mesure que la part convective.

# 2.4. Situation géographique de la plateforme

La plateforme expérimentale est située à Tomblaine, à l'est de la ville de Nancy (France). Les parcelles présentées précédemment sont à une hauteur comprise entre 4 m et 6 m du sol. Le climat sur le site est de type **semi-continental** selon la classification de Köppen<sup>1</sup>. Ceci implique que la température d'air est contrastée en journée mais aussi entre les différentes saisons. Afin de détailler un peu plus précisément le climat sur le site de la plateforme, nous présentons dans les quatre sous-sections ci-dessous la température d'air sur une période de 30 ans, les précipitations caractéristiques sur une année, la ressource solaire avec un découpage mensuel et les caractéristiques de l'écoulement d'air (nécessaire pour la partie modélisation CFD développée ensuite dans ce travail de thèse). Les données présentées sont issues des capteurs de Météo-France et certaines données proviennent directement du site Météo-Ciel<sup>2</sup>.

## 2.4.1. Évolution des températures d'air

L'évolution de la température d'air à Tomblaine depuis 1990 à 2022 est présentée sur la figure 2.25 à partir des données collectées par la station Météo-France à proximité directe du site de la plateforme expérimentale. La température minimale atteinte sur cette période est de -17,3 °C le 2 janvier 1997 à 07h00. La température maximale est de 39,7 °C le 24 juillet 2019 à 17h00. Les températures moyennes mensuelles sont données dans la tableau 2.3.



FIG. 2.25. : Évolution de la température d'air sur le site de Tomblaine entre 1990 et 2022.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Classification de Köppen: https://fr.wikipedia.org/wiki/Classification\_de\_Köppen <sup>2</sup>Météo-Ciel: https://www.meteociel.fr/

	1			5			· · · ·	/	1		
Janv.	Fév.	Mars	Apr.	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
2.9	4.5	6.6	10.2	13.8	18.3	20.	19.7	15.8	11.	6.1	4.3

TAB. 2.3. : Températures moyennes mensuelles (°C) sur la période 1990-2021

## 2.4.2. Précipitations observées sur le site

En moyenne, la ville de Nancy reçoit annuellement 759 mm d'eau alors que la moyenne nationale est de 770 mm. Il y a environ 30 jours de neige par an dans la région nancéienne. Les fonctions cumulées des précipitations pour les années de 2016 à 2021 issues de la station Météo-France sont présentées sur figure 2.26.



FIG. 2.26. : Précipitations cumulées de 2016 à 2021 à Nancy.

#### 2.4.3. Ressource solaire sur le site

La ville de Nancy bénéficie de 1652 heures d'ensoleillement par an alors que la moyenne nationale est de 1973 heures par an. Le rayonnement incident pour cinq années (entre 2015 et 2019) est tracé sur la figure 2.27. Les données utilisées pour ce graphique sont celles de la station de Météo-France et sont données au pas de temps horaire.

Le rayonnement solaire mensuel moyenné sur les cinq années sélectionnées est supérieur à  $100 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{-2}$  seulement d'avril à septembre. On note également que le rayonnement solaire est très variable en fonction des saisons contrairement à d'autres sites très ensoleillés dans le monde ou même en France qui présentent une variabilité annuelle assez faible et donc plus propice à une production électrique de type photovoltaïque.



FIG. 2.27. : Ensoleillement relevé à Nancy pour une période de cinq ans.

## 2.4.4. Tendances de l'écoulement d'air sur le site

La caractérisation de l'écoulement d'air sur le site de la plateforme expérimentale est importante car utile par la suite dans une démarche de modélisation des transferts convectifs entre le panneau et l'air environnant. L'analyse se divise en deux parties : (i) l'étude des vents dominants à partir de données météorologiques sur une période de 30 ans, (ii) l'étude des vents mesurés sur la plateforme par les capteurs in-situ (notamment les capteurs à boule chaude présentés dans la section 2.3.3.

Les objectifs sont de documenter les vents dominants et les vents incidents sur la plateforme. Il est également possible d'appréhender les effets parasites crées dus à l'aménagement urbain et aux divers obstacles (toitures, autres bâtiments etc). La méthodologie adoptée pour ces objectifs consiste à l'extraction des données d'intensité et de direction du vent sur la base des 30 ans de données issues de Météo-France puis à réaliser une étude statistique pour déterminer les classes d'intensité du vent, les variabilités saisonnière et journalière etc.

Le découpage classique en milieu urbain des classes d'intensité se fait comme suit : entre  $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  on considère que nous sommes dans un régime de **convection naturelle**, entre  $3 \text{ m} \cdot \text{s}$  et  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  dans un régime de **convection mixte** et au-delà de  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  dans un régime de **convection forcée**. Pour l'analyse, nous réalisons un sous-découpage mensuel et réalisons des comparaisons annuelles.

On constate sur la figure 2.28 que trois directions d'incidence principales se distinguent : le sud, l'ouest et le nord-est. Comme attendu, les vents sont plus intenses en journée que la nuit d'après les figures 2.28b et 2.28c à cause des phénomènes thermiques plus importants en journée. Une grande majorité des données montrent que l'intensité du vent excède assez rarement les  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . L'analyse mensuelle sur une période de 10 ans donnée sur la figure 2.29 montre que les vents sont plus intenses en saison hivernale qu'en saison estivale. En particulier, les mois d'août et septembre sont ceux qui présentent les intensités les plus faibles en moyenne. Ces observations se confirment sur la figure 2.30 sur l'année 2021 où un découpage mensuel a été réalisé. Sur la figure 2.30a, on constate que l'intensité varie entre  $0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et que la vitesse moyenne est de 2,89 m  $\cdot \text{s}^{-1}$ . On observe également que les mois de mai et avril sont particulièrement venteux. Des constatations similaires sont effectuées sur les figures 2.30b et 2.30c.



(a) Rose des vents sur 30 ans sans distinction entre le jour et la nuit.



(b) Rose des vents sur 30 ans avec des données seulement de jour.



(c) Rose des vents sur 30 ans avec des données seulement de nuit.

Fig. 2.28. : Roses des vents sur le site de Tomblaine pour une période de 30 ans entre 1990 et 2020.

Un outil statistique classique pour étudier la répartition de l'intensité du vent et qui est très utilisé dans le domaine éolien est la **distribution de Weibull**. La densité de probabilité de la vitesse f(v) s'écrit selon l'équation (2.1).



FIG. 2.29. : Analyse mensuelle des vents sur le site de Tomblaine sur une période de 10 ans.

$$f(v) = \frac{k}{a} \left(\frac{v}{a}\right)^{k-1} \exp\left(\left(-v/a\right)^k\right)$$
(2.1)

où *a* est un paramètre proportionnel à la vitesse moyenne du vent en  $m \cdot s^{-1}$  et *k* un paramètre donnant la forme de la distribution (*shape factor*). Lorsque *k* est faible cela signifie que le vent est très variable sur le site (la densité à tendance à «s'étaler») alors que pour un *k* élevé le vent est plutôt stable et la fonction de distribution se resserre autour de la valeur moyenne.

La distribution de Weibull pour l'année 2021 pour le site de Tomblaine (France) est donnée sur figure 2.31. On observe que cette distribution est particulièrement bien adaptée pour décrire les intensités observées sur le site de la plateforme expérimentale. Les coefficients de la distribution sont  $a = 3,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et k = 1,65.

En conclusion, le vent provient majoritairement du sud d'après cette observation sur une période climatique (30 ans). Les tendances sont moins marquées pour les mois d'avril et mai où une dispersion plus importante des directions a été observée. L'étalement des intensités du vent est plus important la nuit que le jour et c'est une observation valable également pour les mois de mai à juin (période estivale) où la direction d'incidence principale est toujours le Sud mais avec une apparition d'un vent d'ouest non négligeable.

Les mesures issues des capteurs à boule chaude montrent que les vents *in-situ* sont souvent inférieurs à  $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  en période estivale. Les mesures pour les sondes 1 et 5 montrent que la rugosité est suffisamment importante au niveau de la couche de végétation pour considérer que dans cette zone la présence du panneau photovoltaïque n'affecte pas la vitesse du vent à cet endroit.



(a) Découpage mensuel pour les périodes de jour et de nuit confondues.



(b) Découpage mensuel pour les périodes de jour.



(c) Découpage mensuel pour les périodes de nuit.

FIG. 2.30. : Intensités du vent à Tomblaine avec un découpage mensuel.



FIG. 2.31. : Distribution de Weibull pour l'année 2021 à Tomblaine (France)

# 2.5. Caractérisations optiques, thermiques et électriques des panneaux

Dans cette section, nous présentons l'ensemble des caractérisations optiques, thermiques et électriques qui ont été effectuées au LEMTA et au Cerema. Ces caractérisations ont permis d'obtenir des informations sur le fonctionnement des différents panneaux photovoltaïques avant leur installation en conditions réelles sur la plateforme expérimentale du Cerema.

## 2.5.1. Panneaux photovoltaïques utilisés

Les panneaux utilisés dans toute cette étude sont des panneaux avec cellules mono-cristallines de la marque *Recom-Sillia* de 310 W (modèle Recom-Sillia Series60M). Les spécifications constructeurs du modèle de panneau sont données dans le tableau 2.4. Les dimensions du panneau sont 1,66 m de largeur, 0,99 m de longueur et 0,04 m d'épaisseur au niveau du cadre aluminium. L'épaisseur au niveau des cellules et de seulement 0,0045 m. La face arrière du panneau est un film PET (Polytéréphtalate d'éthylène). Le verre en face avant est en verre trempé et le poids total du panneau est de 18 kg.

Тав. 2.4. : Paramètres	principaux d	les panneaux	photovoltaïques	Series60M	de la marque	En-
phase						

Electrical Parameters at STC	60M310
Cells	Monocrystalline Silicon
Power at MPP	310 W
Module Efficiency	18,86 %
Voltage at MPP	32,35 V
Current at MPP	9,56 A
Open circuit Voltage	39,60 V
Short circuit Current	9,95 A
Pmax Temperature Coefficient	$-0,40\% \cdot °C^{-1}$

Les propriétés optiques, thermiques et électriques des panneaux photovoltaïques utilisés dans cette thèse ont été requises pour éclairer l'analyse des résultats expérimentaux et pour la partie modélisation. Ainsi, plusieurs travaux expérimentaux ont été menés, majoritairement au LEM-TA, afin de caractériser ces paramètres. De plus, une étude poussée sur le comportement thermique d'un panneau photovoltaïque a été effectuée au Cerema de Tomblaine par l'intermédiaire d'une chambre climatique à température d'air contrôlée.

## 2.5.2. Caractérisations optiques

Les mesures optiques ont été effectuées au LEMTA et se sont attachées à estimer les réflectivités et émissivités de la face avant et de la face arrière du panneau. Les mesures de réflectivité directionnelle hémisphérique sont réalisées à l'aide d'une sphère intégrante (ou sphère d'Ulbricht). La sphère intégrante est composée d'une cavité sphérique dans laquelle le revêtement possède un pouvoir de réflexion diffuse très important. Le principe de la mesure est relativement simple. L'échantillon d'intérêt est placé dans le porte échantillon à l'extérieur de façon tangente à la sphère. Ensuite, un faisceau incident en provenance du spectromètre est envoyé vers la cible. Cette dernière va réfléchir une partie de ce rayonnement incident de façon diffuse un grand nombre de fois à l'intérieur de la sphère. Le détecteur est également placé en périphérie de la sphère et va détecter un rayonnement proportionnel au rayonnement réfléchi par la cible. Ce processus est réalisé une première fois pour un cas où la cible est un échantillon de référence puis, une seconde fois, où la cible est l'échantillon d'intérêt. Une photographie de la sphère intégrante utilisée et un schéma de principe de la mesure décrite ci-dessus sont montrés sur la figure 2.32.



(a) Photographie du spectromètre utilisé pour les caractérisations optiques des échantillons de panneau photovoltaïque.



(b) Schéma de principe d'une mesure par spectrométrie optique sur un échantillon

FIG. 2.32. : Caractérisations optiques des échantillons par spectrométrie optique au LEMTA.

En notant  $S_{ech.}(\eta)$  et  $S_{ref}(\eta)$  les flux mesurés par le détecteur pour l'échantillon et la référence, on peut définir la réflectivité de l'échantillon par :

$$R(\eta) = \frac{S_{ech}(\eta)}{S_{ref}(\eta)}$$
(2.2)

où  $\eta$  est le nombre d'onde en cm<sup>-1</sup> et  $\lambda$  est la longueur d'onde généralement en  $\mu$ m ou en nm. Par conservation de l'énergie, la somme des coefficients de réflectivité, de transmittivité et d'absorptivité doit être égale à 1 :

$$R(\eta) + T(\eta) + \alpha(\eta) = 1 \tag{2.3}$$

En supposant que l'échantillon se comporte comme un corps opaque, on obtient :

$$\alpha(\eta) = 1 - R(\eta) \tag{2.4}$$

D'après la loi de Khirchoff, l'absorptivité et l'émissivité sont égales pour chaque fréquence et à l'équilibre thermique :

$$\varepsilon(\eta) = \alpha(\eta) \tag{2.5}$$

On peut donc également en déduire la valeur de l'absorptivité à partir de cette réflectivité par la sphère intégrante. À partir de ces mesures, il est finalement possible de déterminer les grandeurs radiatives intégrées spectralement. Pour l'absorptivité solaire, on utilise le spectre solaire AM1.5, désigné par  $L_{AM1.5}$  (encart 2.2). AM signifie «Air Mass» et permet de caractériser le spectre solaire en lieu donné après avoir traversé l'atmosphère. En ce qui concerne l'émissivité, le rayonnement du corps noir  $L_{CN}(\eta, T)$  est utilisé.

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\int \alpha(\eta) L_{AM1.5}(\eta) d\eta}{\int L_{AM1.5}(\eta) d\eta}$$
(2.6)

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\int \epsilon(\eta) L_{CN}(\eta, T) d\eta}{\int L_{CN}(\eta, T) d\eta}$$
(2.7)

Les résultats sont obtenus pour  $\langle \alpha \rangle$  et  $\langle \epsilon \rangle$  pour les faces avant et arrière du panneau photovoltaïque et sont résumées dans le tableau 2.5.

TAB. 2.5. : Valeurs d'absorptivité solaire et d'émissivité intégrées spectralement

Valeurs intégrées	Face avant	Face arrière
$\begin{array}{c} \langle \alpha \rangle \\ \langle \epsilon \rangle \end{array}$	86 % 91 %	92%

#### 2.5.2.1. Point de Christiansen

Le point de Christiansen est la fréquence à laquelle la réflectivité du matériau étudié est nulle. La connaissance de cette fréquence peut être utile pour mesurer la température de la face avant par thermographie infrarouge en connaissant l'émissivité et en l'absence de réflexion.

En utilisant un filtre adéquat avec la caméra thermique, il est possible de mesurer la température de surface du verre en face avant du panneau photovoltaïque.

#### 2.5.3. Caractérisations thermiques

Dans le chapitre 3, un travail important de modélisation thermique est présenté. Dans le bilan thermique d'un panneau photovoltaïque, l'équation de la chaleur est utilisée et fait intervenir les paramètres thermiques du système, notamment la conductivité thermique et la capacité calorifique à pression constante. Ces deux paramètres thermiques ont été caractérisés pour le panneau photovoltaïque utilisé dans cette étude en le considérant comme un milieu homogène équivalent (les couches du panneau ne sont pas distinguées dans ces caractérisations ni dans le modèle présenté dans le chapitre 3). Pour ces deux propriétés thermiques, un panneau photovoltaïque a été découpé en carrés afin d'obtenir des échantillons de 5 cm à 10 cm de côté.

#### 2.5.3.1. Conductivité thermique

La méthode utilisée pour caractériser la conductivité thermique de nos échantillons est celle du **plan chaud fini asymétrique fini avec face arrière isolée** selon DEGIOVANNI et JANNOT [1]. Elle est applicable pour les matériaux avec une conductivité thermique comprise entre  $0,2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Le dispositif expérimental est constitué :

• d'un élément chauffant (film chauffant possédant la même surface que l'échantillon) disposé sous l'échantillon à caractériser et dans lequel est inséré un thermocouple de type K;
## 2.2 Spectre AM1.5

Le rayonnement solaire incident à la surface de la Terre, par nature, est fluctuant dans le temps et dans l'espace. Afin de comparer les technologies photovoltaïques des différents fabricants et laboratoires, un spectre solaire de référence est nécessaire. Ce spectre de référence appelé AM1.5 global et son intégration sur l'ensemble des longueurs d'onde est de 1000 W  $\cdot$  m<sup>-2</sup>. Le nom normé de ce spectre est ASTM G-173-03 (ISO 9845-1, 1992). La notation AM se traduit par Air Mass. Le nombre 1.5 est le rapport entre le chemin optique du rayonnement solaire à travers l'atmosphère terrestre et ce chemin optique lorsque le Soleil est au zénith. 2.0 2.0 Spectral Irradiance (W m<sup>-2</sup> nm<sup>-1</sup>) <sup>20</sup> <sup>21</sup> <sup>21</sup> <sup>21</sup> <sup>21</sup> 1.5 AM1.5 Global (ASTMG173) AM1.5 Direct (ASTMG173) AM0 (ASTM E490) 1.0 0.5 0.0 0.0 500 1000 1500 2000 2500 3000 Wavelength (nm) FIG. 2.33. : Spectre solaire AM1.5









- FIG. 2.34. : Mesures de réflectivité réalisées au LEMTA sur les échantillons de panneau photovoltaïque.
  - d'un bloc de polystyrène en-dessous de l'échantillon;
  - de deux blocs d'aluminium maintenus à température constante par refroidissement liquide. Ces deux blocs sont disposés au-dessus et en-dessous des échantillons;
  - d'une presse permettant de maintenir le tout à la bonne pression et d'éviter les résistances thermiques de l'air entre les différentes couches.



Un schéma du dispositif expérimental est présenté sur la figure 2.35.

FIG. 2.35. : Méthode du plan chaud centré asymétrique développé au LEMTA

On enregistre la température de l'élément chauffant T(t) et celles des blocs d'aluminium  $T_0(t)$  pendant la durée de l'expérience. Afin d'avoir une épaisseur d'échantillon suffisamment importante, deux échantillons de panneau photovoltaïque ont été superposés et une graisse très conductive a été disposée entre les deux pour limiter les résistances de contact. Avant de procéder à la caractérisation des échantillons d'intérêt, la méthode est validée et calibrée avec un échantillon de référence (un isolant par exemple). En connaissant les épaisseurs des différentes couches, la température du thermocouple, la puissance thermique dissipée par l'élément chauffant, il est possible d'en déduire la conductivité thermique de notre échantillon.

Les mesures de conductivité thermique ont été menées de 0 °C à 70 °C. Entre 0 °C et 40 °C, la conductivité thermique des échantillons de panneau photovoltaïque reste constante. Au-delà

de 40 °C, la conductivité thermique diminue, deux hypothèses permettent d'expliquer ce phénomène :

- les couches se dilatent dans l'échantillon et les contraintes mécaniques entraînent des modifications des propriétés thermiques;
- les propriétés des matériaux utilisés pour faire les essais ont été mesurées pour des températures allant de 0 °C à 40 °C, au-delà les valeurs sont extrapolées ce qui peut conduire à des erreurs.

La valeur retenue pour la conductivité thermique pour la suite de ce travail est de  $\pm 0.5 \pm 0.1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Cette valeur est proche de valeurs données dans la littérature pour un panneau photovoltaïque vu comme un milieu homogène équivalent.

## 2.5.3.2. Capacité calorifique

Pour évaluer la capacité calorifique d'un matériau, plusieurs techniques existent et l'une d'entre elles est la **calorimétrie**. Le calorimètre est composé d'une enceinte intérieure en aluminium, d'une enceinte extérieure contenant l'enceinte intérieure et d'une collerette reposant sur l'enceinte extérieure et permettant de maintenir l'enceinte intérieure sans contact avec la première. L'enceinte du calorimètre est considérée adiabatique (i.e. pas d'échanges de chaleur avec l'extérieur). Le calorimètre est généralement recouvert d'un couvercle laissant passer un agitateur et une sonde de température. Deux méthodes ont été mises en place pour la mesure de la capacité calorifique :

- *Méthode des mélanges* : elle consiste à introduire un premier volume d'eau avec l'échantillon dans le calorimètre puis à attendre la thermalisation. Un second volume d'eau est ajouté dans le calorimètre à une température supérieure et l'expérience se poursuit jusqu'à atteindre une nouvelle température d'équilibre.
- *Méthode électrique* : un volume d'eau et l'échantillon sont introduits dans le calorimètre et le système se thermalise à une température initiale. À l'aide d'une résistance disposée dans le volume d'eau, le système est chauffé et la pente de la montée en température est relevée par lecture graphique.

Les courbes caractéristiques obtenues pour chacune des deux méthodes sont présentées sur la figure 2.36.

Avant toute chose, il faut mesurer la masse équivalente en eau du calorimètre ( $\mu$ ). Pour ce faire, on introduit initialement une masse d'eau  $m_1$  dans le calorimètre à une température  $T_1$ . On ajoute ensuite une masse d'eau  $m_2$  à une température  $T_2$  et on attend l'équilibre thermique dans le calorimètre à une température  $T_f$ . La masse en eau du calorimètre est donnée par l'équation (2.8).

$$\mu = m_1 \frac{T_2 - T_f}{T_f - T_1} - m_2 \tag{2.8}$$

Une fois cette valeur connue, il est possible de déterminer la valeur de la capacité calorifique de notre échantillon. Pour cela, il suffit de mesurer la masse de notre échantillon  $m_{ech.}$ . Puis on introduit l'échantillon dans l'enceinte intérieure du calorimètre avec une quantité d'eau *froide* de masse  $m_f$  à la température  $T_f$ . On laisse thermaliser l'échantillon avec cette quantité d'eau.



FIG. 2.36. : Caractérisation de la capacité calorifique des échantillons de panneau photovoltaïque par calorimétrie au LEMTA.

Ensuite, une quantité d'eau *chaude*  $m_c$  à la température  $T_c$  est introduite dans le calorimètre. L'agitateur permet d'accélérer la thermalisation au sein du calorimètre à la température  $T_{eq}$ . Une fois que l'équilibre thermique est obtenu, la capacité calorifique de l'échantillon est déterminée par l'équation (2.9).

$$C_{ech} = \frac{1}{m_{ech}} \left[ \frac{m_c C_{eau} (T_c - T_{eq})}{T_{eq} - T_f} - (\mu + m_f) C_{eau} \right]$$
(2.9)

Pour la méthode électrique, il est possible de calculer la puissance thermique dissipée dans le liquide par la résistance par effet Joule  $P_{elec}$  et de calculer la capacité calorifique de l'échantillon selon l'équation (2.10).

$$C_{ech} = \frac{1}{m_{ech}} \left[ \frac{P_{elec}}{\alpha} - (\mu + m_f) C_{liq} \right]$$
(2.10)

où  $\alpha$  est la pente de la montée en température du mélange liquide et échantillon par chauffage à l'aide de la résistance électrique,  $C_{liq}$  est la capacité calorifique du liquide et  $\mu$  est la masse équivalente en éthanol du calorimètre. Le liquide utilisé pour cet essai est l'éthanol qui possède une capacité calorifique significativement plus faible que celle de l'eau (2460 pour l'éthanol contre 4180 pour l'eau).

Les deux méthodes ont été testées et vérifiées pour des matériaux à la capacité calorifique connue (cuivre, acier, aluminium), les résultats ont été concluants. En appliquant les deux méthodes à nos échantillons de panneau photovoltaïque, la capacité calorifique moyenne est estimée à environ  $813 \pm 8 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

## 2.5.4. Expérimentation en chambre climatique

Le bilan d'énergie d'un panneau photovoltaïque étant gouverné par des transferts thermiques avec l'environnement défini par des paramètres météorologiques variables temporellement et spatialement, il est souvent difficile d'interpréter physiquement les variations thermiques observées au niveau du panneau à cause de ces fluctuations environnementales (HEUSINGER et WEBER [2], ALY, AHZI et BARTH [3], HAMOU, ZINE et ABDELLAH [4] et DURISCH et al. [5]). Les deux paramètres météorologiques prédominants dans ce bilan thermique sont le rayonnement solaire d'une part, et la vitesse du vent d'autre part. L'écoulement d'air autour d'un panneau photovoltaïque, peu importe les conditions de montage du panneau (en toiture, au sol, ..), est particulièrement complexe à modéliser car il fait intervenir des transferts convectifs de nature turbulente. Cet échange convectif fait l'objet d'études dédiées dans la littérature et la modélisation est menée à l'aide de simulations numériques de la mécanique des fluides - CFD - (voir l'annexe E) ou par l'intermédiaire de coefficients convectifs (NAGHAVI et al. [6], KAPLANI et KAPLANIS [7] et DABAGHZADEH et ESLAMI [8]). Malgré la puissance de calcul des ordinateurs actuels, la modélisation d'écoulements turbulents reste un enjeu important et la validation expérimentale n'est pas aisée. Dans l'objectif de s'affranchir de la variation temporelle de ces paramètres météorologiques, un protocole expérimental en chambre climatique a été mis en place afin d'obtenir des résultats thermiques et électriques sur les panneaux photovoltaïques étudiés en conditions de température d'air et de rayonnement incident contrôlées. L'échange convectif est grandement simplifié dans une telle situation car le panneau échange avec un air à température contrôlée et sans mouvements dus à la circulation atmosphérique. Les tests ont été menés pour des températures d'air régulées entre 5 °C et 30 °C. Les objectifs principaux sont :

- l'étude du bilan thermique d'un panneau de 310 W en conditions contrôlées ;
- l'étude de l'impact de la production électrique sur le bilan thermique : des phases de production et de non-production ont été mises en place afin d'observer le comportement thermique correspondant;
- le calcul de la constante thermique du panneau photovoltaïque : la littérature tend à montrer que la capacité thermique, souvent absente dans les modèles, n'est pas négligeable (ARMSTRONG et HURLEY [9]);
- l'étude de coefficients de transfert convectif via une convection forcée créée par un ventilateur;
- l'établissement des caractéristiques I-V et P-V du panneau photovoltaïque en fonction de la température du panneau.

De plus, les caractéristiques I-V et P-V ont été tracées pour l'ensemble des panneaux photovoltaïques installés par la suite sur les plateformes expérimentales en extérieur, ceci afin d'avoir des indications sur les différences de performances électriques des panneaux entre eux avant même leur installation.

Pour réaliser ces expérimentations, une chambre climatique de 48 m<sup>3</sup> située au Cerema (Tomblaine) a été utilisée. La température d'air dans la pièce est régulée par deux évaporateurs et la température peut être asservie entre -30 °C et 30 °C. Les panneaux photovoltaïques utilisés pour ce travail expérimental sont identiques à ceux présentés dans la section 2.5.1. Un micro-onduleur M215 a été utilisé et le tout est relié au système commercial Enphase constitué du *Q-Relay* et du *Envoy-S Metered*. Par ailleurs, la production électrique du côté continu est mesurée à l'aide d'un multimètre digital. Pour obtenir les caractéristiques I-V du panneau, le laboratoire LMOPS a conçu un convertisseur DC/DC, élévateur de tension, à transistor MOSFET. Le transistor est associé à un auto-transformateur permettant d'avoir des tensions supérieures à 100 V DC. Par modulation de largeur d'impulsion (*PWM*), il est possible de scanner les caractéristiques I-V



(a) Photographie des deux évaporateurs dans la chambre climatique du Cerema (Tomblaine) permettant une régulation de la température d'air entre -30 °C et 30 °C.



(b) Source lumineuse Deltalab composée de 6 lampes halogènes. La lumière est dirigée vers le panneau photovoltaïque à l'aide de miroirs paraboliques.

Fig. 2.37.

en continu en modifiant le rapport cyclique. Au début du scan, le rapport cyclique est égal à 0 %, le MOSFET est éteint et aucun courant n'est dissipé, ceci correspond à une situation de circuit ouvert. Le rapport cyclique est ensuite augmenté afin de parcourir l'ensemble de la courbe courant-tension et une courbe est obtenue en environ 10 s. La même procédure est répétée plusieurs fois et en continu pendant l'essai ce qui permet d'avoir des caractéristiques I-V en fonction de la température du panneau au cours de l'essai.

La source de lumière utilisée dans tous ces essais est une source constituée de 6 lampes halogènes pour une puissance électrique totale de 6 kW. Le spectre a été analysé au moyen de deux spectromètres, un dans l'intervalle [400, 1100] nm et un autre dans l'intervalle [900, 2500] nm (voir figure 2.39b). Il est observé qu'une grande majorité du rayonnement reçu par le panneau se situe dans l'infrarouge ce qui n'est pas problématique dans la mesure où les essais portent principalement sur une caractérisation thermique. La source lumineuse est placée à 1,5 m du panneau photovoltaïque et la carte du flux reçu par le panneau photovoltaïque est montrée sur la figure 2.39a.

Les capteurs de température utilisés dans ce travail sont des PT1000 en face arrière du panneau photovoltaïque, au nombre de neuf. La moyenne des neuf capteurs a été calculée afin d'en extraire la température moyenne de face arrière du panneau. En face avant, une PT100 a été collée et un bon contact thermique entre la sonde et la surface en verre du panneau est assuré par une pâte thermique. La température de l'air dans la chambre climatique est mesurée par une PT100 protégée par un pare-soleil afin d'éviter les transferts radiatifs ainsi que convectifs entre la sonde et l'air environnant. La vitesse de l'air est également suivie à l'aide d'une sonde Testo. Enfin, le rayonnement incident sur le panneau est mesuré par un pyranomètre *Campbell Scientific* (modèle CMP3). Toutes ces mesures sont réalisées à intervalle de 10 s grâce à une centrale CR1000X de *Campbell Scientific*. La position de ces capteurs est représentée sur la figure 2.40.



FIG. 2.38. : Convertisseur DC/DC (élévateur de tension) développé par le laboratoire LMOPS (Thionville, France). (a) Micro-contrôleur PIC18F252, (b) Transistor MOSFET, (c) Auto-transformateur.

#### 2.5.4.1. Constante thermique du panneau photovoltaïque

Le volume du panneau est  $V = A \cdot e$  et la surface totale d'échange est  $A_s = 2A$ . La longueur caractéristique du panneau est  $L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{e}{2}$ . On peut supposer que l'échange convectif est modélisé par un coefficient  $h_{cv}$  et que la convection est mixte (naturelle et forcée). La corrélation donnée par l'équation (2.11) permet de déterminer le coefficient convectif correspondant à la convection forcée. Pour la convection naturelle, il faut calculer le nombre de Grashof (Gr) et utiliser la corrélation donnée par l'équation (2.12) où Ra est le nombre de Rayleigh.

$$Nu^{f \, or.} = 0,664 Re^{0.5} Pr \tag{2.11}$$

$$Nu^{nat.} = 0, 1Ra^{1/3}Pr$$
 (2.12)

Par ces considérations, il a été calculé que le coefficient d'échange total  $h = h_{rad} + h_{cv}^{for.} + h_{cv}^{nat.}$  est égal à 10,8 W · m<sup>-2</sup>. On peut maintenant calculer le nombre de Biot selon l'équation (2.13).

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$
(2.13)

où k est la conductivité thermique du panneau photovoltaïque caractérisée au LEMTA. Le nombre de Biot est égal à  $0,05 \le 0,1$  et dans ce cas le système peut être considéré comme thermiquement mince (*lumped system*). Les transferts thermiques ont lieu principalement en



(a) Carte de flux dans le plan du panneau photovoltaïque avec la source lumineuse à 1,5 m



(b) Spectre de la source lumineuse obtenu à l'aide des deux spectromètres comparé au spectre solaire AM1.5

Fig. 2.39.



FIG. 2.40. : Position des capteurs sur le panneau photovoltaïque pour les essais en chambre climatique.

une dimension dans l'épaisseur du panneau et la température du panneau  $(T_{pv}(t))$  est fonction du temps seulement.

Sous cette hypothèse de système thermiquement mince, il est possible d'écrire le bilan thermique selon l'équation (2.14).

$$\rho C_p V \frac{\mathrm{d}T_{pv}(t)}{\mathrm{d}t} = -h_{cv} A_s (T_{pv}(t) - T_{\mathrm{air}}) - h_{\mathrm{rad}} A_s (T_{pv}(t) - T_{\mathrm{air}}) = -h A_s (T_{pv}(t) - T_{\mathrm{air}}) \quad (2.14)$$

en faisant l'hypothèse que l'échange radiatif se fait à la température de l'air dans la chambre climatique grâce à la thermalisation des parois par la régulation en température. On suppose par ailleurs que l'échange radiatif peut être linéarisé et modélisé à l'aide d'un coefficient d'échange radiatif  $h_{\rm rad}$ . À partir du bilan thermique, il est possible d'extraire la constante de temps du système. Ce temps caractéristique est donnée par l'équation (2.15).

$$\tau = \frac{\rho C_p L_c}{h} \tag{2.15}$$

De plus, l'expression de la température du panneau  $T_{pv}(t)$  est donnée par l'équation (2.16).

$$T_{pv}(t) = T_{air} + (T_c - T_{air}) \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$$
(2.16)



FIG. 2.41. : Évaluation de la constante de temps du panneau à partir de la décroissance exponentielle de la température.

où  $T_c$  est la température initiale du panneau. Dans notre cas, c'est la température à laquelle se trouve le panneau avant d'éteindre la source lumineuse et d'observer une décroissance exponentielle de la température du panneau (voir figure 2.41).

À partir des essais réalisés en chambre climatique, il a été possible de déterminer la constante de temps pour des températures régulées allant de 5 °C à 30 °C. Les valeurs obtenues pour la constante thermique du panneau photovoltaïque s'étendent de 523,7 s à 559,1 s. La valeur moyenne obtenue est approximativement 9 minutes, ce qui est en accord avec les résultats observé dans la littérature (ARMSTRONG et HURLEY [9]). Les valeurs du coefficient d'échange total (convectif et radiatif) sont entre  $8,2 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$  et  $8,7 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ . Les résultats pour les valeurs de  $\tau$  et *h* sont synthétisés dans le tableau 2.6.

TAB. 2.6. : Constante de temps du panneau et coefficient d'échange total obtenus pour différentes température de régulation.

$T_{\rm air}$ (°C)	τ (s)	$h(\mathbf{W}\cdot\mathbf{m}^{-2}\cdot\mathbf{K}^{-1})$
5	559,1	8,2
10	549,2	8,4
15	549,9	8,3
20	552,7	8,3
25	544,7	8,4
30	523,7	8,7

#### 2.5.4.2. Impact de la convection forcée

Un autre avantage de la chambre climatique est d'éviter l'écoulement turbulent de l'air autour du panneau comme c'est très souvent le cas en conditions réelles. Ainsi, il est tout à fait possible d'étudier l'effet de la convection forcée sur le panneau dans ces conditions en utilisant un ventilateur. Le ventilateur a été placé à 1 m sur le côté droit du panneau photovoltaïque afin d'obtenir un écoulement établi au niveau de ce dernier. Un variateur de tension a également été utilisé afin de réguler plus précisément la tension appliquée aux bornes du ventilateur et donc l'intensité de l'écoulement d'air sur le panneau.

Les résultats pour la convection forcée sont présentés pour une température d'air régulée à 25 °C. En l'absence de convection forcée créée par la mise en marche du ventilateur, la circulation de l'air dans la chambre climatique a été mesurée à  $0,37 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  à cause du fonctionnement des évaporateurs pour la régulation en température. Les résultats sont présentés sur la figure 2.42 et résumés dans le tableau 2.7. La température du panneau en fonction de la vitese de l'écoulement d'air a été représenté sur la figure 2.43. Sur cette figure, la décroissance exponentielle de la température du panneau a été observée en accord avec les résultats de la littérature (JASZCZUR et al. [10] et DABAGHZADEH et ESLAMI [8]). Par ailleurs, un fit a été réalisé avec une fonction exponentielle de la forme  $a \exp(-v/b) + T_{air}$ . À la limite d'une vitesse infinie, la température atteinte par le panneau est celle de la température d'air dans la pièce (les transferts convectifs amènent le panneau à la température de l'air). À l'inverse, pour une vitesse de l'écoulement d'air nulle, la température maximum théorique atteinte par le panneau serait de 79,6 °C, ce qui est une valeur possible en conditions réelles dans cette configuration d'éclairement. Il est également observé qu'une faible augmentation de la vitesse d'écoulement aux vitesses faibles permet de refroidir efficacement le panneau. En revenant à la problématique de l'installation de panneaux photovoltaïques en environnement urbain et la présence de nombreux obstacles, nous pouvons anticiper que la bonne modélisation du transfert convectif est très délicate car de faibles variations de la vitesse de l'air peuvent entraîner des changements significatifs de la température du panneau. Par analogie au temps de réponse d'un système à un échelon, on suppose que pour une vitesse égale à  $3v = 5.5 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ , le système a atteint 95 % de la valeur finale. Au-delà de cette valeur, le refroidissement par convection est limité.

chambre de 25 °C. $\Delta v$ est la différence entre la valeur de la vitesse d'air imposée pa le ventilateur et la vitesse de l'écoulement de l'air attribuée à la régulation par les deux évenerateurs présents dans le rièse (0.27 m $e^{-1}$ ). NM signifie Non Maximum
le ventilateur et la vitesse de l'écoulement de l'air attribuée à la régulation par les deux évenerateurs présents deux le rièce (0.27 m $e^{-1}$ ). NM signifie Neu Maximula
doux áveneratours práconte donc la ridas $(0.27 \text{ m} \text{ s}^{-1})$ NM signific Neu Mesurghla
1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 -
La valeur était trop petite pour être mesurée par le capteur de vitesse.

	$\Delta v (\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1})$										
	0	$0(R_1)$	NM ( <i>R</i> <sub>2</sub> )	$0,04(R_3)$	0,18 (R <sub>4</sub> )	0,42 ( <i>R</i> <sub>5</sub> )	0,59 (R <sub>6</sub> )	0,79	0,96		
	No Prod.		Production								
$\overline{T}_{pv,back}$ (°C)	71,73	68,5	67,2	64,8	61,51	57,97	56,76	55,11	54,54		
$T_{pv,front}$ (°C)	76,19	73,64	72,52	68,12	63,46	58,63	56,86	54,72	53,74		
$T_{\rm air}$ (°C)	26,13	26,18	26,2	26,32	26,19	26,16	26,19	26,33	26,33		
$\varphi (\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2})$	1081	1097	1102	1128	1137	1147	1159	1148	1157		
$P_{pv}\left(\mathbf{W}\right)$	-	138,0	138,0	140,3	141,2	142,28	143,7	142,9	143,8		



FIG. 2.42. : Résultats en convection forcée pour différentes vitesses d'air. Sur la figure de gauche, on observe qu'un changement de l'intensité de l'écoulement de  $0,37 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  à seulement  $0,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a entraîné une diminution d'environ  $10 \,^{\circ}\text{C}$  de la température du panneau. Sur la figure de droite, des variations plus progressives de la vitesse du ventilateur ont été appliquées à l'aide du variateur de tension.



FIG. 2.43. : Évolution de la température du panneau en fonction de la vitesse de l'écoulement d'air. Une décroissance exponentielle de la température est observée. En extrapolant ce résultat, la température limite que peut atteindre le panneau est 79,6 °C et la valeur asymptotique est de 26,3 °C.

#### 2.5.4.3. Impact de la production électrique sur le bilan thermique

Pour étudier l'impact de la production électrique du panneau photovoltaïque sur son bilan thermique, des essais spécifiques ont été réalisés. Ce qui suit a été publié dans la revue *Renewable Energy* (VILLEMIN et al. [11]). Le panneau a été éclairé jusqu'à atteindre l'équilibre thermique et la production électrique était désactivée (panneau non relié au système *Enphase* de production d'énergie). Puis la production électrique a été activée en enclenchant le micro-onduleur relié aux bornes DC du panneau. Pour chaque expérimentation, la production électrique a été activée deux fois. On note ainsi la présence de deux phases pendant un essai : une première phase avec une montée en température du panneau à production électrique nulle puis l'activation de la production électrique, suivie d'une seconde phase avec l'arrêt de la production électrique et enfin une réactivation de celle-ci. Ces essais ont été menés pour différentes consignes en température d'air dans la pièce.

Pour ces essais, la température d'air dans la pièce a été régulée à 5 °C, 10 °C, 15 °C, 20 °C, 25 °C et 30 °C et chaque essai dure environ 6 h. Les résultats sont présentés sur la figure 2.44. L'aire verte représente les phases de production électrique et le rayonnement incident est représenté par la courbe en rouge. La température moyenne du panneau photovoltaïque en face arrière est donnée par la courbe bleue. La phase (I.1) correspond à une phase de non-production électrique. La phase (I.2) permet de voir l'effet de l'activation de la production sur le bilan thermique du panneau. La même procédure est répétée pour les périodes (I.3) et (I.4). Les résultats sont également synthétisés dans la tableau 2.8. La puissance électrique maximale atteinte par le panneau durant les essais est de 143,4 W pour une température de chambre de 5 °C avec un minimum de 134,1 W à la température de 30 °C. Comme attendu, l'augmentation de la température du panneau dégrade le rendement électrique de ce dernier. En moyenne, la température de la face avant du panneau chute de 3 °C et la température de face arrière de 3,7 °C lorsque le panneau produit par rapport à la température atteinte lorsque le panneau ne produit pas. L'évolution de la température du panneau en fonction de la température d'air régulée dans la pièce est représentée dans la figure 2.45. On y observe bien une relation linéaire entre la température du panneau et la température de l'air dans la chambre (figure 2.45a). Dans la figure 2.45, l'évolution de la différence entre la température du panneau et la température d'air en fonction de cette dernière démontre une légère décroissance alors que théoriquement une droite horizontale est attendue. Ce comportement en légère décroissance est attribué à l'hypothèse de linéarisation des transferts convectifs et radiatifs par l'intermédiaire d'un coefficient d'échange. En particulier pour le transfert radiatif qui est non-linéaire par nature. Enfin, le rendement électrique du panneau a été calculé pour différents points expérimentaux à une température d'air de 15 °C. Les résultats sont tracés sur la figure 2.46 pour une température de panneau (en face arrière) allant de 16,5 °C à 58 °C. L'efficacité atteinte dans nos conditions expérimentales est d'environ 8 % alors que le rendement donné par le constructeur est normalement de 18,86 %. Cette différence peut s'expliquer selon plusieurs arguments dont les deux principaux sont données ci-dessous :

- le spectre de la source lumineuse est décalée vers les infrarouges ce qui la distingue d'un spectre plus proche du rayonnement solaire utilisé pour la caractérisation électrique du panneau photovoltaïque;
- la réponse spectrale des cellules en silicium se situe classiquement entre 400 nm et 1107 nm. Par conséquent, une part importante du rayonnement incident n'est pas convertie en électricité mais plutôt en chaleur. Ceci a pour effet de dégrader encore le rendement de conversion observé dans les conditions expérimentales présentées ici.

TAB. 2.8. : Pour chaque période de production électrique présentée sur la figure 2.44, la production et les températures de face arrière et avant sont calculées ainsi que les écartstypes ( $\sigma$ ).

T <sub>air</sub> (	°C)	$P_{pv}$ (	(W)	$\varphi$ (W	· m <sup>-2</sup> )		$\overline{T}_{pv,back}$ (°C)			$T_{pv,front}$ (°C)	
Set point	Meas.	Avg.	σ	Avg.	σ	-	avg.	σ	-	avg.	σ
5	6,2	143,4	1,38	1046	5,83		49,85	0,18		55,52	0,25
10	11,2	139,5	0,89	1049	3,62		54,27	0,14		60,07	0,25
15	16,2	140,0	0,96	1063	3,94		59,53	0,11		65,2	0,23
20	21,2	134,8	1,37	1033	6,74		62,77	0,42		68,32	0,44
25	26,2	135,6	1,74	1039	4,8		67,57	0,25		72,97	0,54
30	31,2	134,1	0,89	1039	5,47		71,78	0,16		76,97	0,24







(b) Essai avec une température d'air régulée à 15 °C et 20 °C



(c) Essai avec une température d'air régulée à 25 °C et 30 °C

FIG. 2.44. : Essai avec une température d'air régulée de 5 °C à 30 °C. Pour chaque essai, deux cycles sont effectués. Au début de chaque cycle, la production électrique est désactivée et le panneau est illuminé. Ensuite la production électrique est activée. Les résultats sont synthétisés dans le tableau 2.8.



(a) Température de face arrière du panneau en fonction de la température d'air dans la chambre. La relation entre  $\overline{T}_{back,pv}$  et  $T_{air}$  est linéaire et les coefficients de regression de la courbe représentée par  $\overline{T}_{back,pv} = f(T_{air}) = a \cdot T_{air} + b$  sont : a = 0,873 et b = 45,68 °C.



(b) Différence entre la température de face arrière du panneau et de la température d'air en fonction de la température d'air. La relation entre T<sub>back,pv</sub> - T<sub>air</sub> et T<sub>air</sub> est linéaire et les coefficients de regression de la courbe représentée par T<sub>back,pv</sub> - T<sub>air</sub> = f(T<sub>air</sub>) = a ⋅ T<sub>air</sub> + b sont : a = -0, 13 et b = 45,68 °C.

FIG. 2.45. : Évolution de  $\overline{T}_{back,pv}$  et  $\overline{T}_{back,pv} - T_{air}$  en fonction de la température d'air



FIG. 2.46. : Le rendement électrique est calculé pour différentes températures du panneau  $(\overline{T}_{v,back})$ . Le résultat attendu est une décroissance linéaire du rendement électrique avec la température du panneau, en accord avec la formule usuelle du rendement :  $\eta = \eta_{ref}(1 - \beta(T_{pv} - T_{ref})).$ 

## 2.5.5. Caractérisations électriques

De nombreuses études ont été menées pour évaluer un éventuel gain de performance sur le rendement électrique de panneaux photovoltaïques installés sur des parcelles de différentes natures : revêtement réfléchissant, végétalisation etc. Dans ce cadre, ces études comparent souvent des parcelles de différents types entre elles et plusieurs panneaux photovoltaïques sont utilisés afin d'avoir des résultats en simultanée. L'obtention de résultats à des instants comparables est capitale en environnement réaliste car les conditions météorologiques sont très variables et il serait très difficile de comparer des résultats provenant de différentes parcelles à différents instants. Cependant, dans l'objectif d'obtenir des résultats pour plusieurs parcelles aux mêmes instants, cela implique l'utilisation de plusieurs panneaux photovoltaïques. Or les panneaux photovoltaïques, bien que produits à la chaîne par les fabricants, peuvent présenter des différences de performances initiales entre eux. C'est pourquoi, avant toute chose, il est important de passer par une phase de comparaison des panneaux photovoltaïques pour des conditions similaires : éclairement, vitesse du vent, température de l'air, installation etc. À ce titre, la chambre climatique utilisée et présentée dans la partie précédente est un outil tout à fait adapté pour cette démarche. Ainsi, les cinq panneaux installés en toiture sur les parcelles expérimentales du Cerema (Tomblaine, France), présentées précédemment, ont été caractérisés électriquement dans la chambre climatique. En particulier, les caractéristiques I-V ont été tracées pour les cinq panneaux pour différentes températures de panneau. Ceci a permis de comparer les points de fonctionnement de puissance maximale pour les cinq panneaux et de déceler d'éventuels écarts de performance.

Pour réaliser ces caractéristiques I-V, l'élévateur de tension présenté précédemment, visible sur la figure 2.38, a été utilisé. L'élévateur est alimenté par une source externe et les bornes DC du panneau photovoltaïque sont raccordées au boîtier. Sur les bornes de sortie du convertisseur, une charge électrique est connectée. Pour nos essais, nous avons utilisé une lampe halogène de 300 W.

Les résultats sont synthétisés dans la tableau 2.9 pour une température de panneau en face arrière de 30 °C. Il est constaté que les écarts puissances électriques au point de fonctionnement maximal atteintes par les cinq panneaux sont inférieurs à 2 W ce qui représente tout de même un écart de l'ordre de 3 %. D'après la littérature (voir la section 1.5.1.3), les bénéfices attendus de l'association panneaux photovoltaïques - toiture végétalisée se situent entre 0 % et et 8,3 %. Par conséquent, les résultats expérimentaux par la suite devront être discutés au regard de cette marge d'erreur entre les puissances atteintes par les cinq panneaux photovoltaïques.

Тав. 2.9. : Puissance atteinte au MPF	' par les ci	inq panneaux j	photovoltaïques.
---------------------------------------	--------------	----------------	------------------

Type de parcelle	Puissance au MPI
Argile Expansée	61,32
Gravier	61,30
Stock 60	62,40
Témoin	62,44
Coolroof	62,13

# 2.6. Conclusions

Ce chapitre a permis de présenter la plateforme expérimentale installée au Cerema à Tomblaine (France). Tout d'abord, la structure interne des différents types de parcelles expérimentales a été rappelée dans la section 2.2. Le site expérimental possède plusieurs parcelles de nature différente, certaines sont végétales (*Argile Expansée*, *Stock 40*, *Stock 60* et *Plateau Calcaire*) et d'autres non (*Bitume*, *Gravier* et *Coolroof*). Les parcelles végétales sont de nature **semiextensive**, ce qui implique une faible épaisseur du substrat (entre 5 cm et 30 cm en général) et une végétation peu dense et à faible hauteur. La végétation est composée d'herbacées et de plantes grasses (majoritairement des sédums). La particularité de cette étude est l'association d'un panneau photovoltaïque à une parcelle de type végétal. C'est pourquoi une instrumentation a été mise en place sur les différences parcelles afin de comparer les performances énergétiques de ces dernières entre elles. La particularité des parcelles végétalisées impliquent des capteurs spécifiques comme les capteurs de teneur en eau volumique ou encore de potentiel matriciel. La spécificité de cette instrumentation est l'installation de capteurs à boule chaude prêtés par le CSTB (Nantes) sur le panneau qualifié de *Témoin*. Le pas d'acquisition est également très différent de tous les autres capteurs : il est de 100 ms afin de capturer les effets de la turbulence dans les mesures. Les panneaux sont de la marque Recom-Sillia et ont une puissance crête de 310 W. Au total, cinq panneaux photovoltaïques ont été installés sur la plateforme, sur les parcelles *Argile Expansée*, *Stock 60*, *Gravier*, *Bitume* et *Coolroof*, ce qui permet une inter-comparaison des performances énergétiques des différentes associations.

Le climat de type **semi-continental** offre des amplitudes de température d'air relativement importantes entre les saisons. Au niveau des précipitations, la zone nancéienne est plutôt bien pourvue avec 759 mm de précipitations cumulées en moyenne. En revanche, cette région ne bénéficie pas d'un ensoleillement optimal comme on pouvait s'y attendre. En particulier, il est visible que cet ensoleillement est très variable sur une année avec la période estivale nettement plus ensoleillée que la période hivernale. En moyenne, il y a 1652 heures d'ensoleillement par an ce qui est légèrement en-dessous de la moyenne nationale de 1973 heures. Les tendances pour l'écoulement d'air sont également présentés pour le site avec une tendance forte de vent provenant d'une direction Sud. Les mois les plus venteux sont en période hivernale et on note un étalement assez important des intensités en été d'après les analyses statistiques présentées dans ce chapitre.

Les mesures des propriétés optiques ont été réalisées au LEMTA. En revanche, la partie expérimentation (section 2.5.4) a été effectuée au Cerema en chambre climatique. Les objectifs de cette étude spécifique étaient la caractérisation thermique et électrique d'un panneau photovoltaïque en conditions contrôlées afin de s'affranchir des fluctuations importantes des variables météorologiques en environnement. Grâce à l'utilisation de la chambre climatique, il a été possible d'extraire la constante thermique du panneau photovoltaïque qui est de l'ordre de 9 minutes en moyenne d'après les essais réalisés. L'impact de la convection forcée a également été étudiée et la décroissance exponentielle de la température du panneau avec la vitesse du vent a été confirmée. Enfin, l'impact de la production électrique sur le bilan thermique du panneau photovoltaïque a été quantifié avec en moyenne une baisse de 3 °C en face avant et 3,7 °C en face arrière. Cet effet est clairement visible sur les cycles de production et de non-production électriques réalisés. Finalement, la caractérisation électrique à l'aide des caractéristiques I-V a permis de mettre en évidence de légères différences de production électrique (inférieures à 2 W) entre les panneaux pour des conditions externes identiques par ailleurs. Ceci sera utile par la suite lorsque les performances énergétiques des panneaux seront comparées entre elles.

# Références

[1] Alain DEGIOVANNI et Yves JANNOT. *Thermal properties measurement of materials*. John Wiley & Sons, 2018.

- [2] Jannik HEUSINGER et Stephan WEBER. «Surface energy balance of an extensive green roof as quantified by full year eddy-covariance measurements». In : *Science of the Total Environment* 577 (2017), p. 220-230.
- [3] Shahzada Pamir ALY, Said AHZI et Nicolas BARTH. «Effect of physical and environmental factors on the performance of a photovoltaic panel». In : *Solar Energy Materials and Solar Cells* 200 (2019), p. 109948.
- [4] Soualmi HAMOU, Saadi ZINE et Rahmani ABDELLAH. «Efficiency of PV module under real working conditions». In : *Energy Procedia* 50 (2014), p. 553-558.
- [5] Wilhelm DURISCH et al. «Efficiency model for photovoltaic modules and demonstration of its application to energy yield estimation ». In : *Solar energy materials and solar cells* 91.1 (2007), p. 79-84.
- [6] MS NAGHAVI et al. «Experimental and numerical assessments of underlying natural air movement on PV modules temperature». In : *Solar Energy* 216 (2021), p. 610-622.
- [7] Eleni KAPLANI et S KAPLANIS. «Thermal modelling and experimental assessment of the dependence of PV module temperature on wind velocity and direction, module orientation and inclination ». In : *Solar Energy* 107 (2014), p. 443-460.
- [8] N DABAGHZADEH et M ESLAMI. «Temperature distribution in a photovoltaic module at various mounting and wind conditions : a complete CFD modeling». In : *Journal of Renewable and Sustainable Energy* 11.5 (2019), p. 053503.
- [9] S ARMSTRONG et WG HURLEY. «A thermal model for photovoltaic panels under varying atmospheric conditions». In : *Applied thermal engineering* 30.11-12 (2010), p. 1488-1495.
- [10] Marek JASZCZUR et al. «An experimental and numerical investigation of photovoltaic module temperature under varying environmental conditions». In : *Heat Transfer Engineering* 42.3-4 (2021), p. 354-367.
- [11] Thomas VILLEMIN et al. «Thermal characterization of a photovoltaic panel under controlled conditions». In : *Renewable Energy* 198 (2022), p. 28-40.

# Chapitre 3

# Modélisation des transferts thermiques et hydriques

3.1.	Introdu	action	112
3.2.	Transfe	erts couplés de chaleur et de masse au sein d'une toiture végétale extensive	e 113
	3.2.1.	Modélisation des transferts thermiques	113
	3.2.2.	Modélisation des transferts de masse	114
	3.2.3.	Transferts couplés de chaleur et de masse	118
	3.2.4.	Développement d'un modèle couplé d'une toiture végétale	121
3.3.	Introdu	action à la méthode de Monte Carlo	123
	3.3.1.	Un peu d'histoire	123
	3.3.2.	Méthode de Monte Carlo	124
	3.3.3.	Monte Carlo appliqué à la thermique	127
	3.3.4.	Un premier exemple : simulation des ombrages	133
	3.3.5.	Un deuxième exemple : évaluation de la luminance dans une couche semi-infinie purement absorbante en 1D	133
	336	Un troisième exemple : modèle conducto-convectif d'une plaque plane	155
	5.5.0.	en régime transitoire	134
	3.3.7.	Un quatrième exemple : diffusion avec amplification	136
3.4.	Modèl	e conducto-convectif d'un panneau photovoltaïque résolu par la méthode	
	de Mo	nte Carlo	142
	3.4.1.	Bilan d'énergie du système	142
	3.4.2.	Modélisation du terme source	143
	3.4.3.	Modélisation de la température de ciel	144
	3.4.4.	Modélisation du transfert convectif	145
	3.4.5.	Modélisation du vieillissement des cellules	146
	3.4.6.	Modélisation du dépôt de poussière et du nettoyage	146
3.5.	Conclu	isions	148

Références
------------

Tout problème bien posé est à moitié résolu.

Henri Bergson

# Notations

Symbole	Description	Unité
$\beta_{pv}$	Coefficient de température du panneau	$^{\circ}C^{-1}$
$C_{10-2.5}$	Concentration en PM 10	$kg \cdot m^{-3}$
$C_{2,5}$	Concentration en PM 2,5	$kg \cdot m^{-3}$
$C_D$	Coefficient de traînée	
D	Coefficient de diffusion	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}^{-1}$
$C_p$	Capacité calorifique à pression constante	$\mathbf{J} \cdot \mathbf{kg}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1}$
δ	Pas de la marche en conduction	m
$\delta_r$	Pas de réinjection en conduction	m
$\Delta t$	Pas de temps	S
$\Delta z$	Pas d'espace	m
$D(\theta)$	Diffusivité de l'eau	kg $\cdot$ m <sup>-3</sup>
$D_v$	Coefficient de diffusion de vapeur d'eau	$kg \cdot m^{-3}$
$\eta_{pv}$	Rendement électrique du panneau	%
$\mathcal{J}_{\mathbf{k}}$	Flux de masse de l'espèce k	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
8		$m \cdot s^{-2}$
h	Hauteur de la couche de drainage	m
$J_k$	Flux massique de diffusion	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
k	Conductivité thermique	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
Κ	Conductivité hydraulique du sol	kg $\cdot$ s $\cdot$ m <sup>-3</sup>
$K_s$	Conductivité hydraulique du sol à saturation	kg $\cdot$ s $\cdot$ m <sup>-3</sup>
$L_{\nu,\omega}^{eq}$	Luminance d'équilibre	$W \cdot m^{-2} \cdot sr \cdot Hz^{-1}$
$L_v$	Chaleur latente de vaporisation	$J \cdot kg^{-1}$
M	Nombre de nœuds pour la méthode aux différences finies	-
N	Nombre de réalisations de Monte Carlo	-
<b>n</b> <sub>ext</sub>	Normale vers l'extérieur	-
ν	Fréquence	Hz
Nu	Nombre de Nusselt	-
Р	Pression totale du mélange	Pa
$\phi_{ m cd}$	Flux conductif	$W \cdot m^{-2}$
$\phi_{ m cv}$	Flux convectif	$W \cdot m^{-2}$
$\phi_{ m rad}$	Flux radiatif	$W \cdot m^{-2}$
$\phi_u^s$	Flux solaire global horizontal	$W \cdot m^{-2}$
Pr	Nombre de Prandtl	-
$p_s$	Pression de vapeur à saturation	Pa

Symbole	Description	Unité
$\psi_m$	Potentiel matriciel	$J \cdot kg^{-1}$
$p_v$	Pression partielle de vapeur	Pa
$\mathbf{q}_{\mathbf{h}}$	Flux de chaleur	$W \cdot m^{-2}$
$\mathbf{q}_{\mathbf{l}}$	Flux d'eau	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
q <sub>latente</sub>	Flux de chaleur latente	$W \cdot m^{-2}$
<b>q</b> liquide	Flux de chaleur sous forme liquide	$W \cdot m^{-2}$
<b>q</b> <sub>sensible</sub>	Flux de chaleur sensible	$W \cdot m^{-2}$
$\mathbf{q}_{\mathbf{v}}$	Flux de vapeur	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$R_a$	Constante spécifique de l'air	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Ra	Nombre de Rayleigh	-
Re	Nombre de Reynolds	-
ρ	Masse volumique	kg $\cdot$ m <sup>-3</sup>
$ ho_a$	Masse volumique de l'air	kg $\cdot$ m <sup>-3</sup>
$ ho_{\mathrm{front}}$	Réflectivité de face avant du PV	2
$ ho_v$	Masse volumique de la vapeur d'eau	kg $\cdot$ m <sup>-3</sup>
$R_v$	Constante spécifique de la vapeur d'eau	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$S_e$	Degré de saturation	$m^3 \cdot m^{-3}$
$u(t, \mathbf{x})$	Terme source dans le bilan hydrique du sol	$kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$
SR	Soiling Ratio	-
Т	Témpérature	K
$T_{\rm air}$	Température de l'air	К
heta	Teneur en eau	$m^3 \cdot m^{-3}$
$ heta_{ m fc}$	Teneur en eau à la capacité au champ	$m^3 \cdot m^{-3}$
$\theta_r$	Teneur en eau résiduelle	$m^3 \cdot m^{-3}$
$ heta_s$	Teneur en eau à saturation	$m^3 \cdot m^3$
$\theta$	Variable aléatoire de la température	-
U	Vitesse à 10 mètres	$\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1}$
$u_{\star}$	Vitesse de friction	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$
$\mathbf{v}$	Vitesse moyenne barycentrique	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$
$v_d$	Vitesse de déposition	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$
$\mathbf{v}_{\mathbf{k}}$	Vitesse de l'espèce k	$m \cdot s^{-1}$
$\mathbf{v}^{\mathrm{diff}}_{\mathbf{k}}$	Vitesse de diffusion de l'espèce k	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$
$V_{pv}$	Volume du PV	m <sup>3</sup>
$v_s$	Vitesse de sédimentation	$m \cdot s^{-1}$
W	Direction échantillonée	-
w	Masse totale de depôt de poussières	kg
$Y_k$	Fraction massique	-

# 3.1. Introduction

Comme expliqué dans le chapitre 1, l'évaluation de la performance énergétique des systèmes photovoltaïques en fonction de leurs conditions d'implantation reste un enjeu important et dépend de nombreux paramètres. En effet, les paramètres météorologiques, l'environnement direct des panneaux photovoltaïques ou encore le type de technologie utilisé vont impacter la production électrique. Dans le présent chapitre, les éléments de modélisation à l'échelle d'un panneau photovoltaïque et de son environnement immédiat sont détaillés (voir figure 3.1). Tout d'abord, le modèle couplé de transferts de chaleur et de masse pour la surface de la toiture est développé, en particulier dans le cadre d'une toiture de type végétale. Ensuite, les bases théoriques de la méthode de Monte Carlo, au cœur du modèle thermique mis en place dans cette thèse, sont explicitées. Enfin, le modèle Monte Carlo du bilan thermique d'un panneau photovoltaïque en conditions réelles est expliqué.



FIG. 3.1. : Développement d'un modèle thermique à l'échelle du panneau en configuration réelle

# 3.2. Transferts couplés de chaleur et de masse au sein d'une toiture végétale extensive

Dans cette première partie, les phénomènes thermiques et hydriques mis en jeu au sein du système toiture végétale sont rappelés. La prise en compte des transferts hydriques, notamment de vapeur d'eau, est essentielle dans la compréhension de la dynamique du système. En fonction du type de couverture végétale, l'évapotranspiration peut être dominée par la transpiration ou l'évaporation. L'originalité du système est le couplage des deux modes de transfert par la présence d'eau sous forme liquide et vapeur.

# 3.2.1. Modélisation des transferts thermiques

Les transferts thermiques au sein du substrat sont régis par l'équation de la chaleur (3.1), déjà introduite dans le chapitre 1.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$
(3.1)

#### 3.1 Méthodes numériques

Pour résoudre l'équation de la chaleur, une équation aux dérivées partielles parabolique, plusieurs méthodes numériques sont envisageables, la plus connue est celle des différences finies car elle permet de résoudre facilement ce type d'équation. La méthode des volumes finis est également très souvent utilisée et s'écrit à partir d'une intégration de l'équation de la chaleur sur des volumes de contrôle en utilisant le théorème de Gauss (l'intégrale sur le volume de la divergence du flux de chaleur est égale à l'intégrale sur la surface du flux de chaleur). Finalement, cette méthode revient à simplement écrire un bilan d'énergie sur chaque cellule élémentaire où la variation de l'énergie de la cellule est égale au flux net aux surfaces de la cellule. Dans une situation où le problème se résout en une dimension, la méthode des volumes finis conduit au même type de système d'équations que la méthode des différences finies. Dans la section 3.3.6, un schéma de type *différences finies* est mis en place pour résoudre l'équation de la chaleur en 1D.

où  $\rho$  (kg · m<sup>-3</sup>) est la masse volumique du substrat,  $C_p$  (J · K<sup>-1</sup> · kg<sup>-1</sup>) est la capacité calorifique du substrat, z est la coordonnée spatiale (m) et T est la température du substrat selon la coordonnée z. Les conditions aux limites de l'équation (3.1) sont imposées à la surface entre le substrat, l'atmosphère, la face inférieure et peuvent être de plusieurs types (température imposée, flux imposé, etc).

## 3.2.2. Modélisation des transferts de masse

Dans la suite de ce travail, il est nécessaire de décrire les transferts hydriques en régime transitoire car le milieu de la toiture végétale est soumis aux conditions météorologiques fluctuantes. Différents échanges vont apparaître entre la toiture végétale et le milieu extérieur. Dans cette section, nous nous intéressons aux transferts de nature hydrique, sous forme liquide ou vapeur.

#### 3.2.2.1. Propriétés physiques des sols non-saturés

Avant de présenter l'équation régissant les transferts hydriques dans un sol non-saturé en eau, nous explicitons les grandeurs physiques couramment utilisées dans ce domaine. La première grandeur rencontrée en transferts hydriques est la *teneur en eau volumique*  $(m^3 \cdot m^{-3})$  correspondant au rapport du volume d'eau dans le sol sur le volume total considéré.

$$\theta = \frac{V_l}{V_{tot}} \tag{3.2}$$

D'autres grandeurs sont définies à partir de la teneur en eau :

- la teneur en eau à la *capacité au champ*  $(\theta_{fc})$ ;
- la teneur en eau à saturation  $(\theta_s)$ ;
- la teneur en eau résiduelle  $(\theta_r)$ ;
- la teneur en eau au point de flétrissement  $(\theta_f)$ .

La première correspond à la teneur en eau après irrigation à saturation et 48h de séchage. La seconde grandeur est la teneur maximale qui peut être atteinte dans le sol considéré. La teneur résiduelle est l'eau restante dans le sol pour un sol très sec. La teneur en eau au point de flétrissement correspond à la quantité en dessous de laquelle les plantes ne peuvent plus puiser l'eau du sol car en quantité insuffisante et dépend du type de plantes.

Le degré de saturation  $S_e$  (m<sup>3</sup> · m<sup>-3</sup>) est défini par :

$$S_e = \frac{\theta}{\theta_s} \tag{3.3}$$

Une autre grandeur couramment utilisée pour les transferts hydriques est le *potentiel de l'eau* correspondant à l'énergie potentielle de l'eau dans le sol. Cette grandeur peut prendre plusieurs unités : énergie par unité de masse  $(J \cdot kg^{-1})$ , énergie par unité de volume  $(J \cdot m^{-3})$ , pression (Pa) (encart 3.2). Elle est souvent décomposée en plusieurs composantes :

- *Potentiel gravitaire*  $(\psi_g)$ : travail nécessaire pour déplacer de manière réversible une unité de quantité d'eau de l'état de référence (souvent prise à la surface du sol) jusqu'à l'altitude du point considéré dans le sol. La valeur du potentiel gravitaire est négative.
- *Potentiel osmotique* ( $\psi_o$ ) : dépend des concentrations en solutés dans l'eau et est généralement négligeable devant les autres potentiels. Sa valeur est négative.
- *Potentiel matriciel*  $(\psi_m)$ : forces de tension superficielle entre les phases liquide, solide et gazeuse. Sa valeur est négative pour un sol non-saturé.
- *Potentiel hydrostatique* ( $\psi_h$ ) : correspond à la pression exercée par la colonne d'eau située au-dessus du point considéré dans le sol. Sa valeur est positive pour un sol saturé.

Le potentiel total dans le sol est la somme des potentiels précédemment décrits selon l'équation (3.4).

$$\psi_{tot} = \psi_g + \psi_o + \psi_m + \psi_h \tag{3.4}$$

Généralement dans un sol non-saturé, le potentiel gravitaire et le potentiel de pression (pression matricielle pour un sol non-saturé, pression hydrostatique pour un sol saturé) sont très supérieurs aux autres potentiels.

La pression matricielle dépend fortement de la teneur en eau dans le sol  $(m^3 \cdot m^{-3})$  et la relation entre ces deux grandeurs est décrite par la courbe de rétention d'eau du sol. À noter que pour les plantes, il y a également le potentiel de turgescence qui dépend également de la teneur en eau. La courbe de rétention varie avec les propriétés du sol considéré et plusieurs fonctions ont été développées pour la décrire et sont présentées ci-dessous.

**Campbell** L'équation de Campbell (CAMPBELL et SHIOZAWA [1]) exprime la dépendance de la teneur en eau au potentiel par une loi puissance :

$$\theta = \begin{cases} \theta_s \left(\frac{\psi_m}{\psi_e}\right)^{-1/b} & \text{si } \psi_m \ge \psi_e \\ \theta_s & \text{si } \psi_m < \psi_e \end{cases}$$

#### **3.2 Unités du potentiel matriciel**

Il est possible de repasser à un potentiel matriciel en J  $\cdot$  m<sup>-3</sup> ou en J  $\cdot$  N<sup>-1</sup> (équivalent à des m) à tout moment en multipliant ou divisant par la masse volumique de l'eau (kg  $\cdot$  m<sup>-3</sup>). Cette remarque est aussi valable pour le passage d'une conductivité hydraulique en m  $\cdot$  s<sup>-1</sup> en utilisant la masse volumique du sol (kg  $\cdot$  m<sup>-3</sup>) et la constante de pesanteur g (m  $\cdot$  s<sup>-2</sup>).

#### van Genuchten

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \frac{1}{\left(1 + (\alpha \psi_m)^n\right)^m}$$
(3.5)

où  $\alpha$ , n, m,  $\theta_s$  et  $\theta_r$  sont les cinq paramètres à calibrer pour le modèle de van Genuchten. En général, la restriction m = 1 - 1/n est imposée afin d'obtenir des résultats plus stables.

#### **Ippisch-van Genuchten**

$$\theta = \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \frac{1}{S_e} \left( 1 + (\alpha \psi_m)^n \right)^{-m} & \text{si } \psi_m \ge \psi_e \\ 1 & \text{si } \psi_m < \psi_e \end{cases}$$

Le potentiel de l'eau est très important lorsqu'on considère les flux d'eau dans un sol nonsaturé car ces flux sont créés par les gradients de potentiel, notamment du potentiel matriciel et du potentiel gravitaire. Dans la suite, on considère les équations avec un potentiel en  $J \cdot kg^{-1}$  et une conductivité hydraulique en kg · s · m<sup>-3</sup>.

Les gradients de potentiel dans le sol permettent donc d'expliquer la mise en mouvement de l'eau. Ces déplacements sont compensés par les frottements visqueux entre l'eau et le sol vu comme un milieu poreux. Le flux d'eau s'obtient en multipliant le gradient du potentiel matriciel et par la conductivité hydraulique du sol, c'est la loi de Darcy (3.6):

$$\mathbf{q}_{\mathbf{l}} = -K\nabla\psi \tag{3.6}$$

où  $\mathbf{q_l}$  est le flux d'eau en kg  $\cdot$  m<sup>-2</sup>  $\cdot$  s<sup>-1</sup>. Cette description linéaire du flux d'eau dans le sol est valide lorsque la taille des pores est suffisamment petite pour considérer que la vitesse est faible et que le flux d'eau n'est pas turbulent.

Lorsque le sol n'est pas saturé, les pores de plus grande taille commencent à se vider et les gradients de potentiel au sein du sol sont plus importants. Cependant, dans le même temps, la conductivité hydraulique diminue très fortement (de façon plus importante que l'augmentation du gradient du potentiel) et le flux résultant diminue. De façon analogue aux fonctions développées pour la courbe de rétention du sol, des travaux similaires se sont attachés à la description de l'évolution de la conductivité hydraulique en fonction du potentiel matriciel. Il existe trois modèles principaux : les modèles de Campbell, de Mualem-van Genuchten et Ippisch-Mualem-van Genuchten.

#### Campbell

$$K(\psi) = \begin{cases} K_s \left(\frac{\psi_e}{\psi_m}\right)^{2+3/b} & \text{si } \psi_m < \psi_e \\ \theta_s & \text{si } \psi_m \ge \psi_e \end{cases}$$

L'intérêt principal de la formulation de Campbell d'un point de vue implémentation numérique est que cette formule est analytiquement dérivable ou intégrable.

#### **Mualem-van Genuchten**

$$K(\theta) = K_s S_e^l \left[ \frac{\int_{\theta_r}^{\theta} \frac{1}{\psi_m} d\theta}{\int_{\theta_r}^{\theta_s} \frac{1}{\psi_m} d\theta} \right]^2$$
(3.7)

avec  $\theta_r$  est la teneur en eau résiduelle,  $\theta_s$  est la teneur en eau du sol à saturation et l un paramètre du sol décrivant son degré de tortuosité (description de la connectivité des pores entre eux).

#### **Ippisch-Mualem-van Genuchten**

$$K(\psi) = \begin{cases} K_s \left[ \frac{1 - (1 - (S_e S_c)^{1/m})^m}{1 - (1 - S_c^{1/m})^m} \right]^2 & \text{si } S_e < 1\\ K_s & \text{si } S_e \ge 1 \end{cases}$$

#### 3.2.2.2. Équation du transfert hydrique en régime transitoire

Comme nous l'avons vu précédemment, le flux d'eau dans un milieu non-saturé est donné par l'équation (3.6) où le flux est dirigé selon les gradients de potentiel de l'eau. De façon analogue aux transferts thermiques, l'équation régissant les transferts hydriques au sein d'un sol non-saturé s'obtient à partir d'un bilan de masse sur un volume donné et à un instant donné.

En écrivant un bilan de masse sur la quantité d'eau contenue dans le volume élémentaire dV(t) = dxdydz à l'instant *t*, on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{V(t)} \rho_l \theta(t) \mathrm{d}V = -\int_{\partial S(t)} \mathbf{q}_{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{n}_{ext} \mathrm{d}S + \int_{V(t)} u(t, \mathbf{x})$$
(3.8)

où  $\mathbf{n}_{ext}$  est la normale orientée vers l'extérieur du volume et  $u(t, \mathbf{x})$  est un terme source (extraction par les racines des plantes par exemple).

Soit après réécriture sous forme locale :

$$\rho_l \frac{\partial \theta(t)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q_l} + u(t, \mathbf{x})$$
(3.9)

Finalement, en utilisant l'expression de  $q_1$  donnée par Darcy dans (3.6), l'expression finale pour les transferts hydriques dans un milieu non-saturé est donnée par l'équation (3.10).

$$\rho_l \frac{\partial \theta(t)}{\partial t} = \nabla \cdot K(\psi) \psi + u(t, \mathbf{x})$$
(3.10)

En exprimant maintenant le potentiel hydrique comme la somme du potentiel matriciel et du potentiel gravitaire (avec l'axe des z orienté vers le haut et l'origine prise à la surface du sol), nous obtenons l'expression classique de l'équation de Richards sous la forme dite *mixte* avec la dérivée par rapport au temps de la teneur en eau.

$$\rho_l \frac{\partial \theta(t)}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ K(\psi_m) \left( \nabla \psi_m - g \right) \right]$$
(3.11)

avec *g* la constante de pesanteur (m  $\cdot$  s<sup>-2</sup>).

En définissant la *capacité* comme la dérivée de la teneur en eau par rapport au potentiel matriciel  $C(\psi) = \frac{d\theta}{d\psi}$ , il est également possible d'avoir une équation uniquement sur le potentiel matriciel :

$$\rho_l C(\psi_m) \frac{\partial \psi_m(t)}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ K(\psi_m) \left( \nabla \psi_m - g \right) \right]$$
(3.12)

Une troisième forme, moins courante, est basée uniquement sur l'utilisation de la teneur en eau  $\theta$  en introduisant la diffusivité de l'eau  $D = \frac{K}{C}$ :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ D(\theta) \left( \nabla \theta - g \right) \right]$$
(3.13)

L'équation de Richards, que ce soit la forme mixte (équation (3.11)), la forme basée sur  $\psi$  (équation (3.12)) ou encore la forme basée sur  $\theta$  (équation (3.13)), est une équation aux dérivées partielles du second ordre non-linéaire à cause de la dépendance non-linéaire de la conductivité hydraulique (resp. de la capacité et de la diffusivité) au potentiel matriciel (resp. à la teneur en eau).

## 3.2.3. Transferts couplés de chaleur et de masse

Maintenant que les fondamentaux des transferts thermiques et hydriques ont été introduits pour un sol non-saturé, il s'agit de coupler ces transferts sous forme de chaleur, d'eau liquide et de vapeur d'eau. Le couplage a lieu notamment au travers du transport de chaleur latente, au niveau de la surface supérieure où se trouve l'atmosphère mais également au sein du sol. La compréhension du transport de chaleur latente est capitale pour la bonne compréhension du comportement thermique et hydrique du substrat de la toiture végétale d'une part mais également pour l'évaluation d'un éventuel bénéfice au niveau de la production électrique du panneau photovoltaïque. En effet, une des hypothèses de départ est que le panneau photovoltaïque va bénéficier du flux de chaleur latente (évaporation du sol et transpiration des plantes). Par conséquent, l'évaluation de ce dernier est un enjeu majeur dans ce type d'applications et sera traité plus précisément dans les sous-sections suivantes.

Comme il a été montré précédemment, le flux de transfert d'eau sous forme liquide est régi par l'équation de Richards et le flux d'eau s'exprime en calculant le gradient du potentiel de l'eau. Dans le cadre de ce travail, le potentiel est constitué du potentiel matriciel ( $\psi_m$ ) et du potentiel gravitaire ( $\psi_g$ ) et le flux s'exprime selon l'équation (3.6).

Pour ce qui est du transfert de chaleur, il est nécessaire de distinguer le flux de chaleur sensible du flux de chaleur latente. Le flux de chaleur sensible est décrit par la loi de Fourier en conduction et résulte donc d'un gradient de température dans le milieu 3.2.1. En revanche, le flux de chaleur latente correspond à l'évaporation de l'eau liquide ou à la condensation de la vapeur d'eau contenue dans le milieu. Les transferts de chaleur peuvent également intervenir par le transport de chaleur par l'eau sous forme liquide lorsque le flux est suffisant pour créer un mouvement global de convection. Ce dernier terme est en général négligeable dans le cas d'un milieu non-saturé comme c'est le cas ici. Finalement, le flux de chaleur ( $q_h$ ) s'exprime comme la somme de ces trois flux (équation (3.14)).

$$\mathbf{q}_{\mathbf{h}} = \mathbf{q}_{\text{sensible}} + \mathbf{q}_{\text{latente}} + \mathbf{q}_{\text{liquide}} \tag{3.14}$$

Le flux de chaleur latente s'exprime en multipliant le flux de vapeur d'eau ( $q_v$ ) par la chaleur latente de vaporisation ( $L_v$ ) (3.15).

$$\mathbf{q}_{\mathsf{latente}} = L_v \mathbf{q}_{\mathbf{v}} \tag{3.15}$$

où  $L_v$  est la chaleur latente de vaporisation de l'eau en J  $\cdot$  kg<sup>-1</sup>.

Le flux de chaleur de vapeur est classiquement divisé en deux composantes : une première pour le transport isotherme de vapeur  $(\mathbf{q}_{\mathbf{v},\mathbf{i}})$  et une seconde pour le flux de vapeur induit par les gradients de température dans le sol  $(\mathbf{q}_{\mathbf{v},\mathbf{T}})$ .

Ce travail a été proposé pour la première fois par de PHILIP et DE VRIES [2] et complété par la suite, notamment dans le modèle développé par DEL BARRIO [3]. Afin de faire apparaître la séparation entre le transport de vapeur par le gradient de température et le transport de vapeur isotherme, on considère le mélange binaire de gaz parfaits constitué d'air et de vapeur d'eau. La densité de l'air est notée  $\rho_a$  et celle de la vapeur d'eau  $\rho_v$ . La vitesse de l'espèce k est notée  $\mathbf{v}_k$  et la vitesse moyenne barycentrique du mélange est définie par  $\mathbf{v} = \sum_{i=k}^N Y_k \mathbf{v}_k$  où  $Y_k = \frac{m_k}{m}$ est la fraction massique de l'espèce k (rapport de la masse de l'espèce k sur la masse totale du mélange). La vitesse de diffusion de k est égale à  $\mathbf{v}_k^{\text{diff}} = \mathbf{v}_k - \mathbf{v}$ . Le flux massique de diffusion est donné par  $\mathbf{J}_k = \rho_k \mathbf{v}_k^{\text{diff}}$  et s'exprime en kg  $\cdot$  m<sup>-2</sup>  $\cdot$  s<sup>-1</sup>. Finalement, le flux de masse de l'espèce k s'écrit selon l'équation (3.16).

$$\mathcal{J}_{\mathbf{k}} = \rho_k \mathbf{v} + \mathbf{J}_{\mathbf{k}} \tag{3.16}$$

et  $J_k$  est donné par la loi de Fick (3.17).

$$\mathbf{J}_{\mathbf{k}} = -D_k \rho \nabla Y_k \tag{3.17}$$

où  $D_k$  est le coefficient de diffusion du mélange et  $\rho$  sa masse volumique. Il est maintenant possible d'écrire le flux de vapeur d'eau (3.18) et le flux d'air (3.19) dans le sol.

$$\mathcal{J}_{\mathbf{v}} = \rho_v u - D \frac{\partial \rho_v}{\partial z} \tag{3.18}$$

$$\mathcal{J}_{\mathbf{a}} = \rho_a u - D \frac{\partial \rho_a}{\partial z} \tag{3.19}$$

Par ailleurs, on peut considérer que dans ces conditions les gaz se comportent comme des gaz parfaits et donc (3.20).

$$\rho_v = \frac{p_v}{R_v T} \qquad \qquad \rho_a = \frac{p_a}{R_a T} \tag{3.20}$$

et la pression totale du mélange est la somme des pressions partielles des deux constituants :  $P = p_v + p_a$ .

Dans la suite, on considère que les transferts se font dans la direction z orientée vers le haut (vers l'atmosphère). Les expressions précédentes écrites sous forme vectorielle peuvent donc se réécrire sous forme scalaire en projetant sur l'axe z. On peut supposer que le transfert total d'air est nul ce qui se traduit par  $\mathcal{J}_a = 0$ . De l'expression de  $\mathcal{J}_a$  donnée précédemment, nous en déduisons l'expression de la vitesse moyenne barycentrique u selon l'équation (3.21).

$$u = \frac{D}{\rho_a} \frac{\partial \rho_a}{\partial z}$$
(3.21)

Dans l'hypothèse où les pores qui composent le sol sont très petits, la pression totale P reste constante avec la profondeur ((3.22)).

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \tag{3.22}$$

Sous cette hypothèse, il est alors possible de réécrire et simplifier l'expression de la densité de flux  $\mathcal{J}_v$  (3.23).

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{v} &= \rho_{v} \frac{D}{\rho_{a}} \frac{\partial \rho_{a}}{\partial z} - D \frac{\partial \rho_{v}}{\partial z} \\ &= \rho_{v} D \frac{1}{\rho_{a}} \frac{\partial \rho_{a}}{\partial z} - D \frac{\partial \rho_{v}}{\partial z} \\ &= \frac{p_{v} D}{R_{v} T P - p_{v}} \frac{\partial P - p_{v}}{\partial z} - \frac{D}{R_{v} T} \frac{\partial p_{v}}{\partial z} \\ &= -\frac{p_{v} D}{R_{v} T (P - p_{v})} \frac{\partial p_{v}}{\partial z} - \frac{D}{R_{v} T} \frac{\partial p_{v}}{\partial z} \\ &= -\left(\frac{p_{v} D}{R_{v} T (P - p_{v})} + \frac{D}{R_{v} T}\right) \frac{\partial p_{v}}{\partial z} \\ &= -\frac{P D}{R_{v} T (P - p_{v})} \frac{\partial p_{v}}{\partial z} \end{aligned}$$
(3.23)

En utilisant l'équation de Clausius-Clapeyron :

$$\frac{d\ln p_s}{dT} = \frac{L_v}{R_v T^2} \tag{3.24}$$

Et l'équation de Kelvin :

$$p_v = p_s \exp\left(\frac{\psi}{R_v T}\right) \tag{3.25}$$

Nous obtenons les dérivées partielles de la pression de vapeur à saturation et du potentiel par rapport à z (en supposant que  $\psi$  ne dépend que de la température et de la teneur en eau  $\theta$ ) (3.26).

$$\frac{\partial p_s(T(z))}{\partial z} = \frac{\partial p_s}{\partial T} \frac{dT(z)}{dz} \qquad \qquad \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\partial \psi}{\partial T} \frac{dT}{dz} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \qquad (3.26)$$

En utilisant ces relations et en remplaçant dans l'expression de  $\mathcal{J}_v$ , les calculs de  $\frac{\partial p_v}{\partial z}$  suivent :

$$\frac{\partial p_{v}}{\partial z} = \frac{\partial p_{s}}{\partial z} \exp\left(\frac{\psi}{R_{v}T}\right) + p_{s} \exp\left(\frac{\psi}{R_{v}T}\right) \frac{1}{R_{v}} \left[-\frac{\psi}{T^{2}} \frac{dT}{dz} + \frac{1}{T} \frac{\partial \psi}{\partial z}\right] \\
= \frac{\partial p_{s}}{\partial T} \frac{dT}{dz} \exp\left(\frac{\psi}{R_{v}T}\right) + p_{v} \frac{1}{R_{v}} \left[-\frac{\psi}{T^{2}} \frac{dT}{dz} + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial \psi}{\partial T} \frac{dT}{dz} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}\right)\right] \\
= \frac{\partial \ln p_{s}}{\partial T} \frac{dT}{dz} p_{s} \exp\left(\frac{\psi}{R_{v}T}\right) + p_{v} \frac{1}{R_{v}} \left[-\frac{\psi}{T^{2}} \frac{dT}{dz} + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial \psi}{\partial T} \frac{dT}{dz} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}\right)\right] \\
= \frac{L_{v} p_{v}}{R_{v}T^{2}} \frac{dT}{dz} + \frac{p_{v}}{R_{v}T} \left[-\frac{\psi}{T} \frac{dT}{dz} + \frac{\partial \psi}{\partial T} \frac{dT}{dz} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}\right]$$
(3.27)

Finalement, en négligeant  $\frac{\psi}{T} - \frac{\partial \psi}{\partial T}$  devant  $\frac{L_v}{T}$  (hypothèse valide pour des potentiels hydriques supérieurs à 10<sup>4</sup> m), l'expression de la densité de flux massique est donnée par l'équation (3.28).

$$\mathcal{J}_{v} = -\frac{PDp_{v}}{R_{v}^{2}T^{2}} \left[ \frac{L_{v}}{T} \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} + \frac{\partial\psi}{\partial\theta} \frac{\partial\theta}{\partial z} \right]$$
(3.28)

En identifiant les coefficients de diffusion devant  $\frac{dT}{dz}$  et  $\frac{\partial \theta}{\partial z}$ , nous obtenons les équations pour  $D_{v,T}$  et  $D_{v,i}$ :

$$D_{v,T} = -\frac{PDp_v}{R_v^2 T^3 (P - p_v)} \qquad \qquad D_{v,i} = -\frac{DPp_v}{R_v^2 T^2 (P - p_v)} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \qquad (3.29)$$

Le flux de chaleur  $\mathbf{q}_{\mathbf{h}}$  s'exprime alors selon l'équation (3.30) en négligeant les transferts dus à la convection de l'eau sous forme liquide ( $\mathbf{q}_{\text{liquide}}$ ) :

$$\mathbf{q_h} = -k\nabla T + L_v \left( -D_{v,i} \frac{\partial \theta}{\partial z} - D_{v,T} \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} \right)$$
(3.30)

Il est maintenant possible d'écrire le système d'équations aux dérivées partielles couplées décrivant les transferts de chaleur et de masse au sein du substrat de la toiture végétale (3.31).

$$\begin{cases} (\rho C_p)_{eq} \frac{\partial T}{\partial z} = -\nabla \cdot \left[ -k\nabla T - L_v \left( D_{v,i} \frac{\partial \theta}{\partial z} - D_{v,T} \frac{dT}{dz} \right) \right] & \text{(Transferts de chaleur)} \\ \frac{\partial \theta(\psi)}{\partial t} = -\nabla \left[ -K(\psi)\nabla \psi - D_{v,i} \frac{\partial \theta}{\partial z} - D_{v,T} \frac{dT}{dz} \right] & \text{(Transferts de masse)} \end{cases}$$
(3.31)

où  $(\rho C_p)_{eq} = \rho_s C_s x_s + \rho_w C_w \theta(\psi)$  est la chaleur spécifique équivalente du milieu avec une partie solide (indice *s*) et une partie liquide (indice *w*) et où  $x_s$  est la fraction solide du sol.

## 3.2.4. Développement d'un modèle couplé d'une toiture végétale

Dans ce travail, nous faisons l'hypothèse de transferts thermique et hydrique en 1D au sein de la toiture végétale. Cette hypothèse est généralement acceptable pour ce type de structure du fait de la faible épaisseur du substrat de toiture végétale de l'ordre de 10 cm à 15 cm. Le modèle développé pour la couche végétale et le substrat s'appuie sur les éléments présentés dans la section 3.2. Pour résoudre le système d'équations couplé donné par l'équation (3.31), il faut

spécifier des conditions aux limites et des conditions initiales pour les transferts thermique et hydrique. Pour les transferts thermiques, on spécifiera généralement une température (condition de Dirichlet), alors que pour les transferts hydriques les conditions aux limites sont souvent données en valeur de potentiel. À la condition limite supérieure, au niveau de la végétation, les précipitations vont s'infiltrer dans le substrat et une partie va être stockée au sein du milieu alors qu'une autre partie va soit s'évacuer par évapotranspiration vers l'atmosphère soit s'évacuer vers la couche de drainage si celle-ci n'est pas saturée. Pour calculer le flux d'évapotranspiration en surface, nous utilisons les résistances aérodynamique et de surface du sol ainsi que la différence de concentration en vapeur d'eau entre la surface et l'air. La résistance de surface du sol dépend de la teneur en eau dans le substrat. À la condition limite inférieure, une condition de type seepage est imposée où une valeur de potentiel limite est fixée à partir de laquelle l'eau va s'écouler vers la couche de drainage. Cette valeur de potentiel limite est donnée en cm et dépend de la hauteur d'eau admissible dans la couche de drainage. Si la couche de drainage n'est pas prise en compte, une condition à la limite inférieure du substrat de type free drainage correspondant à un gradient du potentiel égal à l'unité est appliquée. Le code permettant de résoudre le système (3.31) est développé en language Python et une procédure itérative permet de résoudre le système couplé sur la teneur en eau et la température au sein du substrat.

#### 3.2.4.1. Modèle conceptuel de la couche de drainage

Pour la couche de substrat, le système d'équations physiques (3.31) est résolu par une méthode déterministe (différences finies en 1D) par une procédure itérative afin de coupler les bilans thermique et hydrique. Pour la couche de drainage, un simple modèle *conceptuel* (résolution du bilan hydrique à l'aide d'une vision par réservoirs connectés sans utiliser de lois physiques) est introduit ici et dans lequel la variable d'intérêt est la quantité ou la hauteur d'eau dans cette couche (voir la figure 3.2). Lorsque le bas du substrat devient saturé, l'eau peut s'écouler vers la couche de drainage. Une partie de l'eau présente dans la couche de drainage peut remonter dans le substrat par évaporation. Dans les simulations présentées dans le chapitre 4, le modèle conceptuel de la couche de drainage n'est pas encore mis en place à ce stade de notre travail mais le sera par la suite.

Sur la figure 3.2, tous les flux sont en mm avec P les précipitations, ET l'évapotranspiration depuis la surface du substrat,  $R_{inf}$  la quantité d'eau qui ruisselle du substrat vers la couche de drainage,  $E^{\uparrow}$  la quantité d'eau qui remonte de la couche de drainage vers le substrat par évaporation de l'eau,  $D_{surf}$  et  $D_{drain}$  les quantités d'eau qui ruissellent depuis la surface du substrat et entre le substrat et la couche de drainage.

Un modèle conceptuel de la couche de drainage consiste à résoudre l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = R_{inf} - E^{\uparrow} - D_{drain} \tag{3.32}$$



FIG. 3.2. : Modèle *conceptuel* de la couche de drainage avec suivi de l'évolution des variables  $\theta$  (teneur en eau dans la substrat) et *h* (hauteur d'eau dans la couche de drainage).

# 3.3. Introduction à la méthode de Monte Carlo

Dans cette section, nous rappelons les éléments essentiels et nécessaires à la compréhension de la méthode de Monte Carlo, méthode largement utilisée dans le reste de ce travail pour résoudre le bilan thermique d'un panneau photovoltaïque mais aussi à l'échelle du bilan thermique d'un bâtiment ou d'une cellule photovoltaïque. La méthode est d'abord présentée dans un cadre très général puis l'application à des problématiques de thermique est présentée dans la section 3.3.3. Quatre exemples d'application sont ensuite mis en place afin d'illustrer la mise en place de ce travail.

## 3.3.1. Un peu d'histoire

La méthode de Monte Carlo (MMC) a été développée par Von Neumann, Metropolis et Ulam au milieu du 20ème siècle et a trouvé des applications dans de nombreux domaines de la physique : neutronique, transferts radiatifs, etc. Le principe fondamental de cette méthode est d'évaluer une grandeur en l'exprimant sous la forme de l'espérance d'une variable aléatoire. Un des avantages de cette méthode est d'obtenir non seulement une estimation de la grandeur d'intérêt mais également un intervalle de confiance de cette estimation. C'est cette particularité qui lui a donné le statut de méthode de référence dans le domaine des transferts radiatifs par exemple, là où les méthodes déterministes ne sont pas capables de fournir cet enrichissement. Par ailleurs, la méthode de MC est insensible à la complexité géométrique de la scène étudiée et à ses dimensions (VILLEFRANQUE et al. [4]). Dans ce chapitre, la méthode de Monte Carlo est utilisée pour résoudre le bilan thermique d'un panneau photovoltaïque en un seul algorithme permettant de coupler les différents modes de transferts thermiques (conductif, radiatif, convectif). Cette approche a déjà été appliquée avec succès pour différentes applications : en milieu urbain (VILLEFRANQUE et al. [5]), en milieux poreux (SANS et al. [6]), pour des applications solaires (FARGES, BÉZIAN et EL HAFI [7]).

### 3.3.2. Méthode de Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo fait usage de deux théorèmes mathématiques bien connus dans les disciplines des probabilités et des statistiques : la **loi des grands nombres** et le **théorème central limite**.

#### 3.3.2.1. Loi des grands nombres et théorème central limite

Dans la suite, la variable aléatoire est notée W et l'observable d'intérêt est notée m. Le principe de la méthode est donc d'estimer m en l'écrivant comme l'espérance de la variable aléatoire W.

$$m = \mathbb{E}[W] \tag{3.33}$$

L'idée de la méthode est générer aléatoirement N réalisations indépendantes et identiquement distribuées  $w_i$  de la variable aléatoire W. D'après la loi des grands nombres, l'estimateur recherché de l'observable m est donné par la moyenne arithmétique de ces réalisations successives :

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} w_i$$
 (3.34)

D'après la loi des grands nombres, cet estimateur converge presque sûrement vers la moyenne de la variable aléatoire *W*.

À titre indicatif, on pourrait également interpréter m comme une réalisation de la variable aléatoire M et dans ce cas, il serait possible de faire plusieurs réalisations de la variable aléatoire M. En pratique, il ne faut pas faire cela car les réalisations successives  $m_N$  de M seront toutes très proches et n'apporteront pas d'informations supplémentaires.

On peut vérifier que l'estimateur obtenu de cette manière est non-biaisé, c'est-à-dire que son espérance est égale à l'espérance de la variable aléatoire de départ (*W* ici).

$$\mathbb{E}[M] = \mathbb{E}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}w_i\right] \stackrel{=}{\underset{\text{i.i.d.}}{=}} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathbb{E}[w_i] = \mathbb{E}[W]$$
(3.35)

L'estimateur de la variable aléatoire W est donc non-biaisé car l'espérance de M est égale à celle de W.

#### 3.3.2.2. Intervalles de confiance

Comme expliqué précédemment, un des intérêts de cette méthode est l'obtention d'un écarttype en plus de l'estimation de l'observable. Cet écart-type permet ensuite de construire un intervalle de confiance.

**Théorème 1 (Théorème Central Limite)** Soit une suite  $(W_n)$  de variables aléatoires réelles, indépendantes et identiquement distribuées suivant la variable aléatoire W de densité de probabilité  $p_W$ , d'espérance m et d'écart-type  $\sigma_W$ . On pose

$$M_N = \frac{W_1 + \ldots + W_N}{N} \qquad \qquad Z_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{M_N - Nm}{\sigma_W}$$

Alors la suite  $(Z_N)_{N \ge 1}$  converge en loi vers une variable aléatoire Z dont la loi de probabilité est définie par la loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0, 1)$ .

Pour obtenir un intervalle de confiance, nous calculons la variance de notre estimateur M selon l'équation :

$$\mathbb{V}[M] = \mathbb{V}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}w_i\right] = \frac{1}{N}\mathbb{V}[W]$$
(3.36)

On en déduit l'écart-type  $\sigma_M$  :

$$\sigma_M = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\mathbb{V}[W]} \tag{3.37}$$

Il est possible d'évaluer cet écart-type en utilisant la *variance empirique* obtenue à partir de l'échantillon selon l'équation :

$$\sigma_M = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2} - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i\right)^2$$
(3.38)

L'intervalle de confiance  $I_X$  est donné par l'équation :

$$I_X = [m - \epsilon \sigma_M, m + \epsilon \sigma_M] \tag{3.39}$$

où  $\epsilon$  est un nombre réel strictement positif tel que  $\mathbb{P}(|X| > \epsilon) = \alpha$  avec X une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0, 1)$  et  $\alpha$  la valeur du risque (typiquement  $\alpha = 0, 05$ ). Cet intervalle de confiance signifie que la probabilité que *m* appartienne à  $I_X$  est égale à  $1 - \alpha$ .

#### 3.3.2.3. Approche intégrale

La reformulation du problème sous sa forme intégrale est largement exploitée dans le cadre de cette méthode et de ce travail car elle permet de faire apparaître les densités de probabilités devant le poids de chaque réalisation :

$$m = \int_{\mathcal{D}_W} \underbrace{\mathrm{d}w p_W(w)}_{\substack{\text{échantillonnage de Monte Carlo}} w} \underbrace{w}_{poids de} (3.40)$$

où  $p_W(w)$  est la densité de probabilité de la variable aléatoire W définie sur  $\mathcal{D}_W$  et w est le poids de la réalisation.

Un premier exemple d'application de la méthode de Monte Carlo et de l'approche intégrale est présenté ici. Nous cherchons à déterminer une valeur approchée du nombre  $\pi$ . Pour cela, nous allons définir deux variables aléatoires X et Y définies sur [0, 1].

Il est possible d'obtenir une estimation du nombre  $\pi$  en sachant que la surface d'un quart de disque de rayon unité est égale à  $\frac{\pi}{4}$ . La formulation intégrale de la grandeur recherchée *m* s'écrit selon l'équation :

$$m = \int_{\mathcal{D}_{\mathcal{C}}} \mathrm{d}\mathbf{r} \tag{3.41}$$

où  $\mathcal{D}_{\mathcal{C}}$  est le domaine de définition de l'ensemble des points appartenant au quart de disque de rayon unité.

On peut réécrire cette intégrale sur le domaine  $\mathcal{D} = [0, 1] \times [0, 1]$  (carré de côté 1) (3.42).

$$m = \int_{\mathcal{D}} \mathrm{d}\mathbf{r}\mathcal{H}[\mathbf{r} \in \mathcal{D}_{\mathcal{C}}] = \int_{0}^{1} \int_{0}^{1} \mathrm{d}x \mathrm{d}y f(x, y)$$
(3.42)

avec la fonction f donnée par l'équation :

$$f(x,y) = \mathcal{H}[\mathbf{r} \in \mathcal{D}_{\mathcal{C}}] = \begin{cases} 1 & \text{si } x^2 + y^2 \leq 1\\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
(3.43)

On introduit à cette étape les densités de probabilité sur les variables aléatoires X et Y, notées respectivement  $p_X$  et  $p_Y$ . Le choix des densités de probabilité dépend du problème considéré et certaines lois sont plus adaptées que d'autres en termes de temps de convergence et parfois même de praticabilité. Dans cet exemple très simple, nous faisons le choix de densités de probabilité uniformes sur [0, 1] qui sont donc tout simplement définies par les équations :

$$\forall x \in [0, 1] : p_X(x) = 1 \forall y \in [0, 1] : p_Y(y) = 1$$
 (3.44)

Ce qui donne l'expression finale de m :

$$m = \int_0^1 \int_0^1 dx dy p_X(x) p_Y(y) \frac{f(x, y)}{p_X(x) p_Y(y)}$$
(3.45)

$$= \int_0^1 \int_0^1 dx dy p_X(x) p_Y(y) w(x, y)$$
(3.46)

avec  $w(x, y) = \frac{f(x,y)}{p_X(x)p_Y(y)} = f(x, y)$  le poids de la réalisation de l'algorithme de Monte Carlo. L'estimateur non-biaisé de *m* est donné par l'équation :

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} w(x_i, y_i)$$
(3.47)

où N est le nombre de réalisations et  $x_i$ ,  $y_i$  sont échantillonnés selon les densités de probabilités uniformes  $p_X$  et  $p_Y$  sur l'intervalle [0, 1].

Avec N = 10000, on obtient une estimation du nombre  $\pi : M = 3, 14184 \pm 0, 0052$ . Le résultat graphique de cette estimation est montrée sur la figure 3.3 où le poids 1 est attribué aux points rouges (dans le quart de cercle unité) et le poids 0 est attribué aux points bleus (en-dehors du quart de cercle).

#### 3.3.2.4. Intérêts de la méthode dans ce travail

Dans ce travail de thèse, la méthode de Monte Carlo est appliquée pour résoudre des problèmes multi-physiques et multi-échelles et présente un certain nombre d'avantages par rapport aux méthodes déterministes. En effet, la mise en place de cette méthode stochastique permet de s'affranchir des questions de complexité géométrique et d'obtenir l'évaluation de diverses grandeurs physiques sans limitations sur les échelles spatiales et temporelles. Dans le chapitre 5, nous illustrerons sur une application d'évaluation d'énergie produite par un panneau photovoltaïque la force de la méthode de Monte Carlo pour évaluer cette grandeur sur une longue durée sans coût de calcul supplémentaire. La méthode est de type point sonde, ce qui signifie que nous obtenons une estimation de la grandeur en un point donné de la géométrie. Ceci peut avoir des avantages



FIG. 3.3. : Estimation du nombre  $\pi$  par la méthode de Monte Carlo avec 10000 réalisations. Les points en rouge sont dans le quart de cercle de rayon unité alors que les points bleus sont en-dehors.

lorsque la résolution de l'ensemble du champ n'est pas intéressante mais c'est également une limite dans le cas contraire.

La méthode de Monte Carlo n'empêche pas le couplage avec d'autres méthodes déterministes : par exemple les calculs de convection avec des logiciels de mécanique des fluides (OpenFoam®, Fluent®, COMSOL®). Un autre avantage de cette méthode est la relative facilité de couplage des transferts thermiques : conduction, convection, rayonnement et flux externes (voir la section 3.3.3). La prise en compte des transferts radiatifs est à la base de cette méthode. Cela permet une résolution simple et plus précise en comparaison avec d'autres modes de calculs. Les phénomènes d'ombrage sont ainsi très naturellement observés grâce à cette méthode (voir exemple dans la section 3.3.4). Enfin, on peut mentionner que la méthode permet d'étudier un système possédant une grande complexité tout en conservant toutes les informations dans les données d'entrée (paramètres météorologiques par exemple).

# 3.3.3. Monte Carlo appliqué à la thermique

Dans cette partie, nous présentons les éléments essentiels à la compréhension de la méthode de Monte Carlo appliquée à la simulation des transferts thermiques. Dans ce cadre, les transferts conductifs et convectifs sont linéaires et nous procédons à une linéarisation du transfert radiatif autour d'une température de référence. Cette dernière hypothèse est possible dans les applications où les différences et les niveaux de température sont faibles entre le système et son environnement. Dans ce chapitre, le système est considéré comme un milieu solide opaque, ainsi il n'y aura pas de terme source dans l'équation de la chaleur correspondant à une contribution radiative en volume. Les conditions aux limites sont de type Dirichlet (température imposée) ou de type Robin (typiquement pour le transfert convectif). La condition initiale en température est uniforme en volume dans nos applications mais pourrait dépendre de l'espace en toute généra-lité. Le couplage entre les différents modes de transferts aux interfaces est interprété de façon

probabiliste en exploitant la continuité du flux à ces interfaces.

#### 3.3.3.1. Chemin conductif

Pour un domaine solide, le bilan d'énergie local est donné par l'équation (3.48) qui correspond simplement à l'équation de la chaleur.

$$\rho C_p \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = k \nabla^2 T(\mathbf{x}, t) + \mathcal{S}(\mathbf{x}, t)$$
(3.48)

En exprimant le laplacien de la température avec un schéma de type différences finies (encart 3.1) en trois dimensions selon le repère défini par la base orthonormée ( $e_x$ ,  $e_y$ ,  $e_z$ ) on obtient l'équation (3.49).

$$\rho C_p \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \frac{k}{\delta^2} \left( T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{x}}, t) + T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{y}}, t) + T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{z}}) - 6T(\mathbf{x}, t) \right) + S(\mathbf{x}, t)$$

$$= -\alpha \left[ T(\mathbf{x}, t) - \left( T^{\star}(\mathbf{x}, t) + \frac{\delta^2}{6k} S(\mathbf{x}, t) \right) \right]$$
(3.49)

où  $T^{\star}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{6} \left( T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{x}}, t) + T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{y}}, t) + T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{z}}) \right)$  et  $\alpha = \frac{6k}{\rho C_p \delta^2}$ .

Comme le repère orthonormé  $(e_x, e_y, e_z)$  peut être choisi quelconque, la température  $T^*(\mathbf{x}, t)$  est interprétée à chaque pas de la marche en conduction comme la température moyenne sur la sphère centrée sur  $\mathbf{x}$  dont le rayon est  $\delta$ , le pas de la marche diffusive. Dans la suite, on note  $T^*(\mathbf{x}, t) = \int_{4\pi} d\omega p_{\Omega}(\omega) T(\mathbf{x} + \delta\omega, t)$ . En utilisant ensuite la formule de Duhamel, l'expression de la température à la position  $\mathbf{x}$  et à l'instant t s'écrit selon l'équation (3.50).

$$T(\mathbf{x},t) = T(\mathbf{x},t_{I}) \exp\left(-\alpha(t-t_{I})\right) + \int_{t_{I}}^{t} dt' \alpha \exp\left(-\alpha(t-t')\right) \left(T^{\star}(\mathbf{x},t') + \frac{\delta^{2}}{6k}S(\mathbf{x},t')\right)$$

$$= \int_{t-t_{I}}^{+\infty} d\tau \alpha \exp\left(-\alpha\tau\right) + \int_{0}^{t-t_{I}} d\tau \alpha \exp\left(-\alpha\tau\right) \left(T^{\star}(\mathbf{x},t-\tau) + \frac{\delta^{2}}{6k}S(\mathbf{x},t-\tau)\right)$$

$$= \int_{0}^{+\infty} d\tau \alpha \exp\left(-\alpha\tau\right) \left[\mathcal{H}(\tau-(t-t_{I}))T(\mathbf{x},t_{I}) + \mathcal{H}((t-t_{I})-\tau)\left[T^{\star}(\mathbf{x},t-\tau) + \frac{\delta^{2}}{6k}S(\mathbf{x},t-\tau)\right]\right]$$

$$= \int_{0}^{+\infty} d\tau p_{\mathcal{T}}(\tau) \left[\mathcal{H}(\tau-(t-t_{I}))T(\mathbf{x},t_{I}) + \mathcal{H}((t-t_{I})-\tau)\left[T^{\star}(\mathbf{x},t-\tau) + \frac{\delta^{2}}{6k}S(\mathbf{x},t-\tau)\right]\right]$$

$$= \int_{0}^{+\infty} d\tau p_{\mathcal{T}}(\tau) \left[\mathcal{H}(\tau-t)T_{I}(\mathbf{x}) + \mathcal{H}(t-\tau)\left[T^{\star}(\mathbf{x},t-\tau) + \frac{\delta^{2}}{6k}S(\mathbf{x},t-\tau)\right]\right]$$
(3.50)

Dans l'équation (3.50), il est supposé que l'instant initial est  $t_I = 0$  et que la température à la condition initiale est  $T_I(\mathbf{x})$ .  $p_T(\tau) = \alpha \exp(-\alpha \tau)$  est une densité de probabilité exponentielle dont le paramètre est  $\alpha = \frac{6k}{\rho C_p \delta^2}$ . Enfin, l'expression (3.50) est reformulée pour aboutir à une expression probabiliste. Le point clé de cette reformulation est l'utilisation de la double randomization (MAIRE et NGUYEN [8] et Bossy et al. [9]) permettant d'évaluer une suite d'intégrales en une seule réalisation. L'expression finale de la température en  $\mathbf{x}$  et au temps t est donnée dans l'équation (3.51). L'algorithme 1 est l'algorithme correspondant à la marche en conduction.
$$T(\mathbf{x},t) = \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\tau p_{\mathcal{T}}(\tau) \left[ \mathcal{H}(\tau-t)T_I(\mathbf{x}) + \mathcal{H}(t-\tau) \left[ T^{\star}(\mathbf{x},t-\tau) + \frac{\delta^2}{6k} \mathcal{S}(\mathbf{x},t-\tau) \right] \right]$$
(3.51)

Algorithme 1 : Description de l'algorithme de Monte Carlo pour le chemin en conduc-

tion 1 Initialiser C = 02 while  $t > t_I$  do Échantillonner  $\tau$  selon la densité de probabilité exponentielle  $p_{\mathcal{T}}$ 3  $t = t - \tau$ 4 if  $t < t_I$  then 5  $m = T(\mathbf{x}, t_I) + C$ 6 else 7 Échantillonner  $\omega$  selon la densité de probabilité  $p_{\Omega}$ 8  $\mathbf{x} = \mathbf{x} + \delta \boldsymbol{\omega}$ 9  $C = C + \frac{\delta^2}{6k} \mathcal{S}(\mathbf{x}, t)$ 10

### 3.3.3.2. Couplage des modes de transfert aux interfaces

Lorsque le chemin conductif décrit précédemment atteint une interface du milieu solide, une reformulation de l'équation de continuité des flux à l'interface permet de l'interpréter de manière probabiliste en faisant apparaître des probabilités de poursuivre le chemin en conduction (on parlera alors de réinjection), en convection ou en rayonnement. Dans les deux derniers cas, et spécifiquement pour nos applications, les températures d'échanges par convection ou rayonnement étant connues, le chemin s'arrêtera. La position à l'interface est notée y et l'équation de continuité en cette position pour une interface donnée est donnée par l'équation (3.52). La situation correspondante est illustrée sur la figure 3.4.

$$\phi_{cd}(\mathbf{y}) = \phi_{cv}(\mathbf{y}) + \phi_{rad}(\mathbf{y})$$
$$\iff -k\nabla T(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{n} = \phi_{cv}(\mathbf{y}) + \int_{2\pi} d\omega \int_0^\infty d\nu \,\epsilon \left( L_{\nu,\omega}^{eq}(\mathbf{y}) - L_{\nu,-\omega}(\mathbf{y}) \right) |\omega \cdot \mathbf{n}| \tag{3.52}$$

où **n** est le vecteur normal à la surface à la position **y**.

Pour décrire le flux radiatif, on introduit la température de brillance  $(T_{R,\omega,\nu}(\mathbf{y}))$  qui est la température que devrait avoir un corps noir pour émettre cette même luminance :

$$L_{\nu,\omega}^{eq}(\mathbf{y}) = L_{\nu}^{eq}(T_{R,\omega,\nu}(\mathbf{y})) = L_{\nu,\omega}(T(\mathbf{y}))$$
(3.53)

La luminance à l'équilibre peut être linéarisée autour d'une température de référence notée  $T_{ref}$  selon l'équation :

$$L_{\nu}^{eq}(T(\mathbf{y})) \approx L_{\nu}^{eq}(T_{\text{ref}}) + \frac{\partial L_{\nu}^{eq}}{\partial T} \bigg|_{T_{\text{ref}}} (T_{R,\omega,\nu}(\mathbf{y}) - T_{\text{ref}})$$
(3.54)



FIG. 3.4. : Équation de continuité à l'interface entre le domaine solide et domaine fluide. Dans cette situation, la température radiative est  $T_{sky}$  (température du ciel considéré comme un corps noir) et la température de l'air  $T_{air}$ .  $\phi_{LW}^{\downarrow}$  est le flux radiatif aux grandes longueurs d'onde. Les flux convectif et radiatif à la position y sont notés  $\phi_{cv}(y)$  et  $\phi_{rad}(y)$  respectivement.

En considérant que le milieu entre le système et le vide spatial est un milieu transparent et que les surfaces environnantes sont noires, la luminance incidente s'écrit selon l'équation :

$$L_{\nu,-\omega}(\mathbf{y}) = L^{eq}(T_{R,-\omega,\nu}) = L_{\nu}^{eq}(T_{\text{ref}}) + \frac{\partial L_{\nu}^{eq}}{\partial T} \Big|_{T_{\text{ref}}} (T_{R,-\omega,\nu} - T_{\text{ref}})$$
(3.55)

Finalement, l'équation de continuité des flux s'exprime par l'équation :

$$\phi_{\rm cd}(\mathbf{y}) = \phi_{\rm cv}(\mathbf{y}) + \int_{2\pi} \mathrm{d}\omega \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\nu \frac{\partial L_{\nu}^{eq}}{\partial T} \Big|_{T_{\rm ref}} \left( T(\mathbf{y}) - T_{R,-\omega,\nu} \right)$$
(3.56)

L'étape finale consiste à reformuler l'équation (3.56) avec une vision probabiliste selon l'équation :

$$\begin{split} \phi_{cd}(\mathbf{y}) &= \phi_{cv}(\mathbf{y}) + \int_{2\pi} \mathrm{d}\omega \int_{0}^{+\infty} \mathrm{d}v \frac{\partial L_{\nu}^{eq}}{\partial T} \Big|_{T_{ref}} \left( T(\mathbf{y}) - T_{R,-\omega,\nu} \right) \\ &= \phi_{cv}(\mathbf{y}) + T(\mathbf{y}) \left[ \int_{2\pi} \mathrm{d}\omega \frac{|\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}|}{\pi} \int_{0}^{+\infty} \mathrm{d}v \epsilon \frac{\partial \pi L_{\nu}^{eq}}{\partial T} \Big|_{T_{ref}} \right] - \int_{2\pi} \mathrm{d}\omega \frac{|\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}|}{\pi} \int_{0}^{+\infty} \mathrm{d}v \epsilon \frac{\partial \pi L_{\nu}^{eq}}{\partial T} \Big|_{T_{ref}} \\ &= \phi_{cv}(\mathbf{y}) + 4\epsilon\sigma T_{ref}^{3} \left[ T(\mathbf{y}) - \int_{2\pi} \mathrm{d}\omega \frac{|\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}|}{\pi} \int_{0}^{+\infty} \mathrm{d}v \frac{\partial \pi L_{\nu}^{eq}}{\partial T} \Big|_{T_{ref}} T_{R,-\omega,\nu} \right] \\ &= \phi_{cv}(\mathbf{y}) + 4\epsilon\sigma T_{ref}^{3} \left[ T(\mathbf{y}) - \int_{2\pi} \mathrm{d}\omega p_{\Omega}(\omega) \int_{0}^{+\infty} \mathrm{d}v p_{\mathcal{N}}(\nu) T_{R,-\omega,\nu} \right] \end{split}$$
(3.57)

où  $h_{\rm rad} = 4\epsilon\sigma T_{\rm ref}^3$  est le coefficient radiatif après linéarisation. Les flux conductif ( $\phi_{\rm cd}(\mathbf{y})$ ) et convectif ( $\phi_{\rm cv}(\mathbf{y})$ ) doivent être exprimés pour obtenir l'expression finale probabilisée en y. Pour

le flux conductif, il suffit d'approcher le gradient par une discrétisation analogue à ce qui est fait en différences finies :

$$\phi_{\rm cd}(\mathbf{y}) = -k\nabla T(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{n} \approx -k \frac{T(\mathbf{y}) - T(\mathbf{y} - \delta_r \mathbf{n})}{\delta}$$
(3.58)

Pour le flux convectif, la description du coefficient d'échange  $h_{cv}$  et du gradient de température entre l'air ambiant et la surface est utilisée :

$$\phi_{\rm cv}(\mathbf{y}) = h_{\rm cv}(\mathbf{y})(T(\mathbf{y}) - T_{\rm air}) \tag{3.59}$$

La dernière étape consiste simplement à exprimer la température  $T(\mathbf{y})$  comme une pondération des différentes sources (conductive, convective, radiative) selon l'équation :

$$T(\mathbf{y},t) = \mathbb{P}_{cd}T(\mathbf{y}-\delta_r\mathbf{n}) + \mathbb{P}_{cv}T_{air}(t) + \mathbb{P}_{rad}\int_{2\pi} \mathrm{d}\omega \,p_{\Omega}(\omega)T_{R,-\omega}(t)$$
(3.60)

Avec le jeu de probabilités donné par l'équation :

$$\begin{cases} \mathbb{P}_{cd} = \frac{k/\delta_r}{k/\delta_r + h_{cv}(\mathbf{y}) + h_{rad}} \\ \mathbb{P}_{cv} = \frac{h_{cv}(\mathbf{y})}{k/\delta_r + h_{cv}(\mathbf{y}) + h_{rad}} \\ \mathbb{P}_{rad} = \frac{h_{rad}}{k/\delta_r + h_{cv}(\mathbf{y}) + h_{rad}} \end{cases}$$
(3.61)

 $\mathbb{P}_{cd}$  est la probabilité de retourner en conduction après avoir atteint l'interface en y. Dans ce cas, le chemin aléatoire se poursuit jusqu'à ce qu'une température connue du problème soit obtenue ou la condition initiale en température  $T_I$ .  $\mathbb{P}_{cv}$  est la probabilité que le chemin se poursuive en convection et dans ce cas, la température de l'air est retenue au temps courant. Enfin,  $\mathbb{P}_{rad}$  est la probabilité que le chemin se poursuive en rayonnement. Dans ce dernier cas, le chemin s'arrête car les températures radiatives d'échange entre la surface et son environnement sont connues : il s'agit soit de la température de ciel soit de la température d'une surface dont la température est connue (le sol dans le cadre de notre application).

Dans le cas où un flux supplémentaire est imposé à la surface (un flux solaire global par exemple sur la face supérieure d'un panneau photovoltaïque), il faut ajouter cette contribution à l'estimation de la température. En présence d'un flux externe prescrit et éventuellement variable dans le temps, sa prise en compte intervient lorsque le chemin aléatoire arrive atteint la surface à laquelle ce flux est incident. Une variable notée *F* est incrémentée de la quantité  $\frac{\phi_u^s(t)}{k/\delta_r+h_{cv}(y)+h_{rad}}$ . Lorsque le chemin s'arrête sur une température connue ou à la condition initiale, la valeur de *F* est ajoutée à la contribution retenue. L'écriture finale de la température à la frontière à la position y au temps *t* est donnée par l'équation (3.62). L'algorithme 2 est l'algorithme correspondant à l'évaluation de  $T(\mathbf{y}, t)$ .

$$T(\mathbf{y},t) = \mathbb{P}_{cd}T(t,\mathbf{y}-\delta_r\mathbf{n}) + \mathbb{P}_{cv}T_{air}(t) + \mathbb{P}_{rad}\int_{2\pi} d\omega \,p_{\Omega}(\omega)T_{R,-\omega}(t) + \frac{\phi_{u}^{s}(t)}{k/\delta_r + h_{cv}(\mathbf{y}) + h_{rad}}$$
(3.62)

Algorithme 2 : Description de l'algorithme de Monte Carlo pour l'évaluation de la température  $T(\mathbf{y}, t)$  à l'interface entre le domaine solide et le domaine fluide. Le flux solaire prescrit à la surface est pris en compte dans l'accumulateur noté *F*.

1 if  $\mathbf{y} \in \partial \mathcal{D}$  then Échantillonner uniformément r entre [0, 1]2  $F = F + \frac{\phi_u^s(t)}{k/\delta_r + h_{\rm cv}(\mathbf{y}) + h_{\rm rad}}$ 3 if  $r < \mathbb{P}_{cd}$  then 4  $\mathbf{y} = \mathbf{y} - \delta_r \mathbf{n}$ 5 else if  $r < \mathbb{P}_{cd} + \mathbb{P}_{cv}$  then 6  $m = T_{air}(t) + F$  (chemin convectif) 7 else 8 Échantillonner  $\omega$  selon la densité de probabilité to  $p_{\Omega}(\omega)$ 9  $m = T_{R,-\omega}(t) + F$  (chemin radiatif) 10

### 3.3.3.3. Techniques d'échantillonnage pour la marche aléatoire en conduction

Les algorithmes de marche aléatoire ont été décrits dans les sections 3.3.3.1 et 3.3.3.2 pour les chemins conductifs et la continuité des flux aux interfaces du domaine solide. Les expressions obtenues dans ces deux sous-sections ont donné lieu à l'introduction de deux paramètres  $\delta$  et  $\delta_r$ , respectivement le pas de déplacement de la marche en diffusion et le pas de réinjection dans le domaine solide depuis l'une de ses interfaces. Lorsque ces pas tendent vers zéro, l'estimation obtenue par l'algorithme de Monte Carlo converge vers la solution exacte. Évidemment, lorsque ces deux paramètres tendent vers zéro, le temps de calcul augmente. Comme pour les méthodes déterministes, un compromis entre précision et temps de calcul doit être trouvé. Dans ce travail, plusieurs valeurs de  $\delta$  et  $\delta_r$  ont été testées jusqu'à observer une convergence de la solution obtenue par Monte Carlo.

Plusieurs techniques existent pour construire une marche aléatoire en conduction. Celle qui est utilisée dans le cadre de ce travail est la marche sur  $\delta$ -sphère à pas constant  $\delta$ . À chaque fois qu'une nouvelle position doit être évaluée, une direction u est échantillonnée uniformément sur  $4\pi$  stéradians sur la sphère centrée sur la position courante. Le pas de déplacement sélectionné est calculé par :  $\delta = \min(\delta_{wos}, \delta_u, \delta_{-u})$  où  $\delta_u$  (respectivement.  $\delta_{-u}$ ) est la distance de la position courante à l'interface solide dans la direction u (respectivement dans la direction -u). Un exemple de marche aléatoire en conduction est présenté sur la figure 3.5a. La réinjection depuis l'interface est également illustrée sur la figure 3.5b avec un pas de réinjection noté  $\delta_r$ . Plus de détails sur ces techniques d'échantillonnage et de marche aléatoire pour les processus de diffusion peuvent être trouvés dans TREGAN, AMESTOY, BATI et al. [10]. La partie algorithmique développée dans ce trail de thèse s'appuie sur la bibliothèque de calculs open-source Star-Engine développée par la start-up Meso-Star<sup>1</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Méso-Star: https://www.meso-star.com/projects/misc/about-fr.html

### 3.3.4. Un premier exemple : simulation des ombrages

Pour illustrer les capacités de la méthode de Monte-Carlo et de l'environnement de calculs à résoudre des scènes complexes d'un point de vue du rayonnement, nous appliquons des lancers de rayons pour simuler l'ombrage d'une de plusieurs objets (arbres, bâtiments, etc) d'une scène sur une surface symbolisant une toiture par exemple. La scène (figure 3.6) comprend un panneau photovoltaïque, des bâtiments et des arbres décrits de façon simplifiée mais déjà suffisamment complexe pour en saisir l'intérêt. L'algorithme correspondant est algorithme 3.

Algorithme 3 : Description de l'algorithme de Monte Carlo pour l'évaluation des ombrages sur la toiture en fonction des différents obstacles présents dans la scène.  $\mathcal{D}$  est l'ensemble des obstacles de la scène (arbres, bâtiments, etc).

- 1 Échantillonner uniformément une position sur la toiture
- 2 Échantillonner une direction  $\omega$  dans l'hémisphère défini par la normale sortant à la surface
- 3 Calculer une intersection y

4 if  $\mathbf{y} \in \mathcal{D}$  then

- m = 1

## 3.3.5. Un deuxième exemple : évaluation de la luminance dans une couche semi-infinie purement absorbante en 1D

On considère un milieu semi-infini caractérisé par un coefficient d'absorption  $k_{a,v}$  soumis à une luminance incidente collimatée normale en x = 0, notée  $L_{v,0}$ . L'équation à résoudre sur la luminance pour déterminer la valeur de la luminance à une position x quelconque du milieu est donnée par l'équation de transfert radiatif (ETR). Le milieu étant purement absorbant, l'ETR prend la forme de l'équation (3.63).

$$\begin{cases} \frac{dL_{\nu}(x)}{dx} &= -k_{a,\nu}L_{\nu}(x) \\ L_{\nu}(x=0) &= L_{\nu,0} \end{cases}$$
(3.63)

La solution analytique est donnée par la loi de Bouguer (3.64).

$$L_{\nu}(x) = L_{\nu,0} \exp(-k_{a,\nu}x)$$
(3.64)

Bien que la solution analytique soit très facile à calculer dans cette configuration simplifiée, nous proposons de mettre en place l'algorithme de Monte Carlo correspondant afin d'illustrer la démarche et la méthode de résolution. Par ailleurs, la formulation intégrale et le principe de l'algorithme sont deux éléments essentiels pour comprendre les outils qui sont présentés dans cette thèse, notamment aux chapitres 3 à 5.

La formulation intégrale de l'ETR permet d'écrire l'équation (3.65).

$$L_{\nu}(x) = \int_{0}^{+\infty} \mathrm{d}l \, k_{a,\nu} \exp\left(-k_{a,\nu}l\right) \left(\mathcal{H}(l > x)L_{\nu,0} + \mathcal{H}(l < x) \times 0\right)$$
(3.65)

L'algorithme de Monte Carlo correspondant à l'équation (3.65) est donné dans l'encart algorithme 4.

Algorithme 4 : Algorithme de Monte-Carlo pour l'estimation de la luminance dans un milieu semi-infini purement absorbant en 1D

1 Échantillonner une longueur *l* selon la pdf  $p_L(l) = k_{a,v} \exp(-k_{a,v}l)$ 2 if l > x then 3  $| w = L_{v,0}$ 4 else 5 | w = 06 end

## 3.3.6. Un troisième exemple : modèle conducto-convectif d'une plaque plane en régime transitoire

Dans ce troisième exemple, la méthode de Monte Carlo est appliquée à un problème monodimensionnel en régime transitoire et est comparée à une méthode aux différences finies, également en 1D. Le système étudié consiste en une plaque opaque d'épaisseur 0,0045 m (dimension comparable à celle d'un panneau photovoltaïque usuel) et inclinée de 30° par rapport à l'horizontale. Sur la face supérieure de la plaque, un flux incident variable est appliqué et cette surface peut échanger par convection et rayonnement avec l'air ambiant et la température de ciel respectivement. Des facteurs de forme sont calculés pour la plaque pour ses différentes surfaces. Les facteurs de forme sont donnés dans l'équation (3.66) où  $\theta$  est l'angle d'inclinaison de la plaque par rapport à l'horizontale, c'est-à-dire la surface du sol.

$$F_{\text{front} \to \text{sky}} = \frac{1}{2} (1 + \cos(\theta))$$

$$F_{\text{front} \to \text{ground}} = \frac{1}{2} (1 - \cos(\theta))$$

$$F_{\text{back} \to \text{sky}} = \frac{1}{2} (1 + \cos(\pi - \theta))$$

$$F_{\text{back} \to \text{ground}} = \frac{1}{2} (1 - \cos(\pi - \theta))$$
(3.66)

Le calcul des facteurs de forme est nécessaire dans l'application de la méthode aux différences finies pour les nœuds de surface mais n'est pas nécessaire pour la méthode de Monte Carlo. En effet, pour cette dernière, lorsque les chemins aléatoires atteignent la face supérieure et inférieure de la plaque, une direction à la surface est échantillonnée dans l'hémisphère défini par la normale à cette surface. Si cette direction « pointe » vers le sol alors la température du sol est retenue pour calculer le coefficient de transfert radiatif linéarisé, sinon c'est la température du ciel qui est sélectionnée pour effectuer ce calcul de coefficient radiatif. En considérant un grand nombre de réalisations et à l'aide de la loi des grands nombres, cet algorithme permet d'avoir une évaluation statistique des facteurs de vue donnée de façon déterministe dans l'équation (3.66).

Le bilan thermique de la plaque est donné dans l'équation (3.67) qui correspond à l'équation de la chaleur dans le volume et aux conditions aux limites aux faces supérieure et inférieure.

$$\mathbf{x} \in \mathcal{D}, t \in [t_I, t_F] : \rho C_p \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\nabla \cdot (-k \nabla T(\mathbf{x}, t))$$
(3.67)

$$\mathbf{y} \in \mathcal{D}_{u}, t \in [t_{I}, t_{F}] : -k\nabla T(\mathbf{y}, t) \cdot \mathbf{n}_{\mathbf{u}} = \phi_{u}^{cv}(\mathbf{y}, t) + \phi_{u}^{rad}(\mathbf{y}, t) - \phi_{u}^{s}(t)$$
(3.68)

$$\mathbf{y} \in \mathcal{D}_b, t \in [t_I, t_F] : -k\nabla T(\mathbf{y}, t) \cdot \mathbf{n_b} = \phi_b^{\text{cv}}(\mathbf{y}, t) + \phi_b^{\text{rad}}(\mathbf{y}, t)$$
(3.69)

$$\mathbf{x} \in \mathcal{D}, t = t_I : T(\mathbf{x}, t = t_I) = T_I(\mathbf{x})$$
(3.70)

Pour l'implémentation du modèle aux différences finies en 1D nous utilisons un schéma implicite, ce choix permet de ne pas avoir de contrainte sur le pas de temps de la simulation. Dans tout ce qui suit, l'indice j réfère à la coordonnée spatiale alors que l'indice i renseigne le pas de temps auquel on se trouve. Les nœuds spatiaux sont numérotés de 1 à M.

#### 3.3.6.1. Nœuds aux interfaces

Nous présentons le schéma numérique aux différences finies pour le nœud situé à l'interface supérieur où le flux solaire est présent (la position du nœud correspondant est présenté sur la figure 3.10b avec l'indice 1). Les mêmes expressions suivent pour le nœud en face arrière à l'interface entre le milieu solide et l'air. Le bilan thermique sur le volume solide d'épaisseur  $\Delta z/2$  est donné dans les équations (3.71) et (3.72).

$$\rho C_p \frac{\Delta z}{2} \frac{T_1^{i+1} - T_1^i}{\Delta t} = \frac{\lambda}{\Delta z} (T_2^{i+1} - T_1^{i+1}) + h_{\rm cv} (T_{\rm air} - T_1^{i+1}) + h_{\rm rad} (T_{\rm sky} - T_1^{i+1}) + \phi_u^s \qquad (3.71)$$

$$T_1^{i+1}(1+\gamma\frac{\lambda}{\Delta z}+\gamma h_{\rm cv})-\gamma\frac{\lambda}{\Delta z}T_2^{i+1}=\gamma h_{\rm cv}T_{\rm air}+\gamma\phi_u^s+T_1^i \tag{3.72}$$

avec  $\gamma = \frac{2\Delta t}{\rho C_p \Delta z}$  et *i* correspond au pas de temps.

#### 3.3.6.2. Nœud en volume

On peut également écrire le bilan thermique pour un nœud compris dans le volume solide. Un tel nœud est montré sur la figure 3.10b avec le label 2. L'équation correspondant à la conservation de l'énergie pour ce nœud est donnée selon l'équation (3.73).

$$\rho C_p \Delta z \frac{T_j^{i+1} - T_j^i}{\Delta t} = \frac{\lambda}{\Delta z} (T_{j+1}^{i+1} - T_j^{i+1}) + \frac{\lambda}{\Delta z} (T_{j-1}^{i+1} - T_j^{i+1})$$
(3.73)

En introduisant la notation  $\tau = \frac{k\Delta t}{\rho C_p \Delta z^2}$ , on peut réécrire cette équation en isolant les températures au pas de temps i + 1 dans le membre de gauche et la température au pas de temps i dans le membre de droite (3.74).

$$T_j^{i+1}(1+2\tau) - \tau(T_{j+1}^{i+1} + T_{j-1}^{i+1}) = T_j^i$$
(3.74)

Les résultats du schéma numérique aux différences finies implicite et du code de Monte Carlo sont présentés sur la figure 3.8. Pour effectuer cette simulation, la température initiale de la plaque a été fixée à 304,5 K, la température de l'air à 303,15 K pour la face supérieure et 313,15 K pour la face inférieure, le flux solaire incident sur la face supérieure présente une période de 24 h et une amplitude de 1000 W  $\cdot$  m<sup>-2</sup>. Les coefficients convectifs sont 20 W  $\cdot$  K<sup>-1</sup>  $\cdot$  m<sup>-2</sup> et 10 W  $\cdot$  K<sup>-1</sup>  $\cdot$  m<sup>-2</sup> pour les faces supérieure et inférieure respectivement. Enfin, pour le calcul des facteurs de forme (3.66), l'angle d'inclinaison est de 30°. On constate un très bon accord entre le résultat obtenu par la méthode aux différences finies et celui obtenu par la MMC.

### 3.3.7. Un quatrième exemple : diffusion avec amplification

On écrit l'équation de la chaleur avec un terme d'amplification en régime transitoire selon l'équation (3.75).

$$\frac{\partial T(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 T(\mathbf{x},t) + k(\mathbf{x})T(\mathbf{x},t)$$
(3.75)

Le terme  $k(\mathbf{x})T(\mathbf{x}, t)$  correspond au terme d'amplification. Dans la suite, on note  $D = \frac{k}{\rho C_p}$  le coefficient de diffusion.

On discrétise le laplacien de la température avec un schéma de différences finies selon l'équation :

$$\nabla^2 T(\mathbf{x}, t) = \frac{T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{x}}, t) + T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{y}}, t) + T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{x}}, t) - 6T(\mathbf{x}, t)}{6\delta^2}$$
(3.76)

En utilisant cette discrétisation, l'équation (3.75) se réécrit :

$$\frac{\partial T(\mathbf{x},t)}{\partial t} = -\alpha \left[ T(\mathbf{x},t) - \frac{1}{\alpha} \left( \frac{6D}{\delta^2} T^{\star}(\mathbf{x},t) \right) \right]$$
(3.77)

où  $\alpha = \frac{6D}{\delta^2} - k(\mathbf{x})$  et  $T^{\star}(\mathbf{x}, t) = \int_{4\pi} d\boldsymbol{\omega} T(\mathbf{x} + \delta \boldsymbol{\omega}, t)$  correspond à la marche aléatoire en conduction.

En utilisant la formule de Duhamel, la température à la position  $\mathbf{x}$  et au temps t est donnée par l'équation :

$$T(\mathbf{x},t) = e^{(-\alpha(t-t_I))}T_I(\mathbf{x}) + \int_{t_I}^t du e^{(-\alpha(t-u))} \frac{6D}{\delta^2} T^{\star}(\mathbf{x},u)$$
  

$$= e^{(-\alpha(t-t_I))}T_I(\mathbf{x}) + \int_{t-t_I}^0 (-d\tau) e^{-\alpha\tau} \frac{6D}{\delta^2} T^{\star}(\mathbf{x},t-\tau)$$
  

$$= \int_{t-t_I}^{+\infty} d\tau \alpha \exp(-\alpha\tau) T_I(\mathbf{x}) + \int_0^{t-t_I} d\tau e^{-\alpha\tau} \frac{6D}{\delta^2} T^{\star}(\mathbf{x},t-\tau)$$
  

$$= \int_0^{+\infty} d\tau \alpha e^{-\alpha\tau} \left[ \mathcal{H}(\tau-(t-t_I)) T_I(\mathbf{x}) + \mathcal{H}((t-t_I)-\tau) \frac{6D}{6D-k(\mathbf{x})\delta^2} T^{\star}(\mathbf{x},t-\tau) \right] \quad (3.78)$$

On pose  $\mathbb{P}_{T}(\tau) = \alpha e^{-\alpha \tau}$  la densité de probabilité permettant de tirer aléatoirement les temps au cours du déplacement en conduction dans le volume.  $\mathbb{P}_{T}(\tau)$  est une densité de probabilité à condition que :  $\alpha > 0 \iff D > \frac{k(\mathbf{x})\delta^{2}}{6}$ .

Dans le cas où  $k(\mathbf{x}) = 0$ , on retrouve la formule classique (3.79) pour la température à la position  $\mathbf{x}$  et à l'instant t.

$$T(\mathbf{x},t) = \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\tau \mathbb{P}_{\mathrm{T}}(\tau) \left[ \mathcal{H}(\tau - (t - t_I))T_I(\mathbf{x}) + \mathcal{H}((t - t_I) - \tau)T^{\star}(\mathbf{x}, t - \tau) \right]$$
(3.79)

avec  $\alpha = \frac{6D}{\delta^2}$ . La démarche présentée ci-dessus a été implémentée dans un cas stationnaire et mono-dimensionnel (3.80).

$$\forall x \in [0, L] : D\nabla^2 \Gamma(x) + k\Gamma(x) = 0$$
(3.80)

$$\Gamma(x=0) = \Gamma_0 \tag{3.81}$$

$$\Gamma(x=L) = \Gamma_L \tag{3.82}$$

où  $\Gamma_0 = 0$ ,  $\Gamma_L = 10$  et L = 1 m.

La solution analytique de l'équation (3.80) est donnée par :

$$\Gamma(x) = \Gamma_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{D}}x\right) + \frac{\Gamma_L - \Gamma_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{D}}L\right)}{\sin\left(\sqrt{\frac{k}{D}}L\right)} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{D}}x\right) \quad \text{si } k \neq 0$$
(3.83)

$$\Gamma(x) = \frac{\Gamma_L - \Gamma_0}{L} x + \Gamma_0 \quad \text{si } k = 0$$
(3.84)

Les simulations ont été effectuées pour D = 10 et  $k \in [0, 30]$  et sont présentées sur la figure 3.9. Les résultats concordent pour les deux méthodes et les points de simulation obtenus par la méthode déterministe sont dans les barres d'erreur de ceux simulés par la MMC.



(a) Marche aléatoire en conduction selon le principe d'une marche sur sphères à pas constant  $\delta$ . Le chemin démarre à la position  $x_0$  au temps  $t_0$  et atteint la surface supérieure à la position y au temps t.



- (b) Illustration de la continuité des flux à l'interface supérieure. La température  $T(\mathbf{y}, t)$  est évaluée en pondérant les différentes sources par des probabilités associées à chacun des modes de transfert thermique.
- FIG. 3.5. : Principe de la marche aléatoire en conduction et couplage aux interfaces du solide pour les différents modes de transfert thermique.



(a) Description de la géométrie sous Blender.



(b) Visualisation des ombrages sur la toiture pour une position du soleil fixée avec une direction incidente selon  $v_s$ un.

FIG. 3.6. : Simulation des ombrages créés par divers obstacles sur une toiture et pour une direction incidente du soleil fixée.



FIG. 3.7. : Décroissance exponentielle de la luminance avec la position pour une coefficient d'absorption de  $2000 \text{ m}^{-1}$ .



FIG. 3.8. : Simulations de la température de face arrière  $T_{back}$  et comparaison des résultats entre la méthode des différences finies (schéma implicite) et la méthode de Monte Carlo.



FIG. 3.9. : Résolution d'une équation de type diffusion-amplification avec 15000 réalisations pour les simulations Monte Carlo (3.75) et comparaison avec la solution analytique pour différentes valeur de k.

# 3.4. Modèle conducto-convectif d'un panneau photovoltaïque résolu par la méthode de Monte Carlo

Dans cette section, le modèle conducto-convectif du panneau photovoltaïque est présenté et résolu par la méthode de Monte Carlo en régime transitoire. Le bilan d'énergie du système est d'abord introduit avec les conditions aux limites et la condition initiale. Les différentes étapes de modélisation du terme source (production électrique), de la température de ciel, des coefficients convectifs, du vieillissement des cellules et du dépôt de poussière sont ensuite présentées.

## 3.4.1. Bilan d'énergie du système

L'objectif du modèle 3D est d'obtenir la température du panneau photovoltaïque (attendue généralement entre -10 °C et 80 °C) en un point quelconque du panneau et à un instant donné tout en intégrant les paramètres météorologiques dans la simulation. Ce modèle est ensuite utilisé pour obtenir une estimation de la production électrique sur des périodes temporelles plus ou moins étendues (de la semaine à plusieurs années). La température du panneau  $T(\mathbf{x}, t)$  est simulée en régime transitoire en utilisant la méthode de Monte Carlo pour résoudre le bilan d'énergie. Comme expliqué précédemment et décrit dans la section 3.3.3.2, les différents modes de transferts thermiques sont couplés aux interfaces du panneau photovoltaïque. Les conditions aux limites de l'équation de la chaleur sont présentées dans les équations (3.85) à (3.89). La situation du panneau dans son environnement et la représentation des différents flux considérés sont présentées sur la figure 3.10a.

$$\mathbf{x} \in \mathcal{D}, t \in [t_I, t_F] : \rho c_p \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\nabla \cdot (-k \nabla T(\mathbf{x}, t)) + \mathcal{S}_{\text{cells}}(\mathbf{x}, t)$$
(3.85)

$$\mathbf{y} \in \mathcal{D}_{u}, t \in [t_{I}, t_{F}] : -k\nabla T(\mathbf{y}, t) \cdot \mathbf{n}_{\mathbf{u}} = \phi_{u}^{cv}(\mathbf{y}, t) + \phi_{u}^{rad}(\mathbf{y}, t) - \phi_{u}^{s}(t)$$
(3.86)

$$\mathbf{y} \in \mathcal{D}_b, t \in [t_I, t_F] : -k\nabla T(\mathbf{y}, t) \cdot \mathbf{n_b} = \phi_b^{\text{cv}}(\mathbf{y}, t) + \phi_b^{\text{rad}}(\mathbf{y}, t)$$
(3.87)

$$\mathbf{y} \in \mathcal{D}_l, t \in [t_l, t_F] : -k\nabla T(\mathbf{y}, t) \cdot \mathbf{n}_l = \phi_l^{cv}(\mathbf{y}, t) + \phi_l^{rad}(\mathbf{y}, t)$$
(3.88)

$$\mathbf{x} \in \mathcal{D}, t = t_I : T(\mathbf{x}, t = t_I) = T_I(\mathbf{x})$$
(3.89)

Le terme puits  $S_{\text{cells}}(\mathbf{x}, t)$  intervient seulement lorsque le chemin se trouve dans la couche de silicium pour prendre en compte la production électrique. Dans toutes les autres couches, ce terme est nul. Les propriétés thermiques du panneau ( $\rho, k, C_p$ ) sont résumées dans le tableau 3.2 et correspondent aux propriétés du panneau considéré comme un milieu homogène équivalent. Ces propriétés ont été mesurées au LEMTA (Nancy).

TAB. 3.2. : Propriétés thermiques et géométriques du panneau photovoltaïque. Les mesures ont été effectuées au LEMTA et ont permis d'obtenir les propriétés thermiques du panneau considéré comme un milieu homogène équivalent.

$k (\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1})$	$\rho~(\rm kg\cdot m^{-3})$	$C_p \left( \mathbf{J} \cdot \mathbf{k} \mathbf{g}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1} \right)$	$\epsilon_{\mathrm{front}}$	$\epsilon_{\mathrm{back}}$	$A(m^2)$	e (mm)
0,5	2500	813	0,91	0,92	1,64	4,5



(a) Schéma des différents transferts thermiques entre le panneau et son environnement dans une configuration *toiture*.



- (b) Flux correspondants au bilan d'énergie décrit par les équations (3.85) à (3.89) avec un zoom sur l'intérieur du panneau. Les deux nœuds décrits dans la méthode des différences finies sont aussi affichés avec leur indice respectif.
- FIG. 3.10. : Schéma des flux de chaleur et de masse entre le panneau photovoltaïque et son environnement.  $\phi_{ET}$  représente le flux de chaleur latente dirigé du sol vers l'atmosphère. Ce flux n'est pas directement considéré dans le modèle mais intervient de façon implicite dans la mesure de la température de surface du sol sous le panneau ( $T_{surface}$ ).

## 3.4.2. Modélisation du terme source

Dans le modèle présenté ici, le flux solaire est considéré en face avant du panneau comme une condition à la limite car le panneau est vu comme un milieu équivalent opaque. Des développements en prenant en compte la semi-transparence des différentes couches, notamment de la couche de verre en face avant seront présentés dans le chapitre 6. Ainsi, il n'y a pas de terme source volumique pour la partie radiative du bilan thermique. Seule la production électrique est prise en compte en volume dans la couche de silicium (le composant actif). Cette production électrique a pour effet d'abaisser la température du panneau et l'expression de ce terme est donnée dans l'équation (3.90).

$$S_{cells}(t) = \frac{\phi_u^{s,abs}(t)A_{pv}\eta_{pv}}{V_{pv}}$$
(3.90)

où  $\phi_u^{s,abs}(t) = (1 - \rho_{front})\phi_u^s(t)$  avec  $\rho_{front} = 0,05$  la réflectivité en face avant du panneau. Le flux solaire correspond généralement au flux solaire horizontal (W · m<sup>-2</sup>). Dans notre modèle le flux solaire, noté  $\phi_u^s(t)$ , est directement le flux solaire dans le plan d'incidence du panneau (ici pour un angle d'inclinaison de 30° dans la direction du sud). Le terme  $\eta_{pv}$  est le rendement de référence du panneau ( $\eta_{ref} = 18,86\%$  d'après le constructeur) et dépend linéairement de la température selon le coefficient  $\beta_{ref}$  (dont la valeur est  $\beta_{ref} = 0,004$  K<sup>-1</sup> d'après le constructeur toujours). L'équation du rendement du panneau en fonction de la température est donnée dans l'équation (3.91). La température de référence  $T_{ref}$  est la température aux conditions STC, c'est-à-dire 25 °C.

$$\eta_{pv} = \eta_{\text{ref}} \left[ 1 - \beta_{\text{ref}} (T(\mathbf{x}, t) - T_{\text{ref}}) \right]$$
(3.91)

### 3.4.3. Modélisation de la température de ciel

Le concept de température de ciel a été introduite dans le chapitre 1 dans la section 1.2.2.1. Sur la face supérieure du panneau photovoltaïque, un échange radiatif avec le ciel a lieu. Pour la face arrière, l'échange radiatif se fait majoritairement avec le sol à la température  $T_{ground}$ . Pour l'échange radiatif avec le ciel, une température  $T_{sky}$  doit être introduite. Théoriquement, cette température dépend de nombreux paramètres comme les conditions atmosphériques, la couverture nuageuse etc. Les deux équations couramment utilisées pour des conditions de ciel clair sont données par les équations (3.92) et (3.93). Inversement, pour une situation avec une couverture nuageuse importante l'équation (3.94) est plus appropriée. Cette température de ciel pourrait faire l'objet d'un travail à part entière et des améliorations peuvent être apportées en utilisant les données de nébulosité fournies par Météo-France par exemple (encart 3.3).

$$T_{\rm sky} = T_{\rm air} - 20 \tag{3.92}$$

$$T_{\rm sky} = 0,0552 \, T_{\rm air}^{1,5} \tag{3.93}$$

$$T_{\rm sky} = T_{\rm air} - 6 \tag{3.94}$$

Dans le cas où le flux radiatif aux grandes longueurs d'onde ( $\phi_{LW}^{\downarrow}$ ) est mesuré par un pyrgéomètre, il est possible de calculer directement une température de ciel équivalente corps noir en s'affranchissant des modèles décrits précédemment. La température de ciel  $T_{sky}$  est alors calculée selon l'équation (3.95).

$$T_{\rm sky} = \left(\frac{\phi_{LW}^{\downarrow}}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$$
(3.95)

### 3.3 Nébulosité

La nébulosité correspond à la fraction de la voûte céleste occultée par les nuages et se mesure en octas. L'échelle de la nébulosité couramment utilisée en météorologie s'étend de 0 octa à 9 octas. À titre d'exemple, une valeur de 1 octa signifie qu'un huitième du ciel est occupé par des nuages. On considère généralement que pour une valeur inférieure à 1 octa, le ciel est clair. La valeur de 9 octas correspond à une situation où le ciel est complétement couvert.

La différence de température entre le panneau et la température ambiante étant faible, on procède généralement à une linéarisation du transfert radiatif autour d'une température de référence en introduisant le coefficient radiatif  $h_{\rm rad}$  (les étapes de linéarisation du flux radiatif ont été présentées dans le chapitre 1). Ce coefficient joue un rôle analogue au coefficient convectif pour l'échange convectif. Cette étape de linéarisation est importante dans l'application de la méthode de Monte Carlo (section 3.3.3.2). Sans cette hypothèse de linéarisation du flux radiatif, des difficultés supplémentaires apparaissent dans l'algorithme de Monte Carlo mais peuvent être surmontées TREGAN [11]. Un coefficient radiatif linéarisé est calculé pour l'échange radiatif avec le ciel et pour l'échange radiatif avec le sol.

## 3.4.4. Modélisation du transfert convectif

Dans le présent chapitre, les flux convectifs sont modélisés en introduisant des coefficients d'échange  $(h_{cvn})$  et  $(h_{cvnf})$  pour la convection naturelle et la convection forcée. La littérature est très abondante sur les corrélations à utiliser pour calculer ces coefficients convectifs en fonction : du type de climat, du type d'installation (en toiture, au sol), de la direction du vent, etc. Les corrélations concernent les nombres adimensionnés de Rayleigh (Ra), Reynolds (Re) et Prandtl (Pr). Dans ce chapitre et pour notre configuration, les corrélations utilisées sont données par les équations (3.96) et (3.97) pour la convection naturelle et forcée respectivement.

$$Nu_{cvn} = \begin{cases} 0,76 \operatorname{Ra}^{1/4} & \text{si} & 10^4 < \operatorname{Ra} < 10^7 \\ 0,15 \operatorname{Ra}^{1/3} & \text{si} & 10^7 < \operatorname{Ra} < 3 \times 10^{10} \end{cases}$$
(3.96)

$$Nu_{cvf} = 0,86 \,\text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$$
(3.97)

Les coefficients convectifs sont ensuite calculés en utilisant le nombre adimensionné de Nusselt (Nu) :  $h_{cv} = \frac{Nu k_{air}}{L_c}$  où  $k_{air}$  est la conductivité thermique de l'air (W · m<sup>-1</sup> · K) et  $L_c$  est la longueur caractéristique du panneau (m). Enfin, pour calculer ces nombres adimensionnés, les propriétés thermophysiques de l'air doivent être calculées à la température de film notée  $T_{film}$ . Cette température se calcule généralement comme la moyenne de la température de surface et de la température du fluide (voir l'équation (3.98)). La température de la surface du panneau n'étant pas connue et pour éviter une procédure itérative, une estimation de la température de surface est utilisée pour calculer la température de film avec peu d'incidence sur l'évaluation des propriétés thermophysiques de l'air. La formule donnée par KING, KRATOCHVIL et BOYSON [12] a été utilisée et permet d'obtenir une estimation acceptable de la température en face arrière du panneau.

$$T_{\rm film} = \frac{T_{\rm amb.} + T_{\rm surf.}}{2} \tag{3.98}$$

où  $T_{\text{surf.}}$  est la température de surface du panneau.

$$T_{\text{king, back}} = T_{\text{amb}} + \phi_{\text{poa}} \exp\left(a + b(V)\right)$$
(3.99)

où  $\phi_{\text{poa}}$  (W · m<sup>-2</sup>) est le flux solaire dans le plan d'incidence du panneau (*POA* pour *Plane Of Array*), *V* est la vitesse de l'air (m · s<sup>-1</sup>), a = -3,56 et b(V) = -0,0750.

### 3.4.5. Modélisation du vieillissement des cellules

Les panneaux photovoltaïques ont vocation à être utilisés pendant plusieurs années, typiquement entre 20 et 30 ans. Cependant, dans la plupart des simulations, l'évaluation de la production d'énergie est donnée pour des périodes relativement courtes, rarement au-delà de la semaine ou du moins. À ces échelles temporelles, il est évident que l'effet du vieillissement des composants du panneau, notamment des cellules n'entre pas en considération de façon significative. Du fait de l'utilisation de la méthode de Monte Carlo dans ce travail, il est possible de s'intéresser à la production électrique sur plusieurs années sans coûts de calculs prohibitifs. Il devient alors intéressant d'introduire un éventuel effet du vieillissement des cellules sur la production électrique.

La question du vieillissement est bien connue des constructeurs de panneau photovoltaïque et la plupart d'entre eux fournissent des lois de vieillissement dans les fiches constructeurs. Dans la plupart des cas, la loi de vieillissement est une loi linéaire de décroissance du rendement électrique en fonction du temps. Dans le cas spécifique du panneau étudié, le rendement est supposé rester à 97 % durant les deux premières années de fonctionnement. Ensuite, à partir de la troisième année, une décroissance de 0,65 % par an est supposée. Après 25 années de fonctionnement, le rendement est seulement de 81,4 % par rapport au rendement initial. Ce modèle est intégré dans notre algorithme Monte Carlo pour prendre en considération cette diminution linéaire du rendement à partir de la troisième année si la simulation doit se faire sur ces échelles de temps.

La loi linéaire de décroissance est donnée par l'équation (3.100).

$$\eta_{\rm ref}(t) = 0,97 \times (1 - \alpha t) \tag{3.100}$$

où  $\alpha = 0,65\%$  et t est le temps en année et commence à t = 3.

### 3.4.6. Modélisation du dépôt de poussière et du nettoyage

Un des objectifs de la couche de verre en face avant est de transmettre le rayonnement solaire vers les cellules photovoltaïques. Cependant, en conditions réelles de fonctionnement, un dépôt de poussière plus ou moins important peut empêcher une partie du rayonnement incident d'atteindre les cellules et reste bloqué en surface. De nombreuses études dans la littérature se sont intéressées à la modélisation de ce dépôt de poussière car ce masque solaire affecte la production électrique finale (ILSE et al. [13]).

Additionnellement aux périodes de dépôt de particules sur le panneau, des épisodes de nettoyage peuvent avoir lieu, qu'ils soient naturels (précipitations) ou par des nettoyages mécaniques (OSMA-PINTO et ORDÓÑEZ-PLATA [14]). Parmi les modèles existants, ceux basés sur les quantités de matières particulaires (PM pour Particule Matter en anglais) sont les plus adaptés. Les données d'entrée de ces modèles sont les PM10, les PM2,5, la vitesse du vent et la température de l'air ambiant. Les nombres 10 et 2,5 réfèrent à la taille des particules, respectivement 10 µm et 2,5 µm. L'application d'un modèle de déposition de poussière permet d'obtenir la quantité de particules déposée sur le panneau en gramme par mètre carré. Ensuite, le *soiling ratio* (abrégé SR et compris entre 0 et 1) est calculé et appliqué comme coefficient multiplicatif sur le rayonnement solaire dans le plan d'incidence du panneau. Dans le cas où aucun dépôt de poussière n'est observé sur le panneau, le soiling ratio est égal à 1. Dans le cas où ce coefficient est égal à 0, le panneau est totalement recouvert et aucun rayonnement n'est transmis vers les cellules. En pratique et dans les configurations étudiées, ce coefficient est très rarement inférieur à 0, 5. Pour l'établissement du modèle de dépôt de poussière, nous nous appuyons sur les travaux de COELLO et BOYLE [15] qui ont démontré de bons résultats pour les applications photovoltaïques. Ce modèle se base sur la théorie couramment utilisée pour les dépôts de particules sur une surface et les détails sont présentés ci-dessous.

Le processus de dépôt de poussière sur le panneau est le résultat d'une déposition directe des particules, de leur rebond, de leur remise en suspension dans l'air. La plupart des modèles ne distinguent pas ces trois mécanismes et seule une vitesse de déposition est calculée selon l'équation (3.101).

$$v_d = \frac{1}{r_a + r_b} + v_s$$
 (3.101)

où  $r_a$  est la résistance aérodynamique (s · m<sup>-1</sup>),  $r_b$  est la résistance en régime quasi-laminaire (s · m<sup>-1</sup>) et  $v_s$  est la vitesse de sédimentation (s · m<sup>-1</sup>).

La résistance aérodynamique dépend des paramètres météorologiques, vitesse du vent et température de l'air, et se calcule selon l'équation (3.102).

$$r_a = \frac{1}{C_D U} \tag{3.102}$$

où  $C_D$  est le coefficient de traînée et U la vitesse du vent  $(m \cdot s^{-1})$  à une hauteur de référence notée  $z_{ref}$  (m).

La résistance quasi-laminaire  $r_b$  est calculée en utilisant la vitesse de friction (3.103) en m · s et le nombre de Schmidt. Cette résistance permet de décrire le flux échangé dans la sous-couche laminaire, la limite entre la zone loin de la surface où le fluide est parfaitement mélangé et une zone proche de la surface où une condition de non-glissement (vitesse du fluide nulle en surface) est imposée.

$$u^{\star} = \frac{\kappa U}{\ln\left(\frac{z_{\text{ref}}}{z_0}\right)} \tag{3.103}$$

où  $\kappa = 0,41$  est la constante de von Karman et  $z_0$  la rugosité de la surface fixée à 1 m.

Pour calculer la vitesse de déposition (3.104), le nombre de Reynolds est supposé inférieur à 1 pour toutes les particules, PM10 et PM2,5 confondues.

$$v_s = \frac{\rho_p g d_p^2}{18\mu} \tag{3.104}$$

où  $\rho_p$  est la densité de particules (kg · m<sup>-3</sup>), g est la constante de gravitation (m · s<sup>-2</sup>),  $d_p$  est le diamètre des particules (m, respectivement 10 µm pour les PM10 et 2,5 µm pour les PM2,5).

Selon COELLO et BOYLE [15], l'accumulation de matière en kg  $\cdot$  m<sup>-2</sup> sur le panneau à chaque pas de temps est donnée par l'équation (3.105).

$$m = (v_{10-2.5}C_{10-2.5} + v_{2.5}C_{2.5})\cos(\theta)t$$
(3.105)

où  $v_{10-2,5}$  (respectivement  $v_{2,5}$ ) est la vitesse de déposition pour les PM10 (respectivement PM2,5),  $C_{10-2,5}$  (respectivement  $C_{2,5}$ ) est la concentration de particules pour PM10 (respectivement PM2,5),  $\theta$  est l'angle d'inclinaison du panneau et t est le temps en secondes (au pas de temps horaire ou journalier).

La masse totale de déposition w est incrémentée à chaque pas de temps de la quantité m et finalement, le *soiling ratio* est calculé en utilisant l'équation (3.106). Lorsque des précipitations sont observées et dépassent un certain seuil (fixé à 3 mm), la masse totale de déposition est remise à 0.

$$SR = 1 - 0,3437 \operatorname{erf}(0.17w^{0.8473})$$
(3.106)

où *t* est le pas de temps pour le *soiling ratio*. Lorsque nous présenterons les simulations de la production électrique du panneau photovoltaïque, le *soiling ratio* sera pré-calculé à partir des données météorologiques et sera utilisé comme une donnée d'entrée du code Monte Carlo avec un pas de temps journalier.

# 3.5. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux modèles : celui de la toiture végétale et celui du panneau photovoltaïque. Le premier consiste en la résolution d'un système couplé d'équations aux dérivées partielles sur la teneur dans le sol et la température. Le couplage entre les transferts thermiques et hydriques intervient par l'intermédiaire du flux de vapeur. La résolution de ce système d'équations est effectuée à l'aide d'une méthode déterministe et permet notamment d'obtenir l'évolution de la température du sol en entrée du second modèle. La résolution du bilan thermique par la méthode de Monte Carlo a été introduite en posant les conditions aux limites et les hypothèses de ce travail. Les étapes de la formulation probabiliste ont été détaillées et plusieurs avantages sont mis en avant par cette approche : temps de calculs réduits pour l'évaluation sur de longues périodes, insensibilité à la complexité géométrique, gestion du couplage des différents modes d'échanges thermiques, etc. Dans le chapitre suivant (chapitre 4), nous procédons à une étape de validation de ces modèles pour différentes configurations.

# Références

- GS CAMPBELL et S SHIOZAWA. «Prediction of hydraulic properties of soils using particlesize distribution and bulk density data». In : *Indirect methods for estimating the hydraulic properties of unsaturated soils* (1992), p. 317-328.
- [2] JR PHILIP et DA de DE VRIES. «Moisture movement in porous materials under temperature gradients». In : *Eos, Transactions American Geophysical Union* 38.2 (1957), p. 222-232.
- [3] Elena Palomo DEL BARRIO. «Analysis of the green roofs cooling potential in buildings». In : *Energy and buildings* 27.2 (1998), p. 179-193.

- [4] Najda VILLEFRANQUE et al. «A Path-Tracing Monte Carlo Library for 3-D Radiative Transfer in Highly Resolved Cloudy Atmospheres». In : *Journal of Advances in Modeling Earth Systems* 11.8 (2019), p. 2449-2473.
- [5] Najda VILLEFRANQUE et al. «The teapot in a city : a paradigm shift in urban climate modeling». In : *arXiv preprint arXiv :2204.14227* (2022).
- [6] Morgan SANS et al. «Solving transient coupled conductive and radiative transfers in porous media with a Monte Carlo Method : Characterization of thermal conductivity of foams using a numerical Flash Method». In : *International Journal of Thermal Sciences* 179 (2022), p. 107656.
- [7] Olivier FARGES, Jean-Jacques BÉZIAN et Mouna EL HAFI. «Global optimization of solar power tower systems using a Monte Carlo algorithm : Application to a redesign of the PS10 solar thermal power plant». In : *Renewable Energy* 119 (2018), p. 345-353.
- [8] Sylvain MAIRE et Giang NGUYEN. «Stochastic finite differences for elliptic diffusion equations in stratified domains». In : *Mathematics and Computers in Simulation* 121 (2016), p. 146-165.
- [9] Mireille Bossy et al. «Monte Carlo methods for linear and non-linear Poisson-Boltzmann equation». In : *ESAIM : Proceedings and Surveys* 48 (2015), p. 420-446.
- [10] Jean-Marc TREGAN, Jean-Luc AMESTOY, Mégane BATI et al. «Coupling radiative, conductive and convective heat-transfers in a single Monte Carlo algorithm : a general theoretical framework for linear situations». In : *https ://hal.science/hal-03819157* (2022).
- [11] Jean-Marc TREGAN. «Thermique non-linéaire et Monte-Carlo». Thèse de doct. Université Toulouse 3 Paul Sabatier, 2020.
- [12] David L KING, Jay A KRATOCHVIL et William Earl BOYSON. «Photovoltaic array performance model». In : (2004).
- [13] Klemens K ILSE et al. «Fundamentals of soiling processes on photovoltaic modules». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 98 (2018), p. 239-254.
- [14] German OSMA-PINTO et Gabriel ORDÓÑEZ-PLATA. «Dynamic thermal modelling for the prediction of the operating temperature of a PV panel with an integrated cooling system». In : *Renewable Energy* 152 (2020), p. 1041-1054.
- [15] Merissa Coello et Liza Boyle. «Simple model for predicting time series soiling of photovoltaic panels». In : *IEEE Journal of Photovoltaics* 9.5 (2019), p. 1382-1387.

# Chapitre

# Validation des modèles et exploitation des résultats expérimentaux

4.1.	Introdu	action	50
4.2.	Validat	tion du modèle de toiture végétale	51
	4.2.1.	Simulation de la température du sol en été	51
	4.2.2.	Simulation de la température du sol en hiver	52
4.3.	Validat	tion du modèle conducto-convectif du panneau photovoltaïque 1	55
	4.3.1.	En conditions contrôlées	55
	4.3.2.	En conditions réelles	55
4.4.	Exploi	tation des mesures expérimentales	60
	4.4.1.	Périodes d'étude et jeu de données	61
	4.4.2.	Conditions météorologiques sur les périodes étudiées	63
	4.4.3.	Production électrique des différents panneaux	64
	4.4.4.	Températures de surface des parcelles et des panneaux photovoltaïques 1	.67
	4.4.5.	Teneur en eau du sol	68
	4.4.6.	Discussions sur les résultats expérimentaux	.69
4.5.	Conclu	1sions	82
Réfé	rences.		82

# 4.1. Introduction

Dans le chapitre précédent (chapitre 3), les modèles de la toiture végétale et du panneau photovoltaïque ont été présentés. L'objectif du présent chapitre est de valider ces modèles en utilisant les données expérimentales. Pour la validation du modèle couplé thermo-hydrique de la toiture végétale, les données de la parcelle calcaire sont utilisées (voir section 2.2.3 et section 2.3.2.2). Les résultats de la validation pour le modèle de sol sont présentés dans la section 4.2. Les résultats obtenus pour la résolution du bilan thermique du panneau photovoltaïque par la méthode de Monte Carlo sont discutés dans la section 4.3. Pour ce modèle, la validation se fait selon deux étapes, une première validation en utilisant les données obtenues en conditions contrôlées telles que présentées dans le chapitre 2 et une seconde étape en conditions réelles exploitant les données de la plateforme expérimentale pour la parcelle *Bitume*. Enfin, dans la section 4.4, nous nous intéressons à l'exploitation des données expérimentales obtenues sur les parcelles dites *végétalisées (Argile Expansée* et *Stock 60)* et les parcelles qualifiées de *minérales (Bitume* et *Coolroof)* avec un focus particulier sur la question de la performance énergétique en fonction du type de parcelle.

# 4.2. Validation du modèle de toiture végétale

L'objectif premier du modèle de toiture végétale est d'obtenir la température de surface d'une parcelle végétale, d'abord en l'absence de panneaux photovoltaïques afin de valider le modèle dans des conditions standards de fonctionnement de la toiture. La température de surface intervient dans le modèle conducto-convectif du panneau photovoltaïque pour l'échange radiatif entre ce dernier et le sol. Dans la validation du modèle conducto-convectif du panneau photovoltaïque (voir section 4.3) nous utilisons des données mesurées à l'aide de pyromètres installés sur les différentes parcelles. Cependant, il est intéressant d'avoir un modèle de sol afin de remplacer cette condition à la limite en température par des données simulées. En faisant l'hypothèse que le bilan thermique du panneau photovoltaïque n'influence pas directement le bilan thermique du sol (excepté par l'intermédiaire des phénomènes de masques solaire et aéraulique), la température de surface d'une parcelle donnée peut être pré-calculée par l'application du modèle et utilisée comme un paramètre d'entrée de la simulation Monte Carlo du bilan thermique du panneau en lieu et place des données mesurées expérimentalement.

Dans cette section, nous présentons donc des résultats en température de surface pour une parcelle végétalisée correspondant à la parcelle *Plateau Calcaire* et en l'absence de panneau photovoltaïque sur le couvert végétal. Cette parcelle a été présentée dans le chapitre 2. Cette parcelle ne possède pas de panneaux photovoltaïques et nous nous intéresserons seulement à la validation des températures de surface simulée et mesurée. De plus, nous représentons les différents flux intervenant dans le bilan thermique du sol : flux de chaleurs latente et sensible et flux radiatifs. Le système d'équations couplées pour les bilans thermique et hydrique (3.31) est codé en language Python et un schéma aux différences finies a été mis en place. En l'état actuel de ce travail, la partie hydrique sera validée dans des travaux futurs et ne fait pas l'objet de discussions poussées à ce stade et dans ce manuscrit de thèse. De même, l'utilisation du modèle en prenant en considération des panneaux photovoltaïques en surface fera l'objet de travaux futurs dans lesquels le flux d'évapotranspiration sera modifié par leur présence. Les résultats sont présentés pour différentes périodes avec des conditions météorologiques typiques.

La courbe de rétention en eau du substrat est définie par l'équation de Campbell et présente l'intérêt d'avoir une inversion de la teneur en eau vers le potentiel matriciel explicite contrairement à l'équation de van Genuchten. De même, pour la relation entre la conductivité hydraulique et le potentiel matriciel, nous choisissons l'équation de Campbell. Dans des travaux futurs, nous envisageons d'effectuer des simulations avec les équations de van Genuchten pour définir la courbe de rétention et la conductivité hydraulique du sol. L'épaisseur du substrat est fixée à 15 cm. Les paramètres du substrat utilisés dans les simulations sont donnés dans le tableau 4.1.

### 4.2.1. Simulation de la température du sol en été

Pour la validation sur une période estivale, nous choisissons le mois de juin 2022. Les résultats sont présentés sur la figure 4.1.

Paramètres	Valeurs
Hauteur du substrat	0,15 m
Air-entry value	$-3 \mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$
Paramètre b	5,5
$\theta_r$	$0.3 \mathrm{m^3 \cdot m^{-3}}$
$\theta_s$	$0.3 \mathrm{m^3 \cdot m^{-3}}$
K <sub>sat</sub>	0,0001 kg $\cdot$ s $\cdot$ m <sup>-3</sup>

TAR 4	11 ·	Paramètres	du	substrat	nour	1a	simulation	du	modèle	counlé
I AB. 4	+.1	Farametres	uu	substrat	pour	Id	sinulation	uu	modele	couple.

Tout d'abord, la température simulée est comparée à la température de surface acquise expérimentalement sur la parcelle *Plateau Calcaire* sur la figure 4.1a. En première approche, nous constatons que le modèle est capable de reproduire le comportement général observé sur cette parcelle. Les deux premiers jours sont ceux présentant la plus grande différence entre la simulation et la mesure. Par ailleurs, nous observons que sur certaines nuits, le modèle tend à sur-estimer la température, ce phénomène est probablement imputable à une sous-estimation de l'échange radiatif aux grandes longueurs d'onde entre la surface et la voûte céleste. Sur la figure 4.1b, les différents flux physiques sont représentés.

### 4.2.2. Simulation de la température du sol en hiver

Concernant la validation en conditions hivernales, nous nous intéressons au mois de janvier 2022. La température simulée est comparée à la température mesurée sur la figure 4.2a. Contrairement au mois de juin 2022, le modèle présente des différences plus marquées par rapport aux mesures même si le comportement général est respecté. Ceci peut s'expliquer par une prépondérance des transferts hydriques en conditions hivernales, conditions pour lesquelles le substrat est presque constamment à saturation (comme présenté dans la section 4.4). Le fait que le modèle sous-estime la température sur la plupart des journées est attribuable à la partie hydrique du bilan thermique du substrat. Les différents flux physiques sont présentés sur la figure 4.2b. Sur cette figure, les flux radiatifs aux grandes longueurs d'onde sont du même ordre de grandeur que ceux de la simulation effectuée pour la période estivale car la formule utilisée ne prend pas en considération la couverture nuageuse de façon directe. En revanche, les autres flux sont nettement inférieurs en comparaison de la saison estivale. En particulier, le flux de chaleur sensible est globalement positif et contribue à réchauffer la surface alors qu'en été ce flux était régulièrement négatif en journée. Cette observation est également valable pour le flux de chaleur latente et le flux conduit au sein du substrat.



(a) Simulation de la température de surface pour le mois de juin 2022.





FIG. 4.1. : Validation du modèle de toiture végétale pour le mois de juin 2022.







FIG. 4.2. : Validation du modèle de toiture végétale pour le mois de janvier 2022.

# 4.3. Validation du modèle conducto-convectif du panneau photovoltaïque

Le modèle conducto-convectif du panneau photovoltaïque (Recom-Sillia Series 60M) d'une puissance crête de 310W est validé dans deux configurations : une première configuration en conditions contrôlées et correspondant à la partie expérimentale développée dans la section 2.5.4 et une seconde configuration en condition réelles sur les plateformes expérimentales du Cerema (voir section 2.2).

### 4.3.1. En conditions contrôlées

Le banc d'essai expérimental pour les conditions contrôlées est détaillé dans la section 2.5.4 et dans VILLEMIN et al. [1]. En particulier, les expérimentations pendant lesquelles l'impact des périodes de production et non-production électrique a été étudié sont exploitées pour cette première phase de validation. Pour ces expérimentations, la température en face arrière du panneau a été obtenue pour différentes températures de consigne de l'air ambiant. Dans cette partie, nous utilisons les données pour une température de l'air fixée à 25 °C. Les mesures du rendement du panneau dans ces conditions ont aussi été utilisées en entrée du modèle Monte Carlo.

En ce qui concerne les transferts convectifs, du fait de l'environnement clos, il est supposé que la convection est essentiellement naturelle. En effet, au cours de toutes les expérimentations, il a été observé une vitesse maximale de l'écoulement d'air de seulement  $0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Dans le modèle, le coefficient convectif en face avant a été fixé à  $4,2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  et le coefficient en face arrière à  $3,8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ . Ces deux valeurs sont celles permettant d'obtenir le meilleur accord entre le modèle et l'expérimentation et sont proches des valeurs théoriques attendues. Pour les transferts radiatifs, il est supposé qu'à ces niveaux et différences de températures, une linéarisation du flux radiatif par l'introduction d'un coefficient radiatif est acceptable. Les valeurs du coefficient radiatif sont similaires à celles observées dans VILLEMIN et al. [1].

Le modèle conducto-convectif présenté dans la section 3.4 est mis en œuvre pour simuler la température de face arrière du panneau dans ces conditions expérimentales puis est comparée à la mesure. Les propriétés thermiques du panneau sont celles décrites dans le tableau 3.2. Pour chaque point de la simulation Monte Carlo il y a  $20 \times 10^4$  réalisations. Le résultat de la simulation est présenté sur la figure 4.3. L'erreur quadratique moyenne (*RMSE* pour *Root-Mean-Square Error*) est de 0,88 °C. Les résultats démontrent également que les propriétés thermiques équivalentes du panneau permettent d'obtenir un bon comportement thermique sur les phases dynamiques en température (montées et descentes en température).

## 4.3.2. En conditions réelles

Maintenant que le modèle a été validé en conditions contrôlées, nous nous intéressons à des situations où le panneau se trouve en conditions réelles sur la toiture du Cerema à Nancy. Pour étudier une configuration la plus simple possible, les données issues de la parcelle *Gravier* sont exploitées. L'attention se porte sur cette parcelle car la présence de gravier permet de limiter au maximum l'importance des transferts hydriques dans le bilan d'énergie, notamment du flux d'évapotranspiration des parcelles végétales, plus complexes à modéliser. De plus, les parcelles de type gravier sont représentatives d'une grande majorité des toitures planes installées en milieu urbain. De façon similaire à ce qui a été présenté pour les conditions contrôlées, l'objectif est



FIG. 4.3. : Simulation de la température au centre de la face arrière du panneau photovoltaïque (points rouges) et comparaison avec les mesures expérimentales en conditions contrôlées (courbe bleue). Le nombre de réalisations de Monte Carlo par points est 20×10<sup>4</sup>.

de simuler la température au centre de la face arrière où se trouvent les capteurs de température (PT1000). Le panneau étudié est présenté sur la figure 4.4.

Afin de valider le modèle en conditions réelles, nous étudions plusieurs configurations météorologiques typiques lors de l'été 2022 :

- Une journée d'été avec des conditions de ciel clair : le rayonnement présente un profil très caractéristique d'une journée très ensoleillée avec aucun passage de nuages ;
- Une journée d'été avec des conditions de ciel couvert : à l'inverse de la première journée, on voit clairement apparaître les passages de nuages sur le profil du rayonnement global;
- Une journée d'été avec des conditions pluvieuses : pour tester la robustesse du modèle, une journée avec plusieurs passages de pluie est sélectionnée.

### 4.3.2.1. Journée ensoleillée avec ciel clair

La première simulation est effectuée pour la journée du 18 juillet 2022 lors de laquelle la couverture nuageuse était absente. Les paramètres météorologiques associées à cette journée sont présentés sur la figure 4.5.

La valeur RMSE est de 0,96 °C ce qui démontre une bonne corrélation entre les valeurs mesurées et les valeurs simulées. Les écarts les plus importants apparaissent en milieu de journée lorsque la température atteinte par le panneau est la plus élevée. Cet écart plus important est attribué aux fluctuations turbulentes causées par les échanges convectifs. De plus, les échanges par convection naturelle peuvent être sous-estimés par l'équation (3.96).



FIG. 4.4. : Panneau photovoltaïque de 310 W disposé sur la parcelle *Gravier* de la plateforme expérimentale du Cerema (Nancy). Le pyranomètre est dans le plan d'incidence du panneau et un pyromètre mesure la température de surface du sol sous le panneau. Les autres capteurs ne sont pas visibles sur la figure, notamment les capteurs de température du panneau en face arrière.

### 4.3.2.2. Journée ensoleillée avec ciel couvert

Pour la journée ensoleillée avec ciel couvert, le 06 juin 2022 est sélectionné. Les passages de nuages sont clairement visibles sur la figure de rayonnement (voir la figure 4.6). Les résultats de la simulation Monte Carlo sont présentés sur la figure 4.6.

Dans ces conditions météorologiques, les fluctuations de la température en face arrière du panneau photovoltaïque sont particulièrement importantes mais sont bien reproduites par la simulation Monte Carlo. La valeur de l'erreur quadratique moyenne est de 0,74 °C pour cette journée.

### 4.3.2.3. Journée pluvieuse

Enfin, une journée pluvieuse est sélectionnée, il s'agit du 26 juin 2022. L'idée est de tester la robustesse du modèle dans des configurations assez éloignées des conditions typiques de fonctionnement et d'intérêt pour un système photovoltaïque, à savoir des conditions pluvieuses. En effet, dans ces conditions, le passage de la pluie sur le panneau va modifier son bilan thermique



FIG. 4.5. : Simulation Monte Carlo en conditions de ciel clair (Journée 1). La température du panneau est simulée au centre de la face arrière avec  $20 \times 10^4$  réalisations et est comparée aux mesures expérimentales.

et le flux d'évaporation provenant du sol peut être importante lorsque la pluie s'arrête et que le rayonnement solaire est important. Ces effets ne sont pas intégrés à l'heure actuelle dans le modèle thermique du panneau présenté dans le chapitre 3. Les conditions météorologiques, no-tamment les événements de précipitations, sont présentées sur la figure 4.7. La simulation Monte Carlo correspondante est également présentée sur la figure 4.7 pour la température en face arrière du panneau.

Comme attendu, une surestimation de la température du panneau est obtenue mais l'erreur quadratique moyenne est de seulement 1,41 °C sur la journée. La différence entre les mesures et la simulation restent faibles et l'impact sur l'estimation de la production électrique est peu important car les instants pluvieux entraînent une diminution significative de celle-ci. Cependant, l'étude de ce type de configurations reste importante et pourrait faire l'objet d'un développement particulier, notamment en lien avec les études sur le refroidissement actif de panneaux



FIG. 4.6. : Simulation Monte Carlo en conditions de ciel couvert (Journée 3). La température du panneau est simulée au centre de la face arrière avec  $20 \times 10^4$  réalisations et est comparée aux mesures expérimentales.

photovoltaïques (Оѕма-Рілто et Ordóñez-Plata [2]).



FIG. 4.7. : Simulation Monte Carlo en conditions pluvieuses (Journée 3). La température du panneau est simulée au centre de la face arrière avec  $20 \times 10^4$  réalisations et est comparée aux mesures expérimentales.

# 4.4. Exploitation des mesures expérimentales

Dans cette partie, les mesures issues des capteurs installés sur la plateforme expérimentale du Cerema sont exploitées (voir chapitre 2 pour une description détaillée de la plateforme et des capteurs). L'objectif premier de ces mesures est d'obtenir des indications sur l'impact du type de toiture sur la production électrique des panneaux. Dans un second temps, ces mesures doivent permettre de comprendre les différences spécifiques entre parcelles amenant à des éventuels écarts de production photovoltaïque.

# 4.4.1. Périodes d'étude et jeu de données

Les mesures sur la plateforme expérimentale ont débuté au plus tôt en avril 2021 pour la parcelle *Argile Expansée* et se poursuivent actuellement. Dans ce manuscrit, nous nous intéresserons principalement à la période allant de juin 2021 à décembre 2022. Le jeu de données sera analysé selon un découpage par saison météorologique. Pour l'hémisphère Nord, les saisons météorologiques sont les suivantes :

- printemps : du 1<sup>er</sup> mars au 31 mai;
- été : du 1<sup>er</sup> juin au 31 août ;
- automne : du 1<sup>er</sup> septembre au 30 novembre ;
- hiver : du 1<sup>er</sup> décembre au 28 ou 29 février.

On se focalisera principalement sur les saisons estivales et printanières où les gains sur la production électrique des panneaux photovoltaïques devraient être favorisées sur les parcelles végétalisées. Cependant des analyses à d'autres échelles temporelles pourront être menées pour observer des phénomènes physiques particuliers.

Pour mener cette analyse, les données ont été stockées dans une base *MySQL* et sont accessibles via différentes tables. On exploite principalement 6 tables, une pour les données relatives au panneau (production, températures, rayonnement etc) et une pour les grandeurs physiques de la toiture (humidité, température, etc) pour les parcelles végétalisées, pour les données des différentes parcelles : *Argile Expansée*, *Gravier*, *Coolroof* et *Stock 60*. Dans la suite, on désignera par *PV* les données relatives à la table concernant le panneau photovoltaïque et par *sol* les données du sol (en surface et profondeur le cas échéant). À cela s'ajoute des données météorologiques, locales ou provenant de Météo France et des données de flux solaire.

Les tables PV contiennent les champs suivants :

- température du sol sous le panneau (°C);
- température du sol hors du panneau pour les parcelles Argile Expansée et Stock 60 (°C);
- température du panneau : 9 températures en face arrière (°C);
- le rayonnement solaire incident dans le plan du panneau  $(W \cdot m^{-2})$ ;
- le rayonnement solaire sur la face inférieure du panneau  $(W \cdot m^{-2})$ ;
- la tension du côté DC du panneau (V);
- le courant du côté DC du panneau (A).

Les tables *sol* pour les parcelles végétalisées (*Argile Expansée* et *Stock 60*) contiennent les champs suivants :

- le flux conduit dans le sol  $(W \cdot m^{-2})$ ;
- les températures dans le sol à différentes profondeurs (°C);

- température du panneau : 9 températures en face arrière (°C);
- la teneur en eau dans le substrat sous le panneau et au pied du panneau (%).

Pour les parcelles *Gravier* et *Coolroof*, une seule table est disponible et les champs présents sont :

- température du sol sous le panneau (°C);
- température du panneau : 9 températures en face arrière (°C);
- le rayonnement solaire incident dans le plan du panneau  $(W \cdot m^{-2})$ ;
- le rayonnement solaire sur la face inférieure du panneau  $(W \cdot m^{-2})$ ;
- la tension du côté DC du panneau (V);
- le courant du côté DC du panneau (A).

Pour chaque table, nous indiquons la plage de mesures, le nombre de données et les données manquantes.

Les données de la parcelle *Argile Expansée* pour la partie *PV* s'étendent du 26 avril 2021 à 11h02 jusqu'au 12 décembre 2022 à 23h59. La table contient 845128 données et il manque 39810 données. Ces manques ont été constatés aux mois de juillet 2021 et d'août 2021. L'été 2021 sera donc analysé principalement de juin à mi-juillet, puis de mi-juillet à début août 2021 et à partir du 23 août 2021 jusqu'en septembre. La table *sol* contient 82392 données mais les acquisitions débutent le 28 mai 2021. Les données manquantes se situent aux mêmes périodes que la table *PV*.

Pour la parcelle *Gravier*, les mesures ont été acquises à partir du 28 mai 2021 à 14h18. Les données manquantes sont situées aux mêmes instants que pour la parcelle *Argile Expansée*. Le nombre total de données est de 798659.

La parcelle *Coolroof* est un peu particulière car elle était d'abord sans revêtement coolroof et donc avec une surface bitumineuse. Le revêtement coolroof a été déposé le 10 mai 2022. Les mesures à partir de cette date concerne la parcelle *Coolroof* et avant cette date la parcelle *Bitume*. Les acquisitions débutent le 28 mai 2022 à 14h18. Les données manquantes sont identiques à celles de la parcelle *Gravier*.

La parcelle *Stock 60* est la dernière parcelle instrumentée. Les tables *PV* et *sol* contiennent des données à partir du 9 mars 2022 à 13h54. Sur la période du 9 mars 2022 à 13h54 au 31 décembre 2022, il y a seulement 997 données manquantes.

Les périodes de données disponibles pour chacune des parcelles sont résumées dans le tableau 4.2.

TAB. 4.2. : Périodes de données disponibles pour la plateforme expérimentale du Cerema.

Parcelle	Période d'étude
Argile Expansée	26/04/2021 - 12/12/2022
Gravier	28/05/2021 - 12/12/2022
Bitume/Coolroof	28/05/2021 - 12/12/2022 (installation coolroof le 10/05/2022)
Stock 60	09/03/2022 - 12/12/2022

## 4.4.2. Conditions météorologiques sur les périodes étudiées

Avant d'exploiter les données de la plateforme expérimentale, les conditions météorologiques des années 2021 et 2022 sur le site de Nancy sont comparées aux données *typiques* (*TMY* pour *Typical Meteorological Year*). Les données TMY pour Nancy sont téléchargées sur le portail PVGIS<sup>1</sup>. L'année *TMY* fournie par le portail *PVGIS* est construite à partir des données météorologiques de 2005 à 2020. L'année *TMY* est donnée au pas de temps horaire pour les variables suivantes : température d'air, rayonnement solaire global horizontal, vitesse et direction du vent, précipitations.

### 4.4.2.1. Années 2021 et 2022

Les données *TMY* sont comparées aux données obtenues localement et fournies par la station Météo-France. Dans le tableau 4.3, les températures d'air moyennes, minimum et maximum mensuelles sont comparées pour les années 2021, 2022 et TMY à Nancy. On constate que les années 2021 et 2022 sont plus chaudes que l'année *TMY* sur la saison estivale, phénomène d'autant plus marqué pour l'année 2022.

TAB. 4.3. : Comparaison des te	empératures d'air pou	ur les années 2021	et 2022 relevées	sur site
avec l'année TMY.				

Mois	Metéo locale (2021)				Metéo locale (2022)			ТМҮ		
	Min	Max	Moyenne	Min	Max	Moyenne	Min	Max	Moyenne	
Janvier	-11,1	12,6	2,5	-5,4	15,0	2,8	-4,1	12,9	4,1	
Février	-11,3	19,8	5,3	-4,4	13,4	6,1	-9,8	8,0	-0,2	
Mars	-4,8	25,6	6,3	-5,1	22,1	7,3	-6,2	13,8	4,7	
Avril	-1,8	23,1	8,1	-5,6	22,6	10,0	1,0	22,6	12,4	
Mai	-0,6	26,0	11,8	2,7	29,9	16,4	4,7	26,1	15,0	
Juin	8,6	32,3	19,9	8,7	35,8	20,1	7,4	28,3	16,0	
Juillet	9,2	27,8	19,1	8,7	38,2	22,2	9,3	30,9	17,4	
Août	10,1	30,3	18,1	11,6	37,7	22,7	8,4	28,0	17,3	
Septembre	3,3	28,1	16,4	2,9	30,3	15,2	4,5	22,3	13,2	
Octobre	-1,0	22,6	10,6	3,9	25,1	14,5	2,4	24,1	12,5	
Novembre	-5,2	13,3	4,7	1,9	17,5	8,6	-1,6	17,1	7,0	
Décembre	-5,2	15,9	2,8	-12,2	15,9	4,0	-12,1	7,7	1,3	

L'humidité relative est de 77,9 % sur l'année *TMY* alors qu'il a été mesuré une humidité relative de 77,0 % pour l'année 2021 et 72,7 % pour l'année 2022. L'humidité relative est la plus faible lors des mois chauds. La valeur minimale est atteinte au mois d'août 2022 avec 53,5 %. Elle est maximale au mois de décembre 2021 avec une valeur de 91 %.

Le nombre d'heures d'ensoleillement ramené à l'année est présenté dans le tableau 4.4 pour les années 2021 et 2022.

Les cartes de rayonnement horizontal global en fonction de la température d'air sont présentées sur la figure 4.9 pour les différentes années sans distinction entre le jour et la nuit. Il est visible que la majorité du rayonnement reçu à Nancy est inférieur à 800 W  $\cdot$  m<sup>-2</sup> et que la température n'excède que très rarement les 30 °C. Cependant, on observe un décalage vers les températures d'air plus élevées pour les années 2021 et 2022 en comparaison avec l'année *TMY*. Ceci confirme que 2021 et 2022 ont été particulièrement chaudes avec un rayonnement solaire important. La production photovoltaïque sera donc favorisée sur la période d'étude présentée ensuite.

IPVGIS:https://re.jrc.ec.europa.eu/pvg\_tools/fr/



FIG. 4.8. : Comparaison des températures d'air moyennées mensuellement pour les années 2021, 2022 et *TMY*.

TAB. 4.4. : Pourcentage d'heures d'ensoleillement mensuel.

Mois	2021	2022
Janvier	3,0%	3,1%
Février	3,3%	3,3%
Mars	4,2%	4,2%
Avril	4,7 %	4,7%
Mai	5,4%	5,4%
Juin	5,5%	5,5%
Juillet	5,5%	5,6%
Août	5,1%	5,1%
Septembre	4,3%	4,3%
Octobre	3,8%	3,8%
Novembre	3,2%	3,2%
Décembre	3,0%	3,0%

Sur la figure 4.10, les données d'intensité et de direction de vent sont représentées sous la forme de roses des vents. Les classes d'intensité s'étendent de  $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  à 12 m  $\cdot \text{s}^{-1}$  avec un pas de 2 m  $\cdot \text{s}^{-1}$ . Les années 2021 et 2022 présentent une répartition très semblable avec deux directions particulièrement marquées : le Nord-Est et le Sud. L'intensité du vent est généralement inférieure à 6 m  $\cdot \text{s}^{-1}$ . L'année *TMY* est proche des années 2021 et 2022 avec une différence notable pour la direction Sud. En effet, on constate que le vent provient plus majoritairement de la direction Sud-Est pour l'année typique.

## 4.4.3. Production électrique des différents panneaux

Maintenant que les périodes d'étude ont été présentées et que les conditions météorologiques correspondantes ont été détaillées, nous nous intéressons à la production photovoltaïque, d'abord par l'étude de la puissance électrique puis de l'énergie produite pour les différents panneaux sur
les différentes parcelles de la plateforme expérimentale. L'étude est menée selon un découpage par saison météorologique de 2021 à 2022 (début 2023 pour obtenir l'hiver 2022-2023).

#### 4.4.3.1. Puissance

Pour l'exploitation des données de puissance électrique des différentes parcelles, les données acquises au pas de temps de la minute sont agrégées tous les quarts d'heure. Tout d'abord, la puissance selon une répartition mensuelle pour les différentes parcelles est présentée sur la figure 4.11 avec un détail pour l'année 2021 sur la figure 4.11 a et sur la figure 4.11b pour l'année 2022. En prenant en considération que les parcelles *Gravier* et *Bitume/Coolroof* ont été pleinement opérationnelles à partir du mois d'août 2021, on constate que la puissance moyenne mensuelle (prise comme la valeur moyenne des données agrégées tous les quarts d'heure) est supérieure sur ces deux parcelles en comparaison des parcelles végétalisées. De plus, à partir du mois de mars 2022, la parcelle *Stock 60* a été installée. Les relevés expérimentaux montrent que cette dernière parcelle est plus favorable que la parcelle *Argile Expansée*. Un phénomène intéressant est que les parcelles végétalisées semblent se rapprocher en termes de performances électriques des parcelles *minérales* à partir du mois de septembre et que ce phénomène se poursuit en hiver. En particulier au mois de janvier 2022, la puissance moyenne sur la parcelle *Argile Expansée* est supérieure aux deux autres parcelles *minérales*.

Sur la figure 4.12 et la figure 4.12b, l'évolution de la puissance moyenne et du rendement électrique pour les saisons du printemps et de l'été 2022 est tracée. Les données sont filtrées pour n'afficher ces grandeurs que lorsque le rayonnement solaire est non nul et qu'il y a donc production électrique. Le rendement électrique est calculé comme le rapport entre la puissance en sortie du panneau et la puissance solaire reçue (rayonnement solaire global dans le plan du panneau multiplié par la surface de ce dernier).

$$\eta_{\exp} = \frac{P_{\text{out}}}{\phi_{\sin}S} \tag{4.1}$$

où  $P_{out}$  est la puissance en sortie du panneau (watt),  $\phi_{sun}$  est le rayonnement solaire reçu dans le plan d'incidence du panneau (W · m<sup>-2</sup>) et S est la surface du panneau (m<sup>2</sup>).

Sur la figure 4.12a, le rendement électrique pour les différents panneaux varie entre 20,5 % et 14,32 %. Nous rappelons que la parcelle *Coolroof* a été mise en place le 10/05/2022. Sur l'ensemble de la période, les panneaux *Gravier* et *Coolroof* présentent une puissance moyenne supérieure à celles des panneaux des parcelles *Argile Expansée* et *Stock 60*. La puissance moyenne sur l'ensemble de la saison du printemps est de :

- 112,93 W pour le panneau Gravier;
- 112,83 W pour le panneau *Coolroof* ;
- 105,61 W pour le panneau Argile Expansée;
- 106,59 W pour le panneau *Stock 60*.

Un comportement similaire à la saison du printemps 2022 est observé sur la figure 4.12b. Les puissances moyennes sur la saison estivale 2022 sont les suivantes pour les différents panneaux :

• 118,18 W pour le panneau Gravier;

- 119,13 W pour le panneau *Coolroof* ;
- 111,91 W pour le panneau Argile Expansée;
- 114,91 W pour le panneau Stock 60.

Les écarts relatifs entre le panneau *Argile Expansée* et les parcelles *Gravier* et *Coolroof* est donc de 5,6 % et 6,5 %. Pour la parcelle *Stock60*, les écarts relatifs sont de 2,8 % et 3,7 % sur les puissances moyennes au cours de la saison estivale 2022.

Les mêmes tracés sont réalisés pour les saisons d'automne et d'hiver 2022 sur les figures 4.13a et 4.13b. À l'automne, les puissances moyennes sont les suivantes :

- 76,20 W pour le panneau *Gravier*;
- 74,01 W pour le panneau *Coolroof* ;
- 72,09 W pour le panneau Argile Expansée;
- 69,48 W pour le panneau *Stock 60*.

Les écarts relatifs entre les différents panneaux sont similaires à ceux observés précédemment excepté pour le panneau *Stock 60* qui affiche les moins bonnes performances sur cette saison. Pour la saison hivernale, les puissances moyennes journalières sont bien plus faibles que pour les autres saisons. Les différences entre panneaux sont moins marquées que pour les autres saisons mais on constate toujours que le panneau de la parcelle *Coolroof* possède une puissance de sortie légèrement supérieure aux autres panneaux.

Maintenant que nous avons analysé les données de puissance des différents panneaux, nous nous intéressons à l'énergie produite du côté alternatif dans la section 4.4.3.2.

#### 4.4.3.2. Énergie

Pour analyser l'énergie produite par les différents panneaux lors de l'étude expérimentale, les relevés effectués du côté AC par le système *Envoy-S Metered* sont exploités. Un récapitulatif pour les différentes saisons de l'étude est présenté sur le tableau 4.5.

Saison	Panneau Gravier (kWh)	Panneau Bitume/Coolroof (kWh)	Panneau Argile Expansée (kWh)	Panneau Stock 60
Été 2021	19,5	18,7	18,0	19,9
Automne 2021	50,0	48,9	47,3	48,4
Hiver 2021-2022	32,2	30,9	31,5	30,1
Printemps 2022	133	132	131	129
Été 2022	155	155	150	150
Automne 2022	73,3	72,3	71,6	70,4
Hiver 2022-2023	36,6	35,5	34,5	33,5

TAB. 4.5. : Récapitulatif de l'énergie produite du côté AC par panneau et par saison

Sur la période de fonctionnement du champ photovoltaïque du 1<sup>er</sup> juin 2021 au 1<sup>er</sup> mars 2023, l'énergie totale du côté AC produite par l'ensemble des cinq panneaux (y compris le panneau de la parcelle témoin) est de 2,44 MWh. Le facteur de charge de l'installation, correspondant au rapport entre l'énergie effectivement produite sur la période considérée rapportée à l'énergie que produirait cette installation si elle avait fonctionné à sa puissance nominale (1,55 kW) sur cette

même période, est de 10,3 %. Ce chiffre est à comparer aux facteurs de charge habituellement observés pour des installations photovoltaïques et à d'autres sources d'énergie. Le facteur de charge de l'énergie nucléaire en France est d'environ 75 %. Le facteur de charge de l'énergie éolienne en France en 2020 est de 26,35 % d'après RTE. Toujours selon RTE, le facteur de charge l'énergie solaire en 2020 s'élève à 14,65 % en 2020 avec un maximum de 77,1 % atteint le 14 avril 2020 à 14 heures. La production solaire en France était maximale des mois d'avril à août en 2020.

## 4.4.4. Températures de surface des parcelles et des panneaux photovoltaïques

Pour comprendre les différences de production électrique entre les différentes parcelles, les mesures des températures de surface sous les panneaux et en face arrière de ces derniers sont tracées. Tout d'abord pour les températures de surface des différentes parcelles sur les figures 4.14a et 4.15 pour les différentes saisons météorologiques. Aux tracés de températures de surface, les données de précipitations sont superposées.

Au cours du printemps 2022, la température de surface de la parcelle *Bitume* est assez nettement supérieure à celle des autres parcelles. On constate également que la température de cette parcelle atteint des niveaux plus bas la nuit par échanges radiatifs avec le ciel. À partir de l'installation du revêtement coolroof et de la reprise des mesures au 28 mai 2022, la température de surface de cette parcelle devient inférieure à celles de toutes les autres parcelles. Sur la période avant l'installation du coolroof et en journée, la parcelle *Gravier* a une température moyenne de 12,5 °C contre 13,5 pour la parcelle *Bitume*, 11,8 °C pour la parcelle *Argile Expansée* et 12,7 °C pour la parcelle *Stock 60*. Sur la période du 28 mai 2022 au 31 août 2022, les températures moyennes des parcelles dans le même ordre sont : 26,0 °C, 24,4 °C, 26,8 °C et 26,4 °C. La pose du revêtement coolroof a donc permis de diminuer la température de surface d'environ 2 °C par rapport aux autres parcelles. En revanche, les parcelles végétalisées ne présentent pas de gains particuliers pour la température de surface en comparaison des parcelles dites *minérales*.

Au cours de la saison de l'automne 2022 (figure 4.15a), les tendances sont similaires mais on observe un resserrement entre les parcelles *Coolroof* et *Stock 60*. En effet les températures moyennes sur cette période sont :

- 15,1 °C pour la parcelle *Gravier*;
- 14,4 °C pour la parcelle *Coolroof* ;
- 16,1 °C pour la parcelle Argile Expansée;
- 14,9 °C pour la parcelle *Stock 60*;

La parcelle *Argile Expansée* est donc la plus défavorable d'un point de vue thermique sur cette saison. Enfin, pour la saison hivernale 2022, les températures moyennes sont les suivantes :

- 13,0 °C pour la parcelle *Gravier*;
- 12,3 °C pour la parcelle *Coolroof* ;
- 12,7 °C pour la parcelle Argile Expansée;

• 13,8 °C pour la parcelle *Stock 60*;

La parcelle *Coolroof* est donc toujours celle avec la température de surface moyenne la plus faible mais cette fois-ci la parcelle *Stock 60* possède la température moyenne la plus élevée. Cependant, on notera que les températures moyennes sont assez resserrées et que les différences sont faibles. Ce constat rejoint également l'observation d'une différence de production assez faible entre panneaux pour cette saison.

Ensuite, la température de surface est tracée en fonction de la température d'air pour les différentes parcelles sur la figure 4.16a. La température d'air est divisée en différentes classes de -10 °C à 38 °C avec des pas de 2 °C. Les différences entre les parcelles sont très faibles pour les températures d'air comprises entre -10 °C et 10 °C puis les écarts apparaissent et sont de plus en marqués lorsque la température d'air augmente. Ce résultat confirme que la température de surface de la parcelle *Coolroof* est bien inférieure à celle des autres parcelles. Les parcelles *Gravier* et *Stock 60* présentent des températures de surface très proches alors que la parcelle *Argile Expansée* se distingue avec une température de surface plus élevée de façon constante.

Nous faisons de même pour la température moyenne en face arrière des panneaux photovoltaïques pour les différentes parcelles sur la figure 4.16. Les classes de température d'air sont les mêmes que précédemment. Une fois encore, les températures moyenne en face arrière des panneaux sont relativement confondues jusqu'à environ 10 °C pour la température d'air, température à partir de laquelle les écarts commencent à apparaître. À nouveau, la température de panneau de la parcelle *Coolroof* est inférieure aux autres parcelles. Celle de la parcelle *Gravier* est assez proche, voire même confondue avec celle de la parcelle *Coolroof*. En revanche, les températures des panneaux *Argile Expansée* et *Stock 60* sont nettement supérieures à celles des parcelles *minérales*. Cette observation est une explication de l'écart de production électrique observée entre les parcelles, au profit des parcelles *Gravier* et surtout *Coolroof* à partir de son installation.

## 4.4.5. Teneur en eau du sol

Pour terminer l'analyse des données expérimentales, nous nous intéressons aux données du sol des parcelles, en particulier des parcelles végétalisées *Argile Expansée* et *Stock 60*. De façon similaire à ce qui a été présenté dans les parties précédentes, les données sont présentées pour différentes saisons météorologiques : printemps, été, automne et hiver de l'année 2022. Pour les deux parcelles, deux types de mesures sont disponibles : une première mesure de teneur en eau sous le panneau et une deuxième mesure au pied du panneau. Les relevés correspondant à la parcelle *Argile Expansée* sont tracés en couleur rouge et en couleur bleue pour la parcelle *Stock 60*. À ces mesures de teneur en eau, nous superposons les mesures de températures de surface des parcelles et les enregistrements de précipitations (mm  $\cdot$  h<sup>-1</sup>).

Sur la figure 4.17a, les relevés pour le printemps 2022 sont présentés. La température moyenne de surface de la parcelle *Argile Expansée* sur l'ensemble de la période est 11,95 °C contre 12,48 °C pour la parcelle *Stock 60*. Concernant les mesures de teneur en eau, on constate que les deux parcelles sont presque constamment à saturation à un peu plus de 25 % jusqu'au 18 avril 2022. À partir de cette date, on observe un comportement sensiblement différent entre les deux parcelles. En effet, la parcelle *Stock 60* semble conserver une quantité d'eau plus importante alors que la parcelle *Argile Expansée* a tendance à évapotranspirer plus rapidement l'eau contenue dans le substrat. Ceci peut s'expliquer par la présence d'une couche de rétention d'eau de 60 mm pour la parcelle *Stock 60* et jouant le rôle de réservoir d'eau. Après percolation de l'eau à travers le substrat et stockage dans la couche de drainage, une quantité plus importante dans cette parcelle

peut retourner au substrat par évaporation. Il n'y a pas de différences notables entre les teneurs en eau sous et au pied de panneau pour la parcelle *Stock 60* pour cette saison contrairement à la parcelle *Argile Expansée*. En effet, pour cette dernière on constate une nette différence entre les deux teneurs en eau après les précipitations du 23 mai 2022. La teneur en eau sous panneau atteint un maximum à 14,3 % contre 23 % pour le capteur au pied du panneau. Un autre phénomène intéressant est l'effet retard entre les événements de précipitations et le maximum de teneur atteint au sein du substrat. Pour le capteur au pied du panneau, ce retard est d'environ 28 heures contre environ 60 heures pour le capteur sous panneau.

Pour la saison estivale, la dynamique des teneurs en eau est plus importante et est montrée sur la figure 4.17b. À chaque épisode pluvieux, les pics de teneurs sont immédiatement observés sur les capteurs des deux parcelles au pied des panneaux. Les températures moyennes de surface des parcelles sont de 24 °C pour la parcelle *Argile Expansée* et 23,4 °C pour la parcelle *Stock 60*. Il est intéressant de noter que le capteur de teneur en eau sous le panneau *Stock 60* semble réagir de façon plus importante que celle donnée par le capteur de la parcelle *Argile Expansée* aux événements pluvieux. Ceci peut s'expliquer encore une fois par la quantité d'eau plus importante stockée dans cette parcelle et permettant de restituer une quantité d'eau plus conséquente au substrat. Ce phénomène est particulièrement visible entre le 17 août 2022 et le 21 août 2022 où la teneur en eau sous panneau de cette parcelle atteint un maximum à 16,4 % alors que celui de la parcelle *Argile Expansée* reste constant à environ 2,6 %.

À la saison automnale (figure 4.18a), on retrouve un comportement relativement proche de la saison printanière avec un événement pluvieux important autour du 15 septembre 2022 et des substrats qui atteignent leur teneur à saturation vers les 25 %. Les températures moyennes de surface en hiver 2022 sont de 13,3 °C pour la parcelle Argile Expansée contre 12,5 °C pour la parcelle Stock 60. Une fois encore on remarque la teneur en eau sous le panneau Stock 60 progresse plus rapidement vers la saturation que celui sous le panneau de la parcelle Argile Expansée. Pour la parcelle Argile Expansée il faut environ 9 heures pour atteindre la saturation contre seulement 5 heures pour Stock 60. Il semble également que le second événement pluvieux du 15 septembre 2022 est responsable de la saturation pour la parcelle Argile Expansée alors que la parcelle Stock 60 produit une valeur proche de la saturation dès les premières précipitations du 03 septembre 2022. Les observations restent similaires pour la saison hivernale 2022 (figure 4.18b) avec des substrats quasiment toujours à saturation. Les deux substrats présentent une forte chute de la teneur en eau à environ 10,7 % le 18 décembre 2022 pour les capteurs aux pieds des panneaux. Les deux valeurs reviennent rapidement à saturation après les précipitations débutant le 20 décembre 2022. Les températures moyennes de surface en hiver 2022 sont de 4,2 °C pour la parcelle Argile Expansée contre 3,9 °C pour la parcelle Stock 60.

## 4.4.6. Discussions sur les résultats expérimentaux

Dans ce travail de thèse, la partie expérimentale joue un rôle important car elle permet de nourrir les différents modèles développés et de déterminer si l'association panneau photovoltaïque - toiture végétale peut être bénéfique d'un point de vue énergétique. L'idée de cette association entre ces deux systèmes reste relativement récente et la littérature est assez faible en résultats expérimentaux. En particulier, il est important d'évaluer les performances d'un tel système pour différents types de climat et différentes configurations expérimentales : irrigation ou non, hauteur du bâtiment, nombre de panneaux photovoltaïques, etc. Devant la multitude de configurations envisageables, la présente étude expérimentale ne fait pas exception et certains choix ont une influence sur les performances observées pour les parcelles végétales.

Un des effets recherché dans l'association de panneaux photovoltaïques à une toiture végétale, est la présence de l'évapotranspiration des plantes et du sol. Dans notre travail, il a été décidé de ne pas procéder à l'arrosage des parcelles pour respecter les pratiques couramment adoptées pour ces systèmes. Évidemment, ce choix entraîne de fortes implications au niveau de la quantité d'évapotranspiration potentielle. De plus, il a été observé que la végétation est très éparse sur nos parcelles avec un faible taux de couverture au sol. Cette observation est probablement directement liée au premier point sur l'absence d'arrosage. Ainsi, la végétation ne se développe pas particulièrement au printemps et a tendance à perdre de sa vitalité tout au long de l'été. C'est pourquoi les quantités d'eau évapotranspirées par nos parcelles sont très probablement très faibles en comparaison d'une situation expérimentale où une irrigation manuelle et fréquente est mise en place. De plus, les parcelles végétalisées ont été installées bien en amont de l'étude avec les panneaux photovoltaïques. Par conséquent, il s'agit de substrats déjà érodés avec le temps et qui ont perdu de leur capacité à retenir l'eau efficacement avec une porosité supérieure à la porosité au moment de leur mise en place. Enfin, toujours au niveau de la question de la végétation, nous avons observé un effet négatif de la présence des panneaux sur le long terme. En effet, lors de l'installation en mai 2021, la végétation s'était plus rapidement développée sous les panneaux qu'en dehors de leur zone d'influence puis cette végétation sous panneau s'est dégradée de façon prématurée au cours de l'été 2021. Le type de végétation a été présenté dans la section 2.2.7.

Un certain nombre de résultats expérimentaux présentés précédemment doivent aussi s'interpréter avec un regard critique, notamment sur la période d'étude relativement courte de mai 2021 à mars 2023. Dans le cas de la parcelle *Coolroof*, il a été observé une dégradation très importante de la surface au cours de l'hiver 2022-2023. Bien que l'étude suggère que ce type de revêtement a un potentiel important pour favoriser la production photovoltaïque en comparaison des autres parcelles, il est attendu que la dégradation du revêtement sur des échelles de temps aussi courtes entraîne rapidement une baisse des gains de production observé. De plus, il serait intéressant d'observer l'évolution de la végétation sur le long terme afin de déterminer si la végétation est réellement impactée négativement par les panneaux photovoltaïques ou si elle peut recouvrer un état normal après quelques années.

Enfin, la configuration des panneaux photovoltaïques propre à cette étude est un peu particulière dans le sens où les panneaux sont disposés de façon individuelle sur chacune des parcelles. De nombreuses études expérimentales sur les performances électriques de cette association ont recours à ce type d'installation. Cependant, en pratique, l'idée n'est pas de disposer quelques panneaux photovoltaïques sur une toiture mais bien d'avoir plusieurs rangées de plusieurs panneaux photovoltaïques en optimisant leur nombre afin de maximiser la production. Dans cette optique, l'hypothèse d'un effet bénéfique de l'évapotranspiration est questionnable car la toiture serait majoritairement couverture de panneaux photovoltaïques avec une très faible proportion du rayonnement solaire incident effectivement captée par les plantes. Par ailleurs, la végétation serait très ombragée et pourrait ne pas survivre, si le type de plantes n'est pas adapté. La toiture de notre plateforme présente de nombreux obstacles, une situation réaliste pour ce genre de toitures sur un bâtiment tertiaire, ce qui ne favorise pas l'installation de panneaux photovoltaïques. En particulier, les panneaux sont relativement proches des acrotères ce qui implique un certain nombre de contraintes sur l'écoulement du vent. Or il est connu que pour bénéficier d'un effet important de l'évapotranspiration, il faut un renouvellement d'air et de la vapeur d'eau dans l'air important. Enfin, comme mentionné dans le chapitre 2, dans une étude comparative de cette

nature, les panneaux photovoltaïques doivent être comparés dans des situations expérimentales similaires avant d'interpréter les résultats pour différentes parcelles. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, la différence pour le *MPP* des cinq panneaux étudiées est inférieur à 2 W. De nombreuses études ne procèdent pas à cette phase de comparaison des panneaux en amont de leur installation sur différentes parcelles et des différences plus importantes sur les *MPP* des panneaux utilisés sont envisageables et fausseraient les résultats et leurs conclusions.



(a) Carte du rayonnement global horizontal et de la température d'air d'après les données météorologiques locales en 2021.



(b) Carte du rayonnement global horizontal et de la température d'air d'après les données météorologiques locales en 2022.



- (c) Carte du rayonnement global horizontal et de la température d'air d'après les données météorologiques de l'année *TMY*.
- FIG. 4.9. : Cartes de rayonnement global horizontal et de température d'air pour les années 2021, 2022 et l'année météorologique *TMY*.



(a) Répartition du vent selon la direction et la classe d'intensité pour l'année 2021.



(b) Répartition du vent selon la direction et la classe d'intensité pour l'année 2022.



(c) Répartition du vent selon la direction et la classe d'intensité pour l'année *TMY*.

FIG. 4.10. : Rose des vents pours les années 2021, 2022 et l'année météorologique TMY.



#### (a) Puissance électrique moyenne mensuelle pour l'année 2021.



### (b) Puissance électrique moyenne mensuelle pour l'année 2022.

FIG. 4.11. : Puissance moyenne mensuelle pour les années 2021 et 2022.



(a) Évolution de puissance et du rendement électrique au cours du printemps 2022.



(b) Évolution de puissance et du rendement électrique au cours de l'été 2022.

FIG. 4.12. : Puissance et rendement électriques pour les saisons du printemps et de l'été.



(a) Évolution de puissance et du rendement électrique au cours de l'automne 2022.



(b) Évolution de puissance et du rendement électrique au cours de l'hiver 2022.





(a) Températures de surface mesurées sous les panneaux au cours du printemps 2022.



(b) Températures de surface mesurées sous les panneaux au cours de l'été 2022.

FIG. 4.14. : Températures de surface au printemps et en été au cours de l'année 2022.



(a) Températures de surface mesurées sous les panneaux au cours de l'automne 2022.



(b) Températures de surface mesurées sous les panneaux au cours de l'hiver 2022.

FIG. 4.15. : Températures de surface en automne et en hiver au cours de l'année 2022.



(b) Température en face arrière des panneaux photovoltaïques en fonction de la température d'air.

FIG. 4.16. : Températures de surface et des panneaux photovoltaïques pour les différentes parcelles en fonction de la température d'air.



(a) Évolution de la teneur en eau dans le sol au cours du printemps 2022 pour les parcelles *Argile Expansée* et *Stock 60*.



(b) Évolution de la teneur en eau dans le sol au cours de l'été 2022 pour les parcelles *Argile Expansée* et *Stock 60*.

FIG. 4.17. : Teneur en eau sous et devant le panneau pour les parcelles *Argile Expansée* et *Stock* 60 au printemps et en été au cours de l'année 2022.



(a) Évolution de la teneur en eau dans le sol au cours de l'automne 2022 pour les parcelles *Argile Expansée* et *Stock 60*.



- (b) Évolution de la teneur en eau dans le sol au cours de l'hiver 2022 pour les parcelles *Argile Expansée* et *Stock 60*.
- FIG. 4.18. : Teneur en eau sous et devant le panneau pour les parcelles *Argile Expansée* et *Stock* 60 au printemps et en été au cours de l'année 2022.

## 4.5. Conclusions

Dans ce chapitre, les deux modèles présentés dans le chapitre 3 ont été utilisés pour simuler la température de surface du sol et la température d'un panneau photovoltaïque. Le modèle de toiture végétale a été validé en utilisant les données de la parcelle Plateau Calcaire. Ce modèle permet de coupler simultanément les transferts thermiques et hydriques au sein du sol. Bien que les résultats démontrent que ce modèle présente encore des différences notables avec les relevés expérimentaux, il permet néanmoins de reproduire plutôt fidèlement le comportement général d'une parcelle végétale sans avoir à procéder à une étape de calibration des différents paramètres du sol comme c'est souvent le cas dans ce type d'applications. Dans des prochains travaux, ce modèle sera amélioré pour prendre en compte plus précisément la partie hydrique intervenant dans le bilan d'énergie et probablement responsable des différences principales observées. En ce qui concerne le modèle conducto-convectif du panneau photovoltaïque, les résultats ont été obtenus en conditions contrôlées et en conditions réelles de fonctionnement. La validation démontre que l'approche Monte Carlo utilisée est pertinente pour ce type d'applications et nous a permis de mettre en avant la robustesse des simulations pour différentes configurations. Enfin, nous avons exploité et mis en avant les résultats expérimentaux obtenus sur les différentes parcelles depuis 2021 dans le cadre du projet ANR PROOF. Contrairement à ce qui est souvent mis en avant dans la littérature, nos mesures ont révélé que les parcelles Gravier mais surtout Coolroof sont plus favorables à la production électrique sur les parcelles végétalisées Argile Expansée et Stock 60. La seconde parcelle végétalisée mentionnée présente des meilleures performances énergétiques que la parcelle Argile Expansée probablement grâce à sa plus grande réserve en eau dans la couche de drainage et donc un potentiel d'évapotranspiration plus important. Dans ce travail, le parti pris était de ne pas procéder à l'arrosage des plantes pendant toute la durée de l'expérimentation. Il semblerait que dans ces conditions, pour le type de climat rencontré sur notre plateforme expérimentale et pour le type de plantes utilisé (des sédums à cycle photosynthétique CAM présentant une faible évapotranspiration en journée), les parcelles végétalisées n'apportent pas de gains énergétiques en comparaison des parcelles plus classiques (bitume, gravier). De plus, le revêtement coolroof présente un avantage notable par rapport à toutes les autres parcelles mais nous avons constaté une dégradation très importante et rapide du revêtement. Il serait donc intéressant d'évaluer ce type de revêtement sur le long terme pour conclure de son intérêt d'un point de vue énergétique, sur la durée de vie d'un panneau photovoltaïque par exemple qui, nous le rappelons, est d'environ 25 ans actuellement.

## Références

- [1] Thomas VILLEMIN et al. «Thermal characterization of a photovoltaic panel under controlled conditions ». In : *Renewable Energy* 198 (2022), p. 28-40.
- [2] German Osma-Pinto et Gabriel Ordóñez-PLATA. «Measuring factors influencing performance of rooftop PV panels in warm tropical climates». In : *Solar Energy* 185 (2019), p. 112-123.

# Chapitre 5

## Application des modèles à l'évaluation de la performance énergétique

5.1.	Introdu	$\mathbf{ction}$	
5.2.	Intégration temporelle et évaluation de la performance électrique		
	5.2.1.	Intégration temporelle	
	5.2.2.	Évaluation des dépôts de poussière pour Nancy et Las Vegas 189	
	5.2.3.	Production électrique pour le mois de juin 2022	
	5.2.4.	Production électrique annuelle et analyse mensuelle	
	5.2.5.	Production électrique sur plusieurs années	
5.3.	Modèl	e du bâtiment : une estimation des besoins en chauffage et climatisation . 198	
	5.3.1.	Configuration étudiée	
	5.3.2.	Description du modèle	
5.4.	Conclu	usions	
Réfé	rences.		

## Notations

Symbole	Description	Unité
а	Sortie du neurone	-
α	Paramètre de la régularisation bayésienne	-
$A_{vv}$	Surface du PV	$m^2$
β	Paramètre de régularisation bayésienne	-
$\beta_{\rm ref}$	Coefficient de température du PV	$^{\circ}C^{-1}$
b	Biais	-
С	Fonction de coût	-
$E_{\rm elec}$	Production électrique	J
$\eta_{\rm ref}$	Rendement de référence du PV	%
$E_{\text{total}}$	Énergie totale pour couvrir les besoins en énergie du bâ-	J
	timent	

Symbole	Description	Unité	
γ	Nombre effectif de paramètres	-	
$\dot{h}_{\rm cv}$	Coefficient d'échange convectif	$\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1}$	
He	Matrice hessienne	-	
$h_{\rm rad}$	Coefficient radiatif	$\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1}$	
N <sub>out</sub>	Nombre de données d'entraînement en sortie	-	
$\omega_{j}$	j <sup>ème</sup> poids du réseau de neurones	-	
$\mathcal{P}_{ ext{elec}}$	Puissance électrique	W	
$\phi_u^{\mathrm{s,inc}}$	Flux solaire global dans le plan d'incidence du PV	$ m W\cdot m^{-2}$	
p	Densité de probabilité pour échantillonner les temps	$s^{-1}$	
P	Puissance de chauffage et de climatisation du bâtiment	W	
$E_d$	Fonction d'erreur quadratique	-	
S	Surface des murs intérieurs du bâtiment	$m^2$	
σ	Fonction d'activation	-	
T	Température	Κ	
$T_{\rm cooling}$	Température d'activation de la climatisation	Κ	
t <sub>end</sub>	Temps final	S	
Tground	Température du sol dans le bâtiment	K	
$T_{\rm pv,cells}$	Température des cellules photovoltaïques	K	
$T_{\rm rad}$	Température radiative	K	
N	Nombre de jeux d'entraînement	-	
$T_{\rm ref}$	Température de référence	К	
$t_{\rm start}$	Temps de départ	S	
$T_{target}$	Température de consigne dans le bâtiment	К	
$t_i$	Sortie théorique donnée	-	
$T_w$	Température des murs dans le bâtiment	K	
$v_w$	Vitesse du vent	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$	
$x_j$	j <sup>eme</sup> entrée du neurone	-	
Z	Somme des poids d'entrée et du biais	-	

## 5.1. Introduction

Dans le chapitre 3, le modèle conducto-convectif d'un panneau photovoltaïque a été introduit. Dans ce chapitre, ce modèle est utilisé et appliqué afin d'évaluer la production électrique d'une installation photovoltaïque en conditions réelles. Dans la section 5.2, la production électrique d'un panneau photovoltaïque est étudiée pour deux localisations : Nancy (France) et Las Vegas (États-Unis). D'après la classification de Köppen, la ville de Nancy est qualifiée de *Cfb*, ce qui correspond à un climat océanique tempéré alors que la ville de Las Vegas est *Bwh* avec un climat désertique chaud. Las Vegas est une des villes les plus ensoleillées au monde avec 3822 heures de soleil par an. Las Vegas et la région qui s'étend autour de la ville offre un grand potentiel pour les installations solaires et de nombreux champs photovoltaïques s'y trouvent (encart 5.1). Ensuite dans la section 5.3, une modélisation Monte Carlo à l'échelle bâtiment (figure 5.1) est présentée et s'intéresse tout particulièrement à l'impact d'un champ photovoltaïque en toiture sur les besoins énergétiques du bâtiment sous-jacent (chauffage et climatisation). Dans cette démarche, il est envisageable d'intégrer à terme la production photovoltaïque selon la section 5.2

dans l'évaluation des besoins en énergie. Plusieurs configurations sont étudiées, avec et sans toiture végétale, avec et sans champ photovoltaïque pour observer les conséquences des différentes configurations. Enfin, un réseau de neurones est mis en place et exploité afin de tirer parti des informations produites par les chemins des réalisations Monte Carlo de l'algorithme de thermique.



FIG. 5.1. : Développement d'un modèle thermique à l'échelle du panneau en configuration réelle

## 5.2. Intégration temporelle et évaluation de la performance électrique

Dans cette première partie, le modèle Monte Carlo conducto-convectif du panneau photovoltaïque présenté dans la section 3.4 est appliqué en configuration réelle de fonctionnement. Les résultats concernent notamment l'évaluation de la production d'énergie sur des périodes allant du mois à plusieurs années pour les villes de Nancy et Las Vegas. Ces résultats sont comparés aux données expérimentales ainsi qu'aux évaluations fournies par le portail européen PVGIS. Les estimations obtenues illustrent les bénéfices de cette formulation en espace de chemins, l'insensiblité des temps de calcul au domaine d'intégration (au nombre de phénomènes couplés et aux échelles temporelles) et la gestion de la complexité géométrique aux différentes échelles. Les résultats concernent d'abord le mois de juin 2022 puis l'année 2019 pour les villes de Nancy et Las Vegas. Enfin, le modèle est appliqué à une période de temps plus importante de 8 ans de 2013 à 2020 à Nancy. Les simulations incluent également les effets de dépôt de poussière sur le panneau et le phénomène de vieillissement des cellules tels que présentés dans le chapitre 3. L'effet de la poussière sur la production électrique est particulièrement marqué pour la ville de Las Vegas où les précipitations sont particulièrement faibles. Ces résultats sont prometteurs pour évaluer la production électrique pour un panneau installé à un endroit donné et sur des périodes de temps très larges, par exemple sur 25 ans soit la durée de vie typique d'un panneau photovoltaïque.

### 5.2.1. Intégration temporelle

L'objectif est d'intégrer la puissance électrique pour obtenir l'énergie produite par un panneau photovoltaïque sur de longues périodes de temps en utilisant le modèle Monte Carlo décrit dans le chapitre 4 dans la section 4.3. L'estimation de l'énergie obtenue est comparée avec la prédiction donnée par le portail PVGIS<sup>1</sup>. Cet outil est capable de prédire la production électrique pour un endroit donné sur une année avec le détail mensuel. Nous appliquons d'abord le modèle de Monte Carlo pour le mois de juin 2022 à Nancy en utilisant les données météorologiques locales. Ensuite, le modèle est appliqué pour une année complète, l'année 2019, toujours à Nancy en utilisant des données météorologiques fournies par le laboratoire américain NREL.

La production d'énergie est obtenue par l'intégration de la puissance électrique sur un intervalle temporel défini par les instants  $t_{start}$  et  $t_{end}$ . La température apparaissant dans la formule de la puissance électrique est prise comme la température en face arrière du panneau, seule température accessible aisément expérimentalement. Les autres paramètres des simulations sont les données météorologiques (rayonnement solaire dans le plan du panneau, vitesse de l'air, température de l'air, températures du sol et de la voûte céleste, taux d'encrassement du panneau) et les paramètres physiques du panneau photovoltaïque obtenus d'après la fiche constructeur.

La production électrique est donnée par l'équation :

$$E_{\text{elec}} = \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{end}}} \mathrm{d}\tau \mathcal{P}_{\text{elec}}(\tau) = \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{end}}} \mathrm{d}\tau \eta_{\text{ref}} \left[ 1 - \beta_{\text{ref}}(T_{\text{pv,cells}}(\tau) - T_{\text{ref}}) \right] \mathrm{SR}(\tau) \phi_u^{s,\text{abs}}(\tau) A_{pv} \quad (5.1)$$

où  $\mathcal{P}_{elec}$  est la puissance électrique et SR( $\tau$ ) est le coefficient de dépôt de poussière entre 0 (couverture totale) et 1 (aucun dépôt de poussière) déterminé d'après l'équation (3.106) et utilisé comme un paramètre d'entrée des simulations.

L'équation (5.1) peut être interprétée de façon probabiliste en introduisant une densité de probabilité sur la variable temporelle.

$$E_{\text{elec}} = \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{end}}} d\tau p_{\mathcal{T}}(\tau) \left[ \frac{\eta_{\text{ref}} \left[ 1 - \beta_{\text{ref}} (T_{\text{pv,cells}}(\tau) - T_{\text{ref}}) \right] \text{SR}(\tau) \phi_{u}^{s, \text{abs}}(\tau) A_{pv}}{p_{\mathcal{T}}(\tau)} \right]$$
$$= \mathbb{E} \left[ \mathcal{E} \right] \tag{5.2}$$

où  $\mathcal{E}$  est la variable aléatoire pour évaluer la production électrique. Grâce au principe de *double* randomization explicité dans le chapitre 3, il est possible d'évaluer l'énergie produite en un seul algorithme de Monte Carlo par le principe de *double randomization* alors que  $\mathcal{E}$  est une fonction de  $\mathbb{E}\left[T_{\text{pv,cells}}(\tau)\right]$  et que  $T_{\text{pv,cells}}(\tau)$  s'évalue également par une formulation Monte Carlo avec le temps  $\tau$  échantillonné au début de l'algorithme. L'algorithme permettant d'évaluer l'énergie produite (5.3) est décrit par l'équation :

$$\mathcal{E} = \mathbb{E}\left[\frac{\eta_{\text{ref}}\left[1 - \beta_{\text{ref}}(\mathbb{E}\left[T_{\text{pv,cells}}(\tau)\right] - T_{\text{ref}})\right] \text{SR}(\tau) \phi_{u}^{s,\text{abs}}(\tau) A_{pv}}{p_{\mathcal{T}}(\tau)}\right]$$
(5.3)

#### 5.1 Installations photovoltaïques dans le désert du Nevada

Les systèmes solaires se sont très fortement développés dans l'état du Nevada (États-Unis) car les conditions d'ensoleillement y sont très favorables et la politique locale (*Renewable Portfolio Standard*) est d'avoir au moins 50% de la production d'énergie à l'aide de sources renouvelables. De plus, la région offre de vastes étendues planes propices à l'installation de grandes centrales solaires. La plus grande installation photovoltaïque dans le désert du Nevada s'appelle *Copper Mountain* avec environ 800 MW<sub>c</sub> installés. La construction a débuté en 2010 et l'ensemble de l'installation s'étend sur 1600 hectares. L'énergie produite annuellement est de l'ordre de 1300 GW · h.



Fig. 5.2. : Photographie d'une des installations de la centrale *Copper Mountain* dans le désert du Nevada (États-Unis).

Algorithme 5 : Description de l'algorithme Monte Carlo permettant d'estimer la production électrique d'un panneau photovoltaïque par l'intégration de la puissance électrique, elle-même fonction de la température du panneau.

1 Échantillonner  $\tau$  selon la densité de probabilité  $p_{\mathcal{T}}$ 

2 Initialiser  $t = \tau$ 3 if  $\phi_u^s(\tau) = 0$  then 4  $\ m = 0$ 5 else 6  $\ \text{Évaluer } T_{\text{pv,cells}}(\tau)$  selon les algorithmes 1 et 2 7  $\ m = \frac{\eta_{\text{ref}} [1 - \beta_{\text{ref}}(T_{\text{pv,cells}}(\tau) - T_{\text{ref}})] \text{SR}(\tau) \phi_u^{s,\text{abs}}(\tau) A_{pv}}{p_{\tau}(\tau)}$ 

La densité de probabilité  $p_T$  permettant d'échantillonner le temps peut être choisie arbitrairement. En première approche, une densité de probabilité uniforme (5.4) sur l'intervalle  $t_{\text{start}}$  et  $t_{\text{end}}$ a été utilisée. Ce choix n'est bien évidemment pas optimal d'un point de vue temps de calcul car les instants sont alors échantillonnés indifféremment la nuit et le jour. Or la production électrique est nulle la nuit ce qui entraîne un nombre conséquent de réalisations pour lesquelles le poids est simplement zéro. Ceci a pour conséquence d'augmenter le nombre de réalisations nécessaires pour obtenir un écart-type donné (inférieure à 1 kWh par exemple). Ainsi, en utilisant une probabilité uniforme, il faut un million de réalisations de Monte Carlo pour atteindre un écart-type de 1 kWh. Même si le temps de calcul pour cette application n'est que de quelques minutes, il est intéressant de chercher à minimiser le nombre de réalisations nécessaires pour obtenir ce même écart-type. Pour ce faire, il nous faut optimiser la densité de probabilité. Une nouvelle PDF est définie en utilisant la distribution du rayonnement solaire incident sur le panneau ( $\phi_u^{s,abs}$ ) par l'équation :

$$p_{\mathcal{T}}(\tau) = \frac{1}{t_{\text{end}} - t_{\text{start}}}$$
(5.4)

$$p_{\mathcal{T}}(\tau) = \frac{\phi_u^{s,\text{abs}}(\tau)}{\int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{end}}} dt' \phi_u^{s,\text{abs}}(t')}$$
(5.5)

Les fonctions cumulées du rayonnement solaire par rapport au temps sont montrées sur la figure 5.3 pour les villes de Nancy et de Las Vegas en 2019. Seules les valeurs strictement positives du rayonnement solaire dans le plan d'incidence ont été conservées pour obtenir ces distributions. Les distributions présentent un comportement caractéristique d'une distribution selon une loi bêta (courbes en noire sur la figure 5.3). Pour le cas de Las Vegas, la distribution est très proche d'une distribution uniforme. Ceci s'explique par la distribution assez uniforme tout au long de l'année 2019 alors que ce n'est pas le cas à Nancy avec une forte baisse du rayonnement solaire au cours de la saison hivernale. Dans les deux cas, les CDF obtenues empiriquement pour les deux sites sont inversées et interpolées numériquement pour échantillonner les temps selon ces distributions dans l'algorithme de Monte Carlo. L'expression de l'énergie sous forme intégrale est donnée par l'équation :

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Lien vers *Photovoltaic Geographical Information System* (PVGIS)



FIG. 5.3. : Fonction de distribution cumulative (cumulative density function - CDF) du rayonnement solaire dans le plan d'incidence du panneau par rapport au temps durant l'année 2019 pour les villes de Nancy et Las Vegas.

$$E_{\text{elec}} = \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{end}}} d\tau p_{\mathcal{T}}(\tau) \mathcal{H}(\phi_{u}^{s,\text{abs}}(\tau) > 0) w$$
(5.6)  
où  $w = \eta_{\text{ref}} \left[ 1 - \beta_{\text{ref}}(T_{\text{pv,cells}}(\tau) - T_{\text{ref}}) \right] \text{SR}(\tau) A_{pv} \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{end}}} dt' \phi_{u}^{s,\text{abs}}(t').$ 

## 5.2.2. Évaluation des dépôts de poussière pour Nancy et Las Vegas

Le modèle de dépôt de poussière présenté dans le chapitre 3 (voir section 3.4.6) est appliqué pour les villes de Nancy et de Las Vegas pour l'année 2019. En particulier, le ratio de dépôt de poussière (SR) est pré-calculé afin d'être exploité comme paramètre d'entrée de la simulation Monte Carlo.

Les données de particules en suspension pour les États-Unis sont obtenues à partir du site de l'*United States Environmental Protection Agency*<sup>2</sup>. Pour la France, le portail Geodair<sup>3</sup> a été utilisé pour les données en PM10 et PM2,5. Sur les figures 5.4a et 5.5a, les précipitations cumulées sont représentées pour les villes de Nancy et Las Vegas. Comme attendu, les précipitations sont peu nombreuses et très faibles en intensité dans le désert du Nevada ce qui favorise le dépôt de

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>https://www.epa.gov/pm-pollution

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>https://www.geodair.fr/



(b) Précipitations (ligne verte) et taux d'encrassement simulé par le modèle de Coello (ligne bleue).

FIG. 5.4. : Taux de dépôt de poussière simulé par le modèle de Coello pour Nancy en 2019. Le seuil de remise à zéro du taux de dépôt de poussière est fixé à  $0,3 \text{ mm} \cdot d^{-1}$ . Cette valeur est choisie en accord avec la littérature (BESSA et al. [1]).

poussière sur les panneaux installés à cet endroit. L'évolution du *soiling ratio* est représenté sur la figure 5.4 pour Nancy et sur la figure 5.5 pour Las Vegas. En effet, il n'y a presque aucune précipitation de mi-juin à mi-septembre et le coefficient de dépôt de poussière chute à un minimum de 0, 7. En comparaison, l'année 2019 à Nancy est assez représentative des précipitations habituelles. En conséquence, le ratio de dépôt de poussière est souvent remis à zéro et ne descend pas en-dessous de 0,91.

## 5.2.3. Production électrique pour le mois de juin 2022

Le mois de juin 2022 a été choisi pour comparer les mesures de production électrique avec les estimations par la méthode de Monte Carlo ainsi qu'avec les évaluations fournies par le portail PVGIS. Les données utilisées en entrée du code Monte Carlo proviennent des stations météorologiques présentes sur site. Les données mesurées expérimentalement sur la plateforme indiquent une production électrique de 51,26 kWh à partir des mesures de puissance électrique du côté DC de l'installation photovoltaïque. L'application de la méthode de Monte Carlo permet d'obtenir une estimation de 51,1 kWh ± 0,33 kWh sans prendre en compte les éventuels dépôts de poussière et 50,7 kWh ± 0,33 kWh en les prenant en considération. L'outil PVGIS permet également d'obtenir une estimation de l'énergie produite sur le site en renseignant la puissance installée, l'angle d'inclinaison et l'orientation du panneau et le type de montage de panneau (au sol ou en toiture). Pour le mois de juin, PVGIS indique une production de 40,45 kWh. Il est à noter que le portail PVGIS fournit une estimation pour le côté AC de l'installation photovoltaïque. En prenant en considération l'efficacité de conversion du courant continu vers le courant alternatif des micro-onduleurs installés sur la plateforme expérimentale (micro-onduleur IQ7+ de la marque Enphase), il est possible d'obtenir une estimation de l'énergie produite expérimentalement du côté AC. D'après la fiche constructeur du micro-onduleur, le rendement de conversion de ce dernier est de 97 %. Ainsi, l'estimation de Monte Carlo correspondante est de 49,6 kWh ± 0,33 kWh (respectivement 49,2 kWh ± 0,32 kWh) sans prendre en compte le dépôt de poussière (respectivement avec l'activation du dépôt de poussière). Une autre source d'information pour cette production électrique provient du portail Enphase permettant de monitorer l'installation photovoltaïque expérimentale. D'après ce dernier, la production électrique AC au mois de juin 2022 est de 47,7 kWh.

En conclusion, les résultats obtenus par le modèle électrique du côté DC de l'installation sont en très bon accord avec les mesures expérimentales. En effet, une différence de seulement 1,5 kWh est observée après conversion de DC vers AC. Cette différence inférieure à 2 kWh peut être expliquée par plusieurs facteurs : en premier lieu par la consommation électrique du système d'acquisition du côté AC de l'installation qui consomme environ 2 kWh par mois. Une autre cause possible est la perte dans les câbles électriques entre le micro-onduleur et le système d'acquisition AC (Envoy-S Metered de la marque Enphase).

### 5.2.4. Production électrique annuelle et analyse mensuelle

L'objectif est d'estimer l'énergie produite sur une année complète pour un panneau de 310 W placé à Nancy et à Las Vegas. Les données météorologiques sont issues du laboratoire NREL. Les rayonnements global, diffus et direct sont utilisés pour calculer le rayonnement incident dans le plan d'incidence du panneau pour une inclinaison de 30° et une orientation sud. Les données de vitesse du vent et de température d'air sont également présentes dans le fichier météorologique. Le taux de dépôt de poussière est pré-calculé avant la simulation Monte Carlo à partir des relevés de précipitations et des données de particules en suspension dans l'air. La formule donnée par l'équation (1.7) est utilisée pour évaluer la température de ciel.

En utilisant la distribution cumulée décrite par l'équation (5.6) et tracée sur la figure 5.3, l'énergie électrique est estimée pour Nancy avec un écart-type de 0,89 kWh avec seulement

10000 réalisations de Monte Carlo. Cela implique que le nombre de réalisations nécessaires pour obtenir un écart-type inférieur à 1 kWh a été divisé par 100 par rapport à un échantillonnage des instants par une loi uniforme. Le même résultat est observé pour la ville de Las Vegas même si le rayonnement est par nature distribué de façon relative uniforme sur l'année. Dans les deux cas, cet échantillonnage selon la densité de probabilité (5.6) est très favorable.

Le modèle Monte Carlo évalue la production d'énergie annuelle à 329,1 kWh avec un écarttype de 0,43 kWh avec activation de la présence de poussière sur le panneau dans la simulation. Pour la même situation sans prise en compte du dépôt de poussière, la production est évidemment plus importante et atteint 335 kWh pour un écart-type de 0,44 kWh. En considérant un facteur de conversion du DC au AC de 97 %, l'énergie du côté alternatif est estimée à 319,23 kWh pour le cas avec poussière et à 325 kWh sans poussière. En ce qui concerne le portail PVGIS, la production annuelle est attendue à 334,86 kWh avec une variabilité inter-annuelle de 17,34 kWh. Pour l'estimation PVGIS, la configuration *Building integrated* a été sélectionnée.

Pour le cas du panneau au Nevada, les simulations Monte Carlo ont également été effecutées sur l'année 2019. L'énergie annuelle estimée par Monte Carlo est de 569,5 kWh avec un écarttype de 0,82 kWh avec poussière et 633,5 kWh sans dépôt de poussière. Comme attendu, le panneau placé au Nevada bénéficie d'un éclairement bien plus important et produit donc presque deux fois plus d'énergie que celui implanté à Nancy. Ceci est tout à fait cohérent avec la relation linéaire liant la production électrique et le rayonnement solaire reçu. En effet, Las Vegas bénéficie sur l'année 2019 de 2428,37 kWh de rayonnement solaire cumulé alors qu'il est seulement de 1237,92 kWh à Nancy. Un autre résultat notable est l'effet de la prise en compte du dépôt de poussière pour le panneau à Las Vegas. Avec des épisodes pluvieux beaucoup moins fréquents et intenses, les périodes de dépôt de poussière sont bien plus longues ce qui résulte en une diminution significative du rayonnement solaire effectivement converti en énergie électrique.

L'effet du dépôt de poussière est relativement limité à Nancy avec seulement 6 kWh de différence entre les configurations avec et sans (voir la figure 5.6a). Ceci s'explique par la présence de nombreux épisodes pluvieux et les intensités permettant de dépasser le seuil à partir duquel le panneau est considéré comme nettoyé. Pour le panneau placé à Las Vegas, l'effet est très clairement visible sur les mois de juillet, août, septembre (voir la figure 5.6b pour Las Vegas). Dans cette région, le dépôt de poussière constitue véritablement une problématique à part entière et peut entraîner des pertes importantes sur la production énergétique car ce sont généralement lors des mois d'été que la production est maximale (KIMBER et al. [2]) . Dans ce cas, le champ photovoltaïque est dans un fonctionnement dégradé dans lequel les précipitations faibles et peu intenses ne permettent pas de recouvrer l'intégralité de la production à la puissance crête.

Enfin, un dernier effet visible sur les figures 5.7a et 5.7b est celui de la température du panneau sur la production électrique. En effet, pour les mois les plus chauds, on constate que l'énergie produite passe au même niveau, voire légèrement en-dessous, de l'énergie solaire incidente alors qu'elle est systématiquement au-dessus pour les autres mois. Ce phénomène est observé pour les deux villes sélectionnées mais avec un impact plus marqué pour Las Vegas où les températures atteintes sont bien plus importantes et donc l'effet négatif de la température sur le rendement électrique également.

### 5.2.5. Production électrique sur plusieurs années

Pour terminer cette partie d'évaluation de la production électrique par la méthode de Monte Carlo, cette quantité est évaluée sur plusieurs années. Plus précisément sur une période de huit ans de 2013 à 2020. Les données météorologiques sont présentées sur la figure 5.8. Les données de rayonnement global horizontal, de température d'air, de vitesse du vent, de précipitations proviennent de la station Météo France et les données de particules en suspension du portail Geodair. En utilisant seulement 10000 réalisations de Monte Carlo, soit le même nombre que dans les parties précédentes à différentes échelles temporelles, il est possible d'évaluer la production électrique en intégrant les phénomènes de dépôt de poussière et de vieillissement du panneau sans faire aucune hypothèse sur la finesse des données en entrée de la simulation. L'écart-type obtenu est alors inférieur à 10 kWh.

Avec la prise en compte de la poussière et du vieillissement du panneau à partir de la troisième année comme décrit dans le chapitre 3, l'énergie électrique est estimée à 3159,8 kWh avec un écart-type de 10,8 kWh. En retirant l'effet du vieillissement du panneau dans la simulation, l'énergie estimée est de 3336,9 kWh avec un écart-type de 11,4 kWh. Par conséquent, la production est inférieure de 5 % si le viellissement est pris en compte pour la période s'étendant de 2013 à 2020.

La simulation est effectuée pour seulement huit années car les données de particules en suspension dans l'air ne remontent pas avant 2013 sur le portail Geodair. Cependant, l'évaluation de l'énergie sur des périodes plus étendues à partir de données sur plusieurs dizaines d'années (par exemple obtenues à l'aide d'un *GCM* : General Circulation Model) ne poserait aucun problème particulier. Dans le cas présent, le temps de calcul est de seulement 7 secondes pour 10000 réalisations. Par conséquent, il est possible d'évaluer la production d'énergie photovoltaïque en conditions réelles de fonctionnement en exploitant des données d'entrée aussi complètes que possible tout en maintenant un temps de calcul constant.



(b) Précipitations (ligne verte) et taux d'encrassement simulé par le modèle de Coello (ligne bleue).

FIG. 5.5. : Taux de dépôt de poussière simulé par le modèle de Coello pour Las Vegas en 2019. Le seuil de remise à zéro du taux de dépôt de poussière est fixé à  $0,3 \text{ mm} \cdot d^{-1}$ . Cette valeur est choisie en accord avec la littérature (BESSA et al. [1]).



(b) Nevada in 2019

FIG. 5.6. : Comparaison de la production photovoltaïque mensuelle et de l'énergie solaire reçue pour les villes de Nancy et Las Vegas en 2019. Graphiquement, la production d'énergie dépasse l'énergie solaire incidente pour la plupart des mois excepté pour les mois de juillet, août et septembre. Cette observation met en avant l'effet négatif de la température sur l'efficacité électrique du panneau au cours de la saison estivale.



FIG. 5.7. : Comparaison des résultats pour les villes de Nancy et Las Vegas avec et sans prise en compte du dépôt de poussière.



FIG. 5.8. : Données météorologiques pour la simulation Monte Carlo de la production d'énergie sur une période de huit ans.

## 5.3. Modèle du bâtiment : une estimation des besoins en chauffage et climatisation

Comme mentionné dans l'introduction générale, l'installation de panneaux photovoltaïques en toiture de bâtiment est particulièrement intéressante du point de vue de l'optimisation de l'emprise au sol et de la proximité avec les lieux de consommation. D'après Bódis et al. [3], l'exploitation des toitures dans l'Union Européenne par des panneaux photovoltaïques pourrait produire jusqu'à 680 TWh d'électricité par an ce qui représente tout de même 24,4 % de la consommation annuelle de l'Union Européenne. Par ailleurs, l'installation de champs photovoltaïques en toiture s'est fortement développée ces dernières années, notamment via deux types de solutions : les Building Applied Photovoltaics (BAPV) et les Building Integrated Photovoltaics (BIPV). Les premiers consistent en l'installation sur le bâti existant sans participer activement à la construction alors que les seconds sont des bâtiments pour lesquels les technologies photovoltaïques font partie intégrante des matériaux de construction et de l'isolation. De plus, on voit apparaître de plus en plus fréquemment des panneaux photovoltaïques en facade. Cependant, l'ajout dans le cas des BAPV ou l'intégration dans le cas des BIPV de panneaux photovoltaïques agit souvent comme un masque radiatif et aéraulique pour le bâtiment sous-jacent. Par ce biais, le bilan d'énergie du bâtiment se voit modifié et les besoins en chauffage et climatisation peuvent être différents d'un bâtiment sans installation photovoltaïque. D'après la littérature (WANG, WANG et LIU [4], SHEIKH et al. [5] et ALASADI, CHOI et MULFORD [6]), la présence d'un champ photovoltaïque en toiture a tendance à diminuer les besoins de climatisation en été et à augmenter légèrement les besoins en chauffage en hiver avec un bilan globalement positif pour le bâtiment. Dans Dominguez, Kleissl et Luvall [7], il a été observé une réduction de la température de surface de l'ordre de 2,5 °C sous les panneaux en comparaison d'un endroit de la toiture sans panneau à San Diego. En journée, le flux conduit dans la toiture du bâtiment est fortement réduit par la présence des panneaux. En revanche, la nuit la tendance s'inverse et la température sous panneau est plus élevée. Pour ce qui est des besoins en énergie du bâtiment, la présence d'un champ photovoltaïque réduit de 38 % la consommation en climatisation annuelle et n'a pas d'effet négatif sur la consommation de chauffage. De plus, l'effet de lissage thermique rendu possible par la couverture radiative du champ photovoltaïque peut bénéficier au confort dans le bâtiment.

La méthode de Monte Carlo ayant montré des intérêts évidents dans la prise en compte de phénomènes couplés et en géométrie complexe, il nous paraît intéressant d'appliquer ce type d'approche à l'échelle bâtiment. Des résultats récents (VILLEFRANQUE et al. [8], IBARRART, BLANCO, CALIOT et al. [9] et TREGAN, AMESTOY, BATI et al. [10]) ont montré les avantages de la méthode de Monte Carlo pour ce type d'applications, notamment en environnement urbain : renouvellement des images physiques, insensibilité au temps de calcul et au domaine d'intégration du problème, insensibilité au nombre de phénomènes couplés, insensibilité à la complexité géométrique aux échelles spatiales et temporelles.

L'objectif du modèle présenté ici est d'estimer le besoin en énergie d'un bâtiment en chauffage et climatisation afin de maintenir une température cible pour l'air se trouvant dans la pièce principale de ce bâtiment. L'énergie nécessaire à apporter au bâtiment pour respecter cette température cible est obtenue par l'intégration temporelle de la puissance par la technique de *double randomization* (MAIRE et NGUYEN [11] et Bossy et al. [12]). Deux configurations sont étudiées :

• une toiture classique composée d'une dalle en béton avec et sans panneaux ;

• une toiture classique surmontée d'une toiture végétale extensive composée de deux couches, une première couche de substrat et une seconde couche de végétation avec des propriétés thermiques équivalentes, avec et sans panneaux.

Les simulations sont menées pour différents endroits dans le monde avec des climats différents : Reykjavik (Islande), Las Vegas (États-Unis), Le Cap (Afrique du Sud), Melbourne (Australie) et Nancy (France).

Enfin, un réseau de neurones de type FeedForward Artificial Neural Network (*FANN*) est implémenté pour exploiter les informations obtenues au cours des chemins aléatoires de l'algorithme de Monte Carlo. Pour chaque chemin, la puissance estimée et les paramètres météorologiques initiaux sont stockés et utilisés pour entraîner le réseau. L'évolution temporelle de la puissance totale (chauffage et climatisation) du bâtiment est obtenue par une fonction à paramètres multiples et déterminée implicitement par l'entraînement du réseau de neurones à l'aide des paramètres météorologiques. En dernier lieu, la puissance est intégrée temporellement afin de trouver l'énergie et les résultats du réseau de neurones sont comparés avec les points de référence obtenus par l'algorithme de Monte Carlo.

## 5.3.1. Configuration étudiée

La configuration étudiée pour le bâtiment est une toiture plane avec une hauteur de bâtiment de 3 m et une surface carrée de 10 m de côté. L'épaisseur des murs est de 0,2 m. Les murs et le sol du bâtiment sont supposés en béton. Les deux couches supplémentaires pour la configuration *toiture végétale* représentent le substrat et la végétation. Les propriétés thermiques des couches pour la toiture végétale sont données dans le tableau 5.2.

TAB. 5.2. : Propriétés thermiques de la structure toiture végétale extensive.

Paramètres thermiques	Couche de végétation	Couche de substrat	Couche de béton
$\lambda (\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1})$	0,3	1	1
$\rho (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	582	1200	1700
$C_p (\mathbf{J} \cdot \mathbf{kg}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1})$	4800	840	840
Épaisseur (m)	0,06	0,1	0,15



(a) Géométrie du bâtiment pour la configuration *toi*-(b) Configuration du bâtiment pour la configuration *toiture béton. toiture végétale.* 

FIG. 5.9. : Géométrie du bâtiment étudié dans les configurations toitures *béton* et *végétale* avec présence du champ photovoltaïque.

Le champ photovoltaïque est visible sur la figure 5.9 et couvre la quasi-totalité de la toiture. Il agit donc comme un masque solaire et aéraulique pour le bâtiment. Ce champ photovoltaïque est composé de 7 rangées comprenant chacune 5 panneaux soit un total de 35 panneaux. Les dimensions des panneaux sont standards avec une largeur de 1,6 m et une largeur de 1 m et ils sont disposés en orientation *paysage*. La hauteur du bas des panneaux par rapport à la surface de la toiture est fixée à 0,5 m ce qui est aussi classique pour une configuration de ce type en toiture. Dans ce travail, les panneaux sont orientés vers le sud en fonction du lieu étudié par la suite et l'inclinaison des panneau est de 30°.

La température dans la dalle du plancher du bâtiment est fixé à 17 °C. En toute rigueur, cette température devrait dépendre du lieu d'implantation du bâtiment et de la profondeur dans le sol et pourrait donc faire lieu d'une discussion plus approfondie. Notre objectif n'étant pas de développer un modèle précis de la température dans un sol, nous faisons l'hypothèse de 17 °C quelque soit le lieu étudié. En effet, il s'agit ici de démontrer le principe de la méthode et cela ne poserait pas de difficulté majeure de considérer une température plus en profondeur dans le sol qui serait effectivement stable dans le temps, avec une valeur dépendant du lieu considéré. La température cible pour l'air dans le bâtiment est fixé à 19 °C. Pour les transferts convectifs à l'intérieur de la pièce du bâtiment, la valeur de  $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  est sélectionnée et représente ce qui se fait classiquement pour la thermique du bâtiment. En extérieur, le coefficient d'échange convectif est calculé par la formule de MacAdams (MCADAMS [13]) et est donnée par l'équation :

$$h_{\rm cv}^{\rm out} = 3,8v_w + 5,7 \tag{5.7}$$

où  $v_w$  est la vitesse du vent en m  $\cdot$  s<sup>-1</sup>.

### 5.3.2. Description du modèle

Dans ce travail, la méthode de Monte Carlo est utilisée pour évaluer la puissance à apporter au bâtiment à un instant donné et le réseau de neurones permet d'exploiter ces informations afin d'obtenir une régression non-linéaire de plusieurs paramètres. La formulation Monte Carlo proposée à plusieurs avantages dans ce cadre :

- Gestion d'une géométrie 3D aussi complexe que souhaitée pour le bâtiment et son environnement avec une insensibilité sur le temps de calcul. La géométrie utilisée ici est très simple mais sa complexification ne poserait pas de problème particulier (SANS et al. [14]).
- Aucune hypothèse n'est faite sur les températures des parois (murs latéraux et toiture), notamment sur l'homogénéité. La méthode de Monte Carlo de type point sonde permet de prendre en charge toute la complexité spatiale sans faire d'hypothèse forte.
- La méthode de Monte Carlo a déjà prouvé ses intérêts dans la gestion de problèmes où des phénomènes intermittents sont considérés et où l'énergie solaire est mise en jeu (FARGES et al. [15]). Elle a également été éprouvée plus récemment sur des problématiques en milieu urbain et a démontré un succès certain (VILLEFRANQUE et al. [8]).

Dans la section 5.3.2.1, nous décrivons l'approche Monte Carlo permettant de résoudre le modèle thermique du bâtiment et d'évaluer l'énergie de chauffage et de climatisation par intégration de la puissance. Les premiers tests effectués sur des configurations simplifiées ont démontré la praticabilité de la méthode. Cependant, des validations plus générales seront menées suite à ce
travail de thèse pour valider l'évaluation par Monte Carlo de la puissance présentant une nonlinéarité avec la fonction de Heaviside.

#### 5.3.2.1. Modèle thermique interprété par la méthode de Monte Carlo

La quantité exprimée de façon probabiliste par la méthode de Monte Carlo est la puissance à fournir au bâtiment pour ses besoins en chauffage et climatisation pour maintenir la température de l'air dans la pièce du bâtiment à la température de consigne ( $T_{target}$ ) de 19 °C. La puissance totale (notée P(t)), c'est-à-dire la somme de la puissance de chauffage et de climatisation, est calculée directement et est ensuite intégrée temporellement afin d'obtenir un besoin en énergie (notée  $E_{totale}$ ) (5.9). Cette puissance est calculée à partir de l'écart de température entre la température de surface dans le bâtiment  $T_w(\mathbf{x}, t)$ .

$$P(t) = \mathbb{E}[\mathcal{P}(t)]$$
  
=  $\int_{\partial S} dSp_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \left[ \mathcal{H}(T_w(\mathbf{x}, t) < T_{\text{heating}}) h_{\text{cv}}^{\text{in}}(T_{\text{heating}} - T_w(\mathbf{x}, t)) + \mathcal{H}(T_w(\mathbf{x}, t) > T_{\text{cooling}}) h_{\text{cv}}^{\text{in}}(T_w(\mathbf{x}, t) - T_{\text{cooling}}) \right]$  (5.8)

où  $T_{\text{target}}$  est la température de consigne dans le bâtiment où l'air est considéré parfaitement mélangé,  $T_{\text{cooling}}$  est la température limite à partir de laquelle il est considéré nécessaire d'activer la climatisation,  $T_{\text{heating}}$  est la température en-dessous de laquelle il est considéré nécessaire d'activer le chauffage,  $T_w(\mathbf{x}, t)$  est la température de surface dans la pièce à la position  $\mathbf{x}$  et au temps t,  $p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$  est la densité de probabilité permettant d'échantillonner une position aléatoire sur la surface de la pièce (murs, plafond et sol). La température  $T_w(\mathbf{x}, t)$  s'exprime également de façon probabiliste comme l'espérance d'une variable aléatoire notée  $\Theta(\mathbf{x}, t)$  par le principe de *double randomization* (MAIRE et NGUYEN [11] et Bossy et al. [12]), un seul algorithme de Monte Carlo permet d'exprimer les quantités P(t) et  $E_{\text{totale}}$ .

$$E_{\text{totale}} = \mathbb{E}[\mathcal{E}] = \int_{t_I}^{t_F} d\tau p(\tau) \mathcal{P}(\tau)$$
(5.9)

où p est la densité de probabilité pour échantillonner un temps aléatoire dans l'intervalle  $[t_I, t_F]$ où  $t_I$  et  $t_F$  sont les temps initial et final de la chronique des fichiers météorologiques. Dans ce travail, la probabilité p est choisie uniforme mais pourrait très bien être modifiée et/ou optimisée en fonction du problème (par exemple si seul le besoin de chauffage doit être évalué, cette probabilité pourrait être construite de telle sorte à échantillonner majoritairement les journées froides et avec peu d'apport solaire).

Il est important de noter que dans l'équation (5.8), la fonction de Heaviside apparaît avec un test sur la température  $T_w(\mathbf{x}, t)$  pour distinguer les instants de chauffage et de refroidissement. La fonction de Heaviside étant une fonction échelon, et donc par conséquent une fonction *non-linéaire*, la puissance P(t) est également une fonction non-linéaire et son estimation devrait en toute rigueur faire intervenir des techniques particulières dans le cadre de la méthode de Monte Carlo. Dans les applications qui nous intéressent ici, le traitement de cette estimation par la méthode de Monte Carlo sans faire intervenir ces techniques de gestion de la non-linéarité ont fourni de bons résultats. Plusieurs tests ont été effectués sur des cas particuliers pour des configurations simplifiées et nous ont amené à un certain niveau de confiance sur notre approche et sur la robustesse de la méthode. En effet, l'intégration de la puissance afin d'obtenir l'énergie a été obtenue par la méthode de Monte Carlo et par des calculs analytiques. Nous avons observé

une très bonne concordance entre les résultats. Suite à ce travail de thèse, de plus amples vérifications et validations dans des cas plus généraux seront effectuées afin d'éprouver la méthode sur ce type de non-linéarités, non-linéarités qui représentent un enjeu plus large dans le cadre de cette méthode stochastique.

Pour estimer la température  $T_w(\mathbf{x}, t)$ , un chemin démarre à la position aléatoire  $\mathbf{x}$  au temps t sur l'une des surfaces de la pièce et le chemin se poursuit en reverse en remontant le temps jusqu'à ce qu'une température connue soit trouvée. Il y a quatre issues possibles : la température de la condition initiale, la température de la dalle béton à 17 °C, la température cible de l'air à 19 °C ou la température de l'air en extérieur donnée par les données météorologiques. La figure 5.10 permet de visualiser la marche aléatoire utilisée pour estimer  $T_w(\mathbf{x}, t)$  et l'algorithme correspondant est présenté dans l'algorithme 6. L'algorithme de Monte Carlo développé permet le couplage de l'ensemble des transferts thermiques appliqués au bâtiment, la conduction thermique dans les murs, les transferts convectifs et radiatifs entre les différentes parois. Pour le transfert conductif, une marche aléatoire sur  $\delta$ -sphère est mise en place de manière similaire à ce qui a été présenté dans le chapitre 3. À chaque pas de la marche aléatoire en conduction, le temps courant est décrémenté d'une quantité dépendant des paramètres thermiques du matériau selon une loi exponentielle. Lorsque les surfaces solides du bâtiment sont rencontrées, l'écriture de la continuité des flux permet d'obtenir un couplage des chemins thermiques par conduction, convection et rayonnement (5.10). Les données météorologiques (rayonnement solaire global, température de l'air, vitesse du vent) sont appelées lorsque les chemins aléatoires rencontrent les interfaces solides du bâtiment qui sont en contact avec l'environnement extérieur. De plus, la position du soleil en fonction du lieu d'implantation du bâtiment est calculée au temps courant. Cela permet de prendre en compte les ombrages créés par les panneaux photovoltaïques sur la toiture mais également la contribution solaire sur les parois latérales du bâtiment.

$$T(\mathbf{y},t) = \mathbb{P}_{cd}T(\mathbf{y} - \delta_r \mathbf{n}, t) + \mathbb{P}_{cv}T_{air}(t) + \mathbb{P}_{rad}\int_{2\pi} dp_{\Omega}(\boldsymbol{\omega})T_{rad,-\boldsymbol{\omega}}(\mathbf{y}, t) + \frac{1}{\lambda/\delta + h_{cv} + h_{rad}}\int_{2\pi} dp_{\boldsymbol{\omega}}(\boldsymbol{\omega})|\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}|\mathcal{H}(\mathbf{y} \notin PV)\phi_{sun}(\mathbf{y}, t)$$
(5.10)

Dans l'équation (5.10), **n** désigne la normale à la paroi et orientée vers l'extérieur,  $\mathbb{P}_{cd}$ ,  $\mathbb{P}_{cv}$  et  $\mathbb{P}_{rad}$  sont les probabilités qui permettent de déterminer dans quel mode de transfert thermique les chemins se poursuivent : en conduction, en convection ou en rayonnement. Lorsqu'un chemin arrive à la surface de la toiture du bâtiment, une direction  $\omega$  est échantillonnée dans l'hémisphère à la paroi et un rayon est lancé dans cette direction. Si ce rayon intercepte un panneau photovoltaïque alors la contribution du flux solaire est nulle et la température radiative avec laquelle la toiture échange est la température du champ photovoltaïque. Dans le cas contraire, la contribution solaire est *vue* par la toiture et la température d'échange pour le flux radiatif est prise à la température du ciel.

#### 5.3.2.2. Interpolation par le FANN

À partir des simulations obtenues par l'algorithme de Monte Carlo présenté précédemment, l'objectif est d'exploiter ces résultats en mettant en place un outil pouvant rapidement, et de façon précise, estimer la quantité d'énergie de chauffage ou de climatisation à apporter au bâtiment en fonction des données météorologiques d'une année typique. Pour ce faire, un réseau de neurones de type *FANN* (*FeedForward Artificial Neural Network*) est utilisé et entraîné sur

Algorithme 6 : Algorithme Monte Carlo pour l'estimation de la température  $T_w(\mathbf{x}, t)$ .

1 Échantillonner un mur et une position  $x_1$  pour estimer  $T_w(x_1, t_1)$ 2  $x = x_1$  $3 t = t_1$ 4 w = 05 A = 0 (terme d'accumulation pour prendre en compte l'éventuelle contribution solaire) 6 while  $t > t_I$  do Échantillonner  $\tau$  selon une loi exponentielle dont le paramètre dépend des propriétés 7 thermiques du matériau :  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $C_p$  $t = t - \tau$ 8 if  $t < t_I$  then 9  $w = w + T_I(\mathbf{x}) + A$ 10 else 11 if  $\mathbf{x} == \mathbf{x}_1 \text{ or } \mathbf{x} == \mathbf{y}_1$  then 12 Calculer  $\mathbb{P}_{cd}$  et  $\mathbb{P}_{cv}$  selon l'équation de continuité (5.10) 13 Échantillonner r selon une probabilité uniforme entre 0 and 1 14 if  $r < \mathbb{P}_{cd}$  then 15  $x_1 = x_1 + \delta n$  (la marche aléatoire continue en conduction dans le solide) 16 else if  $r < \mathbb{P}_{cd} + \mathbb{P}_{cv}$  then 17 Évaluer A pour la contribution solaire selon l'équation (5.10)18  $w = w + T_{cv}(t) + A$ 19 else 20 Évaluer A pour la contribution solaire selon l'équation (5.10)21  $w = w + T_{rad}(\mathbf{x}, t) + A$ 22 end 23 else 24 Conduction dans le solide en utilisant une marche sur  $\delta$ -sphère 25 end 26 end 27 28 end



FIG. 5.10. : Géométrie du bâtiment vue en 2D et représentation de la marche aléatoire pour évaluer  $T_w(\mathbf{x}, t)$  dans l'algorithme de Monte Carlo.

les bases de données obtenues par les calculs de type point sonde de l'algorithme de Monte Carlo. Il a été démontré que ce type de réseau de neurones est capable de modéliser n'importe quelle fonction continue sur un intervalle de définition donnée (LESHNO et al. [16] et HORNIK, STINCHCOMBE et WHITE [17]). Le réseau de neurones est ensuite utilisé comme un modèle réduit du problème, problème qui dépend de nombreux paramètres indépendants entre eux. Le réseau est composé d'unités élémentaires (figure 5.11a) interconnectées et organisées en couches successives (figure 5.11b). Dans le cadre de ce travail, un réseau de neurones à une seule couche cachée est utilisé.



(a) Représentation d'un neurone simple.

(b) Diagramme d'un réseau à deux couches.

FIG. 5.11. : Représentation d'un neurone et réseau à deux couches.

La sortie de chaque neurone est calculée selon l'équation (5.11).

$$a = \sigma\left(\sum_{j} \omega_{j} x_{j} + b\right) = \sigma(z)$$
(5.11)

où  $\sigma$  la fonction d'activation du neurone,  $\omega_i$  et  $x_i$  sont le  $i^{\text{ème}}$  entrée et sortie, b est le biais et  $z = \sum_i \omega_j x_j + b$ . Pour des tâches de régression comme c'est le cas ici, les fonctions de type sig-

moïde sont particulièrement adaptées. Ici nous utilisons la fonction tangente hyperbolique pour la fonction d'activation. Le réseau final est composé d'une seule couche cachée à 25 neurones.

Pour l'entraînement du réseau, l'algorithme de Levenberg Marquardt est utilisé (HAGAN et al. [18]) en combinaison avec un processus de régularisation Bayésienne (FORESEE et HAGAN [19] et MACKAY [20]). Cette méthode est connue pour converger particulièrement rapidement mais requiert le calcul et l'inversion de la matrice Hessienne pour le jeu de données utilisé. Par conséquent, cette méthode est relativement coûteuse en temps de calcul en comparaison à d'autres méthodes et entraîne une limitation de la taille du jeu de données en entrée. La régularisation bayésienne est utilisée pour *guider* la phase d'apprentissage et permet de pénaliser les poids du réseau  $\omega_j$  qui sont trop élevés. Sans cette régularisation, la fonction coût (ici la valeur *MSE*), s'exprime selon l'équation (5.12).

$$C = E_d = \frac{1}{2N} \sum_{i} \left[ t(i) - a(i) \right]^2$$
(5.12)

où N est le nombre de jeux d'entraînement, t(i) est la  $i^{\text{ème}}$  sortie théorique (de la base de données de Monte Carlo) et a(i) la  $i^{\text{ème}}$  sortie du réseau de neurone.

Avec la régularisation bayésienne, la fonction coût s'exprime selon l'équation (5.13).

$$C = \alpha E_d + \beta E_w \tag{5.13}$$

avec  $E_W$  la somme des carrés des poids du réseau. Les hyper-paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont calculés durant l'algorithme de la manière suivante :

$$\alpha = \frac{\gamma}{2E_W}$$
(5.14) 
$$\beta = \frac{N_{\text{out}} - \gamma}{2E_D}$$
(5.15) 
$$\gamma = n - 2\alpha \operatorname{Tr} \{ He^{-1} \}$$
(5.16)

où n est le nombre total de paramètres,  $N_{out}$  le nombre de données de sortie dans le fichier d'entraînement,  $\gamma$  est le nombre effectif de paramètres. Cette quantité est également calculée durant l'algorithme grâce au paradigme bayésien et permet d'avoir une information sur le nombre de paramètres utiles pour la modélisation de la fonction de sortie. En d'autres termes, ce coefficient nous informe de la pertinence de la topologie du réseau utilisée et de façon implicite sur le nombre de neurones dans la couche cachée du réseau. La valeur du paramètre  $\gamma$  est calculée selon la trace de la matrice Hessienne  $\text{Tr}\{He^{-1}\}$  et s'adapte au jeu de données utilisé. Les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont aussi modifiés durant l'entraînement selon la base de données et de façon optimale. De cette manière, la méthode mise en place est facilement généralisable et peu sujette au surentraînement. Enfin, dans le cadre de la régularisation bayésienne, il est supposé que les sorties théoriques de la base de données obtenue par Monte Carlo sont réparties selon une fonction gaussienne. Bien que cette hypothèse soit généralement fausse, dans le cas de l'algorithme de Monte Carlo il s'agit d'une hypothèse vérifiée par construction et la régularisation bayésienne est parfaitement exploitable pour notre application sur la base de données générée. Cette méthode, c'est-à-dire la combinaison d'une méthode de Monte Carlo avec un réseau de neurones utilisant la régularisation bayésienne a déjà été utilisée avec succès pour calculer des flux thermiques dans des chambres de combustion pour des applications aéronautiques [21]. L'algorithme général permettant de résumer la mise en place du réseau de neurones est décrit dans l'algorithme 7.

#### Algorithme 7 : FAAN

1 Normalisation des données d'entraînement	
2 Initialisation aléatoire des paramètres	
3 while $Nb_{epoch} < criterion$ do	
4 <b>foreach</b> training set of the batch <b>do</b>	
5 FeedForward pass :	
6 Calcul de la sortie du réseau, de l'erreur associée et du vecteur de sensibilit	tés
$\delta^L$ sur la dernière couche	
7 Backward pass :	
8 Rétropropagation des sensibilités $\delta^l$ dans chaque couche $l$	
9 Calcul des matrices jacobienne et hessienne	
10 end	
11 foreach Paramètres dans chaque couche l do	
12 Mise à jour des poids et des biais	
13 Mise à jour des hyperparamètres $\alpha, \beta$ et $\gamma$	
14 end	
15 Répéter la procédure des points 3 et 4 pour chaque époque jusqu'à atteindre un	
critère de convergence	
16 end	

Le nombre maximal d'époque pour l'entraînement du réseau est fixé à 1000. Avant de procéder à l'entraînement, le jeu de données est normalisé entre –1 et 1 selon le minimum et le maximum de chaque paramètre des données d'entrée. Pour l'entraînement du réseau, le code développé est en language C et basé sur les algorithmes décrits dans HAGAN et al. [18]. L'entraînement du réseau est mené sur un ordinateur à quatre cœurs équipé d'un processeur Intel Core i5-8265U avec 15,5 Gb de RAM. La même configuration informatique est utilisée pour les simulations avec la méthode de Monte Carlo et la création de la base de données pour le réseau de neurones.

#### 5.3.2.3. Résultats et conclusions

Les données météorologiques sont extraites de la National Solar Radiation Database (NSRDB<sup>4</sup>) du laboratoire NREL laboratory de la plateforme Photovoltaic Geographical Information System (PVGIS<sup>5</sup>) au pas de temps horaire. Les données fournies et exploitées à partir de ces données sont : le rayonnement solaire global horizontal ( $W \cdot m^{-2}$ ), la vitesse du vent ( $m \cdot s^{-1}$ ) et la température de l'air (°C). La position du soleil est calculée à partir de l'élévation et de l'azimut (encart 5.2), deux angles obtenus en utilisant la bibliothèque de calcul Python pvlib<sup>6</sup>. Les paramètres météorologiques sont présentés pour les villes de Las Vegas, Le Cap et Nancy sur la figure 5.12.

La puissance totale pour couvrir les besoins en chauffage et climatisation du bâtiment est estimée par l'algorithme de Monte Carlo en utilisant une année météorologique typique (*TMY* pour *Typical Meteorological Year*) issue des bases de données citées précédemment. Ensuite,

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>NSRDB:https://nsrdb.nrel.gov/

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>PVGIS:https://re.jrc.ec.europa.eu/pvg\_tools/fr/

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>pvlib:https://pvlib-python.readthedocs.io/en/stable/



FIG. 5.12. : Données météorologiques (rayonnement solaire global horizontal, température de l'air et vitesse du vent) pour l'année 2019 à Las Vegas, Le Cap et Nancy. Pour les données de rayonnement, le maximum quotidien est affiché et pour la température de l'air, la moyenne quotidienne est tracée

TAB. 5.3. : Évaluation des besoins énergétiques du bâtiment pour la configuration *toiture béton* sans champ photovoltaïque en 2019 et comparaison entre l'algorithme de Monte Carlo (avec 10<sup>6</sup> réalisations) et le FANN.

Ville		Monte Carlo		FANN	
,		Énergie (MWh) $\pm \sigma$	Tps. calcul (s)	Énergie (MWh)	Tps. calcul <sup>5</sup> (s)
Las Vegas	Sans PV PV	53,04 ±0,23 45,04 ±0,19	10, 192 10, 260	50.43 43,76	$74 \cdot 10^{-6} \ 74 \cdot 10^{-6}$
Le Cap	Sans PV PV	26.95 ±0,22 20,70 ±0,20	9,717 9,599	25,75 19,61	$65 \cdot 10^{-6} \\ 63 \cdot 10^{-6}$

<sup>5</sup> Interpolation par le FANN pour 8760 points sur toute l'année (toutes les heures) et pour l'intégration numérique.

le réseau de neurones de type FANN est mis en œuvre pour interpoler ces points et simuler la puissance sur une semaine en saison estivale pour les villes de Las Vegas, Le Cap et Nancy sur l'année 2019. Les résultats obtenus démontrent que le réseau de neurones est très robuste pour prédire la puissance nécessaire au bâtiment à partir des points de Monte Carlo comme présenté sur les figures 5.13a et 5.13b dans la configuration *toiture béton* et avec champ photovoltaïque. Le même résultat est présenté sur les figures 5.13c et 5.13d mais pour la configuration sans panneaux photovoltaïques. De plus, le résultat pour la ville de Las Vegas dans la configuration *toiture végétale* est présenté sur la figure 5.14 pendant la semaine estivale et démontre que le réseau parvient à interpoler correctement la puissance sur cette configuration.

#### 5.2 Position du Soleil

Pour cette application spécifique à la thermique du bâtiment mais plus généralement pour des applications photovoltaïques, il est primordial de connaître la position du Soleil dans le ciel à un instant donné. Étant donné la distance des objets célestes vis-à-vis de la Terre, il est considéré que ces objets se déplacent sur une sphère avec un certain rayon par rapport au centre de la Terre. De cette manière, il est d'usage de paramétriser la position des objets célestes par seulement deux angles. Pour le soleil, on utilise généralement l'élévation (angle entre le plan horizontal et le Soleil) ou l'angle zénithal (angle entre la normale au plan horizontal et le Soleil) et l'angle azimuthal (angle la direction du Nord sur la plan horizontal et le Soleil). L'élévation est comprise entre  $-90^{\circ}$  et  $90^{\circ}$  (les angles négatifs correspondent à une position sous l'horizon et donc invisible), une valeur de  $90^{\circ}$  correspond à un Soleil au zénith. L'angle azimuthal est comprise en  $0^{\circ}$  (nord) et  $360^{\circ}$  avec  $180^{\circ}$  pour le sud et  $90^{\circ}$  pour l'est. On note  $\alpha$  l'élévation et  $\varphi_s$  l'azimut.

Pour définir la position du Soleil, il faut introduire la latitude du lieu considéré (notée  $\phi$ ), la déclinaison du Soleil (notée  $\delta$ ) et l'angle horaire (notée  $\omega$ ). La déclinaison est égale à -23,45° le 21 décembre et à 23,45° le 21 juin. L'angle horaire varie de 15° par heure avec une valeur de 0° à 12h. Le jour de l'année est noté *d* et le temps solaire local noté *h*.

$$\cos(\varphi_s) = \frac{\sin(\delta)\cos(\phi) - \cos(\omega)\cos(\delta)\sin(\phi)}{\cos(\alpha)}$$
(5.17)

$$\sin(\alpha) = \cos(\omega)\cos(\delta)\cos(\phi) + \sin(\delta)\sin(\phi)$$
 (5.18)

$$\delta = 23.45 \sin\left(360 \times \frac{284 + d}{365}\right) \tag{5.19}$$

$$\omega = (h - 12) \times 15 \tag{5.20}$$

Le vecteur position du Soleil est alors donné par  $v_s$  selon l'équation (5.21).

$$\mathbf{v}_{s} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\varphi_{s})\\ \cos(\alpha)\sin(\varphi_{s})\\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$
(5.21)



(a) Las Vegas, semaine estivale en 2019 : Simulation Monte Carlo en couleur noire (solution de référence), interpolation utilisant les données TMY avec le FANN en couleur rouge. Configuration avec champ photovoltaïque et toiture *béton*.



(c) Las Vegas, semaine estivale en 2019 : Simulation Monte Carlo en couleur noire (solution de référence), interpolation utilisant les données TMY avec le FANN en couleur rouge. Configuration sans champ photovoltaïque et avec toiture béton.



(b) Le Cap, semaine estivale en 2019 : Simulation Monte Carlo en couleur noire (solution de référence), interpolation utilisant les données TMY avec le FANN en couleur rouge. Configuration avec champ photovoltaïque et toiture béton.



- (d) Le Cap, semaine estivale en 2019 : Simulation Monte Carlo en couleur noire (solution de référence), interpolation utilisant les données TMY avec le FANN en couleur rouge. Configuration sans champ photovoltaïque et avec toiture béton.
- FIG. 5.13. : Points de simulation de Monte Carlo et interpolation par le FANN pour les villes de Las Vegas et du Cap en période estivale en 2019 pour la configuration toiture béton, avec et sans champ photovoltaïque.

La base de données utilisée pour simuler ces courbes est composée de seulement 6500 points de Monte Carlo pour l'ensemble des cinq villes étudiées avec et sans champ photovoltaïque. En d'autres termes, le réseau de neurones ne *voit* que 2 points de Monte Carlo par jour en moyenne pendant la phase d'entraînement ! Malgré cette forte limitation du nombre de points donné au réseau pour son entraînement, il parvient à interpoler avec une grande précision la puissance pour le chauffage et la climatisation du bâtiment durant l'année 2019 (et avec un entraînement sur une année typique et non pas 2019 !). Sur la figure 5.13, le réseau a été entraîné sur l'année météoro-logique moyenne mais a permis d'interpoler sur l'année 2019. Dans ces conditions, l'intégration



FIG. 5.14. : Las Vegas, semaine estivale en 2019 : Simulation Monte Carlo en couleur noire (solution de référence), interpolation utilisant les données TMY avec le FANN en couleur rouge. Configuration avec champ photovoltaïque et toiture *végétale*.

de la puissance calculée par le réseau sur l'année doit permettre de calculer l'énergie nécessaire au bâtiment. Les résultats pour la configuration *toiture béton* sont présentés dans le tableau 5.3. Le réseau est en effet capable de prédire l'énergie avec une précision de quelques pourcents par rapport aux simulations Monte Carlo pour la même grandeur. La flexibilité du réseau et sa robustesse démontrent les capacités de ce type d'outil pour le développement de méthodes précises et applicables rapidement. Les résultats pour la semaine hivernale ne sont pas présentés mais les simulations suggèrent que la présence du champ photovoltaïque a tendance à réduire les besoins en énergie du bâtiment dans toutes les configurations étudiées (avec et sans toiture végétale). De la même manière, en été, il semblerait que la consommation en climatisation est supérieure dans la configuration sans champ photovoltaïque pour les toitures *béton* et *végétale*.

## 5.4. Conclusions

Dans ce chapitre, les éléments de modélisation développés dans le chapitre 3 ont été appliqués à plusieurs configurations réelles en vue d'obtenir une estimation de la production d'énergie d'une installation photovoltaïque pour les villes de Nancy et de Las Vegas. Les résultats obtenus ont pu être comparés avec les relevés expérimentaux, notamment de puissance et d'énergie, et ont démontré les capacités du modèle et de la simulation par la méthode Monte Carlo à reproduire les observables physiques. Par ailleurs, les résultats obtenus ont été analysés et confrontés aux estimations données par le portail européen PVGIS. Sur la base des cas étudiés, nous en avons conclu que le présent modèle est tout à fait capable de fournir des informations pertinentes sur la production d'énergie d'un système photovoltaïque en conditions opératoires réelles. Enfin, la démarche de modélisation par la méthode de Monte Carlo a été étendue à l'échelle bâtiment avec un intérêt tout particulier pour la consommation en climatisation et chauffage de ce dernier en fonction de la présence ou non d'un champ photovoltaïque en toiture et de la présence ou non d'une toiture végétale. Dans tous les cas, la présence du champ photovoltaïque semble favoriser les économies en énergie du bâtiment pour les villes de Las Vegas (États-Unis) et Le Cap (Afrique du Sud). Le réseau de neurones mis en place dans cette application a permis de valoriser les chemins aléatoires de Monte Carlo pour en exploiter les informations et construire une

fonction d'interpolation multi-variables de la consommation en énergie du bâtiment. Des travaux futurs sont envisagés pour complexifier le système, notamment la géométrie du bâtiment qui est à ce jour très simplifiée (absence de fenêtres, murs mono-couches etc).

## Références

- João Gabriel BESSA et al. «Estimation of photovoltaic soiling using environmental parameters : A comparative analysis of existing models». In : *Advanced Sustainable Systems* 6.5 (2022), p. 2100335.
- [2] Adrianne KIMBER et al. «The effect of soiling on large grid-connected photovoltaic systems in California and the southwest region of the United States». In : 2006 IEEE 4th World Conference on Photovoltaic Energy Conference. T. 2. IEEE. 2006, p. 2391-2395.
- [3] Katalin BóDIS et al. «A high-resolution geospatial assessment of the rooftop solar photovoltaic potential in the European Union». In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 114 (2019), p. 109309. ISSN: 1364-0321. DOI: https://doi.org/10. 1016/j.rser.2019.109309. URL: https://www.sciencedirect.com/ science/article/pii/S1364032119305179.
- [4] Yue WANG, Dengjia WANG et Yanfeng LIU. «Study on Comprehensive Energy-saving of Shading and Photovoltaics of Roof Added PV Module». In: *Energy Procedia* 132 (2017). 11th Nordic Symposium on Building Physics, NSB2017, 11-14 June 2017, Trondheim, Norway, p. 598-603. ISSN: 1876-6102. DOI: https://doi.org/10.1016/ j.egypro.2017.09.672. URL: https://www.sciencedirect.com/ science/article/pii/S1876610217348191.
- [5] Yawar Ali Sheikh et al. «Impact of rooftop photovoltaic on energy demand of a building in a hot semi-arid climate». In : *Journal of Renewable and Sustainable Energy* 13.6 (2021), p. 065101.
- [6] Habeeb ALASADI, JUN-KI CHOI et Rydge B MULFORD. «Influence of Photovoltaic Shading on Rooftop Heat Transfer, Building Energy Loads, and Photovoltaic Power Output». In : *Journal of Solar Energy Engineering* 144.6 (2022), p. 061011.
- [7] Anthony DOMINGUEZ, Jan KLEISSL et Jeffrey C LUVALL. «Effects of solar photovoltaic panels on roof heat transfer». In : *Solar Energy* 85.9 (2011), p. 2244-2255.
- [8] Najda VILLEFRANQUE et al. «The teapot in a city : a paradigm shift in urban climate modeling». In : *arXiv preprint arXiv :2204.14227* (2022).
- [9] Loris IBARRART, Stéphane BLANCO, Cyril CALIOT et al. «Advection, diffusion and linear transport in a single path-sampling Monte-Carlo algorithm : getting insensitive to geometrical refinement». In : *https://hal.science/hal-03818899* (2022).
- [10] Jean-Marc TREGAN, Jean-Luc AMESTOY, Mégane BATI et al. «Coupling radiative, conductive and convective heat-transfers in a single Monte Carlo algorithm : a general theoretical framework for linear situations». In : *https://hal.science/hal-03819157* (2022).
- [11] Sylvain MAIRE et Giang NGUYEN. «Stochastic finite differences for elliptic diffusion equations in stratified domains». In : *Mathematics and Computers in Simulation* 121 (2016), p. 146-165.

- [12] Mireille Bossy et al. «Monte Carlo methods for linear and non-linear Poisson-Boltzmann equation». In : *ESAIM : Proceedings and Surveys* 48 (2015), p. 420-446.
- [13] W.H. McAdams. *Heat Transmission*. 1954. URL: https://books.google.is/ books?id=rL2mxAEACAAJ.
- [14] Morgan SANS et al. «Solving transient coupled conductive and radiative transfers in porous media with a Monte Carlo Method : Characterization of thermal conductivity of foams using a numerical Flash Method». In : *International Journal of Thermal Sciences* 179 (2022), p. 107656.
- [15] Olivier FARGES et al. «Life-time integration using Monte Carlo Methods when optimizing the design of concentrated solar power plants». In : *Solar Energy* 113 (2015), p. 57-62.
- [16] Moshe LESHNO et al. «Multilayer feedforward networks with a nonpolynomial activation function can approximate any function». In : *Neural Networks* 6.6 (jan. 1993), p. 861-867. DOI: 10.1016/S0893-6080 (05) 80131-5.
- [17] Kurt HORNIK, Maxwell STINCHCOMBE et Halbert WHITE. «Multilayer feedforward networks are universal approximators». en. In : *Neural Networks* 2.5 (1989), p. 359-366.
   DOI: 10.1016/0893-6080 (89) 90020-8.
- [18] M. T. HAGAN et al. *Neural Network Design*. Sous la dir. de PWS Publishing CO. 2th. 1996.
- [19] D FORESEE et M. T. HAGAN. «Gauss-Newton Approximation to Bayesian learning». In : Proceeding of International Conference on Neural Networks, Houston, Texas, USA. IEEE, 1997, p. 1930-1935.
- [20] D. J. C. MACKAY. «Bayesian Interpolation ». In: Neural Computation 4.3 (1992), p. 415-447.
- [21] Alex ROYER et al. «A new method for modeling radiative heat transfer based on Bayesian artificial neural networks and Monte Carlo method in participating media». In : *Int. J. Heat Mass Transf.* 201 (2023), p. 123610.

# Chapitre 6

## Vers une modélisation complète de la chaîne de production : du Soleil à la cellule photovoltaïque

6.1.	Introdu	uction	215	
6.2.	Modèle électrique d'une jonction PN			
	6.2.1.	Objectifs	218	
	6.2.2.	Photogénération	218	
	6.2.3.	Formulations Monte Carlo du modèle électrique	223	
	6.2.4.	Recherche du Maximum Power Point (MPP) à l'aide d'une estimation		
		fonctionnelle par la méthode de Monte Carlo	230	
	6.2.5.	Validation des algorithmes Reverse et Direct à partir d'une solution ana-		
		lytique	231	
6.3.	Modèle	e thermique et présentation de couplages hiérarchiques	238	
	6.3.1.	Termes sources dans la zone P	238	
	6.3.2.	Premier couplage hiérarchique : dépendance du coefficient de recombi-		
		naison en volume à la température	240	
	6.3.3.	Deuxième couplage hiérarchique : dépendance du courant d'injection à		
		la température	241	
	6.3.4.	Écriture du flux solaire avec prise en compte de la production électrique	242	
	6.3.5.	Modèle conducto-convecto-radiatif du panneau photovoltaïque	244	
6.4.	Conclu	isions	248	
Réfé	rences.		248	

## **Notations**

Symbole	Description	Unité
е	Charge élémentaire	С
$C_{p_n}$	Capacité calorifique de la jonction PN dans la zone N	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$C_{p_p}^{\prime n}$	Capacité calorifique de la jonction PN dans la zone P	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
С	Vitesse de la lumière dans le vide	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$

Symbole	Description	Unité
δ	Pas de déplacement de la marche diffusive	m
$\Delta n$	Densité d'électrons en excès par rapport à l'équilibre	m <sup>-3</sup>
$\Delta p$	Densité de trous en excès par rapport à l'équilibre	m <sup>-3</sup>
$\dot{D_n}$	Coefficient de diffusion des électrons	$m^2 \cdot s^{-1}$
$D_n$	Coefficient de diffusion des trous	$m^2 \cdot s^{-1}$
$E_{c}^{P}$	Énergie de la bande de conduction	eV
Ĕ	Énergie de gap	eV
$E_{v}^{\circ}$	Énergie de la bande de valence	eV
$G_n$	Taux de génération d'électrons dans la zone P	$m^{-3} \cdot s^{-1}$
$G_n$	Taux de génération de trous dans la zone N	$m^{-3} \cdot s^{-1}$
$I_{diode}$	Courant de diode	А
I <sub>ph</sub>	Courant de photogénération	А
iqe	Efficacité Quantique Interne	-
Itotal	Courant total	А
$I^{ZCE}$	Courant dans la ZCE	А
İn	Densité de courant des électrons	$A \cdot m^{-2}$
j <sub>n</sub>	Densité de courant des trous	$A \cdot m^{-2}$
$k_{av}$	Coefficient d'absorption	$m^{-1}$
$k_{B}^{u,v}$	Constante de Boltzmann	$\mathbf{J} \cdot \mathbf{K}^{-1}$
krsn	Vitesse de recombinaison des électrons	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$
k <sub>rsn</sub>	Vitesse de recombinaison des trous	$\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$
$\lambda_n$	Conductivité thermique de la jonction PN dans la zone N	$\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1}$
$\lambda_n^n$	Conductivité thermique de la jonction PN dans la zone P	$\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1}$
$L_{\nu}^{P}$	Fonction de Planck généralisée	$W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1} \cdot Hz^{-1}$
$L_{1}$	Luminance	$W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1} \cdot Hz^{-1}$
$\mu_n$	Mobilité des électrons	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{V}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
$\mu_n$	Mobilité des trous	$\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{V}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
ň	Densité d'électrons dans la zone P à l'équilibre	m <sup>-3</sup>
$N_a^-$	Dopage dans la zone P	m <sup>-3</sup>
$N_d^+$	Dopage dans la zone N	m <sup>-3</sup>
$n_i$	Densité intrinsèque	$m^{-3}$
ν	Fréquence	Hz
ω	Vecteur après échantillonnage d'une direction	-
p	Densité de trous dans la zone N à l'équilibre	m <sup>-3</sup>
Pélec.	Puissance absorbée convertie en électricité	W
h	Constante de Planck	$J \cdot s$
$p_{\mathcal{N}}$	Densité de probabilité pour échantillonner les fréquences	$Hz^{-1}$
$p_Z$	Densité de probabilité pour échantillonner les positions	$m^{-1}$
$P_{abs}^{th.}$	Puissance absorbée sous forme de chaleur	W
$P_{\rm abs.}^{\rm tot.}$	Puissance totale absorbée	W
$q_0$	Flux de photons	$\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{s}^{-1}$
Q <sub>parasite</sub>	Source de chaleur due à l'absorption parasite	$ m W\cdot m^{-3}$
Qrecomb	Source de chaleur des recombinaisons non radiatives	$ m W\cdot m^{-3}$
$Q_{\rm sous-gap}$	Source de chaleur par les photons absorbés sous la gap	$ m W \cdot m^{-3}$
Qthermalisati	onSource de chaleur par thermalisation	$W \cdot m^{-3}$

Symbole	Description	Unité
$\rho_n$	Densité de la jonction PN dans la zone N	$kg \cdot m^{-3}$
$\rho_v$	Densité de la jonction PN dans la zone P	$kg \cdot m^{-3}$
$\rho_{PG,v}, \rho$	Rendement de photogénération	-
$R_n$	Taux de recombinaison d'électrons dans la zone P	$m^{-3} \cdot s^{-1}$
$R_{p}$	Taux de recombinaison de trous dans la zone N	$m^{-3} \cdot s^{-1}$
$\tau_{rvn}$	Taux de recombinaison des électrons	$s^{-1}$
$\tau_{rvv}$	Taux de recombinaison des trous	$s^{-1}$
$V_{app}$	Tension appliquée à la jonction	V
$V_{\rm app}^{\star}$	Tension correspondant au MPP	V
$V_{bi}$	Potentiel dans la ZCE	V
$W_n$	Fonction de Lambert	-
$z_B$	Position du bas de la jonction PN	m
$z_{CB}$	Position du bas de la ZCE	m
ZCE	Zone de Charge d'Espace	-
$z_{CT}$	Position du haut de la ZCE	m
Z	Position verticale dans la jonction PN	m
$z_T$	Position du haut de la jonction PN	m

## 6.1. Introduction

Le constat actuel est que les différentes technologies de panneaux photovoltaïques sont conçues et comparées dans des conditions de fonctionnement standard, appelées conditions STC (densité surfacique de flux incident = 1000 W  $\cdot$  m<sup>-2</sup>, spectre AM1.5, T = 25 °C) or aucun panneau ne fonctionne dans ces conditions dès lors qu'il produit de l'électricité solaire d'après les données fournies dans l'article de Moser, Pichler et Nikolaeva-Dimitrova [1]. Les stratégies de conception et les choix technologiques seraient peut-être différentes si le design du panneau pouvait être pensé dès le début de la chaîne de développement en fonction des conditions d'opération dans lesquelles il se trouvera une fois installé : choix des matériaux, épaisseurs et nombre de couches, contacts... Sur la figure 6.2, les différentes étapes de la chaîne de modélisation sont répertoriées. L'étape 0 consiste à connaître les propriétés physiques du composant étudié à l'échelle de la cellule. Ensuite, les performances sont évaluées d'abord à l'échelle de la cellule puis de l'installation. Pour analyser les performances électriques, la température opératoire du système doit être prise en considération (étape 3). Cette température dépend du lieu, du type d'installation et de l'instant auquel on s'intéresse à cette grandeur. La transmission atmosphérique (étape 5), et plus généralement le niveau d'éclairement de l'installation, vont avoir un impact très significatif sur la production électrique, notamment en fonction du lieu et de l'instant auxquels on se trouve. Enfin, l'évaluation d'un système énergétique peut se penser à un instant donné (étape 6) et on parlera plutôt de puissance instantanée ou sur de plus longues périodes temporelles (étape 7) et on analysera l'énergie produite dans ce dernier cas. Pour un système de type photovoltaïque, les variations de production électrique peuvent être importantes au sein d'une même journée du fait des fluctuations importantes des paramètres météorologiques : rayonnement solaire, vitesse du vent principalement. Il est important de noter que les cellules photovoltaïques sont caractérisées dans les conditions STC en laboratoire sans encapsulation et sur des échantillons de très petite taille (de l'ordre du centimètre voire moins). Ainsi, il est possible que des architectures de cellule

différentes fournissent des rendements similaires dans ces conditions contrôlées mais que ça ne soit plus le cas lorsque le système photovoltaïque est sous sa forme finale (encapsulation et mise en série et parallèle de plusieurs cellules) et entre en conditions opératoires réelles (en toiture, au sol, etc).

Ce chapitre a pour ambition de répondre à ces questions en s'appuyant sur une formulation en espace de chemin, dans un esprit Feynman-Kac (KAC [2] et LAPEYRE et al. [3]), avec des bénéfices attendus en perspective : images physiques renouvelées, insensibilité des temps de calculs à la dimension du domaine d'intégration (ici au nombre de phénomènes couplés) et à la complexité géométrique à toutes les échelles, calcul de sensibilité, estimation fonctionnelle par la méthode de Monte Carlo... Ce chapitre s'insère dans une dynamique forte du groupe EDStar à l'heure actuelle, tant au niveau de la question applicative de départ, qu'au niveau méthodologique (PENAZZI [4], TREGAN [5], LAPEYRE [6], IBARRART [7] et GATTEPAILLE [8]) et en recherche en informatique graphique<sup>1</sup>.

En se référant au schéma des échelles spatiales présenté sur la figure 6.3, ce chapitre pose les bases physiques sur le système à l'échelle de la cellule photovoltaïque. En particulier, nous nous intéressons au modèle électrique de la jonction PN, l'architecture de base des composants photovoltaïques (section 6.2). Dans un deuxième temps, nous proposons des couplages du modèle électrique au modèle thermique dans la section 6.3.



(a) Image thermique d'un bâtiment dans la ville à taille réelle.



(b) Visualisation des chemins aléatoires autour d'une théière posée sur le bord d'un balcon en milieu urbain.

FIG. 6.1. : Modélisation des transferts thermiques pour une théière positionnée sur le balcon au sein d'une ville à taille réelle.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Méso-Star: https://www.meso-star.com/projects/misc/about-fr.html



Fig. 6.2. : Les différentes étapes de la chaîne de modélisation : du composant photovoltaïque à l'installation réelle.



FIG. 6.3. : Développement d'un modèle thermique à l'échelle du panneau en configuration réelle.

## 6.2. Modèle électrique d'une jonction PN

Pour l'établissement du modèle électrique, nous considérons le système simple de la jonction PN représentée sur la figure 6.4. L'objectif principal de notre démarche est d'obtenir une formulation probabiliste du courant électrique du système et de l'évaluer par la méthode de Monte Carlo. Les bases physiques essentielles de la jonction PN sont rappelées dans les section 6.2.2 et annexes D.1 à D.3 et plus généralement, l'annexe D introduit d'autres éléments de base sur la physique des semi-conducteurs. Les formulations Monte Carlo du modèle électrique sont données dans la section 6.2.3. L'évaluation du point maximal de puissance (*MPP* pour *Maximal Power Point*) à l'aide d'une estimation fonctionnelle par la méthode de Monte Carlo est introduite dans la section 6.2.4.

### 6.2.1. Objectifs

Le modèle électrique consiste à écrire les équations de diffusion pour les porteurs minoritaires, c'est-à-dire les électrons dans la zone P et les trous dans la zone N d'une cellule solaire constituée d'une simple mono-jonction de deux couches dopées, l'une négativement et l'autre positivement. La diffusion des porteurs libres est le résultat d'un gradient de porteurs et la dérive apparaît lorsqu'un champ électrique est présent dans le cristal.

Le premier objectif de ce modèle est d'obtenir le courant total dans la jonction lorsque des charges sont photogénérées par un éclairement externe. Ce courant total s'exprime comme la somme du **photocourant** (résultant des paires électron-trou photogénérées) et du **courant de diode** (résultant de l'abaissement de la barrière de potentiel à la jonction PN).

### 6.2.2. Photogénération

Lorsqu'un photon d'énergie hv est absorbé par la jonction PN, il interagit avec le cristal et est susceptible de créer une paire électron-trou. L'énergie de gap (ou de bande interdite)  $(E_g)$  permet de déterminer si un photon photogénère une paire électron-trou ou non.

- Si hv ≥ E<sub>g</sub> : le photon crée une paire électron-trou et l'énergie supplémentaire apportée par le photon est dissipée dans le cristal sous forme de chaleur par *thermalisation* (le temps de désexcitation est de l'ordre de la picoseconde);
- Si  $hv = E_g$ : le photon crée une paire électron-trou sans apporter de chaleur au cristal;
- Si  $h\nu < E_g$ : le photon ne permet pas de créer une paire électron-trou et contribue à l'augmentation de la température du cristal s'il est absorbé.



FIG. 6.4. : Génération d'une paire électron-trou et collecte au niveau des contacts

Lorsqu'une paire électron-trou est créée au sein de la jonction PN, elle est susceptible de participer au photocourant. Cette participation est d'autant plus probable que la paire est générée au niveau de la zone de charge d'espace (ZCE). En effet, il règne dans la ZCE un champ électrique permettant de séparer immédiatement la paire électron-trou du côté où ils sont majoritaires sans que ces deux porteurs ne se recombinent (côté N pour l'électron et côté P pour le trou).

Les principes de fonctionnement de la jonction PN et de la composition du courant en fonction de la présence d'éclairement ou non sont récapitulés sur la figure 6.5.

Sur la figure 6.5a, la jonction est dans l'obscurité et en circuit ouvert. Les courants de dérive et diffusion des électrons et des trous se compensent et le courant total est nul. Lorsqu'une polarisation directe est appliquée à la jonction (tension notée  $V_{app}$ ), la barrière de potentiel créée par la présence du champ électrique s'abaisse ( $V_{bi} - V_{app}$ ) et les courants de diffusion d'électrons et de trous l'emportent sur les courants de dérive et le courant résultant s'appelle le courant de diode. Enfin, lorsque la jonction est sous éclairement et toujours en polarisation directe, les courants de photogénération et de diode se superposent et une puissance photovoltaïque est créée. La tension pour laquelle on obtient  $I_{ph} = I_{diode}$  s'appelle la *tension de circuit ouvert*.

#### **6.2.2.1.** Énoncé des modèles sur $\Delta n$ et $\Delta p$

Dans les zones N et P, les gradients de concentration des porteurs minoritaires entraînent un déplacement de ces derniers. Lorsqu'ils atteignent l'interface de la ZCE dans leur région respective, le champ électrique régnant dans la ZCE permet à ces porteurs minoritaires de la traverser et de retourner dans la zone où ils sont majoritaires. Avant de traverser la ZCE, les porteurs minoritaires peuvent recombiner. La densité des porteurs minoritaires est décrite par une équation de diffusion en 1D pour chaque population (voir la figure 6.6) et les équations (6.1) et (6.2). G(z)est le terme de génération correspondant à la création de paires électron-trous lorsque la jonction est sous éclairement et  $R_n(z)$  (respectivement  $R_p(z)$ ) est le terme de recombinaison volumique pour les électrons (respectivement les trous) dans la zone P (respectivement N). Dans cette écriture  $\Delta n(z)$  et  $\Delta p(z)$  représentent les concentrations d'électrons et de trous en excès par rapport à l'équilibre.

$$-D_n \partial_z^2 \Delta n(z) = G_n(z) - R_n(z) \tag{6.1}$$

$$-D_p \partial_z^2 \Delta p(z) = G_p(z) - R_p(z) \tag{6.2}$$

où le coefficient de diffusion s'exprime par  $D_i = \mu_i \frac{k_B T}{e}$  et i = n, p. Le courant total peut s'écrire comme la somme du courant de photogénération  $(I_{ph})$  et du

Le courant total peut s'écrire comme la somme du courant de photogénération  $(I_{ph})$  et du courant de diode  $(I_{diode})$  également appelé courant de recombinaison. Le courant de diode est crée par l'application d'une tension  $(V_{app})$  à la jonction en polarisation directe. Ce courant circule dans le sens opposé au courant de photogénération.

Le courant total  $(I_{ph})$  de photogénération est la somme de trois contributions :

- le courant de photogénération de la zone N (*I*<sub>ph,n</sub>);
- le courant de photogénération de la zone P (I<sub>ph,p</sub>);
- le courant de photogénération de la ZCE (I<sub>ph,zce</sub>).





avec  $I_{ph} = I_{ph,n} + I_{ph,p} + I_{ph,zce}$  le courant de photogénération total. Le courant total s'exprime alors par l'équation (6.3).

$$I_{\text{total}}(V_{\text{app}}) = I_{\text{ph}} - I_{\text{diode}}(V_{\text{app}})$$
(6.3)



FIG. 6.6. : Schéma de la fonction PN. Dans chaque zone on résout une équation de diffusion sur les porteurs minoritaires : les électrons dans la zone P et les trous dans la zone N.

Dans l'annexe D.3.1, nous présentons l'écriture des équations de diffusion pour les porteurs minoritaires en **régime de faible injection**. En utilisant la linéarité des termes de recombinaison (introduits dans la suite de ce chapitre), il est possible de sommer les équations de diffusion sur les populations de porteurs minoritaires pour les populations photogénérées et injectées. Cette écriture permet ensuite d'obtenir une seule équation de diffusion pour les électrons et les trous et le courant total ( $I_{total}$ ) s'exprime alors simplement comme les flux des porteurs minoritaires aux interfaces de la zone de déplétion (en  $z_{CT}$  pour le courant d'électrons et en  $z_{CB}$  pour le courant de trous dans le cadre d'une jonction P sur N). L'expression du courant total dans ce cadre est donnée par l'équation (6.4).

$$I(V_{app}) = I^{n}(V_{app}) + I^{p}(V_{app}) + I^{ZCE}(V_{app})$$

$$\underbrace{\underbrace{}_{courant}}_{d'électrons} \underbrace{\underbrace{}_{courant}}_{en z_{CB}} \underbrace{\underbrace{}_{courant}}_{dans la ZCE} (6.4)$$

Les termes de génération en volume  $(G_n(z) \text{ et } G_p(z))$  décrits ci-dessous correspondent aux photons ayant produits une paire électron-trou dans la zone du semi-conducteur considérée. Il s'agit des photons possédant une énergie supérieure à l'énergie du gap  $(E_g)$ . Leurs expressions sont données par l'équation (6.5) et par l'équation (6.8) pour la zone P et la zone N respectivement. Concernant les termes de recombinaison  $(R_n(z) \text{ et } R_p(z))$ , nous adoptons l'approximation linéaire en introduisant les durées de vie des porteurs minoritaires  $(\tau_n \text{ et } \tau_p)$  données par les équations (6.61) et (6.63).

**Zone P** Le terme de génération de porteurs minoritaires dans la zone P est  $G_n(z)$ :

$$z \in [z_{CT}, z_T] : G_n(z) = \int_{E_g}^{+\infty} \mathrm{d}\nu \,\rho_{PG,\nu} ck_{a,\nu} \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega \,\frac{L_\nu(z,\omega)}{ch\nu}$$
(6.5)

Et le terme de recombinaison  $R_n(z)$ :

$$z \in [z_{CT}, z_T] : R_n(z) = \tau_{rvn}(z) \Delta n(z)$$
(6.6)

Finalement, l'équation de diffusion des porteurs minoritaires dans la zone N, c'est-à-dire les trous, s'écrit :

$$z \in [z_{CT}, z_T] : -D_n \partial_z^2 \Delta n(z) = G_n(z) - R_n(z) = \int_{E_g}^{+\infty} \mathrm{d}\nu \,\rho_{PG,\nu} ck_{a,\nu} \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega \,\frac{L_\nu(z,\omega)}{ch\nu} - \tau_{rvn} \Delta n(z)$$
(6.7)

**Zone N** L'équation de diffusion pour les trous minoritaires dans la zone N et ses conditions aux limites s'écrit de façon analogue à la zone P.

Le terme de génération de porteurs minoritaires dans la zone N est  $G_v(z)$  :

$$z \in [z_B, z_{CB}] : G_p(z) = \int_{E_g}^{+\infty} \mathrm{d}\nu \,\rho_{PG,\nu} ck_{a,\nu} \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega \,\frac{L_\nu(z,\omega)}{ch\nu} \tag{6.8}$$

Et le terme de recombinaison  $R_p(z)$  :

$$z \in [z_B, z_{CB}] : R_p(z) = \tau_{rvp}(z) \Delta p(z)$$
(6.9)

Finalement, l'équation de diffusion des porteurs minoritaires dans la zone P, c'est-à-dire les électrons, s'écrit :

$$z \in [z_B, z_{CB}] : -D_p \partial_z^2 \Delta p(z) = G_p(z) - R_p(z) = \int_{E_g}^{+\infty} \mathrm{d}\nu \,\rho_{PG,\nu} ck_{a,\nu} \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega \,\frac{L_\nu(z,\omega)}{ch\nu} - \tau_{rvp} \Delta p(z) \tag{6.10}$$

**Densités de porteurs minoritaires aux frontières de la ZCE** En régime de faible injection, les densités de porteurs majoritaires ne sont pas affectées. La polarisation de la jonction entraîne des mouvements des porteurs libres. Le mouvement de ces porteurs est décrit par l'équation de diffusion-réaction : l'équation (6.1) en ce qui concerne les électrons et l'équation (6.2) pour les trous.

L'objectif est d'écrire la densité d'électrons en  $z = z_{CT}$  et la densité de trous en  $z = z_{CB}$ , les deux conditions aux limites pour les équations (6.1) et (6.2).

**Condition à la limite pour les électrons en**  $z = z_{CT}$  En l'absence de polarisation de la jonction PN :

$$\mathring{n} = \frac{n_i^2}{N_a^-} = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right)$$
(6.11)

À l'équilibre :  $E_c - E_F = E_1 + eV_{bi}$ . Hors équilibre :  $E_c - E_F = E_1 + eV_{bi} - eV_{app}$  avec  $E_1 = E_c - E_F$  dans la zone N.

On en déduit la densité d'électrons en  $z = z_{CT}$  (6.12).

$$n(z_{CT}) = N_c \exp\left(-\frac{(E_c - E_F)_{V_{app} \neq 0}}{k_B T}\right)$$
  
=  $N_c \exp\left(-\frac{(E_c - E_F)_{V_{app} = 0}}{k_B T} + e\frac{eV_{app}}{k_B T}\right)$   
=  $\mathring{n} \exp\left(\frac{eV_{app}}{k_B T}\right)$   
=  $\frac{n_i^2}{N_a^-} \exp\left(\frac{eV_{app}}{k_B T}\right)$  (6.12)

Et finalement :

$$\Delta n(z_{CT}) = n(z_{CT}) - \mathring{n} = \frac{n_i^2}{N_a^-} \left( \exp\left(\frac{eV_{app}}{k_B T}\right) - 1 \right)$$
(6.13)

**Condition à la limite pour les trous en**  $z = z_{CB}$  Par le même raisonnement, on trouve que la condition à la limite pour les trous est donnée par l'équation (6.14).

$$\Delta p(z_{CB}) = \frac{n_i^2}{N_d^+} \exp\left(\frac{eV_{\rm app}}{k_B T}\right) - \mathring{p} = \frac{n_i^2}{N_d^+} \left(\exp\left(\frac{eV_{\rm app}}{k_B T}\right) - 1\right) \tag{6.14}$$

En conclusion, aux bords de la ZCE il y a un excès d'électrons en  $z_{CT}$  et un excès de trous en  $z_{CB}$ . Ces électrons et trous vont diffuser dans les zones où ils sont minoritaires en se recombinant progressivement jusqu'à atteindre les extrémités de la jonction PN,  $z_T$  pour les électrons et  $z_B$  pour les trous (au niveau des contacts métalliques).

**Condition à la limite pour les électrons en**  $z = z_T$  Les électrons se recombinent en surface selon une vitesse de recombinaison  $k_{rsn}$  (6.15).

$$z = z_T : -D_n \frac{\partial \Delta n}{\partial z} \Big|_{z_T} = k_{rsn} \Delta n(z_T)$$
(6.15)

**Condition à la limite pour les trous en**  $z = z_B$  En  $z = z_B$ , les trous se recombinent en surface selon une vitesse de recombinaison  $k_{rsp}$  (6.16).

$$z = z_B : -D_p \frac{\partial \Delta p}{\partial z} \Big|_{z_B} = -k_{rsp} \Delta p(z_B)$$
(6.16)

#### 6.2.3. Formulations Monte Carlo du modèle électrique

Dans cette partie, deux algorithmes de Monte Carlo sont proposés afin d'évaluer le courant pour une tension appliquée à la jonction  $V_{app}$ . Dans un premier temps, l'algorithme *Reverse* (section 6.2.3.1 et section 6.2.3.2) est explicité. Dans cette première formulation, les chemins démarrent de la position  $z_d$  où il est considéré une photogénération totale ( $G(z_d)$ ). Ensuite, les chemins *remontent* à la position ayant conduit à une éventuelle recombinaison en  $z_d$  (encart 6.1). Cet algorithme est présenté selon deux formulations différentes (section 6.2.3.1 et section 6.2.3.2). Dans l'algorithme qualifié de *direct*, on part de la source de photons et on comptabilise les porteurs contribuant à la photogénération. L'algorithme *reverse* a été le premier algorithme développé dans le cadre de ce travail car il découle *naturellement* du modèle sur les porteurs minoritaires bien que son analyse soit la plus délicate. Cet algorithme a d'abord été écrit avec la reformulation (bilan pour les électrons du côté P et sur les trous du côté N) pour éviter les problèmes de convergence éventuels introduit par l'expression initiale. Dans un deuxième temps, l'algorithme a été mis en œuvre et a montré sa praticabilité. Enfin, l'algorithme *direct*, plus intuitif dans la visualisation des différents mécanismes, a été appliqué avec succès et a démontré un potentiel intéressant pour obtenir d'autres grandeurs d'intérêt, comme l'efficacité quantique interne par exemple (encart 6.2).

#### 6.2.3.1. Algorithme de Monte Carlo Reverse

À partir du modèle énoncé dans la section 6.2.2.1, la grandeur que nous souhaitons estimer est le courant  $I(V_{app})$ . Son expression est rappelée dans l'équation (6.17).

$$I(V_{app}) = I^{n}(V_{app}) + I^{p}(V_{app}) + I^{ZCE}(V_{app})$$

$$\underbrace{\underbrace{}_{courant}}_{d'électrons} \underbrace{\underbrace{}_{courant}}_{en \, z_{CB}} \underbrace{\underbrace{}_{courant}}_{dans \, la \, ZCE}$$

$$(6.17)$$

**Du côté N** On discrétise le laplacien avec un pas  $\delta$  (6.18).

$$\partial_z^2 \Delta p(z) \simeq \frac{-2\Delta p(z) + \Delta p(z-\delta) + \Delta p(z+\delta)}{\delta^2}$$
 (6.18)

En utilisant l'équation (6.2), l'expression de la densité de trous dans la zone N en fonction de la position z est obtenue (6.19).

$$-D_{p} \frac{-2\Delta p(z) + \Delta p(z-\delta) + \Delta p(z+\delta)}{\delta^{2}} = \rho k_{a} \frac{L(z)}{h\nu} - \tau_{rvp} \Delta p(z)$$

$$(\frac{2D_{p}}{\delta^{2}} + \tau_{rvp})\Delta p(z) = \frac{D_{p}}{\delta^{2}} \Delta p(z-\delta) + \frac{D_{p}}{\delta^{2}} \Delta p(z+\delta) + \rho k_{a} \frac{L(z)}{h\nu}$$

$$\implies \Delta p(z) = \underbrace{\frac{D_{p}/\delta^{2}}{D_{p}/\delta^{2} + \tau_{rvp}/2}}_{\mathbb{P}_{diff.}} \left(\frac{1}{2} \Delta p(z-\delta) + \frac{1}{2} \Delta p(z+\delta)\right) + \underbrace{\frac{\tau_{rvp}/2}{D_{p}/\delta^{2} + \tau_{rvp}/2}}_{\mathbb{P}_{abs.}} \frac{\rho k_{a}}{h\nu} \frac{L(z)}{h\nu} \quad (6.19)$$

- Si on arrive en  $z_{CB}$ : arrêt de la marche et  $\Delta p(z_{CB})$  est connue (condition de Dirichlet donnée par l'équation (6.14));
- Si on arrive en  $z_B$ :

$$-D_{p}\partial_{z}\Delta(p)\mathbf{e}_{z} \cdot \mathbf{e}_{z} = k_{rsp}\Delta p(z_{B})$$

$$\implies D_{p}\frac{\Delta p(z_{B} + \delta) - \Delta p(z_{B})}{\delta} = k_{rsp}\Delta p(z_{B})$$

$$\implies \Delta p(z_{B}) = \frac{D_{p}/\delta}{D_{p}/\delta + k_{rsp}}\Delta p(z_{B} + \delta) + \frac{k_{rsp}}{D_{p}/\delta + k_{rsp}} \times 0$$
(6.20)

#### Estimation de $I^p(V_{app})$ :

$$I^{p}(V_{app}) = -eD_{p}\partial_{z}\Delta p(z_{CB}) = -\frac{eD_{p}}{\delta} \left(\Delta p(z_{CB}) - \Delta p(z_{CB} - \delta)\right)$$
(6.21)

Dans l'expression du courant  $I^p(V_{app})$  donnée par l'équation (6.21), la différence de densités de trous peut poser des problèmes de convergence car le terme  $\frac{\Delta p(z_{CB}) - \Delta p(z_{CB} - \delta)}{\delta}$  revient à évaluer un flux. Nous verrons dans la suite, notamment dans la section 6.2.5, que cette façon d'évaluer le courant est praticable dans cette application mais la sélection du pas  $\delta$  peut facilement entraîner des problèmes de convergence. On propose un contournement en écrivant le bilan de  $\Delta p$  sur la zone N (entre  $z_{CB}$  et  $z_B$ ) :

$$\mathbf{j}_{\mathbf{p}}(z_B) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{z}} - \mathbf{j}_{\mathbf{p}}(z_{CB}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{z}} + \int_{z_B}^{z_{CB}} \left( \rho k_a \frac{L(z)}{h\nu} - \tau_{rvp} \Delta p(z) \right) dz = 0$$
(6.22)

Le courant de trous dans N s'en déduit :

$$I^{p}(V_{app}) = e\mathbf{j}_{\mathbf{p}}(z_{CB}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{z}}$$
$$= e\mathbf{j}_{\mathbf{p}}(z_{B}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{z}} + e \int_{z_{B}}^{z_{CB}} \left(\rho k_{a} \frac{L(z)}{h\nu} - \tau_{rvp} \Delta p(z)\right) dz$$
$$= -ek_{rsp} \Delta p(z_{B}) + e \int_{z_{B}}^{z_{CB}} \left(\rho k_{a} \frac{L(z)}{h\nu} - \tau_{rvp} \Delta p(z)\right) dz \qquad (6.23)$$

**Du côté P** Un bilan d'électrons sur la zone P donne également :

$$\mathbf{j}_{\mathbf{p}}(z_{CT}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{z}} - \mathbf{j}_{\mathbf{n}}(z_{T}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{z}} + \int_{z_{CT}}^{z_{T}} \left( \rho k_{a} \frac{L(z)}{h\nu} - \tau_{rvn} \Delta n(z) \right) dz = 0$$
(6.24)

Et par suite :

$$I^{n}(V_{\text{app}}) = -ek_{rsn}\Delta n(z_{T}) + e \int_{z_{CT}}^{z_{T}} \left(\rho k_{a} \frac{L(z)}{h\nu} - \tau_{rvn}\Delta n(z)\right) dz$$
(6.25)

Finalement, le courant total  $I(V_{app})$  s'écrit :

$$I(V_{app}) = -ek_{rsp}\Delta p(z_B) - ek_{rsn}\Delta n(z_T) + e\int_{z_B}^{z_T} dz \left(\rho k_a \frac{L(z)}{h\nu} - \mathcal{H}(z \in [z_B, z_{CB}])\tau_{rvp}\Delta p(z) - \mathcal{H}(z \in [z_{CT}, z_T])\tau_{rvn}\Delta n(z) - \mathcal{H}(z \in [z_{CB}, z_{CT}]) \times 0\right)$$

$$(6.26)$$

#### 6.2.3.2. Algorithme de Monte Carlo Reverse sans la reformulation

Dans l'algorithme précédent, nous avons procédé à une reformulation en écrivant un bilan sur les trous dans la zone N et les électrons dans la zone P. Ce passage nous a permis d'obtenir une expression du courant final en évitant d'évaluer les expressions :  $\Delta p(z_{CB}) - \Delta p(z_{CB} - \delta)$  et



FIG. 6.7. : Espace de chemin de l'algorithme *Reverse* correspondant au terme dans l'intégrale de l'équation (6.26).



FIG. 6.8. : Espace de chemin de l'algorithme *Reverse* correspondant au premier terme de l'expression du courant dans l'équation (6.26). Les mêmes chemins peuvent être tracés pour l'évaluation du terme  $-ek_{rsn}\Delta n(z_T)$ .

 $\Delta n(z_{CT} + \delta) - \Delta n(z_{CT})$  pouvant engendrer des problèmes de convergence. Ici nous proposons la formulation de l'algorithme Reverse sans cette réécriture.

L'expression du courant avant reformulation était donnée par :

$$I(V_{\text{app}}) = -eD_p \partial_z \Delta p(z_{CB}) + eD_n \partial_z \Delta n(z_{CT}) + e \int_{z_{CB}}^{z_{CT}} G(z) dz$$
(6.27)

On peut exprimer  $\partial_z \Delta p(z_{CB})$  et  $\partial_z \Delta n(z_{CT})$  en discrétisant ces dérivées partielles selon un schéma de type différence finie avec un pas  $\delta$ :

#### 6.1 Particularités de l'algorithme Reverse

Dans la vision de l'algorithme Reverse, l'analyse est déroutante puisqu'il s'agit de considérer qu'il y a photogénération totale en un point de départ  $z_d$  (voir figure 6.7) et à rechercher les porteurs ayant conduit à une recombinaison en  $z_d$ . Les porteurs peuvent être photogénérés en  $z_a$  dans le volume et recombiner en  $z_d$ , le poids de la réalisation de Monte Carlo est alors  $G(z_d) - G(z_a)$ . Ils peuvent également avoir été injectés depuis la zone où ils sont majoritaires et recombiner en  $z_d$ , le poids correspondant est  $G(z_d) - \tau_{ron}\Delta n(z_{CT})$ . Enfin, si le chemin en diffusion démarré en  $z_d$  remonte en reverse à l'interface supérieure en  $z_T$  et n'est pas réinjecté dans le volume alors il n'y a pas de source de recombinaison et le poids est simplement  $G(z_d)$  (photogénération totale).

$$\partial_z \Delta p(z_{CB}) = \frac{\Delta p(z_{CB}) - \Delta p(z_{CB} - \delta)}{\delta}$$
(6.28)

$$\partial_z \Delta n(z_{CT}) = \frac{\Delta n(z_{CT} + \delta) - \Delta n(z_{CT})}{\delta}$$
(6.29)

Et pour chacune de ces discrétisations, il faut faire un Monte Carlo pour les termes  $\Delta p(z_{CB-\delta})$  et  $\Delta p(z_{CT} + \delta)$ .

Enfin, pour le terme  $\int_{z_{CB}}^{z_{CT}} G(z) dz$ , il suffit de tirer aléatoirement une position dans l'intervalle  $[z_{CB}, z_{CT}]$  selon une densité de probabilité  $p_Z(z)$ . La formulation probabiliste de ce terme est la suivante :

$$\int_{z_{CB}}^{z_{CT}} G(z) dz = \int_{z_B}^{z_T} p_Z(z) dz \left[ \mathcal{H}(z \in [z_{CB}, z_{CT}]) \times \frac{G(z)}{p_Z(z)} + \mathcal{H}(z \in [z_B, z_{CB}]) \times 0 + \mathcal{H}(z \in [z_{CT}, z_T]) \times 0 \right]$$
(6.30)

#### 6.2.3.3. Algorithme Monte Carlo Direct

L'algorithme précédemment décrit était qualifié de *reverse* car l'espace de chemins consistait à remonter à la source. D'un point de départ donné, on considérait qu'il y avait photogénération puis les chemins remontaient pour retrouver les lieux où il y avait photogénération conduisant à une recombinaison au point de départ. La mise en place de ces processus, bien qu'étant sans difficulté particulière d'un point de vue algorithmique, ne sont pas aisées à analyser en termes physiques au premier abord. Dans une démarche *directe*, au lieu de remonter vers la source, nous partons de celle-ci. Ainsi, la source est constituée des photons incidents à la jonction PN et conduiront à une photogénération s'ils sont absorbés au sein de la jonction. Le courant total est décomposé en deux parties distinctes :

- le courant de photogénération
- le courant de recombinaison côté N et côté P

Pour le courant de photogénération, une position de départ est échantillonnée selon un tirage exponentiel dans l'épaisseur de la jonction, selon la coordonnée z. Si cette position est au-delà de la jonction alors les photons traversent la jonction sans donner lieu à une photogénération, le courant de photogénération est nul pour cette réalisation. Au contraire, si les photons sont absorbés dans la jonction, trois cas sont à distinguer : on est photogénéré dans la zone P, on est photogénéré dans la zone N, on est photogénéré dans la zone de déplétion (ZCE). En fonction de la zone dans laquelle on se trouve, les chemins se poursuivront différemment. Au cours de la marche en diffusion dans les zones N et P, des mécanismes de recombinaison de surface et de volume peuvent intervenir et conduire à un courant de photogénération nul.

En ce qui concerne le courant de recombinaison, que cela soit dans la zone N ou dans la zone P, nous partirons d'une distance  $\delta$  de la frontière à la zone de déplétion vers la zone en question et nous débuterons la marche en diffusion à partir de ce point de ré-injection. Une fois encore, des événements de recombinaison en surface et volume pourront annuler le courant de recombinaison. Les poids associés aux courants de recombinaison (pour les zones N et P) font intervenir le pas de ré-injection en frontière de zone de déplétion.

L'avantage de cette vision en espace de chemins direct est de permettre une analyse plus *naturelle* des mécanismes physiques intervenant au sein de la jonction PN. Par ailleurs cette approche a l'avantage d'amener aisément aux calculs de grandeurs d'intérêts dans le domaine photovoltaïque. Par exemple, avec cet algorithme direct, il devient très facile de calculer les efficacités quantiques interne et externe. C'est également à partir de cette approche directe qu'un **Monte Carlo fonctionnel** a pu être mis en place en exploitant l'information contenue dans les chemins (notamment l'efficacité quantique interne).

**Pour les photogénérés** : On écrit la formulation intégrale pour le courant de photogénération  $j_{\text{ph}}$ .

$$j_{ph} = \int dz q_0 k_a \exp(-k_a z) \left\{ \mathcal{H}(z \in ]z_{CB}, z_{CT}[) \times 1 + \mathcal{H}(z \in [z_B, z_{CB}[) \times w_n(z) + \mathcal{H}(z \in [z_{CT}, z_T[) \times w_p(z)] \right\}$$
(6.31)

où

$$w_n(z) = \mathbb{P}_{abs,n} \times 0 + (1 - \mathbb{P}_{abs,n}) \times \left(\frac{w_n(z+\delta)}{2} + \frac{w_n(z-\delta)}{2}\right)$$
(6.32)

et

$$w_p(z) = \mathbb{P}_{abs,p} \times 0 + (1 - \mathbb{P}_{abs,p}) \times \left(\frac{w_p(z+\delta)}{2} + \frac{w_p(z-\delta)}{2}\right)$$
 (6.33)

avec  $\mathbb{P}_{abs,i} = \frac{\tau_{rvi}/2}{D_i/\delta^2 + \tau_{rvi}/2}$  et i = n, p la probabilité d'être recombiné en volume.

#### Pour les injectés en $z_{CB}$ :

$$\dot{j}_{\text{inj.}z_{CB}} = -\int dz \,\hat{\delta}(z - (z_{CB} - \delta)) \frac{D_n \Delta n(z_{CB})}{\delta} \times w_{n, z_{CB}}(z)$$
(6.34)

avec



FIG. 6.9. : Algorithme Monte Carlo *Direct* correspondant au courant de photogénération, ici pour une paire électron-trou photogénérée dans la zone N.



FIG. 6.10. : Algorithme Monte Carlo *Direct* correspondant au courant de photogénération, ici pour une paire électron-trou photogénérée directement dans la ZCE.

$$w_{n,z_{CB}}(z) = \mathcal{H}(z \in ]z_B, z_{CB}[) \times \left[ \mathbb{P}_{abs,n} \times 1 + (1 - \mathbb{P}_{abs,n}) \left( \frac{w_{n,z_{CB}}(z+\delta)}{2} + \frac{w_{n,z_{CB}}(z-\delta)}{2} \right) \right] + \mathcal{H}(z = z_{CB}) \times 0 + \mathcal{H}(z = z_B) \times \left[ \mathbb{P}_{out,n} \times 1 + (1 - \mathbb{P}_{out,n}) \times w_{n,z_{CB}}(z_B + \delta) \right]$$

$$(6.35)$$

où  $\hat{\delta}$  est la distribution de Dirac,  $\mathbb{P}_{abs,i}$  et  $\mathbb{P}_{out,i}$  avec i = n, p sont respectivement les probabilités d'être recombiné en volume et en surface dans les zones N et P.





## 6.2.4. Recherche du Maximum Power Point (MPP) à l'aide d'une estimation fonctionnelle par la méthode de Monte Carlo

Le courant total (équation (6.36)) dans la jonction PN s'écrit comme la somme du courant créé par les charges qui ont été photogénérées et qui ont été collectées (efficacité quantique interne notée iqe), du courant correspondant aux porteurs majoritaires qui ont été injectés dans la zone où ils sont minoritaires (pour les électrons vers la zone P et pour les trous vers la zone N).

$$j(V_{app}) = iqe \times q_0 + (1 - \mathbb{P}_{out,n}) \times 0 + \mathbb{P}_{out,n} \left( -\frac{D_p}{\delta} \Delta p_{z_{CB}}(V_{app}) \right) + (1 - \mathbb{P}_{out,p}) \times 0 + \mathbb{P}_{out,p} \left( -\frac{D_n}{\delta} \Delta n_{z_{CT}}(V_{app}) \right)$$
(6.36)

 $\mathbb{P}_{out,n}$  (resp.  $\mathbb{P}_{out,p}$ ) est la probabilité d'être injecté pour un trou (resp. un électron) dans la zone N (resp. P) et de participer au courant de recombinaison qui s'oppose au courant de photogénération. Ainsi, ces deux termes apparaissent avec un signe négatif dans l'équation (6.36). Les probabilités  $\mathbb{P}_{out,n}$  et  $\mathbb{P}_{out,p}$  sont obtenues à l'aide de l'algorithme direct présenté dans la section 6.2.3.3. Le principe est de mettre un compteur sur les événements de recombinaison dans l'algorithme mis en place pour l'espace de chemins direct. De cette façon, nous pouvons obtenir la proportion de porteurs majoritaires qui sont injectés dans la zone où ils sont minoritaires. La valeur de iqe est également obtenue à partir de l'algorithme direct.

Nous cherchons le MPP pour lequel la tension appliquée à la jonction PN fournit la puissance maximale. Il s'agit donc d'évaluer le produit  $P(V_{app}) = j(V_{app}) \times V_{app}$  et de rechercher la tension  $V_{app}^{\star}$  pour laquelle la quantité  $\frac{\partial P(V_{app})}{\partial V_{app}} \Big|_{V_{app}^{\star}}$  s'annule.

$$\frac{\partial \mathbf{P}(V_{app})}{\partial V_{app}}\Big|_{V_{app}^{\star}} = iqe \times q_{0} - \mathbb{P}_{out,n} \frac{D_{p}}{\delta} \Delta p_{z_{CB}}(V_{app}^{\star}) - \mathbb{P}_{out,n} \frac{D_{p}}{\delta} \frac{\partial \Delta p_{z_{CB}}}{\partial V_{app}}\Big|_{V_{app}^{\star}} V_{app}^{\star} - \mathbb{P}_{out,p} \frac{D_{n}}{\delta} \Delta n_{z_{CT}}(V_{app}^{\star}) - \mathbb{P}_{out,p} \frac{D_{n}}{\delta} \frac{\partial \Delta n_{z_{CT}}}{\partial V_{app}}\Big|_{V_{app}^{\star}} V_{app}^{\star} = 0$$

$$(6.37)$$

En rappelant que les quantités  $\Delta p_{z_{CB}}(V_{app})$  et  $\Delta n_{z_{CT}}(V_{app})$  sont données par l'équation (6.38).

$$\Delta p_{z_{CB}}(V_{\text{app}}) = \frac{ni^2}{N_d} \left( \exp\left(\frac{eV_{\text{app}}}{k_B T}\right) - 1 \right) \approx \frac{ni^2}{N_d} \exp\left(\frac{eV_{\text{app}}}{k_B T}\right)$$
(6.38)

$$\Delta n_{z_{CT}}(V_{\text{app}}) = \frac{ni^2}{N_a} \left( \exp\left(\frac{eV_{\text{app}}}{k_B T}\right) - 1 \right) \approx \frac{ni^2}{N_a} \exp\left(\frac{eV_{\text{app}}}{k_B T}\right)$$
(6.39)

La suite des calculs est détaillée dans l'équation (6.40) et l'équation (6.41).

$$iqe \times q_{0} = \mathbb{P}_{out,n} \frac{D_{p}}{\delta} \left( \Delta p_{z_{CB}} + V_{app}^{\star} \frac{\partial \Delta p_{z_{CB}}(V_{app})}{\partial V_{app}} \Big|_{V_{app}^{\star}} \right) + \mathbb{P}_{out,p} \left( \Delta n_{z_{CT}} + V_{app}^{\star} \frac{\partial \Delta n_{z_{CT}}(V_{app})}{\partial V_{app}} \Big|_{V_{app}^{\star}} \right)$$

$$(6.40)$$

$$\implies \exp\left(\frac{eV_{\text{app}}^{\star}}{k_BT}\right) \left(1 + \frac{eV_{\text{app}}^{\star}}{k_BT}\right) = \frac{\text{iqe} \times q_0}{\mathbb{P}_{\text{out,n}} \frac{D_p n i^2}{\delta N_d} + \mathbb{P}_{\text{out,p}} \frac{D_n n i^2}{\delta N_a}}$$
(6.41)

En remarquant que l'équation (6.41) est de la forme  $\exp(a)(1 + a) = b$ , la solution semianalytique s'exprime à l'aide de la fonction de Lambert  $W_n$  selon l'équation (6.42).

$$V_{\text{app}}^{\star} = \frac{k_B T}{e} \left[ W_n \left( \exp(1) \frac{\text{iqe} \times q_0}{\mathbb{P}_{\text{out,n}} \frac{D_p n i^2}{\delta N_d} + \mathbb{P}_{\text{out,p}} \frac{D_n n i^2}{\delta N_a}} \right) - 1 \right]$$
(6.42)

Le MPP montré sur la figure 6.12 (point noir) a été obtenu à l'aide de l'estimation fonctionnelle présentée dans cette sous-section.

## 6.2.5. Validation des algorithmes Reverse et Direct à partir d'une solution analytique

Dans le cas d'un modèle gris ( $\rho_{PG}$  et  $k_a$  indépendants de  $\nu$ ), incidence collimatée normale, on peut exprimer le terme de génération comme :

$$G(z) = q k_a \exp(-k_a(z_T - z))$$
(6.43)

où  $q = \rho_{PG} \int_{E_g}^{+\infty} dv \frac{DNI_v}{hv}$ . On dispose alors d'une solution analytique pour le modèle électrique. Dans ce qui suit, nous détaillons la solution analytique pour une configuration N sur P avec l'axe des z orienté du haut vers le bas. Le haut de la jonction (haut de la zone N) est repérée par la position  $z_T = 0$ , la limite entre la zone N et le haut de la ZCE est repérée par  $z_{CT}$ , le bas de la jonction (bas de la zone P) est repérée par  $z_B$ . La solution analytique est détaillée pour la zone N, pour le courant de trous. Une résolution similaire conduit à la solution analytique pour la zone P et le courant d'électrons. La résolution du courant dans la ZCE est triviale et s'obtient par une simple intégration.

#### 6.2.5.1. Le courant de trous côté N

Le courant de trous côté N se situe dans la zone définie entre  $z_T$  et  $z_{CT}$ . On introduit les notations suivantes :  $y \equiv \Delta p$ ,  $D \equiv D_p$ ,  $t \equiv \tau_{rvp}$ ,  $k \equiv k_{rsp}$ ,  $\Delta p(z_{CT}) = \frac{n_i^2}{N_d} \left( \exp\left(\frac{eV_{app}}{k_BT}\right) - 1 \right) \equiv p_0$ . Le problème à résoudre s'écrit :

$$z \in [z_T, z_{CT}]: -D\partial_z^2 y + ty - qk_a \exp(k_a(z_T - z)) = 0$$
(6.44)

$$z = z_T: \qquad \partial_z y(z_T) = \frac{k}{D} y(z_T) \tag{6.45}$$

$$z = z_{CT}$$
:  $y(z_{CT}) = p_0$  (6.46)

Ce problème, qui est une équation différentielle ordinaire du second ordre, possède une solution analytique que nous décrivons ici.

La solution homogène du problème est donnée par :

$$y_h(z) = A \exp\left(\sqrt{\frac{t}{D}}z\right) + B \exp\left(-\sqrt{\frac{t}{D}}z\right)$$
 (6.47)

avec A et B des constantes à déterminer en utilisant les conditions aux limites en  $z = z_T$  et  $z = z_{CT}$ .

La solution particulière se recherche sous la forme :

$$y_p(z) = C \exp\left(-k_a z\right) \tag{6.48}$$

avec *C* une troisième constante à déterminer en remplaçant dans l'équation (6.44). On obtient ainsi :

$$C = \frac{-qk_a}{k_a^2 D - t} \exp\left(-k_a z\right) \tag{6.49}$$

L'utilisation des deux conditions aux limites permet ensuite de déterminer les constantes A et B, les expressions obtenues sont les suivantes :

$$A = p_0 \left( \sqrt{\frac{t}{D}} + k \right) + C(Dk_a + k) \exp\left( -\sqrt{\frac{t}{D}} z_{CT} \right) - C\left( k + \sqrt{\frac{t}{D}} D \right) \exp\left( -k_a z_{CT} \right)$$
(6.50)  
$$B = \frac{A \left( D\sqrt{\frac{t}{D}} - k \right) - C(Dk_a + k)}{D\sqrt{\frac{t}{D}} + k}$$
(6.51)

Finalement, la solution analytique du côté N est donnée par l'équation (6.52).

$$I^{p}(V_{app}) = eD\partial_{z}y(z)\Big|_{z=z_{CT}} = eD\left[A\sqrt{\frac{t}{D}}\exp\left(\sqrt{\frac{t}{D}}z_{CT}\right) - B\sqrt{\frac{t}{D}}\exp\left(-\sqrt{\frac{t}{D}}z_{CT}\right) - Ck_{a}\exp\left(-k_{a}z_{CT}\right)\right]$$
(6.52)

#### 6.2.5.2. Le courant d'électrons côté P

Le courant d'électrons côté P se situe dans la zone définie entre  $z_{CB}$  et  $z_B$ . On introduit les notations suivantes :  $y \equiv \Delta n$ ,  $D \equiv D_n$ ,  $t \equiv \tau_{rvn}$ ,  $k \equiv k_{rsn}$ ,  $\Delta n(z_{CB}) = \frac{n_i^2}{N_a} \left( \exp\left(\frac{eV_{app}}{k_BT}\right) - 1 \right) \equiv n_0$ ,  $L = z_B - z_{CB}$ . Le problème à résoudre s'écrit :

$$z \in [z_{CB}, z_B]$$
:  $-D\partial_z^2 y + ty - qk_a \exp(-k_a z) = 0$  (6.53)

$$z = z_B: \qquad \partial_z y(z_B) = -\frac{\kappa}{D} y(z_B) \tag{6.54}$$

$$z = z_{CB}$$
:  $y(z_{CB}) = n_0$  (6.55)

La méthode de résolution est analogue à ce qui a été développé pour la zone N, nous donnons ici directement les expressions des constantes :

$$A = \frac{C\left[\exp\left(-\sqrt{\frac{t}{D}}L\right)\left(D\sqrt{\frac{t}{D}}-k\right) + \exp\left(-k_{a}L\right)\left(k-Dk_{a}\right)\right] + n_{0}\exp\left(-\sqrt{\frac{t}{D}}L\right)\left(D\sqrt{\frac{t}{D}}-k\right)}{2k\sinh\left(\sqrt{\frac{t}{D}}L\right) + 2D\sqrt{\frac{t}{D}}\cosh\left(\sqrt{\frac{t}{D}}L\right)}$$
(6.56)

$$B = n_0 + S - A \tag{6.57}$$

$$C = \frac{qk_a}{Dk_a^2 - t} \exp(-k_a z_{CB})$$
(6.58)

Le courant d'électrons du côté P s'exprime alors par l'équation (6.52).

$$I^{n}(V_{app}) = -eD\partial_{z}y(z)\Big|_{z=z_{CB}} = A\sqrt{\frac{t}{D}}\exp\left(\sqrt{\frac{t}{D}}z_{CB}\right) - B\sqrt{\frac{t}{D}}\exp\left(-\sqrt{\frac{t}{D}}z_{CB}\right) + Ck_{a}\exp\left(-k_{a}z_{CB}\right)$$
(6.59)

#### 6.2.5.3. Le courant dans la ZCE

Pour exprimer le courant dans la ZCE, il suffit d'intégrer le terme de génération donné par l'équation (6.43) entre les positions  $z_{CB}$  et  $z_{CT}$  selon l'équation (6.60).

$$I^{ZCE}(V_{app}) = e \int_{z_{CT}}^{z_{CB}} dz' G(z') = \frac{-e \, q}{k_a} \exp(-k_a (z_T - z_{CT}))(1 - \exp(-k_a (z_{CT} - z_{CB})))$$
(6.60)

#### 6.2.5.4. Résultat pour la configuration de référence

Pour valider les algorithmes *Reverse* et *Direct* exprimés dans les sections 6.2.3.1 et 6.2.3.3, une jonction PN (N sur P) à base de silicium monocristallin éclairée par une source lumineuse, de spectre AM1.5, est choisie comme configuration de départ. Le dopage dans la région N est  $N_d = 5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  et le dopage dans la zone P est  $N_a = 1,5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ . Les dimensions de la jonction sont données par  $z_{CE} = 250 \times 10^{-6} \text{ cm}, z_T = 250, 3 \times 10^{-6} \text{ cm}$ . La température de la jonction PN est supposée être constante à 300 K.

Les durées de vie (en s) des électrons ( $\tau_n$ ) et des trous ( $\tau_p$ ) sont calculées selon les équations (6.61) et (6.63).

$$\tau_n = \frac{1}{3,45 \times 10^{-12} N_a + 9,5 \times 10^{-32} N_a^2} \text{ si } N_a \ge 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$
(6.61)

$$\tau_n = 2,89 \times 10^{-6} \text{s sinon}$$
 (6.62)

$$\tau_p = \frac{1}{7,8 \times 10^{-13} N_a + 1,8 \times 10^{-31} N_d^2} \text{ si } N_d \ge 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$
(6.63)

$$\tau_n = 12,5 \times 10^{-6} \text{s sinon}$$
 (6.64)

Les coefficients de diffusion  $(m \cdot s^{-2})$  pour les électrons et les trous sont calculés par l'équation (6.65).

$$D_i = \mu_i \frac{k_B T}{q} \tag{6.65}$$

avec i = n ou p,  $k_B$  la constante de Boltzmann, q la charge élémentaire et  $\mu$  la mobilité des porteurs (cm<sup>2</sup> · V<sup>-1</sup> · s<sup>-1</sup>). Les mobilités pour les trous et les électrons sont calculées par les équations (6.66) et (6.67).

$$\mu_n = \mu_{n,min} + \frac{(\mu_{n,0}(\frac{T}{300})^{\nu_n} - \mu_{n,min})}{1 + (\frac{T}{300})^{\xi_n}(\frac{N_a}{n_{n,ref}})^{\alpha_n}}$$
(6.66)

avec  $\mu_{n,min} = 55,24 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}, \ \mu_{n,0} = 1350 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}, \ \nu_n = -2,3, \ \xi_n = -3,8, \ \alpha_n = 0,73 \text{ et } n_{n,ref} = 1,072 \times 10^{17} \text{ cm}^3.$ 

$$\mu_p = \mu_{p,min} + \frac{(\mu_{p,0}(\frac{T}{300})^{\nu_p} - \mu_{p,min})}{1 + (\frac{T}{300})^{\xi_p}(\frac{N_d}{p_{p,ref}})^{\alpha_p}}$$
(6.67)



avec  $\mu_{p,min} = 49,7 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}, \ \mu_{p,0} = 480 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}, \ \nu_p = -2,2, \ \xi_p = -3,, \ \alpha_p = 0,70 \text{ et } p_{p,ref} = 1,606 \times 10^{17} \text{ cm}^3.$ 

FIG. 6.12. : Validation des algorithmes *Direct* et *Reverse* sur la configuration de référence.

Le MPP (Maximum Power Point, en noir sur la figure 6.12) est obtenu à l'aide d'une estimation fonctionnelle par la méthode de Monte Carlo présentée plus en détails dans la section 6.2.4.

#### 6.2.5.5. Efficacité Quantique Interne spectrale-spatiale

L'algorithme direct permet de calculer l'efficacité quantique interne (*IQE* pour *Internal Quantum Efficiency*) par Monte Carlo, de façon spectrale, spatiale ou spectrale-spatiale. Sur la figure 6.13, l'efficacité quantique interne est représentée avec des dépendances spectrales et spatiale dans la jonction PN. La position est repérée sur l'axe des abscisses et la dépendance spectrale est affichée sur l'axe des ordonnées. Les positions dans l'épaisseur de la cellule sont représentées par leur index pour faciliter la visualisation à cause des épaisseurs très différentes des couches N et P. Les longueurs d'onde s'étendent de 280nm à 1107nm, soit l'intervalle spectral utile correspondant à une cellule à base de silicium monocristallin. La figure de l'IQE est superposée à la longueur de pénétration en fonction de la longueur d'onde.

Il est observé, comme attendu, que les longueurs d'onde de la partie bleue du spectre sont absorbées en surface et contribuent à une photogénération en surface dans la zone N. Lorsque la longueur d'onde augmente, on constate que l'IQE se décale vers la couche P (en profondeur) et les paires électron-trou photogénérées proche de la zone de déplétion sont celles qui participent au photocourant. Lorsque les paires électron-trou sont photogénérées trop en profondeur dans la cellule, elles contribuent très peu au courant de photogénération.



FIG. 6.13. : Efficacité Quantique Interne spectrale-spatiale pour la configuration PN présentée précédemment.
#### 6.2 Efficacité Quantique

L'efficacité quantique (EQ) est le rapport entre le nombre de charges collectées et le nombre de photons incidents sur la cellule. Elle se représente souvent spectralement, en fréquence, longeur d'onde ou énergie. Une efficacité quantique égale à 1 signifie que tous les photons absorbés à une longueur d'onde donnée conduisent à la collecte des porteurs minoritaires photogénérés. Pour les photons avec une énergie inférieure au gap de la cellule, l'efficacité quantique est nulle. Pour une cellule idéale, l'efficacité quantique est égale à 1 pour les longueurs d'onde inférieures ou égales à la longueur d'onde de gap puis est nulle. En pratique, l'efficacité quantique d'une cellule ne conserve pas cette forme en créneau. Pour les longueurs d'onde correspondant à la partie bleue du spectre, l'EQ est diminuée à cause des recombinaisons de surface car ces longueurs d'onde sont majoritairement absorbées en surface. La partie verte du spectre est absorbée au centre de la cellule et l'EQ est limitée par la longueur de diffusion des porteurs minoritaires. Enfin, la partie rouge du spectre est absorbée en profondeur de la cellule et est également sujette aux mécanismes de recombinaison en face arrière.





On distingue généralement l'Efficacité Quantique Externe et Interne (External Quantum Efficiency - EQE et Internal Quantum Efficiency - IQE). L'EQE est la fraction du nombre de charges collectées sur le nombre de photons incidents alors que l'IQE est la fraction du nombre de charges collectées sur le nombre de photons incidents et absorbés. Ainsi, l'IQE ne prend pas en compte la réflectance et la transmittance de la cellule photovoltaïque.

# 6.3. Modèle thermique et présentation de couplages hiérarchiques

Dans cette section, nous développons les éléments du modèle thermique à l'échelle de la cellule photovoltaïque. Tout d'abord les termes sources de l'équation de la chaleur spécifiques au système de la jonction PN sont introduits pour la zone P dans la section 6.3.1. Les mêmes expressions sont valables pour la zone N et ne sont pas détaillées ici. L'équation de la chaleur intégrant ces termes sources est écrite pour la zone P. Ensuite, deux couplages hiérarchiques sont présentés : un premier où la température du système intervient dans le taux de recombinaison en volume ( $\tau_{rvv}$  et  $\tau_{rvn}$  pour les trous et les électrons respectivement) et un second dans lequel l'effet de la température est prise en compte dans le courant d'injection. Les couplages sont qualifiés de hiérarchiques dans le sens où il est considéré que le modèle électrique dépend du modèle thermique mais que le modèle thermique n'est pas couplé au modèle électrique. Comme démontré dans les chapitres 2 et 3, nous savons que le bilan thermique dépend de la production électrique du système et réciproquement. Pour prendre en compte la production électrique dans le modèle électrique et conserver l'hypothèse du chapitre 3 où le flux solaire était vu par le panneau seulement en surface, la section 6.3.4 exprime un tel flux solaire absorbé en surface en séparant les contributions thermique et électrique. Enfin, dans la section 6.3.5 un modèle conducto-convecto-radiatif du composant actif encapsulé entre la couche de verre en face avant et la couche de polymère en face arrière est présenté. Dans ce modèle, l'impact thermique de la couche d'EVA est négligée et n'apparaît pas dans les couches étudiées. Les différentes couches sont considérées semi-transparentes et les différentes conditions aux limites sont exprimées. Dans la section 6.3.5, l'objectif est d'obtenir un modèle conducto-convecto-radiatif à l'échelle du panneau photovoltaïque dans le formalisme de la méthode de Monte Carlo.

### 6.3.1. Termes sources dans la zone P

Le terme source d'origine thermique  $Q_{source}(z)$  dans la zone P est la somme des termes sources suivants : thermalisation, absorption du rayonnement sous le gap, absorption de photons ne contribuant pas à la photogénération mais dont l'énergie est supérieure au gap, effet Joule et des recombinaisons non radiatives.

#### 6.3.1.1. Thermalisation

1

Lorsque le photon absorbé possède une énergie supérieure à l'énergie du gap  $(E_g)$ , l'électron photogénéré dans la bande conduction possède une énergie supérieure à  $E_c$  et va céder une partie de son énergie au cristal pour revenir à une énergie proche de celle du niveau bas de la bande de conduction, c'est le phénomène de thermalisation. L'ordre de grandeur du temps nécessaire pour qu'un électron se désexcite par thermalisation est de l'ordre de la picoseconde, il est donc très difficile de récupérer l'énergie perdue sous forme de chaleur dans le cristal sur un temps aussi court. Des recherches portent sur des cellules permettant d'exploiter cette énergie par thermalisation, il s'agit des cellules à *porteurs chauds* (CONIBEER et al. [9]). Le terme source de l'équation de la chaleur correspondant à la thermalisation est donné par l'équation (6.68).

$$Q_{\text{thermalisation}}(z) = \int_{\nu_g}^{+\infty} \mathrm{d}\nu \rho_{PG,\nu} k_{a,\nu} \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega \frac{L_{\nu}(z,\omega)}{h\nu} (h\nu - E_g)$$
(6.68)

#### 6.3.1.2. Absorption sous le gap (par les charges libres)

Les photons avec une énergie inférieure au gap ne peuvent pas contribuer à générer des paires électron-trou et ne participent donc pas au courant. En revanche, ces photons contribuent à échauffer le cristal (même si le silicium devient presque transparent pour le rayonnement sous le gap) et le terme source correspondant est donné par l'équation (6.69).

$$Q_{\text{sous-gap}}(z) = \int_0^{\nu_g} \mathrm{d}\nu k_{a,\nu} \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega \frac{L_\nu(z,\omega)}{h\nu} h\nu$$
(6.69)

#### 6.3.1.3. Absorption de photons

L'absorption de photons dont l'énergie est supérieure au gap mais qui ne génèrent pas d'excitons contribue également à échauffer le matériau. C'est la même expression que pour la photogénération mais le facteur est  $1 - \rho_{PG,\nu}$  au lieu de  $\rho_{PG,\nu}$  et ce terme s'exprime par l'équation (6.71).

$$Q_{\text{parasite}}(z) = \int_{\nu_g}^{+\infty} d\nu (1 - \rho_{PG,\nu}) c k_{a,\nu} \int_{4\pi} d\omega \frac{L_{\nu}(z,\omega)}{ch\nu} h\nu$$
(6.70)

La somme des équations (6.69) et (6.70) donne le terme source (6.71).

$$Q_{\text{exciton}}(z) = \int_0^{+\infty} d\nu (1 - \rho_{PG,\nu}) c k_{a,\nu} \int_{4\pi} d\omega \frac{L_\nu(z,\omega)}{ch\nu} h\nu$$
(6.71)

#### 6.3.1.4. Effet Joule

L'effet Joule est présent à cause de l'échauffement produit par le passage du courant électrique dans les conducteurs (souvent du cuivre) recouvrant les cellules et permettant de collecter les porteurs. La résistance électrique au passage du courant donne le terme source par effet Joule selon l'équation (6.72).

$$Q_{\text{joule}}(z) = \rho_{elec} j_n(z)^2 = \rho_{elec} D_n^2 (\partial_z n)^2$$
(6.72)

où  $\rho_{elec}$  est la résistivité.

#### 6.3.1.5. Recombinaisons non radiatives

Les recombinaisons non radiatives sont données par l'équation (6.73).

$$Q_{recomb}(z) = \rho_{RNR} \tau_{ron} n(z) E_g \tag{6.73}$$

#### 6.3.1.6. Équation de la chaleur dans la zone P

L'équation de la chaleur dans la zone P s'écrit selon l'équation (6.74).

$$\rho_p C_{p_p} \partial_t T(z,t) = \lambda_p \partial_z^2 T(z,t) + Q_{source}(z,t) - \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\nu k_{a,\nu} \int_{4\pi} L_{\nu}^{\star}(T) \mathrm{d}\omega$$
(6.74)

 $L_{\nu}^{\star}$  correspond à la fonction de Planck généralisée.

De façon analogue, on peut écrire l'équation de la chaleur dans la zone N selon l'équation (6.75).

$$\rho_n C_{p_n} \partial_t T(z,t) = \lambda_n \partial_z^2 T(z,t) + Q_{source}(z,t) - \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\nu k_{a,\nu} \int_{4\pi} L_{\nu}^{\star}(T) \mathrm{d}\omega$$
(6.75)

# 6.3.2. Premier couplage hiérarchique : dépendance du coefficient de recombinaison en volume à la température

Les coefficients de recombinaison en volume  $\tau_{rvp}$  et  $\tau_{rvn}$  dépendent de la température T. Dans cette partie, on présente la démarche de la prise en compte de ce couplage thermique pour le coefficient  $\tau_{rvp}$  mais les étapes sont identiques pour  $\tau_{rvn}$ . On suppose que l'on peut linéariser les coefficients de recombinaison volumique de telle sorte que  $\tau_{rvp}(T) = \alpha W(T) + \beta$  où W(T) est un chemin thermique à réaliser dans le système.

On introduit un coefficient de recombinaison volumique fictif (principe des *collisions nulles* GALTIER et al. [10]) noté  $\hat{\tau}_{rvv}$  et on ré-écrit l'équation de diffusion avec ce coefficient :

$$-D_p \frac{\partial^2 \Delta p(z)}{\partial z^2} = \rho k_a \frac{L(z)}{h\nu} - \hat{\tau}_{rvp} \Delta p(z) + (\hat{\tau}_{rvp} - \tau_{rvp}) \Delta p(z)$$
(6.76)

En développant l'expression du laplacien dans le membre de gauche on obtient :

$$\Delta p(z) \left( \frac{2D_p}{\Delta z^2} + \hat{\tau}_{rvp} \right) = \rho k_a \frac{L(z)}{hv} + (\hat{\tau}_{rvp} - \tau_{rvp}) \Delta p(z) + \frac{D_p}{\Delta z^2} \left( \Delta p(z+\delta) + \Delta p(z-\delta) \right)$$

$$\Delta p(z) = \frac{2D_p / \Delta z^2}{2D_p / \Delta z^2 + \hat{\tau}_{rvp}} \left[ \frac{1}{2} \Delta p(z+\delta) + \frac{1}{2} \Delta p(z-\delta) \right] + \frac{\hat{\tau}_{rvp}}{2D_p / \Delta z^2 + \hat{\tau}_{rvp}} \left[ \frac{\tau_{rvp}}{\hat{\tau}_{rvp}} \frac{\rho k_a L(z)}{hv \tau_{rvp}} + \frac{\hat{\tau}_{rvp} - \tau_{rvp}}{\hat{\tau}_{rvp}} \Delta p(z) \right]$$
(6.77)

On ré-écrit maintenant l'équation de diffusion précédente avec le coefficient  $\hat{\tau}_{rvp}$  mais en modifiant l'expression du deuxième terme par rapport à l'écriture précédente.

$$\Delta p(z) = \frac{2D_p/\Delta z^2}{2D_p/\Delta z^2 + \hat{\tau}_{rvp}} \left[ \frac{1}{2} \Delta p(z+\delta) + \frac{1}{2} \Delta p(z-\delta) \right] + \frac{\hat{\tau}_{rvp}}{2D_p/\Delta z^2 + \hat{\tau}_{rvp}} \left[ \frac{\rho k_a L(z)}{\hat{\tau}_{rvp} hv} + \frac{\hat{\tau}_{rvp} - \tau_{rvp}}{\hat{\tau}_{rvp}} \Delta p(z) + \frac{\tau_{rvp}}{\hat{\tau}_{rvp}} \times 0 \right] \\ \Delta p(z) = \mathbb{P}_{\text{diff.}} \left[ \frac{1}{2} \Delta p(z+\delta) + \frac{1}{2} \Delta p(z-\delta) \right] + (1 - \mathbb{P}_{\text{diff.}}) \left[ \frac{\rho k_a L(z)}{\hat{\tau}_{rvp} hv} + \mathbb{P}_1 \Delta p(z) + (1 - \mathbb{P}_1) \times 0 \right]$$

$$\text{avec } \mathbb{P}_{\text{diff.}} = \frac{2D_p/\Delta z^2}{\hat{\tau}_{rvp}} \text{ et } \mathbb{P}_1 = \frac{\hat{\tau}_{rvp} - \tau_{rvp}}{\hat{\tau}_{rvp}}.$$

avec  $\mathbb{P}_{\text{diff.}} = \frac{2D_p/\Delta z^2}{2D_p/\Delta z^2 + \hat{\tau}_{rop}}$  et  $\mathbb{P}_1 = \frac{\hat{\tau}_{rop} - \tau_{rop}}{\hat{\tau}_{rop}}$ 



Il faut que  $\hat{\tau}_{rvp} > \tau_{rvp}$  pour que  $\mathbb{P}_1$  soit une bien une probabilité !

## 6.3.3. Deuxième couplage hiérarchique : dépendance du courant d'injection à la température

Au niveau de la condition de Dirichlet en  $z_{CT}$  dans la zone P (respectivement en  $z_{CB}$  dans la zone N), la concentration d'électrons (respectivement de trous) est une fonction de la température :

$$\Delta n(z_{CT}) = \frac{N_c N_v}{N_a} \left[ \exp\left(-\frac{E_g - eV_{app}}{k_B T}\right) - \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right) \right]$$
(6.79)

Un développement de Taylor du premier ordre de la fonction  $\exp(a/x)$  autour de la valeur  $x^*$ avec  $a = -\frac{E_g - eV_{app}}{k_B T}$  s'écrit :

$$\exp(a/x) \approx \exp(a/x^{\star}) + (x - x^{\star}) \left(\frac{-a}{x^{\star^2}}\right) \exp\left(\frac{a}{x^{\star}}\right)$$
(6.80)

En remplaçant maintenant *a* par son expression et la variable muette *x* par la température *T*, on obtient une expression de l'exponentielle linéarisée à l'ordre 1 autour de la température de référence  $T^*$ :

$$\exp\left(-\frac{E_g - eV_{\rm app}}{k_B T}\right) \approx \exp\left(-\frac{E_g - eV_{\rm app}}{k_B T^{\star}}\right) \left[1 + \frac{E_g - eV_{\rm app}}{k_B T^{\star^2}}(T - T^{\star})\right]$$
(6.81)

$$\exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right) \approx \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T^{\star}}\right) \left[1 + \frac{E_g}{k_B T^{\star^2}}(T - T^{\star})\right]$$
(6.82)

Par conséquent, on peut réécrire la concentration en électron en  $z_{CT}$  en utilisant les développements limités à l'ordre 1 des exponentielles précédentes :

$$\Delta n(z_{CT}) \approx \frac{N_c N_v}{N_a} \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T^{\star}}\right) \left[ \exp\left(\frac{eV_{\rm app}}{k_B T^{\star}}\right) \left(1 + \frac{E_g - eV_{\rm app}}{k_B T^{\star^2}} (T - T^{\star})\right) - \left(1 + \frac{E_g}{k_B T^{\star^2}} (T - T^{\star})\right) \right]$$
(6.83)

On peut maintenant factoriser et regrouper les termes pour exprimer la quantité  $\Delta n(z_{CT})$  sous la forme :

$$\Delta n(z_{CT}) = \alpha \left(\beta T + \gamma\right) \tag{6.84}$$

avec 
$$\alpha = \frac{N_c N_v}{N_a} \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T^{\star}}\right), \beta = \exp\left(\frac{eV_{app}}{k_B T^{\star}}\right) \frac{E_g - eV_{app}}{k_B T^{\star^2}} - \frac{E_g}{k_B T^{\star^2}} \operatorname{et} \gamma = \exp\left(\frac{eV_{app}}{k_B T^{\star}}\right) \left(1 - \frac{E_g - eV_{app}}{k_B T^{\star}}\right) + \frac{E_g}{k_B T^{\star}} - 1.$$

Ainsi, lorsque le chemin d'une réalisation de l'algorithme de Monte Carlo arrive en  $z_{CT}$  et que la concentration en électrons  $\Delta n(z_{CT})$  doit être exprimée, un chemin thermique est lancé pour trouver la température au sein de la jonction. Par le principe de *double randomization*, il n'est pas nécessaire d'évaluer d'abord la température ( $W_T$ ) à l'aide d'un algorithme de Monte Carlo puis la valeur du courant électrique à l'aide d'un second algorithme de Monte Carlo. L'expression de la concentration en  $z_{CT}$  à l'aide de variables aléatoires est donnée par :

$$W_{\Delta n(z_{CT})} = \alpha(\beta W_T + \gamma) \tag{6.85}$$

où une réalisation de la variable aléatoire  $W_T$  s'obtient également à partir d'une formulation de type Monte Carlo pour évaluer la température au sein du système (voir la section 6.3.5).

### 6.3.4. Ecriture du flux solaire avec prise en compte de la production électrique

On cherche à écrire le flux solaire absorbé en volume  $(P_{abs.}^{tot.})$  en le séparant en deux composantes : la partie transformée en électricité  $(P_{abs.}^{élec.})$  par les cellules et la partie contribuant à l'échauffement thermique  $(P_{abs.}^{th.})$ .

La puissance totale absorbée dans jonction PN ( $P_{abs.}^{tot.}$  en W) s'écrit selon l'équation :

$$P_{abs.}^{tot.} = P_{abs.}^{th.} + P_{abs.}^{elec.}$$

$$P_{abs.}^{tot.} = \int_{0}^{+\infty} d\nu \int_{\mathcal{V}} dV \int_{4\pi} d\omega k_{a,\nu}^{tot} L_{\nu}^{inc.}(\mathbf{x}, \omega) \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}$$
(6.86)

où  $L_{\nu}^{\text{inc.}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega})$  est la luminance incidente (W · m<sup>-2</sup> · sr<sup>-1</sup> · Hz<sup>-1</sup>),  $k_{a,\nu}^{tot} = k_{a,\nu}^{IB} + k_{a,\nu}^{DL}$  le coefficient d'absorption inter-bandes (m<sup>-1</sup>),  $k_{a,\nu}^{IB}$  le coefficient d'absorption inter-bandes (m<sup>-1</sup>) et le coefficient d'absorption par les charges libres et le réseau  $k_{a,\nu}^{DL}$  (m<sup>-1</sup>).

Nous introduisons également la distribution spectrale du flux de photons (photons  $m^{-2} \cdot s^{-1} \cdot Hz^{-1}$ ), notée  $g_{\nu}^{\text{inc.}}$ , incidente sur la cellule. L'intégration spectrale de  $g_{\nu}$  permet d'obtenir le flux de photons en photons  $m^{-2} \cdot s^{-1}$ , noté  $\phi_{\text{GHI}}$ .

La puissance absorbée correspondant à la partie thermique ( $P_{abs.}^{th.}$  en W) s'obtient en sommant la partie correspondant à l'absorption inter-bandes (pour les fréquences supérieures à la fréquence de gap du silicium  $v_g$ ) et celle correspondant à l'absorption par le réseau et les charges libres (sur tout le spectre).

$$P_{\text{abs.}}^{\text{th.}} = \int_{0}^{+\infty} d\nu \int_{\mathcal{V}} dV \int_{4\pi} d\omega \, k_{a,\nu}^{DL} g_{\nu}^{\text{inc.}} h\nu + \int_{0}^{\nu_g} d\nu \int_{\mathcal{V}} dV \int_{4\pi} d\omega \, k_{a,\nu}^{IB} g_{\nu}^{\text{inc.}} (h\nu - h\nu_g) \\ = \int_{0}^{+\infty} d\nu \int_{\mathcal{V}} dV \int_{4\pi} d\omega \, \left[ k_{a,\nu}^{DL} g_{\nu}^{\text{inc.}} h\nu + \left[ \mathcal{H}(\nu < \nu_g) \times 0 + \mathcal{H}(\nu \ge \nu_g) k_{a,\nu}^{IB} g_{\nu}^{\text{inc.}} (h\nu - h\nu_g) \right] \right]$$
(6.87)

On introduit la densité de probabilité  $p_N(v)$  définie par l'équation (6.88). On se référera à l'annexe B pour des informations supplémentaires sur le tirage selon le spectre AM1.5 (encart 2.2).

$$p_{\mathcal{N}}(\nu) = \frac{g_{\nu}^{\text{inc.}}}{\int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} g_{\nu}^{\text{inc.}} d\nu} = \frac{g_{\nu}^{\text{inc.}}}{\phi_{\text{GHI}}}$$
(6.88)

où  $v_{\text{min}}$  et  $v_{\text{max}}$  sont les fréquences définissant le spectre solaire. Pour le spectre AM1.5 on prendra  $v_{\text{min}} = 7,4948 \times 10^{13}$  Hz et  $v_{\text{max}} = 1,0707 \times 10^{15}$  Hz.

Finalement, en introduisant la densité de probabilité  $p_N(v)$  dans l'expression de  $\phi_{abs.}^{th.}$  et en simplifiant, on obtient l'expression de la puissance absorbée convertie en chaleur (6.89).

$$P_{\text{abs.}}^{\text{th.}} = \int_{0}^{+\infty} d\nu p_{\mathcal{N}}(\nu) \int_{\mathcal{V}} dV \int_{4\pi} d\omega \left\{ \left[ k_{a,\nu}^{DL} \phi_{\text{GHI}} h\nu + \left[ \mathcal{H}(\nu < \nu_g) \times 0 + \mathcal{H}(\nu \ge \nu_g) k_{a,\nu}^{IB} \phi_{\text{GHI}}(h\nu - h\nu_g) \right] \right\}$$
(6.89)

La partie du rayonnement incident convertie en puissance électrique est donnée par l'équation (6.90).

$$P_{\text{abs.}}^{\text{élec.}} = P_{\text{abs.}}^{\text{tot.}} - P_{\text{abs.}}^{\text{abs.}}$$
(6.90)



(b) Libre parcours moyen d'absorption calculé comme l'inverse du coefficient d'absorption inter-bandes.

FIG. 6.15. : Coefficient d'absorption inter-bandes et libre parcours moyen.

# 6.3.5. Modèle conducto-convecto-radiatif du panneau photovoltaïque

#### 6.3.5.1. Configuration étudiée



### 6.3.5.2. Description du modèle

**Zone 1 : Couche de verre** La couche de verre correspond à l'abscisse  $z \in [z_{VB}, z_{VT}]$ . On écrit l'équation de la chaleur dans la zone 1 (6.91).

$$\rho_1 C_{p_1} \frac{\partial T_1(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \lambda_1 \nabla^2 T_1(\mathbf{x}, t) + \mathsf{S}_1(\mathbf{x}, t)$$
(6.91)

 $S_1(\mathbf{x}, t)$  est un terme source radiatif en volume correspondant à la partie IR (échanges avec le ciel et l'environnement autour du PV) et à la contribution solaire. Son expression est donnée dans l'équation (6.92).

$$\mathcal{S}_1(\mathbf{x},t) = \zeta_1(T_{R,\omega,\nu} - T_1(\mathbf{x},t)) + \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\nu \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega k_{a,\nu} L(\mathbf{x},\omega,\nu,t)$$
(6.92)

avec  $\zeta_1 = 16k_{a1}\sigma T_{ref}^3$  et  $T_{R,\omega,\nu} = \int_{4\pi} d\omega \int_0^{+\infty} d\nu p_{\mathcal{N}}(\nu) T_{R,\nu\omega}$ . Ce premier terme source s'obtient après linéarisation de la luminance autour d'une température de référence  $T_{ref}$  qui dépend de la source IR considérée.

$$\frac{\partial T_{1}(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \frac{\lambda_{1}}{\rho_{1}C_{1}} \nabla^{2}T_{1}(\mathbf{x},t) + \frac{\zeta_{1}}{\rho_{1}C_{1}} (T_{R,\omega,\nu} - T_{1}(\mathbf{x},t)) + \frac{1}{\rho_{1}C_{1}} \int_{0}^{+\infty} d\nu \int_{4\pi} d\omega k_{a,\nu} L(\mathbf{x},\omega,\nu,t) \\
= \frac{-6\lambda_{1}}{\rho_{1}C_{1}\delta_{1}^{2}} \left[ T_{1}(\mathbf{x},t) - \left( \frac{6\lambda_{1}}{6\lambda_{1} + \zeta_{1}\delta_{1}^{2}} T_{1}^{\star}(\mathbf{x},t) + \frac{\zeta_{1}\delta_{1}^{2}}{6\lambda_{1} + \zeta_{1}\delta^{2}} T_{R,\omega,\nu} + \frac{\delta_{1}^{2}}{6\lambda_{1} + \zeta_{1}\delta_{1}^{2}} \int_{0}^{+\infty} d\nu \int_{4\pi} d\omega k_{a,\nu} L(\mathbf{x},\omega,\nu,t) \right) \right] \\
\frac{\partial T_{1}(\mathbf{x},t)}{\partial t} = -\alpha_{1} \left[ T_{1}(\mathbf{x},t) - \left( \mathbb{P}_{cd}T_{1}^{\star}(\mathbf{x},t) + (1 - \mathbb{P}_{cd})T_{R,\omega,\nu} + \mathcal{Q}_{1}(\mathbf{x},t) \right) \right] \\$$
avec  $\alpha_{1} = \frac{6\lambda_{1}}{\alpha C \delta^{2}}, T_{1}^{\star}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{6} \left( T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{x}},t) + T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{y}},t) + T(\mathbf{x} \pm \delta \mathbf{e}_{\mathbf{z}}) \right), \mathbb{P}_{cd} = \frac{6\lambda_{1}}{6\lambda_{1} + \zeta_{1}\delta^{2}} \left[ T_{1}(\mathbf{x},t) + T_{1}(\mathbf{x},t) + T_{1}(\mathbf{x},t) \right]$ 

et  $Q_1(\mathbf{x},t) = \frac{\delta_1^2}{6\lambda_1 + \zeta_1\delta_1^2} \int_0^{+\infty} d\nu \int_{4\pi} d\omega k_{a1,\nu} L(\mathbf{x},\omega,\nu,t)$  (et on poursuit en rayonnement dans ce cas).

**Condition à la limite en**  $z = z_{VT}$  On arrive à l'interface entre un milieu semi-transparent (le verre) et un milieu transparent (l'air). La surface peut échanger par convection avec l'air.

Si on arrive en  $z = z_{VT}$  en conduction alors la condition à la limite est donnée par l'équation (6.94).

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1(\mathbf{x}, t)}{\partial z} \bigg|_{z=z_{VT}} = h_1^{cv} (T_1(\mathbf{x}, t) - T_{air})$$
(6.94)

La réécriture de la continuité du flux sous forme probabiliste conduit à l'équation (6.95).

$$T(\mathbf{x} = z_{VT}, t) = \mathbb{P}_{cd}T_1(\mathbf{x} - \delta_1 \mathbf{n_1}, t) + (1 - \mathbb{P}_{cd})T_{air}$$
(6.95)

Si on arrive en rayonnement en  $z = z_{VT}$ , il est nécessaire de tester si le chemin radiatif est réfléchi (de manière spéculaire) à l'intérieur du verre ou s'il sort de la couche. Dans le deuxième cas, on retient la température de ciel  $T_{sky}$ .

Si le rayon arrive avec un angle  $\theta_2$  depuis la couche de verre alors on peut calculer l'angle  $\theta_1$ entre la normale  $\mathbf{n_1}$  et le rayon incident à la couche de verre. La loi de Snell-Descartes (6.96) (angles de Brewster) permet de déterminer l'angle d'incidence  $\theta_1$ .

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \tag{6.96}$$

Si  $\theta_1 > \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$  alors le rayon est réfléchi et se ré-injecte dans la couche de verre en reportant la longueur tirée selon le coefficient d'extinction. Sinon, on calcule le coefficient de réflexion entre le verre et l'air ( $\Gamma_{va}$ ) selon l'équation (6.97).

$$\Gamma_{va} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \right]$$
(6.97)

 $\Gamma_{va}$  est une probabilité d'être réfléchi. Il suffit de tirer un nombre entre 0 et 1 et de tester si on est réfléchi.

**Condition à la limite en**  $z = z_{VB}$  On arrive à l'interface entre deux milieux semi-transparents. Il suffit de tester si on est réfléchi dans le verre ou si on passe dans le milieu 2 (calcul de la réflectivité selon l'équation (6.98)). Dans le deuxième cas, il faut ré-injecter le chemin dans la zone 2 d'une longueur égale à la différence entre la longueur échantillonnée selon le coefficient d'extinction et la distance entre la frontière 1-2 et la position courante.

$$\Gamma_{vs} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \right]$$
(6.98)

**Zone 2 : Couche de silicium (cellules photovoltaïques)** La couche de silicium correspond à l'abscisse  $z \in [z_{TT}, z_{VB}]$ .

On écrit l'équation de la chaleur dans la zone 2 (6.99).

$$\rho_2 C_{p_2} \frac{\partial T_2(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \lambda_2 \nabla^2 T_2(\mathbf{x}, t) + \mathcal{S}_2(\mathbf{x}, t)$$
(6.99)

Et le terme source  $S_2(\mathbf{x}, t)$  est donné par l'équation (6.100).

$$S_2(\mathbf{x},t) = \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\nu \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega k_{a2,\nu} L(\mathbf{x},\omega,\nu,t) \left(1 - \rho_{elec,\nu}(V_{\mathrm{app}})\right)$$
(6.100)

Il est important de noter que le couplage entre le modèle électrique et le modèle thermique intervient par l'intermédiaire du rendement électrique  $\rho_{elec,\nu}(V_{app})$ . Le couplage peut se penser de trois manières :

- on donne un modèle de fermeture sur  $\rho_{elec,v}(V_{app})$  qui ne dépend alors pas du modèle électrique développé dans la chapitre 6. Dans ce cas, nous avons un couplage hiérarchique du modèle thermique vers le modèle électrique et l'objet d'étude est l'évolution du rendement électrique avec la température.
- on ne prescrit pas de formule pour  $\rho_{elec,\nu}(V_{app})$  et le modèle thermique dépend du modèle électrique. Pour le modèle électrique, on considère que la température est fixe et nous avons un couplage hiérarchique du modèle électrique vers le modèle thermique.
- les deux modèles sont couplés avec un couplage dans les deux sens entre les modèles électrique et thermique.

De façon identique aux calculs menés dans la zone 1, l'expression finale de la température dans la zone 2 s'écrit selon l'équation (6.101).

$$\frac{\partial T_2(\mathbf{x},t)}{\partial t} = -\alpha_2 \left[ T_2(\mathbf{x},t) - \left( \mathbb{P}_{cd} T_2^{\star}(\mathbf{x},t) + (1 - \mathbb{P}_{cd}) T_{R,\omega,\nu} + \mathcal{Q}_2(\mathbf{x},t) \right) \right]$$
(6.101)

avec  $\alpha_2 = \frac{6\lambda_2}{\rho_2 C_2 \delta_2^2}$  et  $Q_2(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta_2^2}{6\lambda_2 + \zeta_2 \delta_2^2} \int_0^{+\infty} d\nu \int_{4\pi} d\omega k_{a2,\nu} L(\mathbf{x}, \omega, \nu, t)$ Un modèle de fermeture simple pour  $\rho_{elec,\nu}(V_{app})$  est donné par l'équation (6.102).

$$\rho_{elec,\nu}(V_{app}) = \mathcal{H}(\nu \ge \nu_g) \frac{E_g}{h\nu}$$
(6.102)

Dans l'équation (6.102),  $\rho_{elec,\nu}(V_{app})$  correspond à un rendement maximal. Lorsque  $\nu < \nu_g$ , le rendement électrique est nul (on ne convertit par les fréquences sous le gap), le rendement

électrique tend vers zéro lorsque la fréquence tend vers l'infini, le rendement électrique est unitaire lorsque la fréquence des photons incidents est exactement égale à celle du gap  $v_g$ , ce qui correspond à une situation théorique.

**Condition à la limite en**  $z = z_{VB}$  Il s'agit de la même condition à la limite que celle du verre en  $z_{VB}$ .

**Condition à la limite en**  $z = z_{TT}$  Il y a continuité du flux en  $z_{TT}$ .

$$T_{2}(z_{TT}, t) = \mathbb{P}_{cd,2}T_{2}(z_{TT} + \delta_{2}, t) + \mathbb{P}_{cd,3}T_{3}(z_{TT} - \delta_{3}, t) + \mathbb{P}_{rad,2}T_{R,\omega,\nu,\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}2>0} + \mathbb{P}_{rad,3}T_{R,\omega,\nu,\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}_{2}<0} + \rho_{23}\left[q_{0} - \left(\int_{z_{TT}}^{z_{VB}} dz'q_{0}k_{a2}\exp(-k_{a2}z') + \int_{z_{VB}}^{z_{VT}} dz'q_{0}k_{a1}\exp(-k_{a1}z')\right)\right]$$
(6.103)

 $\rho_{23}$ : réflectivité de la surface en  $z = z_{TT}$  (contacts métalliques de face arrière des cellules).

La condition de continuité pour le transfert radiatif à l'interface  $z_{TT}$  est donnée par l'équation (6.104).

$$T_{R,\mathbf{u}} = \alpha T_{z_{TT}} + (1 - \alpha) T_{R,\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}>0}$$
(6.104)

**Zone 3 : Couche de polymère (Tedlar) en face arrière** La couche de face arrière correspond à l'abscisse  $z \in [z_{TB}, z_{TT}]$ .

On écrit l'équation de la chaleur dans la zone 3 selon l'équation (6.105).

$$\rho_3 C_{p_3} \frac{\partial T_3(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \lambda_3 \nabla^2 T_3(\mathbf{x}, t) + \mathcal{S}_3(\mathbf{x}, t)$$
(6.105)

$$S_3(\mathbf{x},t) = \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\nu \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega k_{a3,\nu} L(\mathbf{x},\omega,\nu,t)$$
(6.106)

L'équation de la chaleur probabilisée se réécrit à nouveau sous la forme équation (6.107).

$$\frac{\partial T_3(\mathbf{x},t)}{\partial t} = -\alpha_3 \left[ T_3(\mathbf{x},t) - \left( \mathbb{P}_{cd} T_3^{\star}(\mathbf{x},t) + (1 - \mathbb{P}_{cd}) T_{R,\omega,\nu} + \mathcal{Q}_3(\mathbf{x},t) \right) \right]$$
(6.107)

avec 
$$\alpha_3 = \frac{6\lambda_3}{\rho_3 C_3 \delta_3^2}$$
 et  $\mathcal{Q}_3(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta_3^2}{6\lambda_3 + \zeta_3 \delta_3^2} \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\nu \int_{4\pi} \mathrm{d}\omega k_{a3,\nu} L(\mathbf{x}, \omega, \nu, t).$ 

On pose  $h_{R2} = 4\epsilon\sigma T_{sky}^3$  et  $h_{R3} = 4\epsilon\sigma T_{ground}^3$  pour définir les coefficients d'échanges radiatifs linéarisés avec le ciel et le sol respectivement.

L'équation de continuité à l'interface en  $z = z_{TT}$  entre les zones 2 et 3 pour un chemin venant de 3 en conduction équation (6.108).

$$-\rho_{23}\left[q_{0}-\left(\int_{z_{TT}}^{z_{VB}} \mathrm{d}z q_{0} k_{a2} \exp(-k_{a2} z)+\int_{z_{VB}}^{z_{VT}} \mathrm{d}z q_{0} k_{a1} \exp(-k_{a1} z)\right)\right]-\lambda_{2} \nabla T_{2}\Big|_{z=z_{TT}}$$
$$+h_{R2}\left(T_{2}(\mathbf{x},t)-\int_{\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}>0} \mathrm{d}\mathbf{u} \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}}{\pi}T_{R,\mathbf{u}}\right)=-\lambda_{3} \nabla T_{3}\Big|_{z=z_{TT}}-h_{R3}\left(T_{3}(\mathbf{x},t)-\int_{\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}<0} \mathrm{d}\mathbf{u} \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}}{\pi}T_{R,\mathbf{u}}\right)$$
(6.108)

avec  $\rho_{23}$  la réflectivité de l'interface en  $z = z_{TT}$ .

La condition de continuité pour un chemin venant en conduction à l'interface  $z_{TT}$  depuis la zone 3 s'écrit selon l'équation (6.109).

$$T_{R,\mathbf{u}} = \alpha T_3(z_{TT}) + (1 - \alpha) T_{R,\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}<0}$$
(6.109)

avec  $\alpha = 1$  si l'interface est considérée comme étant un corps noir.

#### 6.3.5.3. Application de l'algorithme

Ce dernier modèle constitue une première étape dans la démarche d'un couplage entre le modèle électrique développé précédemment et un modèle thermique prenant en considération les différentes couches du panneau photovoltaïque. En effet, dans le chapitre 3, le panneau était considéré comme un milieu homogène uniforme. Ici, les différentes couches ainsi que leur caractère semi-transparent est pris en compte dans l'algorithme de Monte Carlo. L'introduction de ces éléments supplémentaires par rapport au modèle conducto-convectif du chapitre 3 entraîne une complexification de l'algorithme de Monte Carlo associé et n'a pas encore fait l'objet d'une mise en pratique. Cependant, les différents principes présentés ici ont tous été mis en œuvre avec succès dans des travaux antérieurs à ce travail (IBARRART [7], TREGAN, AMESTOY, BATI et al. [11] et TREGAN [5]).

# 6.4. Conclusions

Dans ce dernier chapitre, un modèle électrique d'une configuration de référence a été développé et résolu par la méthode de Monte Carlo selon deux algorithmes : un algorithme qualifié de reverse et un second direct. Les analyses physiques relatives à chacun de ces deux algorithmes permettent d'enrichir la compréhension des processus physiques au sein d'une jonction PN et apportent de nouvelles interprétations de ces phénomènes. Une configuration de référence a été choisie pour développer ces premiers travaux car la solution analytique permet de valider les différentes étapes de ce travail. De plus, une estimation fonctionnelle par la méthode de Monte Carlo rend possible le calcul du point de puissance maximum en exploitant l'algorithme direct. Des premières analyses sur les différentes phénoménologies de recombinaison au sein de la cellule et sur les efficacités quantiques sont possibles à partir de ce travail. Nous avons également présenté des idées de couplage à la thermique à l'échelle de la cellule avec les différents termes sources de l'équation de la chaleur. Deux couplages hiérarchiques sur le taux de recombinaison en volume et sur le courant d'injection sont décrits. Enfin, un modèle thermique conductoconvecto-radiatif en prenant en compte la semi-transparence des couches de verre, de silicium et de polymère a été posé. Dans de futurs travaux, une étape supplémentaire pourrait être la résolution de l'équation de Poisson et des équations de dérive-diffusion par la méthode de Monte Carlo, l'analyse mise en avant dans ce chapitre pourrait alors s'appliquer à toutes architectures de cellules, photovoltaïques ou non.

# Références

[1] David MOSER, Markus PICHLER et Miglena NIKOLAEVA-DIMITROVA. «Filtering procedures for reliable outdoor temperature coefficients in different photovoltaic technologies». In : *Journal of solar energy engineering* 136.2 (2014).

- [2] Mark KAC. «On some connections between probability theory and differential and integral equations». In : Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1950, Berkeley and Los Angeles. Univ. of California Press. 1951.
- [3] Bernard LAPEYRE et al. *Introduction to Monte Carlo methods for transport and diffusion equations*. T. 6. Oxford University Press on Demand, 2003.
- [4] Léa PENAZZI. «Construction d'une fonction de transfert par la méthode Monte Carlo Symbolique : application à la thermique couplée en géométries complexes». Thèse de doct. Ecole nationale des Mines d'Albi-Carmaux, 2020.
- [5] Jean-Marc TREGAN. «Thermique non-linéaire et Monte-Carlo». Thèse de doct. Université Toulouse 3 Paul Sabatier, 2020.
- [6] Paule LAPEYRE. « Un modèle de transfert radiatif pour la sensibilité géométrique : lecture physique des algorithmiques de Monte-Carlo via la double randomisation ». Thèse de doct. Perpignan, 2021.
- [7] Loris IBARRART. «Description en espaces de chemins et méthode de Monte Carlo pour les transferts thermiques couplés dans les structures fluides et solides, une approche compatible avec l'informatique graphique». Thèse de doct. Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, 2020.
- [8] Victor GATTEPAILLE. «Modèles multi-échelles de photobioréacteurs solaires et méthode de Monte Carlo». Thèse de doct. Université Clermont Auvergne, 2021.
- [9] Gavin CONIBEER et al. «Progress on hot carrier cells». In : *Solar Energy Materials and Solar Cells* 93.6-7 (2009), p. 713-719.
- [10] Mathieu GALTIER et al. «Integral formulation of null-collision Monte Carlo algorithms». In : *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 125 (2013), p. 57-68.
- [11] Jean-Marc TREGAN, Jean-Luc AMESTOY, Mégane BATI et al. «Coupling radiative, conductive and convective heat-transfers in a single Monte Carlo algorithm : a general theoretical framework for linear situations». In : *https ://hal.science/hal-03819157* (2022).

# **Conclusion générale**

Les travaux présentés tout au long de ce manuscrit de thèse ont concerné l'étude des transferts thermiques et hydriques couplés entre la surface d'une toiture végétalisée extensive et un panneau photovoltaïque. Cette démarche est motivée par les enjeux énergétiques et climatiques à relever dans les prochaines années, tout particulièrement en milieu urbain où la densification est de plus en plus marquée. L'objectif principal du travail était d'évaluer l'éventuel gain en énergie apporté par une toiture végétalisée en comparaison des revêtements plus conventionnels (*bitume*, *gravier*). Face à la complexité des échanges mis en jeu et le couplage multi-physiques (transferts couplés de chaleur et de masse) et multi-échelles (de la cellule photovoltaïque au système, de la parcelle considérée individuellement au bâtiment dans son ensemble), l'étude s'est décomposée en :

- une partie *Expérimentale* où la plateforme du Cerema (Nancy) a été largement instrumentée. Plusieurs panneaux photovoltaïques ont été installés sur des parcelles de nature différente et de nombreuses mesures, notamment électriques, ont permis d'évaluer les performances énergétiques des différentes associations;
- une partie *Modélisation* dans laquelle plusieurs modèles ont été mis en place. En particulier le modèle *conducto-convectif* présenté dans le chapitre 3 et mis en application dans le chapitre 4 afin d'évaluer la production d'énergie sur de longues périodes de temps.

Le manuscrit a été divisé en 6 chapitres avec une vision aux différentes échelles comme fil conducteur. Ainsi, le chapitre 3 s'est intéressé à l'échelle panneau en considérant la toiture comme un milieu homogène alors que le chapitre 5 nous a permis d'évaluer les besoins énergé-tiques d'un bâtiment avec la présence d'un champ photovoltaïque. Dans le chapitre 6, les travaux s'intéressent à l'échelle du composant actif du panneau, à savoir la cellule photovoltaïque, avec pour ambition d'obtenir des images physiques renouvelées, une insensibilité des temps de calculs à la dimension du domaine d'intégration et à la complexité géométrique à toutes les échelles, des calculs de sensibilité, une estimation fonctionnelle par la méthode de Monte Carlo. Nous présentons une synthèse des travaux réalisés au cours des différents chapitres avec une discussion sur les limites et perspectives de ce travail.

• Le chapitre 1 nous a permis de poser le contexte de cette thèse qui ne peut prendre son sens qu'avec une vision globale sur les problématiques sociétales actuelles en matière de lutte contre le réchauffement climatique et de besoins énergétiques. Pour répondre à ces questions en milieu urbain, les technologies photovoltaïques semblent prometteuses car les toitures offrent un espace intéressant pour maximiser le rayonnement solaire incident

et un faible impact sur l'encombrement au sol. Comme nous l'avons présenté, un phénomène bien connu est la dégradation du rendement électrique avec l'augmentation de la température des cellules photovoltaïques. Or cette température est le résultat d'une interaction complexe entre le panneau photovoltaïque et son environnement : intermittence du rayonnement solaire, fluctuations aléatoires du vent, précipitations. De plus, le milieu urbain est souvent complexe avec la présence potentielle de nombreux obstacles pouvant masquer le rayonnement solaire pour les panneaux si l'installation est mal pensée. Malgré ce constat, les technologies photovoltaïques sont certifiées selon les Conditions Standards de Test (STC) correspondant à une situation idéale : un rayonnement solaire incident de  $1000 \,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$  dans les conditions AM 1.5 (spectre solaire avec un angle d'incidence de 48 par rapport au zénith) et une température de cellules de 25 °C. Un constat intéressant est que de nombreux sites expérimentaux à travers le monde confirment que ces conditions idéales ne sont quasiment jamais rencontrées au cours de la vie d'un panneau. Cette observation entraîne l'émergence d'un nombre important de techniques de mitigation de la température des cellules. Une solution intéressante à étudier est d'associer le panneau photovoltaïque à une toiture végétale extensive. Cette association symbiotique permettrait au panneau de bénéficier de l'effet d'évapotranspiration provenant de la toiture tout en limitant le stress thermique pour les plantes. L'objectif de ce travail est double. Il s'agit, d'une part, de déterminer si une toiture végétale peut avoir un impact bénéfique sur le rendement électrique du panneau photovoltaïque en comparaison d'une toiture avec une surface plus classique (bitumineuse ou gravier par exemple). D'autre part, il est nécessaire d'expliciter les mécanismes physiques des échanges d'énergie qui ont lieu entre le panneau photovoltaïque et son environnement, tout particulièrement dans la configuration d'une toiture végétale extensive. Une structure végétale en toiture et un panneau photovoltaïque présentent tous les deux une structure en couche et l'hypothèse est souvent de considérer les transferts couplés de chaleur et de masse en 1D. La présence de panneaux photovoltaïques à la surface de la toiture va bien évidemment modifier le bilan d'énergie de la toiture et entraîner l'apparition de phénomènes nouveaux par rapport à une configuration où les deux systèmes sont séparés : modification des écoulements d'eau et d'air, ombrage du bâtiment, modification du type de végétation, etc. Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts généraux des transferts de chaleur et de masse applicables à la toiture végétalisée et au panneau photovoltaïque. Nous avons introduit séparément les systèmes de toiture végétalisée et de panneau photovoltaïque puis l'idée de leur association symbiotique et la vision des différents couplages entre systèmes ont été présentés afin de justifier l'intérêt de ce travail, mené à la fois en modélisation et en simulation mais aussi par la voie de l'expérimentation.

• Dans le chapitre 2, l'ensemble de la plateforme expérimentale et des différents capteurs installés au cours de la thèse ont été présentés. Nous avons notamment détaillé les différentes parcelles et les spécificités de chacune. Ces parcelles sont divisées en deux catégories. D'une part les parcelles *végétalisées* : *Argile Expansée*, *Stock 40* et *Stock 60*, *Parcelle Calcaire*, et d'autre part, *Gravier* et *Bitume/Coolroof* pour les parcelles qualifiées de *minérales*. Ces parcelles permettent de comparer les performances énergétiques entre les différents panneaux, ce qui a été fait à partir des mesures expérimentales dans le chapitre 4. Les types de plantes sont également présentés succinctement dans ce chapitre et ont fait l'objet de relevés détaillés au cours du projet PROOF que nous ne discutons pas de façon détaillée dans ce travail. L'analyse de la situation géographique du site expérimental a confirmé que la région de Nancy n'est pas la plus favorable en France pour la production photovoltaïque avec un ensoleillement de 1652 heures, soit presque 300 heures de moins que la moyenne nationale. Enfin, des caractérisations optiques, thermiques et électriques ont été menées au LEMTA et au Cerema avec pour objectif d'obtenir des informations sur le fonctionnement des panneaux avant leur installation effective sur la plateforme au cours du printemps 2021. Les caractérisations thermiques ont notamment permis de mettre en évidence l'abaissement de température du panneau induit par la mise en fonctionnement électrique de ce dernier. De nombreux résultats de cette section ont été publiés dans un article dans le journal *Renewable Energy*<sup>2</sup>.

- Le chapitre 3 est le chapitre principal de modélisation. Il est au cœur de ce travail de thèse avec l'introduction de deux modèles : le modèle couplé des transferts de chaleur et de masse au sein du substrat d'une toiture végétalisée et le modèle conducto-convectif d'un panneau photovoltaïque. La résolution du modèle de substrat est effectuée par une méthode déterministe de type différences finies alors que le modèle thermique du panneau est résolu par la méthode de Monte Carlo. Cette méthode a justement été introduite dans ce chapitre avec la présentation de quatre exemples afin de familiariser le lecteur aux principes généraux de cette méthode sans être exhaustif. Les intérêts de la méthode visà-vis du sujet de thèse sont rappelés dans ce chapitre avec notamment une insensibilité à la complexité géométrique (importante en milieu urbain) et aucun coût de calcul supplémentaire pour évaluer des grandeurs physiques sur de longues périodes. Dans ce chapitre, la grandeur physique d'intérêt est la température en face arrière du panneau car c'est une grandeur accessible expérimentalement. Le modèle présente certaines limites comme la linéarisation des transferts radiatifs et l'hypothèse d'un milieu homogène équivalent pour le panneau. Cependant, ces hypothèses sont acceptables dans la mesure où les niveaux et les différences de températures sont faibles dans notre application et où l'épaisseur du panneau et de ses différentes couches sont très petites.
- Dans le chapitre 4, les modèles présentés sont appliqués et validés à l'aide de données expérimentales. Le modèle de toiture végétale développé dans le chapitre 3 est validé à l'aide des données de la parcelle *Plateau Calcaire*. Ce modèle a été développé plus récemment que les autres éléments de modélisation présentés dans cette thèse et fait encore l'objet d'améliorations. En particulier, la validation du modèle vis-à-vis de la teneur en eau dans le sol doit être menée. Les premiers résultats obtenus en termes de température de surface sont déjà encourageants et montrent que le modèle, en l'état actuel, avec peu d'informations sur les propriétés de sol du substrat permet d'obtenir des évaluations correctes pour différentes conditions météorologiques. Ensuite, le modèle conducto-convectif du panneau est validé pour différentes journées typiques : ciel clair et temps ensoleillé, temps pluvieux, temps ensoleillé mais avec présence de nombreux nuages. Les résultats obtenus démontrent la bonne capacité du modèle à reproduire le comportement thermique du panneau en situation réelle de fonctionnement. Le code de la toiture végétalisée a été développé en language *Python* alors que celui du panneau en language *C*. Ces choix ne posent pas de problème de couplage sous l'hypothèse où la température de la surface ne

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Renewable Energy

dépend pas de la température du panneau, alors que celle du panneau est influencée par celle de la surface du sol. Dans ces conditions, le couplage entre les deux systèmes est qualifié de *one-way* : la température de surface est pré-calculée et utilisée comme une donnée d'entrée dans le modèle *conducto-convectif* du panneau. Enfin, un modèle de dépôt de poussière sur un panneau photovoltaïque est décrit. Cette problématique est importante à l'échelle des installations photovoltaïques de grande taille car elles sont souvent soumises à des conditions de type désertique favorables à ces dépôts de poussière. Par ailleurs, ce phénomène existe également en milieu urbain où la présence de particules en suspension, d'origine anthropique, sont nombreuses.

- Dans le chapitre 5, nous appliquons le modèle conducto-convectif sur des échelles de temps plus longues, typiquement à l'année et sur plusieurs années, en gardant comme objectif principal l'évaluation de l'énergie électrique produite sur la durée typique d'un panneau (environ 25 ans à l'heure actuelle) dans des conditions de fonctionnement réelles. Les conditions météorologiques utilisées sont celles des villes de Las Vegas et de Nancy, la première présentant un ensoleillement environ égal au double de la seconde. En revanche, les dépôts de poussière sont bien plus marqués à Las Vegas qu'à Nancy. Les simulations démontrent les capacités de notre modèle à obtenir des estimations pertinentes de l'énergie produite pour ces différentes conditions. La comparaison avec le portail photovoltaïque européen et nos données expérimentales confirment les capacités de notre modèle à estimer cette grandeur. Ensuite, un modèle thermique d'un bâtiment simplifié est mis en place avec présence ou non d'un champ photovoltaïque en toiture. Par ailleurs nous comparons les configurations avec et sans toiture végétalisée. L'objectif est d'obtenir une estimation de la consommation en énergie du bâtiment pour ses besoins de chauffage et de climatisation et ce pour différents climats : Nancy (France), Le Cap (Afrique du Sud) et Las Vegas (États-Unis) principalement. Le modèle a été résolu une nouvelle fois par la méthode de Monte Carlo et les résultats des chemins aléatoires ont été exploités afin d'entraîner un réseau de neurones. Ce réseau a permis d'obtenir une fonction reliant l'énergie nécessaire au bâtiment aux conditions météorologiques. Ce travail laisse de nombreuses perspectives avec également plusieurs voies d'améliorations : principalement au niveau de la géométrie du bâtiment avec l'ajout de fenêtres et de plusieurs couches (isolation par exemple) dans les murs. Cependant, ces premiers résultats démontrent tout le potentiel de ce type d'approche à ces problèmes physiques.
- Enfin, le chapitre 6 est dédié au développement des modèles électrique et thermique à l'échelle du composant actif des panneaux, à savoir la cellule photovoltaïque. Le modèle électrique se base sur une configuration simple d'une jonction PN et la résolution du courant en fonction de la tension électrique appliquée à ses bornes. Plusieurs algorithmes de Monte Carlo ont été mis en place, *reverse* et *direct*, avec à chaque fois des analyses enrichissantes sur les processus physiques au sein de la jonction. Les résultats sont validés à l'aide d'une solution analytique pour une configuration de référence de type N sur P sous un éclairement solaire de type AM1.5. Un algorithme Monte Carlo pour l'estimation fonctionnelle du point de puissance maximum (*MPP*) est obtenu grâce à la formulation *directe* du courant en fonction de la tension appliquée. Enfin, d'autres grandeurs sont étudiées, comme le rendement quantique interne également évalué à partir de la formulation

*directe*. Ce chapitre se conclut par la présentation du modèle thermique et l'introduction de plusieurs potentiels couplages hiérarchiques entre les modèles électrique et thermique. Enfin, un modèle couplé conducto-convecto-radiatif est décrit pour une configuration où la cellule est encapsulée dans une structure trois couches avec du verre en face avant et une couche de polymère en face arrière. Ce dernier modèle n'a pas encore fait l'objet d'un développement informatique mais tous les éléments sont introduits dans ce dernier chapitre et doivent permettre de procéder à une mise en pratique.

En introduction de ce travail, plusieurs hypothèses ont été explicités dans la section 1.5.2 notamment en ce qui concerne le lien entre les températures de surface des différentes parcelles et les températures en face arrière des panneaux photovoltaïques. La température du revêtement Coolroof était inférieure aux températures de surface de toutes les autres parcelles après son installation de 1 °C à 2 °C. Avant la dégradation du revêtement, la production photovoltaïque de cette parcelle a atteint les mêmes niveaux que celle de la parcelle Gravier. Cependant, les écarts de température de surface entre les différentes parcelles sont restés assez faibles (inférieurs à 2 °C) au cours de la période d'étude. Pour ce qui est de la température moyenne en face arrière des panneaux photovoltaïques, il a été constaté que celles des panneaux Coolroof et Gravier étaient inférieures à celles des panneaux Argile Expansée et Stock 60. Cet effet est d'autant plus visible que la température d'air est importante. Ces écarts de température en face arrière expliquent les différences de production observées entre les différents panneaux qui est moindre sur les parcelles végétalisées. Il est donc possible de conclure qu'il existe bien un lien entre la température de surface de la parcelle et la température panneau, et que par conséquent la température de surface affecte le rendement photovoltaïque. Notre étude expérimentale a également permis d'obtenir des indications sur l'évolution de la biodiversité sous panneau pour les parcelles végétalisées. Lors de l'installation des panneaux, la végétation s'était très rapidement développée sous ces derniers en comparaison du reste de la plateforme expérimentale mais s'était rapidement dégradée au cours de l'été. L'année suivante, des espèces de plantes absentes des autres parcelles ont été observées sous les panneaux photovoltaïques. Des conclusions définitives sur les impacts des panneaux photovoltaïques sur la biodiversité ne peuvent pas être tirées à ce stade mais les premiers résultats obtenus permettent d'avancer que leur présence ont affecté la faune et la flore initialement présentent sur la plateforme expérimentale.

En conclusion, Les travaux menés ont permis d'évaluer expérimentalement l'influence du type de toiture, végétalisée ou minérale (Bitume, Coolroof, Gravier), sur la production électrique des panneaux photovoltaïques sur une période de deux ans à l'aide de mesures électriques, thermiques et hydriques. La méthode de Monte Carlo a été exploitée afin de simuler le comportement thermique des panneaux en fonction des conditions météorologiques en résolvant des modèles physiques couplés. Il a été alors possible d'évaluer la production d'énergie d'un panneau photovoltaïque sur la durée de vie du système (environ 25 ans), à n'importe quel endroit du globe et sans coûts de calculs prohibitifs en couplant les modes de transferts conductif, convectif et radiatif. Les avantages en géométrie complexe de la méthode de Monte Carlo ont ensuite permis de simuler les besoins en énergie (chauffage et climatisation) d'un bâtiment type en couplant les transferts thermiques et en considérant un champ photovoltaïque en toiture. Les premiers résultats obtenus ont suggéré que la présence des panneaux permet de limiter les besoins en énergie du bâtiment. Plusieurs limitations de ce travail peuvent être mentionnées. D'un point de vue expérimental d'abord, les parcelles végétalisées possédaient une végétation très peu dense ce qui n'a pas favorisé l'effet d'évapotranspiration supposé abaisser la température de surface de ces parcelles. De plus, la configuration en toiture de notre site ne permettait pas d'avoir les différentes parcelles côte à côte ce qui a pu entraîner des différences de configuration, notamment vis-à-vis de l'écoulement de l'air. D'un point de vue modélisation, le modèle couplé thermo-hydrique de la couche de substrat nécessite encore un calibrage à partir des propriétés physiques du substrat et des étapes de validation, en particulier pour la partie hydrique (teneur en eau dans le sol). Dans le modèle conducto-convectif du panneau présenté dans le chapitre 3, la température de surface obtenue à partir des mesures expérimentales est directement exploitée. Il est envisagé de coupler ce modèle au modèle thermo-hydrique du substrat pour s'affranchir de la contrainte expérimentale pour cette variable. Enfin, la situation expérimentale de notre site ne permet pas de conclure en toute généralité sur les effets bénéfiques ou non de l'association d'une toiture végétalisée extensive à un panneau photovoltaïque. Dans notre étude, comme il a été mentionné précédemment, la végétation est très limitée et les plantes de type sédums offrent un effet d'évapotranspiration très réduit. De plus, le climat de la région n'a pas nécessairement favorisé cet effet sur la période d'étude.

Les perspectives de notre travail sont nombreuses, nous en recensons ici quelques unes. Le modèle électrique de la cellule photovoltaïque étant également résolu par la méthode de Monte Carlo, un couplage entre ce modèle et le modèle thermique du panneau peut être envisagé avec une rétro-action entre le rendement électrique et la température des cellules. En effet, ces deux grandeurs s'impactent mutuellement. La méthode de Monte Carlo permet de construire des chemins aléatoires au sein du système d'étude. Ces chemins pourraient être exploités dans le cadre du modèle électrique afin d'obtenir des statistiques sur les mécaniques de recombinaison ou sur les efficacités quantiques (interne et/ou externe). Enfin, un outil couplant les différents modèles présentés dans ce travail pourrait être développé afin d'estimer l'énergie produite par un champ photovoltaïque en conditions réelles en s'affranchissant complètement de la complexité géométrique et en obtenant des informations sur le design de la cellule photovoltaïque permettant d'obtenir le rendement électrique optimal dans ces conditions.

# Annexe A

# Modèle à diode de la jonction PN

La caractéristique I(V) d'une jonction PN est celle d'une diode, c'est pourquoi le modèle électrique de la cellule individuelle est souvent celui de la diode. C'est le cas des modèles électriques implémentés dans les logiciels bien connus que sont PVLIB<sup>1</sup> et PVsyst<sup>2</sup>. Pour le modèle électrique de PVsyst, le modèle à une diode est utilisé à l'échelle du module photovoltaïque. D'autres modèles à diodes plus sophistiqués existent, comme le modèle à deux diodes. Nous présentons ici les éléments essentiels de ce type d'approches.



(a) Équivalence entre la jonction PN et une diode.



(b) Schéma électrique équivalent d'un module photovoltaïque.

FIG. A.1. : Représentation de la jonction PN comme une diode et schéma électrique équivalent du module photovoltaïque avec une diode et les résistances série  $(R_s)$  et parallèle  $(R_{sh})$ .

En polarisation directe, par l'application d'un potentiel positif à la borne du côté P de la jonc-

https://pvlib-python.readthedocs.io/en/stable/

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>https://www.pvsyst.com/fr/

tion, permet de réduire le champ électrique dans la zone de déplétion. Cela réduit la barrière de potentiel pour les porteurs (trous du côté P, électrons du côté N) qui vont alors diffuser plus facilement dans la région où ils sont minoritaires. Par conséquent, une polarisation directe augmente le courant de diffusion alors que le courant de drift est globalement identique à une situation sans application de potentiel aux bornes de la jonction. Les porteurs qui diffusent vers la zone où ils sont minoritaires vont éventuellement recombiner avec des porteurs majoritaires apportés par le circuit externe et un courant de diffusion existe. Il est important de comprendre que le phénomène de recombinaison est essentiel pour qu'il y ait un courant non nul et que ces porteurs continuent de diffuser vers la zone où ils sont minoritaires. On appelle également ce courant le *courant de saturation* ou *courant d'obscurité* (généralement noté  $I_0$ ) et il permet de différencier les diodes entre elles. En polarisation inverse, l'application d'un potentiel négatif sur la borne P entraîne une augmentation de la barrière de potentiel à la zone de déplétion. Dans cette configuration, les porteurs ne peuvent pas diffuser facilement vers l'autre côté de la jonction. Le courant de drift n'est que très légèrement modifié par le changement de la position de la zone de déplétion.

L'équation de diode est donnée par l'équation (A.1) (pour une diode idéale).

$$I = I_0 \left( \exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1 \right) \tag{A.1}$$

où V est le potentiel appliqué à la diode (V), e est la charge de l'électron (C),  $k_B$  est la constante de Boltzmann (J · K<sup>-1</sup>) et T est la température (K).

Pour une diode non idéale, on ajoute un facteur de qualité n au dénominateur de l'argument de la fonction exponentielle (équation (A.2)).

$$I = I_0 \left( \exp\left(\frac{eV}{nk_BT}\right) - 1 \right) \tag{A.2}$$

où n prend une valeur entre 1 et 2.

En écrivant la loi des nœuds pour exprimer le courant I (équation (A.3)) :

$$I = I_{ph} - I_D - I_{sh} \tag{A.3}$$

où  $I_{ph}$  est le courant de photogénération,  $I_D$  est le courant de recombinaison (dans la diode) et  $I_{sh}$  est le courant de perte à cause de la résistance parallèle  $R_{sh}$ . En utilisant l'équation de Shockley pour le courant de diode  $I_D$  (équation (A.4)).

$$I_D = I_0 \left( \exp\left(\frac{e(V + IR_s)}{nk_BT}\right) - 1 \right)$$
(A.4)

Et connaissant l'expression de  $I_{sh}$  par l'équation (A.5).

$$I_{sh} = \frac{V + IR_s}{R_{sh}} \tag{A.5}$$

On obtient l'expression du courant dans la charge symbolisée par la résistance  $R_L$  (équation (A.6)).

$$I = I_{ph} - I_0 \left( \exp\left(\frac{e(V + IR_s)}{nk_BT}\right) - 1 \right) - \frac{V + IR_s}{R_{sh}}$$
(A.6)



FIG. A.2. : Courbes courant-tension obtenues avec PVlib pour un panneau de 310 W et visualisation de l'effet négatif de la température sur le point de fonctionnement (*MPP*).

Les cinq paramètres à déterminer sont : le courant de photogénération  $I_{ph}$ , le courant de recombinaison  $I_0$ , la résistance série  $R_s$ , la résistance parallèle  $R_{sh}$ , le facteur d'idéalité de la diode n. Les deux inconnues sont le courant en sortie du module I et la tension aux bornes du module V. Lorsque le panneau photovoltaïque est composé de  $N_s$  cellules en série (supposées toutes identiques et sous le même éclairement), le courant est celui d'une cellule et la tension résultante est la somme des tensions des  $N_s$  cellules :  $V_m = N_s V_{cell}$  où  $V_{cell}$  est la tension aux bornes d'une unique cellule.

$$I = I_{ph} - I_0 \exp\left(\exp\left(\frac{e(V + IR_s)}{N_s nk_B T}\right) - 1\right) - \frac{V + IR_s}{R_{sh}}$$
(A.7)

Les cinq paramètres sont souvent obtenus dans les conditions STC et les courbes I = f(V) peuvent ensuite être tracées.

# Tirage aléatoire selon le spectre solaire

Dans le chapitre 6, la formulation Monte Carlo du courant (voir l'équation (6.26) par exemple) fait intervenir des grandeurs qui dépendent de la fréquence  $\nu$ , notamment si le coefficient d'absorption  $(k_{a,\nu})$  et la luminance  $(L_{\nu}(z))$  sont des grandeurs spectrales. Nous présentons ici la formulation intégrale faisant intervenir l'échantillonnage fréquentiel.

Considérons la grandeur  $\theta$  intégrée spectralement à partir de la variable monochromatique  $\theta_{\nu}$ (équation (B.1)).

$$\theta = \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} \theta_{\nu} d\nu \tag{B.1}$$

avec  $v_{\min}$  et  $v_{\max}$  les fréquences de définition de l'intervalle spectral.

Pour obtenir l'algorithme de Monte Carlo et échantillonner une fréquence v, la densité de probabilité  $p_{\mathcal{N}}(\nu)$  est introduite selon l'équation (B.2).

$$\theta = \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} p_{\mathcal{N}}(\nu) \frac{\theta_{\nu}}{p_{\mathcal{N}}(\nu)} d\nu = \mathbb{E} \left[ \hat{w}(\mathcal{N}) \right]$$
(B.2)

avec  $\hat{w}(\mathcal{N}) = \frac{\theta_{v}}{p_{\mathcal{N}}(v)}$  le poids de la réalisation. Pour échantillonner une fréquence selon la densité de probabilité  $p_{\mathcal{N}}(v)$ , il faut construire la cumulée  $c(v) = \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} p_{\mathcal{N}}(v') dv'$ . Un nombre aléatoire *r* est tiré uniformément dans l'intervalle [0,1] et la fréquence  $\nu$  est échantillonnée en résolvant analytiquement ou numériquement l'équation c(v) = r.

Dans le cadre de notre application, la densité de probabilité sélectionnée dépend de la luminance du Soleil (souvent le spectre AM1.5) et peut se définir par l'équation (B.3).

$$p_{\mathcal{N}}(\nu) = \frac{\frac{L_{\nu}^{\text{sun}}}{h\nu}}{\int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} \frac{L_{\nu}^{\text{sun}}}{h\nu} d\nu}$$
(B.3)

Pour le courant électrique évalué selon la formulation Reverse par l'équation (6.26), la valeur de  $\theta_{\nu}$  est  $\theta_{\nu} = \int_{z_{R}}^{z_{T}} \rho k_{a,\nu} \frac{L_{\nu}(z)}{h\nu} dz$ . On peut introduire un échantillonnage sur la position (z) et sur la fréquence  $(\nu)$ .

$$\theta_{\nu} = \int_{z_B}^{z_T} p_Z(z) \rho k_{a,\nu} \frac{L_{\nu}(z)}{p_Z(z)h\nu} dz$$
(B.4)

$$\theta = \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} \theta_{\nu} d\nu$$

$$= \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} d\nu p_{\mathcal{N}}(\nu) \int_{z_{B}}^{z_{T}} p_{Z}(z) \frac{\rho k_{a,\nu} L_{\nu}(z)}{p_{Z}(z) p_{\mathcal{N}}(\nu) h\nu}$$

$$= \mathbb{E} \left[ \hat{w}(\mathcal{N}, Z) \right]$$
(B.5)

avec  $\hat{w}(\mathcal{N}, Z) = \frac{\rho k_{a,\mathcal{N}} L_{\mathcal{N}}(Z)}{p_{\mathcal{N}}(\mathcal{N}) p_{Z}(Z) h \mathcal{N}}.$ 

# Annexe C

# Calibration des cartes d'acquisition

Les cartes électroniques fabriquées par le LMOPS pour acquérir les signaux électriques en sortie des panneaux photovoltaïques ont été calibrées afin d'établir la relation entre les signaux d'entrée et les signaux de sortie.





La tension  $(V_{\text{mod}})$  et le courant  $(I_{\text{mod}})$  du côté continu du panneau arrivent en entrée de la carte d'acquisition. Les signaux mesurés sur la centrale d'acquisition CR1000x (Campbell Scientific) sont notés  $V_{\text{PV}}$  et  $I_{\text{PV}}$  pour la tension et le courant respectivement. Les courbes de calibration entre les signaux d'entrée et de sortie sont présentées sur les figures C.2 et C.3.



(a) Courbes de calibration pour la carte d'acquisition sur le panneau Argile Expansée.

Carte 3 (Parcelle Gravier)



(b) Courbes de calibration pour la carte d'acquisition sur le panneau Gravier.

FIG. C.2. : Courbes de calibration pour les panneaux Argile Expansée et Gravier.



Carte 4 (Parcelle Coolroof)

(a) Courbes de calibration pour la carte d'acquisition sur le panneau Coolroof.

Carte 6 (Stock60)



(b) Courbes de calibration pour la carte d'acquisition sur le panneau *Stock 60*.FIG. C.3. : Courbes de calibration pour les panneaux *Coolroof* et *Stock 60*.

# Annexe

# Physique des semi-conducteurs

D.1.	Semi-c	onducteurs à l'équilibre thermodynamique local	264
	D.1.1.	Concentration de charges	264
	D.1.2.	Equilibre entre les populations d'électrons et de trous et au sein des po-	
		pulations, sous éclairement	266
	D.1.3.	Semi-conducteurs intrinsèques	267
D.2.	Semi-c	onducteurs dopés	267
	D.2.1.	Semi-conducteurs dopés P	267
	D.2.2.	Semi-conducteurs dopés N	268
	D.2.3.	Jonction PN	269
	D.2.4.	Largeur de la ZCE et position de la frontière	270
D.3.	Jonctio	n PN hors équilibre	272
	D.3.1.	Génération, Recombinaison et superposition des densités d'équilibre	273

# D.1. Semi-conducteurs à l'équilibre thermodynamique local

Pour un semi-conducteur à l'équilibre à 0 K, la bande remplie de plus basse énergie est appelée la **bande de valence** et la bande vide de plus haute énergie est la **bande de conduction**. Entre ces deux bandes, se trouve la **bande interdite** couramment appelée **gap** (**bandgap**) du semiconducteur. L'énergie séparant la bande de valence et la bande de conduction est notée  $E_g$ . Les semi-conducteurs à base de silicium ont un gap de 1, 12 eV. À des températures non nulles, l'énergie d'agitation des atomes du réseau promeut des électrons de la bande de valence vers la bande de conduction. Il y a donc génération de paires électron-trou menant à un peuplement des états dont l'occupation est décrite par une fonction de distribution notée f.

### D.1.1. Concentration de charges

La concentration d'électrons à l'équilibre, notée n, s'écrit selon l'équation (D.1).

$$n = \int_{E_c}^{+\infty} \mathrm{d}E f(E)D(E) \tag{D.1}$$

où f(E) est la probabilité qu'un électron occupe un état d'énergie E et D(E)dE est le nombre d'états électroniques disponibles (nombre de places disponibles) dont l'énergie est comprise dans [E, E + dE], par unité de volume du cristal (D(E) est la densité d'états). dE f(E)D(E) est le nombre d'électrons ayant une énergie dans [E, E + dE], par unité de volume. On peut définir de la même façon la concentration à l'équilibre pour les trous notée p (équation (D.2)).

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} dE \, (1 - f(E)) D(E)$$
 (D.2)

Le nombre de porteurs effectifs dans chaque bande s'en déduit en prenant en compte la probabilité d'occupation de ces niveaux d'énergie.

La probabilité d'occupation d'un niveau d'énergie E par un électron est décrite par la **statistique de Fermi-Dirac** à la température T (équation (D.3)).

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)}$$
(D.3)

où  $E_F$  est le potentiel chimique (niveau de Fermi). Pour la plupart des semi-conducteurs, le niveau de Fermi se situe dans la bande interdite.

Dans l'hypothèse où le niveau de Fermi est éloigné de plusieurs  $k_B T$  de la bande de conduction (typiquement pour  $E_c - E_F \ge 3k_B T$ ), la statistique de Fermi-Dirac se ramène à une **statistique de Boltzmann** (équation (D.4)).

$$f(E) \simeq \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_B T}\right)$$
 (D.4)

La probabilité qu'un état d'énergie ne soit pas occupé par un électron (et donc occupé par un trou dans la bande de valence, i.e. si  $E < E_v$ ) est donnée par le complémentaire de f(E) (équation (D.5)).

$$f_p(E) = 1 - f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_B T}\right)}$$
 (D.5)

De façon similaire, si  $E_F - E_v \ge 3k_BT$  alors on se ramène à une statistique de Boltzmann et on obtient l'équation (D.6).

$$f_p(E) = \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)$$
 (D.6)

En injectant les expressions ci-dessus des distributions f et  $f_p = 1 - f$  dans les équations (D.1) et (D.2), il vient :

$$n = \int_{E_c}^{+\infty} D(E) \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_B T}\right) dE$$
(D.7)

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} D(E) \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_B T}\right) dE$$
(D.8)



FIG. D.1. : Représentations des densités d'états et occupation des électrons et des trous

Il est courant de définir les densités d'états effectives  $N_c$  et  $N_v$  (représentées sur la figure D.1) telles que :

$$n = N_c f(E_c) = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right)$$
(D.9)

$$p = N_v (1 - f(E_v)) = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_B T}\right)$$
 (D.10)

Par identification avec les équations (D.7) et (D.8), on obtient :

$$N_c = \int_{E_c}^{+\infty} D(E) \exp\left(-\frac{E - E_c}{k_B T}\right) dE$$
(D.11)

$$N_{v} = \int_{-\infty}^{E_{v}} D(E) \exp\left(\frac{E - E_{v}}{k_{B}T}\right) dE$$
(D.12)

 $N_c$  et  $N_v$  (équation (D.11) et équation (D.12)) sont des constantes caractéristiques du semiconducteur, accessibles dans la littérature, et varient avec la température en  $T^{3/2}$ .

Le produit des concentrations à l'équilibre donne :

$$n \cdot p = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right) \tag{D.13}$$

Cette relation, appelée la *loi d'action de masse*, ne fait intervenir que des caractéristiques du semi-conducteur qui sont généralement accessibles.

# D.1.2. Equilibre entre les populations d'électrons et de trous et au sein des populations, sous éclairement

Les populations d'électrons et de trous sont à l'équilibre entre elles lorsque le flux net de particules entre les populations est nul. Dans ce cas, les deux populations ont le même niveau de Fermi (le même potentiel chimique). Sous éclairement, les populations d'électrons et de trous

peuvent ne plus être à l'équilibre entre elles (la vitesse de génération est plus grande que la vitesse de recombinaison) tout en ayant, séparément, une population d'électrons à l'équilibre thermodynamique local et une population de trous à l'équilibre thermodynamique local. Dans ce cas, chaque population est toujours décrite par une fonction de distribution de type Fermi-Dirac, mais l'énergie de Fermi est différente pour chaque population.

### D.1.3. Semi-conducteurs intrinsèques

Un semi-conducteur intrinsèque correspond à un semi-conducteur qui ne possède aucune impureté. Dans ce cas, et lorsque les densités de porteurs de charge sont uniformes, à chaque électron dans la bande de conduction correspond un trou dans la bande de valence et donc :

$$n = p = n_i \tag{D.14}$$

La densité  $n_i$  est appelée la densité de porteurs intrinsèques et est une caractéristique du semiconducteur à une température donnée.

D'après l'équation (D.13), l'expression de  $n_i^2$  est donnée par l'équation (D.15)

$$n \cdot p = n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right) \to n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$
(D.15)

Le produit  $N_c \cdot N_v$  dépend de la température en  $T^3$ .

# D.2. Semi-conducteurs dopés

Pour augmenter la conductivité des semi-conducteurs, des atomes sont insérés dans le cristal. Cet ajout d'impuretés dans le cristal s'appelle le **dopage**. Ce dopage peut être réalisé de deux façons : le **dopage N** par l'ajout d'atomes apportant un excès d'électrons dans la bande de conduction, le **dopage P** par l'ajout d'atomes apportant un excès de trous dans la bande de valence. L'ajout de ces impuretés est négligeable par rapport aux atomes du cristal et par conséquent les densités d'états ne sont pas modifiées. Le produit  $n \cdot p$  est indépendant du dopage et ne dépend que de la température. En revanche, le dopage va modifier la position du niveau de Fermi dans le semi-conducteur.

Lorsque le semi-conducteur est à température ambiante, tous les atomes donneurs et accepteurs sont ionisés. Les atomes accepteurs sont donc ionisés négativement - on note leur densité  $N_a^-$  - et les atomes donneurs sont ionisés positivement - on note leur densité  $N_d^+$ .

#### D.2.1. Semi-conducteurs dopés P

Dans l'hypothèse où  $N_a^- \gg n_i$ , la densité de trous s'écrit selon l'équation (D.16).

$$v \simeq N_a^-$$
 (D.16)

Le produit  $n \cdot p = n_i^2$  étant fixé (voir équation (D.15)), la densité d'électrons dans le semiconducteur dopé P s'en déduit (voir équation (D.17)).

$$n \simeq \frac{n_i^2}{N_a^-} \tag{D.17}$$

En utilisant l'équation (D.10) on obtient l'équation (D.18).

$$p = N_a^- = N_v \exp\left(-\frac{E_{F_p} - E_v}{k_B T}\right) \tag{D.18}$$

où  $E_{F_p}$  est le niveau de Fermi correspondant à un semi-conducteur dopé P défini par l'équation (D.19).

$$E_{F_p} = E_v + k_B T \ln\left(\frac{N_a}{N_v}\right) \tag{D.19}$$

Dans l'équation (D.19), on constate qu'une augmentation du dopage P (donc de la valeur de  $N_a^-$ ) déplace le niveau de Fermi  $E_{F_p}$  vers la bande de valence du semi-conducteur. Pour le silicium,  $N_v(300\text{K}) \approx 10^{19} \text{cm}^{-3}$  et  $N_a^- < N_v$ . Cela signifie que la bande de valence se remplit de trous et que la bande de conduction se vide d'électrons pour le semi-conducteur dopé P. En revanche, le produit  $n \cdot p$  est conservé.

#### D.2.2. Semi-conducteurs dopés N

Le même raisonnement s'applique pour un semi-conducteur dopé N. Dans l'hypothèse où  $N_d^+ \gg n_i$ , la densité d'électrons s'écrit selon l'équation (D.20).

$$n \simeq N_d^+ \tag{D.20}$$

Le produit  $n \cdot p = n_i^2$  étant fixé, la densité de trous dans le semi-conducteur dopé N s'en déduit (voir équation (D.21))

$$p \simeq \frac{n_i^2}{N_d^+} \tag{D.21}$$

En utilisant l'équation (D.9), on obtient la densité en électrons (équation (D.22)).

$$n = N_d^+ = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_{F_n}}{k_B T}\right)$$
(D.22)

où  $E_{F_n}$  est le niveau de Fermi correspondant à un semi-conducteur dopé N. Comme  $N_d^+ < N_c$ , le niveau de Fermi  $F_n$  est bien en-dessous du niveau bas de la bande de conduction.

En partant de l'équation (D.22), le niveau de Fermi pour le semi-conducteur s'exprime par l'équation (D.23)

$$E_{F_n} = E_c + k_B T \ln\left(\frac{N_d^+}{N_c}\right) \tag{D.23}$$

De façon similaire au semi-conducteur dopé P, l'augmentation du dopage N (augmentation de  $N_d^+$ ) déplace le niveau de Fermi  $E_{F_n}$  vers la bande de conduction du semi-conducteur. La bande de conduction se remplit d'électrons et la bande de valence se vide de trous tout en gardant constant le produit  $n \cdot p$ .

### D.2.3. Jonction PN

Une jonction PN est formée d'un semi-conducteur dopé N et d'un semi-conducteur dopé P. Lorsque les deux semi-conducteurs sont mis en contact, les trous vont diffuser de la région P vers la région N et inversement, les électrons vont diffuser de N vers P. Au niveau de la jonction, les électrons et les trous vont se recombiner et une zone particulière se crée à ce niveau où seuls les atomes donneurs et accepteurs sont présents, c'est la **Zone de Charge d'Espace (ZCE)**. Comme les atomes donneurs sont ionisés positivement et les atomes accepteurs négativement, un champ électrique apparaît dans la ZCE et est dirigé de la zone N vers la zone P (figure D.2).



FIG. D.2. : Jonction PN et définitions des ordonnées pour chaque frontière

À l'équilibre thermodynamique et après contact entre les deux semi-conducteurs dopés, le niveau de Fermi est uniforme dans le semi-conducteur. Le dopage P déplace le niveau de Fermi vers la bande de valence et le dopage N le déplace vers la bande de conduction. On voit ainsi apparaître une barrière de potentiel au niveau de la ZCE (voir la figure D.3). Cette barrière empêche les trous de diffuser de P vers N et les électrons de diffuser de N vers P.

La valeur de la barrière de potentiel est donnée par l'équation (D.24).

$$eV_b = E_{c_p} - E_{c_n} = E_{v_p} - E_{v_n}$$
 (D.24)



FIG. D.3. : Barrière de potentiel entre les zones N et P.

À partir des équations (D.19) et (D.23), la valeur de  $V_{bi}$ , la barrière de potentiel intégré (*built-in potential*), peut s'écrire (voir la figure D.3) :  $V_b = V_{bi} - V_{app}$ .

$$eV_{bi} = E_g - (E_c - E_{F_n}) - (E_{F_p} - E_v) = E_g - k_B T \ln\left(\frac{N_c}{N_d^+}\right) - k_B T \ln\left(\frac{N_v}{N_a^-}\right) = E_g + k_B T \ln\left(\frac{N_d^+ N_a^-}{N_c N_v}\right)$$
(D.25)

En rappelant que  $n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)$ , la barrière de potentiel se réécrit selon l'équation (D.26)

$$eV_{bi} = E_g + k_B T \ln(N_d^+ N_a^-) - k_B T \ln\left(n_i^2 \exp\left(\frac{E_g}{k_B T}\right)\right) = k_B T \ln\left(\frac{N_d^+ N_a^-}{n_i^2}\right)$$
(D.26)

L'application d'une polarisation directe  $V_{app}$  à la jonction PN a pour effet l'abaissement de la barrière de potentiel d'une valeur  $eV_{app}$ : (voir la figure D.3).



FIG. D.4. : Abaissement de la barrière de potentiel entre les zones N et P par l'application d'une polarisation directe  $V_{app}$ 

### D.2.4. Largeur de la ZCE et position de la frontière

La charge dans le cristal est donnée par :

$$\rho(z) = e(\mathring{p}(z) + \Delta p(z) - \mathring{n}(z) - \Delta n(z) + N_d^+ - N_a^-)$$
(D.27)

Le théorème de Gauss permet de calculer le champ électrique E dans la ZCE :

$$\partial_z E = -\partial_z^2 \varphi = \frac{\rho(z)}{\epsilon}$$
 (D.28)

où  $\epsilon$  est la permittivité qui sera prise égale dans les couches dopée N et P.

**Zone P entre**  $\mathbf{z}_{CT}$  **et**  $\mathbf{z}_{CE}$  La charge électrique est égale à  $-eN_a^-$  et par suite :

$$E(z) = \frac{-eN_a^-}{\epsilon}(z - z_{CT})$$
(D.29)

où on a pris  $E(z_{CT}) = 0$  sous l'hypothèse que l'effet du champ est nul en dehors de la ZCE.

Le potentiel s'obtient en intégrant le champ E(z) entre  $z_{CE}$  et  $z_{CT}$  :

$$\varphi(z) = \frac{eN_a^-}{2\epsilon}(z - z_{CT})^2 + \varphi(z_{CT})$$
(D.30)

On pose l'origine des potentiels en  $z = z_{CT}$  et donc  $V(z_{CT}) = 0$ .

**Zone N entre**  $\mathbf{z}_{CE}$  **et**  $\mathbf{z}_{CB}$  La charge électrique est égale à  $eN_d^+$  et donc :

$$E(z) = \frac{eN_d^+}{\epsilon}(z - z_{CB})$$
(D.31)

où on a pris  $E(z_{CB}) = 0$  sous l'hypothèse que l'effet du champ est nul en dehors de la ZCE.

En intégrant l'expression E(z) entre  $z_{CB}$  et  $z_{CE}$  :

$$\varphi(z) = \frac{-eN_d^+}{2\epsilon}(z - z_{CB})^2 + \varphi(z_{CB})$$
(D.32)

La barrière de potentiel intégrée est égale à  $V_{bi} = \varphi(z_{CB}) - \varphi(z_{CT})$ .



FIG. D.5. : Représentation du champ électrique et du potentiel électrique dans la ZCE.

On introduit maintenant les longueurs de la ZCE du côté P et N avec  $\lambda_n = z_{CE} - z_{CB}$  la longueur du côté N et  $\lambda_p = z_{CT} - z_{CE}$  celle du côté P. La largeur totale de la ZCE est donc donnée par  $\lambda_n + \lambda_p$ . Le champ électrique, le potentiel et la longueur de la ZCE sont représentés sur la figure D.2

On ne s'intéresse qu'à des situations dans lesquelles on a neutralité globale du semi-conducteur. De ce fait, les charges du côté N doivent compenser celles de la zone P dans la ZCE :

$$\lambda_n N_d^+ = \lambda_p N_a^- \tag{D.33}$$

La continuité du potentiel implique que les équations (D.30) et (D.32) donnent la même valeur en  $z_{CE}$ :

$$\frac{eN_a^-}{2\epsilon}\lambda_p^2 = \frac{-eN_d^+}{2\epsilon}\lambda_n^2 + V_{bi}$$
(D.34)

Avec l'équation (D.33), on obtient les longueurs de la ZCE du côté N et P :

$$\lambda_n^2 = \frac{2\epsilon}{eN_d^+} \frac{1}{1 + N_d^+ / N_a^-} V_b$$
(D.35)

$$\lambda_p^2 = \frac{2\epsilon}{eN_a^-} \frac{1}{1 + N_a^-/N_d^+} V_b$$
(D.36)

où

- $V_b = V_{bi}$  en l'absence de polarisation,
- $V_b = V_{bi} V_{app}$  si la jonction est en polarisation directe selon un potentiel  $V_{app}$ .

# D.3. Jonction PN hors équilibre

À l'obscurité et sans surtension, les densités pour les électrons et les trous sont notées respectivement  $\mathring{n}$  et  $\mathring{p}$ . Ce sont les densités à l'équilibre. Sous éclairement et/ou surtension, ces densités sont modifiées; on note  $\Delta n$  et  $\Delta p$  les densités de porteurs minoritaires en excès par rapport à l'équilibre :

$$n = \mathring{n} + \Delta n \tag{D.37}$$

$$p = \mathring{p} + \Delta p \tag{D.38}$$

Ce delta correspond à la somme des électrons (resp. trous) qui ont été photogénérés dans la zone P (resp. N) et des électrons (resp. trous) qui ont été injectés de la zone N vers la zone P (resp. de la zone P vers la zone P) suite à l'application d'une tension externe  $(V_{\rm app})$  positive.

Dans un semi-conducteur, les électrons et les trous peuvent être mis en mouvement par un gradient de concentration ou un champ électrique. Le gradient de concentration s'accompagne d'une **diffusion** des particules alors que le champ électrique induit une **dérive** des particules. Par conséquent, le modèle qui décrit le déplacement des électrons et des trous dans une jonction de type PN est celui de **dérive-diffusion**.

Dans la situation d'une jonction PN, il y a trois zones distinctes :

- la zone P : elle correspond d'après le schéma figure D.2 à l'intervalle  $z \in [z_{CT}, z_T]$  et dans cette zone seule la diffusion des électrons (minoritaires) est considérée car le champ électrique est nul.
- la zone N : elle correspond d'après le schéma figure D.2 à l'intervalle  $z \in [z_B, z_{CB}]$  et dans cette zone seule la diffusion des trous (minoritaires) est considérée car le champ électrique est nul.
- la ZCE : dans cette zone le champ électrique E résultant des atomes accepteurs et donneurs ionisés domine.

Les vecteurs densité surfacique de flux de particules  $j_n$  et  $j_p$  sont maintenant introduits et correspondent à des particules par m<sup>2</sup> · s.
$$\mathbf{j_n} = -D_n \nabla \Delta n(z) - \Delta n(z) \mu_n \mathbf{E}$$
(D.39)

$$\mathbf{j}_{\mathbf{p}} = -D_p \nabla \Delta p(z) + \Delta p(z) \mu_p \mathbf{E}$$
(D.40)

diffusion dérive

À l'équilibre thermodynamique, le courant total  $j = j_n + j_p$  est nul car le champ électrique compense exactement la diffusion.

Dans le modèle qui suit, le terme de dérive est négligé hors de la ZCE. Dans la ZCE, la phénoménologie ci-dessus pour les densités de flux n'est pas utilisée.

#### D.3.1. Génération, Recombinaison et superposition des densités d'équilibre

En **régime de faible injection**, seuls les porteurs minoritaires sont suivis dans la jonction PN. Ce mode de fonctionnement correspond à un semi-conducteur où la densité des porteurs minoritaires (les électrons dans P et les trous dans N) est faible devant la densité des porteurs majoritaires. Dans chacune des zones, on écrit :

$$n(z) = \Delta n(z) + \mathring{n}(z) = \Delta n^{ph.}(z) + \Delta n^{inj.}(z) + \mathring{n}(z)$$
(D.41)  

$$photogénérés équilibre + injectés 
$$p(z) = \Delta p(z) + p^{th.}(z) = \Delta p^{ph.}(z) + \Delta p^{inj.}(z) + \mathring{p}(z)$$
(D.42)  

$$photogénérés équilibre + injectés$$$$

Les équations de diffusion sur les photogénérés s'écrivent (en régime stationnaire) :

$$-D_n \partial_z^2 \Delta n^{ph.}(z) = G_n(z) - R_n^{ph.}(z)$$
 (D.43)

$$-D_p \partial_z^2 \Delta p^{ph.}(z) = G_p(z) - R_p^{ph.}(z)$$
(D.44)

Et sur les injectés :

$$-D_n \partial_z^2 \Delta n^{inj.}(z) = 0 - R_n^{inj.}(z)$$
(D.45)

$$-D_p \partial_z^2 \Delta p^{inj.}(z) = 0 - R_p^{inj.}(z)$$
 (D.46)

Dans le cadre de l'approximation linéaire des termes de recombinaison  $R_n^i = \Delta n^i \tau$  et  $R_p^i = \Delta p^i \tau$  (*i* = *inj*. ou *ph*.), on peut sommer les équations sur les photogénérés et les injectés.

$$-D_n \partial_z^2 \Delta n(z) = G_n(z) - R_n(z) \tag{D.47}$$

$$-D_p \partial_z^2 \Delta p(z) = G_p(z) - R_p(z) \tag{D.48}$$

où  $R_j = R_j^{inj.} + R_j^{ph.}$  avec j = n ou p. De cette manière, une seule équation de diffusion est écrite pour électrons et les trous au lieu de deux équations par type de porteur minoritaire. On pourrait aussi effectuer une superposition d'équations de diffusion pour un ensemble d'intervalles spectraux  $\delta v$ .

# Annexe E

#### Simulation de l'écoulement d'air

E.1.	Calcul	d'un coefficient de convection	275
E.2.	Mécanique des fluides numériques		276
	E.2.1.	Configuration 1 : panneau photovoltaïque dans une veine numérique	276
	E.2.2.	Configuration 2 : bâtiment cubique dans une veine numérique	277
	E.2.3.	Configuration 3 : panneau photovoltaïque disposé sur un bâtiment réaliste	278
Réfé	rences.		282

### E.1. Calcul d'un coefficient de convection

L'approche généralement utilisée et mise place dans le modèle conducto-convectif du chapitre 3 consiste à calculer un coefficient d'échange convectif  $h_{cv}$  pour écrire le flux convectif sous la forme de l'équation (E.1).

$$\phi_{cv} = h_{cv}(T - T_{\infty}) \tag{E.1}$$

avec  $\phi_{cv}$  le flux convectif en W · m<sup>-2</sup>,  $h_{cv}$  le coefficient d'échange en W · m<sup>-2</sup> · K<sup>-1</sup>, T la température de surface et  $T_{\infty}$  la température du fluide loin de la surface.

Cette écriture du flux convectif présente l'intérêt d'être relativement simple à calculer car toute la complexité de l'écoulement (turbulent ou laminaire) est réduite à ce simple coefficient. Ce coefficient dépend en effet de nombreux paramètres : viscosité, conductivité thermique, densité, chaleur spécifique, vitesse du fluide. Mais aussi de la géométrie du solide sur lequel l'écoulement a lieu. En pratique on utilise des correlations sur les nombres adimensionnés présentés dans le chapitre 1 pour obtenir la valeur du coefficient  $h_{cv}$  en fonction de la configuration étudiée. Cependant ces corrélations présentent de nombreuses limites car elles sont issues de travaux expérimentaux dont les conditions ne correspondent pas nécessairement à la réalité de notre application. En particulier, la géométrie des panneaux et la configuration en toiture sont assez différents d'un site expérimental à l'autre et il est alors difficile d'avoir une corrélation (sur le nombre de Nusselt) permettant d'obtenir un  $h_{cv}$  valable pour l'ensemble de ces configurations. De plus, le calcul du coefficient convectif par des corrélations ne prend pas en compte l'environnement extérieur au système. Ainsi que le panneau soit entouré d'arbres ou disposé au sol sans aucun obstacle, la corrélation reste inchangée. Quelques exemples de corrélations sont données dans le tableau E.1.

TAB. E.1. : Corrélations relevées dans la littérature pour le calcul de  $h_{cv}$ .

Auteur	Équation	Commentaire
Nusselt	$Nu = 0,664 Re^{1/2} Pr^{1/3}$	Écoulement laminaire
Sparrow	$Nu = 0,037 Re^{4/5} Pr^{1/3}$	Écoulement turbulent
Sparrow	$Nu = 0,86Re^{1/2}Pr^{1/3}$	Écoulement turbulent
MacAdams	$h_{cv} = 3,8u + 5,7$	Contient les convections forcée et naturelle
Watmuff	$h_{cv} = 3,0u + 2,8$	-
Lunde	$h_{cv} = 2,9u + 4,5$	-
Test	$h_{cv} = 2,56u + 8,25$	Vitesse du vent mesurée à 1 m de hauteur
Sturrock	$h_{cv} = 5,7u$ et $h_{cv} = 5,7u + 11,4$	Pour face dans le sens opposé à la direction incident du vent et face dans le même sens
Sharples	$h_{cv} = 2, 2u + 8, 3$ et $h_{cv} = 3, 3u + 6, 5$	Pour face dans le sens opposé à la direction incident du vent et face dans le même sens

# E.2. Mécanique des fluides numériques

Pour s'affranchir des contraintes inhérentes à la modélisation du flux convectif sous la forme d'un coefficient d'échange convectif, des travaux en mécanique des fluides numériques (*CFD*) ont été entrepris (notamment au travers d'un stage de niveau M2). L'étude s'est divisée en plusieurs étapes :

- simulation des écoulements autour d'un panneau disposé dans une veine numérique sans aucun autre obstacle;
- simulation des transferts convectifs autour d'un bâtiment simplifié (cubique);
- et enfin une simulation réelle pour une configuration panneau photovoltaïque sur bâtiment avec une géométrie proche de la géométrie du bâtiment du Cerema (Nancy).

L'objectif est d'obtenir des informations sur les coefficients convectifs pour le panneau dans la configuration réaliste en fonction de différentes conditions météorologiques. Les simulations ont été effectuées sur le logiciel Fluent et ont permis de mettre en évidence le comportement général de l'écoulement d'air dans notre application et de calculer des coefficients convectifs. Les simulations ont été menées pour des conditions météorologiques représentant des conditions typiques pour notre plateforme expérimentale. Pour cela, les données sur plusieurs années et issues des sondes à élément chauffant présentées dans le chapitre 2 ont été exploitées.

#### E.2.1. Configuration 1 : panneau photovoltaïque dans une veine numérique

Dans ce premier cas, un panneau seul dans une veine numérique est mis en place. Les dimensions géométriques sont identiques à l'article de DABAGHZADEH et ESLAMI [1] et la géométrie est présentée sur la figure E.1. Les conditions aux limites sont précisées sur la figure E.2 et un exemple de résultat sur la figure E.3 pour différentes orientations du vent par rapport au panneau.

Dans cette première configuration, le volume du panneau photovoltaïque est maillé et l'équation de la chaleur est résolue afin d'obtenir les températures de surface du panneau pour différentes directions de l'écoulement. La contribution du flux solaire et le terme de production



FIG. E.1. : Géométrie du panneau et de la veine pour la première configuration.



FIG. E.2. : Conditions aux limites dans la première configuration.

électrique sont pris en compte en volume, comme termes sources de l'équation de la chaleur. Le panneau échange par transferts radiatifs et un modèle *Surface to Surface* a été mis en place.

#### E.2.2. Configuration 2 : bâtiment cubique dans une veine numérique

Dans la seconde configuration, l'écoulement autour d'un bâtiment simplifié (cubique) est étudié. La configuration de départ est montrée sur la figure E.4 et le résultat théorique sur la figure E.5. Les résultats obtenus en simulation (non présentés ici) avec le logiciel Fluent reproduisent bien les comportements théoriques détaillés dans le livre de OKE et al. [2].

Les profils de vitesse de vent simulés coïncident avec les résultats théoriques détaillés dans

Оке et al. [2].

#### E.2.3. Configuration 3 : panneau photovoltaïque disposé sur un bâtiment réaliste

La troisième et dernière configuration concerne un bâtiment réel dont la géométrie est très proche du bâtiment du Cerema et sur lequel on retrouve trois panneaux photovoltaïques de 310 W chacun. La géométrie est présentée sur la figure E.6. Un exemple de résultats en simulation est donné sur la figure E.7. D'autres calculs ont été réalisés afin de déterminer les coefficients de convection au niveau des panneaux et de la toiture dans des configurations typiques de l'écoulement sur le site. La période estivale a été sélectionnée car la production photovoltaïque est maximale durant cette saison. À partir d'une analyse statistique des directions et des intensités de l'écoulement sur la plateforme, deux directions d'incidence du vent sont étudiées : la direction sud et la direction est. Le coefficient de transfert convectif est calculé à partir des simulations numériques et est comparé aux valeurs calculées à partir des corrélations de la littérature (tableau E.1) ainsi qu'aux données expérimentales obtenues à l'aide des capteurs de flux du panneau photovoltaïque *Stock 60*.

Les premiers résultats sur les vitesses d'écoulement pour les différents panneaux démontrent que le coefficient convectif n'est certainement pas identique pour tous les panneaux et pour les différentes faces de ces derniers. Ces résultats sont cohérents avec la géométrie de la plateforme et la présence de nombreux obstacles. À ce stade, nous n'avons pas encore validé les coefficients convectifs qui correspondent aux cas étudiés mais des simulations sont toujours en cours et seront valorisées prochainement dans le cadre de la conférence internationale *ICUC11*.







b)  $\varphi = 45^{\circ}$ 



c)  $\varphi = 90^{\circ}$ 



FIG. E.3. : Résultats de l'écoulement autour du panneau pour différentes orientations du panneau dans la veine :  $\phi = 0^{\circ}$  pour un vent incident face et au panneau.



FIG. E.4. : Géométrie et conditions aux limites pour la seconde configuration.



FIG. E.5. : Résultat théorique attendu pour cette configuration très simple d'après le livre de Οκε et al. [2].



FIG. E.6. : Présentation de la géométrie du bâtiment et des panneaux pour la troisième configuration.



FIG. E.7. : Résultats en simulation pour l'écoulement dans la troisième configuration.

# Références

- [1] N DABAGHZADEH et M ESLAMI. «Temperature distribution in a photovoltaic module at various mounting and wind conditions : a complete CFD modeling». In : *Journal of Renewable and Sustainable Energy* 11.5 (2019), p. 053503.
- [2] Timothy R OKE et al. Urban climates. Cambridge University Press, 2017.

#### **Bibliographie**

- [1] Guo Z.Y., Zhu H.Y. et Liang X.G. «Entransy A physical quantity describing heat transfer ability». In: *Int. J. Heat Mass Transf.* 50.13-14 (2007. Journal Paper), p. 2545-2556. ISSN: 0894-1777. DOI: https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci. 2007.11.021.URL: https://www.sciencedirect.com/science/ article/pii/S089417770700177X.
- [2] Léon Bottou et al. «Stochastic gradient learning in neural networks». In : *Proceedings* of Neuro-Numes 91.8 (1991), p. 12.
- [3] Abhinandan KUMAR et al. «Impact of COVID-19 on greenhouse gases emissions : A critical review ». In : *Science of The Total Environment* 806 (2022), p. 150349.
- [4] Valéry MASSON et al. «Solar panels reduce both global warming and urban heat island». In : *Frontiers in Environmental Science* 2 (2014), p. 14.
- [5] WF LAMB et al. «de la Rue du Can». In : S., Chapungu, L., Davis, SJ, Bashmakov, I., Dai, H., Dhakal, S., Tan, X., Geng, Y., Gu, B., and Minx, J. : A review of trends and drivers of greenhouse gas emissions by sector from (1990).
- [6] Moshe LESHNO et al. «Multilayer feedforward networks with a nonpolynomial activation function can approximate any function». In : *Neural Networks* 6.6 (jan. 1993), p. 861-867. DOI: 10.1016/S0893-6080 (05) 80131-5.
- [7] Sahan Trushad Wickramasooriya KURUNERU et al. «Application of porous metal foam heat exchangers and the implications of particulate fouling for energy-intensive industries». In : *Chemical Engineering Science* 228 (2020), p. 115968. ISSN : 0009-2509.
- [8] Kurt HORNIK, Maxwell STINCHCOMBE et Halbert WHITE. «Multilayer feedforward networks are universal approximators». en. In : *Neural Networks* 2.5 (1989), p. 359-366. DOI: 10.1016/0893-6080 (89) 90020-8.
- [9] D. E. RUMELHART, G. E. HINTON et R. J. WILLIAMS. «Learning representations by backpropagating errors». In : *Nature* 323.9 (1986), p. 533-536.
- [10] Marcin SOSNOWSKI et al. «Polyhedral meshing in numerical analysis of conjugate heat transfer». In : *EPJ Web of Conferences*. T. 180. EDP Sciences. 2018, p. 02096.
- [11] Diederik P. KINGMA et Jimmy BA. Adam : A Method for Stochastic Optimization. 2014.
   DOI: 10.48550/ARXIV.1412.6980. URL: https://arxiv.org/abs/ 1412.6980.

- [12] Geoffrey HINTON, Nitish SRIVASTAVA et Kevin SWERSKY. «Neural networks for machine learning lecture 6a overview of mini-batch gradient descent». In : *Cited on* 14.8 (2012), p. 2.
- [13] John DUCHI, Elad HAZAN et Yoram SINGER. «Adaptive subgradient methods for online learning and stochastic optimization.» In : *Journal of machine learning research* 12.7 (2011).
- [14] Irena. https://irena.org/solar.
- [15] Katalin BóDIS et al. «A high-resolution geospatial assessment of the rooftop solar photovoltaic potential in the European Union». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 114 (2019), p. 109309. ISSN : 1364-0321. DOI : https://doi.org/10. 1016/j.rser.2019.109309. URL : https://www.sciencedirect.com/ science/article/pii/S1364032119305179.
- [16] «A review of operational energy consumption calculation method for urban buildings». In: *Building Simulation* 13.4 (2020), p. 739-751. ISSN: 1996-8744. DOI: 10.1007/ s12273-020-0619-0. URL: https://doi.org/10.1007/s12273-020-0619-0.
- [17] Aritra GHOSH. «Potential of building integrated and attached/applied photovoltaic (BIPV/-BAPV) for adaptive less energy-hungry building's skin : A comprehensive review ». In : *Journal of Cleaner Production* 276 (2020), p. 123343. ISSN : 0959-6526. DOI : https: //doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.123343. URL : https://www. sciencedirect.com/science/article/pii/S0959652620333886.
- [18] Yue WANG, Dengjia WANG et Yanfeng LIU. «Study on Comprehensive Energy-saving of Shading and Photovoltaics of Roof Added PV Module». In : *Energy Procedia* 132 (2017). 11th Nordic Symposium on Building Physics, NSB2017, 11-14 June 2017, Trondheim, Norway, p. 598-603. ISSN : 1876-6102. DOI: https://doi.org/10.1016/ j.egypro.2017.09.672. URL: https://www.sciencedirect.com/ science/article/pii/S1876610217348191.
- [19] Yawar Ali Sheikh et al. «Impact of rooftop photovoltaic on energy demand of a building in a hot semi-arid climate». In : *Journal of Renewable and Sustainable Energy* 13.6 (2021), p. 065101.
- [20] Habeeb ALASADI, Jun-Ki CHOI et Rydge B MULFORD. «Influence of Photovoltaic Shading on Rooftop Heat Transfer, Building Energy Loads, and Photovoltaic Power Output». In: *Journal of Solar Energy Engineering* 144.6 (2022), p. 061011.
- [21] Morgan SANS et al. «Solving transient coupled conductive and radiative transfers in porous media with a Monte Carlo Method : Characterization of thermal conductivity of foams using a numerical Flash Method». In : *International Journal of Thermal Sciences* 179 (2022), p. 107656.
- [22] Olivier FARGES et al. «Life-time integration using Monte Carlo Methods when optimizing the design of concentrated solar power plants». In : *Solar Energy* 113 (2015), p. 57-62.
- [23] Najda VILLEFRANQUE et al. «The teapot in a city : a paradigm shift in urban climate modeling». In : *arXiv preprint arXiv :2204.14227* (2022).

- [24] Loris IBARRART, Stéphane BLANCO, Cyril CALIOT et al. «Advection, diffusion and linear transport in a single path-sampling Monte-Carlo algorithm : getting insensitive to geometrical refinement». In : *https ://hal.science/hal-03818899* (2022).
- [25] Jean-Marc TREGAN, Jean-Luc AMESTOY, Mégane BATI et al. «Coupling radiative, conductive and convective heat-transfers in a single Monte Carlo algorithm : a general theoretical framework for linear situations». In : *https://hal.science/hal-03819157* (2022).
- [26] Jean-Marc TREGAN. «Thermique non-linéaire et Monte-Carlo». Thèse de doct. Université Toulouse 3 Paul Sabatier, 2020.
- [27] Léa PENAZZI. «Construction d'une fonction de transfert par la méthode Monte Carlo Symbolique : application à la thermique couplée en géométries complexes». Thèse de doct. Ecole nationale des Mines d'Albi-Carmaux, 2020.
- [28] Paule LAPEYRE. «Un modèle de transfert radiatif pour la sensibilité géométrique : lecture physique des algorithmiques de Monte-Carlo via la double randomisation». Thèse de doct. Perpignan, 2021.
- [29] Loris IBARRART. «Description en espaces de chemins et méthode de Monte Carlo pour les transferts thermiques couplés dans les structures fluides et solides, une approche compatible avec l'informatique graphique». Thèse de doct. Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, 2020.
- [30] Victor GATTEPAILLE. «Modèles multi-échelles de photobioréacteurs solaires et méthode de Monte Carlo». Thèse de doct. Université Clermont Auvergne, 2021.
- [31] Sylvain MAIRE et Giang NGUYEN. «Stochastic finite differences for elliptic diffusion equations in stratified domains». In : *Mathematics and Computers in Simulation* 121 (2016), p. 146-165.
- [32] Mireille Bossy et al. «Monte Carlo methods for linear and non-linear Poisson-Boltzmann equation». In : *ESAIM : Proceedings and Surveys* 48 (2015), p. 420-446.
- [33] W.H. McAdams. *Heat Transmission*. 1954. URL: https://books.google.is/ books?id=rL2mxAEACAAJ.
- [34] M. T. HAGAN et al. *Neural Network Design*. Sous la dir. de PWS Publishing CO. 2th. 1996.
- [35] D FORESEE et M. T. HAGAN. «Gauss-Newton Approximation to Bayesian learning». In: Proceeding of International Conference on Neural Networks, Houston, Texas, USA. IEEE, 1997, p. 1930-1935.
- [36] D. J. C. MACKAY. «Bayesian Interpolation». In: *Neural Computation* 4.3 (1992), p. 415-447.
- [37] Alex ROYER et al. «A new method for modeling radiative heat transfer based on Bayesian artificial neural networks and Monte Carlo method in participating media». In : *Int. J. Heat Mass Transf.* 201 (2023), p. 123610.
- [38] Hylke E BECK et al. «Present and future Köppen-Geiger climate classification maps at 1-km resolution». In : *Scientific data* 5.1 (2018), p. 1-12.
- [39] Kensuke NISHIOKA et al. «Heat reduction of concentrator photovoltaic module using high radiation coating». In : *Surface and Coatings Technology* 215 (2013), p. 472-475.

- [40] Stefan KRAUTER. «Increased electrical yield via water flow over the front of photovoltaic panels». In : *Solar energy materials and solar cells* 82.1-2 (2004), p. 131-137.
- [41] Saad ODEH et Masud BEHNIA. «Improving photovoltaic module efficiency using water cooling». In : *Heat Transfer Engineering* 30.6 (2009), p. 499-505.
- [42] Daisuke SATO et Noboru YAMADA. «Review of photovoltaic module cooling methods and performance evaluation of the radiative cooling method». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 104 (2019), p. 151-166.
- [43] Pushpendu DwiveDi et al. «Advanced cooling techniques of PV modules : A state of art». In : *Case studies in thermal engineering* 21 (2020), p. 100674.
- [44] Young-Kwan Choi. «A study on power generation analysis of floating PV system considering environmental impact». In : *International journal of software engineering and its applications* 8.1 (2014), p. 75-84.
- [45] Manfred Köhler et al. «Photovoltaic panels on greened roofs». In : *Rio* 2 (2002), p. 151-158.
- [46] M KOHLER, R FEIGE et W WIARTALLA. «Interaction between PV-systems and extensive green roofs». In : (2007).
- [47] Anthony DOMINGUEZ, Jan KLEISSL et Jeffrey C LUVALL. «Effects of solar photovoltaic panels on roof heat transfer». In : *Solar Energy* 85.9 (2011), p. 2244-2255.
- [48] Sam CM HUI et Sook-Chien CHAN. «Integration of green roof and solar photovoltaic systems». In : *Joint symposium*. 2011, p. 1-12.
- [49] MJ PEREZ et al. «Green-roof integrated PV canopies–an empirical study and teaching tool for low income students in the South Bronx ». In : *ASES*. T. 4. 2012, p. 6.
- [50] Amy NAGENGAST, Chris HENDRICKSON et H Scott MATTHEWS. «Variations in photovoltaic performance due to climate and low-slope roof choice». In : *Energy and Buildings* 64 (2013), p. 493-502.
- [51] Daniel CHEMISANA et Chr LAMNATOU. «Photovoltaic-green roofs : An experimental evaluation of system performance». In : *Applied Energy* 119 (2014), p. 246-256.
- [52] Hamid OGAILI et David J SAILOR. «Measuring the effect of vegetated roofs on the performance of photovoltaic panels in a combined system». In : *Journal of Solar Energy Engineering* 138.6 (2016).
- [53] Mohammed J ALSHAYEB et Jae D CHANG. «Variations of PV panel performance installed over a vegetated roof and a conventional black roof ». In : *Energies* 11.5 (2018), p. 1110.
- [54] Thomas BAUMANN et al. «Performance analysis of vertically mounted bifacial PV modules on green roof system». In : *35th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition (EU PVSEC), Brussels, Belgium, 24-27 September 2018.* WIP. 2018.
- [55] Bracha Y SCHINDLER et al. «Green roof and photovoltaic panel integration : Effects on plant and arthropod diversity and electricity production ». In : *Journal of environmental management* 225 (2018), p. 288-299.
- [56] Thomas VILLEMIN et al. « Thermal characterization of a photovoltaic panel under controlled conditions ». In : *Renewable Energy* 198 (2022), p. 28-40.

- [57] German OSMA-PINTO et Gabriel ORDÓÑEZ-PLATA. «Measuring factors influencing performance of rooftop PV panels in warm tropical climates ». In : *Solar Energy* 185 (2019), p. 112-123.
- [58] Mohammad Abdullah AL MAMUN et al. «A review of research on agrivoltaic systems». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 161 (2022), p. 112351.
- [59] Tim R OKE et al. *Initial guidance to obtain representative meteorological observations at urban sites.* T. 81. World Meteorological Organization Geneva, 2004.
- [60] John MONTEITH et Mike UNSWORTH. Principles of environmental physics : plants, animals, and the atmosphere. Academic Press, 2013.
- [61] Timothy R OKE et al. Urban climates. Cambridge University Press, 2017.
- [62] Giovan Battista CAVADINI et Lauren M Соок. «Green and cool roof choices integrated into rooftop solar energy modelling». In : *Applied Energy* 296 (2021), p. 117082.
- [63] Stanislaus J SCHYMANSKI et Dani OR. «Leaf-scale experiments reveal an important omission in the Penman–Monteith equation». In : *Hydrology and Earth System Sciences* 21.2 (2017), p. 685-706.
- [64] Gerald FM PAGE et al. «Spatiotemporal dynamics of leaf transpiration quantified with time-series thermal imaging». In : Agricultural and Forest Meteorology 256 (2018), p. 304-314.
- [65] Ali JAHANFAR et al. «An experimental and modeling study of evapotranspiration from integrated green roof photovoltaic systems». In : *Ecological Engineering* 152 (2020), p. 105767.
- [66] Richard G Allen et al. «Evapotranspiration information reporting : II. Recommended documentation». In : *Agricultural Water Management* 98.6 (2011), p. 921-929.
- [67] David MOSER, Markus PICHLER et Miglena NIKOLAEVA-DIMITROVA. «Filtering procedures for reliable outdoor temperature coefficients in different photovoltaic technologies». In : *Journal of solar energy engineering* 136.2 (2014).
- [68] Xiaoma Li et al. «Urban heat island impacts on building energy consumption : A review of approaches and findings ». In : *Energy* 174 (2019), p. 407-419.
- [69] Hashem Акван et Leanna Shea Rose. «Urban surfaces and heat island mitigation potentials». In : *Journal of the Human-environment System* 11.2 (2008), p. 85-101.
- [70] Chenghao WANG et al. «Cool pavements for urban heat island mitigation : A synthetic review ». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 146 (2021), p. 111171.
- [71] Manuel CARPIO et al. «Influence of pavements on the urban heat island phenomenon : A scientific evolution analysis». In : *Energy and Buildings* 226 (2020), p. 110379.
- [72] Najda VILLEFRANQUE et al. «A Path-Tracing Monte Carlo Library for 3-D Radiative Transfer in Highly Resolved Cloudy Atmospheres». In : *Journal of Advances in Modeling Earth Systems* 11.8 (2019), p. 2449-2473.
- [73] Olivier FARGES, Jean-Jacques BÉZIAN et Mouna EL HAFI. «Global optimization of solar power tower systems using a Monte Carlo algorithm : Application to a redesign of the PS10 solar thermal power plant». In : *Renewable Energy* 119 (2018), p. 345-353.

- [74] David L KING, Jay A KRATOCHVIL et William Earl BOYSON. «Photovoltaic array performance model». In : (2004).
- [75] German OSMA-PINTO et Gabriel ORDÓÑEZ-PLATA. «Dynamic thermal modelling for the prediction of the operating temperature of a PV panel with an integrated cooling system». In : *Renewable Energy* 152 (2020), p. 1041-1054.
- [76] Merissa Coello et Liza Boyle. «Simple model for predicting time series soiling of photovoltaic panels». In : *IEEE Journal of Photovoltaics* 9.5 (2019), p. 1382-1387.
- [77] João Gabriel BESSA et al. «Estimation of photovoltaic soiling using environmental parameters : A comparative analysis of existing models». In : Advanced Sustainable Systems 6.5 (2022), p. 2100335.
- [78] Adrianne KIMBER et al. «The effect of soiling on large grid-connected photovoltaic systems in California and the southwest region of the United States». In : 2006 IEEE 4th World Conference on Photovoltaic Energy Conference. T. 2. IEEE. 2006, p. 2391-2395.
- [79] Mark KAC. «On some connections between probability theory and differential and integral equations». In : Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1950, Berkeley and Los Angeles. Univ. of California Press. 1951.
- [80] Bernard LAPEYRE et al. Introduction to Monte Carlo methods for transport and diffusion equations. T. 6. Oxford University Press on Demand, 2003.
- [81] S ARMSTRONG et WG HURLEY. «A thermal model for photovoltaic panels under varying atmospheric conditions». In : *Applied thermal engineering* 30.11-12 (2010), p. 1488-1495.
- [82] Jane B REECE et al. Campbell biology. T. 9. Pearson Boston, 2011.
- [83] Adam SCHERBA et al. «Modeling impacts of roof reflectivity, integrated photovoltaic panels and green roof systems on sensible heat flux into the urban environment». In : *Building and Environment* 46.12 (2011), p. 2542-2551.
- [84] Michael A BOLLMAN et al. «Effects of shading and composition on green roof media temperature and moisture». In : *Journal of environmental management* 281 (2021), p. 111882.
- [85] JR PHILIP et DA de DE VRIES. «Moisture movement in porous materials under temperature gradients». In : *Eos, Transactions American Geophysical Union* 38.2 (1957), p. 222-232.
- [86] Elena Palomo DEL BARRIO. «Analysis of the green roofs cooling potential in buildings». In : *Energy and buildings* 27.2 (1998), p. 179-193.
- [87] Marek JASZCZUR et al. «An experimental and numerical investigation of photovoltaic module temperature under varying environmental conditions». In : *Heat Transfer Engineering* 42.3-4 (2021), p. 354-367.
- [88] N DABAGHZADEH et M ESLAMI. «Temperature distribution in a photovoltaic module at various mounting and wind conditions : a complete CFD modeling». In : *Journal of Renewable and Sustainable Energy* 11.5 (2019), p. 053503.
- [89] Kathrin WARD et al. «Heat waves and urban heat islands in Europe : A review of relevant drivers». In : *Science of the Total Environment* 569 (2016), p. 527-539.

- [90] Umberto BERARDI. «A cross-country comparison of the building energy consumptions and their trends». In : *Resources, Conservation and Recycling* 123 (2017), p. 230-241.
- [91] Greg A BARRON-GAFFORD et al. «The Photovoltaic Heat Island Effect : Larger solar power plants increase local temperatures ». In : *Scientific reports* 6.1 (2016), p. 1-7.
- [92] European COMMISSION. *Green infrastructure (GI)—enhancing Europe's natural capital.* 2013.
- [93] Zhu ZHONGMING et al. «Spatial analysis of green infrastructure in Europe». In : (2014).
- [94] Chiara CATALANO et al. «Some European green roof norms and guidelines through the lens of biodiversity : Do ecoregions and plant traits also matter ?» In : *Ecological Engineering* 115 (2018), p. 15-26.
- [95] Briony A NORTON et al. «Planning for cooler cities : A framework to prioritise green infrastructure to mitigate high temperatures in urban landscapes». In : *Landscape and urban planning* 134 (2015), p. 127-138.
- [96] FJ PERN et al. «Weathering degradation of EVA encapsulant and the effect of its yellowing on solar cell efficiency». In : *The Conference Record of the Twenty-Second IEEE Photovoltaic Specialists Conference-1991*. T. 1. IEEE. 1991, p. 557-561.
- [97] Alain DEGIOVANNI et Yves JANNOT. *Thermal properties measurement of materials*. John Wiley & Sons, 2018.
- [98] GS CAMPBELL et S SHIOZAWA. «Prediction of hydraulic properties of soils using particlesize distribution and bulk density data». In : *Indirect methods for estimating the hydraulic properties of unsaturated soils* (1992), p. 317-328.
- [99] Inmaculada ALADOS, I FOYO-MORENO et Lucas ALADOS-ARBOLEDAS. «Estimation of downwelling longwave irradiance under all-sky conditions». In : *International Journal* of Climatology 32.5 (2012), p. 781-793.
- [100] Facundo CARMONA, Raúl RIVAS et Vicente CASELLES. «Estimation of daytime downward longwave radiation under clear and cloudy skies conditions over a sub-humid region». In: *Theoretical and applied climatology* 115 (2014), p. 281-295.
- [101] Qiumin DAI et Xiande FANG. «A new model for atmospheric radiation under clear sky condition at various altitudes». In : *Advances in Space Research* 54.6 (2014), p. 1044-1048.
- [102] Henrique Ferro DUARTE, Nelson Luís DIAS et Selma Regina MAGGIOTTO. «Assessing daytime downward longwave radiation estimates for clear and cloudy skies in Southern Brazil». In : *Agricultural and forest meteorology* 139.3-4 (2006), p. 171-181.
- [103] Mengying LI, Yuanjie JIANG et Carlos FM Соїмвка. «On the determination of atmospheric longwave irradiance under all-sky conditions». In : *Solar Energy* 144 (2017), p. 40-48.
- [104] Klemens K ILSE et al. «Fundamentals of soiling processes on photovoltaic modules». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 98 (2018), p. 239-254.
- [105] Jannik HEUSINGER et Stephan WEBER. «Surface energy balance of an extensive green roof as quantified by full year eddy-covariance measurements». In : *Science of the Total Environment* 577 (2017), p. 220-230.

- [106] Shahzada Pamir ALY, Said AHZI et Nicolas BARTH. «Effect of physical and environmental factors on the performance of a photovoltaic panel». In : *Solar Energy Materials and Solar Cells* 200 (2019), p. 109948.
- [107] Soualmi HAMOU, Saadi ZINE et Rahmani ABDELLAH. «Efficiency of PV module under real working conditions». In : *Energy Procedia* 50 (2014), p. 553-558.
- [108] Wilhelm DURISCH et al. «Efficiency model for photovoltaic modules and demonstration of its application to energy yield estimation». In : *Solar energy materials and solar cells* 91.1 (2007), p. 79-84.
- [109] MS NAGHAVI et al. «Experimental and numerical assessments of underlying natural air movement on PV modules temperature». In : *Solar Energy* 216 (2021), p. 610-622.
- [110] Eleni KAPLANI et S KAPLANIS. «Thermal modelling and experimental assessment of the dependence of PV module temperature on wind velocity and direction, module orientation and inclination». In : *Solar Energy* 107 (2014), p. 443-460.
- [111] Gavin CONIBEER et al. «Progress on hot carrier cells». In : *Solar Energy Materials and Solar Cells* 93.6-7 (2009), p. 713-719.
- [112] W CQJR SWINBANK. «Long-wave radiation from clear skies». In : *Quarterly Journal* of the Royal Meteorological Society 89.381 (1963), p. 339-348.
- [113] Hari Prakash GARG. Treatise on solar energy. John Wiley & Sons, 1982.
- [114] M DREYFUS et DT HILLEARY. «Clear sky emissivity». In : Aerospace Engineering 21 (1962), p. 42-42.
- [115] A WHILLIER. «Design Factors Influencing Solar Collectors, Low Temperature Engineering Applications of Solar Energy ASHRAE». In : *New York* (1967).
- [116] Marlo MARTIN et Paul BERDAHL. «Characteristics of infrared sky radiation in the United States». In : *Solar energy* 33.3-4 (1984), p. 321-336.
- [117] Paul Berdahl et Marlo Martin. «Emissivity of clear skies». In : (1982).
- [118] Gene CLARK et Chester ALLEN. «The estimation of atmospheric radiation for clear and cloudy skies». In : Proc. 2nd National Passive Solar Conference (AS/ISES). 1978, p. 675-678.
- [119] Bruno HUBER. «Die beurteilung des wasserhaushaltes der pflanze». In : Jahrb. Wiss. Bot 64.1 (1924).
- [120] Hans GRADMANN. « Untersuchungen über die Wasserverhältnisse des Bodens als Grundlage des Pflanzenwachstums ». In : *Jahrb. Wiss. Bot* 69.1 (1928).
- [121] TH VAN DEN HONERT. «Water transport in plants as a catenary process». In: *Discussions* of the Faraday Society 3 (1948), p. 146-153.
- [122] Vikrant SHARMA et SS CHANDEL. «Performance and degradation analysis for long term reliability of solar photovoltaic systems : A review». In : *Renewable and sustainable energy reviews* 27 (2013), p. 753-767.
- [123] Lujia Xu et al. «Heat generation and mitigation in silicon solar cells and modules». In: Joule 5.3 (2021), p. 631-645. ISSN: 2542-4351. DOI: https://doi.org/10. 1016/j.joule.2021.01.012. URL: https://www.sciencedirect. com/science/article/pii/S254243512100043X.

- [124] Swapnil DUBEY, Jatin Narotam SARVAIYA et Bharath SESHADRI. «Temperature Dependent Photovoltaic (PV) Efficiency and Its Effect on PV Production in the World – A Review ». In : *Energy Procedia* 33 (2013), p. 311-321. ISSN : 1876-6102. DOI : https: //doi.org/10.1016/j.egypro.2013.05.072.URL : https://www. sciencedirect.com/science/article/pii/S1876610213000829.
- [125] Mathieu GALTIER et al. «Integral formulation of null-collision Monte Carlo algorithms». In : *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 125 (2013), p. 57-68.

## Résumé

L'ensemble des toitures planes représente environ 20 à 25% de la surface totale des villes mais sont globalement inexploitées alors qu'elles sont le lieu privilégié des échanges thermiques et hydriques entre le bâtiment et son environnement. Une solution intéressante pour végétaliser le milieu urbain et favoriser la production d'énergie en ville consiste à introduire des toitures végétales extensives (TVE) sur les toitures planes associées à des panneaux photovoltaïques (PPV). Dans ce contexte, l'objet de cette thèse est d'évaluer les impacts individuels et réciproques, qu'ils soient positifs ou négatifs, des deux sous-systèmes lorsqu'ils sont associés. Les travaux menés ont permis d'évaluer expérimentalement l'influence du type de toiture, végétalisée ou minérale (bitume, coolroof, gravier), sur la production électrique des PPV sur une période de deux ans à l'aide de mesures électriques, thermiques et hydriques. Des modèles physiques couplés ont été développés afin de simuler le comportement thermique des panneaux en fonction des conditions météorologiques dans lesquelles ils se trouvent à l'aide de la méthode de Monte Carlo (MMC). L'algorithme permet d'évaluer la production d'énergie d'un PPV sur la durée de vie du système (environ 25 ans), à n'importe quel endroit du globe à partir des données météorologiques et sans coûts de calculs prohibitifs en couplant les transferts conductif, convectif et radiatif. Un algorithme de Monte Carlo a été mis en place à l'échelle du bâtiment afin d'évaluer ses besoins en énergie (chauffage et climatisation) en considérant tous les types de transferts thermiques incluant l'impact de l'ombrage créé par un champ photovoltaïque en toiture. Les résultats obtenus en simulation tendent à montrer que la présence des panneaux permet de limiter les besoins en énergie du bâtiment pour toutes les configurations étudiées. Enfin, un modèle électrique, également basé sur une approche MMC, a été développé à l'échelle de la cellule photovoltaïque pour évaluer sa production électrique. Des premières idées de couplage au bilan thermique de la cellule sont proposées avec des perspectives prometteuses pour des applications en situation réelle et dont l'un des objectifs est l'optimisation de la cellule en fonction de ses conditions opératoires.

Mots clés : Modélisation, Panneau photovoltaïque, Toiture végétale, Énergie, Couplage

#### Abstract

Flat roofs represent about 20 to 25% of the total surface of cities but are globally unexploited although they are the privileged place of thermal and hydric exchanges between the building and its environment. An interesting solution to bring vegetation in the urban environment and promote energy production in the city is to introduce extensive green roofs on flat roofs associated with photovoltaic panels (PV panels). In this context, the purpose of this thesis is to evaluate the individual and reciprocal impacts, whether positive or negative, of the two subsystems when combined. The work carried out allowed to experimentally evaluate the influence of the type of roof, vegetated or mineral (bitumen, coolroof, gravel), on photovoltaic electrical production over a period of two years using electrical, thermal and hydric measurements. Coupled physical models were developed to simulate the thermal behavior of the PV panels as a function of the weather conditions in which they are located using the Monte Carlo method (MMC). The algorithm makes it possible to evaluate the energy production of a PV system over the lifetime of the system (about 25 years), at any location in the world, using meteorological data and without prohibitive computational costs by coupling conductive, convective and radiative transfers. A Monte Carlo algorithm has been implemented at the building scale in order to evaluate its energy needs (heating and cooling) by considering all types of thermal transfers including the impact of shading created by a photovoltaic field on the roof. The results obtained in simulation demonstrate that the presence of the panels limits the energy needs of the building for all the configurations studied. Finally, an electrical model, also based on a MMC approach, has been developed at the scale of the photovoltaic cell to evaluate its electrical production. First ideas of coupling to the thermal balance of the cell are proposed with promising perspectives for real life applications. One of the objectives is the optimization of the cell according to its operating conditions.

Keywords: Modeling, Photovoltaic panel, Green roof, Energy, Coupling