



**HAL**  
open science

# Étude et conception d'une machine supraconductrice à modulation de flux pour application aéronautique

Rémi Dorget

► **To cite this version:**

Rémi Dorget. Étude et conception d'une machine supraconductrice à modulation de flux pour application aéronautique. Energie électrique. Université de Lorraine, 2023. Français. NNT: 2023LORR0018 . tel-04321053

**HAL Id: tel-04321053**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-04321053v1>**

Submitted on 4 Dec 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**UNIVERSITÉ  
DE LORRAINE**

**BIBLIOTHÈQUES  
UNIVERSITAIRES**

## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact bibliothèque : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)  
*(Cette adresse ne permet pas de contacter les auteurs)*

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

**Thèse**

Présentée et soutenue publiquement pour l'obtention du titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LORRAINE**

**Mention : GÉNIE ÉLECTRIQUE**

par **Rémi DORGET**

**Etude et conception d'une machine supraconductrice à  
modulation de flux pour application aéronautique**

**01/03/2023**

**Membres du jury :**

|                              |                             |  |
|------------------------------|-----------------------------|--|
| <b>Présidente du jury :</b>  | <b>Mme Carole HENAUX</b>    | <b>Professeure des Universités, Université de Montpellier, Montpellier</b>           |
| <b>Rapporteurs :</b>         | <b>M. Pascal TIXADOR</b>    | <b>Professeur des Universités, Université Grenoble-Alpes, Grenoble</b>               |
|                              | <b>M. Guy FRIEDRICH</b>     | <b>Professeur des Universités, Université de Technologie de Compiègne, Compiègne</b> |
| <b>Directeurs de thèse :</b> | <b>M. Jean LÉVÊQUE</b>      | <b>Professeur des Universités, Université de Lorraine, Nancy</b>                     |
|                              | <b>M. Thierry LUBIN</b>     | <b>Maitre de Conférences - HDR, Université de Lorraine, Nancy</b>                    |
| <b>Examineurs :</b>          | <b>M. Alexandre COLLE</b>   | <b>Docteur, Airbus, Toulouse</b>   |
|                              | <b>Mme Sabrina AYAT</b>     | <b>Docteur, Safran, Magny-Les-Hameaux</b>  |
|                              | <b>Mme Monika SITKO</b>     | <b>Docteur, Transmutex, Genève</b>   |
| <b>Membres invités :</b>     | <b>M. Abdelhadi ASSEBAN</b> | <b>Docteur, Direction Générale de l'Armement, Paris</b>                              |



# Avant-propos

En préambule de ce mémoire, résultat des travaux menés au cours de trois ans de recherches à l'Université de Lorraine et à Safran Tech, je tiens à adresser quelques remerciements.

Je remercie tout d'abord le laboratoire GREEN et la société SAFRAN, de m'avoir fait l'honneur de m'accueillir et pour la confiance accordée pour mener à bien ces travaux. Je remercie aussi la Direction Générale de L'Armement, pour le financement du projet attendant à cette thèse.

Je remercie Pr. Carole Henaux, de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance. Je remercie Pr. Pascal Tixador et Pr. Guy Friedrich d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce manuscrit. Je remercie Dr. Monika Sitko et Dr. Alexandre Colle pour leur participation au jury de thèse en qualité d'examineurs et M. Abdelhadi Asseban pour avoir favorablement répondu à l'invitation à ce jury.

Je tiens à exprimer mon immense gratitude envers mes directeurs de thèse, Pr. Jean Lévêque et Dr. Thierry Lubin, pour l'accompagnement et tous les enseignements que vous m'avez offert depuis maintenant cinq années. Ces années passées à Nancy ont été les plus riches de mon parcours académique grâce à l'épanouissement dont j'ai bénéficié sous votre supervision. Merci de m'avoir laissé m'exprimer pleinement et pour la maturité scientifique que j'ai acquise à vos côtés.

Je remercie aussi chaleureusement Dr. Sabrina Ayat, pour m'avoir encadré et suivi au sein de SAFRAN au cours de cette thèse. Tes conseils et ta patience comptent beaucoup dans l'encadrement exemplaire dont j'ai pu bénéficier au cours de ce doctorat. J'aurais à cœur, au cours de ma carrière professionnelle, de suivre l'exemple inspirant que tu m'as donné.

Je tiens à remercier aussi mes collègues de SAFRAN et tout particulièrement Rémy Biaujaud, Julien Labbé, Benjamin Dagusé, Régine Sutra-Orus, Hélène Gressinger, Larbi Dahnoun, Lucas Pniak et Idir Arslane, notamment de m'avoir donné l'envie et l'opportunité de continuer à Safran Tech.

Je suis aussi particulièrement reconnaissant à tous les membres permanents et doctorants du laboratoire GREEN pour l'environnement de travail merveilleux que vous avez tous contribué à construire, permettant de former des scientifiques toujours plus ouverts et créatifs. Merci particulièrement à Noureddine Takorabet, Kévin Berger, Bruno Douine, Hocine Menana, Melika Hinaje, Smail Mezani, Lamia Belguerras, Simon Chauvière, Quentin Nouailhetas, Walid Dirahoui, Rayane Hamidouche, Yanis Laïb, Sara Fawaz, Thomas Marcand, Boussad Moualek, Jakub Kapek, Isabelle Schwenker et Stéphanie Lamane, il ne fut pas un jour où venir au laboratoire ne m'ai donné le sourire. Je tiens aussi à adresser un remerciement particulier à Ghazi Hajiri, sur qui j'ai toujours pu compter depuis 5 ans que nous nous connaissons et avec qui travailler ou boire un verre fut et sera toujours un plaisir.

Je remercie sincèrement mes parents et ma sœur, pour m'avoir élevé, aimé et soutenu depuis ma naissance. J'espère me montrer digne de l'exemple et de l'éducation que vous m'avez offert. Je remercie aussi toute ma famille, mes belles familles ainsi que mes amis pour votre présence pour moi depuis tant d'années.

Enfin, je remercie Emma pour avoir partagé ma vie depuis bientôt 8 années et pour le bonheur que tu m'apportes depuis notre rencontre.



# Table des matières

|   |          |
|---|----------|
| Avant-propos .....  |          |
| Table des matières .....  |          |
| <b>Introduction générale.....</b>   | <b>1</b> |
| <b>Chapitre I Les machines supraconductrices pour l'aéronautique.....</b>               | <b>3</b> |
| I. Contexte : la décarbonation de l'aviation civile.....                                | 4        |
| I.1. Impact climatique du secteur aéronautique .....                                    | 4        |
| I.2. L'amélioration de l'efficacité énergétique des avions .....                        | 6        |
| I.2.a. Turboréacteurs à fort taux de dilution .....                                     | 6        |
| I.2.b. L'avion plus électrique .....  | 7        |
| I.3. Les carburants décarbonés .....  | 8        |
| I.3.a. Biocarburants .....  | 8        |
| I.3.b. Carburants de synthèse « power to liquid ».....                                  | 8        |
| I.3.c. Hydrogène liquide .....  | 9        |
| I.4. La propulsion électrique et hybride.....   | 10       |
| I.4.a. Hybridation parallèle avec batteries .....                                       | 12       |
| I.4.b. Propulsion turboélectrique.....  | 13       |
| I.4.c. Hybridation parallèle avec piles à combustible .....                             | 14       |
| I.5. Performances d'une chaîne électrique.....  | 15       |
| I.5.a. Chaîne électrique conventionnelle.....   | 15       |
| I.5.b. Chaîne électrique cryogénique .....  | 17       |
| II. La supraconductivité .....  | 21       |
| II.1. Généralités et principes généraux.....  | 21       |
| II.1.a. Découverte de la supraconductivité.....   | 21       |
| II.1.b. Supraconducteurs de type I et II .....  | 22       |
| II.1.c. Densité de courant critique dans l'état mixte .....                             | 22       |
| II.2. Supraconducteurs à basse et haute température critique .....                      | 23       |
| II.2.a. Supraconducteurs à basse température critique : NbTi et Nb <sub>3</sub> Sn..... | 24       |
| II.2.b. Supraconducteurs à haute température critique : BiSrCaCuO .....                 | 24       |
| II.2.c. Supraconducteurs à haute température critique : REBaCuO.....                    | 25       |
| II.2.d. Supraconducteurs à haute température critique : MgB <sub>2</sub> .....          | 27       |
| II.2.e. Supraconducteurs à haute température critique : récapitulatif .....             | 28       |
| II.3. Comportement et modélisation des fils et bobines HTS .....                        | 29       |
| II.3.a. Dépendance au champ magnétique du courant critique .....                        | 29       |
| II.3.b. Phénomènes dissipatifs dans les supraconducteurs .....                          | 31       |
| II.3.c. Courant critique d'une bobine supraconductrice.....                             | 34       |
| II.3.d. Stabilité et protection des bobines de champ.....                               | 36       |
| II.4. Comportement et modélisation des massifs HTS .....                                | 38       |
| II.4.a. Modèle de Bean .....  | 38       |
| II.4.b. Field cooling .....   | 39       |
| II.4.c. Zero field cooling et aimantation par champ pulsé .....                         | 40       |
| II.4.d. Comportement diamagnétique des pastilles supraconductrices .....                | 41       |
| II.4.e. Densité de courant critique des massifs supraconducteurs.....                   | 42       |

|          |   |    |
|----------|---|----|
| II.4.f.  | Modélisation numérique en formulation en H.....   | 43 |
| III.     | Les machines supraconductrices pour l'aéronautique .....                                    | 45 |
| III.1.   | Projets et démonstrateurs de machines.....  | 45 |
| III.1.a. | Alternateur à inducteur homopolaire .....   | 45 |
| III.1.b. | Advanced Superconducting Motor Experimental Demonstrator (ASuMED)<br>.....                  | 46 |
| III.1.c. | Essai en vol sur un Yak-40 .....  | 47 |
| III.1.d. | Hybrid Hydrogen & Electric Architecture (H2GEAR) .....                                      | 47 |
| III.1.e. | Advanced Superconducting & Cryogenic Experimental powertrain<br>Demonstrator (ASCEND) ..... | 48 |
| III.1.f. | Superconducting motor and cryo-cooled inverter engine (SOARING).....                        | 49 |
| III.2.   | Machines à modulation de flux .....   | 50 |
| III.2.a. | Machines à modulation de flux à saillances ferromagnétiques .....                           | 50 |
| III.2.b. | Machines à modulation de flux à saillances diamagnétiques .....                             | 50 |
| III.2.c. | Prototype de machine à modulation de flux axiale 50 kW .....                                | 52 |
| III.2.d. | Principaux résultats théoriques et expérimentaux.....                                       | 53 |
| III.3.   | Contexte et objectifs de la thèse .....   | 55 |

## **Chapitre II Méthodologie semi-analytique pour la modélisation des saillances magnétiques .....**

|         |   |    |
|---------|---|----|
| I.      | Introduction.....   | 58 |
| I.1.    | Modélisation analytique par séparations de variables.....   | 58 |
| I.1.a.  | Modèles analytiques .....   | 59 |
| I.1.b.  | Modèles semi-analytiques .....  | 59 |
| I.2.    | Application à la machine à modulation de flux.....  | 60 |
| I.2.a.  | Géométrie de la machine à modulation de flux .....  | 60 |
| I.2.b.  | Modélisation de l'inducteur avec des sous-domaines de perméabilité uniforme<br>.....                  | 63 |
| II.     | Résolution des équations de Maxwell dans des domaines à perméabilité magnétique<br>non-uniforme ..... | 67 |
| II.1.   | Solution générale pour un problème 2D Cartésien .....   | 67 |
| II.1.a. | Définition du problème.....   | 67 |
| II.1.b. | Application du produit de Cauchy .....  | 69 |
| II.1.c. | Résolution du système différentiel sous forme matricielle .....                                       | 70 |
| II.1.d. | Cas des problèmes avec des conditions aux limites non périodique .....                                | 73 |
| II.2.   | Application à un problème 2D cylindrique .....  | 76 |
| II.2.a. | Présentation du problème .....  | 77 |
| II.2.b. | Produit de Cauchy .....   | 78 |
| II.2.c. | Solution générale en forme matricielle.....   | 80 |
| II.2.d. | Résolution avec les conditions aux limites.....   | 81 |
| II.2.e. | Résultats.....  | 83 |
| II.3.   | Forme matricielle pour les géométries 3D .....  | 86 |
| II.3.a. | Construction vectorielle et matricielle.....  | 86 |
| II.3.b. | Discontinuités de perméabilité magnétique.....  | 88 |
| III.    | Conclusion et limites .....   | 89 |

## **Chapitre III Modèle semi-analytique d'une machine axiale à modulation de flux ..... 91**

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| I.      | Introduction.....   | 92  |
| I.1.    | Rappel des paramètres géométriques de la machine.....                           | 93  |
| II.     | Modèle 3D de la machine à modulation de flux.....                               | 94  |
| II.1.   | Présentation du modèle.....   | 94  |
| II.2.   | Fonction de modulation.....   | 94  |
| II.2.a. | Géométrie et conditions aux limites du problème.....                            | 94  |
| II.2.b. | Solution générale dans chaque domaine.....                                      | 96  |
| II.2.c. | Calcul des coefficients à partir des conditions aux frontières et de passage .. | 98  |
| II.2.d. | Calcul de la fonction de modulation.....  | 99  |
| II.3.   | Champ magnétique de l'inducteur.....  | 100 |
| II.4.   | Modélisation de l'induit.....   | 101 |
| II.4.a. | Calcul du couple électromagnétique.....   | 101 |
| II.4.b. | Calcul des pertes par courants de Foucault dans les conducteurs de l'induit     | 105 |
| II.5.   | Validation du modèle.....   | 107 |
| II.5.a. | Modèles numériques et machine de référence.....                                 | 107 |
| II.5.b. | Distribution du champ magnétique dans l'entrefer.....                           | 109 |
| II.5.c. | Précision sur le couple et les pertes par courants de Foucault.....             | 111 |
| II.5.d. | Influence des paramètres géométriques.....                                      | 116 |
| II.6.   | Pénétration du flux dans les pastilles.....                                     | 118 |
| II.6.a. | Implémentation du modèle de Bean dans le MSA.....                               | 118 |
| II.6.b. | Résultats et limites.....   | 120 |
| III.    | Conclusion.....   | 123 |

## **Chapitre IV Conception électromagnétique du démonstrateur..... 125**

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| I.       | Introduction.....                                       | 126 |
| I.1.     | Prédimensionnement de la machine.....                   | 127 |
| I.2.     | Performances et bilan des masses.....                   | 128 |
| I.2.a.   | Bilan massique.....                                     | 128 |
| I.2.b.   | Bilan des performances.....                             | 130 |
| II.      | Conception du rotor et de l'induit.....                 | 131 |
| II.1.    | Choix de la polarité et du bobinage.....                | 131 |
| II.2.    | Dimensionnement du rotor.....                           | 133 |
| II.2.a.  | Dimensions des pastilles.....                           | 133 |
| II.2.b.  | Choix du nombre de pastilles et épaisseur du rotor..... | 133 |
| II.3.    | Dimensionnement de l'induit.....                        | 134 |
| II.4.    | Modes de fonctionnement de la machine.....              | 135 |
| II.4.a.  | Présentation des modes de fonctionnement.....           | 135 |
| II.4.b.  | Modélisation des modes de fonctionnement.....           | 137 |
| III.     | Conception de la bobine supraconductrice.....           | 139 |
| III.1.   | Structure de la bobine supraconductrice.....            | 139 |
| III.2.   | Dimensionnement de la bobine.....                       | 140 |
| III.2.a. | Nombre de galettes.....                                 | 140 |
| III.2.b. | Pertes dans le cryostat en aluminium.....               | 141 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| III.3.   | Calcul et gestion des contraintes mécaniques .....               | 143 |
| III.3.a. | Évaluation des contraintes mécaniques.....                       | 143 |
| III.3.b. | Renforcement associée à l'isolation métallique.....              | 146 |
| III.4.   | Modification de la bobine suite au choix du fabricant .....      | 147 |
| III.4.a. | Changement de fil supraconducteur.....                           | 147 |
| III.4.b. | Réduction de la taille à cause de la contrainte budgétaire ..... | 148 |
| III.4.c. | Récapitulatif .....  | 149 |
| IV.      | Conception thermique de l'induit .....                           | 150 |
| IV.1.    | Sélection du fil de Litz .....                                   | 150 |
| IV.1.a.  | Coefficient de remplissage du fil de Litz .....                  | 150 |
| IV.1.b.  | Pertes par courants de Foucault .....                            | 152 |
| IV.1.c.  | Calcul de la force électromotrice .....                          | 153 |
| IV.1.d.  | Propriétés du fil retenu .....                                   | 154 |
| IV.2.    | Calcul de la densité de courant admissible.....                  | 155 |
| IV.2.a.  | Modèle thermique de l'induit.....                                | 155 |
| IV.2.b.  | Conductivité thermique et coefficient d'échange convectif .....  | 156 |
| IV.2.c.  | Résultats .....  | 157 |
| V.       | Bilan du dimensionnement .....                                   | 160 |
| V.1.     | Dimensions du démonstrateur .....                                | 160 |
| V.2.     | Performances et bilan des masses .....                           | 161 |
| V.2.a.   | Bilan massique.....  | 161 |
| V.2.b.   | Bilan des performances .....                                     | 161 |
| V.2.c.   | Impact des performances des pastilles HTS .....                  | 162 |
| V.3.     | Conclusions .....  | 163 |

## **Chapitre V Essais préliminaires et construction du démonstrateur..... 165**

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| I.       | Introduction.....  | 166 |
| II.      | Réalisation du rotor et de son cryostat .....                | 166 |
| II.1.    | Structure mécanique et cryogénique du rotor.....             | 166 |
| II.2.    | Réalisation et caractérisation des pastilles GdBaCuO .....   | 167 |
| II.2.a.  | Réalisation des pastilles.....                               | 167 |
| II.2.b.  | Mesure de la densité de courant critique par MPMS.....       | 168 |
| II.2.c.  | Contrôle post-production .....                               | 169 |
| II.2.d.  | Caractérisation par piégeage de champ des dix pastilles..... | 170 |
| II.3.    | Cryostat du rotor.....                                       | 173 |
| II.3.a.  | Structure du cryostat .....                                  | 173 |
| II.3.b.  | Étanchéité tournante au vide.....                            | 173 |
| II.3.c.  | Matériau des cloches .....                                   | 177 |
| III.     | Réalisation de l'induit.....                                 | 178 |
| III.1.   | Carter de refroidissement .....                              | 178 |
| III.2.   | Bobinage de l'induit .....                                   | 180 |
| III.2.a. | Fil de Litz .....  | 180 |
| III.2.b. | Réalisation du bobinage .....                                | 180 |
| III.3.   | Mise en série des induits .....                              | 181 |

|         |  |     |
|---------|--|-----|
| IV.     | Réalisation de la bobine supraconductrice et de son cryostat .....   | 182 |
| IV.1.   | Construction de la bobine supraconductrice .....                     | 182 |
| IV.1.a. | Structure de la bobine .....   | 182 |
| IV.1.b. | Courant critique individuel des doubles galettes .....               | 183 |
| IV.2.   | Structure du cryostat de la bobine .....                             | 184 |
| IV.3.   | Refroidissement cryogénique de la bobine .....                       | 185 |
| IV.3.a. | Pertes intrinsèques de la bobine .....                               | 185 |
| IV.3.b. | Pertes dans les amenées de courant.....                              | 185 |
| IV.3.c. | Pertes par conduction et rayonnement .....                           | 188 |
| IV.3.d. | Thermalisation de la bobine.....                                     | 189 |
| V.      | Assemblage et bilan des masses .....                                 | 191 |
| V.1.    | Intégration des différents composants.....                           | 191 |
| V.1.a.  | Structure mécanique de la machine .....                              | 191 |
| V.1.b.  | Comparaison avec les dimensions de RESUM.....                        | 191 |
| V.2.    | Bilan des masses.....  | 192 |
| V.2.a.  | Bilan massique du rotor .....  | 192 |
| V.2.b.  | Bilan massique de l'induit .....                                     | 193 |
| V.2.c.  | Bilan massique de la bobine .....                                    | 193 |
| V.2.d.  | Bilan massique des cryostats et des pièces mécaniques externes ..... | 194 |
| V.2.e.  | Récapitulatif massique du démonstrateur .....                        | 194 |
| VI.     | Conclusion.....  | 195 |

## **Chapitre VI Leviers et perspectives pour l'amélioration des machines à modulation de flux..... 197**

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| I.       | Introduction.....   | 198 |
| II.      | Leviers technologiques .....                                  | 198 |
| II.1.    | Fil de Litz à haute conductivité thermique transverse.....    | 198 |
| II.1.a.  | Modèle thermique du fil de Litz .....                         | 198 |
| II.1.b.  | Fil de Litz aluminium isolé par de l'alumine .....            | 201 |
| II.1.c.  | Augmentation du pas de tressage .....                         | 202 |
| II.2.    | Refroidissement cryogénique de l'induit .....                 | 204 |
| II.2.a.  | Contexte.....   | 204 |
| II.2.b.  | Resistance électrique d'un induit cryogénique.....            | 205 |
| II.2.c.  | Conductivité thermique d'un induit cryogénique.....           | 207 |
| II.2.d.  | Densité de courant admissible dans un induit cryogénique..... | 208 |
| II.3.    | Amélioration de la bobine supraconductrice.....               | 210 |
| II.3.a.  | Amélioration du fil supraconducteur .....                     | 210 |
| II.3.b.  | Réduction de la masse de la thermalisation.....               | 210 |
| III.     | Amélioration de la machine FROST .....                        | 212 |
| III.1.   | Impact des différentes solutions .....                        | 212 |
| III.2.   | Performances théoriques .....                                 | 213 |
| III.2.a. | Bilan massique .....  | 213 |
| III.2.b. | Bilan des performances .....                                  | 213 |

|         |  |            |
|---------|--|------------|
| IV.     | Études de cas pour des machines de fortes puissances.....  | 215        |
| IV.1.   | Contexte des études de cas .....   | 215        |
| IV.2.   | Étude de cas n°1 : Carburant conventionnel .....   | 216        |
| IV.2.a. | Hypothèses .....   | 216        |
| IV.2.b. | Dimensions du moteur 1 MW .....  | 217        |
| IV.2.c. | Bilan massique de la machine .....   | 218        |
| IV.2.d. | Bilan des performances de la machine.....  | 219        |
| IV.2.e. | Performances et masse du système moteur.....   | 219        |
| IV.3.   | Étude de cas n°2 : Carburant cryogénique .....   | 221        |
| IV.3.a. | Hypothèses .....   | 221        |
| IV.3.b. | Bilan des performances de la machine.....  | 221        |
| IV.3.c. | Performances et masse du système moteur.....   | 222        |
| V.      | Conclusion sur les machines à modulation de flux .....   | 223        |
| V.1.    | Comparaison des machines étudiées .....  | 223        |
| V.2.    | Discussion et travaux futurs .....   | 224        |
|         | <b>Conclusion générale .....</b>   | <b>227</b> |
|         | <b>Références bibliographiques .....</b>   | <b>229</b> |
|         | <b>Annexes.....</b>  | <b>249</b> |
| A.      | Décomposition en série de Fourier de la perméabilité magnétique après implémentation du modèle de Bean ..... | 250        |
| A.1.    | Cas de la pénétration incomplète .....   | 250        |
| A.2.    | Cas pénétration complète sur y uniquement.....   | 251        |
| A.3.    | Cas pénétration complète sur x uniquement.....   | 252        |
| A.4.    | Cas pénétration complète .....   | 253        |
| B.      | Calcul analytique des contraintes mécaniques dans une bobine supraconductrice ...                            | 255        |
| C.      | Calcul de la conductivité thermique équivalente dans la direction transverse du fil de Litz .....            | 257        |

# Introduction générale

La croissance du transport aérien et des émissions de gaz à effet de serre associées est en inadéquation avec la nécessité de lutter contre le changement climatique. En conséquence, l'aviation fait l'objet de nombreuses critiques bien qu'elle ne représente que 3,5 % de l'impact climatique anthropique au niveau mondial. Cependant, le développement soutenu du secteur aérien dans les pays en développement, avec une augmentation de l'ordre de 5 % par an [1], suggère que cette proportion est amenée à augmenter dans les prochaines décennies. Par ailleurs, l'objet des critiques porte aussi sur le fait que seule une faible proportion de la population mondiale est responsable de ces émissions. En effet, on estime sur une année à seulement 11 % la part de la population prenant au moins une fois l'avion à l'échelle planétaire et à 40 % dans les pays à hauts revenus [1]. Ainsi, le transport aérien peut représenter une part très importante du bilan carbone personnel des individus empruntant régulièrement l'avion.

Pour pallier à cela, les industriels de l'aéronautique consacrent une part importante de leurs efforts de recherche à la réduction de l'impact climatique des avions avec pour objectif ultime la neutralité carbone du secteur. Pour cela, les travaux à plus courts termes se concentrent sur l'amélioration de l'efficacité énergétique permettant par exemple à chaque génération de turboréacteur de consommer moins de carburant que la précédente. À moyen et long terme, l'utilisation de carburants décarbonés comme les biocarburants ou encore le dihydrogène ainsi que l'électrification sont les voies explorées pour permettre une décarbonation complète. Chacune de ces options comporte des verrous technologiques ou économiques à lever pour permettre leur déploiement. L'embarquement du dihydrogène par exemple nécessite des changements importants sur l'architecture des avions et le fonctionnement des turboréacteurs. L'électrification peut quant à elle se faire notamment par l'utilisation de batteries ou de piles à combustibles dont les performances en termes de masse et de rendement doivent être améliorées pour être viables. Il en va de même pour les autres composants d'une chaîne de propulsion électrique. En particulier, il est aussi nécessaire de disposer de moteurs électriques efficaces et légers. À l'heure actuelle, les moteurs électriques à aimants permanents présentent les meilleures performances mais celles-ci sont encore insuffisantes pour permettre une électrification à large échelle. Dans ce contexte, il semble opportun d'explorer des technologies de rupture comme les moteurs supraconducteurs.

C'est dans ce cadre que se placent les travaux de cette thèse qui a pour but d'étudier l'utilisation des matériaux supraconducteurs à haute température critique pour le développement d'un moteur supraconducteur à haute puissance spécifique employant une topologie originale appelée « machine à modulation de flux ». Cette structure de machine est étudiée depuis plusieurs années à l'Université de Lorraine au sein du Groupe de Recherche en Énergie Électrique de Nancy (GREEN), laboratoire dans lequel cette thèse s'est déroulée. Les travaux relatés dans ce manuscrit interviennent dans le cadre d'une convention CIFRE avec l'entreprise SAFRAN.

Les travaux de cette thèse consistent à étudier, modéliser et concevoir une machine électrique supraconductrice à modulation de flux. Le présent manuscrit détaille ces travaux au travers des six chapitres suivants :

### ***Chapitre I : Les machines supraconductrices pour l'aéronautique***

Ce chapitre dresse un constat de l'impact climatique de l'aéronautique et présente différentes solutions technologiques envisagées pour la décarbonation de l'aviation. Une attention particulière est donnée à l'électrification et aux problématiques associées. Une introduction à la supraconductivité est ensuite proposée détaillant les concepts nécessaires à la compréhension du reste du manuscrit. Enfin, un état de l'art des projets de machines supraconductrices pour applications aéronautiques est fait avant de présenter la structure d'une machine à modulation de flux.

### ***Chapitre II : Méthodologie semi-analytique pour la modélisation des saillances magnétiques***

Afin de pouvoir développer un modèle électromagnétique semi-analytique d'une machine à modulation de flux, ce chapitre dresse tout d'abord un état de l'art des méthodes de modélisation analytique par séparation de variable. Une méthode, extraite de la littérature, permettant la résolution des équations de Maxwell dans des domaines à perméabilité magnétique non uniforme est ensuite détaillée dans le cadre des problèmes en deux dimensions. Enfin, ce chapitre s'attèle à étendre cette méthode au cas de problèmes tridimensionnels.

### ***Chapitre III : Modèle semi-analytique d'une machine axiale à modulation de flux***

À partir de la méthode développée dans le chapitre précédent, un modèle analytique en trois dimensions d'une machine supraconductrice à modulation de flux axiale est présenté. L'approche utilisée permet notamment de modéliser plus finement le comportement réel des matériaux supraconducteurs. La seconde partie de ce chapitre évalue la précision et la rapidité du modèle par rapport à plusieurs modèles basés sur la méthode des éléments finis.

### ***Chapitre IV : Conception électromagnétique du démonstrateur***

Le modèle semi-analytique ainsi que d'autres méthodes complémentaires, sont utilisés dans ce chapitre pour dimensionner un démonstrateur de machine supraconductrice à modulation de flux. La méthodologie du dimensionnement tient principalement compte des contraintes techniques et logistiques rencontrées lors de la conception du démonstrateur.

### ***Chapitre V : Essais préliminaires et construction du démonstrateur***

Ce chapitre présente la construction du démonstrateur dimensionné dans le chapitre précédent. Sont détaillés ici la structure mécanique et cryogénique de la machine ainsi que les calculs électromagnétiques et thermiques complémentaires nécessaires à sa réalisation. En outre, des essais préliminaires sur des sous-ensembles de la machine sont présentés.

### ***Chapitre VI : Leviers et perspectives pour l'amélioration des performances des machines à modulation de flux***

Ce dernier chapitre cherche à évaluer les performances potentielles des machines à modulation de flux à large échelle. Pour cela, plusieurs leviers techniques n'ayant pas pu être utilisés dans la machine construite au chapitre précédent sont présentés et évalués. Ensuite, l'ensemble des résultats détaillés dans le reste du manuscrit sont extrapolés pour estimer la puissance spécifique et le rendement atteignables à une puissance de 3 MW.

---

# **Chapitre I**

## **Les machines supraconductrices pour l'aéronautique**

---

## I. Contexte : la décarbonation de l'aviation civile

### I.1. Impact climatique du secteur aéronautique

L'année 2019, marquant le début des travaux rapportés dans ce manuscrit, marque aussi le record d'émissions mondiales de gaz à effets de serre avec un total annuel de 52,4 Gt CO<sub>2eq</sub> [2]. Bien que la crise sanitaire COVID-19 ait entraîné une baisse des émissions en 2020, les émissions 2021 ont presque rattrapé leur niveau pré-crise [3]. Au sein des émissions totales de CO<sub>2</sub> dues à la consommation d'énergie, le secteur des transports est particulièrement émetteur avec une part de l'ordre de 25 % [4]. L'aviation est le second mode de transport en termes d'émissions mondiales, loin derrière le transport routier mais équivalent au transport maritime, représentant 11 % du total des transports soit 920 Mt CO<sub>2</sub> en 2019 [5]. La Figure I.1 montre la répartition des émissions entre le fret et les principaux types d'avions pour le transport de passager. Le transport de passager par les avions monocouloir (100 ~ 250 passagers) et bicouloir (250 ~ 600 passagers) représentent 80 % du total, le transport régional (< 100 passagers) ne représente quant à lui qu'une part très réduite.

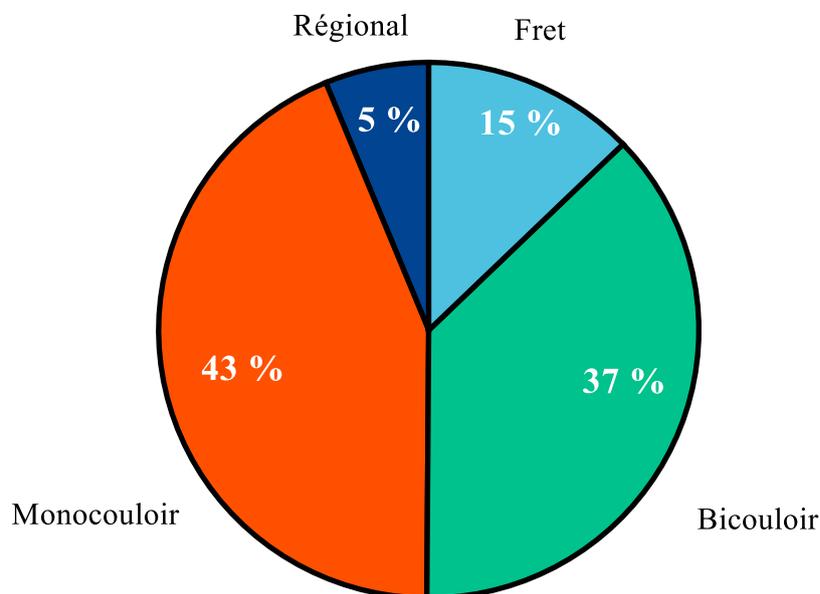


Figure I.1 Répartition des 920 Mt d'émissions de CO<sub>2</sub> dues à l'aviation civile entre les principaux types d'avions [5].

L'impact climatique de l'aviation semble au premier abord relativement limité au regard du reste des autres secteurs polluants. Il faut cependant remettre plusieurs choses dans leur contexte. En premier lieu, le nombre de passagers-kilomètres payant (RPK, Revenu Passenger Kilometer) est en forte augmentation depuis l'apparition de l'aviation civile avec une augmentation du trafic entre 2013 et 2019 de 50 % pour atteindre 8700 Giga RPK [5]. Cette augmentation du trafic n'est que très partiellement compensée par les progrès réalisés sur l'impact climatique puisque les émissions de CO<sub>2</sub> par RPK n'ont diminué que de 12 % sur cette même période. Ainsi, les émissions de l'aviation civile ayant une croissance plus soutenue que les autres secteurs, la part de celle-ci dans les émissions globales est amenée à augmenter [4].

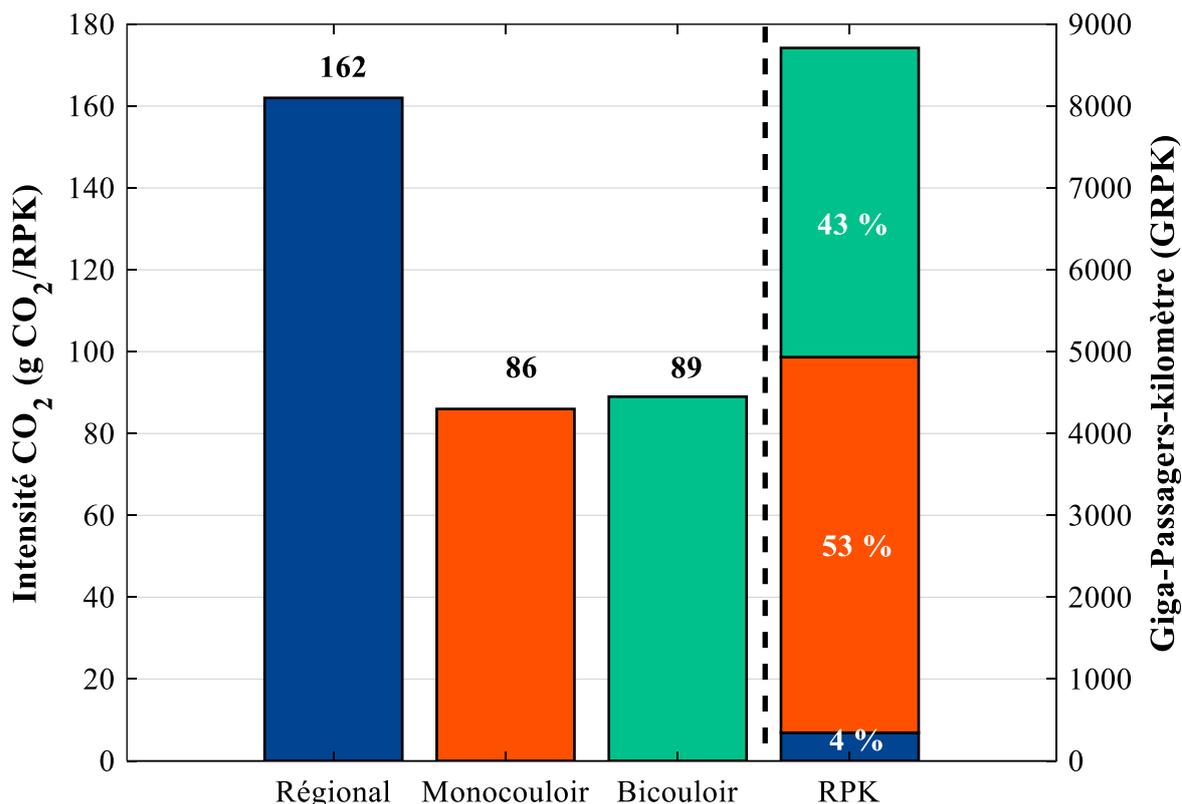


Figure I.2 Intensité CO<sub>2</sub> des différents types d'avions civils et répartition du nombre total annuel de RPK [5].

Par ailleurs, la *Figure I.2* montre l'intensité CO<sub>2</sub> des différents types d'avions civils ainsi que leur part dans le transport total de passagers. Bien que les avions régionaux soient les plus polluants en termes d'intensité CO<sub>2</sub> et représentent 29 % des départs, ils ne représentent que 5 % du trafic total. En effet, les avions régionaux effectuent des missions de 551 km en moyenne contre 1322 km pour les monocouloirs et 4675 km pour les bicouloirs qui représentent quant à eux respectivement 63 % et 8 % des départs [5]. On comprend ainsi que malgré un impact global de l'aviation limité et des émissions par RPK similaires à celles de l'automobile, l'impact du transport aérien sur le bilan carbone d'un individu puisse être très important puisqu'un aller-retour Paris New-York émet 1 t de CO<sub>2</sub> par passager alors que l'empreinte carbone annuelle moyenne d'un français est de 8 t CO<sub>2eq</sub> [6].

Enfin, en plus des émissions directes de gaz à effets de serre, il faut tenir compte des effets non-CO<sub>2</sub> qui s'ajoutent au forçage radiatif total dont l'aviation est responsable. Le forçage radiatif est la grandeur qui quantifie le pouvoir réchauffant des gaz à effet de serre et s'exprime en W/m<sup>2</sup> [7]. On estime ainsi que les émissions de CO<sub>2</sub> ne représentent qu'un tiers du forçage total de l'aviation [8]. En effet, en plus du CO<sub>2</sub> l'aviation rejette notamment des oxydes d'azote NO<sub>x</sub> responsables d'une augmentation à court terme de la concentration d'ozone générant de l'effet de serre. Cet effet est partiellement mitigé par le fait que les NO<sub>x</sub> réduisent la quantité de méthane, un autre gaz à effet de serre, dans l'atmosphère. Par ailleurs, les avions sont responsables de la formation de traînées de condensation et de cirrus induits qui génèrent aussi un forçage radiatif supplémentaire. La *Figure I.3* présente le forçage radiatif effectif des trois principales sources que nous avons citées pour la période allant de 1940 à 2018. On remarque que le forçage radiatif des effets dus aux émissions de CO<sub>2</sub> est inférieur au total des effets non-CO<sub>2</sub>. Il faut cependant noter que l'incertitude sur l'estimation du forçage radiatif des effets non-CO<sub>2</sub> est très importante puisque les phénomènes associés sont beaucoup plus complexes à

évaluer [8]. Il faut donc rester prudent lors de l'utilisation de ces données. Toutefois, d'après ces estimations, on estime que la contribution de l'aviation au forçage radiatif total d'origine anthropique est de 3,5 %.

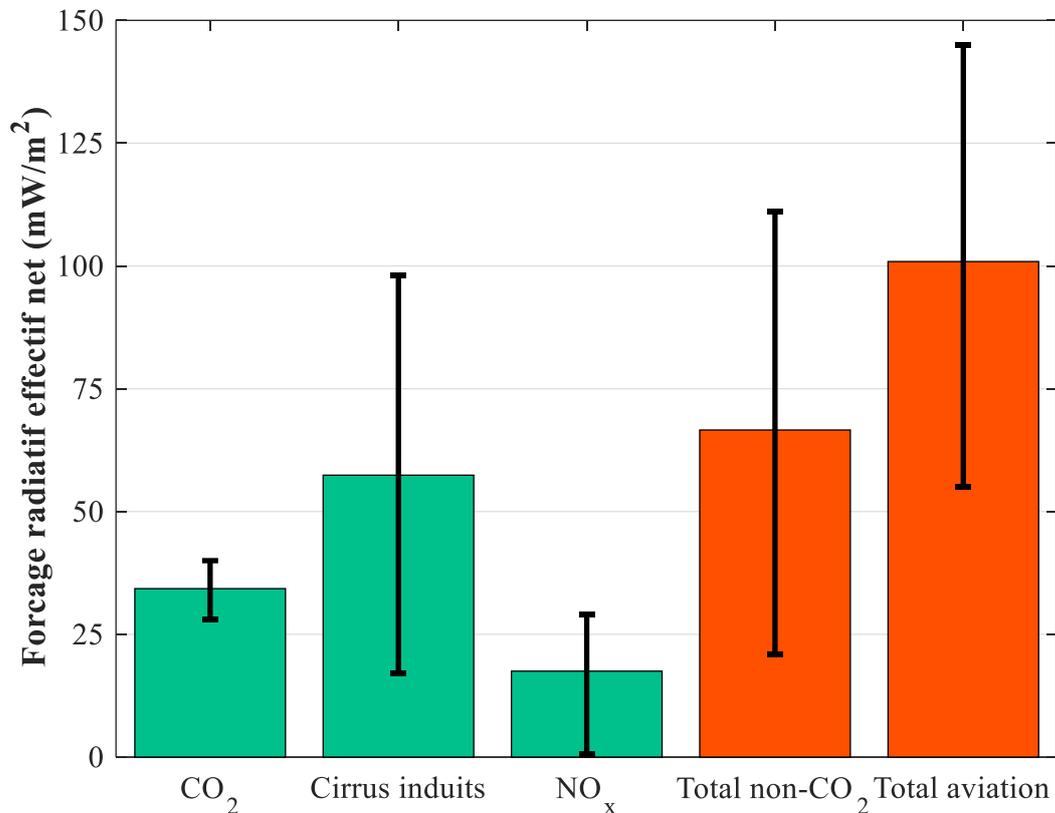


Figure I.3 Estimations du forçage radiatif effectif de l'aviation de 1940 à 2018 [8].

### I.2. L'amélioration de l'efficacité énergétique des avions

Un des principaux leviers technologiques de réduction des émissions de CO<sub>2</sub> dont dispose l'industrie aéronautique consiste à continuer l'effort d'amélioration continue de l'efficacité énergétique des avions.

#### I.2.a. Turboréacteurs à fort taux de dilution

Depuis les débuts de l'aviation civile, de très forts gains en efficacité énergétique ont été obtenus notamment à l'aide de l'augmentation du taux de dilution des turboréacteurs. Comme le montre la Figure I.4, le taux de dilution correspond au rapport entre la quantité d'air passant dans la soufflante et celle passant par la tuyère d'un turboréacteur. La tendance est à l'augmentation de ce taux de dilution au fil des générations de moteurs puisque cela permet d'en améliorer le rendement [9]. Par exemple, le moteur LEAP (2014) a un taux de dilution de 11 :1 apportant une réduction de consommation de carburant de 15 % par rapport au moteur de la génération précédente, le CFM 56 (1979), n'ayant qu'un taux de dilution de 6 :1 [10]. Ainsi, afin d'augmenter toujours plus ce taux de dilution, les constructeurs, dont notamment SAFRAN, cherchent à développer des moteurs à soufflante non-carénée pour la prochaine génération de moteurs afin de permettre d'augmenter la taille de la soufflante sans augmenter la traînée sur la nacelle.

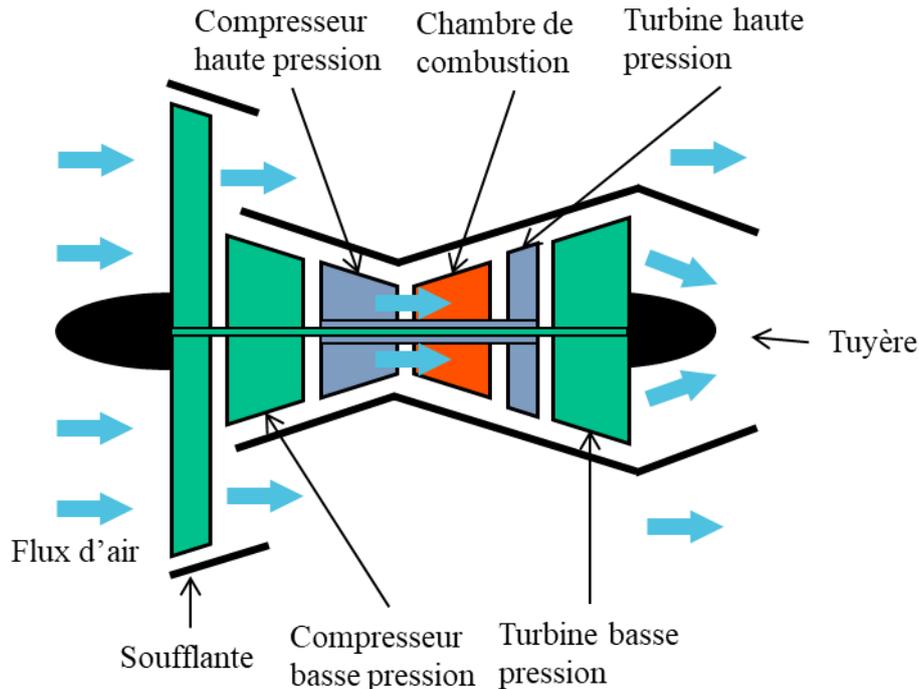


Figure I.4 Principe de fonctionnement d'un turboréacteur à double flux. Le flux dit primaire passe par la chambre de combustion et la tuyère tandis que le flux secondaire passe par la soufflante.

### I.2.b. L'avion plus électrique

Un autre tendance importante des dernières décennies consiste à remplacer les actionneurs pneumatiques et hydrauliques par des actionneurs électriques afin de fiabiliser et réduire la taille d'un certain nombre de composants assurant des fonctions non propulsives de l'avion [11]–[13]. On peut notamment citer les exemples suivants :

- Le démarrage des moteurs est traditionnellement assuré par un actionnement pneumatique mais cette fonction a été récemment électrifiée sur le Boeing 787. Pour cela, le générateur électrique connecté à l'arbre de la turbomachine est utilisé comme moteur électrique au démarrage.
- L'électrification des commandes de vol par le remplacement des actionneurs hydrauliques par des actionneurs électro-hydrauliques pour les fonctions les plus critiques et électro-mécaniques pour les moins critiques.
- Parmi les fonctions non propulsives les plus gourmandes en énergie, le conditionnement de l'air (température et pression cabine) est traditionnellement assuré par prélèvement d'air sur les moteurs induisant une perte de performance de ces derniers. Pour pallier à cela, le dernier Boeing 787 remplace ce prélèvement d'air par 4 compresseurs électriques de 100 kW.
- De manière similaire, le dégivrage et l'antigivrage est aussi généralement assuré par prélèvement d'air chaud comprimé sur les moteurs. Cette fonction peut aussi être électrifiée en installant des tapis chauffants sur les parties de la voilure à protéger. Cette alternative nécessite 150 kW de puissance électrique sur le Boeing 787 mais apporte un gain en efficacité énergétique.

Ainsi l'électrification de toutes ces fonctions a pour conséquence une augmentation de la puissance électrique installée à bord des avions. Le Boeing 787 que nous avons abondamment cité car étant l'avion commercial le plus électrique, embarque ainsi 4 générateurs 250 kVA connectés aux moteurs et 2 générateurs 225 kVA sur l'APU (Auxiliary Power Unit) [13].

### I.3. Les carburants décarbonés

Les progrès apportés par l'augmentation du taux de dilution et l'avion plus électrique permettent de gagner en efficacité énergétique et donc de réduire les émissions de gaz à effets de serre au travers d'une réduction de la consommation de carburant. Cependant, bien que très important, ces leviers technologiques ne permettront pas une décarbonation complète du secteur aéronautique. La majorité des émissions de CO<sub>2</sub> de l'aviation provenant de la combustion du carburant, une solution serait d'utiliser des carburants partiellement ou totalement neutres en carbone. Nous allons voir que de telles alternatives sont possibles mais présentent des inconvénients ainsi que des verrous techniques et économiques importants.

#### *I.3.a. Biocarburants*

Les carburants regroupés sous le terme de SAF (Sustainable Aviation Fuels) représentent une alternative à moyen terme au kérosène produit à partir de pétrole brut. Parmi les SAF, on retrouve tout d'abord les biocarburants produits à partir de biomasse subissant plusieurs procédés chimiques afin d'obtenir un carburant ayant des propriétés identiques aux carburants aéronautiques conventionnels. Les principales sources de biocarburants identifiées sont les déchets ménagers, les huiles de cuisines usagées, la paille, les déchets de sylviculture ou encore les cultures énergétiques (plantes cultivées pour la valorisation énergétique) [14]. Les estimations montrent que le potentiel de production de biocarburant pourrait couvrir les besoins du secteur aéronautique, celui des États-Unis pourrait par exemple atteindre jusqu'à 250 GJ/an pour une consommation de l'ordre de 100 GJ/an [15]. Cependant, ce potentiel de production sera soumis à la concurrence d'usage puisque l'aviation ne sera pas le seul secteur cherchant à bénéficier de ces carburants. De plus, la moitié de ce potentiel provient des cultures énergétiques dont le développement peut se faire aux dépens de la production alimentaire ou générer de la déforestation.

#### *I.3.b. Carburants de synthèse « power to liquid »*

Une autre catégorie de SAF correspond aux carburants dits « power to liquid » (PtL). Le principe du PtL consiste à produire du dihydrogène (H<sub>2</sub>) par électrolyse de l'eau avec une source d'électricité décarbonée. Ce H<sub>2</sub> est ensuite transformé en hydrocarbure en réagissant avec du CO<sub>2</sub> capturé pour finalement être raffiné pour obtenir un carburant adapté aux avions. Afin de transformer le H<sub>2</sub> en hydrocarbures, le procédé Fischer-Tropsch, breveté en 1926 [16], fait réagir du H<sub>2</sub> et du monoxyde de carbone (CO) pour générer des hydrocarbures et de l'eau. Ce procédé est le plus développé car ayant déjà été déployé industriellement en Allemagne de 1936 à 1945 afin de transformer du charbon en carburants de substitution. Le H<sub>2</sub> et le CO étaient ainsi obtenus par gazéification du charbon. En revanche, dans la perspective PtL, le H<sub>2</sub> provient de l'électrolyse de l'eau et le CO de la réaction du gaz à l'eau inverse à partir de CO<sub>2</sub> capté. Il existe des alternatives au procédé Fischer-Tropsch impliquant par exemple la transformation du H<sub>2</sub> et du CO en méthanol comme produit intermédiaire [17].

Ainsi, le PtL a l'avantage de pouvoir être complètement renouvelable mais présente un coût très important. En effet, le rendement de la production de carburant PtL est de l'ordre de 40 % ce qui implique une consommation d'électricité importante principalement pour produire une quantité suffisante de H<sub>2</sub> par électrolyse. En outre, la capture du CO<sub>2</sub> dans l'air est un élément

très coûteux du procédé pouvant représenter 60 % de l'investissement nécessaire à une centrale de production PtL et 20 % de l'électricité consommée [17]. En résumé, les SAF présentent l'avantage de ne pas nécessiter de changements structurels importants sur les avions mais requièrent des infrastructures conséquentes pour pouvoir approvisionner ces SAF [18].

### *1.3.c. Hydrogène liquide*

Finalement, une alternative aux SAF serait d'utiliser le H<sub>2</sub> directement comme carburant pour des turbomachines à H<sub>2</sub> [19]. En effet, si sa production est décarbonée, alors son utilisation permettrait de réduire considérablement les émissions de CO<sub>2</sub> de l'aviation. L'utilisation directe de H<sub>2</sub> par rapport au PtL serait potentiellement plus économique puisque le captage du CO<sub>2</sub> ne serait plus nécessaire, diminuant ainsi le coût de production du carburant et améliorant son rendement global. En revanche, à l'inverse des SAF, le H<sub>2</sub> nécessite des changements structurels très importants sur les avions. En effet, bien que le pouvoir calorifique du H<sub>2</sub> (120 MJ/kg) soit 2,8 fois plus élevé que celui du kérosène (43 MJ/kg), le H<sub>2</sub> est sous forme gazeuse (GH<sub>2</sub>) à température ambiante, ce qui complique fortement son stockage. La solution envisagée pour permettre son utilisation à bord d'un avion est de l'embarquer sous forme liquide (LH<sub>2</sub>) à une température de 20,28 K. À cette température, la masse volumique du LH<sub>2</sub> est de 70,8 kg/m<sup>3</sup> contre 800 kg/m<sup>3</sup> pour le kérosène. À pouvoir calorifique équivalent, le LH<sub>2</sub> est donc environ 4 fois plus volumineux que le kérosène. Par ailleurs, le stockage à basse température nécessite une isolation cryogénique des réservoirs [20], [21] et l'intégration de ces derniers dans un avion implique des changements de structure importants. En outre, le LH<sub>2</sub> ne peut être admis à température cryogénique dans une turbomachine et nécessite donc d'être réchauffé et pressurisé pour effectuer la combustion dans l'état supercritique [22]. Ainsi, tous ces changements imposent de repenser fortement la structure des avions et le fonctionnement de beaucoup d'éléments principaux comme les moteurs. De plus, les infrastructures aéroportuaires seraient aussi à adapter à l'utilisation de ce carburant et les infrastructures de production de H<sub>2</sub> décarboné restent entièrement à développer.



Figure I.5 Présentation du démonstrateur volant ZEROe embarquant un moteur à hydrogène sur un A380 [23].

L'aviation hydrogène semble donc une solution de long terme au regard de tous les défis techniques à relever. On note cependant un effort de recherche important de la part des acteurs industriels pour accélérer le développement de ces technologies. On peut notamment citer les trois concepts ZEROe que Airbus ambitionne de faire entrer en service à l'horizon 2035 [24]. Pour cela, Airbus prévoit de tester un moteur à  $H_2$  sur un A380 [23] comme le montre le visuel de la Figure I.5, en partenariat avec SAFRAN et General Electric [25].

Bien que les SAF ainsi que le  $LH_2$  puissent potentiellement décarboner l'aviation, il faut garder à l'esprit qu'ils ne permettront pas d'éliminer tout son impact climatique et environnemental. Comme nous l'avons vu précédemment, le forçage radiatif dont l'aviation est responsable n'est pas uniquement dû aux émissions de  $CO_2$  et les SAF n'apportent aucune solution aux deux principales sources d'effet de serre autres que le  $CO_2$  puisque les moteurs et la structure des avions n'est pas changée. Les moteurs à  $H_2$  permettent quant à eux une réduction potentielle de 70 % d'émissions de  $NO_x$  [19], [26] mais génèrent toujours des traînées de condensation et cirrus induits. De plus la vapeur d'eau rejetée par les moteurs est aussi une source d'effet de serre pendant la phase où celle-ci reste dans l'atmosphère [27].

### I.4. La propulsion électrique et hybride

À l'instar de l'automobile, l'électrification des fonctions propulsives des avions est aussi un levier potentiel important de réduction de l'impact climatique de l'aviation. L'électrification aurait en effet pour avantage de réduire les impacts climatiques  $CO_2$  et non- $CO_2$  tout en apportant une réduction de la pollution sonore. Cependant, le stockage de l'énergie électrique à bord d'un avion est plus complexe qu'à bord d'une voiture. Il existe ainsi un grand nombre d'architectures possibles intégrant une propulsion électrique totale ou partielle [28], [29]. Dans cette partie nous allons discuter des trois architectures hybrides présentées sur la Figure I.6 et par extension les versions complètement électriques associées.

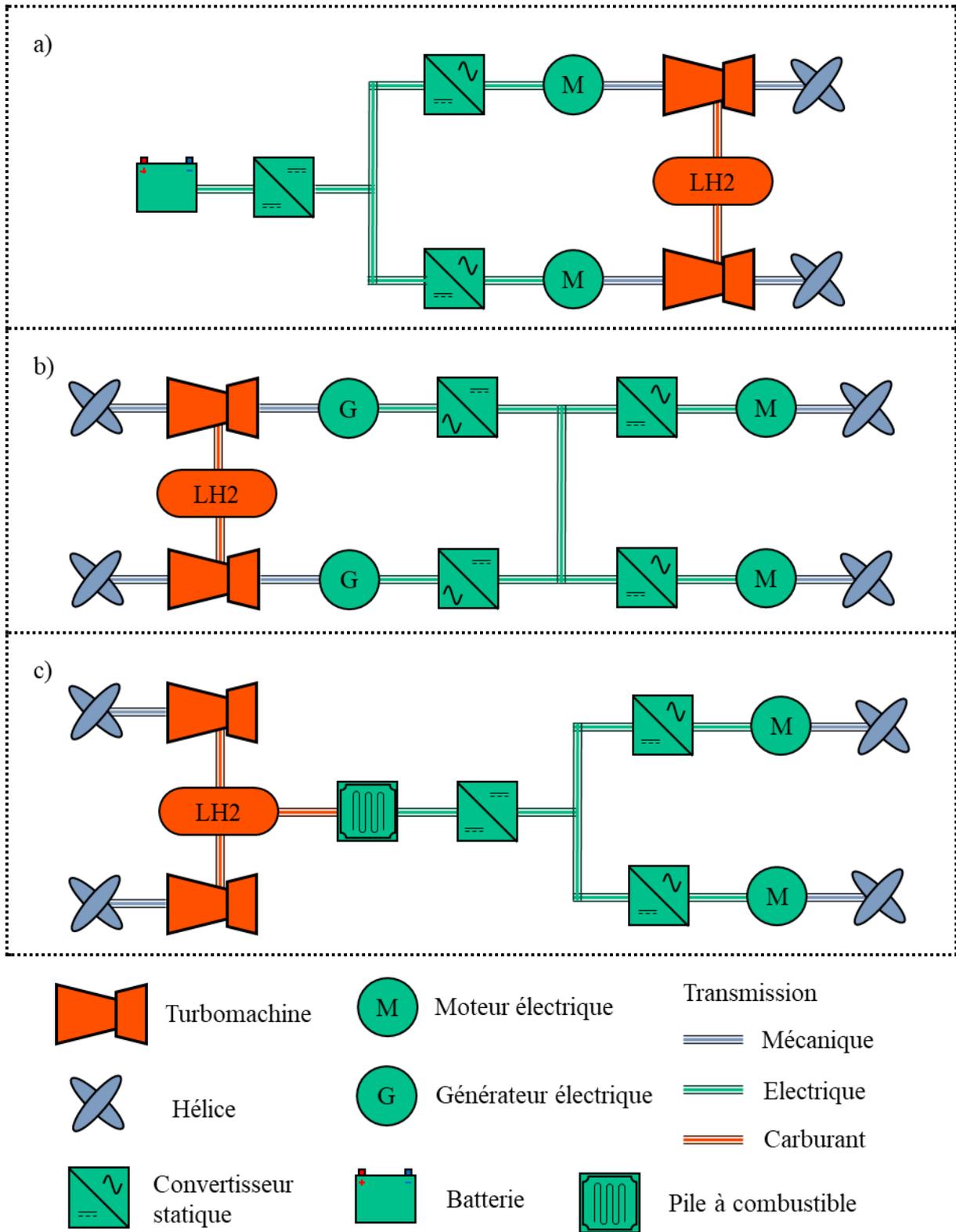


Figure 1.6 Exemples d'architectures hybrides électriques pour avions à hydrogène. a) Hybridation parallèle avec batteries b) Partiellement turboélectrique c) Hybridation parallèle avec piles à combustible.

## I.4.a. Hybridation parallèle avec batteries

L'électrification directe des avions à l'aide de batteries semble au premier abord une solution naturelle. En effet, comme pour l'automobile [30], on peut tenter de comparer grossièrement les rendements de l'électrification directe par batterie avec les autres voies de décarbonations complètes citées précédemment, le PtL et le LH<sub>2</sub>. Pour cela, on représente schématiquement sur la Figure I.7 le rendement des principales étapes de transformation d'énergie [17], [18], [26], [31]–[33] de différentes chaînes depuis la production d'électricité jusqu'à la propulsion effective de l'avion. Ce raisonnement simplifié permet de mettre en évidence que, grâce au rendement très élevé des batteries mais aussi des convertisseurs statiques et machines électriques, le rendement global d'une électrification directe par batterie serait potentiellement 2 à 3 fois plus élevé que les solutions à carburants décarbonés.

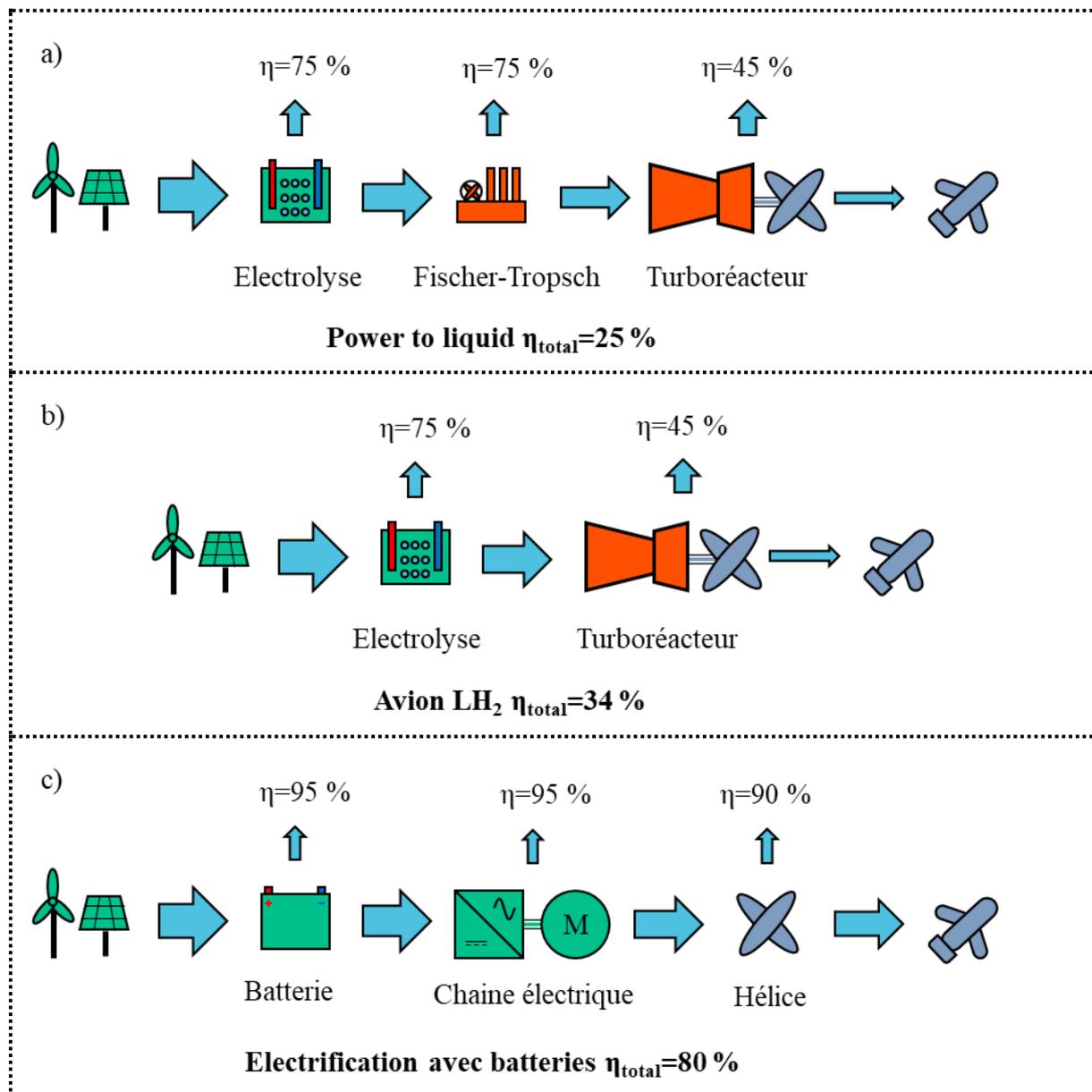


Figure I.7 Comparaison schématique du rendement global depuis la production d'électricité jusqu'à la propulsion de l'avion de différentes solutions de décarbonation. a) Le power to liquid b) L'utilisation de moteurs à LH<sub>2</sub> c) L'électrification directe avec batteries.

Cependant, le principal handicap au développement de cette solution réside dans la masse des batteries puisque leur densité d'énergie massique est considérablement plus faible que celle du kérosène ou du LH<sub>2</sub>. Pour les batteries lithium-ion, celle-ci est de l'ordre de 0,2 kWh/kg [34] contre 12 kWh/kg pour le kérosène, et 33 kWh/kg pour le LH<sub>2</sub>. Ainsi l'intégration de batteries dans l'avion, en plus de demander des changements structurels importants, implique une augmentation de la masse totale de l'avion diminuant la distance franchissable. Par conséquent, le raisonnement de la Figure I.7 ne tient pas compte du fait que pour effectuer une même mission, les trois propulsions présentées ne requièrent pas la même quantité d'énergie à cause de la masse à transporter.

Ainsi, les architectures complètement électrifiées avec batteries semblent pouvoir se limiter uniquement à l'aviation légère ne dépassant pas quelques tonnes de masse au décollage [35]. On compte ainsi beaucoup de petits avions électrifiés [36], [37] mais l'importance de ceux-ci est anecdotique dans le transport aérien.

Pour le segment des avions régionaux, une hybridation parallèle avec batteries, selon l'architecture présentée sur la Figure I.6 a), pourrait présenter un intérêt. En effet, l'hybridation parallèle permettrait de partiellement profiter du fort rendement des batteries sans trop alourdir l'avion. En outre, l'hybridation peut permettre d'augmenter l'efficacité des turbopropulseurs en utilisant les moteurs électriques durant des phases spécifiques de la mission pour que la turbine ne fonctionne que dans ses régimes de fonctionnement optimaux [38]. Ainsi, des études théoriques ont estimé qu'un taux d'hybridation de 30 % pouvait entraîner une baisse de 8 % de la consommation de carburant pour une mission de 2400 km [36] ou encore de 28 % pour une mission de 1500 km [38]. Il faut cependant noter que ces études ont été réalisées en supposant des batteries avec une densité d'énergie spécifique de 1 à 1,5 kWh/kg impliquant une amélioration importante par rapport à l'état de l'art actuel. Cette amélioration étant supposée provenir du développement de batteries lithium-air [34].

### ***1.4.b. Propulsion turboélectrique***

L'architecture partiellement turboélectrique, représentée sur la Figure I.6 b), consiste à transformer en énergie électrique une partie de l'énergie mécanique des turboréacteurs à double flux de l'avion afin d'alimenter un ou plusieurs moteurs électriques entraînant des hélices disposées à des endroits spécifiques de l'avion afin d'obtenir un gain aéropropulsif. Notamment, l'ingestion de la couche limite (BLI « Boundary layer ingestion ») consiste à disposer un moteur électrique au niveau de la queue de l'appareil afin d'accélérer l'air qui y est plus lent permettant de réduire la traînée [39]. Pour cela, la puissance électrique à extraire des turboréacteurs et à transférer au moteur électrique est de l'ordre de 2-3 MW [40], comme pour le concept NASA STARC-ABL dont une vue d'artiste est présentée en Figure I.8. La réduction de consommation de carburant apporté par la BLI est estimée à 3-8 % [41]. Par ailleurs, la propulsion partiellement turboélectrique permettrait d'augmenter le taux de dilution effectif des turboréacteurs améliorant leur rendement [42].

Par extension, cette architecture peut ainsi être entièrement électrifiée en remplaçant les turboréacteurs à double flux par des turbomoteurs. Les turbomoteurs sont des turbomachines optimisées pour la production d'énergie mécanique sur un arbre plutôt que pour la production de poussée. Ainsi, la quasi-totalité de la poussée serait fournie par une multitude de moteurs électriques de puissance réduite, distribués sur l'ensemble de l'avion [43]. Cette configuration complètement turboélectrique permettrait notamment de découpler complètement la vitesse et le régime de fonctionnement de la turbomachine de celle des hélices et ainsi faire fonctionner ces deux éléments de manière plus optimale. De plus, les multiples moteurs électriques étant

plus petits, leur intégration à l'avion serait potentiellement simplifiée par rapport à de très grosses turbomachines [42]. Les concepts d'avions turboélectriques sont souvent envisagés à beaucoup plus long terme et comportent des changements structurels et aérodynamiques très importants comme sur le concept d'aile volante NASA N3-X comportant 16 moteurs pour une puissance totale de 50 MW [29].



*Figure I.8 Concept NASA STARC-ABL de propulsion partiellement turboélectrique avec un moteur électrique de 2-3 MW disposé à l'arrière de l'avion afin de réaliser la BLI [29].*

Cependant, la viabilité des architectures partiellement et complètement turboélectriques est fortement dépendante des performances des composants de la chaîne électrique. En effet, la chaîne électrique disposée entre les turbomachines et les hélices augmente la masse de l'avion et génère des pertes se répercutant sur la consommation de carburant. Ainsi, pour qu'une architecture soit intéressante, il faut que la diminution de consommation apportée par les gains aéropulsifs dépasse la consommation supplémentaire due à la masse de la chaîne électrique et à ses pertes. Une étude de la NASA [41] a cherché à estimer le seuil de rentabilité d'une architecture complètement turboélectrique selon le rendement de la chaîne électrique. Cette étude conclut qu'une puissance spécifique globale de la chaîne électrique de 15 kW/kg est requise pour un rendement de 94 % tandis que 10 kW/kg sont suffisants pour un rendement de 98 %. Il faut noter que la variabilité de ces résultats est très importante selon l'estimation faite des gains aéropulsifs. En effet, comme en témoigne la fourchette mentionnée précédemment sur le gain apporté par la BLI, la réduction de carburant potentielle est difficile à estimer. On peut enfin mentionner que les gains sont aussi influencés par l'architecture aérodynamique envisagée, les hypothétiques ailes volantes comme le N3-X seraient beaucoup plus adaptées à une propulsion turboélectrique que des structures dites « tube and wings » classiques comme le STARC-ABL ou le ESAero ECO-150 [28].

L'architecture turboélectrique a donc pour principal avantage de ne pas nécessiter de stockage électrochimique mais celle-ci ne peut proposer à elle seule une décarbonation complète puisqu'elle doit être couplée avec l'utilisation d'un carburant décarboné. Celle-ci apporte donc seulement une réduction de la consommation de carburant permettant simplement de faciliter potentiellement le déploiement du LH<sub>2</sub> par exemple.

### ***1.4.c. Hybridation parallèle avec piles à combustible***

Une alternative aux turbines à LH<sub>2</sub> serait l'utilisation de piles à combustible (PaC) qui permettrait en plus d'éliminer les émissions de CO<sub>2</sub> de réduire considérablement les effets non-CO<sub>2</sub> puisque l'absence de combustion du LH<sub>2</sub> élimine totalement la production de NO<sub>x</sub>. Par ailleurs, les PaC permettraient une réduction de la formation de traînées de condensation et

de cirrus induit par le conditionnement de l'eau rejetée par les PaC [44]. De plus, bien que le rendement des PaC situé entre 40 % et 60 % [45] soit plus proche de celui des turbines à hydrogène que des batteries, les PaC peuvent tout de même apporter une diminution de la consommation de LH<sub>2</sub>. Contrairement aux batteries, l'énergie est stockée dans le carburant ne posant donc pas de problème de densité d'énergie spécifique, mais le déploiement des PaC est limité par leur faible puissance spécifique qui ne dépasse pas à l'heure actuelle 1 kW/kg [46]. D'autre part, la gestion de la chaleur provenant des pertes des PaC nécessite de lourds systèmes d'échangeurs pouvant représenter une masse supérieure à celle du système PaC lui-même [47]. Il faut d'ailleurs noter que malgré un rendement similaire, la majorité de la chaleur des pertes d'un turboréacteur se situe dans l'air chaud éjecté de la tuyère tandis que celle des PaC n'est pas éjectée. Ainsi, la quantité de chaleur que doit gérer le système thermique d'une PaC est plus importante. Enfin, il faut noter que, à l'instar des turbines à H<sub>2</sub>, le H<sub>2</sub> ne peut pas être utilisé liquide et à température cryogénique par la PaC et doit donc aussi comporter un système pour le réchauffer [22]. En revanche, il pourrait être avantageusement utilisé comme fluide de refroidissement.

En tenant compte des avantages et inconvénients potentiels des PaC pour l'aéronautique, le développement d'avions complètement électrifiés ne semble envisageable uniquement pour l'aviation légère et régionale [44] et permettant une réduction de 10 % de la consommation de carburant. Pour cela, on peut envisager le développement de « pods » indépendants regroupant tous les composants allant du réservoir LH<sub>2</sub> jusqu'à l'hélice à disposer sous les ailes [48]. Pour des missions supérieures à 1000 km, des architectures hybrides peuvent être envisagées comme celle présentée sur la Figure I.6 c). C'est notamment le concept du Boeing SUGAR Freeze [29] qui comporte un propulseur alimenté par PaC pour réaliser la BLI pour des missions jusqu'à 1600 km. La pertinence et la faisabilité de ces architectures sont encore une fois très dépendante des performances futures en termes de rendement et de puissance massique des PaC. Les performances actuelles permettent difficilement un développement des architectures fortement hybridées mais certaines études estiment que des PaC pourraient atteindre 4 kW/kg [47]. Un rapport de Clean Sky 2 envisage par exemple une puissance totale installée de PaC de 11 MW pour des missions inférieures à 2000 km mais nécessitant une puissance massique de 2 kW/kg, gestion thermique incluse, et un rendement de 60 % [44].

### I.5. Performances d'une chaîne électrique

Toutes les architectures électriques que nous venons de passer en revue ont en commun de nécessiter des composants électriques (moteurs, câbles et convertisseurs statiques) à forte puissance massique et fort rendement pour permettre de réduire au maximum le besoin énergétique de l'avion. Nous allons dans cette section discuter des performances de ces éléments et tout particulièrement des machines électriques.

#### *I.5.a. Chaîne électrique conventionnelle*

L'état de l'art actuel des composants d'une chaîne électrique permet difficilement d'atteindre les objectifs de rendement et puissance massique que nous avons cité précédemment pour une configuration complètement turboélectrique [41]. En effet, d'après un état de l'art de 2019, les machines que nous qualifierons de basse vitesse, c'est-à-dire dont la vitesse de rotation est inférieure ou égale à 4000 tr/min soit la vitesse de rotation de l'arbre basse pression d'un turboréacteur, atteignent une puissance massique de 5 kW/kg pour un rendement de 95 % [49], [50]. Les machines dont la vitesse se rapproche de 20 000 tr/min, soit la vitesse de rotation de l'arbre haute pression d'un turboréacteur, peuvent quant à elles atteindre 8 kW/kg et un rendement de 97 % [50]. Ainsi, ces valeurs sont à elles seules inférieures à l'objectif de l'étude

de la NASA sans même compter la masse et les pertes des câbles et convertisseurs statiques. Cependant, plusieurs leviers sont disponibles pour chercher à réduire la masse des moteurs électriques. Parmi les axes de recherche on trouve notamment :

- La réduction de la masse des pièces mécaniques non-actives par l'utilisation de matériaux plus légers et en optimisant les structures mécaniques [49].
- L'optimisation du refroidissement de l'induit des machines électriques pour augmenter les densités de courant [51]–[53]. En effet, toutes les machines à haute densité de puissance intègrent un refroidissement liquide [50]. Il faut cependant tenir compte du poids du système de refroidissement.
- L'augmentation de la fréquence et de la polarité des machines permettant de réduire la taille des culasses magnétiques [54]. Cette solution nécessite de développer des culasses et des bobinages adaptés aux hautes fréquences pour limiter les pertes.
- Enfin, puisque le paramètre dimensionnant, en première approche, d'une machine électrique est son couple et non sa puissance [55], l'augmentation de la vitesse de rotation des machines permet, pour une puissance donnée, de réduire le couple de la machine et donc d'en diminuer la masse. Cette dernière méthode peut cependant nécessiter l'ajout d'un réducteur mécanique pour que l'ensemble machine réducteur fournisse la vitesse et le couple demandé par l'application.

En intégrant une partie de ces solutions, une génératrice 4 MW, 17 000 tr/min a été réalisée en 2021 à l'université de Nottingham atteignant 17 kW/kg et un rendement de 97 % [53] que l'on peut voir sur la Figure I.9.

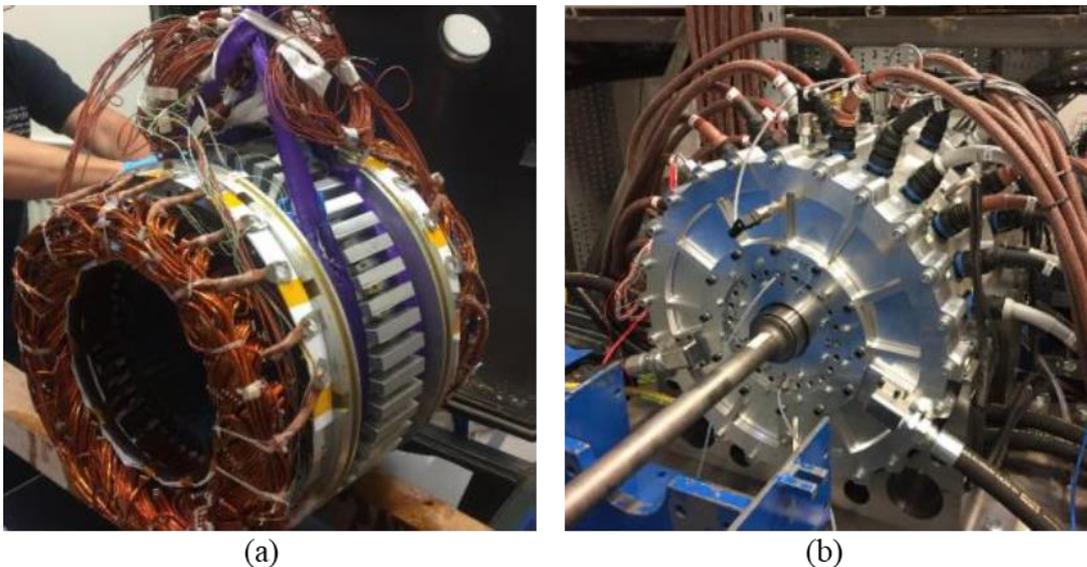


Figure I.9 Générateur 4 MW, 17 000 tr/min atteignant 17 kW/kg testée en 2021 [53].  
(a) Stator (b) Machine assemblée sur le banc de test.

Afin d'évaluer le potentiel d'amélioration de tous les composants d'une chaîne turboélectrique, une étude théorique a été menée par Rolls-Royce [32] estimant la masse et le rendement d'une chaîne complète similaire à la Figure I.6 (b) à horizon 2050. L'avion considéré est un A321 dont les turboréacteurs sont remplacés par des turbomoteurs chacun entraînant une génératrice fonctionnant à 10 000 tr/min, l'énergie électrique est ensuite distribuée en courant continu vers deux groupes propulseurs composés de deux moteurs électriques entraînant une hélice à 3500 tr/min à l'aide d'un réducteur pour une puissance totale installée de 42 MW. Les performances des différents composants électriques de la meilleure configuration retenue sont

résumées dans le Tableau I.1. On remarque que, bien qu'il s'agisse de performances à horizon 2050, celles-ci sont élevées en comparaison de l'état de l'art actuel notamment pour le rendement des machines. On peut aussi noter que l'ensemble moteurs haute vitesse (17 500 tr/min) et réducteur est plus léger (15,7 kW/kg) qu'une génératrice basse vitesse (10 000 tr/min) en attaque directe. Par ailleurs, la tension du bus DC retenue par les auteurs est de 2000 V, cette tension a notamment un impact important sur le poids des câbles, ces derniers représentant 22 % de la masse totale de la chaîne pour une tension de 1000 V contre seulement 6 % pour une tension de 4000 V. L'intérêt d'une telle tension en altitude où les pressions et donc les tensions de claquages des gaz sont, d'après la loi de Paschen, plus faibles qu'au sol reste cependant à démontrer à cause du gain de masse que va impliquer les isolants [56].

*Tableau I.1 Performance des composants électriques d'une chaîne turboélectrique conventionnelle à horizon 2050 selon [32].*

| <b>Élément</b>      | <b>Puissance</b> | <b>Puissance massique</b> | <b>Rendement</b> |
|---------------------|------------------|---------------------------|------------------|
| Générateur          | 2 × 21 MW        | 17,5 kW/kg                | 98,8 %           |
| Redresseur          | 8 × 5,25 MW      | 48 kW/kg                  | 97,4 %           |
| Câble               | 8 × 5,25 MW      | 164 kW/kg                 | 99,8 %           |
| Onduleur            | 16 × 2,62 MW     | 64 kW/kg                  | 98,5 %           |
| Moteur              | 4 × 10,5 MW      | 24 kW/kg                  | 98,8 %           |
| Réducteur mécanique | 2 × 21 MW        | 47 kW/kg                  | 99,7 %           |

La puissance massique globale de la chaîne étudiée par Rolls-Royce est donc de 6,1 kW/kg pour un rendement de 93,2 %. Cependant, les pertes d'un tel système nécessitent un système de gestion thermique permettant de les évacuer [57]. La masse de ce système d'échangeurs étant compliquée à évaluer, il est courant d'utiliser un coefficient, exprimé en kg/kW pour tenir compte de la gestion thermique dans le bilan de masse global et de regarder la sensibilité de l'étude vis-à-vis de ce coefficient. Ainsi, les auteurs de [32] ont évalué la masse globale pour des coefficients de gestion thermique entre 0 et 2 kg/kW, les résultats du Tableau I.1 correspondant à un coefficient de gestion thermique de 0 kg/kW. Pour un coefficient de 2 kg/kW, la chaîne électrique optimale a un rendement de 94,3 % mais une puissance massique de 5,3 kW/kg. Dans ce cas, la puissance massique comprenant le système de gestion thermique est de 3,4 kW/kg seulement, ce dernier représentant 36 % de la masse totale.

Cette étude théorique, qui nécessite d'être confirmée par des réalisations expérimentales, a le mérite d'être exhaustive et de mettre en évidence certains arbitrages importants à effectuer, comme le choix de la vitesse ou encore de la tension ou du rendement optimal. Par ailleurs, cette étude montre que l'association de composants conventionnels sont très loin d'atteindre les 15 kW/kg pour 94 % de rendement.

### *1.5.b. Chaîne électrique cryogénique*

Un levier technologique de rupture pourrait être l'utilisation d'une chaîne électrique cryogénique et supraconductrice afin de disposer de composants beaucoup plus performants. Cette solution comporte des machines électriques et câbles supraconducteurs nécessitant un fonctionnement à des températures inférieures à 77 K ainsi que des convertisseurs statiques, non-supraconducteurs, mais dont le fonctionnement est amélioré à très basse température [58]. Cette solution a été envisagée par la NASA pour permettre la propulsion turboélectrique [42],

[59]. En effet, comme nous le verrons par la suite, les supraconducteurs permettent d'atteindre des densités de courant et de flux magnétique très importantes pouvant permettre une réduction drastique de la taille des machines électriques. Par ailleurs, les pertes dans les supraconducteurs sont nulles en courant continu et potentiellement beaucoup plus faibles que les matériaux résistifs en courant alternatif permettant une amélioration très importante du rendement. En plus d'un potentiel gain de masse et de rendement, l'utilisation de câbles supraconducteurs pourrait permettre de distribuer l'énergie électrique sous basse tension.

Les machines électriques sont le sujet de la majorité des études [60]–[70] puisqu'il s'agit du composant le plus lourd. On distingue généralement les machines dont l'induit est supraconducteur (avec un inducteur supraconducteur ou non), des machines dont seul l'inducteur est supraconducteur. Comme nous le verrons plus en détail par la suite, dans le second cas, les supraconducteurs fonctionnent en régime continu seulement, il n'y a donc que très peu de pertes cryogéniques et nécessitent donc un système cryogénique plus petit. Cette solution a particulièrement été étudiée dans le cadre des machines supraconductrices pour applications éoliennes et navales [71]–[74] et peut être adaptée aux applications aéronautiques. Ainsi, un design théorique d'une génératrice à rotor supraconducteur 10 MW, 7000 tr/min, représenté sur la Figure I.10, pourrait atteindre 23 kW/kg et 98 % de rendement [75]. Les machines à induit supraconducteur ont quant à elles des performances potentielles beaucoup plus importantes, qu'elles soient ou non associées à un inducteur supraconducteur. Les pertes réduites dans les induits supraconducteurs permettent ainsi d'envisager des rendements de l'ordre de 99,9 % pour des densités de puissances supérieures à 30 kW/kg [60], [63], [66], [76].

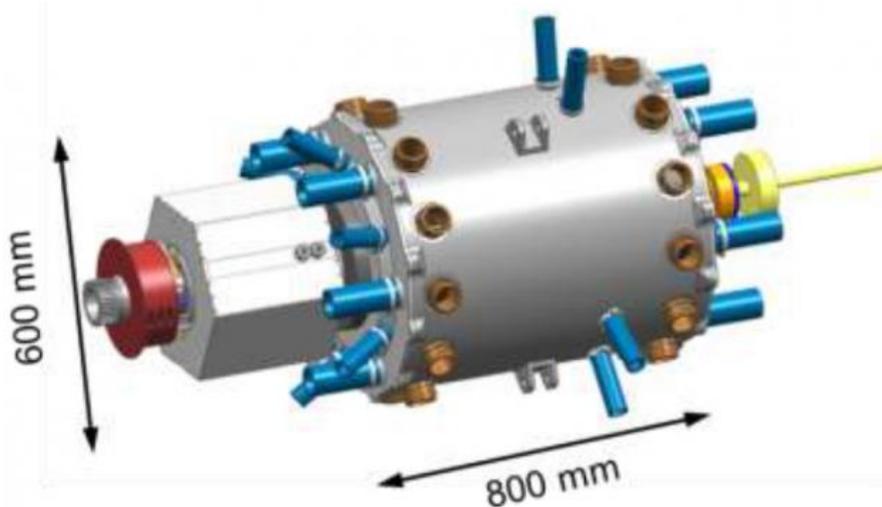


Figure I.10 Concept de générateur partiellement supraconducteur dépassant les 20 kW/kg développé dans le cadre du projet TELOS [77].

Il faut noter que 0,1 % de pertes sur une machine de forte puissance représente tout de même une quantité très importante de pertes à évacuer pour un système cryogénique. L'extraction de ses pertes pourrait se faire, comme envisagé dans les études NASA par l'utilisation de cryocoolers [42], [59]. Cependant, à 20 K, les cryocoolers commerciaux correspondent à un coefficient de gestion thermique de 3300 kg/kW de pertes [78], [79]. En revanche, des projets ambitieux de cryocoolers adaptés à des applications embarquées ont été initiés par la NASA afin de réduire leur poids à 550 kg/kW à 20 K [79]–[81] mais ces valeurs restent toujours élevées au regards de la quantité potentielle de pertes à extraire de machines à induit supraconducteur. Le développement récent d'études et projets d'utilisation de LH<sub>2</sub> comme carburant pourrait représenter une alternative très intéressante aux cryocoolers. En effet, la nécessité de réchauffer le LH<sub>2</sub> avant son utilisation présente une synergie avec le

refroidissement des composants d'une chaîne électrique cryogénique d'autant que le potentiel de refroidissement du LH<sub>2</sub> est très important grâce à sa chaleur latente de 450 kJ/kg. Ainsi, l'utilisation de machines à induit supraconducteur semble tout à fait envisageable dans un avion LH<sub>2</sub> mais difficilement dans une configuration avec des cryocoolers. Pour finir, on peut aussi noter que certaines études envisagent l'utilisation de gaz naturel liquéfié à 112 K servant de source chaude à un cryocooler qui serait en conséquence beaucoup plus léger [82].

Les autres composants d'une chaîne électrique cryogénique ont comparativement fait l'objet de moins d'études. Concernant les câbles supraconducteurs, il s'agit d'une technologie très mature pour les applications au sol dans le réseau électrique [83] dont l'adaptation à une utilisation embarquée apparaît donc plus simple. Les quelques travaux publiés explorent cependant plusieurs architectures de câbles et les problématiques de soudures associés [84]. Les études sur l'électronique de puissance cryogénique sont quant à elles beaucoup moins avancées et se limitent le plus souvent à des tests de composants en froid [85]–[89]. On peut cependant citer la réalisation d'un onduleur 1 MW à l'université du Tennessee avec le soutien de la NASA et de Boeing [58], [90], [91] atteignant 18 kVA/kg et un rendement maximum de 99 %.

*Tableau I.2 Performance des composants électriques d'une chaîne turboélectrique cryogénique à horizon 2050 selon [92].*

| <b>Élément</b> | <b>Puissance</b> | <b>Puissance massique</b> | <b>Rendement</b> |
|----------------|------------------|---------------------------|------------------|
| Générateur     | 2 × 21 MW        | 56 kW/kg                  | 99,87 %          |
| Redresseur     | 2 × 21 MW        | 24 kW/kg                  | 99,63 %          |
| Câble          | 4 × 10,5 MW      | 117 kW/kg                 | 99,99 %          |
| Onduleur       | 4 × 10,5 MW      | 22 kW/kg                  | 99,65 %          |
| Moteur         | 4 × 10,5 MW      | 37 kW/kg                  | 99,90 %          |

A l'instar de la chaîne conventionnelle [32], Rolls-Royce a aussi réalisée l'étude d'une chaîne cryogénique pour un A321 complètement turboélectrique [92] mais présentant quelques différences. Tout d'abord, l'A321 étudié pour la chaîne cryogénique est supposé fonctionner partiellement avec du LH<sub>2</sub> comme carburant, permettant ainsi de s'affranchir des cryocoolers et ainsi d'utiliser des machines complètement supraconductrices. Par ailleurs, les moteurs supraconducteurs entraînent les hélices en attaque directe à 3500 tr/min sans utiliser de réducteurs mécaniques. Enfin, les convertisseurs statiques sont plus puissants et moins nombreux que pour la chaîne conventionnelle. Les puissances massiques ainsi que les rendements des composants cryogéniques évalués dans le cadre de cette étude sont résumés dans le Tableau I.2. De manière cohérente avec les études citées précédemment, les machines supraconductrices sont beaucoup plus légères que leurs équivalentes conventionnelles. La génératrice supraconductrice est 3,2 fois plus légère et le moteur supraconducteur est quant à lui 2,3 fois plus léger que l'ensemble moteur plus réducteur de l'architecture conventionnelle. Les convertisseurs statiques sont en revanche plus lourds dans la chaîne cryogénique. En effet, puisqu'ils ne sont pas supraconducteurs, la réduction des pertes apportée par le fonctionnement à basse température n'est pas du tout du même ordre de grandeur que pour les machines, par conséquent, pour que les pertes de ceux-ci puissent être absorbées par le LH<sub>2</sub>, les processus d'optimisations tendent vers des convertisseurs plus lourds mais avec de meilleurs rendements. Le principal gain de la chaîne cryogénique s'avère d'ailleurs être le rendement qui, pour tous les composants, est supérieur à 99,5 %. Ainsi, la chaîne complète atteint une puissance massique de 7,1 kW/kg et un rendement de 99,04 %. Le gain en masse, si l'on ne tient pas compte du

coefficient de gestion thermique, n'est donc que de 1 kW/kg, mais le rendement est amélioré de presque 6 % ce qui représente un gain important de consommation d'énergie. Ces résultats permettraient cependant d'atteindre tout juste le seuil de rentabilité de l'architecture turboélectrique calculé par [41] avec des hypothèses optimistes sur les gains aeropropulsifs. Par ailleurs, ces résultats nécessitent eux aussi d'être confirmés par des résultats expérimentaux dans la mesure où les performances sont très élevées par rapport à l'état de l'art des machines conventionnelles et les réalisations de machines, câbles supraconducteurs et convertisseurs statiques cryogéniques sont beaucoup plus rares que pour les composants conventionnels.

En dehors de l'architecture turboélectrique, une étude récente [47] a cherché à évaluer selon plusieurs scénarios, du plus optimiste au plus pessimiste, la masse que représenterait l'électrification complète par PaC d'un avion régional en utilisant une chaîne électrique cryogénique. L'avion considéré est un ATR 72-600 transportant 70 passagers sur 1200 km pour une puissance de 4 MW. Selon le scénario retenu, la masse totale des équipements se situe entre 2,5 et 14 tonnes mettant en évidence le niveau d'incertitude assez élevé sur les performances potentielles des différents composants. Cependant, plusieurs enseignements se dégagent de l'étude quel que soit le scénario retenu. En premier lieu, il apparaît que le LH<sub>2</sub> embarqué est suffisant pour refroidir les moteurs, convertisseurs statiques et les câbles mais n'est pas suffisant pour refroidir les pertes importantes induites par les PaC puisque seules 4 % des pertes des PaC sont absorbées par le LH<sub>2</sub>, le reste nécessitant un système de gestion thermique non cryogénique. Ce système de gestion thermique représente par ailleurs, dans tous les scénarios, la part la plus importante, entre 32 et 45 %, de la masse totale de la chaîne. Le second élément le plus massif pour chaque scénario se trouve être les cellules des PaC, qui représentent entre 21 et 30 %. En règle générale, les éléments liés aux PaC (cellules, gestion thermique, humidificateur, compresseurs, ...) représentent une part située entre 70 % et 88 %. En conséquence, la viabilité des architectures utilisant des PaC, tout comme celles utilisant des batteries, semble beaucoup moins dépendante des convertisseurs statiques et machines électriques que pour l'architecture turboélectrique. Dans ce cadre-là, le potentiel gain de puissance massique apporté par des composants cryogéniques semble donc moins important que le gain de rendement qui lui apporte une économie directe de carburant.

Les études théoriques que nous avons citées montrent un potentiel théorique important des machines électriques supraconductrices par rapport aux machines conventionnelles mais une validation expérimentale est désormais indispensable pour confirmer ou non les études théoriques mais aussi pour évaluer la faisabilité technique de cette technologie. Avant de présenter les projets et réalisations expérimentales de machines supraconductrices pour l'aéronautique, nous allons tout d'abord introduire plus en détail le comportement des supraconducteurs et les techniques associées à la supraconductivité.

## II. La supraconductivité

### II.1. Généralités et principes généraux

#### II.1.a. Découverte de la supraconductivité

Au cours de travaux sur la liquéfaction de l'hélium, l'équipe de Heike Kamerlingh Onnes mesura la résistivité électrique de plusieurs conducteurs à basse température. Les mesures de l'équipe de Onnes montraient une décroissance progressive de la résistivité avec la température pour la majorité des métaux. La résistivité du mercure en revanche, se comportait de manière identique aux autres matériaux mais s'effondrait à 4,2 K et restait strictement nulle aux températures inférieures comme le montre la Figure I.11. Ce phénomène, observé pour la première fois en 1911 a été baptisé supraconductivité et l'équipe de Onnes reçut le prix Nobel de physique en 1913 [93].

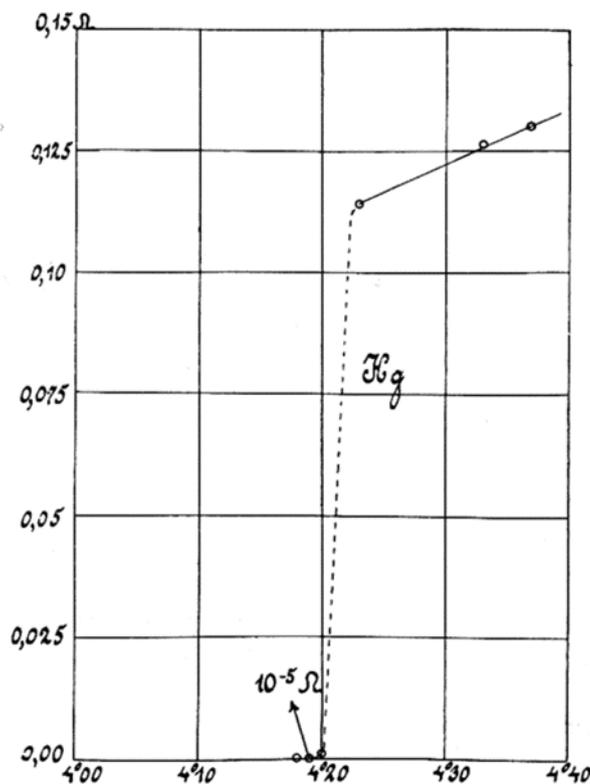


Figure I.11 Résistivité du mercure en fonction de sa température mesurée en 1911 permettant la découverte de la supraconductivité [93].

L'effondrement brutal de la résistivité électrique en dessous d'une certaine température, appelée température critique ( $T_c$ ), valant 4,2 K pour le mercure, est le premier phénomène caractéristique de la supraconductivité. Par la suite, d'autres matériaux supraconducteurs ont été découverts, comme l'aluminium ou le plomb avec des  $T_c$  de respectivement 1,2 K et 7 K. Le second phénomène caractéristique de la supraconductivité est l'effet Meissner, découvert en 1933 par Walther Meissner et Robert Ochsenfeld, qui se manifeste par l'expulsion du champ magnétique du supraconducteur, ce dernier devenant parfaitement diamagnétique [94]. Ce phénomène ne s'observe cependant que pour des champs inférieurs à quelques centaines de mT. Au-delà du champ limite appelé champ magnétique critique ( $H_c$ ), le matériau sort de son état supraconducteur et l'effet Meissner est perdu.

### II.1.b. Supraconducteurs de type I et II

On distingue deux types de supraconducteurs selon leur comportement de transition de l'état Meissner vers l'état normal lorsque le champ dépasse le champ critique. Les supraconducteurs de type I transitent directement de l'état supraconducteur dit Meissner (résistance nulle et diamagnétisme parfait) vers l'état normal (résistance non nulle et pas de diamagnétisme parfait). Les supraconducteurs de type II en revanche, passent d'abord par un état dit mixte dans lequel coexistent des phases supraconductrices et des phases dans l'état normal. L'état mixte se caractérise ainsi toujours par une résistivité nulle mais pas par un diamagnétisme parfait. Le champ magnétique peut ainsi progressivement pénétrer le matériau. Lorsque le matériau est complètement pénétré, il transite de l'état mixte vers l'état normal. Comme le montre la Figure I.12, les supraconducteurs de type II présentent donc deux champ critiques notés  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$ ,  $H_{c1}$  correspondant à la limite entre l'état Meissner et l'état mixte et  $H_{c2}$  à la limite entre l'état mixte et l'état normal. La valeur de  $H_{c1}$  des supraconducteurs étant très faible, les supraconducteurs pouvant être utilisés pour des applications électrotechniques sont uniquement des supraconducteurs de type II utilisés dans l'état mixte, le  $\mu_0 H_{c2}$  pouvant dépasser 100 T pour certains matériaux [94].

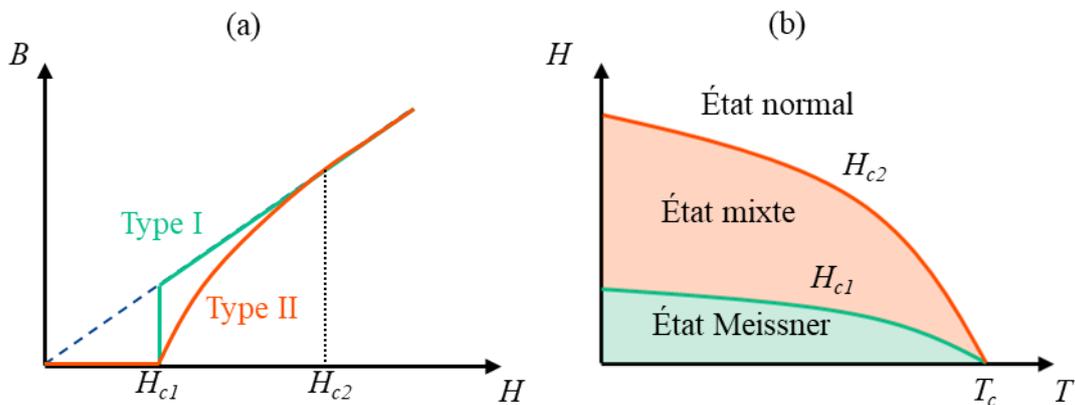


Figure I.12 (a) Transition de l'état Meissner vers l'état normal pour les supraconducteurs de type I et II. (b) Diagramme de phase de supraconducteurs de type II [95].

### II.1.c. Densité de courant critique dans l'état mixte

Dans l'état mixte, le flux magnétique pénètre le supraconducteur sous la forme de tube de flux, appelés « fluxons » dont le flux magnétique est égal au quantum de flux  $2,07 \times 10^{-15} \text{ Wb}$ . Lorsque les fluxons pénètrent le supraconducteur, des vortex de courant se forment autour pour assurer que le flux se maintienne à l'intérieur et que l'extérieur reste diamagnétique. Les vortex se repoussent mutuellement et s'arrangent en réseaux triangulaires appelés réseaux d'Abrikosov [95].

Lorsqu'un courant de transport parcourt le supraconducteur, celui-ci interagit avec le champ magnétique des fluxons générant une force de Laplace s'appliquant sur les vortex cherchant ainsi à les mettre en mouvement. En pratique, les matériaux supraconducteurs comportent des défauts sur lesquels les vortex ont tendance à venir s'ancrer afin que ceux-ci génèrent une force de réaction, appelée force de pinning, s'opposant à la force de Laplace immobilisant ainsi les vortex. Lorsque la densité de courant de transport est suffisamment élevée, la force de Laplace devient supérieure à la force de pinning entraînant le mouvement des vortex. La densité de courant pour laquelle la force de Laplace est strictement égale à la force de pinning est appelée la densité de courant critique ( $J_c$ ) et dépend de la température et du champ magnétique [95].

Le maintien en mouvement des vortex implique ainsi l'apparition d'un champ électrique pour fournir le travail nécessaire à la compensation des frottements qui limitent la vitesse des vortex. Ce champ électrique et ce travail causent donc une génération de chaleur dans le matériau qui n'est donc plus, dans cet état, un conducteur électrique parfait. Ainsi, au-delà de  $J_c$ , le supraconducteur est dans un régime dissipatif appelé « flux flow » et qui se caractérise par une résistivité notée  $\rho_{ff}$  dépendant du champ magnétique et des propriétés du matériau [94].

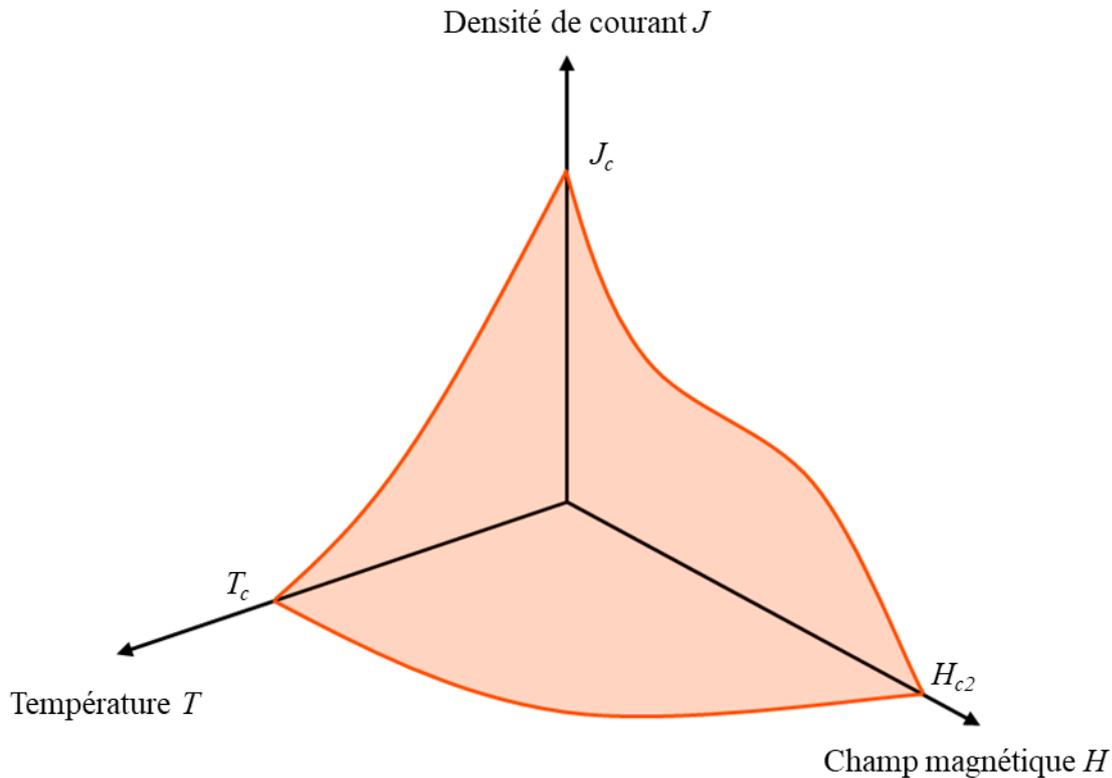


Figure I.13 Représentation de la surface critique délimitant l'état mixte d'un supraconducteur de type II en fonction des trois grandeurs limitantes que sont la température, le champ magnétique et la densité de courant.

Nous venons donc de voir les trois grandeurs qui limitent la supraconductivité dans l'état mixte que sont la température critique, le champ magnétique critique et la densité de courant critique. Ces trois grandeurs sont interdépendantes et définissent une surface critique, schématisée sur la Figure I.13, délimitant l'état supraconducteur. Il faut par ailleurs noter que certains matériaux sont anisotropes ce qui implique que le champ et la densité de courant critique peuvent ne pas avoir la même valeur selon l'orientation de ceux-ci [94]. La surface critique est usuellement décrite en utilisant une caractéristique  $J_c(B, T)$  dont nous discuterons dans la suite de ce chapitre.

## II.2. Supraconducteurs à basse et haute température critique

Les supraconducteurs sont généralement séparés en deux catégories, ceux dits à basse température critique (BTS) et ceux dits à haute température critique (HTS). La frontière entre ces deux catégories est assez floue, nous considérerons pour la suite de ce manuscrit comme HTS tous les supraconducteurs dont la température critique est supérieure à la température d'ébullition du  $LH_2$  soit 20 K.

## II.2.a. Supraconducteurs à basse température critique : NbTi et Nb<sub>3</sub>Sn

Les BTS sont les premiers supraconducteurs à avoir été utilisés pour des applications industrielles et scientifiques. Ils sont aujourd'hui utilisés principalement pour la réalisation d'électroaimants pour l'imagerie par résonance magnétique, pour les accélérateurs de particules ou encore pour la fusion nucléaire par confinement magnétique. Les deux principaux BTS utilisés sont des alliages métalliques. Le Niobium-Titane (NbTi), découvert en 1962, avec une température critique de 9,5 K et un champ critique  $\mu_0 H_{c2} = 13 T$ , est très utilisé car peu cher et simple à manipuler. Le Niobium-3-étain (Nb<sub>3</sub>Sn), découvert en 1954, avec une température critique de 18,2 K et un champ critique  $\mu_0 H_{c2} = 23 T$ , est aussi très courant car permettant d'atteindre des champs magnétiques plus élevés, il est cependant plus cher et moins ductile que le NbTi. Le NbTi ainsi que le Nb<sub>3</sub>Sn se trouvent sous forme de fils multi filamentaires comme le montre la Figure I.14.

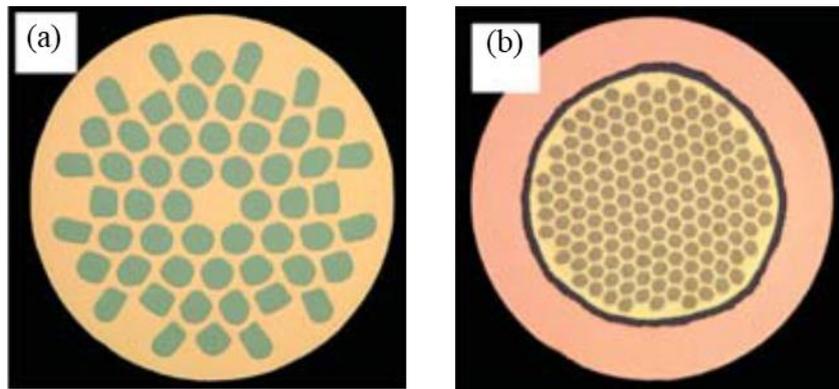


Figure I.14 Vues en coupe de fils BTS multi filamentaires pour aimant de résonance magnétique nucléaire. (a) NbTi (b) Nb<sub>3</sub>Sn [96].

## II.2.b. Supraconducteurs à haute température critique : BiSrCaCuO

Les HTS, découverts plus récemment, se présentent sous la forme de céramiques et ont à l'heure actuelle des applications plus limitées que les BTS car ils sont plus chers et plus complexes à fabriquer et à manipuler. Ils ont cependant des propriétés beaucoup plus intéressantes que les BTS ce qui les rend potentiellement applicables dans des domaines plus variés et pourraient représenter une alternative aux BTS pour la fusion nucléaire [97]. Nous nous concentrerons ici sur les trois matériaux ou familles de matériaux HTS les plus utilisés.



Figure I.15 (a) Vue en coupe d'un ruban Bi-2223 de Sumitomo Electric Industries [98]. (b) Amenées de courants en massif Bi-2223 de CAN Superconductors [99].

Les supraconducteurs BiSrCaCuO, découverts en 1988 [100], sont principalement disponibles sous deux variantes, le Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8</sub> (Bi-2212) avec une  $T_c = 85\text{ K}$  et le Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>10</sub> (Bi-2223) avec une  $T_c = 110\text{ K}$ . Le Bi-2223 compose la première génération de rubans HTS. Comme le montre la Figure I.15 (a), ces rubans sont constitués d'une matrice en argent dans laquelle se trouvent des filaments de Bi-2223. Ces rubans sont réalisés par le procédé dit du « power in tube » [101]. La première génération de rubans HTS a permis le développement d'applications fonctionnant à l'azote liquide (LN<sub>2</sub>), simplifiant considérablement le refroidissement par rapports aux BTS qui nécessitent l'utilisation d'hélium liquide. On trouve aussi le Bi-2223 sous forme de massifs, comme le montre la Figure I.15 (b), ceux-ci servant majoritairement d'amenées de courant grâce à leur  $T_c$  élevée.

### II.2.c. Supraconducteurs à haute température critique : REBaCuO

La seconde famille principale de supraconducteurs HTS est celle des REBaCuO, découverte en 1987 [100], constituée d'une terre rare (RE) associée au Barium, au cuivre et à l'oxygène selon la formule brute RE<sub>1</sub>Ba<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub>. Les REBaCuO ont une température critique légèrement supérieure à 90 K (92 K pour l'YBaCuO ou encore 95 K pour le NdBaCuO [102]) mais inférieure à celle du Bi-2223. Ils atteignent en revanche des densités de courant critique bien plus élevées sous champ magnétique.

Les REBaCuO constituent la seconde génération de rubans HTS, American superconductor ayant commercialisé les rubans BiSrCaCuO en 1995 et les rubans REBaCuO en 2006. Ces derniers se présentent, comme le montre la Figure I.16, sous la forme de conducteurs multicouches. La couche supraconductrice, de quelques  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, est obtenue par dépôt sur un substrat à base de nickel faisant quelques dizaines de  $\mu\text{m}$  d'épaisseur donnant ses propriétés mécaniques au ruban. Les rubans comprennent aussi plusieurs fines couches tampons (< 1  $\mu\text{m}$ ) servant à éviter la diffusion entre le substrat et la couche supraconductrice. Enfin, le ruban comporte une couche d'argent et une couche de cuivre pour assurer la stabilité thermique et électrique du ruban, l'épaisseur de la couche de cuivre est variable selon l'application mais se situe généralement entre 10  $\mu\text{m}$  et 100  $\mu\text{m}$ . L'épaisseur totale du ruban est de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$  à 200  $\mu\text{m}$ . Les rubans REBaCuO sont usuellement disponibles avec une largeur comprise entre 2 mm et 12 mm et une longueur continue dépassant rarement le km [103]. En effet, le procédé de fabrication des rubans étant complexe, il s'agit d'un conducteur cher et difficile à produire dans de grandes longueurs continues sans défauts.

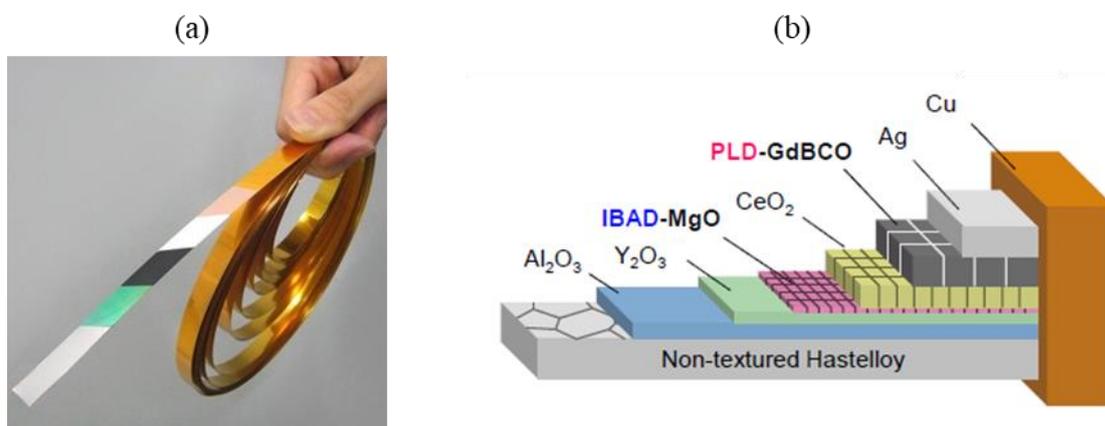


Figure I.16 Structure d'un ruban GdBaCuO de Fujikura [103]. (a) Photographie des différentes couches d'un ruban. (b) Description schématique des différentes couches.

Les REBaCuO sont aussi disponibles sous forme de massifs, comme le montre la Figure I.17 (a), que nous appellerons aussi bulks ou pastilles. Ces massifs sont utilisés

principalement pour le piégeage de champ magnétique, dont nous détaillerons les procédés par la suite, permettant de réaliser des « aimants permanents supraconducteurs ». Les pastilles REBaCuO sont obtenues par croissance cristalline former un monocristal [104]–[107]. En effet, la forte anisotropie des REBaCuO impose d'orienter le réseau cristallin puisque la densité de courant critique dans la direction de l'axe  $c$  de la maille cristalline est beaucoup plus faible que dans le plan  $ab$ . Il faut donc que le cristal soit conçu de sorte que le courant circule dans le plan  $ab$  lors de son utilisation [108]. Afin d'obtenir un monocristal, on utilise une graine, un petit monocristal REBaCuO utilisant une terre rare légère (généralement Nd ou Sm), ayant une température de fusion élevée, que l'on dépose sur un mélange de poudre REBaCuO fritté utilisant une terre rare plus lourde, ayant donc une température de fusion plus faible [105]. L'ensemble est porté à une température de l'ordre de 1000 °C, au-delà de la température de fusion de l'ensemble fritté mais en dessous de celle de la graine. La température est ensuite réduite lentement pendant plusieurs dizaines d'heures pour que l'ensemble fritté se resolidifie progressivement en adoptant la structure cristalline de la graine. Le monocristal ainsi formé est ensuite oxygéné pendant plusieurs jours afin que le REBaCuO devienne supraconducteur (le  $RE_1Ba_2Cu_3O_{7-x}$  étant supraconducteur pour  $x < 0,6$ ). La croissance cristalline et l'oxygénation de pastilles de grande taille est un procédé très long et complexe à mettre en œuvre limitant ainsi fortement la taille des pastilles monocristallines disponibles commercialement à des disques de 100 mm de diamètre [99]. On note cependant que des disques GdBaCuO de diamètres supérieurs à 140 mm ont tout de même pu être réalisés en laboratoire [109], [110] mais ne sont pas disponibles commercialement.

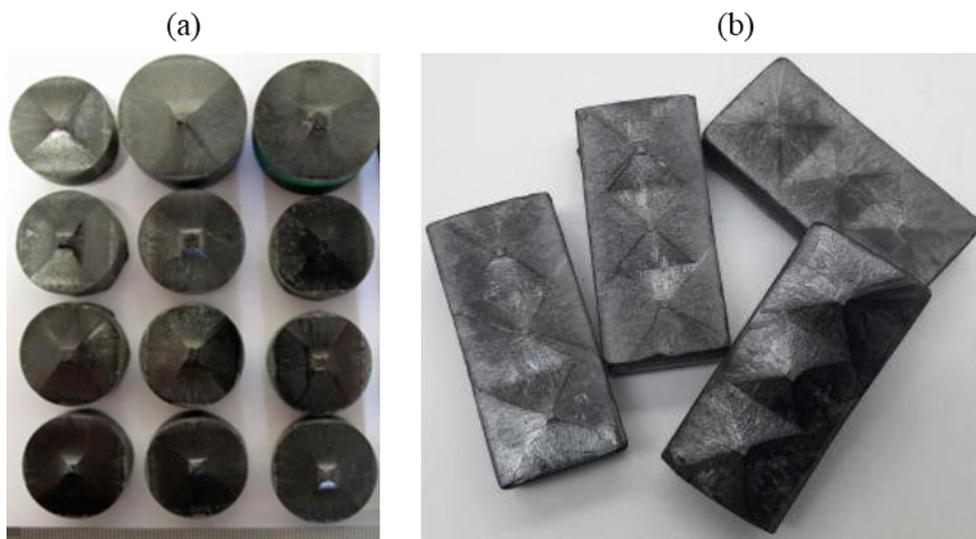


Figure I.17 (a) Pastilles GdBaCuO réalisées avec une seule graine [111]. (b) Pastilles YBaCuO réalisées avec plusieurs graines par CAN superconductor. Les graines sont encore visibles à la surface des pastilles.

Une alternative consiste à utiliser plusieurs graines pour produire une pastille constituée de plusieurs grains orientés dans le même sens, comme le montre la Figure I.17 (b). Ce procédé s'appelle le « multi-seeding » et permet de fortement réduire la durée de croissance cristalline puisqu'elle s'apparente à la fabrication simultanée de plusieurs bulks plus petits. Cette méthode a par exemple permis la production d'un disque de 200 mm de diamètre [112]. Cependant, comme nous le verrons plus en détail par la suite, les performances supraconductrices au niveau des frontières entre les grains sont généralement dégradées [113].

Le principal avantage des REBaCuO et du Bi-2223 réside dans leur capacité à pouvoir être refroidi avec de l'azote liquide. Ainsi, plusieurs applications industrielles émergent grâce à eux

comme les câbles et limiteurs de courant supraconducteurs déployés en milieux urbains [83], [114] pour les rubans, et les paliers magnétiques pour les massifs [113]. En outre, la capacité des rubans REBaCuO à fonctionner sous fort champ magnétique permet la conception d'électroaimants composés de fils BTS à la périphérie où le champ magnétique est plus faible et d'inserts HTS au centre où le champ est plus élevé. Le CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives) et le LNCMI (Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses) ont ainsi réalisé un insert REBaCuO permettant d'atteindre un champ de 32,5 T dans un champ environnant de 18 T [115]. Les massifs REBaCuO ont eux aussi montré de très bonnes performances sous fort champ magnétique comme en témoigne les 17 T piégés entre deux pastilles YBaCuO à 29 K en 2003 [116] et plus récemment les 17,6 T piégés entre deux pastilles GdBaCuO à 26 K en 2014 [117].

### II.2.d. Supraconducteurs à haute température critique : $MgB_2$

Le  $MgB_2$ , découvert en 2001, est un autre supraconducteur notable à mentionner, avec un  $T_c$  de 39 K. Celui-ci n'est pas catégorisé par tous les auteurs comme un HTS dans la mesure où il ne peut être utilisé dans l'azote liquide. Comme mentionné précédemment, nous le considérerons tout de même comme un HTS puisque nous les catégorisons par rapport à la température du  $LH_2$ . Tout comme les REBaCuO et le Bi-2223, le  $MgB_2$  est une céramique disponible sous forme de fils et de massifs. Le principal avantage du  $MgB_2$  est qu'il ne comporte aucune terre rare contrairement aux autres HTS ce qui en fait un matériau beaucoup moins coûteux.

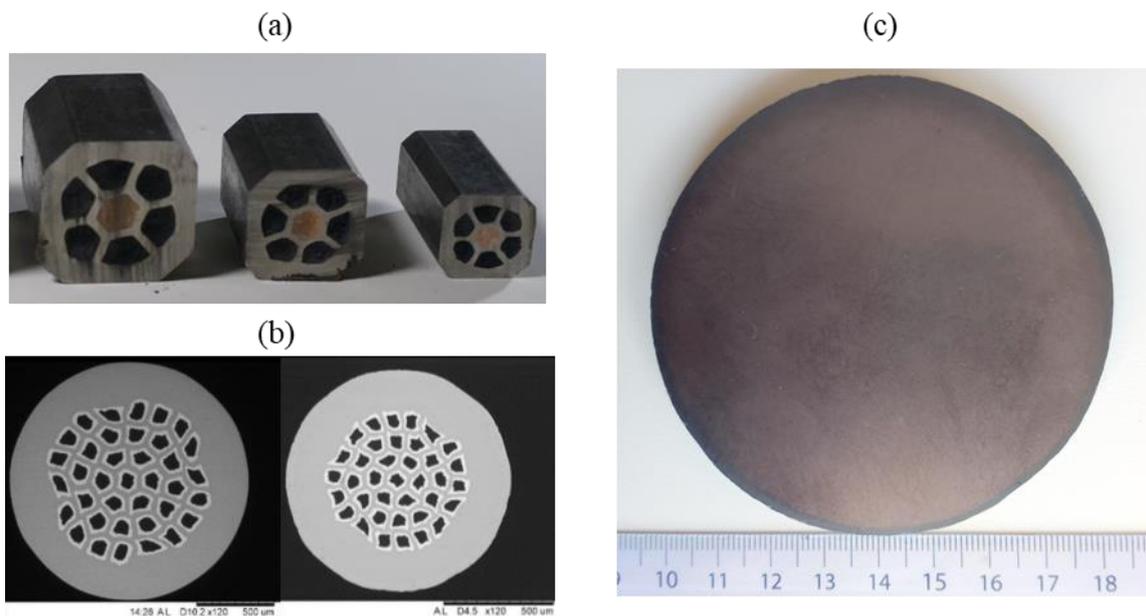


Figure I.18 (a) Photographies de différents fils  $MgB_2$  de ASG. (b) Vue en coupe de fils  $MgB_2$  de ASG [118]. (c) Pastilles  $MgB_2$  réalisées par spark plasma sintering par le CRISMAT.

Les fils  $MgB_2$  ont une structure multi filamentaire réalisée par le procédé powder-in-tube comme les Bi-2223, mais dans une matrice en cuivre. Ils se trouvent par ailleurs sous des formes et sections bien plus variées comme en témoigne la Figure I.18 (a). La Figure I.18 (b) montre quant à elle des vues en coupe de fils  $MgB_2$ . Les fils  $MgB_2$  ont des applications aujourd'hui assez limitées en comparaison des autres HTS à cause de leur relativement faible  $T_c$ . On peut tout de même citer certains IRM réalisés en  $MgB_2$  ou encore les câbles d'alimentation des aimants du LHC (Large Hadron Collider) [118]. Le développement potentiel du  $LH_2$  pourrait apporter une simplification du refroidissement et permettre de bénéficier du coût réduit des fils  $MgB_2$  dans les câbles supraconducteurs par exemple [118], [119]. La structure multi-

filamentaire des  $MgB_2$  et la possibilité d'y inclure des barrières en  $N_b$  permettent le développement de fils avec de faibles pertes en régime alternatif [120], [121] faisant de ces fils des candidats potentiellement idéaux pour la réalisation d'induits supraconducteurs [76].

Les massifs  $MgB_2$  permettent, à l'instar des REBaCuO, le piégeage de champ magnétique pour la réalisation d'aimants [122]. La fabrication de pastilles  $MgB_2$  ne nécessite pas de croissance cristalline puisque la structure du  $MgB_2$  est beaucoup moins anisotrope. Ainsi, les pastilles  $MgB_2$  sont réalisées par frittage ce qui ne pose donc pas de limite a priori à la taille des massifs. La tendance récente est à l'utilisation d'un procédé de frittage par courant pulsé appelé « spark plasma sintering » (SPS) permettant d'obtenir une céramique très dense avec de très bonnes propriétés mécaniques et supraconductrices [123]. La Figure I.18 (c) montre ainsi une pastille de 80 mm de diamètre obtenue par SPS au CRISMAT. En plus de la simplicité de fabrication et leur coût très réduit, les  $MgB_2$  ont une densité de  $2,6 \text{ g/cm}^3$  [123] beaucoup plus faible que les  $\sim 6,4 \text{ g/cm}^3$  des REBaCuO [113]. En revanche, la capacité à piéger le champ magnétique des  $MgB_2$  est beaucoup plus faible, pouvant tout de même atteindre 6,78 T à 5,19 K [124].

### II.2.e. Supraconducteurs à haute température critique : récapitulatif

Le Tableau I.3 résume les performances et les coûts typiques des différents fils HTS que nous avons détaillés. Les  $J_c$  sont ici des densités de courant dites « ingénieures », c'est-à-dire que la densité de courant est calculée par rapport à la section totale du fil supraconducteur. Cette densité « ingénieure » est différente de la densité de courant dite « physicienne » qui est définie par rapport à la section de la partie supraconductrice uniquement. Dans la suite de ce manuscrit, nous n'utiliserons que la densité de courant critique  $J_c$  « ingénieure » car plus pertinente d'un point de vue applicatif. Les fils pris en référence par ce tableau sont les suivants :

- Le fil GdBaCuO correspond au FESC-SCH04 du fabricant Fujikura. La largeur du ruban est de 4 mm et son épaisseur 0,11 mm ( $0,44 \text{ mm}^2$ ) [103].
- Le fil Bi-2223 correspond au DI-BSCCO type H du fabricant Sumitomo. La largeur du ruban est de 4,3 mm et son épaisseur 0,23 mm ( $0,99 \text{ mm}^2$ ) [125].
- Le fil  $MgB_2$  correspond au fil standard du fabricant ASG. Le diamètre du fil est de 1,5 mm ( $1,77 \text{ mm}^2$ ) [118].

Tableau I.3 Résumé des coûts et des performances des fils HTS

| Fil           | $T_c$ | $J_c$ (77 K ; 0 T)    | $J_c$ (20 K ; 2 T)     | Coût (20 K ; 2 T) |              |
|---------------|-------|-----------------------|------------------------|-------------------|--------------|
| GdBaCuO [103] | 92 K  | 450 A/mm <sup>2</sup> | 2480 A/mm <sup>2</sup> | ~35 €/m           | ~32 €/(kA.m) |
| Bi-2223 [125] | 110 K | 200 A/mm <sup>2</sup> | 440 A/mm <sup>2</sup>  | ~30 €/m           | ~67 €/(kA.m) |
| $MgB_2$ [118] | 39 K  |                       | 200 A/mm <sup>2</sup>  | ~3 €/m            | ~10 €/(kA.m) |

Le Tableau I.3 montre ainsi que la valeur de  $J_c$  des REBaCuO est très supérieure à celle des autres HTS particulièrement à basse température et fort champ magnétique. Il y a deux paramètres principaux permettant ces valeurs élevées. Tout d'abord, il faut remarquer qu'à courant équivalent, la section de passage des REBaCuO est beaucoup plus faible que celle du Bi-2223 notamment. En effet, les fabricants ont tendance à réduire l'épaisseur du substrat et de la couche de cuivre afin d'obtenir un fil avec une forte valeur de  $J_c$  « ingénieure » pour la même  $J_c$  « physicienne ». Ainsi, à 77 K et en champ propre, le fil GdBaCuO et le Bi-2223 peuvent transporter le même courant mais la section du Bi-2223 est deux fois plus grande. Ensuite, le

fil REBaCuO a une bien meilleure résistance au champ magnétique par rapport au  $MgB_2$  et au Bi-2223, son  $H_{c2}$  étant en effet bien plus élevé [94]. Cela se voit notamment à 20 K et 2 T, le REBaCuO ayant un  $J_c$  5,6 fois plus élevée que le Bi-2223 alors que ce rapport n'était que de 2,25 à 77 K en champ propre. Notons aussi que le REBaCuO à 20 K peut conserver des valeurs de  $J_c$  supérieures à 1000 A/mm<sup>2</sup> même au-delà de 8 T.

Enfin, le Tableau I.3 présente le coût indicatif des différents fils au mètre, ces valeurs sont bien évidemment variables selon les longueurs commandées. Il apparaît logiquement que le REBaCuO est le fil le plus cher mais si l'on regarde en termes de prix par kA.m, le prix du Bi-2223 est alors deux fois supérieur à celui du REBaCuO. On remarque par ailleurs que le  $MgB_2$  est de loin le fil le moins cher dans les deux cas.

### II.3. Comportement et modélisation des fils et bobines HTS

Comme nous venons de le voir, les fils supraconducteurs et par extension les bobines réalisées avec ces fils ne peuvent fonctionner qu'à l'intérieur de la surface critique. Par conséquent il est important de comprendre et modéliser correctement le comportement des fils à l'intérieur et à la limite de leur plage de fonctionnement.

#### II.3.a. Dépendance au champ magnétique du courant critique

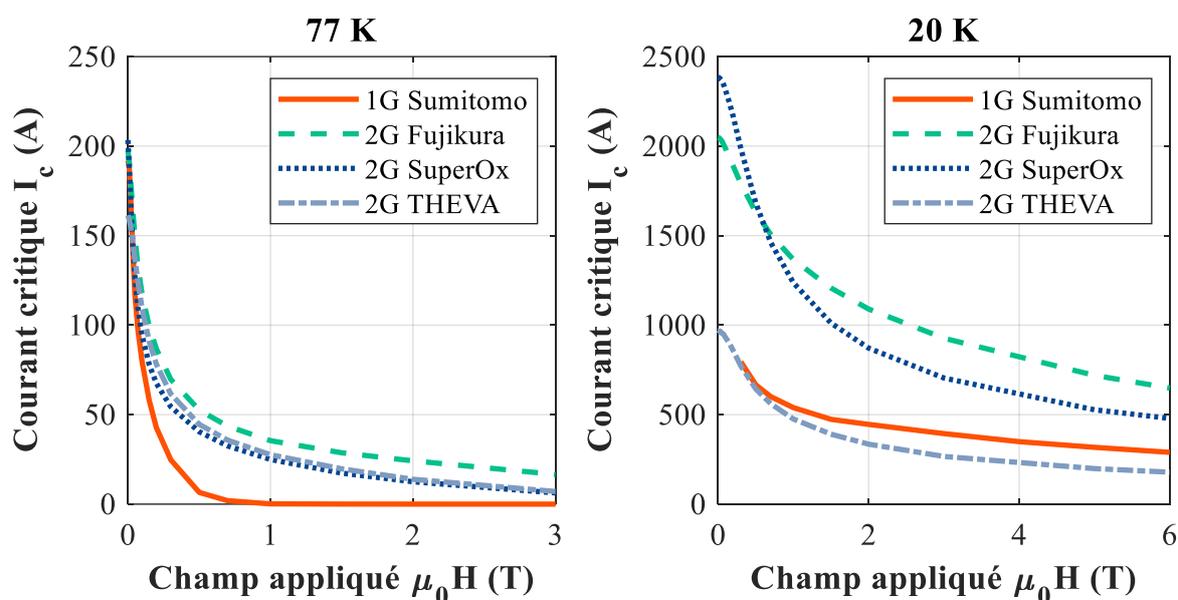


Figure I.19 Courant critique de plusieurs rubans HTS 4 mm de largeur à 77 K (à gauche) et 20 K (à droite) en fonction du champ magnétique lorsqu'il est appliqué dans son angle le plus critique [126], [127].

Le courant critique  $I_c$  de chaque fil supraconducteur dépend du champ magnétique, de son angle d'application (voir Figure I.20) et de la température selon une caractéristique  $I_c(B, \theta, T)$  différente pour chaque fil puisque fortement influencée par le procédé de fabrication. Par conséquent, chaque fil doit être proprement caractérisé avant de pouvoir être utilisé. Pour les rubans HTS Bi-2223 (1G) et REBaCuO (2G), l'université de Wellington tient une base de données en caractérisant les rubans de différents fabricants [126], [127]. À partir de cette base de données, la Figure I.19 présente ainsi le courant critique des rubans de plusieurs fabricant à 77 K et 20 K en fonction du champ magnétique lorsqu'il est appliqué avec l'angle le plus critique. On remarque que les performances et la forme des caractéristiques sont très différentes d'un ruban à l'autre. A 20 K par exemple, le ruban du fabricant SuperOx présente un courant critique plus important à faible champ que le ruban Fujikura mais ce dernier résiste mieux aux

forts champs magnétiques, les courbes se croisant autour de 1 T. Par ailleurs, certains fils ont des performances excellentes à 77 K mais bien moindres à 20 K comme par exemple le ruban THEVA.

Il faut en revanche noter que ces performances, en plus d'être différentes d'un fabricant à l'autre et au sein des gammes proposées par chaque fabricant, diffèrent aussi au sein d'une même gamme. Par exemple, American Superconductor rapportait un écart type de 6.2 % sur un fil de 100 m de long en 2007 [128]. De forts progrès ont été réalisés depuis, puisque Fujikura rapporte un écart type de 1 % sur 600 m de fil en 2019 [103]. Généralement, les fabricants produisent des fils continus de longueur inférieure au km et précisent le courant critique minimal sur tout le fil. Les pièces ainsi produites sont classées selon leurs performances ce qui peut ainsi donner pour une même ligne de fabrication plusieurs qualités de fils influençant le prix. Il faut finalement garder à l'esprit que les fabricants ne mesurent en continu que le courant critique en champ propre à 77 K et que les caractéristiques complètes telles que celles de la Figure I.19 sont mesurées beaucoup plus sporadiquement et pas toujours communiquées. Il faut donc prendre garde lors de l'utilisation de ces données à la forte incertitude sur les performances réelles du fil que l'on va utiliser lors de la fabrication d'un équipement supraconducteur.

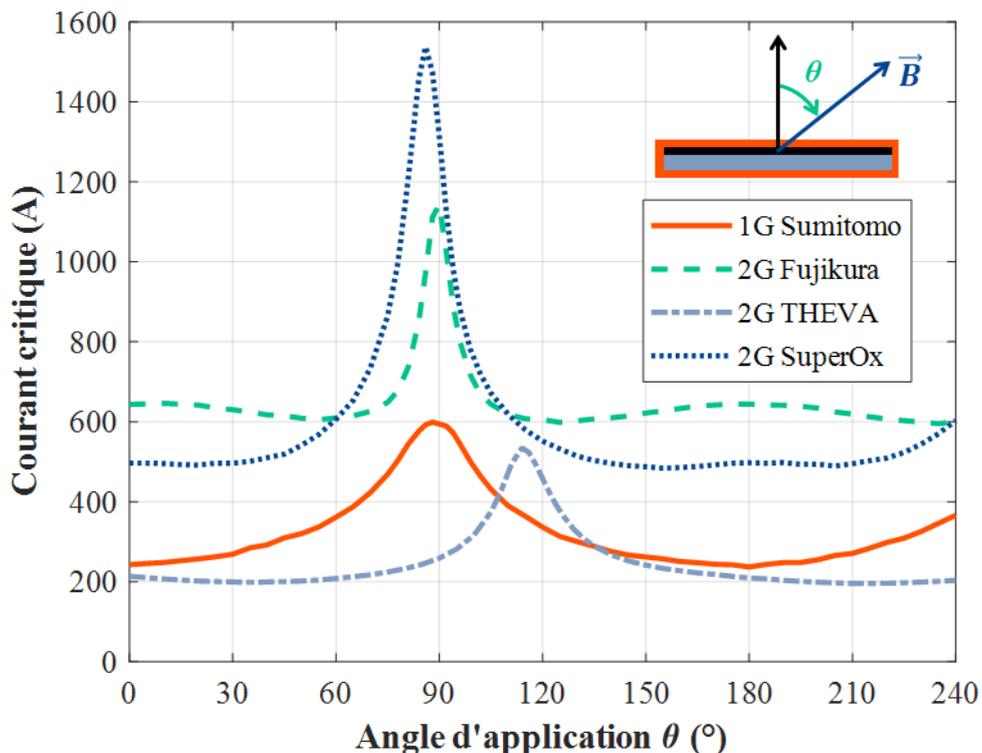


Figure I.20 Dépendance du courant critique à l'angle du champ magnétique appliqué de différents rubans HTS pour une température de 30 K et un champ de 3 T. Un angle de  $0^\circ$  correspond à un champ magnétique perpendiculaire au ruban.

Par ailleurs, la dépendance en champ magnétique dépend aussi fortement de l'angle d'application du champ magnétique  $\theta$  comme le montre la Figure I.20. En effet, on voit que pour un fil Bi-2223 (1G) à 30 K et un champ appliqué de 3 T, le courant critique est presque 3 fois plus élevé lorsque le champ est parallèle au fil ( $\theta = 90^\circ$ ) que lorsque le champ est perpendiculaire ( $\theta = 0^\circ$ ). En règle générale, le cas le plus favorable se trouve être lorsque le champ magnétique est parallèle et le cas le plus défavorable lorsque le champ magnétique est perpendiculaire, comme pour le Bi-2223. On note cependant que certains fils dérogent

particulièrement à cette tendance comme le ruban REBaCuO (2G) de THEVA dont la méthode de dépôt implique une orientation cristalline différente donnant un maximum à 114°. De même, le ruban Fujikura à 30 K est à son courant critique minimum entre 0° et 70° selon l'amplitude du champ tandis que son maximum se situe toujours autour de 90°.

Pour modéliser la caractéristique  $I_c(B, \theta)$  à une température donnée, on peut interpoler avec les données du fabricant la formule (I.1) dérivée du modèle de Kim-Anderson [129], [130] :

$$I_c(B_{\parallel}, B_{\perp}) = \frac{I_{c0}}{\left(1 + \frac{\sqrt{k_a^2 B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2}}{B_0}\right)^{\beta}} \quad (\text{I.1})$$

Où  $B_{\parallel}$  et  $B_{\perp}$  correspondent respectivement aux composantes du champ parallèle et perpendiculaire au ruban. La constante  $I_{c0}$  est le courant critique du fil sous champ magnétique appliqué nul, les constantes  $B_0$  et  $\beta$  rendent compte de la variation du courant critique avec l'amplitude du champ tandis que  $k_a$  est un facteur d'anisotropie permettant de tenir compte de l'angle d'application du champ. Ce modèle fonctionne bien pour les rubans comme le Bi-2223 qui respectent la tendance générale ( $I_c$  maximum à  $\theta = 90^\circ$  et minimum à  $\theta = 0^\circ$ ) mais ne s'interpole pas bien avec les caractéristiques de beaucoup de rubans REBaCuO récents qui, comme nous l'avons vu, ont des dépendances angulaires différentes. Par conséquent, il est commun d'utiliser une version simplifiée de ce modèle en prenant  $k_a = 1$  et de l'interpoler avec les valeurs de courant critiques minimales (angle d'application le plus critique) de la caractéristique du ruban :

$$I_c(B) = \frac{I_{c0}}{\left(1 + \frac{|B|}{B_0}\right)^{\beta}} \quad (\text{I.2})$$

Ce faisant, la modélisation est certes moins précise mais permet de s'assurer que le courant critique n'est pas surestimé.

Pour finir, il est important de bien comprendre le procédé avec lequel les caractéristiques des rubans des figures I.19 et I.20 sont obtenues. En effet, la mesure est effectuée sur un échantillon court (typiquement 0,5 mm par 5 mm) plongé dans un champ magnétique produit par un électroaimant. La valeur du champ magnétique indiqué dans les caractéristiques correspond au champ magnétique appliqué par l'électroaimant et ne tient donc pas compte du champ propre du fil. Par conséquent les points  $\mu_0 H = 0$  sur la Figure I.19 ne correspondent pas à un champ magnétique nul à proprement parler mais au champ magnétique propre dû au courant circulant dans le ruban seul sans champ magnétique extérieur additionnel. Il peut être important de garder ce point à l'esprit et de bien distinguer les deux champs magnétiques (propre et extérieur) lorsque l'on dimensionne certains équipements supraconducteurs comme les câbles par exemple [131], [132].

### ***II.3.b. Phénomènes dissipatifs dans les supraconducteurs***

Bien que l'état supraconducteur se caractérise par une résistance nulle, cela n'implique pas que ceux-ci ne présentent aucune perte. Il existe en effet des phénomènes dissipatifs à l'œuvre dans les supraconducteurs lorsque ceux-ci fonctionnent proches de leur courant critique ou en régime alternatif.

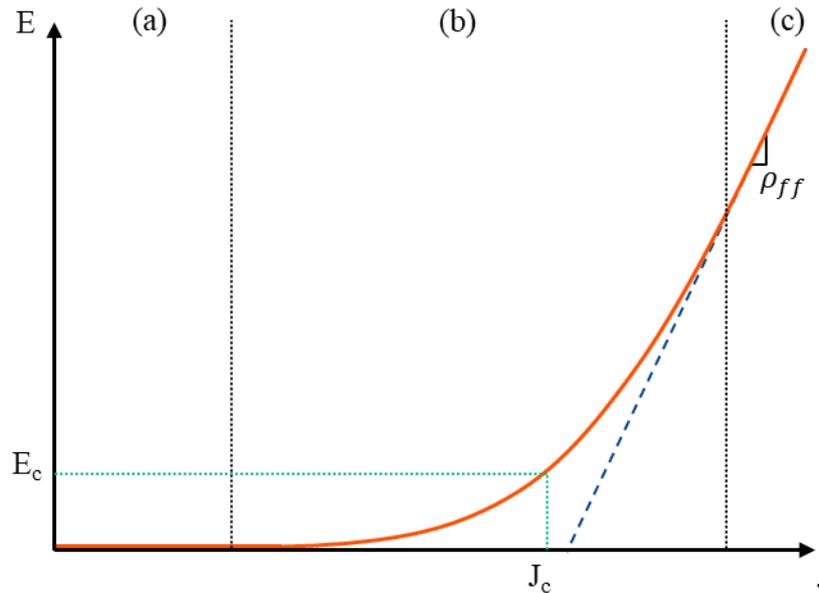


Figure I.21 Comportement des supraconducteurs autour de la densité de courant critique  $J_c$ . (a) État supraconducteur non dissipatif. (b) État dissipatif ou s'applique la loi en puissance, appelé « Thermally assisted flux creep ». (c) État dissipatif appelé « flux flow ».

Lorsque les supraconducteurs fonctionnent à une température proche de 0 K, la transition entre le régime supraconducteur non dissipatif et le régime dit « flux flow » que nous avons mentionné précédemment se fait brutalement au niveau de  $J_c$ . En revanche, lorsque les supraconducteurs fonctionnent à des températures plus élevées, la transition entre les deux régimes est plus progressive. En effet, au voisinage de  $J_c$ , les supraconducteurs sont dans un régime dissipatif causé par l'agitation thermique appelé « Thermally assisted flux creep » [95]. La Figure I.21 représente la transition (b) entre le régime non dissipatif (a) vers le régime « flux flow » (c). Ainsi, à cause de ce régime, la notion de courant critique n'est pas évidente puisque qu'il n'y a pas de transition claire. Par conséquent,  $J_c$  est définie comme la densité de courant pour laquelle le champ électrique  $E$  est égal au champ critique  $E_c$  fixé par convention à  $1 \mu\text{V/cm}$  pour les HTS [133], [134]. La caractéristique  $E$ - $J$  dans la zone (b) obéit à une loi en puissance dont l'expression est la suivante :

$$E(J) = E_c \left( \frac{J}{J_c(B, T)} \right)^{n(B, T)} \quad (\text{I.3})$$

Où  $n$  est l'indice de la loi en puissance caractérisant la raideur de la transition. Comme détaillé précédemment, la valeur de  $J_c$  est dépendante de la température et du champ magnétique ce qui est aussi le cas de  $n$  qui est plus élevé à basse température et sous faible champ magnétique. L'expression (I.3) correspond à la forme locale de la loi en puissance. Celle-ci peut être exprimée sous forme globale en multipliant le champ électrique sur toute la longueur du fil et en intégrant la densité de courant sur toute sa section. On obtient ainsi une relation entre la tension et le courant du fil  $U$ - $I$  :

$$U(I) = U_c \left( \frac{I}{I_c(B, T)} \right)^{n(B, T)} \quad (\text{I.4})$$

Où  $U_c$  est la tension critique du fil égale au produit de  $E_c$  par la longueur du fil. Ainsi, la caractérisation d'un fil supraconducteur à une température et un champ magnétique donné, telle qu'elle est réalisée pour obtenir les courbes de la Figure I.19, nécessite de mesurer sa

caractéristique  $U-I$  pour déterminer les paramètres  $I_c$  et  $n$  de sa loi en puissance. Bien que  $n$  soit un paramètre moins important que  $I_c$ , celui-ci a tout de même un impact important sur le comportement du supraconducteur comme le montre la Figure I.22. L'ordre de grandeur de  $n$  pour un fil HTS au-dessus de 20 K est 20. Les BTS utilisés à beaucoup plus basse température peuvent quant à eux avoir des indices  $n$  supérieurs à 50.

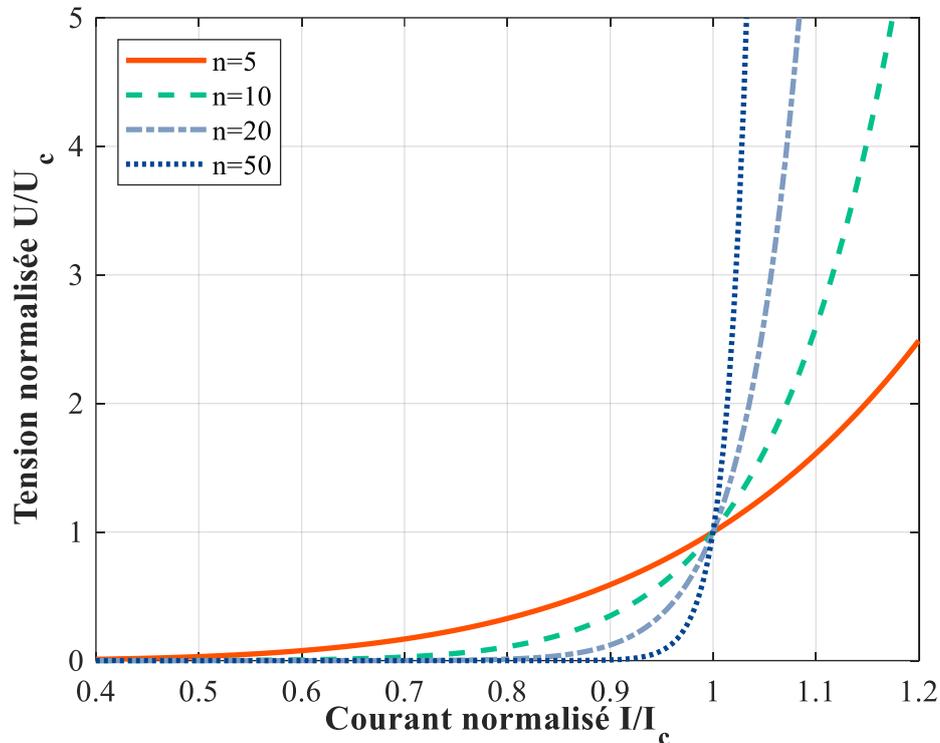


Figure I.22 Allure de la loi en puissance d'un fil supraconducteur pour plusieurs indices  $n$ .

Un second type de pertes que l'on peut rencontrer dans les supraconducteurs se manifeste lorsque le courant ou le champ magnétique appliqué est alternatif. Dans ce cas, le supraconducteur est sujet à plusieurs types de pertes que l'on regroupe sous le terme général de pertes AC. Il y a quatre types de pertes AC que l'on retrouve dans les fils supraconducteurs [135] :

- Les pertes par hystérésis, causées par le mouvement des vortex dans le supraconducteur lorsque celui-ci est pénétré par le champ magnétique.
- Les pertes par couplage se manifestent lorsque deux filaments supraconducteurs sont couplés par une matrice conductrice, des boucles de courant se forment alors reliant les deux filaments au travers de la matrice.
- Les pertes par courant de Foucault peuvent aussi se manifester dans les régions conductrices des fils et rubans, notamment les parties en cuivre ou en argent.
- Les pertes par hystérésis ferromagnétiques peuvent aussi apparaître lorsque des matériaux ferromagnétiques sont présents dans les substrats par exemple.

Parmi ces quatre types de pertes, notons que seules les pertes par hystérésis sont fondamentalement dues au supraconducteur seul, les autres étant dues à la présence de parties non supraconductrices dans les fils et rubans. Comme nous l'avons mentionné précédemment, ces pertes peuvent être très importantes en comparaison des systèmes cryogéniques nécessaires à leur extraction et sont donc un sujet de recherche très important pour la réalisation d'induits supraconducteurs.

### II.3.c. Courant critique d'une bobine supraconductrice

Le courant critique d'une bobine supraconductrice  $I_{cb}$  est une grandeur différente du courant critique du fil supraconducteur  $I_{cf}$  utilisé pour réaliser cette bobine. En effet, le champ appliqué à une spire d'une bobine résulte du courant circulant dans toutes les autres spires. En supposant négligeable le champ d'une spire par rapport à celui de toute la bobine, le champ magnétique appliqué sur les fils est proportionnel au courant circulant dans la bobine  $I_b$ . Ainsi, lorsque le courant parcourant une bobine supraconductrice augmente, le courant critique du fil  $I_{cf}(I_b)$  diminue. Par conséquent, le courant  $I_{cb}$  correspond au courant pour lequel  $I_b = I_{cf}(I_b)$ .

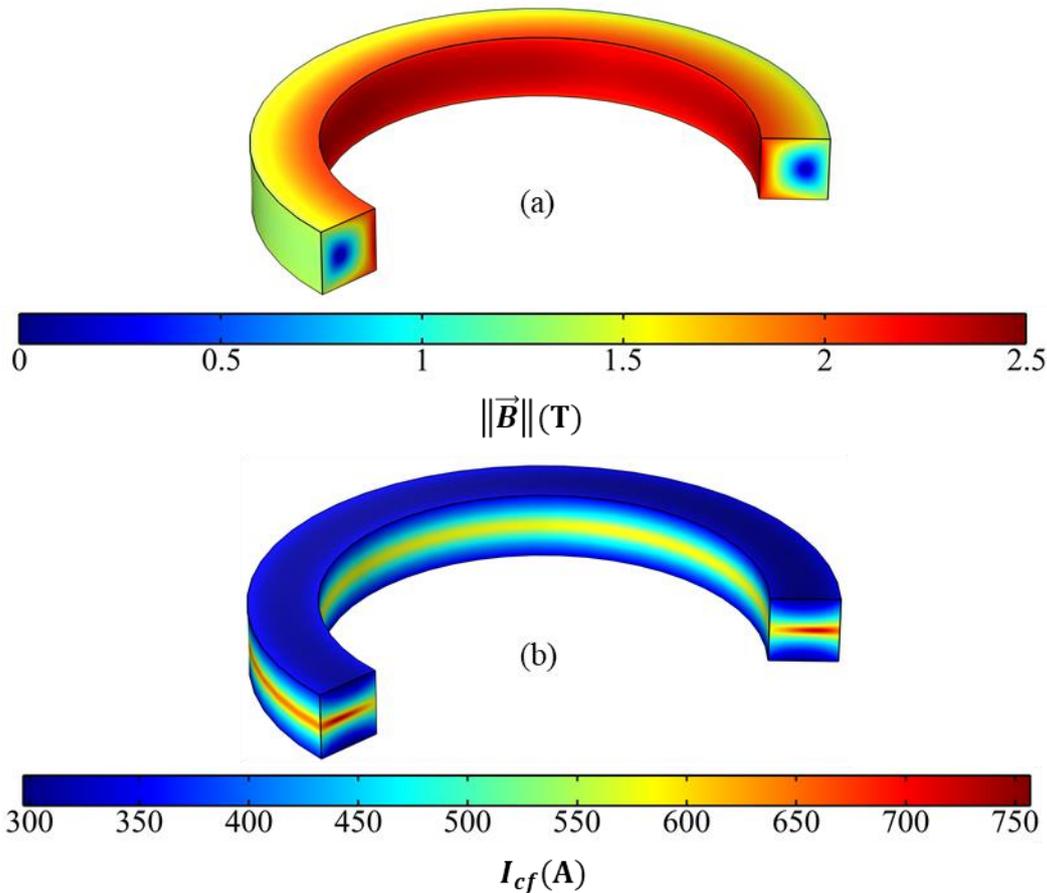


Figure I.23 Comportement électromagnétique d'une bobine supraconductrice de rayon 55 mm comportant 300 tours du fil Bi-2223 Sumitomo ( $I_{c0}=780$  A ;  $kA=0,1$  ;  $B_0=0,3$  T ;  $\beta=0,5$ )  $I_b=300$ . (a) Distribution du champ magnétique. (b) Distribution du courant critique des rubans.

Cependant, cette définition n'est pas suffisante puisque, comme le montre la Figure I.23 (a), le champ magnétique n'est pas homogène entre toutes les spires de la bobine ce qui implique, comme le montre la Figure I.23 (b), que le  $I_{cf}$  de tous les fils n'est pas homogène dans la bobine. On voit notamment que le courant critique est, pour le fil Bi-2223 sélectionné pour cet exemple, plus faible au niveau des extrémités supérieures et inférieures de la bobine puisque le Bi-2223 est particulièrement sensible au champ normal à la surface du ruban. En conséquence, on peut utiliser deux définitions pour le courant critique de la bobine qui donnent des valeurs différentes.

Une première manière consiste à considérer le courant critique de la bobine comme le courant pour lequel la tension aux bornes de la bobine est égale à  $U_c$ . Autrement dit, lorsque le

champ électrique moyen de la bobine est égal à  $E_c$ . Cette définition est celle généralement retenue d'un point de vue expérimental puisque l'on a généralement accès uniquement à la mesure de la tension aux bornes de la bobine et il semble compliqué de mesurer la distribution de champ électrique entre les spires. L'inconvénient de cette méthode est que puisque le champ électrique est moyenné, certaines spires de la bobine sont au-delà de leur courant critique. Par exemple, pour la bobine de la Figure I.23, le courant critique défini par cette méthode est 330 A mais le champ critique des extrémités de la bobine peut atteindre  $18 \mu\text{V/cm}$  pouvant générer un point chaud. Par ailleurs, ce courant critique est difficile à calculer a priori puisqu'il faut non seulement connaître précisément la caractéristique  $I_{cf}(B, T)$  mais aussi  $n(B, T)$ .

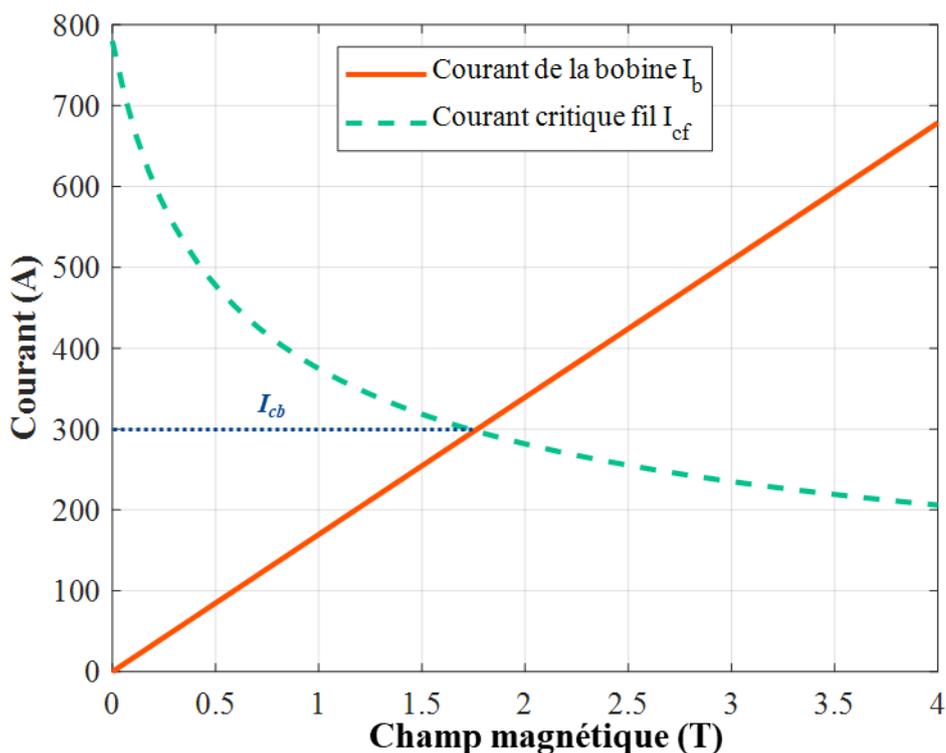


Figure I.24 Détermination du courant critique dimensionnant d'une bobine supraconductrice. Le courant critique correspond au point de croisement de la caractéristique  $I_c(B)$  du fil et de la caractéristique  $B(I_b)$  de la bobine au point le plus critique.

Une seconde manière ne nécessitant pas de connaître le  $n(B, T)$  du fil est de considérer que la bobine atteint son courant critique lorsque le champ électrique maximum est égal à  $E_c$ . Cette méthode permet de s'assurer qu'aucune spire n'est à un courant supérieur au courant critique du fil, elle est donc particulièrement adaptée pour le dimensionnement. Pour l'exemple de la Figure I.23, on se place au point le plus critique, c'est-à-dire là où le  $I_{cf}$  est minimal. On trace ensuite sur le même graphique les caractéristiques  $B(I_b)$  et  $I_{cf}(B)$  comme le montre la Figure I.24. Le point de croisement des deux caractéristiques correspond ainsi au courant critique de la bobine qui vaut 300 A avec cette définition. Cette valeur est cependant difficilement mesurable en pratique mais nous allons voir que le courant critique n'est de toute manière pas le critère fixant véritablement la limite de fonctionnement d'une bobine.

### II.3.d. Stabilité et protection des bobines de champ

Afin de comprendre ce qui limite le courant de fonctionnement d'une bobine supraconductrice, il convient de regarder le comportement de la bobine aux abords du courant critique. Comme l'indique la loi en puissance, un fonctionnement proche du courant critique dissipe des pertes dans les fils supraconducteurs. Si ces pertes ne sont pas extraites, elles peuvent augmenter la température de la bobine diminuant le courant critique et augmentant ainsi les pertes causant un phénomène d'emballement thermique appelé « quench ». La limite de fonctionnement d'une bobine dépend donc très fortement de son système de refroidissement, le courant critique n'est en aucun cas un critère absolu de stabilité. En effet, avec un refroidissement performant, une bobine peut parfaitement fonctionner au-delà de son courant critique et à l'inverse quencher à un courant inférieur à son courant critique avec un refroidissement peu efficace.

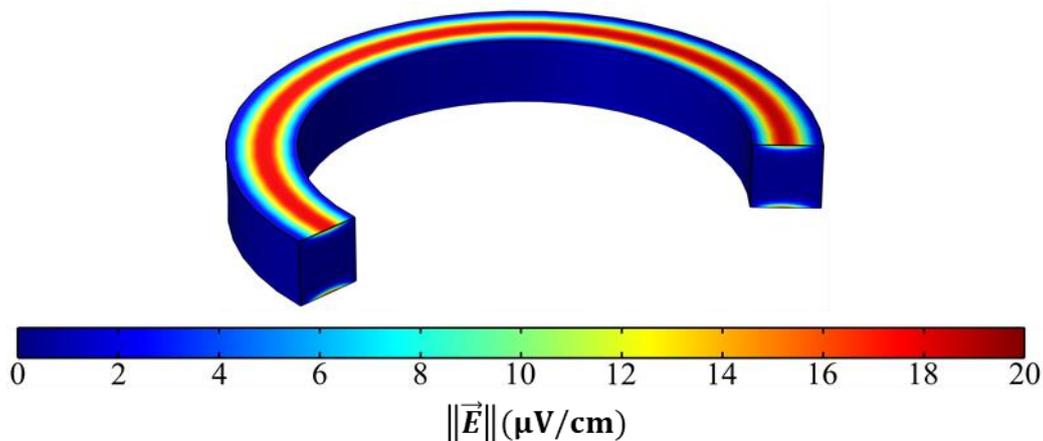


Figure 1.25 Distribution de champ électrique dans la bobine de la Figure 1.23 pour un courant de 330 A.

La détermination du courant d'emploi limite d'une bobine est un problème complexe à résoudre dans la mesure où il faut pouvoir connaître à la fois la distribution exacte du champ et du courant critique mais aussi de la température au sein de la bobine. Par ailleurs, la mesure de ce courant limite peut être, comme nous le verrons dans la suite, un essai destructif. Ainsi, il faut généralement prendre une marge entre le courant d'emploi et le courant critique de la bobine. Cette marge permet, en plus de limiter la dissipation de chaleur, d'avoir une marge sur l'inhomogénéité de la température au sein de la bobine. Par exemple, pour une bobine fonctionnant à 30 K sous 3 T en ruban Bi-2223, un rapport  $I_b/I_c = 50\%$  permet de rester sous le courant critique jusqu'à 50 K tandis qu'un  $I_b/I_c = 85\%$  ne permettra qu'une marge de 5 K [136], [137].

Un autre point important à prendre en compte lors de la conception d'une bobine supraconductrice est sa résilience vis-à-vis des quenches. En effet, il est possible de concevoir des bobines de sorte à ce qu'elles puissent supporter une transition sans destruction. Comme nous l'avons mentionné précédemment et comme le montre la Figure 1.25, l'inhomogénéité du courant critique des fils dans une bobine implique que les pertes se concentrent généralement autour d'un point chaud qui va subir l'emballement thermique pouvant causer une destruction locale. Les alimentations dédiées aux bobines supraconductrices intègrent des dispositifs de protection actifs qui peuvent détecter l'apparition d'un quench, couper l'alimentation de la bobine et lui permettre de dissiper son énergie dans une résistance dédiée [137]. Cependant, ces dispositifs actifs doivent s'accompagner d'une protection passive consistant à concevoir la

bobine de manière à ce que la chaleur d'un point chaud puisse se propager rapidement dans le reste de la bobine et limiter la température du point chaud [138].

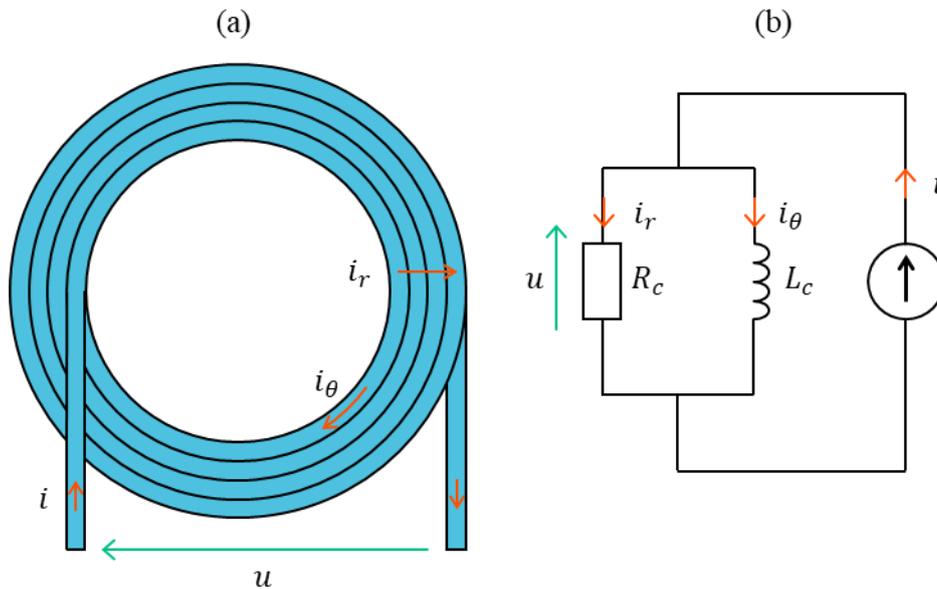


Figure I.26 (a) Schéma simplifié des courants dans une bobine non isolée. (b) Schéma électrique simplifié d'une bobine non isolée.

Pour cela, on peut réaliser des bobines non-isolées électriquement permettant de ne pas avoir de matériaux isolants thermiquement entre les tours et d'avoir un bon contact thermique et électrique entre spires [139], [140]. Ainsi, lors de l'apparition d'un point chaud, le courant de la bobine peut contourner celui-ci en passant par les couches non supraconductrices pour aller dans une spire voisine. Par ailleurs, le contact thermique permet une bonne propagation de la chaleur. Cependant, la vitesse de montée du courant (temps de charge) se doit d'être plus lente pour une bobine non-isolée que pour une bobine isolée comme nous allons le montrer.

Pour comprendre cela, on peut représenter la bobine par le modèle simplifié de la Figure I.26 (a) où l'on suppose que le courant total  $i$  de la bobine comporte deux composantes, une composante  $i_\theta$  correspondant au courant parcourant la bobine dans la partie supraconductrice et une composante  $i_r$  préférant passer d'une spire à l'autre au travers des couches non supraconductrices [141], [142]. Cette bobine peut ainsi être représentée par le schéma simplifié de la Figure I.26 (b). Le courant  $i_\theta$  circule dans une branche où se trouve uniquement l'inductance  $L_c$  de la bobine tandis que le courant  $i_r$  court-circuite cette inductance au travers de la résistance caractéristique  $R_c$  correspondant à une résistance équivalente inter-spires. Pour une bobine isolée, cette résistance peut être considérée comme infinie. En régime permanent DC, la tension  $u$  aux bornes de la bobine est nulle et le courant  $i$  circule intégralement dans  $L_c$ , on a donc  $i = i_\theta$  et  $i_r = 0$ , le fonctionnement est ainsi identique entre les bobines non-isolées et isolées. Lors de la charge d'une bobine, on cherche à avoir une rampe de courant ce qui se caractérise par l'application d'une tension  $u$  aux bornes de la bobine causant ainsi un courant  $i_r = u/R_c$  générant des pertes dans la bobine. Si la vitesse de charge de la bobine est trop rapide et donc  $u$  trop élevée, ces pertes peuvent faire quencher la bobine, il est donc nécessaire de limiter la vitesse de charge de la bobine pour éviter cela. À partir de ce modèle, on peut donner une relation entre les pertes générées durant la charge  $p_c$  et la vitesse de charge effective de la bobine  $di_\theta/dt$  :

$$p_c = \frac{L_c^2}{R_c} \left( \frac{di_\theta}{dt} \right)^2 \quad (\text{I.5})$$

On voit ainsi que plus l'inductance  $L_c$  de la bobine est grande, est donc son  $L_c$  importante, plus il faudra limiter sa vitesse de charge pour que ses pertes puissent être absorbées par le système cryogénique. Il faut cependant noter que la valeur prédictive de (I.5) dépend de la capacité à estimer tous les paramètres. Si  $L_c$  et  $di_\theta/dt$  sont simples à calculer,  $R_c$  est en revanche un paramètre très complexe à déterminer a priori. Une alternative plus récente aux bobines non-isolées est de co-bobiner les rubans supraconducteurs avec des rubans d'acier inoxydable pour réaliser ce que l'on appelle une bobine « metal-as-insulation » [143]. Cette solution permet d'augmenter la valeur de  $R_c$  tout en permettant toujours au courant de circuler entre les spires. Par ailleurs, il a été montré que cette méthode laissait moins d'incertitudes sur la valeur de  $R_c$  [144], [145]. Enfin, le ruban en acier co-bobiné permet aussi de renforcer la résistance mécanique de la bobine aux efforts électromagnétiques.

## II.4. Comportement et modélisation des massifs HTS

Dans l'état mixte, les supraconducteurs de type II ne sont plus des matériaux diamagnétiques parfaits, il devient ainsi possible de les magnétiser. Le principe permettant de piéger du champ magnétique dans un massif supraconducteur repose sur la loi de Lenz. En effet, dans l'état mixte, le supraconducteur peut être considéré comme un matériau conducteur parfait non diamagnétique, il est donc possible d'y piéger des boucles de courant persistantes. Nous allons voir dans cette partie l'aimantation et la modélisation des pastilles supraconductrices dans l'état mixte.

### II.4.a. Modèle de Bean

Le modèle de Bean est un modèle analytique simple permettant de modéliser et de comprendre le fonctionnement des supraconducteurs dans l'état mixte [146]. Pour cela, il prend pour principale hypothèse que la densité de courant dans un supraconducteur ne peut être égale qu'à 0 lorsque le champ électrique est nul ou  $\pm J_c$  autrement. Le modèle de Bean correspond donc à une loi en puissance d'indice  $n = \infty$ . Par ailleurs, il suppose que la perméabilité magnétique relative du supraconducteur est égale à 1. Le reste du modèle découle des équations de Maxwell.

Pour illustrer les différentes méthodes d'aimantation par le modèle de Bean, nous allons par la suite nous placer dans le cas d'un massif cylindrique de rayon  $R$  et de longueur infinie représenté sur la Figure I.27. La température de ce bulk est notée  $T$  et il est soumis à un champ magnétique extérieur variable  $B_a(t)$  dans la direction  $z$ . Dans ces conditions, les équations de Maxwell et du modèle de Bean s'écrivent :

$$\frac{\partial B_z}{\partial r} = -\mu_0 J_\theta \quad (\text{I.6})$$

$$\frac{\partial E_\theta}{\partial r} + \frac{E_\theta}{r} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (\text{I.7})$$

$$J_\theta = \begin{cases} 0 & \text{si } E_\theta = 0 \\ J_c & \text{si } E_\theta > 0 \\ -J_c & \text{si } E_\theta < 0 \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

Il faut ajouter la condition limite  $B_z(R) = B_a(t)$ . Ces équations traduisent le fait que les boucles de courant dans le supraconducteur se développent en opposition aux variations du

champ magnétique. Par ailleurs, elles impliquent que les boucles de courant pénètrent le supraconducteur par sa périphérie et se propagent vers le centre. Puisque la norme de la densité de courant ne peut valoir que  $J_c$ , la variation spatiale dans la direction  $r$  du champ magnétique au sein du supraconducteur est linéaire avec une pente  $\mu_0 J_c$ .

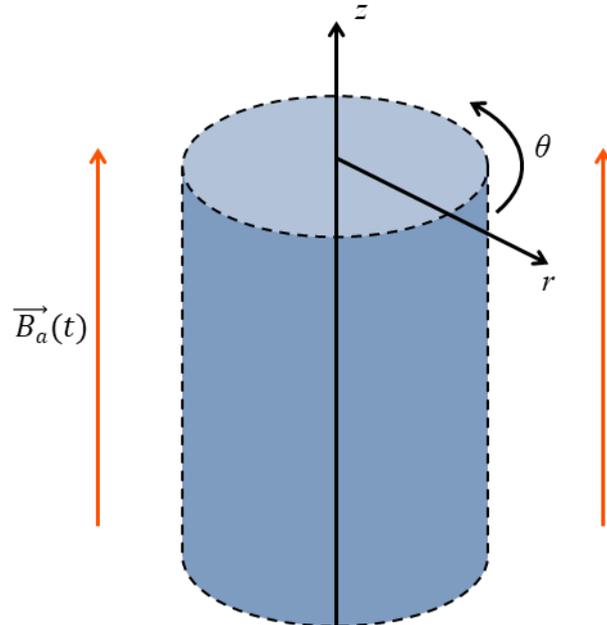


Figure I.27 Cylindre supraconducteur de rayon  $R$  et de longueur infinie soumis à un champ magnétique variable dans la direction de son axe.

Ainsi, puisque les boucles de courant sont responsables de l'aimantation, le champ maximum qu'il est possible de piéger correspond au cas où l'intégralité du cylindre est parcouru par des boucles de courant dans le même sens. On parle alors de pénétration complète du champ magnétique. Dans ce cas, la distribution du champ magnétique est conique et le modèle de Bean donne l'expression suivante du champ piégé maximum, aussi appelé champ de pénétration  $B_p$  :

$$B_p = \mu_0 J_c R \quad (I.9)$$

À partir de la loi de Biot et Savart, il est aussi possible d'exprimer le champ magnétique maximum en pénétration complète à la surface d'un cylindre de hauteur finie en ajoutant un facteur de correction à (I.9) [147]. Nous allons maintenant utiliser le modèle de Bean pour décrire le principe des méthodes d'aimantation.

#### II.4.b. Field cooling

Le refroidissement sous champ, aussi appelé « field cooling » consiste, comme le montre la Figure I.28, à plonger le supraconducteur dans un champ magnétique  $B_{max}$  tout au long de son refroidissement. Une fois en dessous de sa température critique, le champ magnétique appliqué décroît progressivement jusqu'à 0. Les boucles de courant se développant par opposition à la variation de champ vont ainsi permettre de piéger un champ dans la direction du champ appliqué initialement. Si  $B_{max} \geq B_p$  le supraconducteur sera en pénétration complète et piégera donc  $B_p$ . En revanche, si  $B_{max} < B_p$ , le supraconducteur sera en pénétration incomplète et ne piégera que  $B_{max}$ . Ce second cas permet de comprendre une caractéristique importante des supraconducteurs de type II. Ceux-ci sont capables de « mémoriser » le champ magnétique dans lequel ils sont plongés lors de leur refroidissement à condition que le champ à « mémoriser » soit inférieur au  $B_p$ .

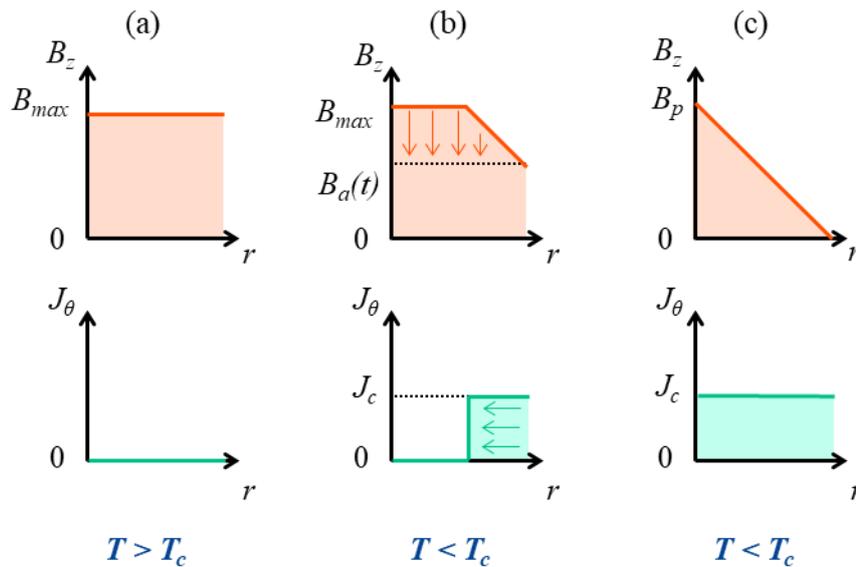


Figure I.28 Principe de l'aimantation par field cooling pour  $B_{max} > B_p$ . (a) Refroidissement sous champ magnétique. (b) décroissance du champ magnétique appliqué. (c) Champ magnétique piégé en pénétration complète.

Le field cooling a permis d'établir les records de champ magnétiques piégés dans des massifs REBaCuO [116], [117], il s'agit de la méthode la plus répandue lorsque qu'il s'agit de piéger des champs très importants dans des supraconducteurs. Elle nécessite cependant de disposer d'un électroaimant pouvant produire un fort champ magnétique et le maintenir pendant une longue durée. De plus, il faut pouvoir réaliser le refroidissement in situ du supraconducteur. Cette méthode peut cependant être réalisée simplement avec un aimant permanent posé à la surface d'un supraconducteur que l'on immerge dans l'azote avant de retirer l'aimant permanent mais ce dernier essai ne permet évidemment pas de piéger des champs importants.

#### II.4.c. Zero field cooling et aimantation par champ pulsé

Le « zero field cooling » est une autre méthode d'aimantation ne nécessitant pas le refroidissement in situ du supraconducteur, la pastille étant en effet refroidie avant son aimantation. Pour cela, le zero field cooling, dont le principe est représenté sur la Figure I.29, nécessite de surpasser l'effet mémoire du supraconducteur en appliquant un champ magnétique croissant jusqu'à une amplitude  $B_{max} > B_p$ . Durant cette phase de croissance, des courants en opposition vont complètement pénétrer le supraconducteur. Une fois  $B_{max}$  atteint, le champ est ensuite ramené à 0 permettant à des boucles de courant dans le sens opposé de pénétrer le supraconducteur et ainsi de piéger le champ magnétique. La pénétration complète peut ainsi être réalisée à condition d'appliquer  $B_{max} \geq 2B_p$  auquel cas il est possible de piéger  $B_p$ . Si le champ est situé entre  $2B_p > B_{max} > B_p$ , il est possible de piéger  $B_{max}/2$ . Enfin, si  $B_{max} < B_p$ , le champ appliqué n'est pas suffisant pour outrepasser l'effet mémoire, la pastille ayant « mémorisé » un champ de 0 T lors de son refroidissement. Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle nécessite un inducteur pouvant produire le double du  $B_p$  pour pouvoir outrepasser l'effet mémoire du supraconducteur et magnétiser complètement une pastille.

Une version dérivée du zero field cooling est l'aimantation par champ pulsé. Cette méthode est similaire sur le principe mais diffère par la durée de l'aimantation. Dans un zero field cooling comme dans un field cooling, la vitesse de variation du champ magnétique est faible (quelques mT/min) pour limiter les pertes associées au mouvement du champ magnétique. Lors d'une

aimantation par champ pulsé, l'aimantation se fait en moins d'une seconde en déchargeant un banc de condensateurs dans une bobine de champ en cuivre. Cette méthode est ainsi de loin la moins chère et la plus simple à mettre en œuvre. Cependant, les pertes et l'échauffement induit par la variation très rapide du champ réduisent fortement le champ maximum qu'il est possible de piéger avec cette méthode. Dans les REBaCuO, le champ qu'il est possible de piéger en champ pulsé est de l'ordre de 5 T [148] contre plus de 17 T en field cooling [116], [117]. Il faut enfin noter que les effets thermiques font que le modèle de Bean est totalement inadapté pour prévoir l'aimantation par champ pulsé. Celui-ci permet uniquement d'en comprendre le principe.

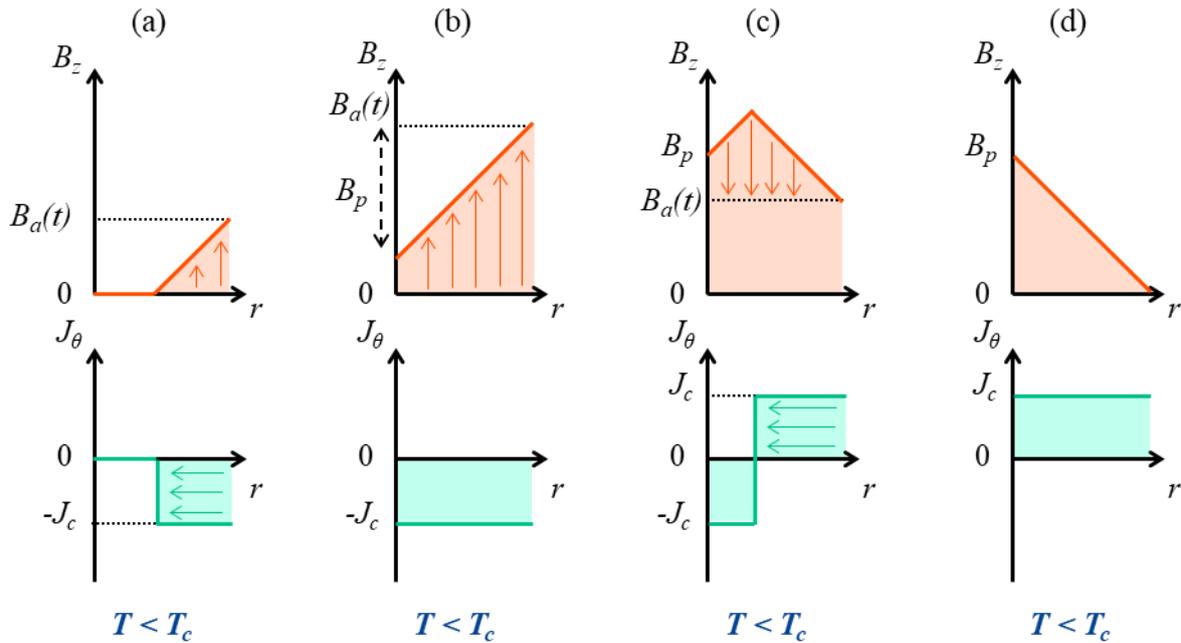


Figure I.29 Principe de l'aimantation par zero field cooling pour  $B_{\max} > 2B_p$ . (a) Application d'un champ magnétique croissant et pénétration des courants en réaction. (b) Croissance du champ magnétique appliqué au-delà de  $B_p$ , la pastille est complètement pénétrée. (c) Décroissance du champ appliqué, des courants en sens opposé pénètrent le supraconducteur. (d) Champ magnétique piégé en pénétration complète.

#### II.4.d. Comportement diamagnétique des pastilles supraconductrices

Bien que dans l'état mixte les supraconducteurs ne soient pas, comme nous l'avons vu, des diamagnétiques parfaits, ceux-ci peuvent manifester un comportement similaire au diamagnétisme. En effet, nous venons de voir qu'un supraconducteur peut « mémoriser » le champ magnétique dans lequel il est plongé lors de son passage à l'état supraconducteur. Si elle n'est pas plongée dans un champ, la pastille va donc chercher à maintenir un champ nul en son centre en développant des courants en réaction à tout champ extérieur. Ce comportement diamagnétique fonctionne seulement pour des champs appliqués d'amplitude  $B_{\max} < B_p$ , autrement la pastille piégera un champ par zero field cooling. Ainsi, on peut définir par le modèle de Bean, toujours dans le cas de la Figure I.27, la profondeur de pénétration  $d_p$  du champ magnétique et des courants dans la pastille en fonction du champ extérieur  $B_a$  :

$$d_p = \frac{B_a}{\mu_0 J_c} \quad (\text{I.10})$$

Cette profondeur de pénétration est par ailleurs représentée sur la Figure I.30. Cette profondeur de pénétration limite donc la capacité de résistance au champ puisque toute la partie pénétrée par les courants n'est plus diamagnétique. On peut finalement noter à partir de (I.9) et (I.10) que lorsque  $J_c \rightarrow \infty$  la pastille s'approche d'un comportement diamagnétique parfait puisque  $d_p \rightarrow 0$  et  $B_p \rightarrow \infty$ .

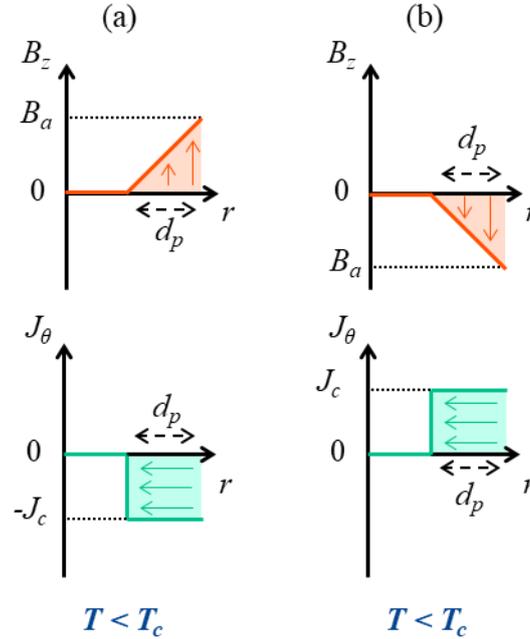


Figure I.30 Schéma de la réponse diamagnétique d'un supraconducteur de type II si il a été refroidi sous champ nul. (a)  $B_p > B_a > 0$  (b)  $-B_p < B_a < 0$

#### II.4.e. Densité de courant critique des massifs supraconducteurs

À l'instar des fils et rubans supraconducteurs, la densité de courant critique  $J_c$  des bulks est aussi dépendante de la température et du champ magnétique. La définition ainsi que la méthode de mesure de  $J_c$  des pastilles sont cependant radicalement différentes de celles des fils. En effet, ces derniers sont caractérisés par une mesure 4 points où l'on mesure la tension pour chaque courant imposé. Les bulks sont quant à eux caractérisés en mesurant le moment magnétique d'un échantillon suffisamment petit pour que  $B_p \ll B_a$ . Les échantillons ont généralement la forme d'une fine plaque de longueur  $2a$ , de largeur  $2b$  et de hauteur  $c$  ( $c < 2a < 2b$ ) ayant un volume ne dépassant pas quelques  $\text{mm}^3$ . La mesure consiste à balayer le cycle d'hystérésis avec un champ dirigé selon sa hauteur. La Figure I.31 (a), montre un exemple de cycle d'hystérésis mesuré sur un échantillon de  $\text{GdBaCuO}$ . À partir de ce cycle, on peut déduire le  $J_c$  de l'échantillon à partir de la formule suivante [149]:

$$J_c(B) = \frac{\Delta M(B)}{a \left(1 - \frac{a}{3b}\right)} \quad (\text{I.11})$$

Où  $\Delta M(B)$  correspond à la taille du cycle d'hystérésis que montre la Figure I.31 (a). La Figure I.31 (b) montre quant à elle la courbe  $J_c(B)$  déduite à partir de (I.11). Il faut noter que les valeurs données proches de 0 ne sont pas valides dans la mesure où, à champ nul, l'échantillon ne respecte pas  $B_p \ll B_a$ . Par ailleurs, l'effondrement de  $J_c$  autour de 9 T pour la courbe à 50 K est un artefact de mesure. En effet, l'appareil de mesure ne pouvant dépasser les 9 T, celui-ci ne peut parcourir entièrement le cycle réel à 50 K qui s'étend bien au-delà de la

limite de l'appareil, la chute est donc uniquement due à l'inversion de la pente du champ appliqué.

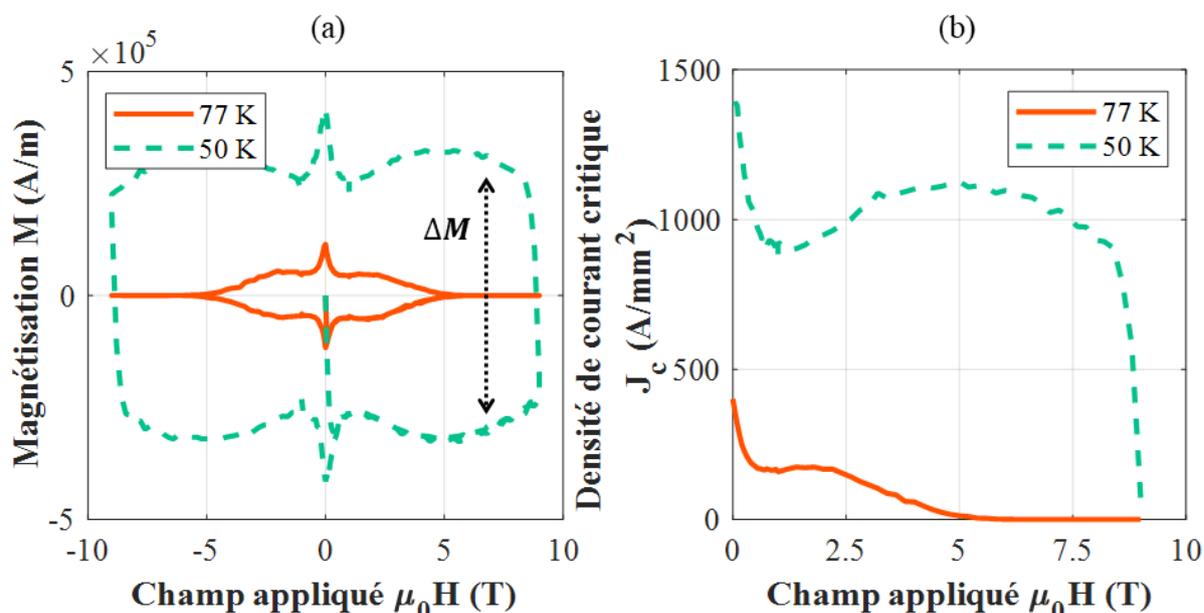


Figure I.31 (a) Cycle d'hystérésis mesuré sur un échantillon de pastille GdBaCuO à 77 K et 50 K ( $2a \times 2b \times c = 1,58 \text{ mm} \times 1,93 \text{ mm} \times 0,46 \text{ mm}$ ). (b) Densité de courant critique en fonction du champ appliqué dérivée du cycle d'hystérésis par le modèle de Bean [150].

La caractéristique  $J_c(B)$  des pastilles REBaCuO ne fait pas que décroître avec le champ magnétique contrairement aux rubans. En effet, on remarque sur la courbe à 50 K que  $J_c$  atteint un maximum local à 5 T. Ce phénomène, appelé « fishtail effect », n'est pas encore bien compris mais est fortement dépendant de la microstructure cristalline [151]. Cette caractéristique permet donc aux pastilles REBaCuO qui présentent un fort « fishtail » de conserver d'excellentes performances à fort champ magnétique.

#### II.4.f. Modélisation numérique en formulation en H

Le modèle de Bean est très utile pour comprendre le comportement des pastilles supraconductrices. Cependant, les prédictions quantitatives du modèle de Bean sont généralement très imprécises à l'exception de quelques rares cas simples (cylindre ou plaque infiniment long ou infiniment fin). Afin de réaliser des calculs plus précis, il est nécessaire d'utiliser des méthodes numériques en 2D ou 3D dont la plus répandue est la méthode des éléments finis. Pour modéliser les supraconducteurs, il faut formuler les équations de Maxwell de la manière la plus adaptée au problème à résoudre [152], [153]. Dans ce manuscrit, nous n'utiliserons que la formulation en H car simple et appropriée à la modélisation des bulks [147]. La formulation en H consiste à résoudre l'équation de Maxwell-Faraday liant le champ magnétique  $\vec{H}$  au champ électrique  $\vec{E}$  :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{I.12})$$

Cette formulation nécessite donc une résolution temporelle dans laquelle doivent être décrites toutes les étapes de l'aimantation du supraconducteur puisque ce dernier réagit aux variations du champ. Le comportement magnétique de la pastille est modélisé par une perméabilité magnétique égale à  $\mu_0$  et son comportement électrique par la loi  $E$ - $J$  que l'on met sous la forme d'une résistivité électrique variable  $\rho(\vec{J})$  dont l'expression est la suivante :

$$\rho(\vec{J}) = \frac{E_c}{J_c} \left( \frac{\|\vec{J}\|}{J_c} \right)^{n-1} \quad (\text{I.13})$$

Ainsi à partir de ces lois de comportement et de l'équation de Maxwell-Ampère, l'équation à résoudre numériquement est la suivante :

$$\vec{\nabla} \times (\rho \vec{\nabla} \times \vec{H}) + \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.14})$$

Par ailleurs, les modèles réalisés en formulation en H peuvent comporter plusieurs niveaux de complexité selon le problème à résoudre [154]. Ces niveaux de complexité se manifestent notamment au travers des caractéristiques  $J_c(B, T)$  et  $n(B, T)$  considérées. L'aimantation par champ pulsé nécessite souvent de coupler la formulation en H avec une simulation thermique pour tenir compte des échauffements de la pastille tandis qu'une aimantation en field cooling d'un bulk peut se faire assez précisément sans simulation thermique et en considérant  $J_c$  et  $n$  constant si l'échantillon présente un fishtail rendant son  $J_c$  peu variable comme celui de la Figure I.31. Il faut enfin noter que même les modèles les plus complexes sont fortement limités par la difficulté de connaître et mesurer précisément les propriétés complètes des massifs qui sont par ailleurs souvent non-homogènes [155]–[157].

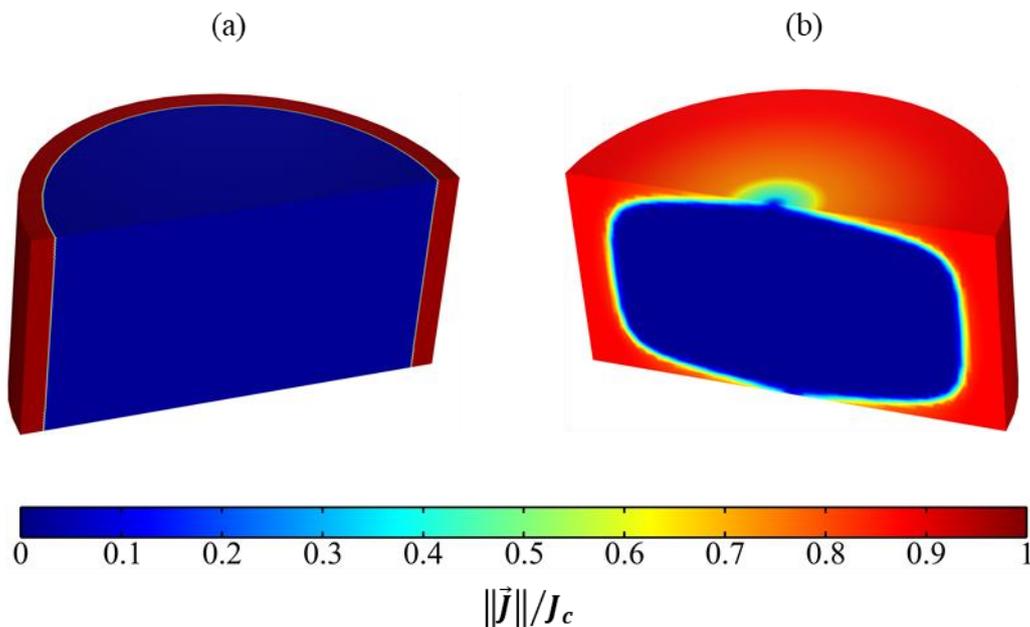


Figure I.32 Distribution des courants normalisés par rapport à  $J_c$  dans une pastille ( $\varnothing = 30 \text{ mm}$ , hauteur =  $15 \text{ mm}$ ,  $J_c = 500 \text{ A/mm}^2$ ,  $n = 21$ ) après un field cooling de  $1 \text{ T}$ . (a) Calculée par le modèle de Bean (b) Calculée numériquement avec une formulation en H.

La Figure I.32 montre la différence entre le modèle de Bean et une simulation numérique pour le cas d'une pastille magnétisée par field cooling avec  $B_a < B_p$ . La pastille simulée a des dimensions standards d'aimants supraconducteurs qui ne correspondent ni au cas d'un cylindre infiniment fin ni d'un cylindre infiniment long et la pénétration est incomplète. Par conséquent, il s'agit typiquement d'un cas totalement hors du domaine de validité du modèle de Bean, cela se remarque particulièrement aux extrémités supérieures et inférieures du bulk. En effet, le modèle de Bean étant un modèle analytique 1D, celui-ci ne tient pas compte de la pénétration par ces deux surfaces. Par ailleurs, on remarque que la densité de courant simulée

numériquement n'est pas égale à  $J_c$  puisque  $n \neq \infty$ . Enfin, même sur le plan central ( $r, \theta$ ), les boucles de courant pénètrent au-delà de la profondeur de pénétration calculée par le modèle de Bean. Cet exemple illustre ainsi la nécessité de disposer de modèles numériques pour la modélisation des massifs supraconducteurs. Nous verrons de manière plus quantitative les différences entre le modèle de Bean et modèles numériques dans la suite de ce manuscrit.

### III. Les machines supraconductrices pour l'aéronautique

#### III.1. Projets et démonstrateurs de machines

Les nombreuses études théoriques que nous avons citées en début de chapitre montrent bien le potentiel des machines supraconductrices pour l'électrification de l'aéronautique. Par conséquent, plusieurs projets industriels de recherche ont abouti à la réalisation de démonstrateurs ou cherchent à en développer de nouveaux. Nous allons passer en revue différents projets majeurs, terminés ou en cours, portant sur les machines supraconductrices pour l'aviation.

##### III.1.a. Alternateur à inducteur homopolaire

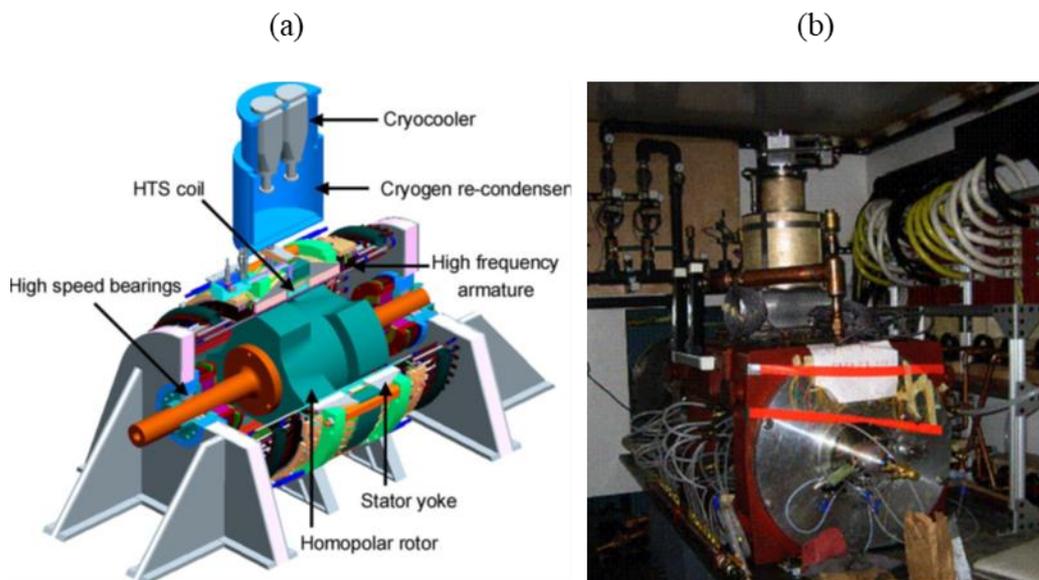


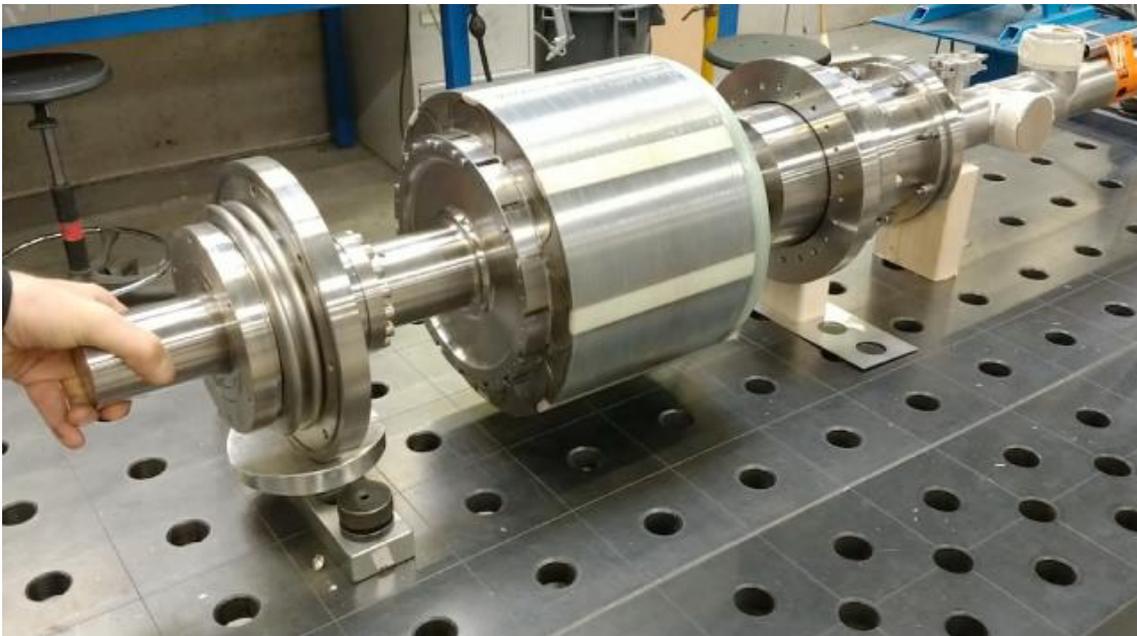
Figure I.33 Alternateur à inducteur homopolaire 1,3 MW 10 500 tr/min testée par General Electric Global Research en 2009 [158]. (a) Schéma 3D du générateur. (b) Photo du prototype.

La Figure I.33 montre un générateur partiellement supraconducteur réalisé par General Electric en 2009 en partenariat avec l'US Air Force [158]. La topologie de cette machine, brevetée en 1973 [159], et appelée « Homopolar Inductor Generator » se compose d'un rotor ferromagnétique à excitation homopolaire par une bobine supraconductrice BiSrCaCuO statique. L'intérêt de cette machine est de ne comporter ni aimants, contacts tournants ou cryogénie tournante au rotor ce qui permet à ce dernier de fonctionner à très haute vitesse. La haute fréquence inhérente à la vitesse élevée impose l'utilisation d'un induit en fil de Litz associé à un refroidissement liquide assuré par des canaux en alumine. La bobine supraconductrice est quant à elle refroidie par du néon circulant par gravité subissant un cycle ébullition puis recondensation par deux cryocoolers.

Sur le plan théorique, le projet a abouti à un design théorique d'une machine 5 MW, 35 000 tr/min sensé atteindre 9 kW/kg pour un rendement de 98 %, cryocoolers inclus. Un prototype à puissance réduite a été réalisé afin de valider les modèles et la topologie. Ce prototype a pu être testé en charge jusqu'à 10 500 tr/min fournissant une puissance de 1,3 MW. L'institut de l'aviation de Moscou développe par ailleurs un prototype 100 kW adoptant une topologie similaire mais avec un induit supraconducteur. L'ajout de l'induit supraconducteur ainsi que les progrès importants réalisés sur les conducteurs HTS permettent aux auteurs d'affirmer qu'à 5 MW, 12 000 tr/min, cette topologie peut atteindre 27 kW/kg et 99,97 % de rendement si un refroidissement LH2 est disponible [160].

### *III.1.b. Advanced Superconducting Motor Experimental Demonstrator (ASuMED)*

Le projet européen ASuMED s'étendant de 2017 à 2020, porté par OSWALD Elektromotoren et faisant intervenir notamment Rolls-Royce, a permis le développement d'un démonstrateur de machine complètement supraconductrice 1 MW, 6000 tr/min [161].



*Figure I.34 Photographie du démonstrateur développé dans le cadre du projet ASuMED*

Ce démonstrateur, que l'on peut voir sur la Figure I.34, est une machine synchrone comportant un stator sans dent ferromagnétique mais avec culasse et un bobinage triphasé réalisé en fil REBaCuO [162]. Le rotor se compose quant à lui d'aimants permanents supraconducteurs réalisés par empilement de rubans REBaCuO et magnétisés par l'induit [163]. Cette topologie de rotor a ainsi l'avantage de ne pas nécessiter de contacts tournants mais requiert en revanche une cryogénie tournante. Depuis la fin du projet, très peu d'informations sur les performances et les résultats de la machine complète sont disponibles dans la littérature ne permettant donc pas d'attester si l'objectif de 20 kW/kg a pu être atteint. Cependant, un nombre important de publications du consortium porte sur la démagnétisation des empilements de rubans [164]–[168] suggérant des problématiques expérimentales liés à cette démagnétisation. Il apparaît donc que les empilements de rubans ne sont peut-être pas la solution la plus pertinente pour la réalisation d'aimants permanents supraconducteurs dans un environnement moteur bien que le record de champ piégé dans un empilement de rubans soit supérieur à celui des pastilles [169], [170].

## III.1.c. Essai en vol sur un Yak-40

Début 2021, l'entreprise SuperOx, en partenariat avec le CIAM (Central Institute of Aviation Motors) et le SibNIA (Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation) ont effectué la première mondiale d'un essai en vol d'une machine partiellement supraconductrice 500 kW, 2500 tr/min [171].

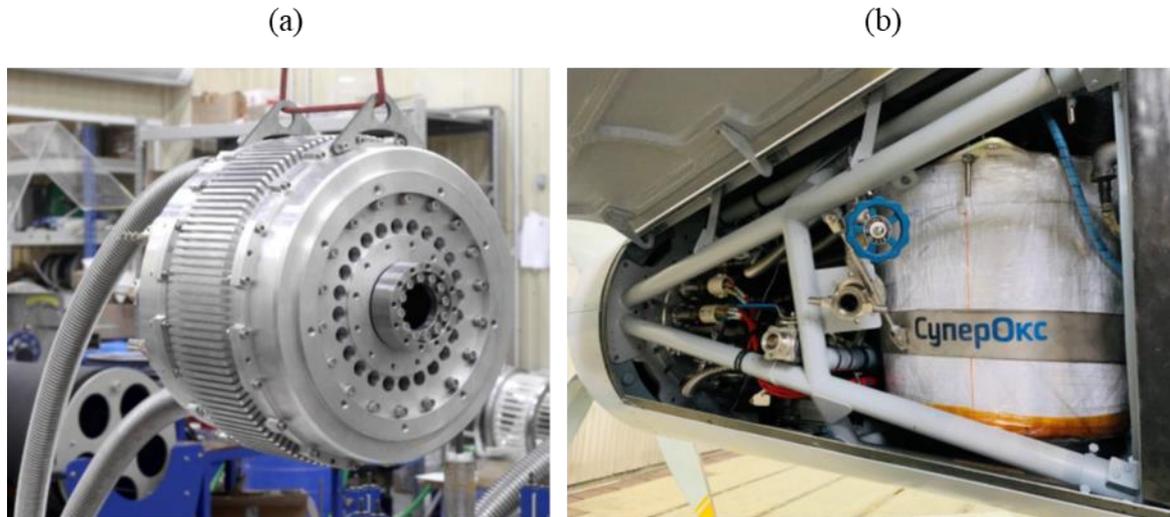


Figure I.35 (a) Photographie du moteur supraconducteur 500 kW de SuperOx. (b) Moteur supraconducteur avec son système de refroidissement par azote liquide sous-refroidi monté dans le nez d'un Yak-40. [171]

La machine embarquée, que l'on peut voir sur la Figure I.35 (a) comporte un rotor à aimants permanents conventionnel et un stator supraconducteur comportant un bobinage REBaCuO et un circuit magnétique avec dents et culasse ferromagnétiques. Le refroidissement de la machine est assuré par une circulation de LN<sub>2</sub> sous refroidi ( $T < 77$  K). On peut voir la machine et son refroidisseur insérés dans le nez du Yak-40 sur la Figure I.35 (b). Le refroidissement par azote liquide, en plus de nécessiter un réservoir volumineux, limite la température de fonctionnement et donc les performances de la machine. Cependant, les auteurs indiquent que les pertes supraconductrices dans l'induit de cette machine sont de l'ordre de 0,5 % de sa puissance. Ainsi, cet essai, s'il ne permet pas de démontrer les performances de la supraconductivité, montre la faisabilité de l'embarquement d'une machine supraconductrice à bord d'un avion.

Par ailleurs, l'entreprise SuperOx développe une chaîne supraconductrice complète avec génératrice 700 kW, câbles DC et limiteurs de courant avec pour objectif un nouvel essai en vol en 2022 puis le remplacement du refroidissement LN<sub>2</sub> par un refroidissement LH<sub>2</sub>. Cependant, le conflit Russo-Ukrainien est de nature à perturber ces objectifs.

## III.1.d. Hybrid Hydrogen & Electric Architecture (H2GEAR)

L'entreprise GKN Aerospace porte depuis 2020 le projet H2GEAR financé à hauteur de 27 M£ sur 5 ans par l'agence nationale de l'innovation britannique [172]. Ce projet vise à développer une chaîne électrique de la pile à combustible jusqu'au moteur électrique [173]. Bien que ne comportant pas de composant supraconducteurs, cette chaîne doit utiliser le LH<sub>2</sub> comme source de refroidissement pour faire fonctionner les câbles, moteurs et convertisseurs statiques à des températures cryogéniques par l'intermédiaire d'un circuit d'hélium [174], [175]. Ce projet fait donc face à des problématiques techniques similaires à celles rencontrées par les moteurs supraconducteurs. L'utilisation de matériau conventionnel, malgré des

## Les machines supraconductrices pour l'aéronautique

performances théoriques moins élevées que les supraconducteurs, permet de s'affranchir des problématiques de quench et apparait comme une solution plus facilement abordable à court terme. Compte tenu de l'investissement et de la criticité du projet pour l'entreprise GKN, peu d'information techniques sont communiqués comme en témoigne le visuel de la Figure I.36.



Figure I.36 Présentation du projet H2GEAR [173].

### III.1.e. Advanced Superconducting & Cryogenic Experimental powertrain Demonstrator (ASCEND)

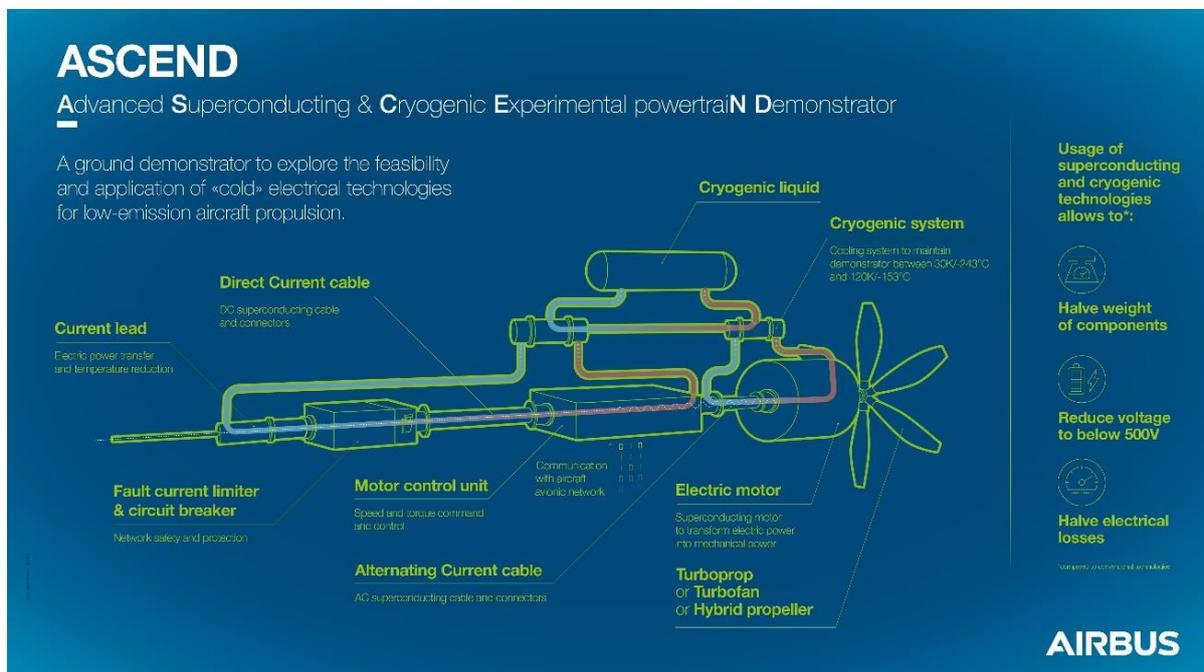


Figure I.37 Présentation du projet ASCEND. [176]

Depuis 2021, Airbus UpNext a lancé le développement d'une chaîne supraconductrice et cryogénique 500 kW dans le cadre d'un projet baptisé ASCEND [176], [177]. La structure et les objectifs du projet sont résumés sur le visuel de la Figure I.37. Contrairement à la démarche de SuperOx, Airbus cherche à démontrer dans un premier temps les performances au sol en

employant un refroidissement adapté pour ensuite envisager des essais en vol à horizon 2029. La chaîne en développement se compose ainsi d'un moteur, d'un convertisseur statique, de câbles AC et DC, un limiteur de courant et un système cryogénique commun à tous les composants [178].

Concernant le moteur supraconducteur devant être réalisé pour cette chaîne, la topologie retenue pour celui-ci est une machine partiellement supraconductrice avec un rotor à aimants permanents conventionnel et un stator supraconducteur similaire à celui d'ASuMED avec un bobinage REBaCuO [179], [180].

### ***III.1.f. Superconducting motor and cryo-cooled inverter engine (SOARING)***

En 2021 débute aux Etats-Unis un projet nommé ASCEND (Aviation-class Synergistically Cooled Electric-motors with iNtegrated Drivers) d'un montant total de 33 M\$ au sein duquel 7,2 M\$ sont dédiés au projet SOARING. Le projet SOARING, porté par Raytheon, ambitionne de d'étudier un ensemble machine supraconductrice et électronique de puissance cryogénique intégrée d'une puissance de 2,5 MW [181] représenté sur la Figure I.38 et de réaliser un prototype à échelle réduite de 260 kW [182]. Ce projet s'inscrit dans le contexte d'un avion fonctionnant au gaz naturel liquéfié (LNG) permettant de disposer d'une réserve de froid à 120 K. La machine supraconductrice doit comporter un rotor supraconducteur dont la technologie est en cours de spécification ainsi qu'un stator supraconducteur avec un bobinage MgB<sub>2</sub>. Pour permettre le fonctionnement de la machine autour de 20 K, un cryocooler magnétocalorique utilisant le LNG comme source chaude doit être développé. L'objectif du projet est d'atteindre une puissance massique globale de 12,5 kW/kg et un rendement supérieur à 93 %.

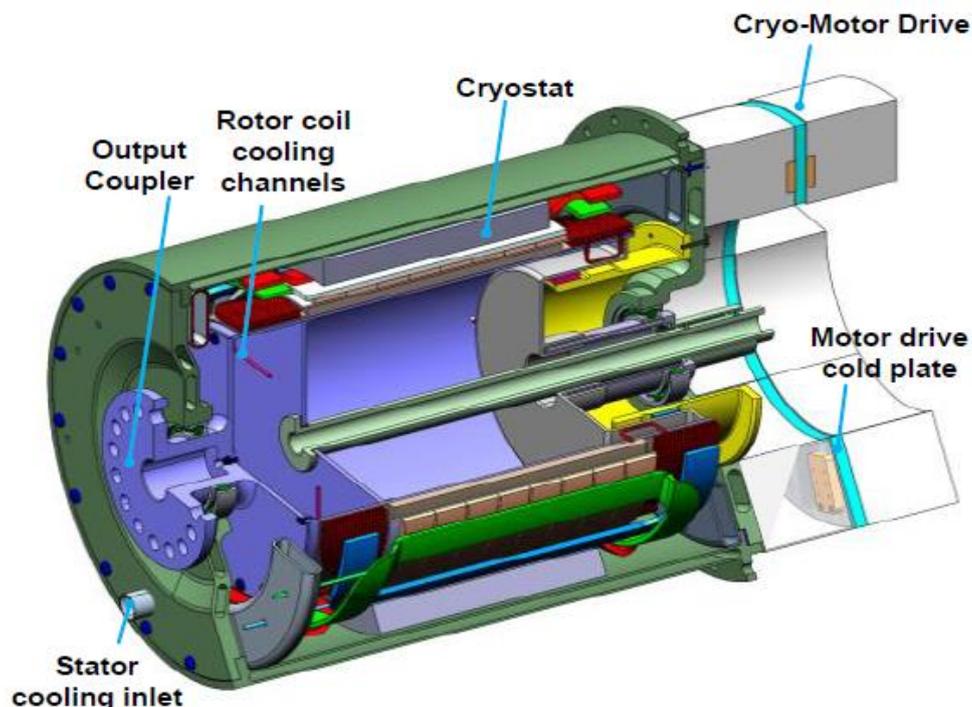


Figure I.38 Représentation de la machine et du convertisseur du projet SOARING. [181]

### III.2. Machines à modulation de flux

La machine dont il est question dans ce manuscrit appartient aux machines supraconductrices dites « à modulation de flux ». Les machines à modulation de flux sont des machines alternatives synchrones dont l'inducteur est divisé en deux parties. Une première partie génère un champ magnétique constant et une seconde partie vient dévier ce champ magnétique grâce à sa reluctance variable. L'intérêt principal de ces machines est que la première partie de l'inducteur peut se situer au stator tandis que la seconde compose le rotor. La topologie ainsi créée ne comporte pas de systèmes de collecteurs tournants et possède tout de même une induction beaucoup plus importante que les machines à reluctance variables. Avant de présenter la topologie exacte que nous allons étudier, nous allons voir un bref état de l'art des machines à modulation de flux.

#### *III.2.a. Machines à modulation de flux à saillances ferromagnétiques*

La méthode conventionnelle pour créer la reluctance variable qui va servir à moduler le flux est d'utiliser des saillances ferromagnétiques. Ainsi, on peut trouver beaucoup de machines conventionnelles utilisant la modulation de flux. Celles-ci se composent généralement de deux stators, un premier produisant le champ continu grâce à des aimants permanents ou à un électroaimant et un second stator alternatif polyphasé. Le rotor se compose quant à lui d'un modulateur créé par plusieurs plots ferromagnétiques [183], [184]. Le rotor modulateur peut-être aussi utilisé pour réaliser des réducteurs magnétiques ou des machines à réducteur magnétique intégré [185].

Un premier type de machines supraconductrices à modulation de flux consiste à remplacer la source de champ continu par un système de bobines supraconductrices. Ainsi, l'alternateur à induction homopolaire dont il a été question en III.1.a est un type de machine à modulation de flux. La machine supraconductrice à plots saturés réalisée au GREEN est une autre structure de machine supraconductrice à modulation de flux à saillances ferromagnétiques [186], [187]. L'amplitude du champ magnétique de ces types d'inducteurs est principalement limitée par le champ de saturation du fer.

#### *III.2.b. Machines à modulation de flux à saillances diamagnétiques*

Une seconde manière de créer la reluctance variable est d'utiliser le comportement diamagnétique des pastilles supraconductrices pour réaliser des écrans magnétiques servant à dévier le champ magnétique. Sur ce principe, plusieurs structures d'inducteur ont été réalisées au GREEN. La première structure à flux radial, représentée sur la Figure I.39 (a), se compose de deux bobines supraconductrices parcourues par des courants de sens opposés générant un champ dans la direction radiale. Des pastilles supraconductrices sont disposées à la circonférence de l'inducteur pour dévier le flux et le concentrer dans les ouvertures entre les bulks. L'inducteur ainsi réalisé génère une variation spatiale de champ magnétique variant entre  $B_{max}$  entre les pastilles et  $\sim 0$  T derrière les pastilles [68], [188]. L'induction de cette machine comporte donc une composante moyenne non nulle ne participant pas au couple. La Figure I.40 (a) montre une photo de l'inducteur réalisé en 2007, ce dernier est associé à un induit tournant conventionnel [189].

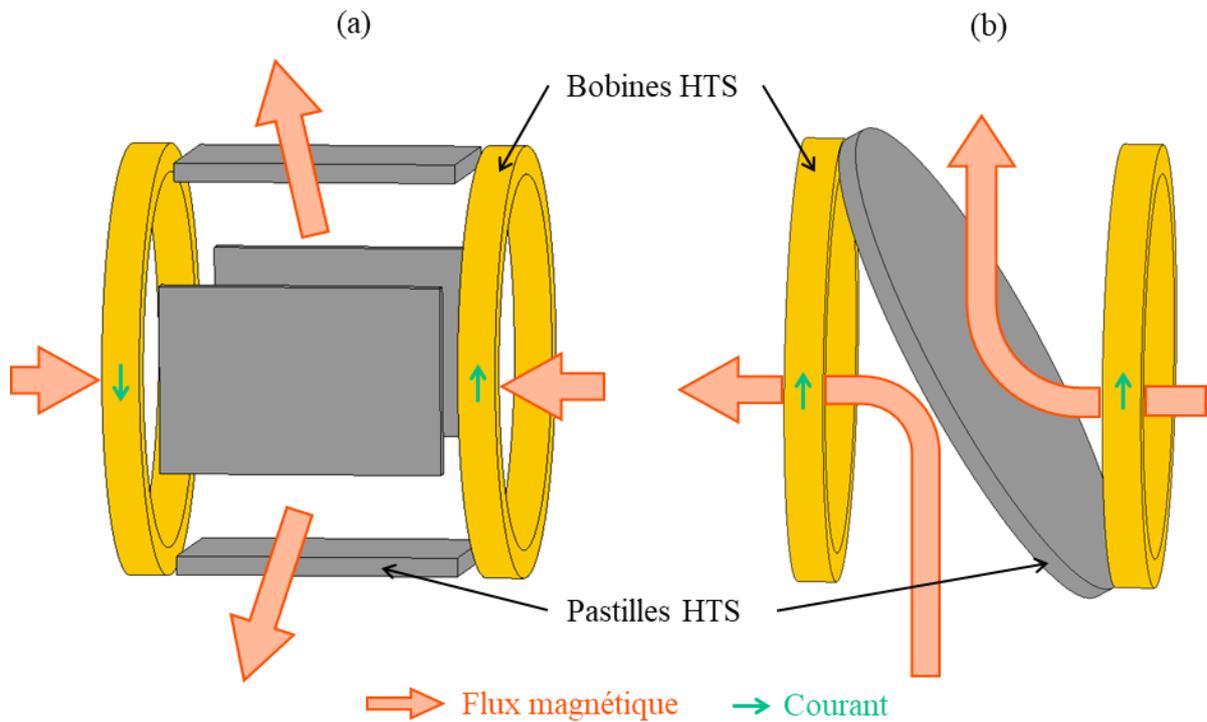


Figure I.39 Principe de fonctionnement des inducteurs à modulation de flux réalisés par le GREEN. (a) Inducteur à modulation de flux radial [189] (b) Inducteur à pan coupé [190].

Une seconde structure est la machine à pan coupé représentée sur la Figure I.39 (b), qui se compose aussi de deux bobines supraconductrices mais parcourues par des courants dans le même sens afin de générer un champ dans la direction axiale. Ce champ est ensuite dévié par une pastille supraconductrice placée en travers. La variation spatiale de champ magnétique résultante varie ainsi entre  $-B_{max}$  et  $+B_{max}$ . Cette topologie permet ainsi d'éliminer la composante homopolaire. Une photographie de cet inducteur, réalisé en 2015, peut être trouvée sur la Figure I.40 (b). À l'instar du précédent prototype, l'inducteur est fixe tandis que l'induit est tournant et non supraconducteur [190].

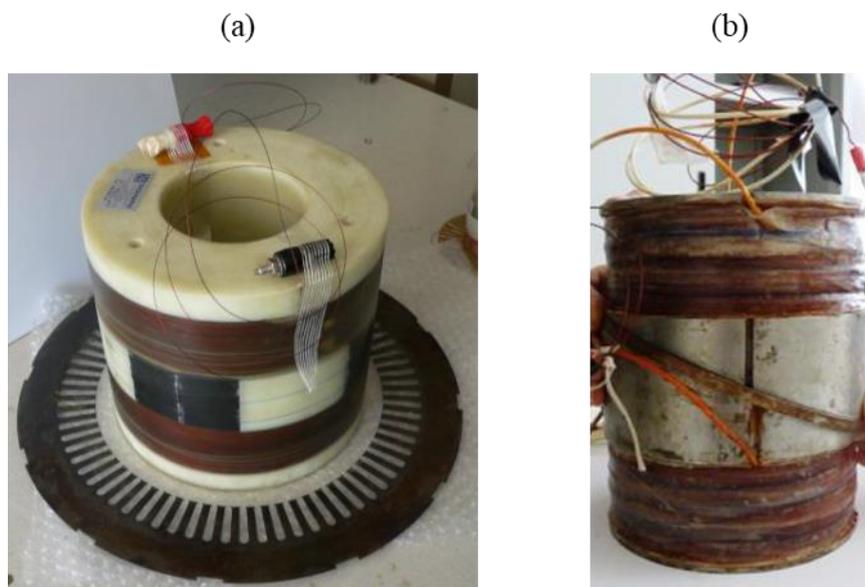
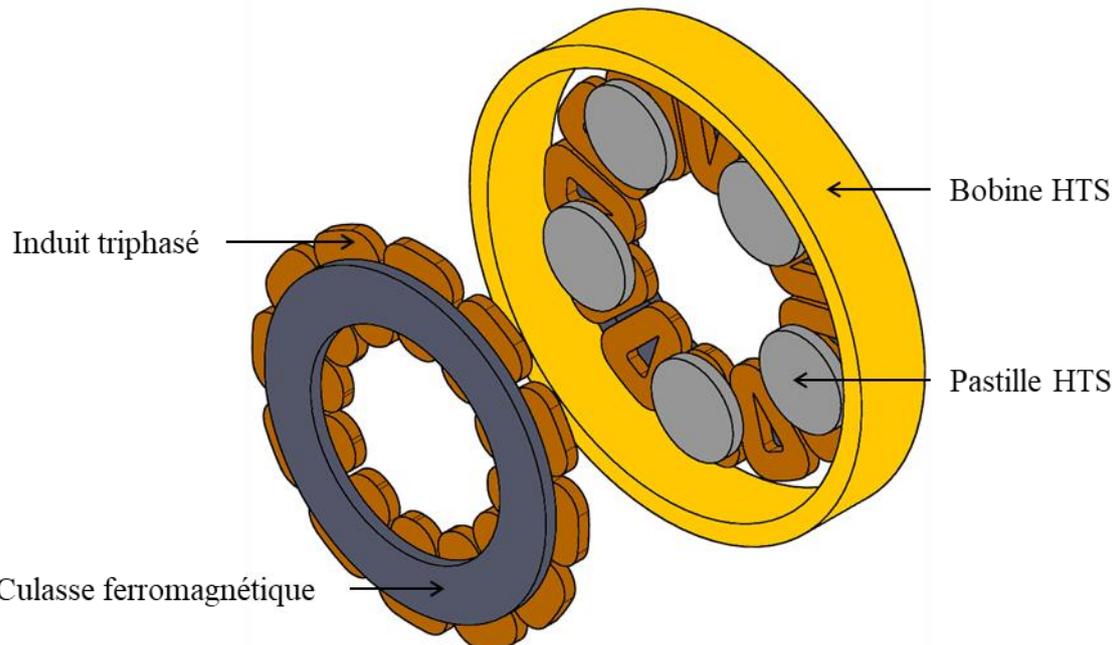


Figure I.40 Photographies des inducteurs à modulation de flux réalisés par le GREEN. (a) Inducteur à modulation de flux radial [189] (b) Inducteur à pan coupé [190].

Les machines à modulation de flux utilisant des pastilles supraconductrices sont aussi réalisables en structures à flux axiales [69]. Un prototype d'inducteur utilisant une bobine cuivre et deux pastilles HTS a par exemple été récemment réalisée à l'université de Khemis Miliana [191]. Mais le prototype le plus abouti, toute structures confondues, est celui que nous allons maintenant voir en détail.

### *III.2.c. Prototype de machine à modulation de flux axiale 50 kW*



*Figure I.41 Structure et composants actifs de la machine à modulation de flux axial réalisée dans le cadre du projet DGA RESUM [192].*

Dans le cadre du projet RESUM (REalisation of a SUperconducting Motor) financé par la DGA (Direction Générale de l'Armement), le GREEN en partenariat avec SAFRAN et Absolut System a développé une machine à modulation de flux axiale dont la structure est représentée sur la Figure I.41. Cette machine est composée d'une bobine supraconductrice statique pour générer le champ magnétique, ce dernier est modulé par un rotor composé de pastilles supraconductrices. Enfin, deux inducts statiques sont situés de part et d'autre du rotor. Les inducts sont non supraconducteurs et comportent une culasse magnétique mais pas de dents. La modélisation, la conception et la construction de cette machine sont rapportées en détails dans la thèse d'Alexandre Colle [192].

La Figure I.42 montre le prototype réalisé et ses principaux composants, ce prototype, pesant 52 kg, a été dimensionné pour une puissance nominale de 50 kW à une vitesse de 5000 tr/min. Pour cela, la bobine supraconductrice (b) a été réalisée en fils Bi-2223, le rotor (c) incorpore 5 pastilles YBaCuO de 80 mm de diamètre obtenues par multi-seeding et l'induit (d) utilise du fil de Litz et un refroidissement à air. Le refroidissement cryogénique des composants supraconducteurs se fait par une circulation d'hélium obtenue grâce à une boucle froide [193] pouvant extraire 80 W à 30 K. Le refroidissement de la bobine et du rotor se fait en série en refroidissant d'abord la bobine puis les pastilles au travers d'un échangeur rotatif. Le maintien à 30 K du rotor et de la bobine est assuré par deux cryostats distincts. Le cryostat du rotor est fixe permettant de fixer l'induit à celui-ci et ainsi réduire l'entrefer. Ainsi, la cryogénie du rotor comporte deux systèmes d'étanchéité rotatives. La première étanchéité à assurer est celle de

l'hélium haute pression entre la canne d'arrivée d'hélium fixe et le rotor, cette étanchéité est obtenue à partir de joints à lèvres. La seconde étanchéité est celle au vide entre l'arbre tournant et le cryostat fixe qui devait être assurée par un joint ferrofluide comme nous le verrons par la suite.

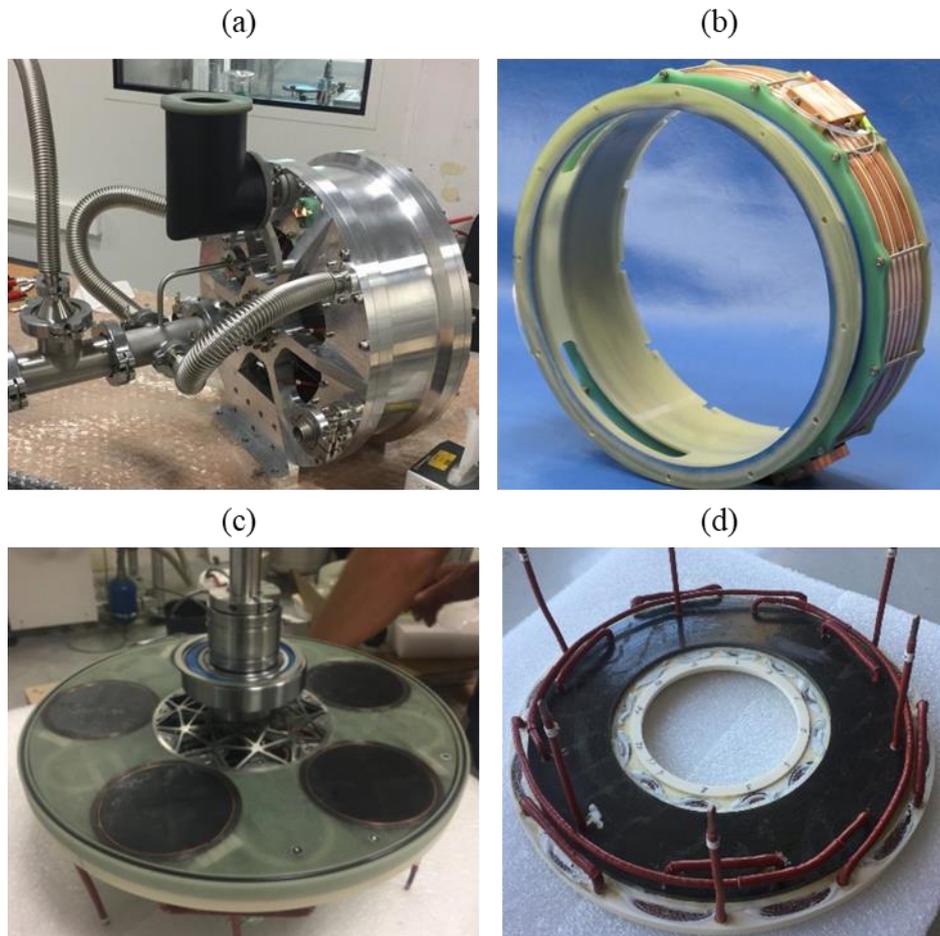


Figure 1.42 Prototypage de machine à modulation de flux axiale 50 kW. (a) Photographie de la machine. (b) Bobine supraconductrice Bi-2223. (c) Rotor comprenant 5 pastilles YBaCuO. (d) Induit cuivre.

### III.2.d. Principaux résultats théoriques et expérimentaux

Le processus de conception [192] a nécessité de réaliser par calcul des arbitrages entre plusieurs solutions techniques pour arriver au prototype 50 kW. Ces choix ont été effectués dans le but de maximiser la puissance massique. Cette machine servant de base aux présents travaux, nous allons lister les principaux arbitrages effectués et qui ne seront donc pas remis en question dans ce manuscrit :

- Une étude comparative entre les inducteurs à flux radial et axial a été réalisée montrant que la topologie axiale est plus performante.
- La structure à deux stators et un rotor a été préférée à la structure comportant deux rotors de part et d'autre d'un stator.
- La machine à modulation de flux présente la possibilité d'empiler une succession de rotors et de stators [68], [69] tout en mutualisant la bobine supraconductrice ce qui permet théoriquement un gain important de puissance massique. Cependant, cette solution complique fortement la conception cryogénique et n'a par conséquent pas été retenue.

- Il a été envisagé d'utiliser des plots ferromagnétiques disposés entre les pastilles à l'endroit où le champ doit être concentré. Cette solution permet une augmentation du couple au prix d'une augmentation du poids du rotor. Ces deux effets se compensant, la puissance massique est équivalente au rotor utilisant des pastilles seules. Cette solution n'a donc pas été retenue.
- Différentes formes de pastilles ont été étudiées, la forme idéale se trouve être le secteur d'anneau. Cependant, il n'était pas possible d'approvisionner des pastilles de grande taille avec cette forme lors de la réalisation du prototype.
- La possibilité d'utiliser des pastilles percées pour réduire leur masse a été considérée. Cependant, le gain de masse est minime en comparaison de la perte de couple, les pastilles pleines sont donc une solution plus simple et plus efficace.
- Le bobinage triphasé de l'induit est un bobinage concentré puisque celui-ci a été jugé plus simple et plus léger qu'un bobinage distribué, particulièrement pour la structure à flux axial.
- La culasse magnétique permet une augmentation légère du couple massique pour une machine de 50 kW mais il a été montré qu'à plus forte puissance, celle-ci était totalement saturée et donc caduque. Celle-ci ne sera donc plus considérée par la suite.

D'un point de vue expérimental, le prototype 50 kW n'a pu être testé que partiellement à cause de problème d'étanchéité au vide du cryostat du rotor. En effet, le champ magnétique important créé par la bobine sature le circuit magnétique du joint ferrofluide empêchant le bon fonctionnement de ce dernier. Cependant, quelques mesures et conclusions expérimentales ont tout de même pu être réalisées [194] :

- Le champ créé par la bobine supraconductrice est conforme aux prédictions théoriques et à son dimensionnement. Celle-ci n'a cependant pas pu être montée à son courant nominal (250 A) à cause de la mise en défaut de l'alimentation.
- La modulation du champ magnétique par le rotor a pu être mesurée sous champ magnétique réduit (en dessous de la saturation des joints ferrofluides), la distribution spatiale de champ magnétique a montré un mauvais écrantage du champ au niveau des frontières entre les grains des pastilles multi-seed (chacune réalisée à l'aide de 4 graines) réduisant ainsi l'amplitude de la variation du champ magnétique.
- Un essai à vide sous faible champ (120 A dans la bobine) et à faible vitesse (250 tr/min) a pu être réalisé. L'extrapolation de la tension à vide mesurée suggère que la puissance réelle de la machine est 41 kW pour une densité de courant dans l'induit de 10 A/mm<sup>2</sup>. Cette différence pouvant être attribuée au nombre de spires de l'induit plus faible que prévu, à une augmentation de l'épaisseur de la paroi du cryostat rotor se situant dans l'entrefer et enfin la réduction du champ magnétique évoqué au point précédent.

Ces résultats expérimentaux et le retour d'expérience sur ce prototype permettront de guider les choix technologiques que nous effectuerons dans ce manuscrit.

### III.3. Contexte et objectifs de la thèse

Cette thèse se déroule dans le cadre du projet DGA FROST (Flux-barrier ROTating Superconducting Topology) impliquant le laboratoire GREEN ainsi que les sociétés SAFRAN et Absolut System. Ce projet prend la suite directe du projet RESUM et vise à maturer la technologie des machines à modulation de flux en développant un démonstrateur 500 kW basé sur la topologie du prototype 50 kW. L'objectif est de réaliser ce changement d'échelle sans augmentation significative de la masse et du volume de la machine pour atteindre 10 kW/kg. Pour cela, trois leviers technologiques ont été identifiés :

- L'utilisation d'une bobine REBaCuO permettant de tripler le champ de l'inducteur pour des dimensions similaires à la bobine Bi-2223 grâce à l'augmentation de densité de courant entre les deux technologies.
- Le changement de forme des pastilles du rotor pour utiliser des secteurs d'anneaux monocristallins désormais disponibles dans le commerce.
- L'incorporation d'un refroidissement liquide de l'induit dans le but d'atteindre une densité de courant de 30 A/mm<sup>2</sup>.

Ces trois leviers doivent permettre a priori d'atteindre 500 kW sans augmenter la masse de la machine.

Dans ce contexte, les objectifs de la thèse sont les suivants :

- Développer des modèles analytiques électromagnétiques de la machine à modulation de flux axiale, adaptés à la forme des pastilles en secteurs d'anneaux.
- Concevoir, réaliser et tester, à partir du retour d'expérience du prototype 50 kW, le démonstrateur attendu dans le cadre du projet FROST.
- Extrapoler les résultats et les enseignements des deux prototypes pour dimensionner théoriquement une machine à modulation de flux d'une puissance de 3 MW pour établir le potentiel réel de cette topologie pour l'électrification de l'aviation.



---

# **Chapitre II**

## **Méthodologie semi-analytique pour la modélisation des saillances magnétiques**

---

# I. Introduction

Le dimensionnement des actionneurs électromagnétiques nécessite de pouvoir évaluer rapidement les performances de plusieurs centaines voire milliers de configurations possibles afin d'en trouver les dimensions optimales. Le procédé de dimensionnement et d'optimisation nécessite donc de disposer de modèles électromagnétiques précis et rapides. La méthode des éléments finis (MEF) est la solution de modélisation numérique la plus employée, car précise et permettant de considérer des géométries très complexes ainsi que les effets non-linéaires. Cependant, pour les procédés d'optimisation, la MEF nécessite des temps de calcul importants notamment en 3D. Pour certaines géométries d'actionneurs, il peut être plus judicieux d'utiliser des modèles analytiques ou semi-analytiques moins précis, mais beaucoup plus rapides afin d'effectuer un dimensionnement qui peut être ensuite consolidé par une validation par la MEF.

Comme indiqué dans le chapitre précédent, l'objet de ce manuscrit est une machine à modulation de flux axiale dont les pastilles supraconductrices sont des secteurs d'anneau. Afin de pouvoir effectuer des optimisations, nous cherchons, dans ce chapitre et le chapitre suivant, à développer un modèle semi-analytique 3D. Ce modèle est basé sur la méthode de séparation des variables et sur une représentation en séries de Fourier des grandeurs sous forme matricielle permettant, à l'aide du produit de Cauchy, de considérer des sous-domaines avec une perméabilité magnétique non-uniforme.

Dans ce chapitre, après une revue de la littérature, nous justifierons la nécessité d'introduire des sous-domaines de perméabilité magnétique non-uniforme en montrant les limites des modèles ne comportant que des domaines à perméabilité magnétique homogène. Nous détaillerons l'apport du produit de convolution et de l'écriture matricielle pour la résolution de ces modèles à partir d'une revue de la littérature appliquée à un cas d'étude. Enfin, nous introduirons les concepts et outils supplémentaires requis pour pouvoir développer un modèle 3D à partir de la méthode décrite dans la littérature.

## I.1. Modélisation analytique par séparations de variables

La méthode de séparation des variables est une méthode de résolution des équations aux dérivées partielles qui consiste à chercher une solution revêtant la forme d'un produit de fonctions ne dépendant chacune que d'une seule variable [195]–[197]. La mise en œuvre d'un modèle utilisant cette méthode nécessite de subdiviser la géométrie du problème à résoudre en sous-domaines de propriétés similaires (aimantation, densité de courant, perméabilité, ...) dans lesquels on résout les équations de Maxwell. La solution dans chaque sous-domaine ainsi que la répartition spatiale des sources s'expriment sous la forme de séries de fonctions orthogonales telles que les séries de Fourier lorsque ces fonctions sont trigonométriques. Les séries de Fourier apparaissant dans la majorité des modèles, nous nous concentrerons sur ce cas pour la suite, mais notons que les séries de Bessel ou encore de Tchebychev par exemple peuvent aussi intervenir.

Cette méthode a permis de modéliser simplement et efficacement un grand nombre de topologies d'actionneurs en 2D ou en 3D. Nous allons distinguer ici les modèles selon leur qualificatif analytique ou semi analytique.

### *1.1.a. Modèles analytiques*

Les modèles dits analytiques sont ceux pour lesquels on peut obtenir une expression analytique des champs, des grandeurs dimensionnantes et des coefficients de la série de Fourier de la solution. Pour qu'un modèle soit analytique il est nécessaire que la solution dans chaque sous-domaine soit exprimée en séries de Fourier ayant les mêmes valeurs propres. Dans ce cas, les conditions de passage entre les sous-domaines peuvent typiquement s'exprimer sous la forme d'une relation entre les harmoniques de même rang. Pour que cela soit le cas, il faut que les différents sous domaines soient de même taille dans une (en 2D) ou deux (en 3D) dimensions de l'espace considéré. Par exemple, dans une machine à pôle lisse et à flux radial modélisée dans un repère 2D cylindrique, les sous-domaines sont des anneaux concentriques ayant donc la même dimension suivant  $\theta$ , cette dimension impose ainsi les valeurs propres de la série de Fourier.

Les modèles analytiques sont ainsi les plus rapides puisque l'on peut même, pour les géométries les plus élémentaires, obtenir une expression simple et directe du couple par exemple. Parmi les géométries qu'il est possible de modéliser ainsi on peut citer, en 2D cylindrique  $(r, \theta)$  si l'on néglige les effets d'encoches, les machines et accouplements synchrones à aimants, pôles lisses et flux radial ou encore des accouplements asynchrones [198]. De même, en négligeant les effets d'encoches, de bords et de courbure, on peut modéliser les mêmes structures, mais à flux axial en effectuant une linéarisation au rayon moyen permettant d'utiliser un modèle cartésien  $(x, y)$  [199]–[201].

Pour les actionneurs à flux axial, il est aussi possible de les modéliser en 3D permettant des modèles plus précis, car tenant compte des effets de bords mais moins rapides, puisque nécessitant des harmoniques dans deux directions de l'espace. Les modèles 3D de machines à flux axial sont ainsi soit en repère Cartésien  $(x, y, z)$  toujours en linéarisant en rayon moyen, soit en repère cylindrique  $(r, \theta, z)$ , plus précis, mais nécessitant l'utilisation des fonctions de Bessel plus complexes à manipuler. Ainsi, il est possible de modéliser les machines et accouplements asynchrones ou synchrones à aimants pour les topologies à pôles lisses aussi bien en Cartésien [202]–[204] qu'en cylindrique [205]–[207].

Enfin, on peut ajouter que d'autres dispositifs électromagnétiques sont modélisables comme des systèmes de bobines en repère axisymétrique  $(r, z)$  [208], [209] ou en Cartésien 3D  $(x, y, z)$  [210].

### *1.1.b. Modèles semi-analytiques*

Les modèles dits semi-analytiques correspondent quant à eux aux modèles où l'on peut obtenir une expression analytique des champs et de certaines grandeurs dimensionnantes, mais où la détermination des coefficients de la série de Fourier de la solution passe par l'inversion d'une matrice devant être réalisée numériquement. En effet, dans les cas où les différents sous-domaines n'ont pas les mêmes valeurs propres, les conditions de passage entre les domaines lient tous les harmoniques entre eux et le calcul nécessite de résoudre un système linéaire complexe. La résolution de ce système augmente ainsi le temps de calcul par rapport aux modèles analytiques tout en restant, d'une manière générale, plus rapide que des méthodes numériques.

Les modèles semi-analytiques apparaissent par conséquent pour les topologies ayant des domaines de tailles différentes sur la dimension imposant les valeurs propres. Par exemple, on peut citer le cas des machines radiales lorsque l'on veut tenir compte des effets d'encoches

[211], [212]. Dans ce cas, l'entrefer est un domaine de forme annulaire tandis que les encoches sont des secteurs d'anneaux ne faisant pas la même taille suivant  $\theta$ . De manière générale, les modèles semi-analytiques sont nécessaires lorsque l'on souhaite modéliser des topologies présentant des saillances magnétiques.

Grâce à ces modèles, une très grande variété de topologies peut être modélisée. En 2D cylindrique  $(r, \theta)$ , pour les machines à flux radial, on peut notamment citer les machines à aimants et à pôles saillants [213], les machines asynchrones [214], [215], les machines à réluctance variable [216], [217] ou encore les réducteurs magnétiques [218], [219].

En 2D cartésien  $(x, y)$ , il est possible de modéliser, toujours en négligeant les effets de bords et de courbure, les machines et accouplements à réluctance variable et à flux axial [220], les réducteurs magnétiques à flux axial [221] ou encore les machines à flux axial en tenant compte des effets d'encoches [222], [223].

On peut aussi citer la modélisation de systèmes de bobines comportant des saillances magnétiques comme des systèmes de transfert d'énergie par induction comportant une culasse magnétique en 2D cartésien  $(x, y)$  [224], [225], ou encore des systèmes de magnétisation par champ pulsé ou des actionneurs linéaires tubulaires en 2D axisymétrique  $(r, z)$  [226], [227].

En revanche, les modèles semi-analytiques en 3D, cylindriques  $(r, \theta, z)$  ou Cartésiens  $(x, y, z)$  sont beaucoup moins développés, car beaucoup plus complexes à cause de la multiplication des sous domaines de valeurs propres différentes. Nous illustrerons cette problématique par la suite en tentant un découpage en sous domaines de l'inducteur de la machine à modulation de flux. On peut cependant citer qu'il est possible bien que laborieux de résoudre ce type de problèmes en 3D cylindrique [228].

## I.2. Application à la machine à modulation de flux

### I.2.a. Géométrie de la machine à modulation de flux

Pour rappel, la machine à modulation de flux est une machine synchrone constituée de trois éléments actifs. L'inducteur qui est composé d'une bobine alimentée en courant continu réalisée avec des rubans HTS et de plusieurs pastilles HTS massives (une par paire de pôles) servant à dévier et moduler le champ magnétique créé par la bobine, ces pastilles se situent par ailleurs au rotor. L'induit est quant à lui composé d'un bobinage concentrique triphasé en cuivre sans culasse ni dents ferromagnétiques situé de part et d'autre du rotor. L'induit ainsi que la bobine HTS sont donc situés au stator. Ces éléments sont représentés sur la Figure II.1. Les autres éléments de la machine, notamment mécaniques et cryogéniques ne sont pas représentés ici, ils sont en effet pour la plupart composés de matériaux non-magnétiques et l'on néglige donc leur impact électromagnétique pour ce chapitre.

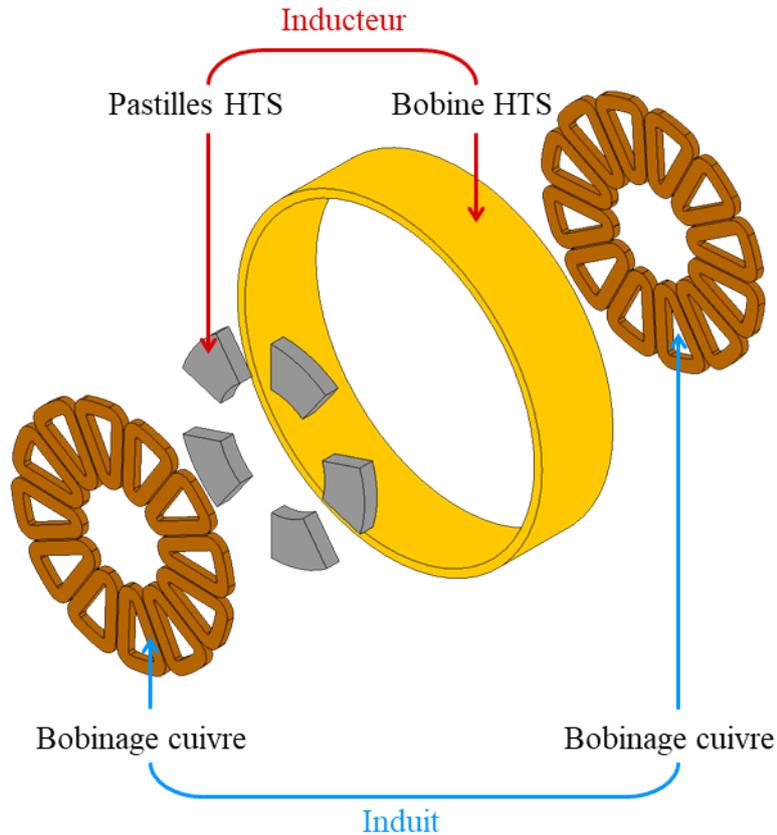


Figure II.1 Représentation des éléments actifs de l'inducteur et de l'induit d'une machine à modulation de flux axiale utilisant des pastilles en forme de secteurs d'anneau.

La Figure II.2 montre les dimensions d'une paire de pôles de l'inducteur suivant les plans  $(r, \theta)$  et  $(r, z)$ . La machine présentant une symétrie le long du plan  $(r, \theta)$ , on représente seulement la moitié d'une paire de pôle suivant  $z$ . Les paramètres géométriques de l'inducteur sont les suivants :

- $p$  : Nombre de paires de pôles de la machine
- $R_b$  : Rayon intérieur de la bobine HTS
- $W_b$  : Epaisseur de la bobine HTS
- $L_b$  : Longueur de la bobine HTS
- $R_e$  : Rayon extérieur des pastilles HTS
- $R_i$  : Rayon intérieur des pastilles HTS
- $W_y$  : Epaisseur des pastilles HTS
- $\alpha$  : Ouverture des pastilles HTS par rapport à l'ouverture d'une paire de pôles
- $E_i$  : Longueur de l'entrefer, ce dernier est défini comme l'écart entre la surface des pastilles et la surface de l'induit.

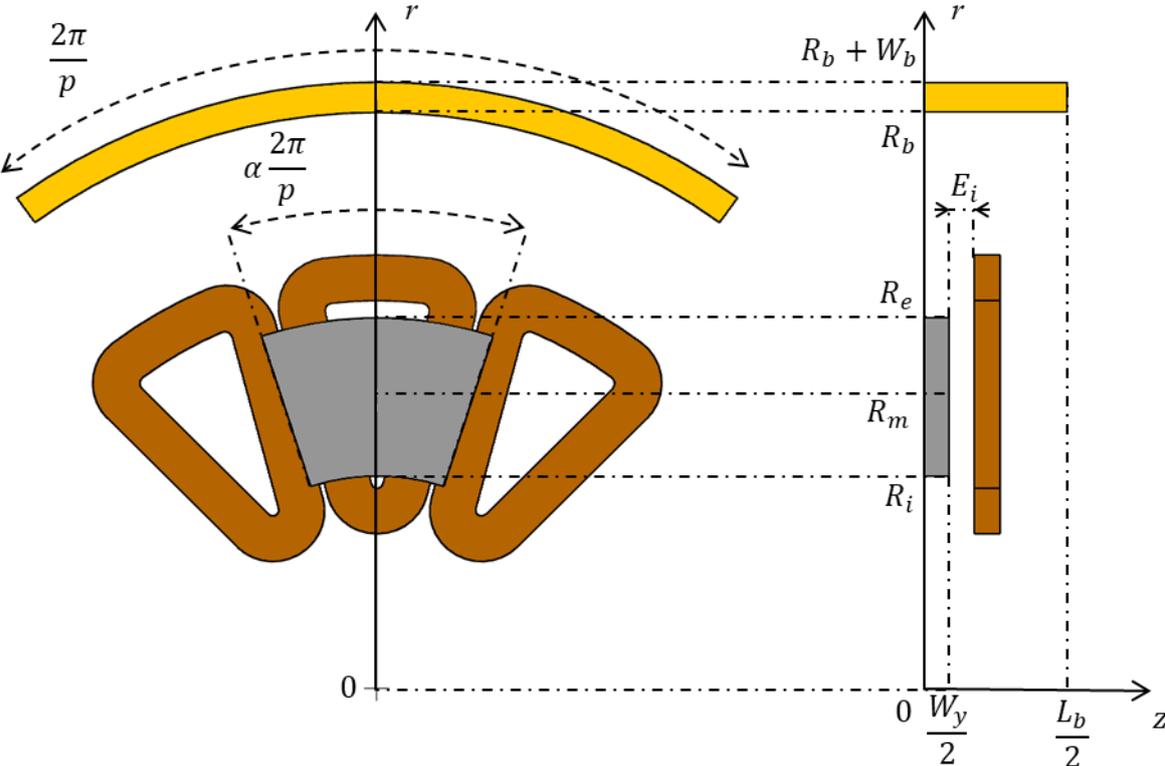


Figure II.2 Paramètres géométriques de l'inducteur.

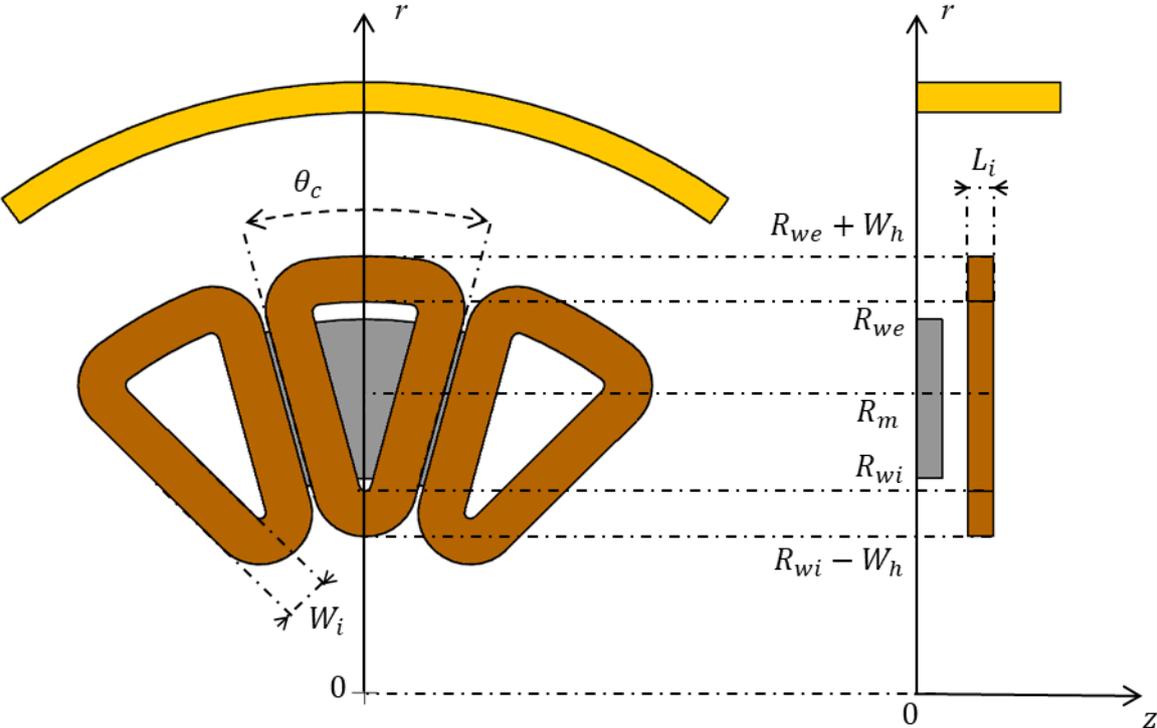


Figure II.3 Paramètres géométriques de l'induit.

La Figure II.3 représente quant à elle les dimensions géométriques de l'induit suivant les plans  $(r, \theta)$  et  $(r, z)$ . Les paramètres géométriques de l'induit sont les suivants :

- $W_i$  : Epaisseur du faisceau de conducteurs d'une bobine de l'induit
- $L_i$  : Longueur d'une bobine de l'induit
- $\theta_c$  : Angle d'ouverture d'une bobine de l'induit
- $R_{we}$  : Rayon extérieur de la spire intérieure d'une bobine de l'induit
- $R_{wi}$  : Rayon intérieur de la spire intérieure d'une bobine de l'induit
- $W_h$  : Largeur des têtes de bobines

On ajoute que pour l'induit et l'inducteur, on peut définir le rayon moyen  $R_m$  qui correspond au rayon moyen de l'induit et des pastilles qui est défini comme  $R_m = \frac{R_e + R_i}{2} = \frac{R_{we} + R_{wi}}{2}$ .

### ***1.2.b. Modélisation de l'inducteur avec des sous-domaines de perméabilité uniforme***

Nous cherchons à développer un modèle 3D de la machine à modulation de flux. Puisque la machine ne comporte pas de matériaux ferromagnétiques et en supposant négligeable l'influence du champ créé par l'induit sur l'inducteur, nous pouvons modéliser séparément l'inducteur et l'induit. Nous allons donc dans un premier temps traiter le cas de l'inducteur qui est le composant le plus complexe à modéliser et nous traiterons le cas de l'induit dans un second temps.

Afin de réaliser le modèle de l'inducteur nous allons chercher à subdiviser sa géométrie en sous-domaines de perméabilité magnétique uniforme. On modélisera la pastille HTS comme un matériau diamagnétique parfait ( $\mu_r \rightarrow 0$ ), comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, cette hypothèse revient à supposer que la densité de courant critique de la pastille est infinie [229] et donc que la pastille écrante parfaitement le champ magnétique de la bobine. Par conséquent, au niveau des frontières d'un sous-domaine correspondant à une pastille, le champ magnétique est tangentiel et il est donc possible de modéliser la pastille par des conditions aux limites de type isolation magnétique permettant d'avoir un domaine de moins à considérer. Nous discuterons la pertinence de cette hypothèse dans le chapitre suivant.

Comme indiqué précédemment, les machines à flux axial sont modélisables en 3D soit en repère Cartésien  $(x, y, z)$  soit en repère cylindrique  $(r, \theta, z)$ . Les modèles Cartésiens sont souvent préférés, car plus simples à mettre en œuvre et il a été démontré, pour les machines classiques à flux axial, que les effets de bords ont un impact non négligeable sur le résultat tandis que les effets de courbure étaient de moindre importance [205]. Cependant, bien que dans notre cas négliger les effets de courbures est une hypothèse pertinente pour les pastilles et l'induit qui ont des dimensions et formes similaires à ce que l'on peut trouver dans une machine à aimant, il s'agirait d'une hypothèse très forte concernant la bobine HTS. Par conséquent, si l'on souhaite traiter la géométrie complète de l'inducteur en un seul modèle, il faut passer par le repère cylindrique.

Bien qu'un tel modèle en repère cylindrique soit théoriquement faisable, il s'agirait d'un modèle très complexe à résoudre et pas nécessairement très efficient. En effet, pour réaliser un modèle semi-analytique tel que décrit dans les références citées précédemment, il faut décomposer la géométrie en sous-domaines qui doivent notamment avoir une perméabilité magnétique uniforme et présenter une densité de courant ou une aimantation pouvant s'exprimer sous la forme d'une série de Fourier dans les deux dimensions définissant les valeurs propres. Ainsi, en exploitant les symétries de l'inducteur, en modélisant la pastille par une

frontière de type isolation magnétique et en définissant les valeurs propres en fonction des directions  $\theta$  et  $z$ , on peut obtenir le découpage en 6 domaines de la Figure II.4. Ce nombre de régions est très important, surtout pour un modèle 3D qui, de plus, fait appel aux fonctions de Bessel dont l'intégration et la manipulation est complexe. C'est pourquoi nous faisons le choix de ne pas retenir cette solution.

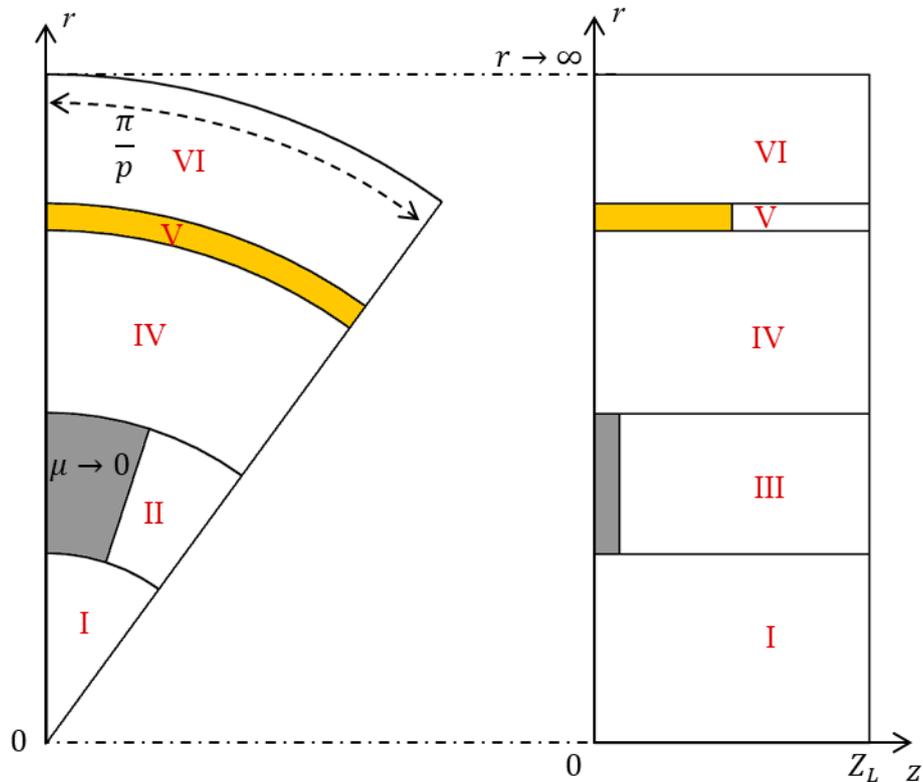


Figure II.4 Découpage en 6 domaines de la géométrie de l'inducteur en repère cylindrique.

Comme évoqué précédemment, il n'est pas possible de modéliser par un seul modèle la géométrie complète en repère Cartésien  $(x, y, z)$ . Une alternative pourrait donc être de modéliser séparément la bobine HTS et les pastilles HTS au travers d'une fonction de modulation rendant compte de la capacité des pastilles à dévier le champ. Cette méthode a en effet été utilisée pour modéliser les machines à modulation de flux en topologie à flux radial [230] et à flux axial lorsque les pastilles sont de forme ronde [209] et a permis d'obtenir de bons résultats. Pour cela, on peut utiliser un modèle analytique 2D axisymétrique à deux sous-domaines pour modéliser le champ créé par la bobine seule à l'intérieur de la machine [209]. Ce modèle étant analytique, il fournit directement une expression du champ magnétique et il est par conséquent très efficace en termes de précision et rapidité. Ce modèle étant disponible dans la littérature [192], [209], nous ne le redétaillerons pas dans ce manuscrit.

On vient ensuite multiplier ce champ par une fonction de modulation qui est calculée en résolvant un second problème simplifié ou l'on plonge une pastille supraconductrice dans un champ magnétique uniforme et l'on calcule comment le champ magnétique est dévié par la présence de la pastille. En procédant ainsi, on tient compte des effets de courbures de la bobine tout en étant en mesure de négliger ceux de la pastille. En effet, pour la fonction de modulation, on peut utiliser un modèle Cartésien  $(x, y, z)$  avec linéarisation au rayon moyen où la pastille est supposée de forme rectangulaire de longueur  $\alpha 2\pi R_m / p$  et de hauteur  $R_e - R_i$  comme illustré sur la Figure II.5. Nous verrons dans le chapitre suivant que l'impact de cette linéarisation dépend notamment du rapport d'aspect de la pastille.

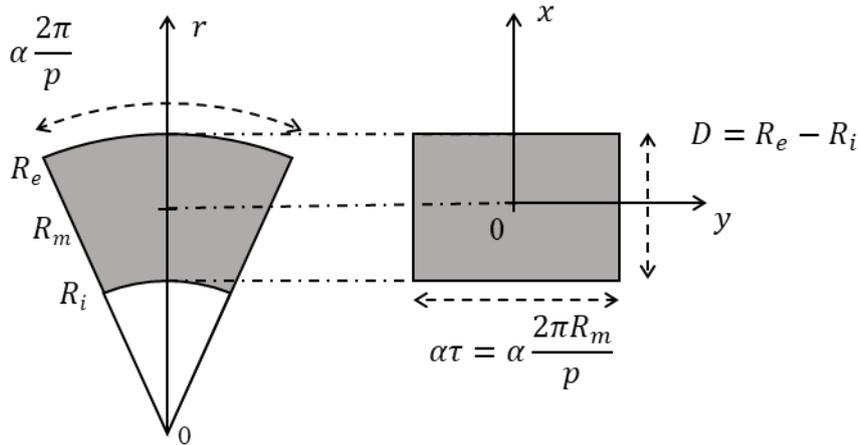


Figure II.5 Représentation de la pastille rectangulaire équivalente obtenue par linéarisation au rayon moyen.

Pour passer du repère cylindrique  $(r, \theta, z)$  vers Cartésien  $(x, y, z)$ , on effectue les transformations suivantes :

$$x = r - R_m \quad (\text{II.1})$$

$$y = R_m \theta \quad (\text{II.2})$$

Par conséquent, la longueur après linéarisation d'une paire de pôles dans la direction  $\vec{u}_\theta$  devient  $\tau = 2\pi R_m / p$ .

Ainsi, à partir des symétries supplémentaires qui apparaissent pour ce problème simplifié, on peut proposer un découpage en trois sous-domaines I, II et III, représentés sur la Figure II.6, tous composés d'air et donc de perméabilité uniforme égale à  $\mu_0$ . La source de champ magnétique est appliquée à partir d'une condition à la frontière  $z$  qui, en l'absence de pastille, génère un champ magnétique uniforme orienté suivant  $\vec{u}_z$ . Nous détaillerons la nature de cette condition ainsi que les autres conditions aux frontières dans le chapitre suivant.

On peut d'ores et déjà noter que la division de l'inducteur en deux modèles a permis de réduire de moitié le nombre de sous-domaines tout en s'affranchissant de l'utilisation des fonctions de Bessel. En revanche, il faut ajouter que le découpage proposé a été fait en considérant que les dimensions imposant les valeurs propres sont  $x$  et  $y$  et l'on peut noter qu'aucun des trois domaines ne fait la même taille sur ces deux dimensions. En conséquence, résoudre cette géométrie nécessite de manipuler trois systèmes de valeurs propres différentes impliquant une résolution qui reste loin d'être triviale.

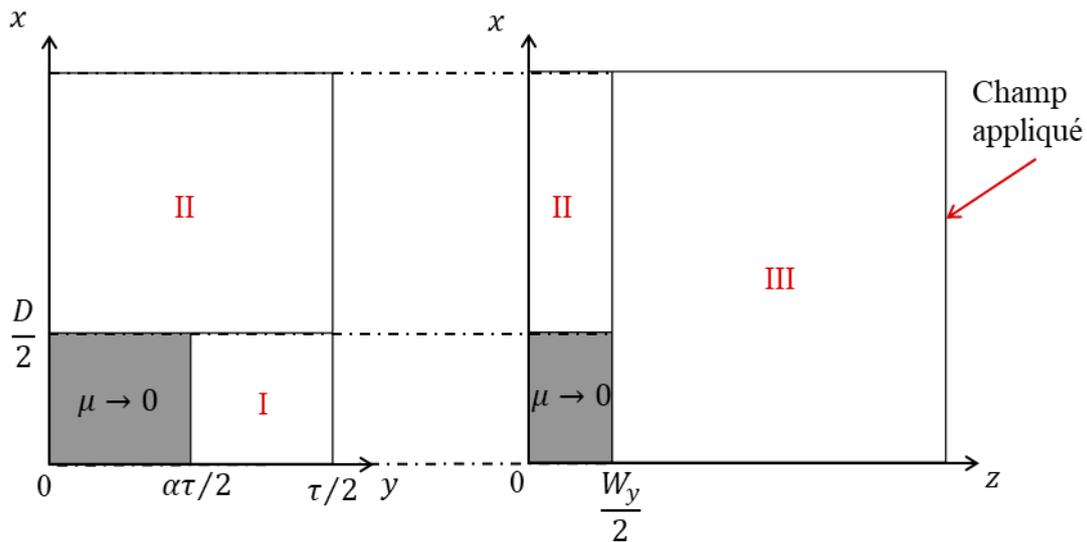


Figure II.6 Problème Cartésien comportant 3 sous-domaines de perméabilité uniforme.

On peut remarquer que le problème de la Figure II.6 pourrait être fortement simplifié en définissant des sous-domaines de perméabilité non-uniforme dans les directions  $x$  et  $y$  exprimés sous la forme de séries de Fourier comme il peut être fait pour les sources (magnétisation ou densité de courant). De la sorte, les domaines I et II ainsi que la pastille, en modélisant cette dernière par sa perméabilité et non plus par une condition aux frontières, pourraient être fusionnés en un seul domaine de taille identique au domaine III. La définition d'un tel sous-domaine est simple, mais la résolution des équations de Maxwell au sein de celui-ci nécessite des outils mathématiques supplémentaires par rapport aux modèles décrits dans la section I.1. Nous introduirons la méthode permettant de traiter des régions à perméabilité magnétique non-uniforme dans la partie suivante.

A ce stade, nous pouvons résumer les conclusions tirées de la revue de la littérature et des réflexions effectuées sur la modélisation dans cette partie.

- Tout d'abord, il a été choisi de modéliser les pastilles supraconductrices au travers d'une perméabilité magnétique en considérant que le supraconducteur se comporte comme un matériau diamagnétique parfait.
- Ce choix implique que la géométrie de l'inducteur comporte une saillance magnétique, la modélisation va donc nécessiter l'utilisation d'un modèle semi-analytique.
- Afin de simplifier la résolution, il a été décidé de modéliser séparément l'induit de l'inducteur.
- Afin de diminuer le nombre de domaines, il a été décidé de diviser en deux problèmes la résolution du champ créé par l'inducteur en utilisant une fonction de modulation. La bobine HTS peut ainsi être modélisée en repère axisymétrique tandis que les pastilles HTS sont modélisées en repère Cartésien pour négliger les effets de courbure et s'affranchir des fonctions de Bessel.
- Finalement, la dernière et principale conclusion de cette partie est qu'il serait opportun de considérer un sous-domaine de perméabilité magnétique non-uniforme afin de simplifier au plus la géométrie du problème.

## II. Résolution des équations de Maxwell dans des domaines à perméabilité magnétique non-uniforme

Nous venons de mettre en évidence l'intérêt que pourrait avoir l'utilisation de sous-domaines de perméabilité magnétiques non-uniforme. Pour ce faire, il faut utiliser des outils mathématiques supplémentaires n'intervenant pas dans les articles de modélisation que nous avons passé en revue jusqu'ici. En effet, la méthode que nous allons présenter n'est utilisée que par un nombre limité d'articles relativement récents, que nous passerons en revue par la suite, pour modéliser les actionneurs électromagnétiques. Par conséquent, nous prendrons le temps d'introduire en détail son fonctionnement et les subtilités mathématiques nécessaires à sa mise en œuvre en partant des modèles 2D qui constituent l'état de l'art de cette méthode pour arriver au formalisme requis pour passer à un modèle 3D.

### II.1. Solution générale pour un problème 2D Cartésien

Pour commencer, nous allons tout d'abord traiter un problème simplifié en 2D Cartésien permettant d'introduire et de développer les outils nécessaires au calcul de la solution générale des équations de Maxwell dans un domaine à perméabilité non-uniforme.

#### II.1.a. Définition du problème

La Figure II.7 présente la géométrie et les conditions aux limites d'un domaine 2D Cartésien  $(x, y)$  comportant une perméabilité magnétique variable  $\mu(y)$  dans la direction  $y$ .

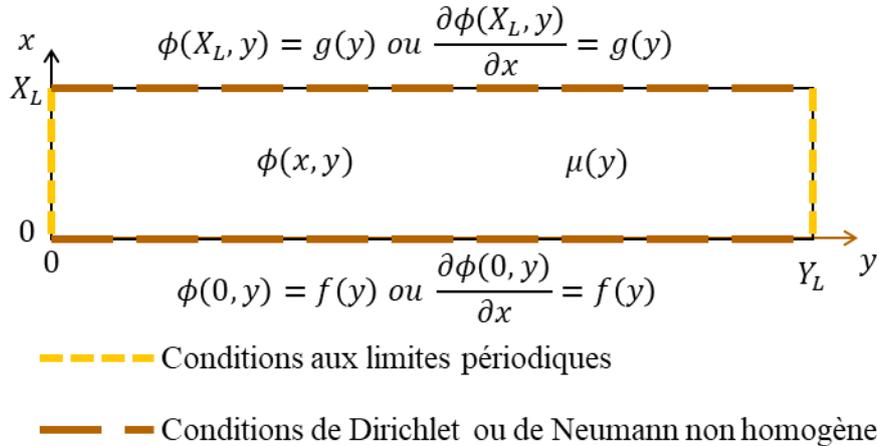


Figure II.7 Géométrie d'un problème Cartésien 2D.

Pour ce problème, on considère qu'il n'y a aucune source volumique (ni densité de courant, ni aimantation) et on choisit d'utiliser une résolution en potentiel scalaire magnétique  $\phi(x, y)$  qui est lié au champ magnétique  $\vec{H}$  par :

$$\vec{H} = -\vec{\nabla}\phi \quad (\text{II.3})$$

Sur la dimension  $y$ , la géométrie est bornée entre  $y = 0$  et  $y = Y_L$  par des conditions aux limites périodiques impliquant que :

$$\phi(x, 0) = \phi(x, Y_L) \quad (\text{II.4})$$

$$\frac{\partial \phi(x, 0)}{\partial y} = \frac{\partial \phi(x, Y_L)}{\partial y} \quad (\text{II.5})$$

Sur la dimension  $x$ , la géométrie est bornée entre  $x = 0$  et  $x = X_L$  par des conditions de Dirichlet ou de Neumann non-homogènes. Puisque seule nous intéresse la solution générale, il n'est pas nécessaire de détailler ces conditions.

En utilisant la séparation des variables, les conditions aux limites périodiques suivant  $y$  impliquent que la solution soit aussi périodique suivant cette direction et on peut donc l'exprimer sous la forme d'une série de Fourier que l'on choisit de représenter sous forme exponentielle :

$$\phi(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \widehat{\phi}_n(x) e^{j\frac{2\pi n}{Y_L} y} \quad (\text{II.6})$$

De même, cela suppose une périodicité dans la distribution du matériau magnétique :

$$\mu(y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mu}_n e^{j\frac{2\pi n}{Y_L} y} \quad (\text{II.7})$$

Où  $\widehat{\mu}_n$  représente les coefficients de la décomposition en série de Fourier de  $\mu(y)$ . Enfin, d'après (II.3) et (II.6), les composantes  $x$  et  $y$  de l'excitation magnétique ( $H_x(x, y)$  et  $H_y(x, y)$ ) et du champ magnétique ( $B_x(x, y)$  et  $B_y(x, y)$ ) revêtent aussi la même forme :

$$G_u(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \widehat{G}_{u_n}(x) e^{j\frac{2\pi n}{Y_L} y} \text{ avec } G = H \text{ ou } B \text{ et } u = x \text{ ou } y \quad (\text{II.8})$$

Il reste donc à déterminer pour chaque harmonique la fonction  $\widehat{\phi}_n(x)$ . Pour cela, on part de la conservation du flux magnétique :

$$\nabla \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.9})$$

Puisque le milieu n'est pas aimanté, la loi de comportement du matériau est la suivante :

$$\vec{B}(x, y) = \mu(y) \vec{H}(x, y) \quad (\text{II.10})$$

On peut ainsi introduire (II.10) dans (II.9) :

$$\mu \frac{\partial H_x}{\partial x} + \mu \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial \mu}{\partial y} H_y = 0 \quad (\text{II.11})$$

On fait ensuite apparaître le potentiel scalaire magnétique à partir de (II.3) :

$$\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.12})$$

Cette équation correspond à l'équation de Laplace avec un terme supplémentaire  $\frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y}$ . Nous allons enfin remplacer  $\phi$  et  $\mu$  par leurs expressions en série de Fourier à partir de (II.6) et (II.7) :

$$\begin{aligned} & \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mu}_{n'} e^{j\frac{2\pi n'}{Y_L} y} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \widehat{\phi}_n(x)}{\partial x^2} e^{j\frac{2\pi n}{Y_L} y} \\ & - \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mu}_{n'} e^{j\frac{2\pi n'}{Y_L} y} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{2\pi n}{Y_L}\right)^2 \widehat{\phi}_n(x) e^{j\frac{2\pi n}{Y_L} y} \\ & + \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} j \frac{2\pi n'}{Y_L} \widehat{\mu}_{n'} e^{j\frac{2\pi n'}{Y_L} y} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} j \frac{2\pi n}{Y_L} \widehat{\phi}_n(x) e^{j\frac{2\pi n}{Y_L} y} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

En l'état, l'équation (II.13) ne semble pas pouvoir être résolue puisque qu'aucune factorisation simple n'apparaît. En effet, pour reformuler correctement cette expression, il faut utiliser le produit de Cauchy.

### II.1.b. Application du produit de Cauchy

Le produit de Cauchy (ou produit de convolution discret) permet de reformuler les produits de séries. Nous allons donc l'appliquer à l'équation (II.10) pour exprimer les harmoniques de  $\vec{B}$  en fonction de ceux de  $\vec{H}$  et de  $\mu$  :

$$\widehat{B}_{u_n}(x) = \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mu}_{n-n'} \widehat{H}_{u_{n'}}(x) \text{ avec } u = x \text{ ou } y \quad (\text{II.14})$$

On remarque donc à partir de l'équation (II.14) que, après l'application de la convolution, chaque harmonique de  $B$  est lié à tous les harmoniques de  $H$ . De plus, (II.8) et (II.14) impliquent notamment la relation suivante :

$$B_u(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left( \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mu}_{n-n'} \widehat{H}_{u_{n'}}(x) \right) e^{j\frac{2\pi n}{Y_L} y} \text{ avec } u = x \text{ ou } y \quad (\text{II.15})$$

Cette dernière relation montre que grâce au produit de Cauchy, il nous a été possible de factoriser le terme en exponentiel. De même, nous pouvons appliquer le produit de Cauchy à (II.13) afin de factoriser :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mu}_{n-n'} \left( \frac{\partial^2 \widehat{\phi}_{n'}(x)}{\partial x^2} - nn' \left(\frac{2\pi}{Y_L}\right)^2 \widehat{\phi}_{n'}(x) \right) e^{j\frac{2\pi n}{Y_L} y} = 0 \quad (\text{II.16})$$

En observant (II.16), on remarque que chaque terme en facteur de  $e^{j\frac{2\pi n}{Y_L} y}$  doit être nul pour satisfaire l'équation impliquant donc que (II.16) est un système avec une équation par harmonique  $n$  de la forme :

$$\sum_{n'=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mu}_{n-n'} \left( \frac{\partial^2 \widehat{\phi}_{n'}(x)}{\partial x^2} - nn' \left(\frac{2\pi}{Y_L}\right)^2 \widehat{\phi}_{n'}(x) \right) = 0 \quad (\text{II.17})$$

Ainsi, chaque équation correspondant à un harmonique  $n$  fait intervenir aussi harmoniques de rangs différents. On peut aussi noter que pour un domaine ayant une perméabilité

magnétique uniforme (donc  $\mu_n = 0$  pour  $n \neq 0$ ), on retrouve bien l'équation de Laplace classique ou chaque harmonique est indépendant des autres. Ainsi, le système différentiel (II.16) comporte une infinité d'équations et d'harmoniques, il est donc indispensable d'effectuer une troncature pour pouvoir le résoudre. Nous ne travaillerons donc par la suite que sur un nombre d'harmoniques égal à  $2N + 1$ ,  $N$  correspondant à l'indice de l'harmonique de plus haut rang, et nous ne résoudrons donc le système (II.16) que sur ces harmoniques.

### II.1.c. Résolution du système différentiel sous forme matricielle

Pour la suite de ce chapitre, nous noterons en gras les grandeurs vectorielles et matricielles.

Afin de résoudre le système différentiel (II.16), il est nécessaire de réécrire les grandeurs sous une forme matricielle qui sera par ailleurs bien plus aisée à manipuler. Pour cela, on pose toutes les grandeurs  $X(x, y)$  ( $\phi$ ,  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $H_y$  et  $H_x$ ) pouvant s'exprimer en série de Fourier de coefficients  $\widehat{X}_n(x)$  sous la forme d'un vecteur colonne  $\mathbf{X}$  de longueur  $2N + 1$  de la manière suivante :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \widehat{X}_{-N}(x) \\ \vdots \\ \widehat{X}_0(x) \\ \vdots \\ \widehat{X}_N(x) \end{pmatrix} \quad (\text{II.18})$$

On peut par ailleurs repasser de la forme vectorielle à la forme scalaire et retrouver  $X(x, y)$  à l'aide de l'opération suivante :

$$X(x, y) = \mathbf{X}^T \exp\left(j \frac{2\pi}{Y_L} \mathbf{diag}(\mathbf{N})y\right) \quad (\text{II.19})$$

Avec  $\mathbf{X}^T$  la transposée non conjuguée de  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{diag}(\mathbf{N})$  la fonction créant un vecteur colonne avec les éléments sur la diagonale de la matrice  $\mathbf{N}$  suivante :

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} -N & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & N \end{pmatrix} \quad (\text{II.20})$$

En forme matricielle, la dérivation par rapport à  $y$  d'une grandeur  $X$  va s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial y} = j \frac{2\pi}{Y_L} \mathbf{N} \mathbf{X} \quad (\text{II.21})$$

En conséquence, (II.3) s'écrit notamment :

$$\mathbf{H}_x = -\frac{\partial}{\partial x} \boldsymbol{\phi} \quad (\text{II.22})$$

$$\mathbf{H}_y = -j \frac{2\pi}{Y_L} \mathbf{N} \boldsymbol{\phi} \quad (\text{II.23})$$

Le produit de Cauchy de la loi de comportement (II.14) se traduit par l'utilisation d'une matrice de convolution  $\boldsymbol{\mu}_c$  permettant de traduire (II.14) sous forme matricielle :

$$\mathbf{B}_u = \boldsymbol{\mu}_c \mathbf{H}_u \text{ avec } u = x \text{ ou } y \quad (\text{II.24})$$

La matrice de convolution  $\boldsymbol{\mu}_c$  est la matrice de Toeplitz des coefficients de la série de Fourier de  $\mu(y)$  :

$$\boldsymbol{\mu}_c = \begin{pmatrix} \widehat{\mu}_0 & \cdots & \widehat{\mu}_{-2N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \widehat{\mu}_{2N} & \cdots & \widehat{\mu}_0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.25})$$

A partir de ces relations matricielles, nous pouvons réécrire l'équation différentielle à résoudre dans le domaine. On repart donc de la conservation du flux :

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{B}_x + j \frac{2\pi}{Y_L} \mathbf{N} \mathbf{B}_y = 0 \quad (\text{II.26})$$

On introduit la loi de comportement (II.24) :

$$\boldsymbol{\mu}_c \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{H}_x + j \frac{2\pi}{Y_L} \mathbf{N} \boldsymbol{\mu}_c \mathbf{H}_y = 0 \quad (\text{II.27})$$

Finalement, on exprime l'équation en potentiel scalaire à partir de (II.22) et (II.23) :

$$\boldsymbol{\mu}_c \frac{\partial^2}{\partial x^2} \boldsymbol{\phi} - \left( \frac{2\pi}{Y_L} \right)^2 \mathbf{N} \boldsymbol{\mu}_c \mathbf{N} \boldsymbol{\phi} = 0 \quad (\text{II.28})$$

On peut réécrire (II.28) sous une forme plus commode :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \boldsymbol{\phi} - \mathbf{V}^2 \boldsymbol{\phi} = 0 \quad (\text{II.29})$$

Avec la matrice  $\mathbf{V}$  égale à :

$$\mathbf{V} = \left( \left( \frac{2\pi}{Y_L} \right)^2 \boldsymbol{\mu}_c^{-1} \mathbf{N} \boldsymbol{\mu}_c \mathbf{N} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.30})$$

On remarque que l'intérêt majeur de la forme matricielle est que la perméabilité non-uniforme se comporte, au travers de la matrice de convolution, comme une constante vis-à-vis de la dérivation permettant d'écrire la relation relativement lourde (II.16) sous une forme (II.29) très fortement similaire à l'équation différentielle que l'on aurait à résoudre en travaillant sur un domaine de perméabilité magnétique uniforme. Par ailleurs, on peut noter que si la perméabilité de la région est uniforme, les matrices  $\boldsymbol{\mu}_c$  et  $\mathbf{V}$  sont diagonales et on retrouve bien un système d'équation différentielles où chaque harmonique est indépendant des autres. En revanche, bien que la manipulation soit rendue fortement similaire à une résolution classique, il convient de garder à l'esprit la non commutativité des matrices lors de l'écriture des équations.

La solution générale de (II.29) revêt donc la même forme que le résultat d'une équation différentielle ordinaire du second ordre :

$$\boldsymbol{\phi} = e^{Vx}\mathbf{C}_1 + e^{-Vx}\mathbf{C}_2 \quad (\text{II.31})$$

Avec  $\mathbf{C}_1$  et  $\mathbf{C}_2$  les vecteurs comportant les coefficients inconnus de la solution générale dont la valeur est à déterminer à partir des conditions aux limites. Afin de bien appréhender (II.31), il faut rappeler quelques propriétés notables des exponentielles de matrices. La fonction  $e^{Vx}$  est notamment défini comme :

$$e^{Vx} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{V^k x^k}{k!} \quad (\text{II.32})$$

De cette définition, il est possible de démontrer que l'exponentielle de matrice respecte les propriétés usuelles de la fonction exponentielle notamment son comportement vis-à-vis de la dérivation. De plus, une autre propriété importante de l'exponentielle de matrice décrit son comportement vis-à-vis des matrices diagonalisables. En effet, en diagonalisant  $V$  de la manière suivante :

$$V = PDP^{-1} \quad (\text{II.33})$$

Avec  $D$  la matrice diagonale des valeurs propres de  $V$  et  $P$  la matrice avec les vecteurs propres correspondants. En réexprimant  $V$  ainsi, il vient à partir de (II.32) la propriété suivante :

$$e^{Vx} = e^{PDP^{-1}x} = Pe^{Dx}P^{-1} \quad (\text{II.34})$$

On rappelle par ailleurs que l'exponentielle d'une matrice diagonale  $D$  est égale à une matrice diagonale dont les termes sont égaux à l'exponentielle des termes de  $D$ . De plus, on note que si la perméabilité magnétique est uniforme dans le domaine, alors la matrice  $P$  est égale à la matrice identité.

A partir de (II.34), on peut donc finalement obtenir la forme utilisable de la solution générale (II.31) :

$$\boldsymbol{\phi} = Pe^{Dx}P^{-1}\mathbf{C}_1 + Pe^{-Dx}P^{-1}\mathbf{C}_2 \quad (\text{II.35})$$

Comme mentionné précédemment, pour déterminer les coefficients de la solution générale, il faut utiliser les deux conditions aux frontières suivant la direction  $\vec{u}_x$  du domaine. Nous n'irons pas plus loin dans le développement de cet exemple, car il a suffi à introduire l'intérêt et la capacité du produit de Cauchy et de l'écriture matricielle à résoudre les équations de Maxwell dans les régions à perméabilité magnétique non-uniforme. Comme il a été rappelé plusieurs fois précédemment, cette écriture s'applique bien entendu aussi au cas des régions à perméabilité constante.

Par ailleurs, on peut noter que l'on peut tout à fait appliquer un développement similaire à celui que nous venons de faire à des problèmes exprimés en potentiel vecteur par exemple ou encore comportant des sources volumiques tel que des aimantations ou des densités de courant [231].

**II.1.d. Cas des problèmes avec des conditions aux limites non périodique**

L'exemple que nous venons de détailler correspond au cas des problèmes présentant des conditions aux limites périodiques sur une des deux dimensions. Ce point est fondamental puisque la forme (II.6) de la solution a pu être supposée précisément grâce à ces conditions périodiques et le déroulement faisant suite nécessite cette forme précise de solution. Il est donc important de se demander s'il est possible ou non de traiter le cas d'autres conditions aux limites. En effet, bien que les conditions périodiques correspondent au cas de beaucoup d'actionneurs électromagnétiques du fait de la polarité, certains problèmes nécessitent des conditions différentes. Nous allons montrer par un raisonnement qualitatif comment cette forme reste applicable aussi pour les cas où l'on a des conditions de type isolation magnétique (champ magnétique tangentiel à la frontière) et de type matériau magnétique parfait (champ magnétique normal à la frontière).

En effet, puisque (II.6) correspond à une grandeur périodique suivant  $y$ , si l'on souhaite avoir des conditions autres que périodiques en  $y = 0$  et  $y = Y_L$ , il faut se ramener à un problème plus grand présentant des symétries de sources particulières. Pour cela, il faut tout d'abord rappeler un principe fondamental de magnétisme : Le champ magnétique est un pseudo vecteur (ou vecteur axial) ce qui implique qu'il soit tangent aux plans d'antisymétrie et normal aux plans de symétrie des sources (courants). On peut ainsi en déduire :

- Une symétrie des sources et une condition de type matériau magnétique parfait sont mathématiquement équivalentes puisque les deux mènent à l'orthogonalité du champ magnétique sur la frontière ( $\vec{H} \times \vec{n} = 0$ ).
- Une antisymétrie des sources et une condition de type isolation magnétique sont mathématiquement équivalentes puisque les deux mènent au parallélisme du champ magnétique sur la limite ( $\vec{B} \cdot \vec{n} = 0$ ).

Afin de montrer comment s'applique ce principe et son impact sur la forme de (II.6), nous allons traiter l'exemple de la Figure II.8. Cet exemple est simplement composé d'un aimant et d'un morceau de fer. Bien que cela n'ait pas été explicité dans l'exemple précédent, il est tout à fait possible de prendre en compte des sources volumiques (aimantation ou densité de courant) en forme matricielle, cela ajoute simplement un second membre à l'équation différentielle. On suppose qu'en  $y = 0$  se trouve du fer de perméabilité supposée infinie amenant une condition de type matériau magnétique parfait. On suppose que les autres frontières (en  $x = 0$ ,  $x = X_L$  et  $y = Y_L$ ) sont suffisamment éloignées du système et on y impose des conditions de type isolation magnétique. Ce problème ne présente donc de condition périodique dans aucune des deux directions. Nous allons chercher, pour ce problème, à quel problème périodique équivalent il faut se ramener pour pouvoir exprimer le potentiel scalaire dans les domaines de la forme suivante :

$$\phi(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \widehat{\phi}_n(x) e^{j\frac{2\pi n}{T_L}y} \quad (\text{II.36})$$

Avec  $T_L$  la période du problème périodique à considérer que l'on cherche à déterminer. On remarque que (II.36) implique que l'on cherche à avoir le problème périodique sur  $y$  et donc un découpage en sous-domaines le long de  $x$ .

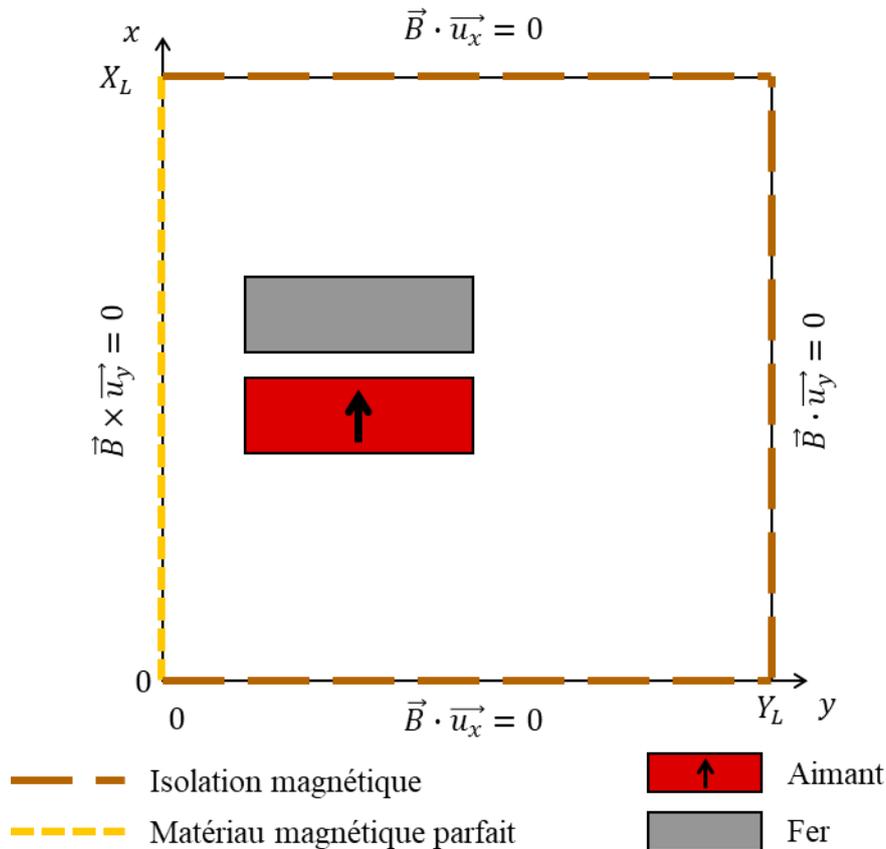


Figure II.8 Problème 2D Cartésien avec des conditions aux limites non-périodiques.

D'après les deux principes énoncés précédemment, si l'on veut que la dimension  $y$  impose les valeurs propres, il faut que la condition en  $y = 0$  soit une symétrie et la condition en  $y = Y_L$  une antisymétrie. On obtient ainsi le problème périodique représenté sur la Figure II.9. Il faut noter que pour la construction de ce problème équivalent, les symétries sont à prendre au sens physique permettant de respecter le comportement du pseudo vecteur. Ainsi, la symétrie et l'antisymétrie doivent concerner les densités de courant surfaciques équivalentes des aimants et non l'aimantation en elle-même, ce qui explique le résultat pouvant paraître contre-intuitif de la Figure II.9.

On peut donc déterminer que la période  $T_L$  définissant les valeurs propres est  $T_L = 4Y_L$  à partir de la Figure II.9. Bien entendu, pour résoudre proprement ce modèle, il ne faut pas seulement utiliser la bonne valeur propre, mais il faut aussi que la décomposition en série de Fourier de l'aimantation et de la perméabilité soit effectuée sur tout le problème périodique et non seulement sur le problème physique initial. Par ailleurs, on remarque que, de par les symétries de glissement, les décompositions en série de Fourier de l'aimantation et de la perméabilité vont chacune comporter des harmoniques nuls, mais pas sur les mêmes rangs. Pour l'aimantation, les harmoniques de rang pair sont nuls tandis que pour la perméabilité ce sont les harmoniques de rang impair. Dans ce cas, il est important de bien intégrer tous les harmoniques, y compris ceux qui sont nuls, dans la représentation matricielle pour que le problème soit mathématiquement juste. Nous reviendrons sur l'impact de ces harmoniques nuls dans la conclusion de ce chapitre.

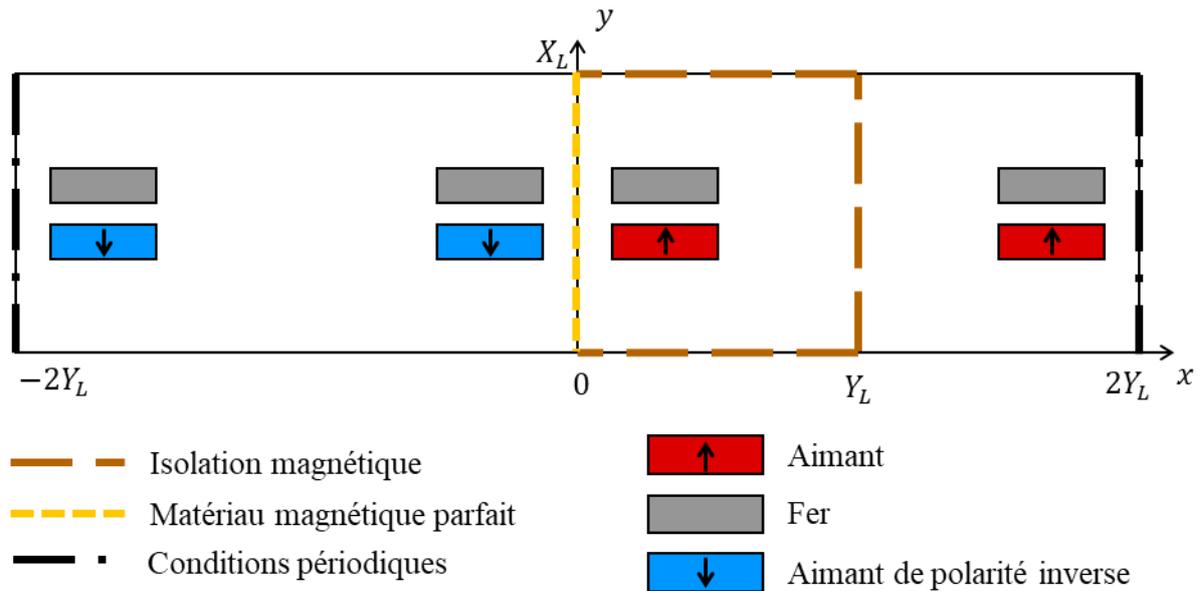


Figure II.9 Problème périodique équivalent à celui de la Figure II.8 permettant d'utiliser la forme (II.36).

Afin de pouvoir visualiser les lignes de champ et valider le raisonnement, la Figure II.10 montre une simulation MEF du problème périodique de la Figure II.9 nous permettant de visualiser les lignes de champ magnétique. On remarque bien que les lignes de champ sont orthogonales à la frontière en  $y = 0$  et tangentes à la frontière en  $y = Y_L$ . On obtient donc bien le comportement escompté aux limites du problèmes que l'on cherchait à résoudre.

Cet exemple a permis de mettre en évidence comment traiter en forme matricielle des conditions autres que périodiques sur la dimension devant imposer les valeurs propres. Les conditions additionnelles que nous avons présentées, l'isolation magnétique et le matériau magnétique parfait, permettent ainsi de traiter une grande variété de problème et situations. Le matériau magnétique parfait est en effet souvent considéré lorsque l'on a une pièce en fer que l'on suppose de perméabilité infinie. Dans notre cas, pour la fonction de modulation que l'on cherche à obtenir, imposer une condition de type isolation magnétique sur une frontière très éloignée des pastilles HTS dans la direction  $x$  (direction correspondant à  $r$  après linéarisation au rayon moyen) va permettre de modéliser le fait que la pastille n'a plus d'impact sur le champ magnétique appliqué lorsque l'on s'éloigne suffisamment (voir Figure II.6).

On peut noter que le procédé consistant à agrandir la taille du problème à résoudre va à l'encontre de ce que l'on cherche généralement à faire lorsque l'on traite des problèmes de magnétisme. En effet, généralement, en MEF comme en modélisation analytique, on cherche à utiliser au mieux les symétries pour réduire au maximum la géométrie sur laquelle on résout afin de diminuer le nombre d'éléments du maillage dans le premier cas et le nombre de domaines dans le second. Dans notre cas, l'agrandissement de la taille du problème dans la direction imposant les valeurs propres ( $y$  ici) n'a pas d'impact sur le temps de calcul. En effet, dans les modèles semi-analytiques, le temps de calcul est principalement imposé par le nombre d'harmoniques considérés et le nombre de domaines dans lesquels il faut résoudre. Ainsi, agrandir le problème dans la direction  $y$  n'a augmenté ni l'un ni l'autre, il s'agit donc d'une transformation sans impact sur le temps de résolution. En revanche, il faut garder à l'esprit que ce n'est pas le cas pour la direction n'imposant pas de valeur propre ( $x$  dans notre cas) pour

laquelle il faut toujours exploiter au mieux les symétries sous peine d'une augmentation non nécessaire du nombre de sous-domaines.

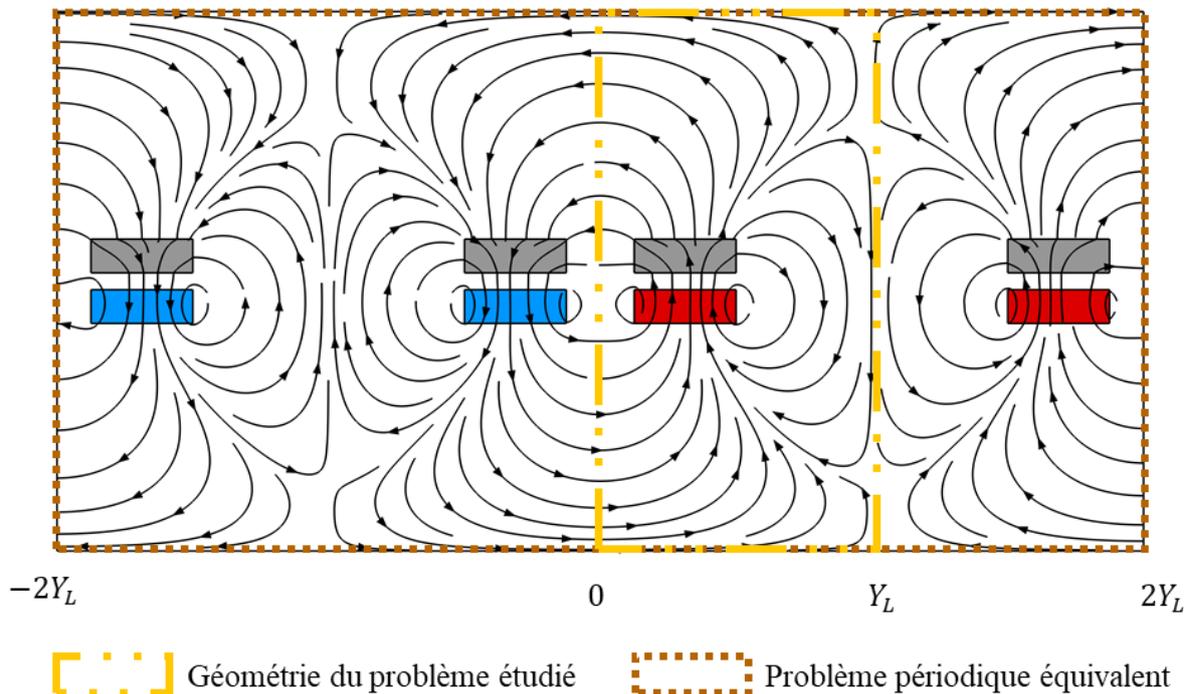


Figure II.10 Simulation MEF sur COMSOL des lignes de champ du problème périodique équivalent

Pour finir, on peut ajouter que la réflexion et les principes utilisés ici ne sont pas valables uniquement pour les problèmes que l'on cherche à résoudre en forme matricielle, mais s'appliquent à tous les modèles analytiques et semi-analytiques. Cependant, dans les modèles semi-analytiques avec des régions à perméabilité uniforme uniquement, on détermine les valeurs propres directement à partir des conditions aux limites en ne présumant pas a priori la forme de la solution au contraire de ce que nous avons fait avec (II.36). Généralement, on cherche mathématiquement la base de fonction propre s'appliquant au sous-domaine et on décompose ensuite la distribution des sources dans cette base de fonction propre. Néanmoins, le raisonnement physique que nous avons utilisé ici et le raisonnement mathématique généralement employé sont, pour les sous-domaines à perméabilité uniforme, équivalents et donnent les mêmes valeurs propres ainsi que les mêmes décompositions pour les sources.

## II.2. Application à un problème 2D cylindrique

Avant de nous attaquer à l'application des outils présentés aux problèmes 3D, nous devons nous autoriser une digression supplémentaire. La présentation de la méthode qui a été faite dans la partie II.1, en plus de ne pas développer le calcul jusqu'au bout, passe volontairement sous silence un certain nombre de subtilités techniques. Afin de présenter celles-ci, mais surtout de replacer les travaux de ce chapitre dans leur contexte bibliographique, nous allons traiter un problème 2D cylindrique  $(r, \theta)$  simple dont les outils de résolutions sont entièrement fournis par la littérature que nous allons passer en revue.

La modélisation de sous-domaines à perméabilité magnétique non-uniforme en utilisant la forme matricielle et le produit de Cauchy est une méthode assez récente [232] qui a été appliquée en 2D cylindrique  $(r, \theta)$  pour traiter des plus simples au plus complexes topologies de machines à flux radial [231], [233]. Deux intérêts principaux à cette méthode ont été trouvés par les

auteurs. D'une part, les domaines annulaires de perméabilité non-uniforme utilisés permettent de réduire drastiquement le nombre de sous domaines lorsque l'on modélise un grand nombre de saillances magnétiques. Lorsque l'on souhaite tenir compte les effets d'encoches par exemple, on peut modéliser toutes les encoches et les dents en un seul domaine alors qu'il faudrait un domaine par encoche et un domaine par dent autrement. D'autre part, puisque les saillances magnétiques sont modélisées avec un perméabilité magnétique finie, il est possible d'intégrer à ces modèles semi-analytiques des algorithmes itératifs permettant d'y intégrer les phénomènes de saturation magnétique [234], [235]. En plus de ces modèles en repères cylindriques, on peut citer un modèle récent de machine à reluctance variable et à flux axial modélisée en 2D Cartésien  $(x, y)$  en forme matricielle intégrant elle aussi un algorithme pour tenir compte de la saturation [236].

### II.2.a. Présentation du problème

La Figure II.11 présente la géométrie du problème que nous cherchons à résoudre. Il s'agit d'un pôle de machine synchrone à reluctance variable simplifiée. On considère que les culasses inférieure (en  $R_1$ ) et supérieure (en  $R_3$ ) de la machine sont de perméabilité infinie et n'ont donc pas à être modélisées. Le bobinage statorique est modélisé par une densité de courant de surface sinusoïdale  $K_s(\theta)$  à l'alésage de l'entrefer en  $R_3$  ayant l'expression suivante :

$$K_s(\theta) = \widehat{K}_s \cos(p\theta + \psi) \quad (\text{II.37})$$

Avec  $\widehat{K}_s$  l'amplitude de la distribution spatiale du courant de surface et  $\psi$  la phase des courants statoriques.

La polarité de la machine impose que le problème est périodique de période  $2\pi/p$  avec  $p$  le nombre de paires de pôles de la machine. Les pôles saillant du rotor ont une ouverture de pôle  $\beta$  et sont de perméabilité magnétique finie  $\mu_{fer}$ . Ainsi, le problème peut être décomposé en deux domaines uniquement, le domaine I s'étendant de  $R_1$  à  $R_2$  correspond à la saillance magnétique tandis que le domaine II s'étendant de  $R_2$  à  $R_3$  correspond à l'entrefer.

Puisque le problème ne comporte pas de densité de courant volumiques, on peut le résoudre en potentiel scalaire magnétique  $\phi$  dont on suppose, par séparation de variable et à partir de la périodicité suivant  $\theta$ , qu'il revêt la forme suivante :

$$\phi^i(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \widehat{\phi}_n^i(r) e^{jnp\theta} \quad (\text{II.38})$$

Avec  $i$  notant l'indice du domaine (I ou II). Les composantes  $r$  et  $\theta$  du champ magnétique et de l'excitation magnétique revêtent une forme similaire. Ainsi, la géométrie présentée ne comporte qu'un pôle, par conséquent les limites sur  $\theta$  sont des conditions antipériodiques :

$$\phi^i\left(r, -\frac{2\pi}{p}\right) = -\phi^i\left(r, \frac{2\pi}{p}\right) \quad (\text{II.39})$$

La forme (II.38) respecte par définition bien cette condition. En  $r = R_1$  la culasse de perméabilité relative infinie impose une condition de type conducteur magnétique parfait ( $H_\theta^I = 0$ ) qui se traduit de la manière suivante en potentiel scalaire :

$$\phi^I(R_1, \theta) = 0 \quad (\text{II.40})$$

En  $r = R_3$ , la culasse et la densité de courant de surface imposent la condition suivante :

$$\frac{1}{R_3} \frac{\partial \phi^{II}(R_3, \theta)}{\partial \theta} = K_s(\theta) \quad (\text{II.41})$$

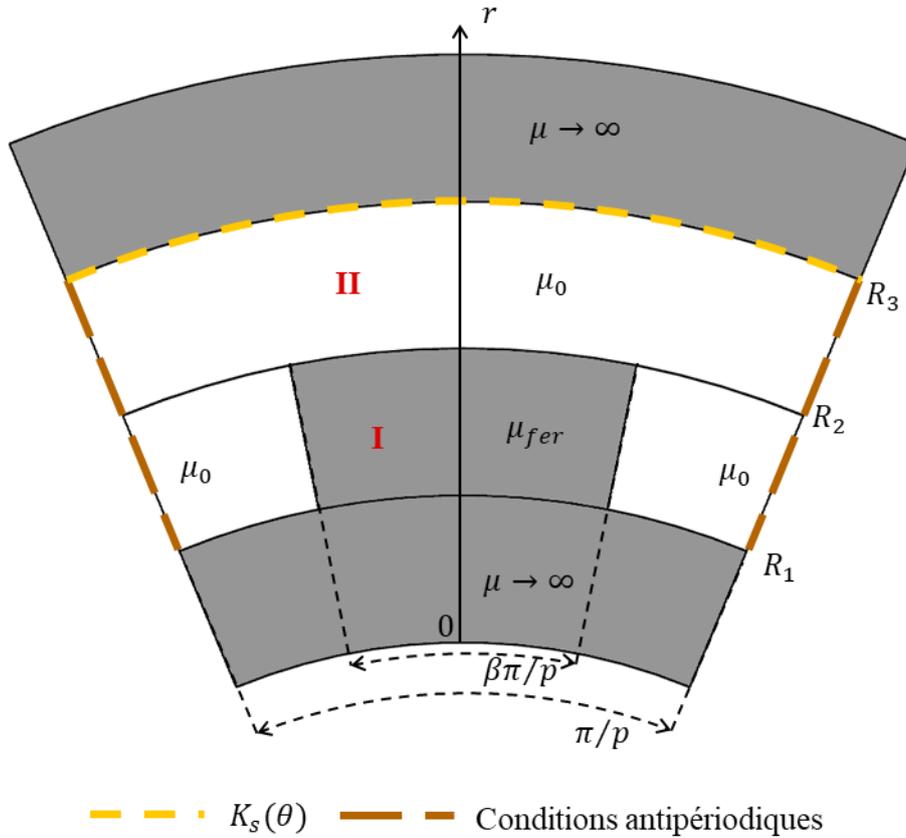


Figure II.11 Géométrie simplifiée d'un pôle de machine à reluctance variable.

Finalement, la distribution spatiale de la perméabilité magnétique  $\mu^I(\theta)$  dans le milieu I s'exprime aussi en série de Fourier :

$$\mu^I(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \widehat{\mu}_n^I e^{jn p \theta} \quad (\text{II.42})$$

Avec  $\widehat{\mu}_n^I$  les coefficients de la décomposition en série de Fourier donnés par :

$$\widehat{\mu}_n^I = \begin{cases} 0 & \text{pour } n \text{ impair} \\ \mu_0 + \beta(\mu_{fer} - \mu_0) & \text{pour } n = 0 \\ (\mu_{fer} - \mu_0) \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi\beta}{2}\right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

### II.2.b. Produit de Cauchy

Dans le domaine I, il faut exprimer la relation entre le champ magnétique et l'excitation magnétique à l'aide du produit de Cauchy tout en ne considérant qu'un nombre fini d'harmoniques  $2N + 1$  :

$$\widehat{B}_{u_n}^I(x) = \sum_{n'=-N}^{+N} \widehat{\mu}_{n-n'}^I \widehat{H}_{u_{n'}}^I(x) \text{ avec } u = r \text{ ou } \theta \quad (\text{II.44})$$

Dans la partie II.1, l'utilisation de ce produit a été présenté dans un cas général, mais dans le cas présent, on remarque que  $\mu^l(\theta)$  est une fonction discontinue en  $-\frac{\beta\pi}{2p}$  et en  $\frac{\beta\pi}{2p}$ , nous allons voir maintenant que cette discontinuité peut poser des problèmes de convergence avec la troncature de la somme infinie et comment se prémunir de ceux-ci.

Pour mettre en évidence le problème, il faut regarder séparément la relation constitutive dans les directions  $r$  et  $\theta$  :

$$B_r^l(r, \theta) = \mu^l(\theta)H_r^l(r, \theta) \quad (\text{II.45})$$

$$B_\theta^l(r, \theta) = \mu^l(\theta)H_\theta^l(r, \theta) \quad (\text{II.46})$$

Les discontinuités de  $\mu^l(\theta)$  correspondent à des changements de milieu magnétique. A partir des relations usuelles de passage entre deux milieux magnétiques, on peut affirmer que :

- Les composantes  $B_\theta^l(r, \theta)$  et  $H_r^l(r, \theta)$  sont continues en  $-\frac{\beta\pi}{2p}$  et en  $\frac{\beta\pi}{2p}$ .
- Les composantes  $B_r^l(r, \theta)$  et  $H_\theta^l(r, \theta)$  sont discontinues en  $-\frac{\beta\pi}{2p}$  et en  $\frac{\beta\pi}{2p}$ .

Ainsi, on peut remarquer que (II.45) comporte un seul terme discontinu de chaque côté de l'équation tandis que (II.46) comporte un produit de deux termes comportant des discontinuités concourantes. D'après [237], l'application du produit de Cauchy tronqué (II.44) ne converge pas si il est appliqué à un produit de deux fonctions ayant des discontinuités concourantes. Par conséquent, utiliser (II.44) pour exprimer (II.45) est valable, mais ne l'est pas pour (II.46).

Cependant, toujours d'après [237], il est possible de remédier à ce problème en appliquant la règle de l'inverse. Celle-ci stipule que pour converger, il faut réécrire (II.46) de la manière suivante :

$$H_\theta^l(r, \theta) = \frac{1}{\mu^l(\theta)} B_\theta^l(r, \theta) \quad (\text{II.47})$$

Exprimé ainsi, on remarque que (II.47) ne comporte plus de produit de termes discontinus. Il faut ainsi appliquer le produit de Cauchy tronqué à cette dernière équation :

$$\widehat{H}_{\theta_n}^l(x) = \sum_{n'=-N}^{+N} \left(\frac{1}{\mu}\right)_{n-n'}^l \widehat{H}_{u_{n'}}^l(x) \quad (\text{II.48})$$

Avec  $\left(\frac{1}{\mu}\right)_n^l$  les coefficients de la décomposition en série de Fourier de la fonction inverse de la perméabilité  $\frac{1}{\mu^l(\theta)}$ . Cette décomposition est de forme similaire à (II.43) :

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)_n^l = \begin{cases} 0 & \text{pour } n \text{ impair} \\ \frac{1}{\mu_0} + \beta \left(\frac{1}{\mu_{fer}} - \frac{1}{\mu_0}\right) & \text{pour } n = 0 \\ \left(\frac{1}{\mu_{fer}} - \frac{1}{\mu_0}\right) \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi\beta}{2}\right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

Ainsi, on peut exprimer les deux relations constitutives sous forme matricielle de la même manière que (II.24), mais l'utilisation de la règle de l'inverse pour la composante  $\theta$  implique que les matrices de convolutions sont différentes pour chaque composante :

$$\mathbf{B}_r^I = \boldsymbol{\mu}_{c,r}^I \mathbf{H}_r^I \quad (\text{II.50})$$

$$\mathbf{B}_\theta^I = \boldsymbol{\mu}_{c,\theta}^I \mathbf{H}_\theta^I \quad (\text{II.51})$$

La matrice de convolution  $\boldsymbol{\mu}_{c,r}$  est obtenue en formant une matrice de Toeplitz avec les coefficients  $\widehat{\mu}_n^I$ , similairement à (II.25). En revanche,  $\boldsymbol{\mu}_{c,\theta}^I$  correspond à l'inverse de la matrice de Toeplitz formée avec les coefficients  $\left(\frac{1}{\mu}\right)_n^I$  :

$$\boldsymbol{\mu}_{c,\theta}^I = \begin{pmatrix} \widehat{\left(\frac{1}{\mu}\right)}_0^I & \dots & \widehat{\left(\frac{1}{\mu}\right)}_{-2N}^I \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \widehat{\left(\frac{1}{\mu}\right)}_{2N}^I & \dots & \widehat{\left(\frac{1}{\mu}\right)}_0^I \end{pmatrix}^{-1} \quad (\text{II.52})$$

### II.2.c. Solution générale en forme matricielle

Pour trouver la forme générale du potentiel scalaire dans chaque milieu, on utilise la forme matricielle pour toutes les grandeurs des deux domaines comme effectué dans la partie II.1.c. En forme matricielle et en repère cylindrique, la relation entre l'excitation magnétique et le potentiel scalaire s'écrit :

$$\mathbf{H}_r^i = -\frac{\partial}{\partial r} \boldsymbol{\phi}^i \quad (\text{II.53})$$

$$\mathbf{H}_\theta^i = -j \frac{p}{r} \mathbf{N} \boldsymbol{\phi}^i \quad (\text{II.54})$$

Ainsi, à partir de la conservation du flux et des relations constitutives en forme matricielle, l'équation à résoudre dans chaque milieu pour trouver la solution générale est la suivante :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \boldsymbol{\phi}^i + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \boldsymbol{\phi}^i - \frac{1}{r^2} \mathbf{V}^{i2} \boldsymbol{\phi}^i = 0 \quad (\text{II.55})$$

Avec dans le milieu I :

$$\mathbf{V}^I = \left( p^2 \boldsymbol{\mu}_{c,r}^{I-1} \mathbf{N} \boldsymbol{\mu}_{c,\theta}^I \mathbf{N} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.56})$$

Et dans le milieu II :

$$\mathbf{V}^{II} = p \mathbf{N} \quad (\text{II.57})$$

La matrice  $V^I$  a besoin d'être diagonalisée avec  $V^I = P^I D^I P^{I-1}$  tandis que  $V^I = D^{II}$  est déjà une matrice diagonale puisque la perméabilité magnétique est uniforme dans le milieu II. On peut ainsi écrire la forme générale de la solution dans chaque milieu :

$$\phi^I = P^I r^{D^I} P^{I-1} C_1^I + P^I r^{-D^I} P^{I-1} C_2^I \quad (\text{II.58})$$

$$\phi^{II} = r^{D^{II}} C_1^{II} + r^{-D^{II}} C_2^{II} \quad (\text{II.59})$$

Avec  $C_1^I$ ,  $C_2^I$ ,  $C_1^{II}$  et  $C_2^{II}$  les vecteurs contenant les coefficients à déterminer à partir des conditions aux limites et de passage. De manière similaire à la fonction exponentielle,  $r^{D^i}$  est une matrice diagonale contenant  $r$  à la puissance de chaque terme de  $D^i$ .

#### II.2.d. Résolution avec les conditions aux limites

Afin de déterminer les quatre vecteurs d'inconnues, il faut utiliser les deux conditions aux limites extérieures ainsi que les deux conditions de passage. Les conditions (II.40) et (II.41) se transcrivent sous forme matricielle :

$$\phi^I|_{r=R_1} = 0 \quad (\text{II.60})$$

$$\phi^I|_{r=R_3} = -\frac{jR_3}{p} N^{-1} K_s \quad (\text{II.61})$$

Avec  $K_s$  le vecteur correspondant à la densité de courant de surface que l'on écrit :

$$K_s = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{\widehat{K}_s}{2} e^{j\psi} \\ 0 \\ \frac{\widehat{K}_s}{2} e^{-j\psi} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.62})$$

Les conditions de passage entre le milieu I et II s'écrivent quant à elles :

$$\phi^I|_{r=R_2} = \phi^{II}|_{r=R_2} \quad (\text{II.63})$$

$$\mu_{c,r}^I \frac{\partial \phi^I}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = \mu_0 \frac{\partial \phi^{II}}{\partial r} \Big|_{r=R_2} \quad (\text{II.64})$$

Ainsi, pour déterminer les quatre vecteurs de coefficients, il suffit de remplacer  $\phi^I$  et  $\phi^{II}$  par leur forme générale dans les équations (II.60) à (II.64) puis résoudre numériquement le système d'équation linéaire correspondant. Cela nécessite l'inversion d'une matrice de taille  $(4N + 4)^2$ . Généralement, les articles de la littérature se suffisent de ce système, il est cependant possible de le simplifier afin de réduire la taille de la matrice à inverser. Pour cela, il suffit de travailler analytiquement les équations, on pose notamment la relation suivante à partir de (II.63) :

$$\phi^I|_{r=R_2} = \phi^{II}|_{r=R_2} = \mathbf{a} \quad (\text{II.65})$$

Avec  $\mathbf{a}$  un nouveau vecteur de coefficient inconnus. Nous allons nous arranger pour que la forme générale de  $\boldsymbol{\phi}^I$  et  $\boldsymbol{\phi}^{II}$  ne dépende plus que de ce vecteur qui sera ensuite calculé numériquement. Nous définissons à cet égard, les fonctions matricielles  $\mathbf{E}_D(u, v)$  et  $\mathbf{Q}_D(u, v)$  pour  $D$  une matrice diagonale quelconque et  $u, v$  des scalaires quelconques :

$$\mathbf{E}_D(u, v) = \left(\frac{u}{v}\right)^D + \left(\frac{v}{u}\right)^D \quad (\text{II.66})$$

$$\mathbf{Q}_D(u, v) = \left(\frac{u}{v}\right)^D - \left(\frac{v}{u}\right)^D \quad (\text{II.67})$$

Ainsi, à partir de (II.60) et (II.65), on peut réécrire  $\boldsymbol{\phi}^I$  sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\phi}^I = \mathbf{P}^I \frac{\mathbf{Q}_{D^I}(r, R_1)}{\mathbf{Q}_{D^I}(R_2, R_1)} \mathbf{P}^{I-1} \mathbf{a} \quad (\text{II.68})$$

On note que, bien que  $\mathbf{Q}_D(u, v)$  soit matricielle, on se permet d'utiliser la barre de fraction pour faciliter l'écriture, car il s'agit de matrices diagonales qui sont donc commutatives, ce qui n'est pas le cas des matrices  $\mathbf{P}^I$ .

De même, à partir de (II.61) et (II.65), on peut réécrire  $\boldsymbol{\phi}^{II}$  :

$$\boldsymbol{\phi}^{II} = \frac{\mathbf{Q}_{D^{II}}(r, R_3)}{\mathbf{Q}_{D^{II}}(R_2, R_3)} \mathbf{a} - \frac{jR_3}{p} \frac{\mathbf{Q}_{D^{II}}(r, R_2)}{\mathbf{Q}_{D^{II}}(R_3, R_2)} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{K}_s \quad (\text{II.69})$$

Ainsi, il ne reste plus que le vecteur de coefficient  $\mathbf{a}$  à déterminer à partir de (II.64), le nombre de coefficients à déterminer a été divisé par 4 et la matrice à inverser est donc beaucoup plus petite ce qui permet d'augmenter la vitesse de résolution. Cette étape peut paraître triviale, mais est très souvent oubliée ou passée sous silence dans la littérature.

Finalement, on applique la relation de passage (II.64) :

$$\begin{aligned} & \left( \mu_{c,r}^I \mathbf{P}^I \frac{\mathbf{D}^I \mathbf{E}_{D^I}(R_2, R_1)}{R_2 \mathbf{Q}_{D^I}(R_2, R_1)} \mathbf{P}^{I-1} - \mu_0 \frac{\mathbf{D}^{II} \mathbf{E}_{D^I}(R_2, R_3)}{R_2 \mathbf{Q}_{D^I}(R_2, R_3)} \right) \mathbf{a} \\ & = -\mu_0 \frac{j2R_3 \mathbf{D}^{II}}{pR_2} \mathbf{Q}_{D^{II}}(R_3, R_2)^{-1} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{K}_s \end{aligned} \quad (\text{II.70})$$

Afin de pouvoir déterminer  $\mathbf{a}$  en résolvant numériquement (II.70), il faut tenir compte d'une dernière subtilité. Pour que le système puisse être résolu, il faut que la matrice en facteur de  $\mathbf{a}$  soit inversible, or, elle ne l'est pas en l'état. En effet, tel que définit jusqu'ici, les matrices  $\mathbf{D}^I$  et  $\mathbf{D}^{II}$  ont un déterminant nul provenant de la définition de la matrice  $\mathbf{N}$  par (II.20). La matrice  $\mathbf{N}$  est en effet la concaténation sur la diagonale du rang des harmoniques considérés, par conséquent, l'harmonique de rang  $n = 0$  se traduit par la présence d'un 0 sur la diagonale de  $\mathbf{N}$  rendant cette matrice et celles qui en découlent non inversibles. De plus, si l'on raisonne par rapport à l'équation différentielle (II.55), on se rend compte que les formes (II.58) et (II.59) correspondent à la forme attendue de la solution uniquement pour  $n \neq 0$ , il est donc logique que le système ne puisse pas être résolu puisque la forme générale n'est pas solution de l'équation pour un des harmoniques. Pour pallier à ce problème, il faut affecter une valeur suffisamment faible, mais non nulle (par exemple  $10^{-5}$ ) à la place d'un zéro pour rendre le système inversible [231]. On peut montrer la validité de cette manipulation par un développement limité en  $n \rightarrow 0$ .

## II.2.e. Résultats

Pour valider la méthode, nous allons comparer les résultats du modèle avec une simulation MEF sur COMSOL utilisant la même géométrie et les mêmes hypothèses. Les paramètres de l'exemple étudié sont donnés dans le Tableau II.1, nous prendrons  $N = 100$  pour le modèle analytique, ce choix est arbitraire car l'objectif n'est pas de faire une analyse de performances du modèle.

On trace sur la Figure II.12 la distribution des composantes radiales et azimutales du champ magnétique sous une paire de pôle au milieu de l'entrefer pour  $\psi = 45^\circ$  (correspondant au couple maximum), calculé par la méthode semi-analytique et COMSOL. On remarque une correspondance parfaite entre les deux distributions de champ magnétique.

Tableau II.1 Paramètres pour l'exemple de la machine à réluctance variable

| Paramètre       | Description   | Valeur         |
|-----------------|---|----------------|
| $R_1$           | Rayon extérieur de la culasse rotorique                 | 100 mm         |
| $R_2$           | Rayon extérieur du rotor                                | 120 mm         |
| $R_3$           | Rayon d'alésage du stator                               | 123 mm         |
| $L_u$           | Longueur utile de la machine                            | 200 mm         |
| $p$             | Nombre de paires de pôles                               | 4              |
| $\beta$         | Ouverture d'un pôle                                     | 0,5            |
| $\mu_{fer}$     | Perméabilité magnétique des pôles saillants             | $100\mu_0$ H/m |
| $\widehat{K}_s$ | Amplitude de la densité de courant surfacique du stator | 50 kA/m        |

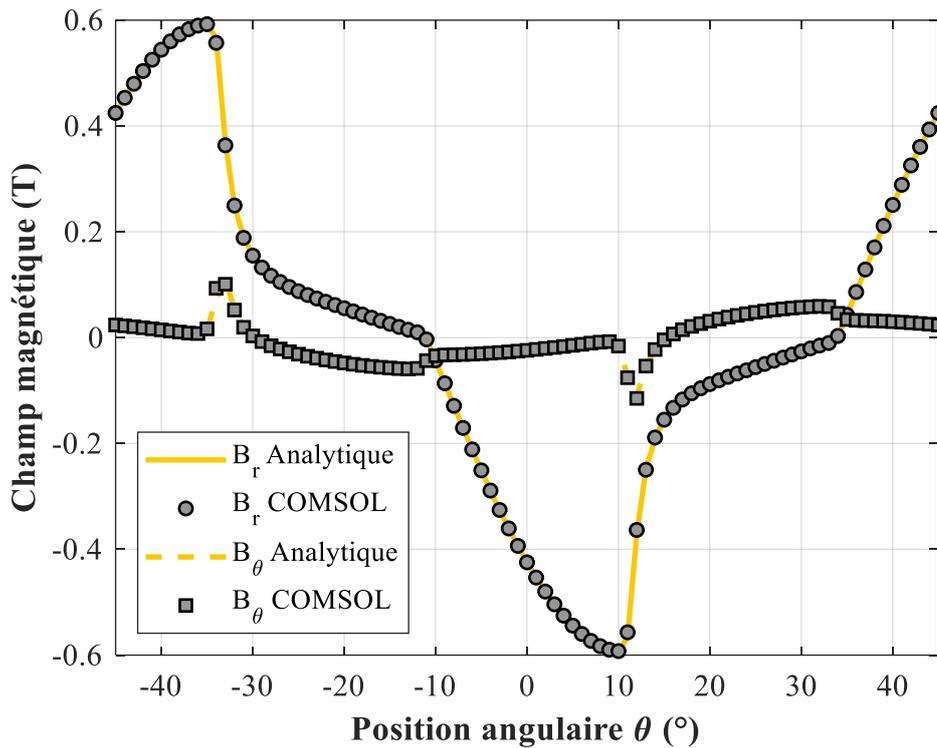


Figure II.12 Distribution du champ magnétique dans l'entrefer de la machine à reluctance variable.

On peut aussi vérifier le résultat du modèle en calculant le couple que l'on obtient à partir du tenseur de Maxwell au rayon d'alésage du stator  $R_3$ . Pour ce rayon, l'excitation tangentielle est égale à la densité de courant surfacique qui ne comporte que le fondamental, ce qui permet d'écrire que le couple  $T_{em}$  est égal à

$$T_{em} = -\pi L_u R_3^2 \widehat{K}_s \left( \widehat{B}_{r_1}^{II}(R_3) e^{-j\psi} + \widehat{B}_{r_{-1}}^{II}(R_3) e^{j\psi} \right) \quad (\text{II.71})$$

On trace ainsi sur la Figure II.13 l'évolution du couple en fonction de  $\psi$  calculé par la méthode semi-analytique et COMSOL, on note toujours une correspondance parfaite. Par ailleurs, on trace sur cette figure le couple obtenu par le modèle analytique, mais sans différentier les matrices  $\mu_{c,\theta}^I$  et  $\mu_{c,r}^I$  avec la règle de l'inverse afin de voir l'amélioration de convergence apportée par cette dernière. On remarque que la courbe du couple sans appliquer la règle de l'inverse est légèrement décalée par rapport aux deux autres à cause de la mauvaise convergence. Cet impact est cependant relativement faible dans le cas présent puisque l'erreur sur le couple maximum ne s'élève qu'à 0,7 %. Enfin, on trace la courbe obtenue par le modèle analytique, mais en prenant  $\mu_{fer} = 10\mu_0$  afin de mettre en évidence la flexibilité du modèle. Comme on peut le voir sur le graphique, la perméabilité magnétique est, dans le cas présent, un paramètre ayant un impact important sur le couple ce qui montre l'apport non négligeable de bénéficier d'un modèle ne considérant pas le fer du pôle saillant comme étant de perméabilité infinie comme c'est le cas dans beaucoup de modèles semi-analytiques.

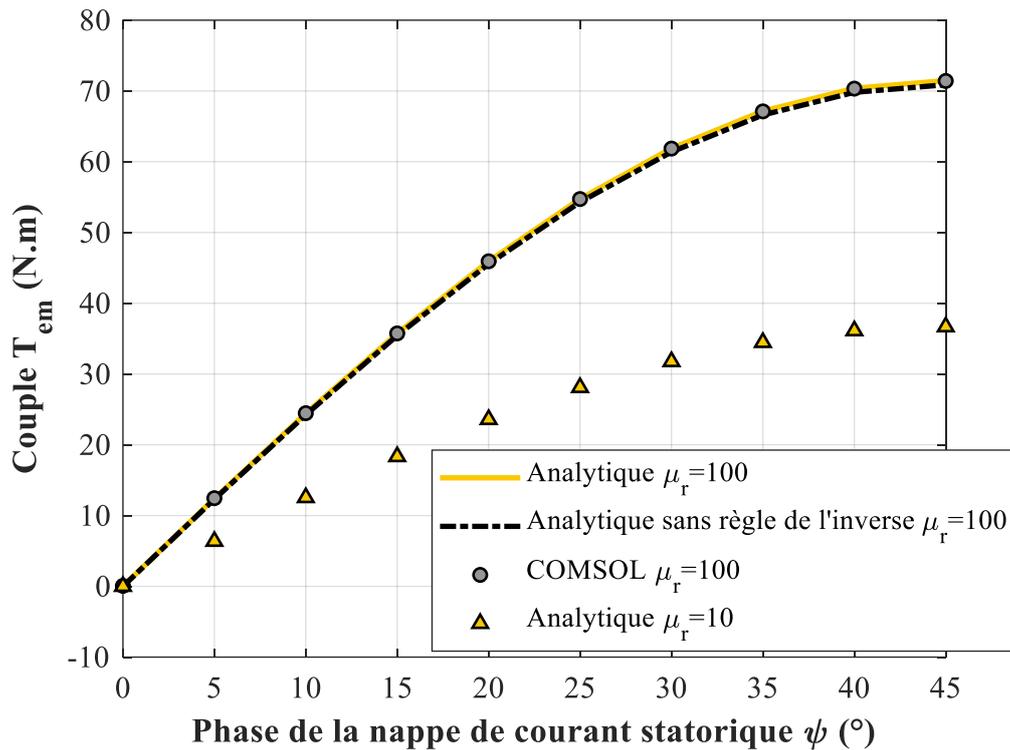


Figure II.13 Evolution du couple en fonction de la phase de la nappe de courant statorique pour l'exemple de la machine à reluctance variable.

Le problème que nous venons de traiter a permis de présenter et d'évaluer les manipulations mathématiques nécessaires pour pouvoir résoudre des modèles comportant des sous-domaines de perméabilité magnétique non-uniforme. Les deux manipulations principales étant l'utilisation de la règle de l'inverse pour assurer une bonne convergence au niveau des discontinuités de perméabilité magnétique et le remplacement de l'harmonique nul par un harmonique non-nul de valeur très faible pour assurer que les matrices soient inversibles. En testant la méthode sur un cas simple que l'on a comparé avec un modèle MEF ayant les mêmes hypothèses physiques, nous avons pu valider la pertinence de la méthode et de son développement mathématique. Cette étape est importante parce que le modèle que nous allons développer par la suite pour la machine à modulation de flux comportera un certain nombre d'hypothèses physiques pour la rendre modélisable, nous pourrions donc attribuer les potentielles imprécisions aux hypothèses physiques et non au fonctionnement mathématique de la méthode.

## II.3. Forme matricielle pour les géométries 3D

### II.3.a. Construction vectorielle et matricielle

Les travaux antérieurs à ce manuscrit portent uniquement sur les modèles 2D cylindriques et la méthode matricielle n'a pas été étendue aux problèmes 3D. Nous allons donc décrire dans cette partie un formalisme permettant de traiter les géométries 3D.

La structure avec laquelle sont construites les matrices en 2D est relativement intuitive. Le traitement des problèmes 3D, quant à lui, nécessite d'utiliser une construction des matrices moins évidente. Pour cela, on se place dans le cas d'un repère Cartésien 3D  $(x, y, z)$  ou l'on traite un domaine rectangulaire de perméabilité magnétique variable dans les directions  $x$  et  $y$ . On suppose que les conditions aux limites sur  $x$  (en 0 et  $X_L$ ) ainsi qu'en  $y$  (en 0 et  $Y_L$ ) respectent les conditions détaillées dans la partie II.1.d et permettent d'écrire les différentes grandeurs magnétiques  $X(x, y, z)$  sous la forme suivante :

$$X(x, y, z) = \sum_{n=-N}^N \sum_{k=-N}^N \widehat{X}_{n,k}(z) e^{j\frac{2\pi n}{X_L}x} e^{j\frac{2\pi k}{Y_L}y} \quad (\text{II.72})$$

Pour pouvoir résoudre, il faut mettre (II.72) sous la forme d'un vecteur  $\mathbf{X}$  contenant les  $(2N + 1)^2$  harmoniques. Il y a plusieurs manières possibles de construire ce vecteur et aucune n'est aussi intuitive qu'en 2D. La littérature ne comportant aucun modèle 3D prescrivant la manière de concaténer les coefficients, nous proposerons ici une structure pour la suite de ce manuscrit, mais notons que d'autres structures sont possibles.

Ainsi, on choisit de concaténer les harmoniques de la manière suivante :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \widehat{X}_{-N,-N}(z) \\ \widehat{X}_{-N+1,-N}(z) \\ \vdots \\ \widehat{X}_{N,-N}(z) \\ \widehat{X}_{-N,-N+1}(z) \\ \widehat{X}_{-N+1,-N+1}(z) \\ \vdots \\ \widehat{X}_{N,N}(z) \end{pmatrix} \quad (\text{II.73})$$

De manière plus compacte, on écrit :

$$\mathbf{X} = X_m = \widehat{X}_{n,k}(z) \quad (\text{II.74})$$

Avec  $m$  l'indice de position dans le vecteur qui est lié aux harmoniques  $n$  et  $k$  par les relations suivantes :

$$n = \text{mod}(m - 1, 2N + 1) - N \quad (\text{II.75})$$

$$k = \text{fix}\left(\frac{m - 1}{2N + 1}\right) - N \quad (\text{II.76})$$

Les fonctions  $fix(u)$  et  $mod(v, w)$  correspondent respectivement à l'arrondi vers 0 de  $u$  et au reste de la division de  $v$  par  $w$ .

Pour repasser à la forme scalaire, il faut utiliser la transformation suivante :

$$X(x, y, z) = \mathbf{X}^T \exp \left( j \frac{2\pi}{X_L} \mathbf{diag}(\mathbf{N}_x)x + j \frac{2\pi}{Y_L} \mathbf{diag}(\mathbf{N}_y)y \right) \quad (\text{II.77})$$

On remarque ici qu'il y a deux matrices différentes concaténant les rangs d'harmoniques, la matrice  $\mathbf{N}_x$  correspond aux rang  $n$  de la série de Fourier suivant  $x$  tandis que la matrice  $\mathbf{N}_y$  correspond aux rang  $k$  de la série de Fourier suivant  $y$ . Ainsi, en accord avec la forme (II.73), on exprime ces matrices de la manière suivante :

$$\mathbf{N}_x = N_{x_{m,l}} = \begin{cases} 10^{-5} \text{ si } m \neq l \\ mod(m - 1, 2N + 1) - N \text{ si } m = l \end{cases} \quad (\text{II.78})$$

$$\mathbf{N}_y = N_{y_{m,l}} = \begin{cases} 10^{-5} \text{ si } m \neq l \\ fix\left(\frac{m-1}{2N+1}\right) - N \text{ si } m = l \end{cases} \quad (\text{II.79})$$

Avec  $m$  et  $l$  les indices de position des composants des matrices. Comme dans la partie précédente, on remplace les rangs d'harmoniques nuls par une valeur très faible pour rendre la matrice inversible.

Par conséquent, on peut exprimer les dérivées par rapport à  $x$  et  $y$  en utilisant les matrices  $\mathbf{N}_x$  et  $\mathbf{N}_y$  :

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial x} = j \frac{2\pi}{X_L} \mathbf{N}_x \mathbf{X} \quad (\text{II.80})$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial y} = j \frac{2\pi}{Y_L} \mathbf{N}_y \mathbf{X} \quad (\text{II.81})$$

En 3D, la loi de comportement magnétique s'exprime aussi à l'aide du produit de Cauchy :

$$\widehat{B_{u_{n,k}}}(z) = \sum_{n'=-N}^N \sum_{k'=-N}^N \mu_{n-n', k-k'} \widehat{H_{u_{n',k'}}}(z) \text{ avec } u = x, y \text{ ou } z \quad (\text{II.82})$$

Le produit de Cauchy 3D s'exprime de manière identique à (II.24) avec la matrice de convolution  $\boldsymbol{\mu}_c$  qui est toujours une matrice de Toeplitz construite de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\mu}_c = \mu_{c_{m,l}} = \mu_{n-n', k-k'} \quad (\text{II.83})$$

Avec :

$$n = mod(m - 1, 2N + 1) - N \quad (\text{II.84})$$

$$k = fix\left(\frac{m-1}{2N+1}\right) - N \quad (\text{II.85})$$

$$n' = mod(l - 1, 2N + 1) - N \quad (\text{II.86})$$

$$k' = fix\left(\frac{l-1}{2N+1}\right) - N \quad (\text{II.87})$$

Bien entendu, on utilise la même construction lorsque l'on souhaite exprimer la loi de comportement à l'aide de la règle de l'inverse.

### II.3.b. Discontinuités de perméabilité magnétique

Nous allons déterminer maintenant dans quel cas de figure et pour quelles composantes il faut utiliser la règle de l'inverse en cas de présence de discontinuité de la perméabilité magnétique en 3D. Pour cela, plaçons-nous dans le cas de la Figure II.14 qui présente un matériau magnétique rectangulaire entouré d'air. La saillance magnétique peut être soit ferromagnétique ( $\mu_r > 1$ ) soit diamagnétique ( $\mu_r < 1$ ). Dans les deux cas, cette géométrie présente une discontinuité notamment en  $x = X_1$  et en  $y = Y_1$ .

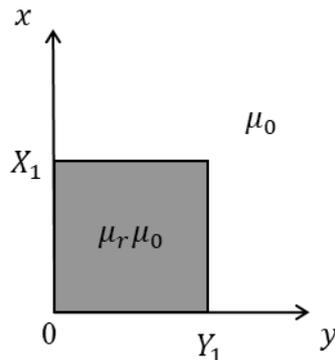


Figure II.14 Géométrie 3D présentant des discontinuités de perméabilité magnétique dans les directions  $x$  et  $y$ .

Comme en 2D, il faut se prémunir de potentiels problèmes de convergence à l'endroit des deux discontinuités magnétiques considérées. Pour cela, nous allons, comme dans la partie I.2.b, lister les composantes du champ magnétique et de l'excitation magnétique qui sont continues ou discontinues sur les frontières de la saillance.

Sur la frontière en  $x = X_1$  :

- Les composantes  $B_x$ ,  $H_y$  et  $H_z$  sont continues.
- Les composantes  $H_x$ ,  $B_y$  et  $B_z$  sont discontinues.

Sur la frontière en  $y = Y_1$  :

- Les composantes  $H_x$ ,  $B_y$  et  $H_z$  sont continues.
- Les composantes  $B_x$ ,  $H_z$  et  $B_z$  sont discontinues.

Tout d'abord, on note que la composante  $B_z$  est discontinue sur les deux frontières, par conséquent, il ne faut pas appliquer la règle de l'inverse pour cette composante. Pour les composantes  $x$  et  $y$  cependant, on remarque que lorsqu'une composante est continue sur une frontière, alors elle est discontinue sur l'autre. Cela implique que l'on ne peut pas assurer la convergence parfaite de toutes les composantes sur toutes les faces de la saillance. Le choix de la composante pour laquelle il vaut mieux assurer la convergence nécessite de distinguer les cas où la saillance est ferromagnétique ou diamagnétique.

Dans le cas où la saillance est ferromagnétique ( $\mu_r > 1$ ), les lignes de champ ont tendance à être normales aux frontières entre les milieux, par conséquent il vaut mieux assurer la convergence des composantes normales ( $B_x$  en  $X_1$  et  $B_y$  en  $Y_1$ ) puisque celles-ci seront de plus

forte amplitude devant les composantes tangentielles. Cela implique qu'il faut appliquer la règle de l'inverse sur la loi de comportement sur les composantes  $x$  et  $y$ .

Dans le cas où la saillance est diamagnétique ( $\mu_r < 1$ ), les lignes de champ ont tendance à être tangentielles aux frontières entre les milieux. Ainsi à l'inverse du cas précédent, il faut donc assurer la convergence des composantes tangentielles ( $B_y$  en  $X_1$  et  $B_x$  en  $Y_1$ ) puisque les composantes normales seront d'amplitude plus faible. Ainsi, il ne faut appliquer la règle de l'inverse sur aucune des composantes dans ce cas.

Dans les deux cas que nous venons d'évoquer, nous pouvons noter que bien qu'une des composantes ait une moins bonne convergence, l'exemple traité dans la partie II.2 montre que l'impact reste limité sur les résultats finaux. De plus, l'erreur générée dépend de l'amplitude de la discontinuité [237]. En effet, pour des discontinuités de faible amplitude, l'erreur générée est plus faible. Pour les discontinuités de fortes amplitude, l'erreur est plus importante mais, dans le même temps, le comportement des lignes de champ que nous venons de décrire à la frontière entre les milieux s'accroît. Par conséquent, les composantes affectées par la mauvaise convergence sont d'autant plus faibles ce qui compense l'augmentation de l'erreur.

### III. Conclusion et limites

Dans ce chapitre, après avoir présenté la méthode de séparation des variables pour la modélisation d'actionneurs, nous avons mis en évidence l'intérêt de pouvoir construire des modèles semi-analytiques comportant des sous-domaines de perméabilité magnétique non-uniforme. La méthode à employer pour résoudre de tels modèles a été présentée en détails à partir de la littérature sur le sujet ainsi que d'exemples qui ont permis d'introduire les conditions à respecter et les outils mathématiques nécessaires. Nous avons ensuite étendu cette méthode matricielle aux problèmes 3D en montrant les subtilités ainsi que le formalisme adapté. A ce stade, nous disposons donc de tous les outils nécessaires à la résolution du problème de la fonction de modulation de la Figure II.6.

Avant de passer au chapitre suivant et à la modélisation de la machine à modulation de flux, nous pouvons ajouter quelques réflexions quant aux limites de la méthode matricielle dans un cadre plus général. En particulier, nous pouvons nous interroger sur les cas pour lesquels l'utilisation de cette méthode est pertinente. Comme nous l'avons montré en début de chapitre, les actionneurs comportant des saillances magnétiques sont nombreux et la méthode matricielle semble une solution séduisante pour nombre d'entre eux. En particulier, plus le nombre de saillances est important, plus le potentiel de la méthode matricielle en matière de réduction du nombre de sous-domaines est important. Cependant, bien que cette réduction du nombre de sous-domaines apporte un gain non négligeable en termes de simplicité de construction du modèle, cela ne s'accompagne pas nécessairement d'une réduction du temps de calcul. En effet, comme c'est le cas pour l'exemple II.1.d, lorsque la périodicité des sources et de la perméabilité est différente, cela nous force à faire apparaître des harmoniques nuls dans les vecteurs de coefficients. Dans le cas de la Figure II.8, les harmoniques pairs de l'aimantation et les harmoniques impairs de la perméabilité sont nuls mais doivent tout de même être pris en compte dans les vecteurs. Pour d'autres types d'actionneurs, le nombre d'harmoniques nuls dont il faut tenir compte peut être encore plus grand. Typiquement, si l'on souhaite utiliser la méthode matricielle pour calculer le couple de détente d'une machine à aimants dont le nombre de dents n'est absolument pas multiple du nombre d'aimants, un grand nombre d'harmoniques de l'aimantation ainsi que de la perméabilité devront être égaux à zéro. Par conséquent, disposer

d'un nombre suffisant d'harmoniques non-nuls peut nécessiter un nombre total d'harmoniques très important qui va fortement ralentir la résolution. En comparaison, traiter ce type de problème sans forme matricielle avec des sous-domaines de perméabilité uniforme sera certes beaucoup plus fastidieux à développer mais nécessitera beaucoup moins d'harmoniques. Ce problème est d'autant plus exacerbé en 3D puisque la double décomposition en série de Fourier limite fortement le nombre d'harmoniques total qu'il est possible de calculer tout en gardant un temps de calcul raisonnable. Ainsi, nous pouvons en conclure que du point de vue du gain en temps de calcul, la méthode matricielle apporte un gain dans les cas où la saillance magnétique est de périodicité similaire à celle des sources. Le cas de la machine à modulation de flux est donc parfaitement adapté à cet égard.

D'autre part, nous pouvons chercher dans quelle mesure la méthode matricielle pourrait être étendue à d'autres problèmes d'électromagnétisme en lien avec le dimensionnement des actionneurs. En premier lieu, il paraîtrait opportun de tenter d'appliquer le produit de Cauchy à la loi d'Ohm locale afin de modéliser des sous-domaines de conductivité électrique non-uniforme. Ainsi, il serait possible de modéliser des phénomènes de courants induits complexes sous forme matricielle dans les actionneurs. Enfin, l'extension au 3D que nous avons proposé se place dans le cadre des géométries 3D Cartésiennes, mais on peut s'interroger sur la possibilité de résoudre en forme matricielle des problèmes 3D cylindriques. Un premier obstacle à cela semble être le comportement des fonctions de Bessel lorsque l'argument est écrit sous forme matricielle. Cependant, il est possible de montrer, à partir de la définition en série entière de la fonction de Bessel, que celle-ci peut admettre des matrices diagonalisables en argument et conserver ses propriétés de récurrence. Ainsi, il est parfaitement possible de traiter des problèmes 2D axisymétriques faisant intervenir ces fonctions. En revanche, en 3D, la résolution de l'équation différentielle de Bessel nécessiterait non seulement d'utiliser des fonctions de Bessel dont l'argument est une matrice mais aussi dont l'ordre serait matriciel. Toujours en partant de la définition de la fonction de Bessel, cela ne semble impossible mais nécessite d'étudier le comportement de la fonction Gamma (fonction étendant le concept de factorielle aux nombres entiers) avec des arguments matriciels et une telle étude va au-delà des notions mathématiques qui ont permis l'écriture de ce manuscrit.

---

# **Chapitre III**

## **Modèle semi-analytique d'une machine axiale à modulation de flux**

---

### I. Introduction

A l'aide des concepts présentés dans le chapitre précédent, nous disposons maintenant de tous les outils nécessaires au développement d'un modèle semi-analytique de la machine à modulation de flux.

Dans ce chapitre nous allons donc présenter et résoudre les trois problèmes d'électromagnétisme, chacun correspondant à un des trois composants principaux de la machine, qui constituent le modèle global. Le problème principal, qui fera appel aux notions du chapitre précédent, consiste à calculer la fonction de modulation traduisant la capacité du rotor à dévier les lignes de champ magnétique. Le second problème correspond au calcul du champ magnétique créé par la bobine pour lequel nous nous contenterons de rappeler le résultat sans démonstration puisque celle-ci est déjà disponible dans la littérature antérieure à nos travaux. Enfin, le dernier problème consiste à calculer le couple de la machine à partir du flux magnétique ainsi que les pertes par courants de Foucault dans un induit sans circuit ferromagnétique. Une fois ces trois problèmes résolus et superposés, nous étudierons la validité du modèle en le confrontant à différents modèles MEF afin d'évaluer ses forces et ses limites. Enfin, nous verrons qu'il est possible de partiellement tenir compte du comportement magnétique des pastilles supraconductrices lorsque celles-ci ne sont pas supposées parfaites en tentant de modéliser la pénétration du champ magnétique à l'aide du modèle de Bean et d'une légère modification du modèle.

### I.1. Rappel des paramètres géométriques de la machine

Afin de faciliter la lecture, les figures III.1 et III.2 rappellent la notation des paramètres géométriques de l'inducteur et de l'induit de la machine à modulation de flux.

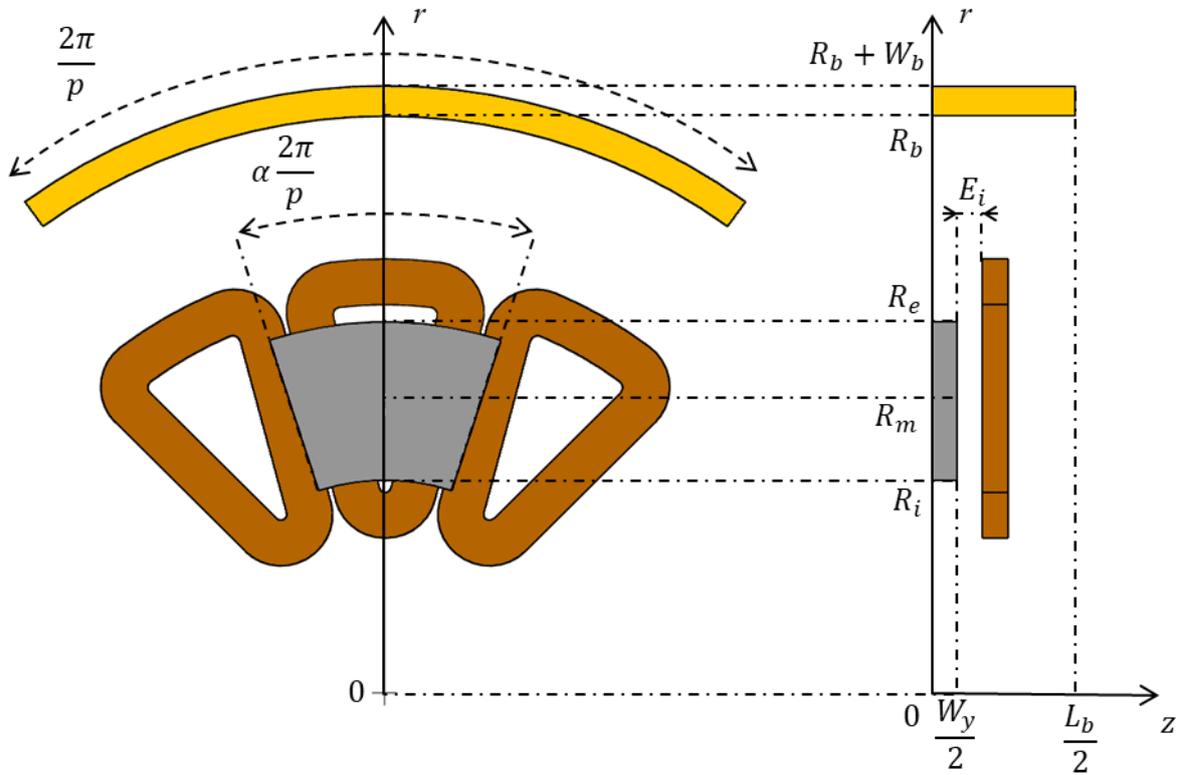


Figure III.1 Paramètres géométriques de l'inducteur.

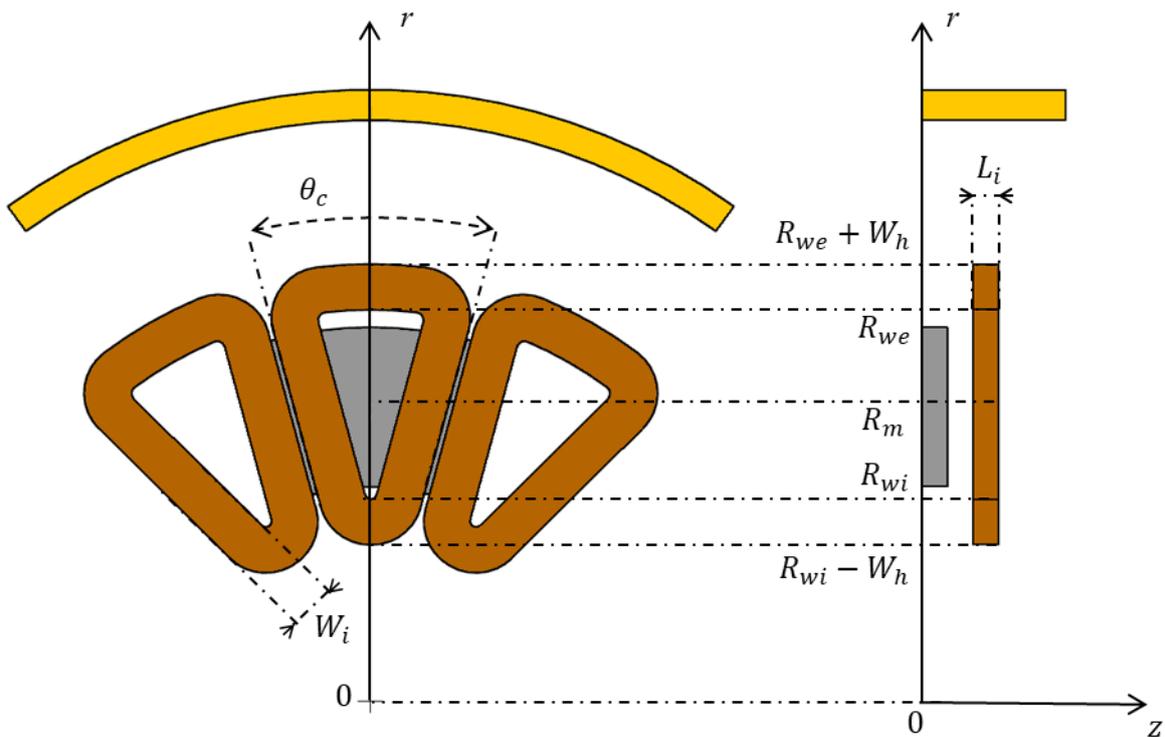


Figure III.2 Paramètres géométriques de l'induit.

## II. Modèle 3D de la machine à modulation de flux

### II.1. Présentation du modèle

A partir des réflexions et développements du chapitre précédent nous allons récapituler les hypothèses et choix de méthode de modélisation retenus pour modéliser la machine à modulation de flux

Les trois composants actifs de la machine (bobine HTS, le rotor et l'induit) sont modélisés séparément en résolvant et en superposant trois problèmes distincts relativement simples.

- Un premier problème 2D axisymétrique permet de calculer le champ magnétique axial créé par la bobine HTS. Le modèle analytique correspondant a déjà été détaillé dans de précédents travaux sur la machine à modulation de flux [192], [209] et nous nous contenterons donc de donner l'expression du champ magnétique sans démonstration.
- Le second problème permet de calculer une fonction de modulation traduisant la capacité des pastilles HTS à dévier le champ magnétique de la bobine HTS et à générer une variation spatiale du champ dans l'entrefer. Ce modèle 3D est développé à l'aide des outils et du formalisme matriciel adapté introduits dans le chapitre précédent. Le champ magnétique de l'inducteur sera ainsi obtenu en faisant le produit du champ de la bobine et de la fonction de modulation.
- Le troisième et dernier problème permet de déduire le couple électromagnétique de la machine à l'aide du flux magnétique de l'inducteur et de coefficients de bobinage. La modélisation de l'induit permettra, par ailleurs, de calculer les pertes par courant de Foucault dans les conducteurs de l'induit.

Le modèle proposé fait appel aux hypothèses suivantes. On suppose que les composants non actifs de la machine, non représentés sur la Figure II.1, sont amagnétiques et isolants électriques et ne sont donc pas pris en compte ici. Pour les composants restants, on suppose un comportement magnétique linéaire.

### II.2. Fonction de modulation

#### II.2.a. Géométrie et conditions aux limites du problème

Le calcul de la fonction de modulation nécessite d'imaginer un problème fictif dans lequel on place le rotor dans un champ magnétique qui serait uniforme en l'absence de pastilles HTS et de déterminer la déviation causée par ces dernières sur les lignes de champ. On obtient la fonction de modulation en divisant le champ magnétique en présence des pastilles par le champ magnétique uniforme appliqué.

Pour cela, on fait l'hypothèse que les pastilles supraconductrices se comportent comme des matériaux diamagnétiques parfaits. Nous reviendrons sur cette hypothèse à la fin de ce chapitre. En outre, on néglige les effets de courbure des pastilles supraconductrices en effectuant la linéarisation au rayon moyen présentée sur la Figure II.5 permettant de simplifier le problème en utilisant un repère Cartésien  $(x, y, z)$  avec les transformations (II.1) et (II.2).

Ainsi, la Figure III.3 présente, dans les plans  $(x, z)$  et  $(y, z)$ , la géométrie du problème Cartésien. Le problème est divisé en deux sous-domaines dans la direction  $z$ , le domaine I correspond à la région des pastilles HTS tandis que le domaine II correspond à l'environnement



Par ailleurs, seule la demi épaisseur de la pastille dans la direction  $z$  est considérée grâce au plan de symétrie en  $z = 0$  ce qui impose l'orthogonalité du champ sur cette surface. En potentiel scalaire, cela s'exprime par :

$$\phi^I(x, y, 0) = 0 \quad (\text{III.2})$$

Les autres conditions aux limites extérieures sont artificielles et viennent donc moins naturellement. Dans la direction  $x$ , on choisit d'imposer en  $x = -L/2$  et  $x = L/2$  des isolations magnétiques traduisant le fait que la pastille n'a plus d'impact sur les lignes de champ lorsque l'on s'éloigne suffisamment de celle-ci. On a ainsi :

$$\frac{\partial \phi^I}{\partial x} \left( -\frac{L}{2}, y, z \right) = \frac{\partial \phi^I}{\partial x} \left( \frac{L}{2}, y, z \right) = 0 \quad (\text{III.3})$$

Cette condition impose notamment que les lignes de champ soient dans la direction  $\vec{u}_z$  en l'absence de pastille. Ensuite, en  $z = Z_2$ , on place une autre frontière artificielle servant à appliquer le champ magnétique. Pour cela, on impose la condition de Dirichlet suivante :

$$\phi^{II}(x, y, Z_2) = -Z_2 \frac{B_0}{\mu_0} \quad (\text{III.4})$$

Où  $B_0$  est la valeur du champ magnétique uniforme appliqué par cette condition. Il est en effet aisé de montrer que les conditions (III.3) et (III.4) imposent, en l'absence de pastille,  $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z$ .

Dans le cas des limites artificielles (III.3) et (III.4), il faut qu'elles soient suffisamment éloignées de la pastille pour ne pas impacter la déviation des lignes de champ. Pour la suite nous prendrons donc  $Z_2 = \frac{W_2}{2} + 5R_e$  et  $L = 3D$ .

### ***II.2.b. Solution générale dans chaque domaine***

En utilisant les principes décrits dans la partie Chapitre III.1.d, on peut écrire le potentiel scalaire dans chaque domaine sous la forme :

$$\phi^I(x, y, z) = \sum_{n=-N}^N \sum_{k=-N}^N \widehat{\phi}_{n,k}^I(z) e^{j\frac{2\pi n}{L}x} e^{j\frac{2\pi k}{\tau}y} \quad (\text{III.5})$$

En outre, on exprime aussi la distribution de perméabilité magnétique dans le milieu I sous la forme d'une série de Fourier :

$$\mu^I(x, y) = \sum_{n=-N}^N \sum_{k=-N}^N \widehat{\mu}_{n,k}^I e^{j\frac{2\pi n}{L}x} e^{j\frac{2\pi k}{\tau}y} \quad (\text{III.6})$$

Avec les coefficients  $\widehat{\mu}_{n,k}^I$  égaux à :

$$\widehat{\mu}_{n,k}^I = \begin{cases} \mu_0 \left(1 - \alpha \frac{D}{L}\right) + 10^{-4} \mu_0 \text{ pour } n = k = 0 \\ -\frac{\mu_0 \alpha}{\pi n} \sin\left(n\pi \frac{D}{L}\right) \text{ pour } n \neq 0 \text{ et } k = 0 \\ -\frac{\mu_0 D}{\pi k L} \sin(k\pi \alpha) \text{ pour } n = 0 \text{ et } k \neq 0 \\ -\frac{\mu_0}{\pi n k} \sin\left(n\pi \frac{D}{L}\right) \sin(k\pi \alpha) \text{ pour } n \neq 0 \text{ et } k \neq 0 \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

On remarque que l'on a ajouté  $10^{-4} \mu_0$  à la valeur moyenne de la décomposition en série de Fourier parce qu'il n'est pas possible de considérer un matériau diamagnétique parfait ( $\mu = 0$ ) puisque la perméabilité à besoin d'être inversée dans la résolution et ne peut donc pas être localement strictement nulle.

On utilise pour la résolution la forme matricielle 3D décrite en dans le chapitre précédent. Comme nous l'avons précisé, le traitement des discontinuités ne fait appel à la règle de l'inverse pour aucune des composantes puisque le matériau est diamagnétique, on peut donc écrire la loi de comportement du milieu I sur chaque composante à partir d'une seule matrice de convolution  $\mu_c^I$  :

$$\mathbf{B}_u^I = \mu_c^I \mathbf{H}_u^I \text{ avec } u = x, y \text{ ou } z \quad (\text{III.8})$$

Par ailleurs, la relation liant le potentiel scalaire magnétique et l'excitation magnétique s'écrit :

$$\mathbf{H}_x^i = -j \frac{2\pi}{\tau} N_x \phi^i \quad (\text{III.9})$$

$$\mathbf{H}_y^i = -j \frac{2\pi}{L} N_y \phi^i \quad (\text{III.10})$$

$$\mathbf{H}_z^i = -\frac{\partial \phi^i}{\partial z} \quad (\text{III.11})$$

A partir de la conservation du flux, on peut écrire l'équation différentielle de magnétostatique à résoudre dans chaque domaine :

$$\frac{\partial^2 \phi^i}{\partial z^2} - \mathbf{V}^i \phi^i = 0 \quad (\text{III.12})$$

Avec dans le milieu I :

$$\mathbf{V}^I = \left( \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \mu_c^I N_x \mu_c^I N_x + \left(\frac{2\pi}{\tau}\right)^2 \mu_c^I N_y \mu_c^I N_y \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.13})$$

La matrice  $V^I$  est diagonalisable :

$$V^I = P^I D^I P^{I-1} \quad (\text{III.14})$$

Où  $D^I$  la matrice diagonale des valeurs propres et  $P^I$  la matrice diagonale des valeurs propres correspondantes.

Dans le milieu II, la matrice  $V^{II}$  est diagonale et égale à :

$$V^{II} = \left( \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 N_x^2 + \left( \frac{2\pi}{\tau} \right)^2 N_y^2 \right)^{\frac{1}{2}} = D^{II} \quad (\text{III.15})$$

On remarque que l'équation (III.12) est similaire à l'équation Cartésienne 2D (II.29), seule l'expression des matrices  $V^i$  est différente. On en déduit donc que la solution générale est, dans le milieu I :

$$\phi^I = P^I e^{D^I x} P^{I-1} C_1^I + P^I e^{-D^I x} P^{I-1} C_2^I \quad (\text{III.16})$$

Dans le milieu II, la matrice des vecteur propres est égale à la matrice identité, on a donc :

$$\phi^{II} = e^{D^{II} x} C_1^{II} + e^{-D^{II} x} C_2^{II} \quad (\text{III.17})$$

Les vecteurs  $C_1^I$ ,  $C_2^I$ ,  $C_1^{II}$  et  $C_2^{II}$  sont les vecteurs comportant les coefficients inconnus à déterminer à partir des conditions aux limites et aux frontières sur  $z$ .

### II.2.c. Calcul des coefficients à partir des conditions aux frontières et de passage

Les conditions aux limites (III.2) et (III.4) ainsi que les conditions de passage entre le milieu I et le milieu II se traduisent sous forme matricielle de la manière suivante :

$$\phi^I|_{z=0} = 0 \quad (\text{III.18})$$

$$\phi^I|_{z=Z_1} = \phi^{II}|_{z=Z_1} \quad (\text{III.19})$$

$$\mu_c^I \frac{\partial \phi^I}{\partial z} \Big|_{z=Z_1} = \mu_0 \frac{\partial \phi^{II}}{\partial z} \Big|_{z=Z_1} \quad (\text{III.20})$$

$$\phi^{II}|_{z=Z_2} = \phi_0 \quad (\text{III.21})$$

Avec  $\phi_0$  le vecteur correspondant à la condition de Dirichlet sur le potentiel scalaire en  $z = Z_2$  construit de la manière suivante :

$$\phi_0 = \phi_{0m} = \begin{cases} -Z_2 \frac{B_0}{\mu_0} & \text{pour } m = 2N^2 + 2N + 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

Afin de simplifier la forme générale dans les deux domaines pour n'avoir plus qu'un seul vecteur de coefficients  $\mathbf{a}$  à déterminer, on réécrit la condition (III.19) de la manière suivante :

$$\phi^I|_{z=Z_1} = \phi^{II}|_{z=Z_1} = \mathbf{a} \quad (\text{III.23})$$

Ainsi, à l'aide de (III.18) et (III.23), on peut réécrire la solution générale dans le milieu I :

$$\phi^I = P^I \frac{\sinh(D^I z)}{\sinh(D^I Z_1)} P^{I-1} \mathbf{a} \quad (\text{III.24})$$

Comme mentionné précédemment, on se permet d'utiliser la barre de fraction pour les fonctions de type  $\sinh(\mathbf{D}^I z)$  car celles-ci sont diagonales donc commutatives. De même, on réécrit la solution générale dans le milieu II à l'aide de (III.21) et (III.23) :

$$\boldsymbol{\phi}^{II} = \frac{\sinh(\mathbf{D}^{II}(z - Z_2))}{\sinh(\mathbf{D}^{II}(Z_1 - Z_2))} \mathbf{a} + \frac{\sinh(\mathbf{D}^{II}(z - Z_1))}{\sinh(\mathbf{D}^{II}(Z_2 - Z_1))} \boldsymbol{\phi}_0 \quad (\text{III.25})$$

Il reste donc qu'un seul vecteur de coefficient à déterminer à partir de la dernière relation de passage (III.20) que l'on reformule :

$$\begin{aligned} & \left( \mu_c^I \mathbf{P}^I \mathbf{D}^I \frac{\cosh(\mathbf{D}^I Z_1)}{\sinh(\mathbf{D}^I Z_1)} \mathbf{P}^{I-1} - \mu_0 \mathbf{D}^{II} \frac{\sinh(\mathbf{D}^{II}(Z_1 - Z_2))}{\sinh(\mathbf{D}^{II}(Z_1 - Z_2))} \right) \mathbf{a} \\ & = \mu_0 \mathbf{D}^{II} \sinh(\mathbf{D}^{II}(Z_2 - Z_1))^{-1} \boldsymbol{\phi}_0 \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

La détermination du vecteur d'inconnues  $\mathbf{a}$  se fait donc en résolvant numériquement le système (III.26). Il faut cependant prendre garde lors de la résolution numérique de ce système au fait que les fonctions hyperboliques ont du mal à être évaluées numériquement, car tendant rapidement vers des valeurs au-delà de la plus grande valeur de nombre stockable par les logiciels de calcul numérique pour les harmoniques de haut rang. Il est donc souvent nécessaire de reformuler (III.26) sous une forme comportant uniquement des termes qui tendent vers 0 lorsque le rang des harmoniques augmente.

#### II.2.d. Calcul de la fonction de modulation

Le calcul du couple et des pertes par courant de Foucault par le modèle de l'induit que nous allons voir par la suite ne nécessite de connaître que les composantes  $\mathbf{B}_y^{II}$  et  $\mathbf{B}_z^{II}$  qui s'expriment par :

$$\mathbf{B}_y^{II} = -\mu_0 \frac{2\pi}{L} \mathbf{N}_y \left( \frac{\sinh(\mathbf{D}^{II}(z - Z_2))}{\sinh(\mathbf{D}^{II}(Z_1 - Z_2))} \mathbf{a} + \frac{\sinh(\mathbf{D}^{II}(z - Z_1))}{\sinh(\mathbf{D}^{II}(Z_2 - Z_1))} \boldsymbol{\phi}_0 \right) \quad (\text{III.27})$$

$$\mathbf{B}_z^{II} = -\mu_0 \mathbf{D}^{II} \left( \frac{\cosh(\mathbf{D}^{II}(z - Z_2))}{\sinh(\mathbf{D}^{II}(Z_1 - Z_2))} \mathbf{a} + \frac{\cosh(\mathbf{D}^{II}(z - Z_1))}{\sinh(\mathbf{D}^{II}(Z_2 - Z_1))} \boldsymbol{\phi}_0 \right) \quad (\text{III.28})$$

Pour ces deux composantes, on passe de la forme matricielle à la forme scalaire à l'aide de (II.77) :

$$\mathbf{B}_y^{II}(x, y, z) = \mathbf{B}_y^{II T} \exp \left( j \frac{2\pi}{L} \mathbf{diag}(\mathbf{N}_x) x + j \frac{2\pi}{\tau} \mathbf{diag}(\mathbf{N}_y) y \right) \quad (\text{III.29})$$

$$\mathbf{B}_z^{II}(x, y, z) = \mathbf{B}_z^{II T} \exp \left( j \frac{2\pi}{L} \mathbf{diag}(\mathbf{N}_x) x + j \frac{2\pi}{\tau} \mathbf{diag}(\mathbf{N}_y) y \right) \quad (\text{III.30})$$

Finalement, on calcule  $Y_\theta(r, \theta, z)$  et  $Y_z(r, \theta, z)$ , respectivement les composantes  $\theta$  et  $z$  de la fonction de modulation, à partir du rapport entre le champ magnétique dans le domaine II en présence de la pastille et le champ uniforme  $B_0$  en l'absence de pastille sans oublier d'inclure le changement de repère (équations (II.1) et (II.2)) permettant de passer du repère Cartésien  $(x, y, z)$  au repère cylindrique  $(r, \theta, z)$  :

$$Y_\theta(r, \theta, z) = \frac{B_y^{II}(r - R_m, R_m\theta, z)}{B_0} \quad (\text{III.31})$$

$$Y_z(r, \theta, z) = \frac{B_z^{II}(r - R_m, R_m\theta, z)}{B_0} \quad (\text{III.32})$$

Dans le repère cylindrique, cette fonction de modulation n'est utilisable que dans la zone de l'induit donc pour  $z > W_y/2$ .

### II.3. Champ magnétique de l'inducteur

On rappelle l'expression du champ magnétique axial  $B_{bob_z}(r, z)$  créé par la bobine HTS à l'intérieur de celle-ci ( $r < R_b$  et  $-L_b/2 < z < L_b/2$ ) lorsque celle-ci est parcourue par une densité de courant  $J_b$  [192], [209] :

$$B_{bob_z}(r, z) = \mu_0 J_b W_b - \sum_{n=1}^{N_b} 2\mu_0 \chi_n K_n \cosh(\chi_n z) J_0(\chi_n r) \quad (\text{III.33})$$

Avec  $N_b$  le nombre d'harmoniques pour le modèle de la bobine. Le modèle de la bobine étant analytique, le nombre d'harmoniques n'a pratiquement aucun impact sur le temps de calcul global, nous nous permettons donc de prendre une valeur très élevée  $N_b = 200$ . On définit  $\chi_n$  par la relation suivante :

$$\chi_n = \frac{\xi_n}{3R_b} \quad (\text{III.34})$$

Avec  $\xi_n$  le n-ième 0 de la fonction de Bessel de rang 0  $J_0(x)$ .  $3R_b$  correspond à la limite artificielle du problème dans la direction  $r$ .

Les constantes  $K_n$  s'expriment par :

$$K_n = \frac{\sigma_n}{2\chi_n \cosh\left(\chi_n \frac{L_b}{2}\right) \left(1 - \tanh\left(\chi_n \frac{L_b}{2}\right) \tanh\left(\chi_n \left(\frac{L_b}{2} - 10L_b\right)\right)\right)} \quad (\text{III.35})$$

$10L_b$  correspond à la limite artificielle du problème dans la direction  $z$ . Cette valeur permet de s'assurer un éloignement suffisant de la frontière artificielle qui doit être définie lors de la résolution du problème 2D de la bobine [209].

Les constantes  $\sigma_n$  s'expriment par :

$$\begin{aligned} \sigma_n = & \frac{2J_b\pi}{2\chi_n^2(3R_b)^2J_1(3\chi_nR_b)^2} R_b (H_1(\chi_nR_b)J_0(\chi_nR_b) - H_0(\chi_nR_b)J_1(\chi_nR_b)) \\ & - \frac{2J_b\pi}{2\chi_n^2(3R_b)^2J_1(3\chi_nR_b)^2} (R_b + W_b) (H_1(\chi_n(R_b + W_b))J_0(\chi_n(R_b + W_b)) \\ & - H_0(\chi_n(R_b + W_b))J_1(\chi_n(R_b + W_b))) \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

Où  $H_0(x)$  et  $H_1(x)$  sont les fonctions de Struve de rang 0 et 1 respectivement et  $J_1(x)$  la fonction de Bessel d'ordre 1.

Finalement, on reconstitue les composantes  $\theta$  et  $z$  du champ magnétique créé par l'inducteur, notées  $B_{rotor_\theta}$  et  $B_{rotor_z}$  à partir du produit du champ magnétique de la bobine et des fonctions de modulation :

$$B_{rotor_\theta}(r, \theta, z) = B_{bob_z}(r, z) \times Y_\theta(r, \theta, z) \quad (\text{III.37})$$

$$B_{rotor_z}(r, \theta, z) = B_{bob_z}(r, z) \times Y_z(r, \theta, z) \quad (\text{III.38})$$

## II.4. Modélisation de l'induit

### II.4.a. Calcul du couple électromagnétique

Maintenant que le champ magnétique créé par l'inducteur est connu, nous pouvons en déduire le flux totalisé par l'induit et obtenir le couple de la machine. Cependant, dans les machines sans dents ferromagnétiques, l'absence de circuit magnétique pour guider le champ implique que toutes les spires de l'induit ne voient pas le même flux magnétique. Par conséquent, le couple ne peut pas être obtenu par une formule simple, nous devons donc mettre en place un modèle plus complexe pour calculer précisément le couple.

On cherche ici à déterminer le couple électromagnétique maximum de la machine  $T_{em}$  lorsque celle-ci est alimentée par un courant sinusoïdal de valeur efficace  $I_{rms}$  et qu'elle tourne à une vitesse de rotation constante  $\Omega$ . On part pour cela de la relation sur la puissance électromagnétique :

$$T_{em} = \frac{3E_1 I_{rms}}{\Omega} \quad (\text{III.39})$$

Ici,  $E_1$  correspond à la valeur efficace du fondamental de la force électromotrice à vide de la machine. Cette force électromotrice est liée au flux magnétique par :

$$E_1 = p\Omega\lambda_1 \quad (\text{III.40})$$

Où  $\lambda_1$  est la valeur efficace du flux total d'une phase de l'induit généré par le fondamental (dans la direction  $\theta$ ) du champ de l'inducteur. En l'absence de circuit magnétique, la détermination du flux total n'est pas aisée et constitue l'objectif des calculs de cette section.

On représente sur la Figure III.4 les spires d'une bobine de l'induit. Il apparait naturellement que la spire (a) va enlancer un flux plus important que la spire (b). En effet, en absence de dent ferromagnétique, le champ de l'inducteur est fortement présent dans la zone où se situent les conducteurs ce qui n'est pas le cas usuellement dans les machines avec fer. Il faut donc pouvoir tenir compte, lors du calcul du flux, du fait que les spires situées à l'extérieur de la bobine voient un flux plus important que les spires intérieures.

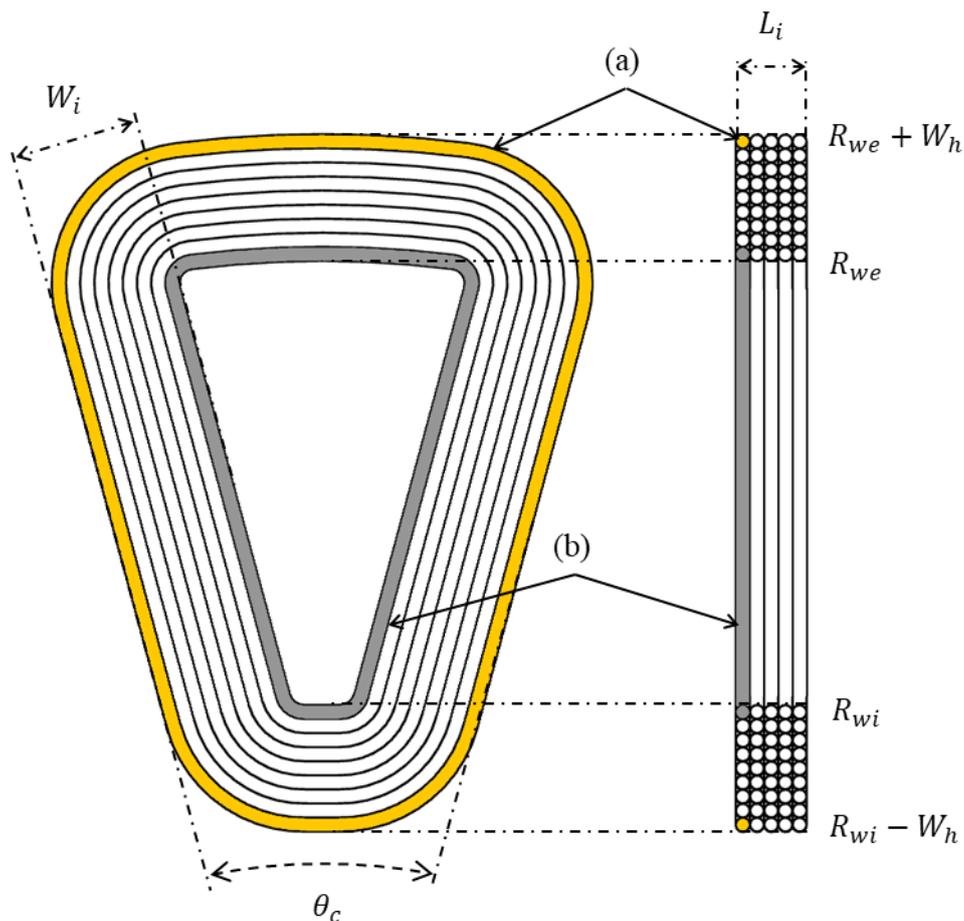


Figure III.4 Représentation des spires d'une bobine de l'induit. En l'absence de circuit magnétique, chaque spire va voir un flux magnétique différent. La spire (a), en jaune, enlace un flux plus important que la spire (b), en gris.

Par ailleurs, la Figure III.5 montre à titre d'exemple que la modulation du flux magnétique dans la zone où se situe l'induit n'est pas homogène dans la direction  $z$ . En effet, plus on s'éloigne de la surface de la pastille, plus la modulation s'atténue, par conséquent les spires situées dans le fond du bobinage créeront une force électromotrice plus faible que les spires les plus proches du rotor. Il faut donc aussi tenir compte de la position des spires dans la direction  $z$  lors du calcul du flux ce qui impose une intégration du champ magnétique dans les trois directions de l'espace pour calculer  $\lambda_1$ .

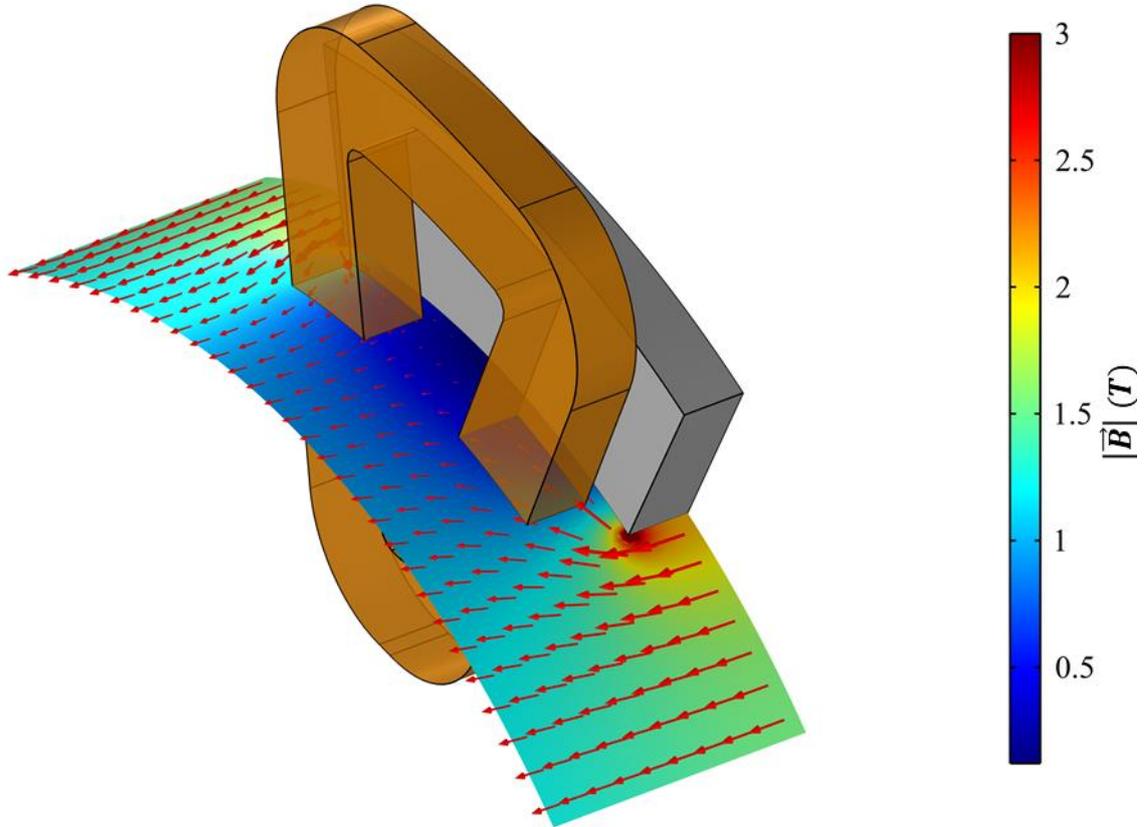


Figure III.5 Carte du champ magnétique au rayon moyen dans la zone de l'induit obtenue par simulation MEF.

Pour faciliter le calcul, il faut effectuer un changement de représentation harmonique du champ créé par l'inducteur. En effet, le calcul du couple et, comme nous le verrons par la suite, des pertes par courants de Foucault nécessite une décomposition harmonique du champ de l'inducteur dans la direction  $\theta$  uniquement. Par conséquent, nous réexprimons  $B_{rotor\theta}(r, \theta, z)$  et  $B_{rotorz}(r, \theta, z)$  de la manière suivante :

$$B_{rotor\theta}(r, \theta, z) = \sum_{k=0}^N \widehat{B_{rotor\theta k}}(r, z) \sin(kp\theta) \quad (\text{III.41})$$

$$B_{rotorz}(r, \theta, z) = \sum_{k=0}^N \widehat{B_{rotorz k}}(r, z) \cos(kp\theta) \quad (\text{III.42})$$

L'expression des harmoniques  $\widehat{B_{rotor\theta k}}$  et  $\widehat{B_{rotorz k}}$  se retrouve à partir du champ de la bobine et de la décomposition harmonique utilisée pour le calcul de la fonction de modulation dans la partie II.2 :

$$\widehat{B_{rotor\theta k}}(r, z) = B_{bob_z}(r, z) \times \sum_{n=-N}^N j \left( \frac{\widehat{B_{y n,k}^{II}}(z)}{B_0} e^{j\frac{2\pi n}{L}(r-R_m)} - \frac{\widehat{B_{y n,-k}^{II}}(z)}{B_0} e^{j\frac{2\pi n}{L}(r-R_m)} \right) \quad (\text{III.43})$$

$$\widehat{B_{rotor z_k}}(r, z) = B_{bob_z}(r, z) \times \sum_{n=-N}^N \left( \frac{\widehat{B_z^{II}}_{n,k}(z)}{B_0} e^{j\frac{2\pi n}{L}(r-R_m)} + \frac{\widehat{B_z^{II}}_{n,-k}(z)}{B_0} e^{j\frac{2\pi n}{L}(r-R_m)} \right) \quad (III.44)$$

Ainsi, en utilisant (III.42), on peut désormais travailler uniquement sur le fondamental du champ axial qui génère le couple. Cette forme nous permet par ailleurs d'introduire des coefficients de bobinage (distribution et raccourcissement) qui tiennent compte de la différence de flux enlacé par les spires selon leur position dans la direction  $\theta$ . Nous pouvons par conséquent nous concentrer uniquement sur le flux sous une paire de pôle puisque la forme et les asymétries de périodicité entre l'induit et la polarité de l'inducteur sont pris en compte par les coefficients de bobinage qui seront définis par la suite.

Pour calculer la valeur efficace du flux total d'une phase, nous utiliserons l'expression suivante :

$$\lambda_1 = \frac{1}{L_i} \int_{\frac{W_y}{2}+E_i}^{\frac{W_y}{2}+E_i+L_i} \frac{N_s K_p K_d}{\sqrt{2}} \int_{R_{wi}-W_h}^{R_{wi}+W_h} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} K_h(r) \widehat{B_{rotor z_1}}(r, z) \cos(p\theta) r dr d\theta dz \quad (III.45)$$

L'intégrale (III.45) étant assez lourde, prenons le temps d'analyser chacun de ses termes de droite à gauche :

- La double intégrale sur  $r$  et  $\theta$  correspond, pour une position  $z$ , à l'amplitude du fondamental du flux sous une paire de pôle.
- Le flux sous un pôle est modulé par une fonction  $K_h(r)$  qui tient compte du fait que, dans la direction  $r$ , les spires situées à la périphérie du bobinage enlacent un flux plus important que les spires situées au centre. Par exemple, la spire (b) de la Figure III.4 enlance le flux entre  $r = R_{wi}$  et  $R_{we}$  tandis que la spire (a) enlance le flux entre  $r = R_{wi} - W_h$  et  $r = R_{we} + W_h$ . La fonction  $K_h(r)$  est représentée sur la Figure III.6.

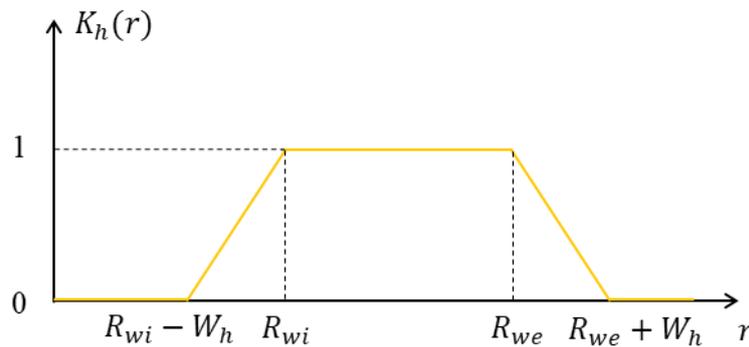


Figure III.6 Représentation de la fonction  $K_h(r)$  qui tient compte de l'influence des têtes de bobines sur le flux total. La surface entre  $R_{wi}$  et  $R_{we}$  est enlacée par toutes les spires tandis que, au-delà de  $R_{we}$  et en deçà de  $R_{wi}$ , la surface supplémentaire est enlacé par un nombre de spire décroissant linéairement.

- Un premier coefficient de bobinage est le coefficient de distribution  $K_d$  qui dépend de l'agencement du bobinage. Comme indiqué dans le chapitre précédent, nous travaillons pour cette machine sur des bobinages concentrés. Le coefficient de distribution pour ce type de bobinage est classique et peut être calculé à partir de l'étoile des encoches avec la procédure détaillée dans [238].
- Le second coefficient de bobinage que nous considérons est le coefficient de raccourcissement  $K_p$  des bobines. Dans une machine sans fer, son expression est légèrement différente de celle utilisée pour les machines ayant des dents ferromagnétiques. En effet, il doit tenir compte du raccourcissement global de la bobine (à partir de son ouverture  $\theta_c$ ), mais aussi du fait que, selon leur position suivant  $\theta$ , toutes les spires n'enlacent pas le même flux comme illustré sur la Figure III.4 et de manière analogue à la fonction  $K_h(r)$ . Ainsi, d'après [239], l'expression de  $K_p$  pour les stator sans fer est :

$$K_p = \frac{2}{p\theta_m} \sin\left(\frac{p}{2}(\theta_c - \theta_m)\right) \sin\left(\frac{p\theta_m}{2}\right) \quad (\text{III.46})$$

Avec l'angle  $\theta_m$  défini par :

$$\theta_m = \frac{W_i}{R_m} \quad (\text{III.47})$$

- Le nombre de spires par phase de l'induit est noté  $N_s$ .
- Tous les termes que nous venons de lister permettent donc de calculer le flux dans l'induit sur une surface située à une position  $z$  donnée. Pour tenir compte de la décroissance de la modulation dans la profondeur de l'induit, illustrée par la Figure III.5, il faut ajouter une intégration suivant  $z$  sur toute la zone où se situe le bobinage (entre  $z = \frac{W_y}{2} + E_i$  et  $z = \frac{W_y}{2} + E_i + L_i$ ) afin de calculer la moyenne de l'amplitude du flux dans cette direction.

L'intégration suivant  $\theta$  de (III.45) étant triviale, elle peut être réalisée analytiquement, ce qui permet de reformuler l'expression de  $\lambda_1$  :

$$\lambda_1 = \frac{2N_s K_p K_d}{\sqrt{2p} i} \int_{R_{wi}-W_h}^{R_{wi}+W_h} \int_{\frac{W_y}{2}+E_i}^{\frac{W_y}{2}+E_i+L_i} K_h(r) \widehat{B_{rotor z_1}}(r, z) r dr dz \quad (\text{III.48})$$

Les deux intégrales restantes sont quant à elles calculées numériquement à partir du champ de l'inducteur.

#### **II.4.b. Calcul des pertes par courants de Foucault dans les conducteurs de l'induit**

Une autre conséquence importante de l'absence de dents ferromagnétiques au stator est que les conducteurs sont directement en contact avec le champ tournant ce qui crée des pertes par courants de Foucault dans les conducteurs de l'induit. Dans le cas des machines conventionnelles, ces pertes sont généralement faibles devant les pertes dues au courant  $I_{rms}$  mais elles sont très importantes dans le cas des machines à modulation de flux pouvant représenter plus de 50 % des pertes de l'induit [192]<sup>p.200</sup>. Par conséquent, les pertes par courant de Foucault sont un paramètre important du dimensionnement des machines à modulation de

flux puisqu'il faut pouvoir déterminer la taille nécessaire des brins du fil de Litz à employer pour les maintenir à un niveau convenable.

La méthode employée pour le calcul est de partir de l'expression des pertes par unité de longueur d'un fil rond soumis à un champ magnétique d'amplitude  $\widehat{B}_a$  variable à une fréquence  $f$  en tenant compte de l'effet de peau [240] :

$$P_{fil} = \frac{2\pi\rho}{\mu_0^2} \widehat{B}_a^2 \frac{R_{fil}}{\delta} \psi_1\left(\frac{R_{fil}}{\delta}\right) \quad (\text{III.49})$$

Avec  $\rho$  la résistivité du fil et  $R_{fil}$  son rayon.  $\delta$  est l'épaisseur de peau :

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\mu_0\pi f}} \quad (\text{III.50})$$

La fonction  $\psi_1\left(\frac{R_{fil}}{\delta}\right)$  est définie par :

$$\psi_1\left(\frac{R_{fil}}{\delta}\right) = \frac{-\left(ber_1\left(\frac{\sqrt{2}R_{fil}}{\delta}\right)bei_1'\left(\frac{\sqrt{2}R_{fil}}{\delta}\right) - ber_1'\left(\frac{\sqrt{2}R_{fil}}{\delta}\right)bei_1\left(\frac{\sqrt{2}R_{fil}}{\delta}\right)\right)}{ber_0\left(\frac{\sqrt{2}R_{fil}}{\delta}\right)^2 + bei_0\left(\frac{\sqrt{2}R_{fil}}{\delta}\right)^2} \quad (\text{III.51})$$

Où les fonctions  $ber_\nu$  et  $bei_\nu$  sont les fonctions de Kelvin-Bessel dont les propriétés et les dérivées sont listées dans [241].

Pour passer des pertes dans un fil aux pertes dans tout le bobinage, on suppose tout d'abord que l'amplitude du champ magnétique généré par l'induit est négligeable devant le champ magnétique généré par l'inducteur, cette hypothèse permet ainsi de négliger les effets de proximité. Ensuite, nous appliquons la méthode décrite dans [242] qui consiste à appliquer la formule (III.49) pour chaque harmonique sur chaque fil de l'induit en discrétisant sur les différentes couches de conducteur suivant  $z$  et en discrétisant en plusieurs sections suivant  $r$  pour tenir compte de l'inhomogénéité du champ dans ces directions. On arrive ainsi à l'expression suivante :

$$P_{cf} = \frac{d_r 2\pi\rho R_{fil}}{\mu_0^2} \sum_{s=1}^v \sum_{i=1}^l n_{c_i} \sum_{k=1}^N \frac{\psi_1\left(\frac{R_{fil}}{\delta_k}\right)}{\delta_k} \sqrt{\widehat{B_{rotor_{z_k}}}(r_s, z_i)^2 + \widehat{B_{rotor_{\theta_k}}}(r_s, z_i)^2} \quad (\text{III.52})$$

Où  $N$  est le plus haut rang d'harmoniques prit pour le calcul de la fonction de modulation,  $l$  est le nombre de couches de  $n_{c_i}$  conducteurs dans la direction axiale,  $v$  le nombre de sections radiales séparées par une distance  $d_r$ ,  $r_s$  est la coordonnée sur  $r$  de la  $s$ -ième section radiale et  $z_i$  la coordonnée sur  $z$  de la  $i$ -ième couche de conducteurs. Enfin,  $\delta_k$  est l'épaisseur de peau du point de vue du  $k$ -ième harmonique :

$$\delta_k = \sqrt{\frac{\rho}{\mu_0\pi k f_1}} \quad (\text{III.53})$$

Avec  $f_1$  la fréquence fondamentale du champ de l'inducteur qui vaut :

$$f_1 = \frac{p\Omega}{2\pi} \quad (\text{III.54})$$

La formule (III.52) a donné de très bon résultats par rapports aux mesures sur une machine à flux axial sans dents ferromagnétiques [242].

## II.5. Validation du modèle

### II.5.a. Modèles numériques et machine de référence

Afin de valider le modèle développé et d'évaluer l'impact des hypothèses que nous avons formulé, nous allons comparer les résultats avec deux modèles de référence faisant appel à la MEF en utilisant le logiciel COMSOL. Les trois modèles comparés sont les suivants :

- Le modèle semi-analytique (MSA) que nous venons de développer constitue le premier modèle et celui que nous cherchons ici à évaluer. Celui-ci est implémenté sur le logiciel MATLAB.
- Un modèle semi-MEF (SMEF) pour lequel seul l'inducteur est modélisé en MEF par un calcul stationnaire 3D considérant la géométrie réelle de l'inducteur tandis que le couple et les pertes par courants de Foucault sont obtenus à l'aide du modèle analytique de l'induit présenté dans la partie II.4. La géométrie et le maillage utilisé pour ce modèle sont représentés sur la Figure III.7 (a), grâce aux symétries, seul un quart d'une paire de pôle n'a à être simulé ici.
- Le dernier modèle est un modèle complètement MEF (CMEF) pour lequel l'induit et l'inducteur sont simulés en MEF avec un calcul 3D stationnaire. Dans ce modèle, l'induit est modélisé par un bloc conducteur homogénéisé, les pertes par courants de Foucault ne peuvent donc pas être calculés par ce modèle et le couple est calculé par la force de Laplace. La géométrie et le maillage utilisé sont représentés sur la Figure III.7 (b), à cause de la périodicité différente entre l'inducteur et l'induit, la seule symétrie exploitable est le plan  $(r, \theta)$  au centre de la machine permettant de ne simuler que la moitié de celle-ci.

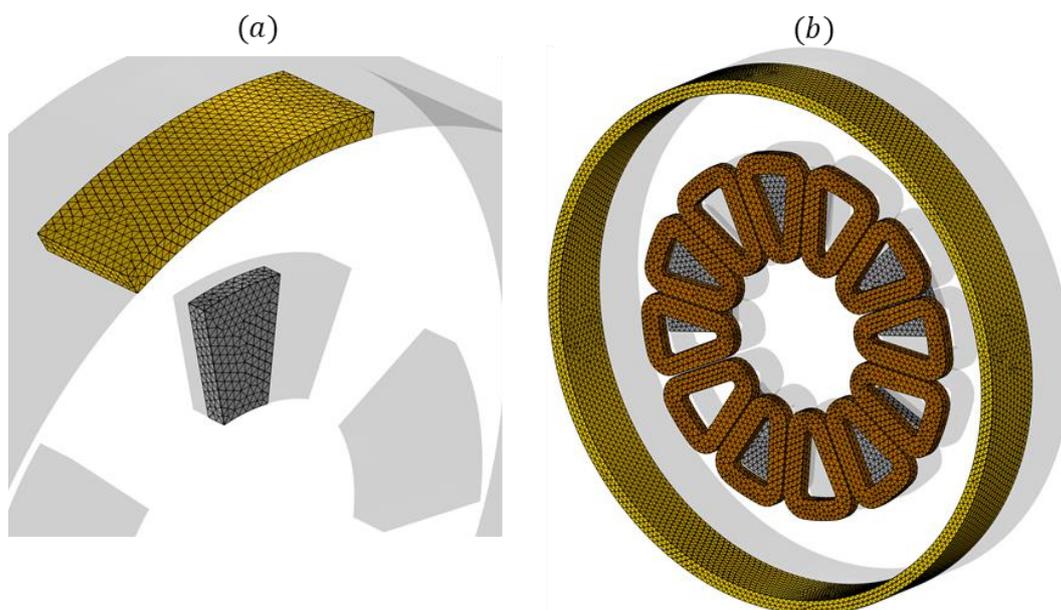


Figure III.7 Géométrie et maillage du modèle SMEF (a) et CMEF (b). Les régions en gris transparent sont les parties de la machine n'ayant pas à être simulées grâce aux symétries.

A l'aide de ces deux modèles de référence, il va être possible de discriminer les erreurs provenant des modèles semi-analytiques de l'induit et de l'inducteur. Le CMEF constituera le modèle de référence pour le calcul du couple puisque celui-ci considère la géométrie exacte de tous les composants de la machine. Le SMEF sera quant à lui le modèle de référence pour les pertes par courants de Foucault puisque le CMEF ne permet pas de les calculer. Il faudra cependant rester prudent puisque le SMEF utilise la même méthode pour le calcul des pertes, la seule différence avec le MSA étant le champ magnétique de l'inducteur. Ainsi, le SMEF ne permettra pas de juger de la fiabilité de (III.52) mais donnera seulement une indication sur la précision globale du modèle de l'inducteur proposé par le MSA.

Les paramètres de la machine de référence simulée par les différents modèles dans cette partie sont présentés dans le Tableau III.1. Ce jeu de paramètres correspond à la machine qui sera présentée dans les chapitres suivants.

*Tableau III.1 Paramètres de la machine étudiée*

|               | <b>Paramètre</b> | <b>Description</b>                        | <b>Valeur</b>         |
|---------------|------------------|---|-----------------------|
| Global        | $p$              | Nombre de paires de pôles                 | 5                     |
|               | $E_i$            | Epaisseur de l'entrefer                   | 3 mm                  |
|               | $R_m$            | Rayon moyen                               | 116,5 mm              |
| Bobine HTS    | $R_b$            | Rayon intérieur de la bobine              | 230 mm                |
|               | $W_b$            | Epaisseur de la bobine                    | 11,6 mm               |
|               | $L_b$            | Longueur de la bobine                     | 113 mm                |
|               | $J_b$            | Densité de courant                        | 316 A/mm <sup>2</sup> |
| Pastilles HTS | $R_e$            | Rayon extérieur d'une pastille            | 148 mm                |
|               | $R_i$            | Rayon intérieur d'une pastille            | 85 mm                 |
|               | $\alpha$         | Ouverture par rapport à une paire de pôle | 0,5                   |
|               | $W_y$            | Epaisseur d'une pastille                  | 20 mm                 |
| Induit        | $R_{we}$         | Rayon extérieur de la spire intérieure    | 148 mm                |
|               | $R_{wi}$         | Rayon intérieur de la spire intérieure    | 85 mm                 |
|               | $W_i$            | Epaisseur du faisceau de conducteurs      | 18 mm                 |
|               | $L_i$            | Largeur du faisceau de conducteurs        | 10 mm                 |
|               | $W_h$            | Largeurs des têtes de bobines             | 18 mm                 |
|               | $\theta_c$       | Angle d'ouverture d'une bobine concentrée | 29 °                  |
|               | $R_{fil}$        | Rayon des brins du fil de Litz            | 160,5 $\mu$ m         |
|               | $K_{cu}$         | Coefficient de remplissage de l'induit    | 0,56                  |
|               | $N_s I_{rms}$    | Nombre d'Ampères-tours par phase          | 15,4 kA               |

### II.5.b. Distribution du champ magnétique dans l'entrefer

Tout d'abord, nous allons visualiser l'allure du champ magnétique de l'inducteur dans l'entrefer tel qu'obtenu par le MSA d'une part et les modèles MEF d'autres part. Pour le MSA, nous explorerons différentes valeurs de  $N$  pour le problème de la fonction de modulation. Il faut garder à l'esprit que le rang harmonique maximal qu'il est possible de prendre en 3D est beaucoup plus faible qu'en 2D car il y a des harmoniques pour les deux directions de l'espace. Puisque nous ne comparons que le champ de l'inducteur, les modèles SMEF et CMEF sont équivalents. Le champ magnétique sera visualisé à la surface de l'induit  $z = \frac{w_y}{2} + E_i$  pour différentes positions radiales.

Les figures III.8 et III.9 montrent respectivement les composantes axiales et azimutales au rayon moyen  $r = R_m$  obtenues par le MSA avec  $N = 10$  et  $N = 20$  ainsi que par le SMEF. Pour  $N = 20$ , le MSA correspond bien aux simulations numériques pour les deux composantes. Pour  $N = 10$ , les ondulations dues au peu d'harmoniques pris sont beaucoup plus visibles, mais le MSA donne tout de même une estimation raisonnable de la distribution du champ magnétique. On note cependant que  $N = 10$  n'est pas suffisant pour prédire la valeur maximale du champ orthoradial.

Les figures III.10 et III.11 montrent quant à elles la composante axiale au niveau des rayons extérieur et intérieur du bulk respectivement. Dans les deux cas, la précision est satisfaisante, mais on remarque tout de même qu'au rayon extérieur, le MSA surestime la modulation quel que soit le nombre d'harmoniques pris. Cela peut s'expliquer par le fait que le champ créé par la bobine augmente avec la position sur  $r$  tandis que la fonction de modulation est calculée pour un champ appliqué supposé homogène, ainsi la déviation réelle des lignes de flux est légèrement différente de celle supposé par la fonction de modulation.

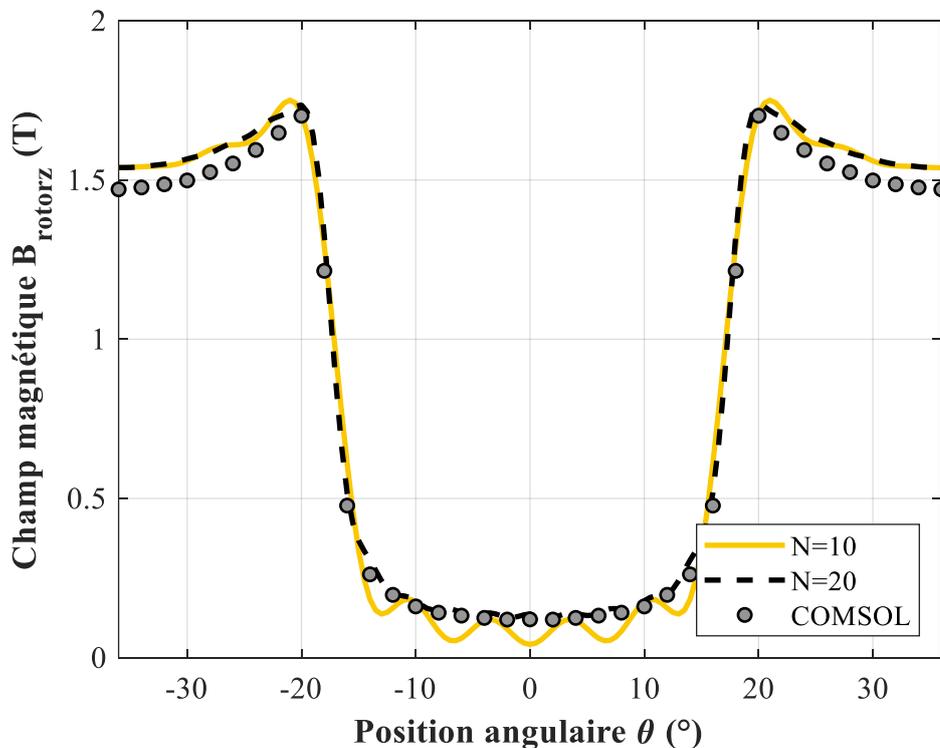


Figure III.8 Composante axiale du champ magnétique de l'inducteur au rayon moyen ( $r = R_m$  et  $z = \frac{w_y}{2} + E_i$ ).

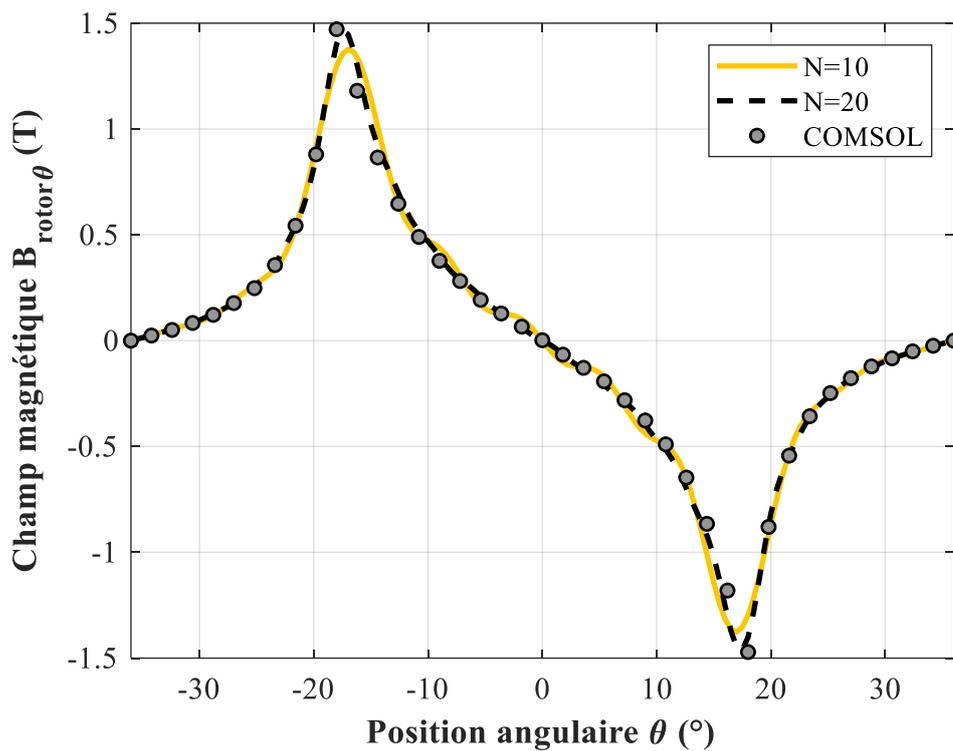


Figure III.9 Composante azimuthale du champ magnétique de l'inducteur au rayon moyen ( $r = R_m$  et  $z = \frac{w_y}{2} + E_i$ ).

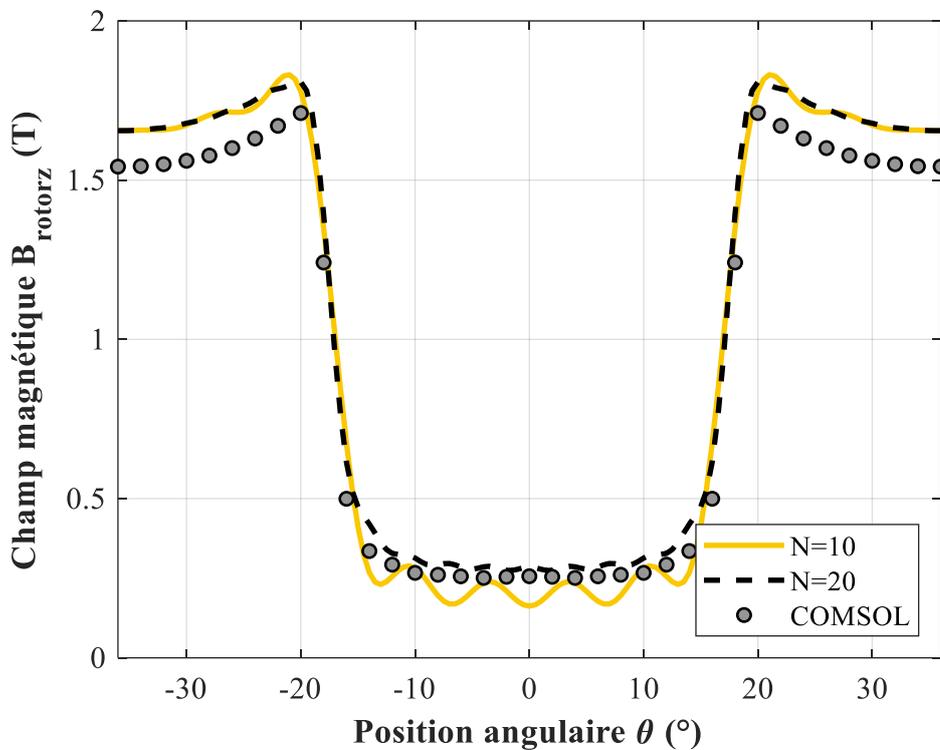


Figure III.10 Composante axiale du champ magnétique de l'inducteur proche du rayon extérieur ( $r = R_e - 10 \text{ mm}$  et  $z = \frac{w_y}{2} + E_i$ ).

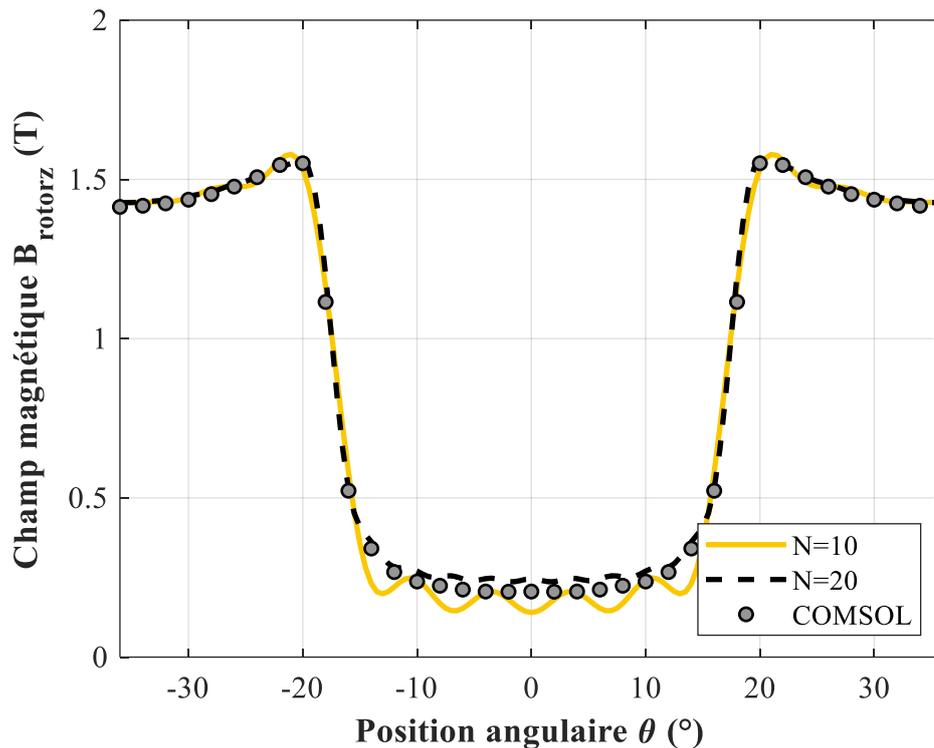


Figure III.11 Composante axiale du champ magnétique de l'inducteur proche du rayon intérieur ( $r = R_i + 10 \text{ mm}$  et  $z = \frac{W_y}{2} + E_i$ ).

### II.5.c. Précision sur le couple et les pertes par courants de Foucault

Observer la distribution du champ magnétique dans l'entrefer n'est pas suffisant pour évaluer correctement la précision d'un modèle. Pour cela, les grandeurs dimensionnantes comme le couple et les pertes par courants de Foucault sont plus pertinentes puisqu'il s'agit de valeurs que le modèle cherche à évaluer. De plus, seul le premier harmonique compte pour le calcul du couple moyen tandis que tous les harmoniques sont nécessaires à la détermination précise des pertes par courants de Foucault, par conséquent, le couple nous donnera une indication sur la précision du premier harmonique déterminé par le MSA et les pertes par courants de Foucault nous informeront sur la précision des harmoniques de plus haut rang.

La Figure III.12 présente l'erreur sur le calcul du couple du MSA par rapport au CMEF en fonction du rang harmonique maximal  $N$  ainsi que l'erreur du SMEF par rapport au CMEF qui ne dépend évidemment pas du nombre d'harmoniques. On note tout d'abord que l'écart entre le SMEF et le CMEF est inférieure à 0,3 % validant donc méthode de calcul du couple présentée dans la partie II.4.a. La précision du MSA dépend quant à elle du rang harmonique, on remarque que le couple est sous-estimé pour  $N = 5$  et surestimé au-delà de  $N = 10$ . L'augmentation du rang harmonique permet de réduire l'erreur mathématique commise par calcul de la fonction de modulation. Cette erreur mathématique correspond à l'erreur faite à cause de la troncature pour la résolution du problème de la fonction de modulation et diminue lorsque  $N$  augmente. Pour  $N = 30$ , le couple calculé par le MSA est 2,1 % supérieur au SMEF, cette erreur peut quant à elle être attribuée aux hypothèses physiques qui ont été prises sur géométrie et la modélisation de l'inducteur (linéarisation du rayon moyen et découplage de la bobine et des pastilles). La précision du MSA reste donc très bonne au regard des simplifications nécessaires à la construction du modèle.

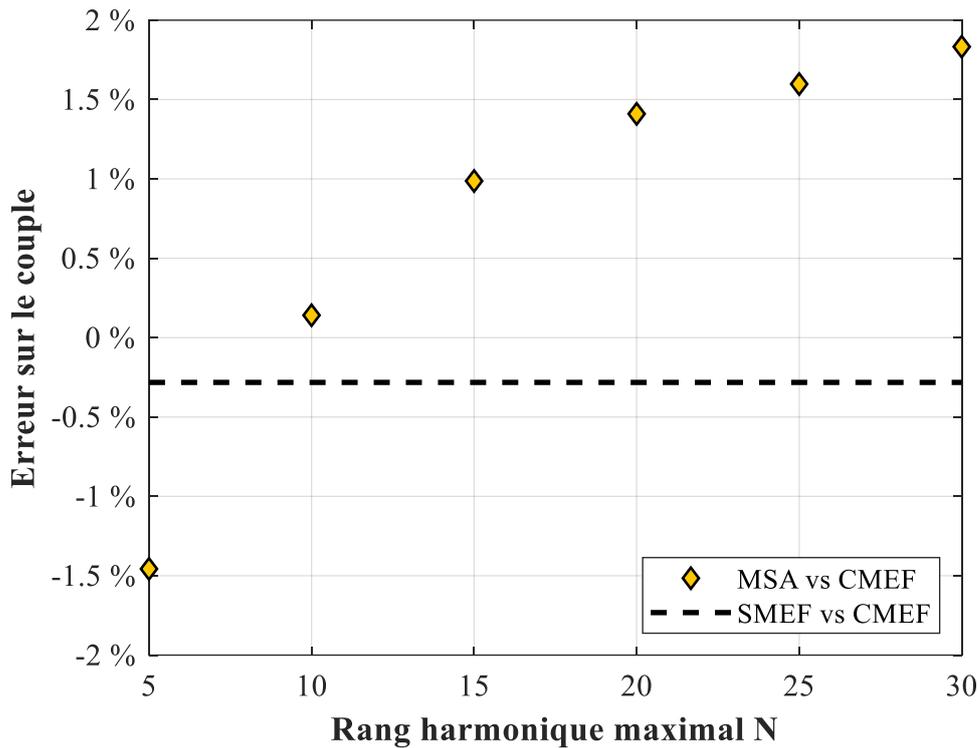


Figure III.12 Erreur relative sur le couple du MSA et du SMEF par rapport au CMEF en fonction du rang harmonique maximal  $N$ .

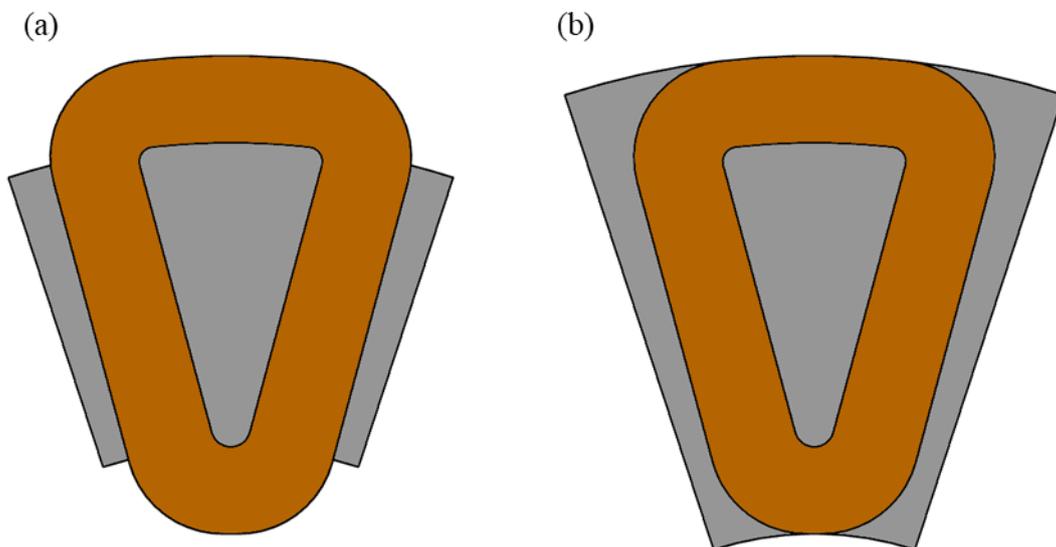


Figure III.13 Illustration des deux principaux arrangements de l'induit par rapport aux pastilles HTS. (a) les pastilles ne recouvrent que la partie purement radiale du bobinage ( $R_e = R_{we}$  et  $R_i = R_{wi}$ ). (b) les pastilles recouvrent la partie purement radiale ainsi que les têtes de bobines ( $R_e = R_{we} + W_h$  et  $R_i = R_{wi} - W_h$ ).

Dans la formule utilisée pour le calcul du couple présentée dans la partie II.4.a, nous avons introduit une fonction  $K_h(r)$  permettant de tenir compte du fait que les têtes de bobines, bien que le courant les parcourant n'est pas dirigé uniquement dans la direction radiale, contribuent aussi à la génération du couple. Le gain de précision apporté par cette fonction dépend beaucoup du mode de réalisation de l'induit par rapport aux pastilles. La Figure III.13 présente les deux arrangements principaux. Dans le cas (a), la pastille ne recouvre que la partie de l'induit ou le

courant est purement radial, mais pas les têtes de bobines, il s'agit du mode de réalisation correspondant aux dimensions données dans le Tableau III.1 puisque  $R_e = R_{we}$  et  $R_i = R_{wi}$ . En revanche, dans le cas (b), la pastille recouvre l'intégralité d'une bobine ce qui mène à  $R_e = R_{we} + W_h$  et  $R_i = R_{wi} - W_h$ .

Ainsi, le Tableau III.2 présente le couple calculé pour la machine ayant les paramètres du Tableau III.1 dans les deux cas présentés sur la Figure III.13. Pour le SMEF, on présente le résultat obtenu avec le modèle de l'induit normal (1) tenant compte de l'influence des têtes de bobines, mais aussi le résultat obtenu si l'on avait considéré uniquement la partie purement radiale (2).

*Tableau III.2 Couple calculé par chaque modèle pour les cas (a) et (b) de la Figure III.13.*

*(1) Modèle SMEF*

*(2) Modèle SMEF où le flux n'est intégré que entre  $R_{wi}$  et  $R_{we}$ .*

| <b>Modèle</b> | <b>Cas Figure III.13 (a)</b> | <b>Cas Figure III.13 (b)</b> |
|---------------|------------------------------|------------------------------|
| CMEF          | 213 Nm                       | 334 Nm                       |
| MSA N=10      | 213 Nm                       | 331 Nm                       |
| SMEF (1)      | 212 Nm                       | 329 Nm                       |
| SMEF (2)      | 203 Nm                       | 266 Nm                       |

Plusieurs choses sont à observer dans les résultats de ce tableau. D'une part, on remarque que dans le cas de la Figure III.13 (a), ne pas tenir compte de l'influence des têtes de bobine n'est pas très grave puisque cela ne mène qu'à une erreur supplémentaire de 4,2 %. En revanche, dans le cas de la Figure III.13 (b), le SMEF (2) donne une erreur supplémentaire sur le couple de 18,9 %, montrant l'intérêt de tenir compte des têtes de bobine dans le calcul. Par ailleurs, on peut noter que la couverture des têtes de bobines par les pastilles permet d'augmenter de manière significative le couple de la machine, mais nous discuterons de l'arrangement idéal à adopter dans le prochain chapitre. Finalement, on remarque que le MSA reste précis pour les deux arrangements.

La précision du MSA vis-à-vis du calcul du couple étant établie voyons maintenant la précision de celui-ci par rapport au calcul des pertes par courant de Foucault. Comme indiqué précédemment, le CMEF ne peut pas calculer celles-ci, nous nous contentons juste ici de comparer le MSA et le SMEF. Cependant, il faut ajouter une précision quant à ce dernier modèle. En effet, la précision de celui-ci est très dépendante de la finesse du maillage dans la région où se situe l'induit. Pour le calcul du couple, un maillage grossier permet une évaluation précise et il n'est guère nécessaire d'adopter un maillage trop fin. Cependant, pour le calcul des pertes par courant de Foucault, un maillage fin est nécessaire pour pouvoir distinguer les harmoniques de haut rang, mais impactant fortement le temps de résolution. Ainsi, nous allons ici distinguer deux SMEF, un premier avec un maillage grossier de la zone de l'induit, employé précédemment pour le calcul du couple, ayant un nombre total de 230 000 éléments et un second SMEF avec un maillage comportant 1 470 000 éléments permettant d'avoir un calcul très précis des harmoniques d'espace de haut rang du champ inducteur. A titre de comparaison, le maillage du CMEF comporte 299 000 éléments.

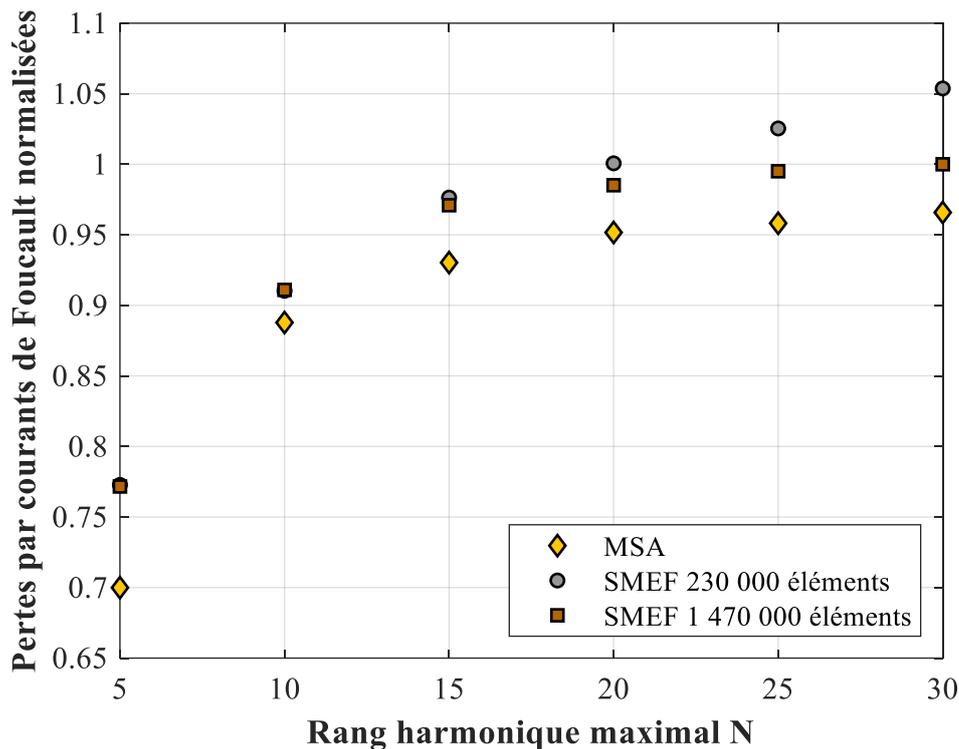


Figure III.14 Pertes par courants de Foucault normalisées en fonction du rang harmonique maximal  $N$ . Les valeurs sont normalisées par rapport aux pertes calculées par le SMEF à 1 470 000 éléments et  $N = 30$ .

La Figure III.14 présente les pertes par courants de Foucault du MSA et du SMEF (pour les deux maillages) en fonction du rang harmonique  $N$ . Pour le SMEF,  $N$  correspond au rang du plus grand harmonique pris en compte dans le calcul des pertes. Les pertes sont normalisées par rapport à la valeur la plus précise à notre disposition, à savoir les pertes obtenues par le SMEF 1 470 000 éléments pour  $N = 30$ . Cette figure permet d'observer plusieurs choses. Tout d'abord, on remarque que les deux maillages du SMEF donnent le même résultat lorsque seuls les harmoniques de rang relativement faibles sont pris en compte ( $N < 15$ ), mais que les courbes se découpent lorsque  $N$  augmente. Ensuite, bien que  $N = 5$  suffisait au MSA pour obtenir une valeur précise du couple, l'erreur sur les pertes est de 30 %, mais l'écart se réduit rapidement à mesure que le nombre d'harmoniques augmente pour atteindre une erreur de 3,5 % pour  $N = 30$ .

Il faut cependant noter qu'il y a deux sources à cette erreur. La première est due au manque d'harmoniques lui-même puisque chaque harmonique non calculé par le MSA n'est logiquement pas pris en compte dans le calcul des pertes. La seconde source est due à l'imprécision sur le calcul des harmoniques par le MSA à cause des hypothèses prises. Il est possible de dissocier ces deux sources d'erreur grâce à la Figure III.14. En effet, pour un  $N$  donné, le SMEF est aussi soumis à la première source d'erreur, mais pas la seconde si le maillage est suffisant puisque la géométrie exacte de l'inducteur est considérée. Par exemple, pour  $N = 10$ , l'erreur totale de 11,2 % peut être distinguée entre celle due au manque d'harmonique qui correspond à l'écart entre le SMEF  $N = 10$  et le SMEF  $N = 30$ , soit 8,9 % et l'imprécision du MSA sur le calcul des harmoniques qui est donc l'écart entre le MSA  $N = 10$  et le SMEF  $N = 10$  soit 2,3 %. On en conclut donc que le MSA reste très précis par

rapport au SMEF, mais qu'il est nécessaire de prendre un nombre suffisant d'harmoniques pour évaluer précisément les pertes par courants de Foucault.

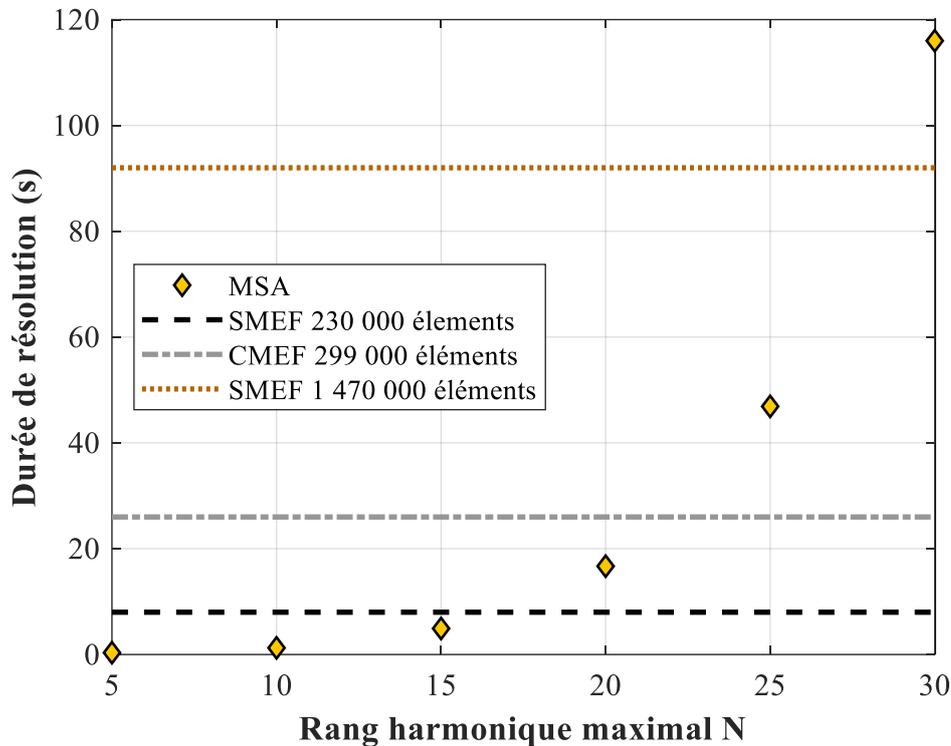


Figure III.15 Temps de calcul nécessaire à la résolution de chaque modèle en fonction du rang harmonique maximal  $N$ .

Finalement, la Figure III.15 présente le temps de calcul nécessaire à la résolution de chaque modèle. On remarque que le temps de résolution du MSA augmente très rapidement avec  $N$  mais reste inférieur à 5 s jusqu'à  $N = 15$  ce qui reste beaucoup plus efficace que les modèles MEF. On observe que le SMEF avec maillage grossier reste rapide puisqu'il se résout en 8 s, on note cependant que ce temps ne correspond que à la résolution du problème en éléments finis, le calcul et l'extraction des harmoniques pour le couplage avec le modèle analytique de l'induit augmente le temps total de calcul de la méthode. Telle que nous l'avons implémentée, cette extraction peut prendre plusieurs dizaines de secondes, il est sans doute possible d'augmenter la rapidité de ce modèle mais cela sort du cadre et des objectifs de ce chapitre.

Le CMEF reste quant à lui relativement rapide compte tenu du fait que la moitié de la géométrie est simulée avec une résolution en 26 s. Enfin, pour  $N = 30$ , le MSA devient plus lent que tous les autres modèles avec une résolution en 116 s contre 92 s pour le SMEF avec maillage fin, le MSA n'est donc pertinent que pour un nombre d'harmoniques relativement réduit.

Ainsi, compte tenu du temps de résolution et de la précision, le MSA  $N = 10$  semble être le compromis idéal entre précision et temps de calcul en permettant une résolution en moins de 2 s tout en conservant l'erreur sur les pertes par courants de Foucault inférieures à 12 %.

### II.5.d. Influence des paramètres géométriques

Le jeu de paramètres présentés dans le Tableau III.1 est le résultat d'un dimensionnement et correspond donc à une machine avec des dimensions « cohérentes », la partie précédente a montré que le MSA était précis pour ce design, mais il faut maintenant regarder la sensibilité de la précision vis-à-vis des paramètres géométriques. Pour cela, nous allons faire une étude paramétrique et observer l'erreur du MSA par rapport au SMEF pour  $N = 10$  en explorant les paramètres suivants :

- $R_{we}$  dans l'intervalle [100 mm : 250 mm] (4 valeurs)
- Le rapport  $R_{we}/R_{wi}$  dans l'intervalle [0,45 : 0,7] (6 valeurs)
- $\alpha$  dans l'intervalle [0,3 : 0,7] (5 valeurs)
- Le rapport  $L_b/R_e$  dans l'intervalle [0,5 : 1] (3 valeurs)
- Nous ferons l'étude pour les deux cas de la Figure III.13 (2 valeurs)

Ainsi, 720 combinaisons sont explorées. Par ailleurs, les résultats sont étudiés au regard du rapport d'aspect des pastilles HTS qui dépend des paramètres de la pastille et que nous définissons de la manière suivante :

$$\text{Rapport d'aspect} = \frac{p(R_e - R_i)}{2\pi\alpha R_m} = \frac{\text{Hauteur}}{\text{longueur}} \quad (\text{III.55})$$

La Figure III.16 présente l'erreur relative sur le calcul du couple par MSA par rapport au SMEF en fonction du rapport d'aspect pour toutes les combinaisons de paramètres. On remarque une corrélation importante entre le rapport d'aspect et l'erreur sur le couple. En effet, lorsque celui-ci est faible (largeur suivant  $\theta >$  hauteur suivant  $r$ ), le MSA a tendance à surestimer le couple tandis que lorsque le rapport d'aspect est grand (largeur suivant  $\theta <$  hauteur suivant  $r$ ), le MSA a plus tendance à les sous-estimer. Par ailleurs, on note que l'erreur est, en valeur absolue, plus faible lorsque le rapport d'aspect est compris entre 1 et 2. En règle générale, les machines à flux axial ont rarement des rapports d'aspect très élevés ou très faibles. Dans tous les cas, l'erreur maximale du MSA sur cette gamme de paramètres est de 5,3 % ce qui est très satisfaisant.

La Figure III.17 présente quant à elle l'erreur relative sur le calcul des pertes pour les paramètres explorés. La corrélation observée sur la figure précédente est beaucoup moins claire pour les pertes. On remarque aussi que l'erreur et la dispersion est beaucoup plus importante que pour le couple avec une erreur maximale de 17,1 %. Ce niveau d'erreur est cohérent dans la mesure où il dépend de la précision de tous les harmoniques contrairement au couple qui ne dépend que du fondamental. Le calcul ainsi que la mesure des pertes par courant de Foucault étant beaucoup plus complexe en soi que le calcul du couple, la précision du modèle proposé est jugée satisfaisante pour du dimensionnement.

A partir des résultats précédents, nous considérons le MSA avec  $N = 10$  comme valide pour le dimensionnement des machines à modulation de flux puisqu'il apparait comme un bon compromis entre précision et temps de calcul. Cependant, il peut encore être enrichi en implémentant un comportement magnétique des pastilles plus proche de leur comportement réel que le diamagnétisme parfait.

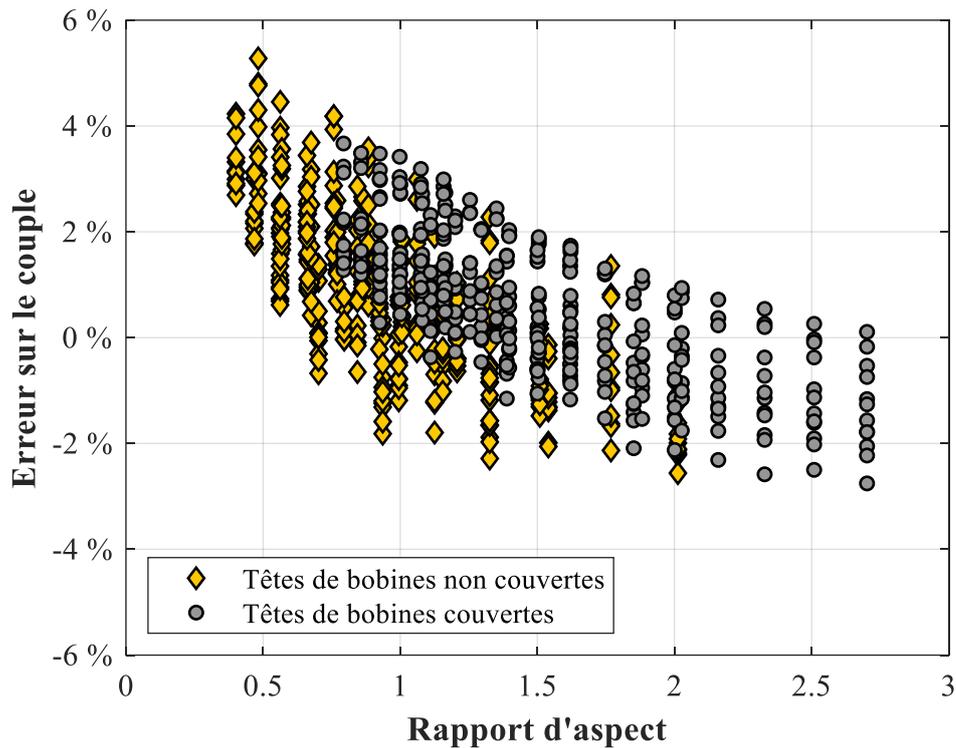


Figure III.16 Erreur relative sur le couple du MSA par rapport au SMEF en fonction du rapport d'aspect des pastilles pour les paramètres explorés.

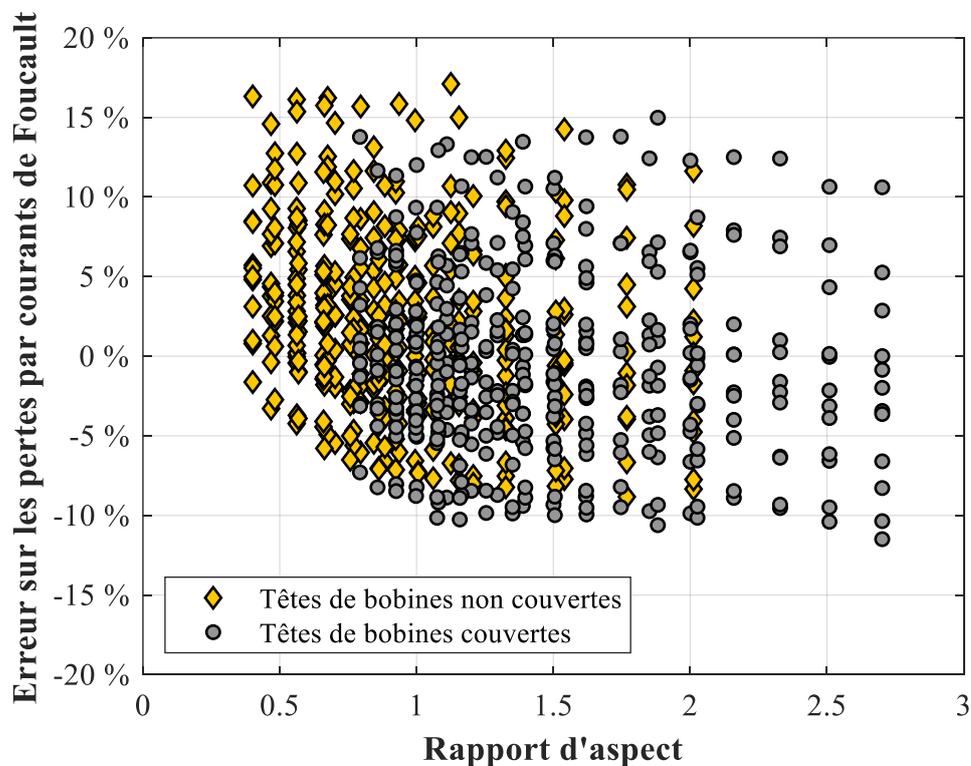


Figure III.17 Erreur relative sur les pertes par courants de Foucault du MSA par rapport au SMEF en fonction du rapport d'aspect des pastilles pour les paramètres explorés.

## II.6. Pénétration du flux dans les pastilles

### II.6.a. Implémentation du modèle de Bean dans le MSA

La méthode et les modèles numériques que nous venons de décrire sont basés sur l'hypothèse principale que les massifs HTS sont parfaitement diamagnétiques ce qui, pour des supraconducteurs de type II, revient à dire que leur densité de courant critique  $J_c$  est infinie. Cette hypothèse est valide à basse température pour des supraconducteurs de très bonne qualité uniquement [229] et il est important de pouvoir modéliser le comportement magnétique des pastilles pour avoir une idée précise des performances d'une machine à modulation de flux. La méthode la plus communément utilisée pour cela est une simulation MEF temporelle en formulation en H en implémentant la loi E-J du supraconducteur [147], [192]. Cependant, un tel modèle prendrait plusieurs minutes de résolution et ne peut donc pas être utilisé dans un processus d'optimisation. En revanche, nous pouvons proposer une amélioration du MSA en utilisant le modèle de Bean afin de tenter de tenir compte de la pénétration du flux dans les pastilles.

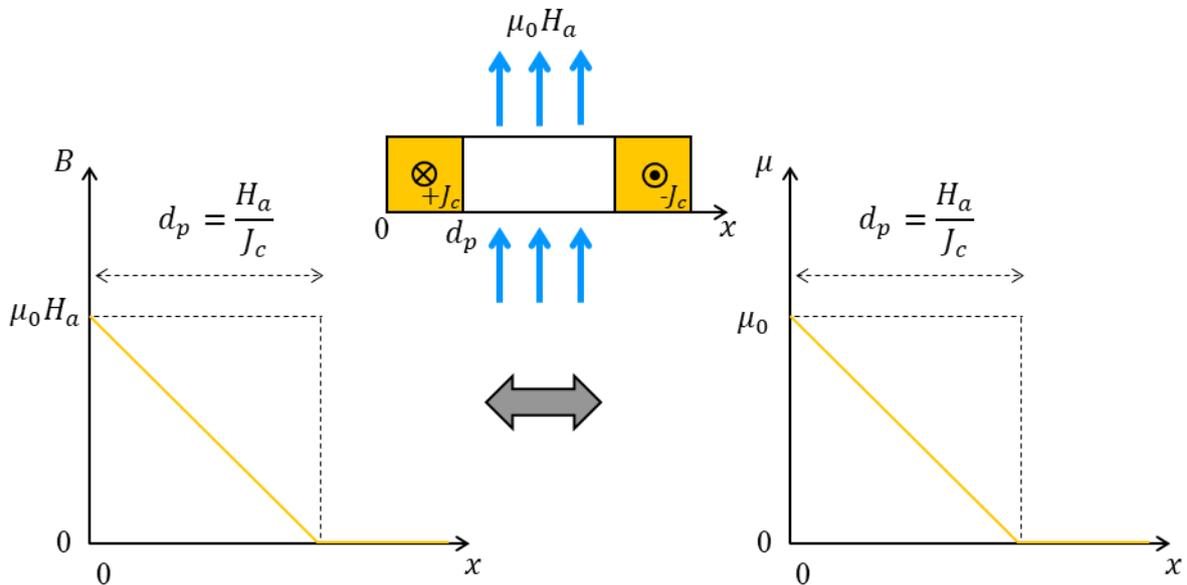


Figure III.18 Principe d'implémentation du modèle de Bean dans le MSA. La pénétration du champ magnétique est modélisée par une variation de la perméabilité magnétique au lieu d'une densité de courant.

Pour cela, nous supposons que la densité de courant critique de la pastille est homogène et ne dépend pas du champ magnétique. Comme nous l'avons vu dans le Chapitre I, le modèle de Bean suppose que la densité de courant dans la pastille est égale à  $\pm J_c$  sur les extrémités de la pastille et sur la profondeur de pénétration  $d_p$  du champ. Cette densité de courant fait ainsi décroître linéairement le champ magnétique jusqu'à ce que celui-ci soit nul à l'intérieur de la pastille. Ainsi, pour une excitation magnétique appliquée au massif  $H_a$ , la relation entre la densité de courant et la profondeur de pénétration est :

$$d_p = \frac{H_a}{J_c} \quad (\text{III.56})$$

La méthode utilisée pour développer le MSA permet de considérer des distributions de perméabilité complexes tant qu'elles peuvent s'exprimer par une décomposition en série de Fourier. Ainsi, la décroissance linéaire du champ magnétique en pénétrant dans la pastille peut

être modélisé par une décroissance linéaire de la perméabilité magnétique comme illustré sur la Figure III.18. Pour déterminer la profondeur de pénétration, on calcule  $H_a$  à l'aide du champ créé par la bobine au niveau du rayon moyen :

$$H_a = \frac{B_{bobz}(R_m, 0)}{\mu_0} \quad (\text{III.57})$$

Afin d'implémenter le modèle de Bean dans le MSA, il suffit de modifier la décomposition en série de Fourier de la perméabilité magnétique et donc la matrice  $\mu_c^I$  en recalculant  $\widehat{\mu}_{n,k}^I$ . La nouvelle distribution de perméabilité à adopter est représentée sur la Figure III.19 pour un quart d'une pastille.

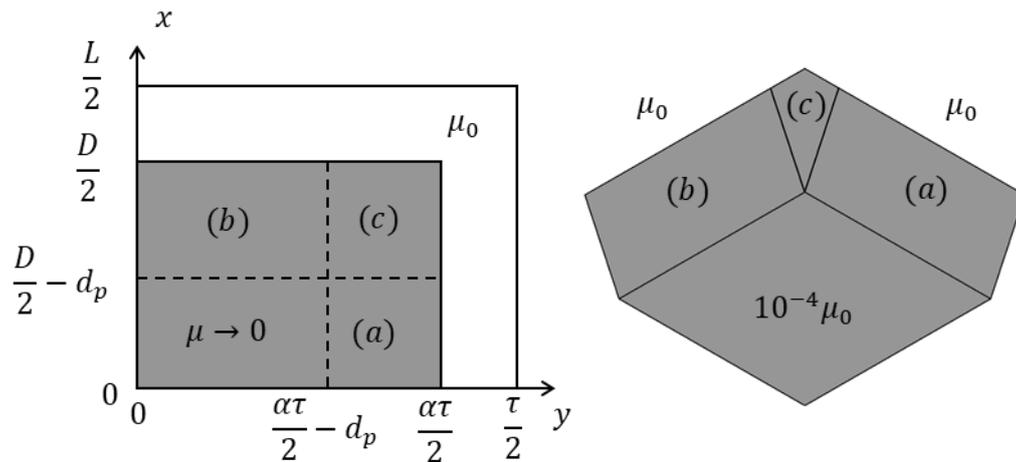


Figure III.19 Distribution de perméabilité dans un quart de la région I en implémentant le modèle de Bean pour une pénétration incomplète du champ magnétique. Les domaines (a), (b) et (c) correspondent aux régions où la perméabilité magnétique est décroissante.

Le centre de la pastille est toujours diamagnétique tandis que la perméabilité dans les trois secteurs aux extrémités est exprimée par :

Dans le secteur (a) :

$$\mu^I(x, y) = \frac{\mu_0}{d_p} \left( y - \frac{\alpha\tau}{2} + d_p \right) \quad (\text{III.58})$$

Dans le secteur (b) :

$$\mu^I(x, y) = \frac{\mu_0}{d_p} \left( x - \frac{D}{2} + d_p \right) \quad (\text{III.59})$$

Dans le secteur (c) :

$$\mu^I(x, y) = \mu_0 \left( 1 - \frac{\left( x - \frac{D}{2} \right) \left( y - \frac{\alpha\tau}{2} \right)}{d_p^2} \right) \quad (\text{III.60})$$

Il faut prendre garde au fait que la Figure III.19 représente le cas d'une pénétration incomplète du champ magnétique ( $d_p < D/2$  et  $d_p < \alpha\tau/2$ ), et que trois autres cas doivent aussi être considérés :

- Si la pénétration est complète dans la direction  $x$  uniquement ( $d_p > D/2$  et  $d_p < \alpha\tau/2$ ), seuls les secteurs (b) et (c) sont présents.
- Si la pénétration est complète dans la direction  $y$  uniquement ( $d_p < D/2$  et  $d_p > \alpha\tau/2$ ), seuls les secteurs (a) et (c) sont présents.
- Si la pénétration est complète dans les deux directions ( $d_p > D/2$  et  $d_p > \alpha\tau/2$ ), le secteur (c) recouvre le massif entier.

Les expressions des coefficients  $\widehat{\mu}_{n,k}^I$  correspondants à tous les cas de figure sont données dans l'annexe A.

### **II.6.b. Résultats et limites**

Afin d'évaluer la pertinence du MSA enrichi par le modèle de Bean (MSAB), nous utiliserons un autre modèle de référence MEF sur COMSOL (HMEF). Ce modèle utilise la même géométrie que le SMEF, mais la pastille est modélisée par sa loi E-J avec une densité de courant critique constante et uniforme et l'exposant de la loi en puissance égal à 20. Les équations de Maxwell sont résolues en temporel avec une formulation en H. La bobine est alimentée par une rampe de courant pour atteindre sa valeur nominale ( $J_b = 316 \text{ A/mm}^2$ ) en 60 s puis le courant est maintenu constant pendant 60 s pour atteindre le régime permanent. On calcule ensuite le couple de la machine en utilisant le modèle de l'induit de la partie II.4.

La Figure III.20 montre le couple normalisé en fonction de la densité de courant critique des pastilles tel ce calculé par le MSAB et le HMEF. Le couple est normalisé par rapport au couple maximum obtenu pour des pastilles diamagnétiques. On note tout d'abord que les deux modèles ont le même comportement, si le courant critique est très faible, la modulation ne peut être réalisée correctement et donc le couple est faible. Lorsque la densité de courant augmente, la modulation devient plus efficace jusqu'à atteindre une asymptote correspondant au diamagnétisme parfait. On remarque d'ailleurs que dans le cas présent, une densité de courant critique supérieure à  $5000 \text{ A/mm}^2$  n'apporte plus d'amélioration de performances.

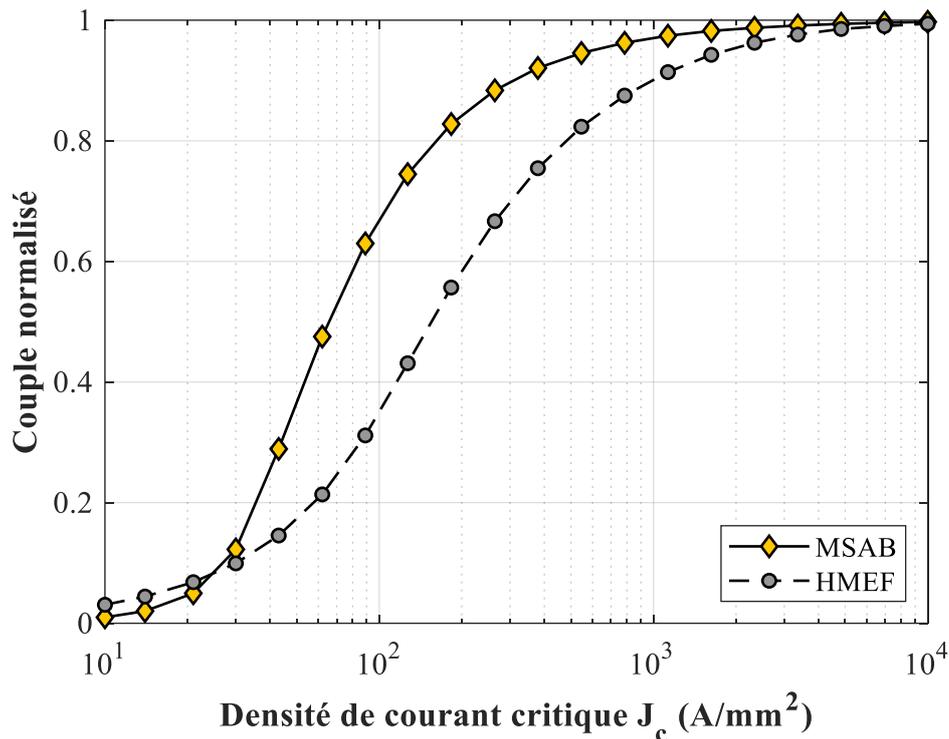


Figure III.20 Couple normalisé en fonction de la densité de courant critique des pastilles HTS pour les modèles MSAB avec  $N=10$  et HMEF. Le couple est normalisé par rapport aux performances de pastilles parfaites.

Cependant bien que la forme des courbes soient identiques elles ne sont absolument pas confondues, le couple du HMEF décroît beaucoup plus tôt que celle du MSAB. Les deux courbes correspondent en effet avec un courant critique 2 à 3 fois plus élevé pour le MSAB. Cela s'explique par la forme des pastilles qui n'est pas vraiment adaptée à l'utilisation du modèle de Bean puisque ce dernier n'est valable que pour les films fins ou au contraire les pastilles de hauteur (dans la direction  $z$ ) très grande devant les autres dimensions [146] ce qui n'est pas du tout notre cas. Par conséquent, la pénétration supposée dans le modèle de Bean ne correspond pas à la pénétration représentée sur la Figure III.21 telle que calculée par le HMEF pour  $J_c = 500 A/mm^2$ . En effet, la profondeur de pénétration n'est pas homogène suivant  $z$  et celle-ci est de 5,5 mm au minimum contre 2,1 mm tel que calculé par le modèle de Bean, le rapport entre les deux est donc similaire à celui que l'on observe sur la courbe du couple. Plusieurs choses peuvent expliquer ce facteur, comme mentionné précédemment la hauteur suivant  $z$  n'est pas suffisamment grande pour supposer que  $\partial B_r / \partial z = 0$  comme le fait le modèle de Bean. Par ailleurs, le modèle de Bean suppose que le champ aux extrémités de la pastille est égal au champ appliqué, or celui-ci est plus élevé à cause de la concentration du flux. Finalement, comme le montre la Figure III.21, la densité de courant aux extrémités n'est pas égale à  $J_c$  mais plutôt  $0,9J_c$ .

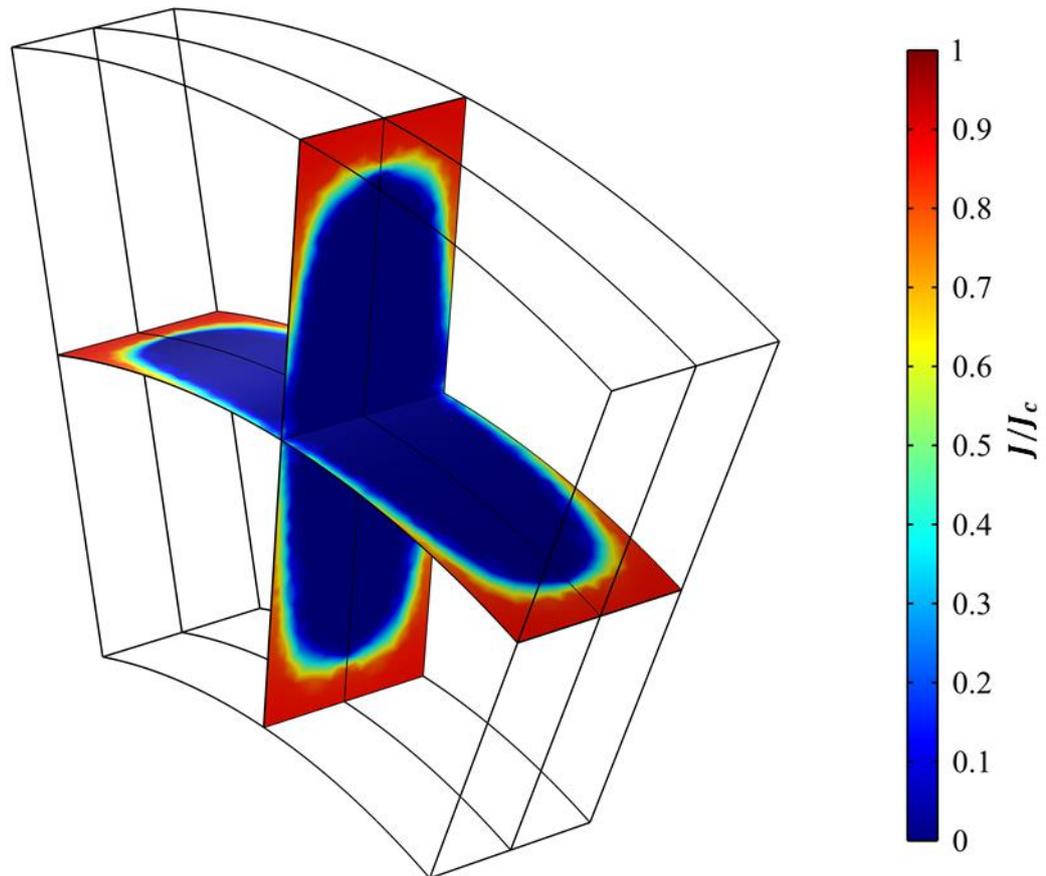


Figure III.21 Distribution de la densité de courant normalisée au courant critique dans la pastille tel que calculé par le HMEF pour  $J_c = 500 \text{ A/mm}^2$ .

On peut ainsi conclure que l'amélioration proposée est, à partir des hypothèses formulées a priori, très imprécise. Il faut cependant remarquer que le MSAB reste toujours plus précis que le MSA bien qu'il garde le même domaine de validité à savoir celui des pastilles avec de très bonnes propriétés supraconductrices, c'est-à-dire des  $J_c$  très grands. Par ailleurs, ce résultat n'est guère surprenant dans la mesure où nous avons vu dans le Chapitre I que le modèle de Bean reste un modèle très simplifié du comportement magnétique des supraconducteurs. Il faut aussi ajouter que l'incapacité de la méthode analytique à considérer une distribution de perméabilité variable suivant  $z$  reste une limitation permettant difficilement d'envisager l'utilisation de modèles plus complexes. On peut en revanche remarquer que le temps de calcul du MSAB est identique à celui du MSA tandis qu'un modèle plus complet bien que riche en hypothèses comme le HMEF (densité de courant critique uniforme et indépendante de  $B$ ) requiert un temps de calcul très important. Selon la densité de courant critique, il faut entre 15 minutes et 3 heures de résolution ce qui le rend totalement inutilisable dans un procédé d'optimisation de machine.

Ainsi, à la lumière de ces résultats, nous nous utiliserons le MSAB pour les dimensionnements des prochains chapitres puisque nous chercherons toujours à utiliser des pastilles de la meilleure qualité possible afin de maximiser les performances de la machine.

### III. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons, à l'aide des outils du chapitre précédent, développé un modèle semi-analytique de la machine à modulation de flux en superposant trois problèmes. Le premier problème consistait à calculer le champ magnétique créé par la bobine supraconductrice, le second problème évaluait la capacité des pastilles du rotor à dévier les lignes de champ magnétique et le dernier correspond au calcul du flux magnétique et des pertes par courants de Foucault dans un induit sans dents ferromagnétiques.

Le modèle a montré de très bons résultats par rapports à la MEF lorsque l'on suppose des pastilles supraconductrices parfaites tout en étant beaucoup plus rapide. Plusieurs limites ont cependant été mis en évidence par les résultats, le caractère 3D du modèle limite fortement le nombre d'harmoniques qu'il est possible de prendre tout en gardant une durée de résolution efficace. En conséquence, il n'est pas possible de calculer précisément un grand nombre d'harmoniques ce qui impacte le calcul des pertes par courants de Foucault. Par ailleurs, bien que de nombreuses hypothèses géométriques aient été nécessaires pour parvenir au modèle final, la précision du modèle reste assez peu dépendante de la géométrie de la machine puisque que l'étude paramétrique mettant ce phénomène en évidence a montré que l'erreur sur le couple restait inférieure à 6 % sur la plage de paramètres explorée.

La capacité de la méthode semi-analytique à tenir compte de distribution de perméabilité complexe a aussi permis de tenir compte partiellement de la pénétration du champ magnétique dans les pastilles supraconductrices qui ne peuvent pas toujours être considérées comme des diamagnétiques parfaits. Pour cela, nous avons utilisé le modèle de Bean pour en déduire la perméabilité magnétique de la pastille. Toutefois, le modèle proposé, bien que considérablement plus rapide que la MEF, s'est révélé uniquement capable de prédire la tendance du comportement de la pastille sans être précis quantitativement à cause des trop nombreuses hypothèses. Cependant cette amélioration est sans impact sur le temps de calcul et toujours plus précise que de considérer les pastilles comme parfaitement diamagnétiques. Nous avons donc décidé de la conserver puisque, par le passé, la pénétration du champ dans les pastilles supraconductrices n'était étudiée qu'à posteriori [192]<sup>p.129</sup> et qu'il est donc maintenant possible d'en tenir compte partiellement dans les procédés d'optimisation.



---

# **Chapitre IV**

## **Conception électromagnétique du démonstrateur**

---

## I. Introduction

Bien que les procédés d'optimisation électromagnétique soient très efficaces pour déterminer les dimensions maximisant le couple massique d'une machine pour une puissance donnée, ceux-ci ne peuvent suffire à aboutir à une conception détaillée. Assurément, la réalisation d'une machine électrique comporte nombre de contraintes techniques, logistiques ou encore budgétaires qu'il est difficile de prendre en compte lors d'une optimisation a priori. Au cours de ce chapitre, nous allons décrire les différents calculs et études qui ont été nécessaires au dimensionnement électromagnétique du démonstrateur de machine à modulation de flux attendue pour le projet FROST. Nous verrons notamment que le modèle analytique développé dans le chapitre précédent n'est pas suffisant pour évaluer l'intégralité des phénomènes électromagnétiques impactant le dimensionnement. En outre, les différentes contraintes rencontrées ont imposé des changements de dimensions très importants par rapport au résultat de l'optimisation ayant été réalisée en début de projet. Par conséquent, nous proposerons dans ce chapitre une démarche de dimensionnement dont le choix de la majorité des paramètres est guidé par la prise en compte de contraintes, notamment électromagnétiques et thermiques, amenées par la montée en puissance et en densité de couple, mais aussi par les problèmes d'approvisionnement rencontrés au cours du projet. À chaque étape de cette démarche, nous utiliserons le modèle semi-analytique MASB du chapitre précédent pour évaluer l'évolution des performances de la machine.

Afin de faciliter la lecture de ce chapitre, on rappelle la notation des principaux paramètres géométriques de la machine à modulation de flux sur les figures IV.1 et IV.2.

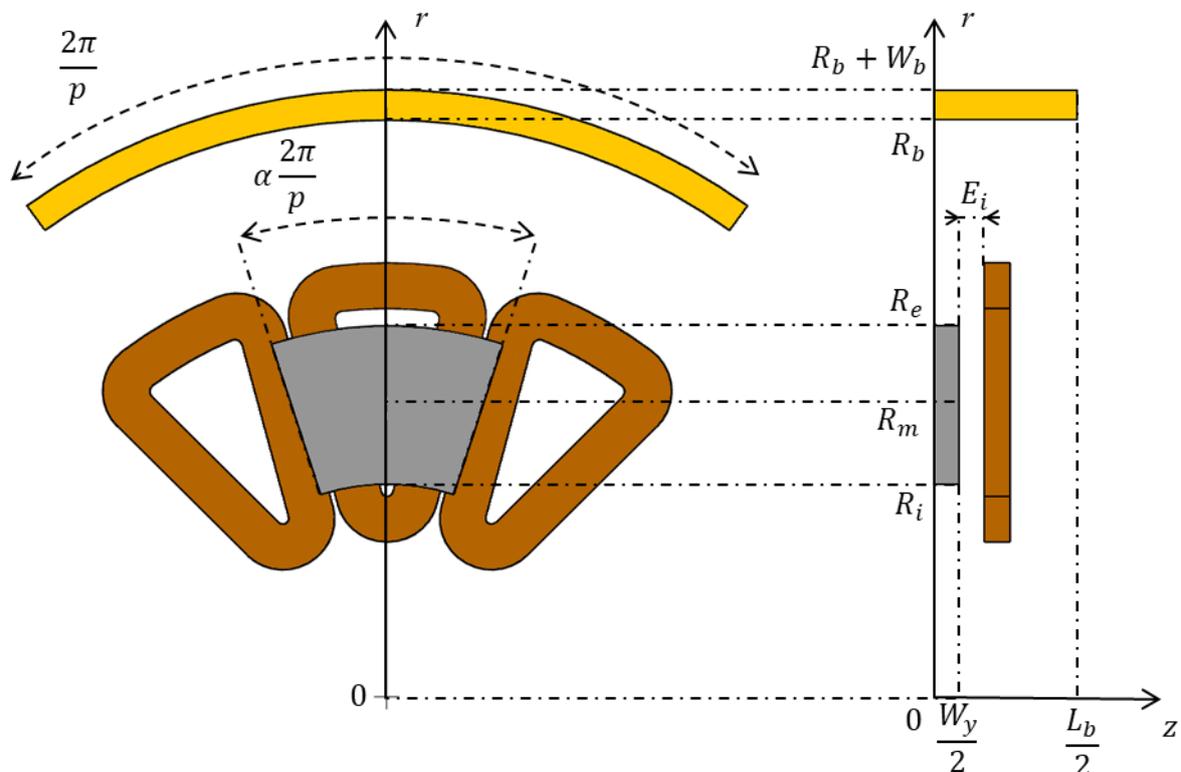


Figure IV.1 Paramètres géométriques de l'inducteur.

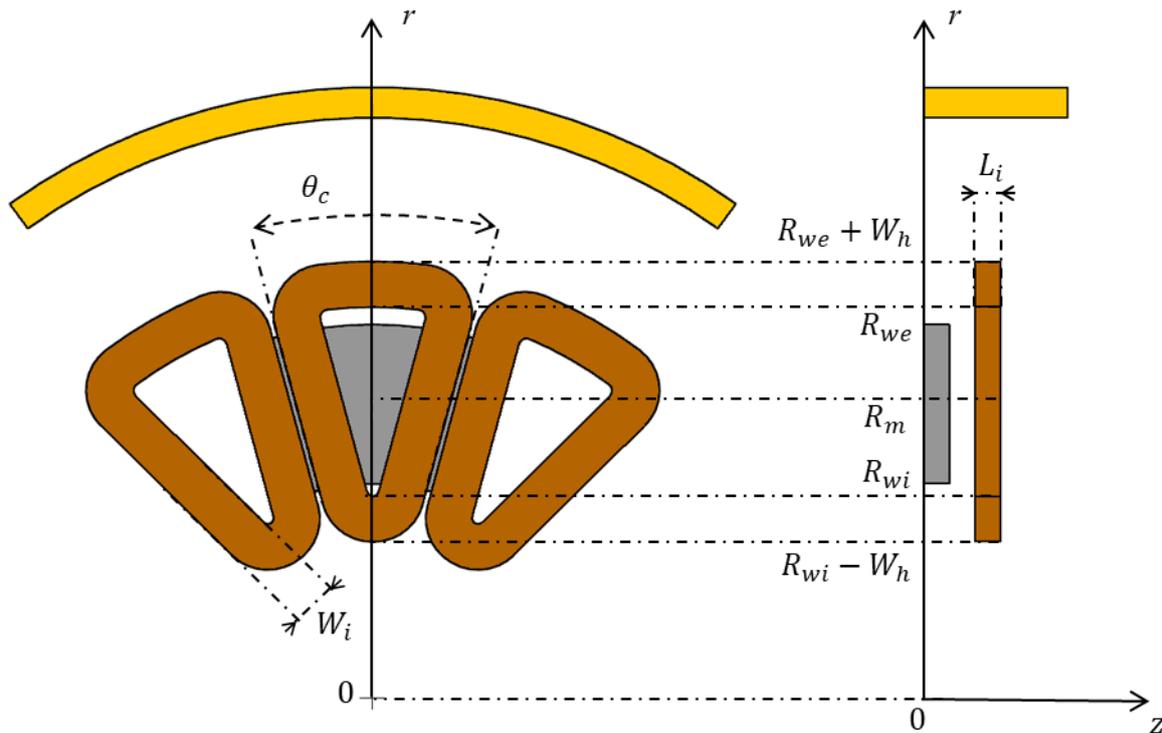


Figure IV.2 Paramètres géométriques de l'induit.

### I.1. Prédimensionnement de la machine

La démarche que nous proposons ici nécessite de disposer d'un prédimensionnement de la machine. Celui-ci peut provenir d'une optimisation ou d'une étude paramétrique préliminaire. Dans notre cas, nous allons partir des dimensions du prototype 50 kW réalisé au cours du projet RESUM [192] sur lequel on applique les trois leviers identifiés dans le Chapitre I pour permettre d'atteindre 500 kW:

- L'utilisation du fil REBaCuO (Fujikura FESC-SCH04 [103]) en lieu et place du fil Bi-2223. La nouvelle bobine supraconductrice comporte ainsi le même nombre de tours (900 tours), mais son épaisseur est divisée par deux (de 17,5 mm à 8,25 mm) tandis que son courant est multiplié par 1,5 (de 250 A à 375 A) permettant d'augmenter sa densité de courant d'un facteur 3,5 (de 210 A/mm<sup>2</sup> à 730 A/mm<sup>2</sup>).
- L'utilisation d'un refroidissement liquide de l'induit doit permettre une augmentation de la densité de courant de 10 A/mm<sup>2</sup> à 30 A/mm<sup>2</sup>. Comme mentionné dans l'introduction, la culasse ferromagnétique de l'induit n'est pas conservée pour ce démonstrateur.
- Le passage de pastilles en forme de disque vers des pastilles en forme de secteur d'anneau impose quant à lui des changements importants sur le rotor. On suppose des pastilles de même épaisseur (10 mm) d'ouverture 0,57 et recouvrant les têtes de bobines comme présenté sur la Figure III.13 (b).

Ainsi, les valeurs des principaux paramètres correspondants à ce prédimensionnement sont présentées dans le Tableau III.1. Comme nous le verrons par la suite, quasiment toutes ces dimensions auront été modifiées lorsque nous arriverons aux termes du dimensionnement. Nous allons en effet voir que certaines contraintes rendent ce prédimensionnement non viable. Ce dernier a pour but principal de fournir un point de départ pour la conception détaillée.

Tableau IV.1 Prédimensionnement de la machine

|               | Paramètre   | Description                               | Valeur                |
|---------------|-------------|---|-----------------------|
| Global        | $p$         | Nombre de paires de pôles                 | 5                     |
|               | $E_i$       | Epaisseur de l'entrefer                   | 3 mm                  |
|               | $R_m$       | Rayon moyen                               | 108,5 mm              |
| Bobine HTS    | $R_b$       | Rayon intérieur de la bobine              | 174 mm                |
|               | $W_b$       | Epaisseur de la bobine                    | 8,25 mm               |
|               | $L_b$       | Longueur de la bobine                     | 56 mm                 |
|               | $I_{cb}$    | Courant critique de la bobine             | 415 A                 |
|               | $J_b$       | Densité de courant                        | 730 A/mm <sup>2</sup> |
| Pastilles HTS | $R_e$       | Rayon extérieur d'une pastille            | 155.5 mm              |
|               | $R_i$       | Rayon intérieur d'une pastille            | 61.5 mm               |
|               | $\alpha$    | Ouverture par rapport à une paire de pôle | 0,57                  |
|               | $W_y$       | Epaisseur du rotor                        | 10 mm                 |
| Induit        | $R_{we}$    | Rayon extérieur de la spire intérieure    | 137,5 mm              |
|               | $R_{wi}$    | Rayon intérieur de la spire intérieure    | 79,5 mm               |
|               | $W_i = W_h$ | Epaisseur du faisceau de conducteurs      | 18 mm                 |
|               | $L_i$       | Largeur du faisceau de conducteurs        | 10 mm                 |
|               | $N_{bob}$   | Nombre de bobine par induit               | 12                    |
|               | $\theta_c$  | Angle d'ouverture d'une bobine concentrée | 29 °                  |
|               | $D_{fil}$   | Diamètre des brins du fil de Litz         | 812 $\mu$ m           |
|               | $K_{cu}$    | Coefficient de remplissage de l'induit    | 70 %                  |
|               | $J_{rms}$   | Densité de courant dans l'induit          | 30 A/mm <sup>2</sup>  |

## I.2. Performances et bilan des masses

En utilisant le modèle MSAB ( $N = 20$ ) en supposant une densité de courant critique des pastilles de 500 A/mm<sup>2</sup>, hypothèse que nous discuterons dans le chapitre suivant, pour une température des pastilles et de la bobine inductrice de 30 K, nous pouvons évaluer si cette machine peut a priori répondre au cahier des charges et estimer ses performances.

### I.2.a. Bilan massique

L'estimation de la masse de la machine passe tout d'abord par l'évaluation des trois principaux composants actifs. La masse de la bobine  $M_{bobine}$  est estimée par l'expression suivante :

$$M_{bobine} = \rho_{d_{ruban}} \pi (2R_b W_b + W_b^2) W_{ruban} N_{pan} \quad (IV.1)$$

Où  $W_{ruban}$  est la largeur des rubans (4 mm) et  $N_{pan}$  est le nombre de bobines de type « pancake » qui composent la bobine. La structure de la bobine et cette notion de « pancakes » sera explicitée par la suite. La bobine dont il est question ici comporte 12 pancakes de 75 tours chacun.

La masse des pastilles se calcule par :

$$M_{bulks} = \rho_{d_{bulk}} W_y \pi \alpha (R_e^2 - R_i^2) \quad (IV.2)$$

Enfin la masse globale des deux induits se calcule par excès à l'aide de :

$$M_{induit} = \left( \rho_{d_{cuivre}} K_{cu} + \rho_{d_{isolant}} (1 - K_{cu}) \right) \times (2W_i L_i (2N_{bob} (R_{we} - R_{wi}) + 2\pi (R_{we} + R_{wi}))) \quad (IV.3)$$

Où  $N_{bob}$  est le nombre de bobines d'un induit. Le Tableau IV.2 détaille la valeur des différentes masses volumiques. La masse volumique de l'Inox 304 interviendra dans la suite de ce chapitre.

| <i>Tableau IV.2 Masses volumiques des composants actifs</i> |                      |                        |
|---|----------------------|------------------------|
| <b>Matériau</b>   | <b>Notation</b>      | <b>Masse volumique</b> |
| Ruban REBaCuO   | $\rho_{d_{ruban}}$   | 8700 kg/m <sup>3</sup> |
| Pastille REBaCuO  | $\rho_{d_{bulk}}$    | 6900 kg/m <sup>3</sup> |
| Cuivre  | $\rho_{d_{cuivre}}$  | 8960 kg/m <sup>3</sup> |
| Isolant   | $\rho_{d_{isolant}}$ | 1100 kg/m <sup>3</sup> |
| Inox 304  | $\rho_{d_{inox}}$    | 7850 kg/m <sup>3</sup> |

La masse totale d'une machine n'est pas constituée uniquement de celles des composants actifs, il faut aussi tenir compte des parties inactives du point de vue électromagnétique (cryostats, carters, arbre, supports mécaniques, ...). Le poids de ces composants passifs est compliqué à évaluer sans effectuer le dessin complet de la machine. Pour simplifier l'étude électromagnétique, nous nous baserons sur le retour d'expérience du prototype 50 kW. Ce dernier comportait en effet 16 kg de composants actifs pour une machine pesant au total 52 kg. En effet, le dimensionnement mécanique de la machine avait été fait de manière conservatrice, ce qui explique le poids important des composants passifs. Pour le présent démonstrateur, les composants passifs ne seront pas non plus optimisés. Nous estimerons ainsi les masses supplémentaires par l'expression suivante :

$$M_{passive} = (M_{induit} + M_{bobine} + M_{bulks}) \frac{52 - 16}{16} \quad (IV.4)$$

En appliquant ces formules aux dimensions du Tableau III.1, on obtient le bilan des masses présenté dans le Tableau IV.3. Grâce à la diminution de l'épaisseur et donc du poids de la bobine HTS on parvient à une machine plus légère que le prototype 50 kW.

Tableau IV.3 Bilan massique aux termes du prédimensionnement

| Composant                   | Notation      | Masse   |
|-----------------------------|---------------|---------|
| Bobine supraconductrice     | $M_{bobine}$  | 3,9 kg  |
| Pastilles supraconductrices | $M_{bulks}$   | 2,5 kg  |
| Bobinages des induits       | $M_{induit}$  | 6.6 kg  |
| Masses passives             | $M_{passive}$ | 29.1 kg |
| Masse totale                | $M_{total}$   | 42,1 kg |

### I.2.b. Bilan des performances

Les principales performances électromagnétiques calculées par le MSAB ( $N=20$ ) de la machine prédimensionnée sont détaillées dans le Tableau IV.4. En appliquant simplement ces changements par rapport au prototype 50 kW, la puissance est fortement augmentée bien que l'on ne parvienne pas encore à l'objectif de 500 kW du projet FROST. En revanche, la puissance massique atteint quant à elle quasiment les 10 kW/kg.

Tableau IV.4 Bilan des performances aux termes du prédimensionnement

| Grandeur | Description                                   | Valeur      |
|----------|---|-------------|
| $\Omega$ | Vitesse de rotation                           | 5000 tr/min |
| $T_{em}$ | Couple électromagnétique                      | 712 Nm      |
| $P_{em}$ | Puissance électromagnétique                   | 373 kW      |
| $PtM$    | Puissance massique                            | 8.9 kW/kg   |
| $P_{cf}$ | Pertes par courants de Foucault dans l'induit | 10,9 kW     |
| $P_c$    | Pertes par courants de conduction             | 15,9 kW     |
| $\eta$   | Rendement                                     | 92,8 %      |

Cependant, il faut noter que le rendement correspondant n'est que de 92,8 % impliquant des pertes très élevées localisées dans le bobinage cuivre. Comme mentionné dans le chapitre précédent, ces pertes ont deux sources d'ordres de grandeurs équivalents. Les pertes par conduction  $P_c$  sont dues à la forte densité de courant ( $30A/mm^2$ ) circulant dans les bobinages tandis que les pertes par courants de Foucault  $P_{cf}$  sont elles dues aux courants induits causées par le champ tournant de l'inducteur.  $P_c$  se calcule simplement par la loi d'Ohm tandis que le calcul de  $P_{cf}$  a été détaillé précédemment. Ces 27 kW de pertes nécessitent d'être évacuées par le système de refroidissement de l'induit, la capacité de ce dernier à évacuer la chaleur semble donc, à ce stade, être un obstacle à la faisabilité de ce design. Par ailleurs, l'impact de l'augmentation de l'amplitude du champ dans l'entrefer sur les pièces conductrices des composants non actifs électromagnétiquement doit être évalué. Finalement, il faut prendre en compte la faisabilité et la disponibilité des composants actifs. Nous allons maintenant procéder à l'analyse de ces problématiques en passant tout d'abord en revue le rotor et l'induit avant d'aborder la question de la bobine supraconductrice puis enfin la stabilité thermique des bobinages cuivre.

## II. Conception du rotor et de l'induit

### II.1. Choix de la polarité et du bobinage

Dans les machines conventionnelles il peut être intéressant d'augmenter la polarité afin de réduire au maximum l'épaisseur des culasses ferromagnétiques et ainsi diminuer la masse [54]. Ce principe ne s'applique évidemment pas ici puisque la machine ne comporte pas de circuit ferromagnétique. Dans notre cas, il est donc préférable de chercher à minimiser la polarité afin de minimiser la fréquence électrique de la machine. En effet, les pertes par courants de Foucault dans les brins du fil de Litz sont, en l'absence d'effet de peau, proportionnelles au carré de la fréquence et doivent impérativement être limitées. Afin de faciliter le bobinage et de limiter l'encombrement et la taille des têtes de bobines, il a été décidé d'employer un bobinage concentré. Cependant, le principal inconvénient des bobinages concentrés réside dans leur contenu harmonique souvent plus important que les bobinages distribués, pouvant causer de fortes ondulations de couple.

Dans cette section, nous cherchons à déterminer le nombre de paires de pôles  $p$  minimum permettant de réaliser un bobinage concentré en double couches à  $N_{bob}$  bobines par induit générant suffisamment peu d'ondulations de couple. Pour cela nous appliquons une procédure en plusieurs étapes

La première étape est de déterminer la faisabilité des différentes combinaisons de  $N_{bob}$  et  $p$  à partir de l'étoile des encoches [238], pour cela il faut calculer le nombre de périodicités  $N_{per}$  du bobinage en calculant le plus grand diviseur commun entre  $N_{bob}$  et  $p$ . On peut ensuite déterminer si un bobinage triphasé concentré double couche est faisable en s'assurant que  $N_{bob}/3N_{per}$  est un nombre entier.

Tableau IV.5 Analyse de bobinages concentrés à faible polarité.

*En gris : bobinage concentré non réalisable*

*En rouge : harmoniques pairs présents dans le spectre*

*En bleu : coefficient de raccourcissement du fondamental trop faible*

*En vert : bobinages pertinents*

| $N_{bob} \setminus p$ | 1     | 2     | 3     | 4 | 5     | 6 | 7     |
|-----------------------|-------|-------|-------|---|-------|---|-------|
| 6                     | 0,348 |       |       |   | 0,868 |   |       |
| 9                     |       |       |       |   |       |   | 0,470 |
| 12                    | 0,178 | 0,348 | 0,348 |   | 0,758 |   | 0,897 |
| 15                    |       |       |       |   |       |   |       |
| 18                    | 0,119 |       |       |   | 0,554 |   | 0,723 |

Dans la majorité des machines, le champ magnétique créé par un pôle nord de l'inducteur est l'antisymétrique du champ créé par le pôle sud. Dans ce cas, le champ du rotor ne comporte pas d'harmoniques pairs, ceux-ci ne peuvent donc pas générer d'ondulations de couple, même s'ils sont présents dans le champ de l'induit. En revanche, le champ créé par l'inducteur d'une machine à modulation de flux ne comporte pas, comme le montre la Figure III.8, d'antisymétrie de glissement. Par conséquent, la distribution de champ comporte des harmoniques de rang

pair, il faut donc sélectionner un bobinage approprié. Le critère à respecter pour annuler les harmoniques pairs est que le nombre  $N_{bob}/N_{per}$  soit pair [238].

On calcule ensuite, le coefficient de raccourcissement à nombre d'Ampères-tours par phase constant (30 kAt) du fondamental de chaque bobinage restant aux termes des deux étapes précédentes que l'on concatène dans le Tableau IV.5. On représente aussi dans celui-ci les combinaisons non faisables en gris et en rouge celles qui ne respectent pas la seconde étape. Parmi les 11 bobinages restant, seuls 4 ont un coefficient de raccourcissement supérieur à 0,6 pour le fondamental, les bobinages en bleu ne généreront pas suffisamment de couple et ne sont donc pas pertinents. Il faut noter que, puisque le coefficient de bobinage total est nécessairement inférieur ou égal au coefficient de raccourcissement, ce dernier suffit à éliminer les bobinages qui vont générer trop peu de couple. L'analyse est ainsi plus rapide puisqu'il suffit d'appliquer l'expression (III.46).

On peut maintenant regarder en détail, dans le Tableau IV.6, les coefficients de bobinage (raccourcissement et distribution) des 4 bobinages restants pour le fondamental ainsi que pour les harmoniques 5,7,11 et 13, susceptibles de générer des ondulations de couple. On remarque qu'ils semblent tous robustes face aux ondulations bien que les bobinages à  $p = 7$  soient légèrement meilleurs. Cependant, choisir  $p = 7$  au lieu de  $p = 5$  implique une augmentation de fréquence qui doublerait quasiment les pertes par courants de Foucault, il est donc préférable de rester à  $p = 5$ .

*Tableau IV.6 Comparaison des coefficients de bobinages pour plusieurs harmoniques et pour le fondamental.*

| $p$ | $N_{bob}$ | 1     | 5     | 7     | 11    | 13    |
|-----|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 5   | 6         | 0,868 | 0,095 | 0,004 | 0,024 | 0,086 |
| 5   | 12        | 0,732 | 0,106 | 0,001 | 0,084 | 0,113 |
| 7   | 12        | 0,867 | 0,000 | 0,031 | 0,015 | 0,066 |
| 7   | 18        | 0,698 | 0,090 | 0,012 | 0,009 | 0,041 |

Parmi les deux bobinages restants, celui à  $N_{bob} = 6$  est donc le plus performant car générant un couple presque 20 % supérieur à son homologue à  $N_{bob} = 12$  pour des ondulations de couple similaires. Ce résultat est assez contre-intuitif dans la mesure où dans les machines conventionnelles avec fer, le coefficient de bobinage du fondamental de la configuration  $p = 5$  et  $N_{bob} = 12$  est de l'ordre de 0,5 puisque chaque bobine englobe plus d'un pôle et demi. Cependant, dans notre cas, l'étalement des bobinages fait que chaque bobine n'embrasse en moyenne que 1,1 pôle, rendant son flux plus important.

L'analyse des différents bobinages a été effectuée en début de projet en calculant les coefficients de bobinage sans tenir compte de l'étalement des bobines. Ainsi, le bobinage à  $N_{bob} = 6$  avait été éliminé pour la raison évoquée dans le paragraphe précédent. L'analyse que nous venons de mener n'a quant à elle pu être réalisée que plus tard lorsque le bobinage était déjà figé. Par conséquent, nous conserverons pour la suite le bobinage à  $N_{bob} = 12$  malgré ses performances moins élevées. Nous reconsidérerons tout de même ce bobinage dans le Chapitre VI. Avec cette polarité et ce bobinage, les ondulations de couple attendues sont, d'après un calcul numérique sur COMSOL, de 1,3 %.

## II.2. Dimensionnement du rotor

### II.2.a. Dimensions des pastilles

Comme mentionné dans le Chapitre I, les bulks du rotor doivent être réalisés en REBaCuO monocristallins dont la fabrication est très complexe pour les pastilles de grande taille. La forme particulière des pastilles recherchées ici, en secteur d'anneau, n'est pas fabriquée tel quel. Pour obtenir ces pastilles il faut produire un disque de plus grande taille puis découper la forme voulue à l'intérieur. Pour obtenir les pastilles du Tableau III.1, il faudrait découper dans un disque de 124 mm de diamètre non disponible puisque les plus grands disponibles commercialement atteignent 100 mm de diamètre [99]. Ainsi, les dimensions des pastilles doivent être changées pour pouvoir être approvisionnées. En tenant compte de cette contrainte, les bulks seront réalisés suivant les dimensions de la Figure IV.3.

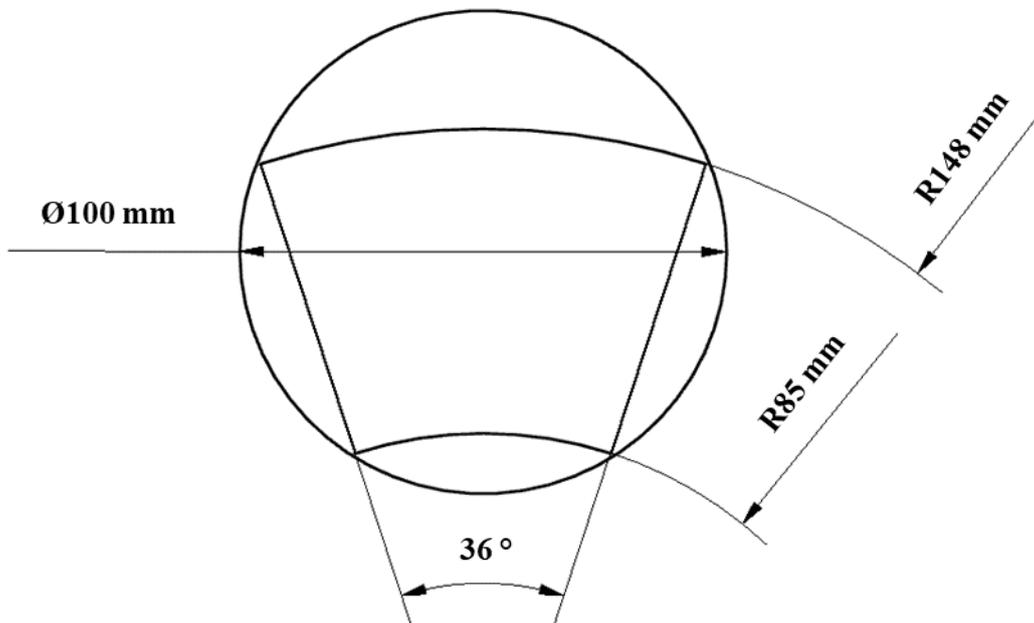


Figure IV.3 Dimensions des pastilles du rotor que l'on peut découper dans un disque de 100 mm de diamètre.

Ainsi, le rayon extérieur des pastilles devient  $R_e = 148$  mm, le rayon intérieur  $R_i = 85$  mm et l'ouverture par rapport à une paire de pôle  $\alpha = 0,5$ .

### II.2.b. Choix du nombre de pastilles et épaisseur du rotor

Le système de refroidissement du rotor du prototype 50 kW intégrait des anneaux en cuivre entourant chaque pastille pour les refroidir par leur périphérie. Pour les pastilles en secteur d'anneau, il n'est pas possible d'adopter le même système. À la place, le système de refroidissement proposé par la société Absolute System consiste à dédoubler les pastilles (deux pastilles par paire de pôles) afin de les thermaliser par leur face intérieure à l'aide d'une fine plaque en aluminium disposée entre chaque couple de pastille comme le montre la Figure IV.4. La plaque en aluminium assure ainsi un pont thermique entre les pastilles et l'échangeur cryogénique rotatif disposé au centre du rotor permettant la cryogénie tournante.

Par conséquent, 10 pastilles et non plus 5 sont nécessaires à la réalisation du rotor. Intuitivement, l'épaisseur de chaque pastille devrait être réduite à 5 mm afin de conserver une épaisseur du rotor  $W_y$  de 10 mm. Cependant, le fabricant des bulks trouvait trop risqué de

fabriquer des pastilles aussi fines, celui-ci ne garantissant que les épaisseurs au-delà de 10 mm. Il semblait aussi trop risqué de les faire découper dans leur longueur. Ainsi, le rotor sera composé de 10 pastilles de 10 mm d'épaisseur portant l'épaisseur du rotor à  $W_y = 20$  mm soit l'épaisseur d'un couple de pastilles en négligeant l'épaisseur de la plaque.

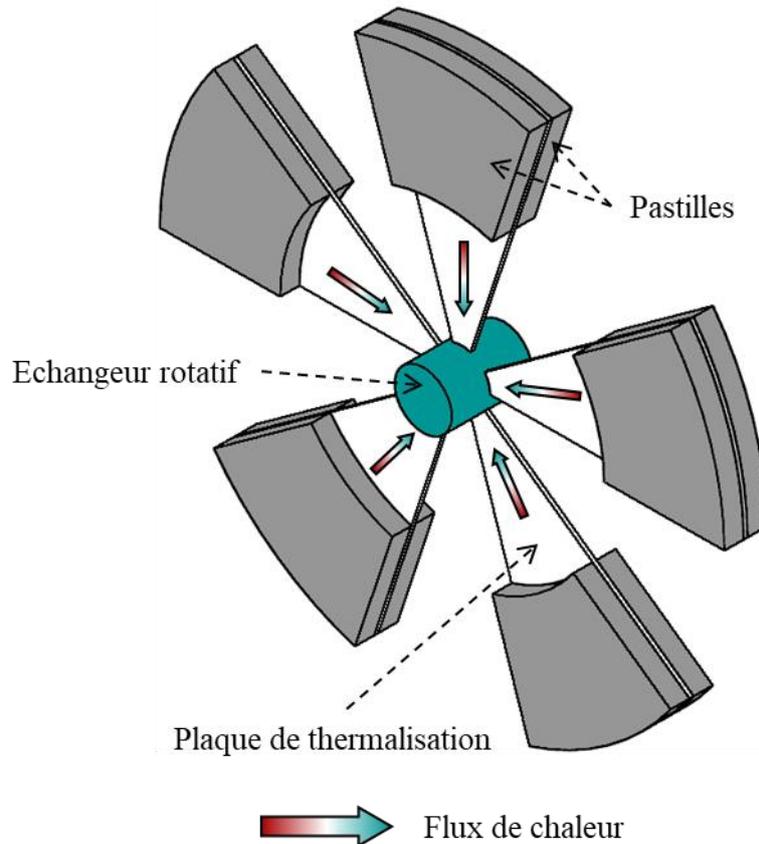


Figure IV.4 Principe de la thermalisation des pastilles par une fine plaque en aluminium connectée à un échangeur rotatif développé par Absolut system.

### II.3. Dimensionnement de l'induit

À cause de la contrainte d'approvisionnement sur les pastilles, les dimensions de ces dernières ont été fortement impactées passant d'une hauteur ( $R_e - R_i$ ) de 94 mm à seulement 63 mm. Il faut donc maintenant adapter les dimensions de l'induit à ces nouvelles pastilles. Pour cela, on peut envisager de les redimensionner pour recouvrir les têtes de bobines comme sur la Figure III.13 (b). Cependant, lorsque nous avons fait l'analyse de la meilleure disposition dans le chapitre précédent, ce sont les pastilles dont les dimensions étaient modifiées entre les deux configuration (a) et (b) tandis que les dimensions de l'induit étaient conservées. Puisque nous sommes ici dans la situation opposée, nous devons donc recalculer les deux cas.

Tableau IV.7 Comparaison des cas (a) et (b) de la Figure III.13 pour des dimensions de pastilles fixes

| Cas                                  | $R_{wi}$ | $R_{we}$ | $P_{em}$ |
|--------------------------------------|----------|----------|----------|
| (a) Têtes de bobines non recouvertes | 85 mm    | 148 mm   | 264 kW   |
| (b) Têtes de bobines recouvertes     | 103 mm   | 130 mm   | 202 kW   |

Il est clair, d'après les résultats présentés dans le Tableau IV.7, qu'il faut privilégier le cas de la Figure III.13 (a). En effet, lorsque la taille des pastilles est fixée, il est préférable de prendre des bobines plus grandes pour s'assurer que l'intégralité du flux modulé va passer dans la zone dite « utile » (entre  $R_{wi}$  et  $R_{we}$ ) de l'induit plutôt que dans les têtes de bobines. Par conséquent, les dimensions  $R_{wi}$  et  $R_{we}$  sont respectivement changées pour 85 mm et 148 mm contre 79.5 mm et 137,5 mm.

## II.4. Modes de fonctionnement de la machine

### II.4.a. Présentation des modes de fonctionnement

La modulation de flux telle que présentée dans le Chapitre I, n'est, pour les machines intégrant des pastilles supraconductrices, qu'un mode de fonctionnement potentiel parmi d'autres. En effet, deux autres modes de fonctionnement sont possibles comportant chacun des avantages et des inconvénients par rapport à la modulation de flux. Dans cette section, nous allons détailler les différents modes de fonctionnement afin de sélectionner le plus pertinent vis-à-vis du démonstrateur que l'on souhaite dimensionner. Il s'agit notamment de voir si un mode de fonctionnement différent de la modulation de flux permettrait de compenser la perte de puissance subie à cause de la réduction de la taille des pastilles par rapport au prédimensionnement. Pour présenter les trois options possibles, la Figure IV.5 présente les étapes de mise en fonctionnement de chaque mode. Pour chacun de ces modes, il est nécessaire que les champs appliqués soient inférieurs à 2 fois le champ de pénétration des pastilles.

La Figure IV.5 (a) présente les étapes de mise en service du mode classique de modulation de flux seule. L'étape (1) correspond à l'état initial de la machine où la bobine et le rotor sont à température ambiante et non supraconducteurs. Ces deux composants sont refroidis simultanément jusqu'à 30 K au cours de l'étape (2). Enfin, dans l'étape (3), la bobine est alimentée à son courant nominal  $I_b$  créant une aimantation en sens opposé, résultante des courants induits dans la pastille, grâce au comportement diamagnétique de la pastille. Ainsi, comme nous l'avons déjà vu précédemment, le champ résultant dans l'entrefer est très faible derrière les pastilles et se concentre entre ces dernières.

Un second mode de fonctionnement, présenté sur la Figure IV.5 (b), consiste à aimanter la pastille par field cooling afin de réaliser une machine à « aimants permanents supraconducteurs ». Pour cela, en repartant du même état initial (1), il faut refroidir uniquement la bobine dans un premier temps au cours de l'étape (2), puis alimenter la bobine à son courant nominal (3). L'étape (4) consiste alors à refroidir sous champ la pastille jusqu'à 30 K en maintenant la bobine alimentée. Enfin, en coupant l'alimentation de la bobine (5), la pastille va s'aimanter par courants induits de sorte à piéger le champ qui lui avait été appliqué. Ainsi, à l'inverse du mode (a), le champ résultant dans l'entrefer est concentré derrière les pastilles et très faibles entre celles-ci. Dans ce mode de fonctionnement, la bobine supraconductrice n'est employée que lors de la mise en service, ce qui a pour avantage de diminuer fortement le champ magnétique résiduel aux alentours de la machine et de diminuer fortement les pertes cryogéniques des amenées de courant lors du fonctionnement. En revanche, il faut tout de même la maintenir à froid si l'on veut pouvoir contrôler l'amplitude du champ inducteur en y réinjectant du courant.

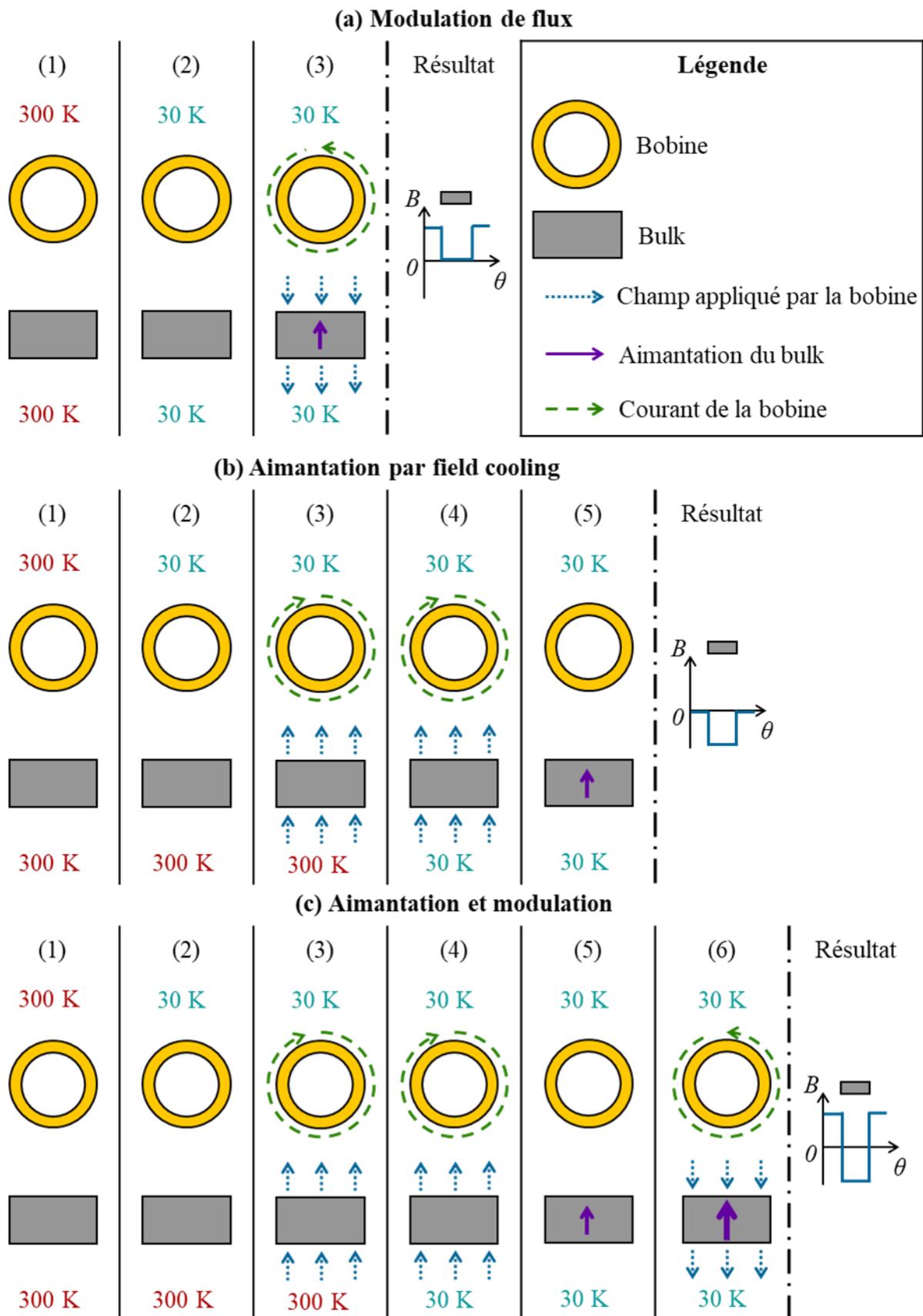


Figure IV.5 Etapes de mise en fonctionnement et représentation du champ résultant dans l'entrefer pour les 3 modes : (a) modulation de flux seule, (b) magnétisation par field cooling, (c) magnétisation par field cooling et modulation de flux.

Enfin la Figure IV.5 (c) présente le dernier mode de fonctionnement combinant les deux précédents. Pour celui-ci, les étapes (1-5) sont identiques au mode (b). On part de l'état initial à température ambiante (1) pour refroidir uniquement la bobine (2). La bobine est ensuite alimentée à son courant nominal  $-I_b$  pour refroidir la pastille sous un champ négatif (4). En coupant l'alimentation de la bobine (5), la pastille s'aimante dans le sens du champ qui lui avait été appliqué. L'étape supplémentaire (6) consiste quant à elle à alimenter la bobine à nouveau à son courant nominal mais dans le sens opposé  $+I_b$ . Ainsi, l'aimantation de la pastille est pratiquement doublée grâce à la réaction de la pastille qui va chercher à maintenir en son centre le champ qu'elle a « enregistrée » lors du field cooling. Le champ résultant dans l'entrefer est donc négatif derrière les pastilles et positif dans les ouvertures, l'amplitude de la distribution spatiale est donc elle aussi pratiquement doublée [67], [68].

Le mode de fonctionnement combiné (c) semble donc idéal du point de vue de la puissance massique puisqu'il permet soit, de pratiquement doubler la puissance de la machine par rapport au mode (a), soit de générer la même puissance avec une bobine supraconductrice comportant deux fois moins d'Ampères-tours. En revanche, comme nous venons de le voir, ce mode comporte beaucoup plus d'étapes pour mettre la machine en fonctionnement. Le critère de choix principal étant de maximiser la puissance massique, nous choisirons donc le mode (c) malgré la mise en œuvre légèrement plus complexe.

#### **II.4.b. Modélisation des modes de fonctionnement**

Avant de procéder à la suite du dimensionnement, nous devons nous arrêter sur la modélisation de ces différents modes de fonctionnement. En effet, nous avons développé dans le Chapitre III un modèle analytique s'appliquant au cas de la modulation de flux simple de la Figure IV.5 (a), qui n'est donc pas celui sélectionné au final. Néanmoins, nous allons maintenant montrer que ce modèle n'est pas caduc pour autant et que celui-ci peut s'appliquer simplement aux deux autres modes. Pour cela, il faut revenir au comportement des massifs HTS que nous avons décrit dans la section II.4 du Chapitre I. Au cours de celui-ci, nous avons détaillé qualitativement les différentes méthodes d'aimantation ainsi que la réponse diamagnétique à l'aide du modèle de Bean. Nous avons vu notamment que la variation du champ appliqué détermine le sens des courants dans les pastilles tandis que la profondeur de pénétration est imposée par la différence entre le champ que voit la pastille lors de son refroidissement et le champ final. De plus, la réponse diamagnétique d'un bulk supraconducteur correspond en fait au piégeage par field cooling d'un champ initial nul. Par conséquent, l'aimantation et la modulation de flux sont, du point de vue des courants dans une pastille, strictement identiques pour une amplitude entre le champ de la bobine au refroidissement des bulks et en fonctionnement donnée.

Pour s'en convaincre, nous construisons un modèle numérique 2D axisymétrique en formulation en  $H$  sur COMSOL d'une pastille circulaire ( $J_c = 1000 \text{ A/mm}^2$ ,  $n = 20$ , 80 mm de rayon, 10 mm de hauteur) afin de simuler les trois cas suivants :

- Le cas de la Figure IV.5 (a) : La pastille est refroidie sous champ nul puis un champ magnétique extérieur de 1 T est appliqué pour générer une réaction diamagnétique.
- Le cas de la Figure IV.5 (b) : La pastille est refroidie sous un champ magnétique appliqué de - 1 T puis celui-ci est progressivement coupé afin de réaliser une aimantation par field cooling.
- Un cas similaire à la Figure IV.5 (c) : La pastille est refroidie sous un champ magnétique appliqué de - 0,5 T puis celui-ci est progressivement inversé pour atteindre + 0,5 T combinant ainsi l'aimantation et la modulation.

On trace ensuite pour ces trois cas la distribution du champ magnétique à 3 mm de la surface de la pastille sur la Figure IV.6. On observe bien que le champ produit dans les trois cas est identique à l'exception de leur valeur moyenne. En effet, dans le cas simulé ici, la valeur moyenne du mode (a) est supérieure d'exactement 1 T à celle du (b) et de 0,5 T à celle du (c). Autrement, en dehors de cette valeur moyenne, les courbes se superposent parfaitement. La différence étant strictement égale au champ magnétique appliqué à l'état final, cela implique donc bien que le comportement de la pastille soit équivalent dans les trois cas. Et en effet, la distribution des courants dans la pastille est identique elle aussi, puisque la différence entre le champ appliqué initial et final est de 1 T à chaque fois.

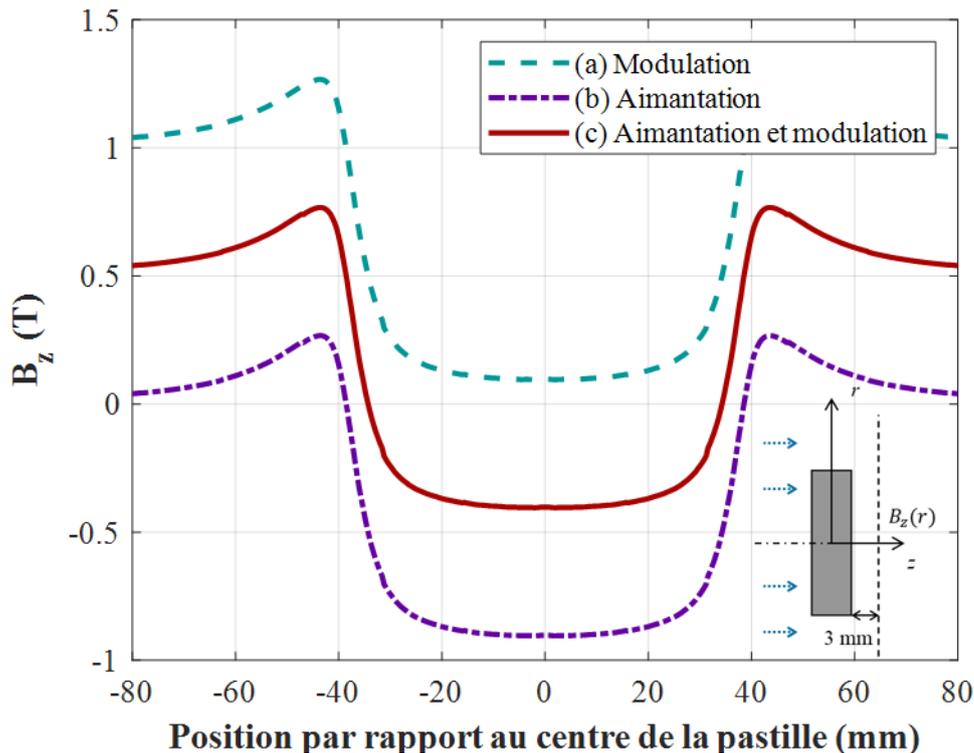


Figure IV.6 Comparaison du champ à 3 mm de la surface d'une pastille circulaire pour chaque mode de fonctionnement potentiel.

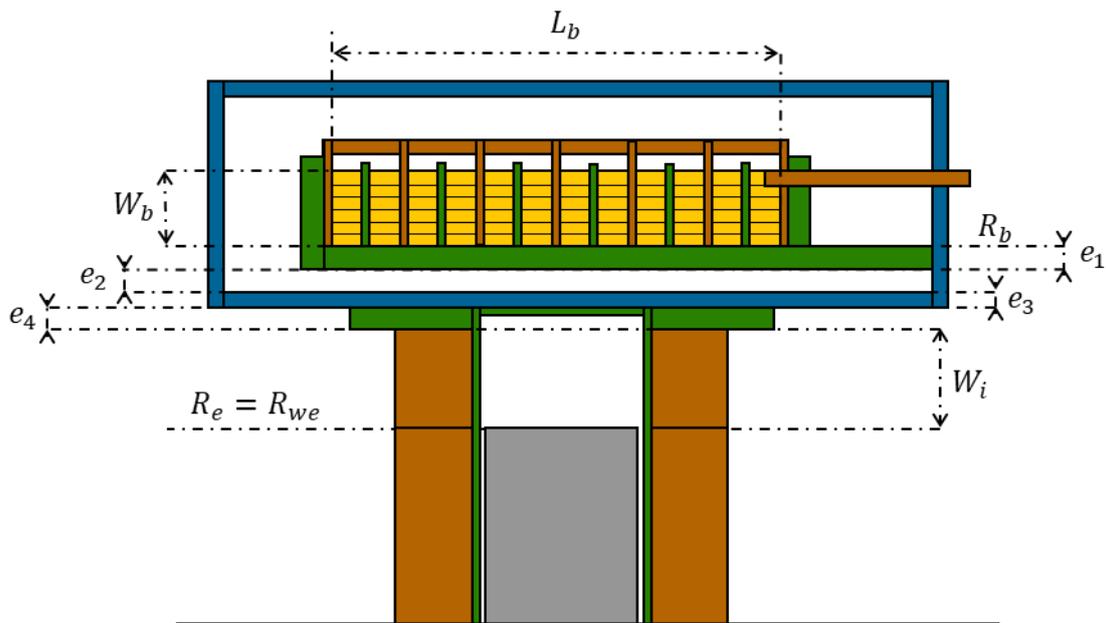
En conséquence, puisque les trois modes sont équivalents du point de vue comportemental pour les bulks, il est possible d'utiliser le MSAB pour modéliser chaque cas. Si l'on fait fi de la valeur moyenne, la modélisation du mode (b) ne nécessite aucune modification tandis que le mode (c) ne nécessite qu'un léger changement. En effet, pour une même bobine, le mode (c) s'apparente à un doublement du nombre d'Ampères-tours de la bobine inductrice par rapport au mode (a). Il faut donc ajouter un facteur 2 dans l'expression (III.57) ainsi que dans les expressions du champ inducteur. Ainsi on obtient bien la distribution de champ avec la bonne amplitude, mais sans la valeur moyenne ce qui est suffisant pour le calcul du couple et des pertes par courants de Foucault puisque la valeur moyenne n'intervient dans le calcul d'aucun des deux. Notons tout de même qu'il est possible d'intégrer cette valeur moyenne au calcul des modes (b) et (c) en soustrayant le champ appliqué par la bobine de la distribution calculée par le MSAB.

Ainsi, en appliquant ce principe à notre machine, on peut calculer que le passage du mode modulation (a) au mode combiné (c) permet de passer la puissance de la machine de 264 kW à 475 kW sans aucun changement sur les dimensions et donc sur les masses actives. Il est à noter

ici que l'on ne gagne qu'un facteur 1,8 sur la puissance à cause de la pénétration du champ magnétique dans les bulks. Si les pastilles étaient parfaites (densité de courant critique  $J_c$  infinie), le rapport des puissances entre les modes (a) et (c) serait de 2 précisément.

### III. Conception de la bobine supraconductrice

#### III.1. Structure de la bobine supraconductrice



- Galettes de fils HTS
- Pastille HTS
- Cryostat en aluminium
- Composite G11 (Support bobine, carter de l'induit)
- Cuivre (Thermalisation de la bobine, bobinage induit)

Figure IV.7 Schéma en coupe dans le plan  $r-z$  de la bobine supraconductrice et du cryostat et notation des différentes épaisseurs à prendre en compte pour définir le rayon intérieur de la bobine.

La structure de la bobine supraconductrice est représentée sur la Figure IV.7, celle-ci se compose de plusieurs bobines élémentaires appelées « pancakes » ou « galettes », représentées en jaune. Les galettes sont chacune constituées d'un nombre de tour  $N_{tou}$  de rubans empilés, le nombre de pancakes  $N_{pan}$  est un nombre pair puisqu'elles sont appairées pour former des doubles-galettes comportant chacune une cale isolante de séparation de 0,5 mm d'épaisseur. L'épaisseur d'une double galette est donc de 8,5 mm de largeur (2 fois la largeur du ruban + 0,5 mm). Ces doubles galettes sont toutes connectées en série et sont séparées par des cales en cuivre servant à les thermaliser, l'écart entre chaque double pancake est de 1 mm.

Ainsi, le dimensionnement électromagnétique d'une bobine supraconductrice consiste à déterminer le nombre de galettes  $N_{pan}$ , le nombre de tour de chacune d'entre elles  $N_{tou}$  et enfin son rayon intérieur  $R_b$ . La longueur de la bobine  $L_b$  et son épaisseur  $W_b$  étant liés à ces grandeurs par les expressions :

$$L_b = W_{ruban} N_{pan} + \frac{N_{pan}}{2} \times 0,5 \text{ mm} + \left( \frac{N_{pan}}{2} - 1 \right) \times 1 \text{ mm} \quad (\text{IV.5})$$

$$W_b = N_{tou} E_{ruban} \quad (\text{IV.6})$$

Où  $E_{ruban}$  est l'épaisseur du ruban utilisé (0,11 mm pour le FESC-SCH04)  $W_{ruban}$  sa largeur égale à 4 mm. Enfin, le courant critique de la bobine  $I_{cb}$  est déterminé selon la seconde définition présentée dans la section II.3.c du Chapitre I en utilisant la valeur du champ magnétique à l'extrémité ( $r = R_b + \frac{W_b}{2}$ ,  $z = \frac{L_b}{2}$ ) de la bobine. On applique ensuite un coefficient de sécurité de 0,9 entre le courant d'emploi de la bobine et le courant critique ; la densité de courant effective  $J_b$  circulant dans la bobine se calcule donc par :

$$J_b = 0,9 \frac{N_{pan} N_{tou} I_{cb}}{W_b L_b} \quad (\text{IV.7})$$

## III.2. Dimensionnement de la bobine

### III.2.a. Nombre de galettes

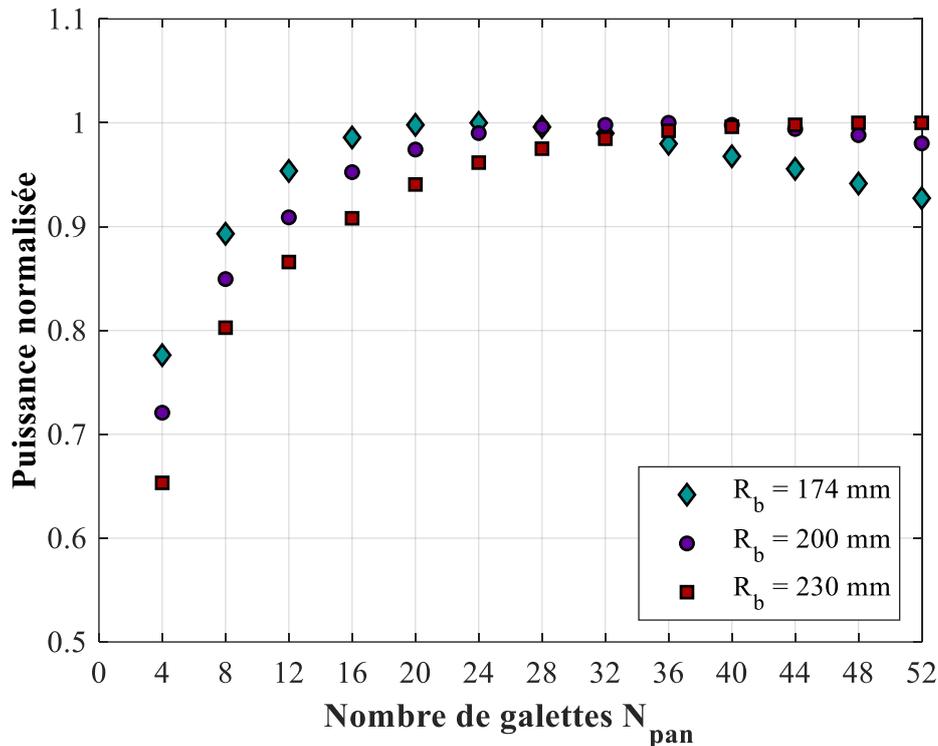


Figure IV.8 Puissance normalisée en fonction du nombre de galettes à nombre de tours total de la bobine constant.

Pour réaliser le prédimensionnement, nous avons repris exactement le nombre de galettes et de tours du prototype 50 kW ( $N_{pan} = 12$ ,  $N_{tou} = 75$ ) ainsi que son rayon intérieur ( $R_b = 174$  mm). Nous allons maintenant modifier ces valeurs pour rendre la bobine réalisable et plus optimale. En premier lieu nous allons étudier l'influence du nombre de galettes sur la puissance de la machine. Le prix d'une bobine REBaCuO dépendant majoritairement de la longueur totale de ruban nécessaire à sa fabrication, il est important que la forme soit optimale pour un nombre de tours donné. Pour cela, on réalise une étude paramétrique de la machine pour plusieurs valeurs de  $N_{pan}$ . Pour chaque point, on adapte donc le nombre de tours par

galette  $N_{tou}$  afin que le nombre de tours global de la bobine reste identique. Le résultat de cette étude est présenté sur la Figure IV.8. Dans la mesure où le rayon intérieur de la bobine sera modifié dans la section suivante, on réalise cette étude pour  $R_b = 200$  mm et  $R_b = 230$  mm en plus de  $R_b = 174$  mm afin de s'assurer que le nombre de galettes sélectionné reste pertinent en cas d'augmentation du rayon.

D'après la Figure IV.8, le nombre de galettes permettant de maximiser la puissance pour  $R_b = 174$  mm est  $N_{pan} = 24$ , on remarque cependant que la puissance varie assez peu autour de ce maximum puisqu'aucune des options entre 12 et 44 galettes ne cause une perte de plus de 5 % de puissance par rapport à l'optimum. Concernant les rayons plus grands, on voit que le maximum se décale vers des nombres de galettes plus élevés. Néanmoins, pour  $R_b = 200$  mm et  $R_b = 230$  mm, prendre 24 pancakes ne diminue la puissance que de 1 % et 4 % par rapport à leurs optimums respectifs contre 9 % et 13 % si l'on conserve 12 galettes. Par ailleurs, augmenter le nombre de pancakes implique un plus gros cryostat pour la bobine, ce dernier étant un des composant les plus lourds, il faut prendre garde à ne pas utiliser une bobine trop longue. Nous adopterons donc  $N_{pan} = 24$  pour la suite.

### III.2.b. Pertes dans le cryostat en aluminium

En première approche, il semble logique de choisir le rayon intérieur  $R_b$  le plus faible possible afin de diminuer le flux magnétique qui est perdu entre les pastilles et l'alésage de la bobine. Cependant, l'espace entre rayon extérieur de l'induit ( $R_{we} + W_i$ ) et l'alésage de la bobine ( $R_b$ ) est, comme le montre la Figure IV.7, encombré par plusieurs parois indispensables au bon fonctionnement de la machine.

Le Tableau IV.8 décrit les différentes parois et la valeur de leurs épaisseurs dans le prototype RESUM 50 kW. Au total, 14,5 mm séparaient les bobines de l'induit de la bobine supraconductrice. Dans le cas présent, nous avons, dans la partie II.3, augmenté la taille des bobinages de l'induit, portant son rayon extérieur à 166 mm contre 155,5 mm initialement ne laissant que 8 mm pour intercaler les 4 parois. Par conséquent, il n'est pas possible de conserver un rayon intérieur de bobine  $R_b$  à 174 mm, celui-ci doit nécessairement être augmenté. Par ailleurs, l'expérience a montré qu'un écartement de 14,5 mm était un peu trop étroit, le vide d'isolement par exemple limitait le nombre de couches de MLI (Multi-Layer Insulation) qu'il était possible d'enrouler pour isoler thermiquement la bobine. Ainsi, nous augmenterons pour le présent démonstrateur ces différentes épaisseurs aux valeurs de la dernière colonne du Tableau IV.8.

Tableau IV.8 Epaisseurs des différentes parois situées entre les têtes de bobines et l'alésage de la bobine dans le prototype 50 kW (RESUM) et retenues dans le démonstrateur 500 kW (FROST).

| Épaisseur | Description                               | RESUM  | FROST |
|-----------|---|--------|-------|
| $e_1$     | Support mécanique de la bobine en G11     | 5 mm   | 15 mm |
| $e_2$     | Vide d'isolement                          | 4 mm   | 6 mm  |
| $e_3$     | Paroi inférieure du cryostat en aluminium | 3 mm   | 4 mm  |
| $e_4$     | Paroi supérieure du carter de l'induit    | 2,5 mm | 39 mm |

L'épaisseur du support mécanique  $e_1$  a été fixée à 15 mm de G11 par le fabricant de la bobine pour des raisons que nous évoquerons dans le prochain chapitre. Les épaisseurs du vide

d'isolement  $e_2$  et de la paroi du cryostat  $e_3$  ont été légèrement augmentées pour rendre plus robuste la réalisation mécanique de la machine. Enfin, on remarque que l'épaisseur  $e_4$  a été drastiquement augmentée, portant  $R_b$  à 230 mm. Contrairement aux autres épaisseurs, celle-ci n'a pas été changée à cause de contraintes mécaniques ou de montage mais bien à cause de phénomènes électromagnétiques qu'il est indispensable de prendre en compte.

En effet, le cryostat est réalisé en aluminium 2017A qui, bien que non magnétique, possède une forte conductivité électrique ( $\sim 20$  MS/m) pouvant interagir avec les champs magnétiques variables. En particulier, la paroi inférieure se trouve proche du rotor et donc est soumise au champ tournant de l'inducteur. En conséquence, des boucles de courants induits vont se former dans cette paroi pouvant générer des pertes très importantes. Pour évaluer précisément ces pertes, un modèle temporel numérique 3D a été réalisé sur COMSOL simulant sur plusieurs périodes la rotation du rotor et les courants induits par le champ tournant. La Figure IV.9 montre la distribution des courants induits et des pertes par unité de volume associées dans le cryostat de la bobine en régime permanent. On remarque que ceux-ci sont bien localisés principalement dans la paroi inférieure séparant les bulks de la bobine, les autres parois ne subissent quant à elles presque aucunes pertes.

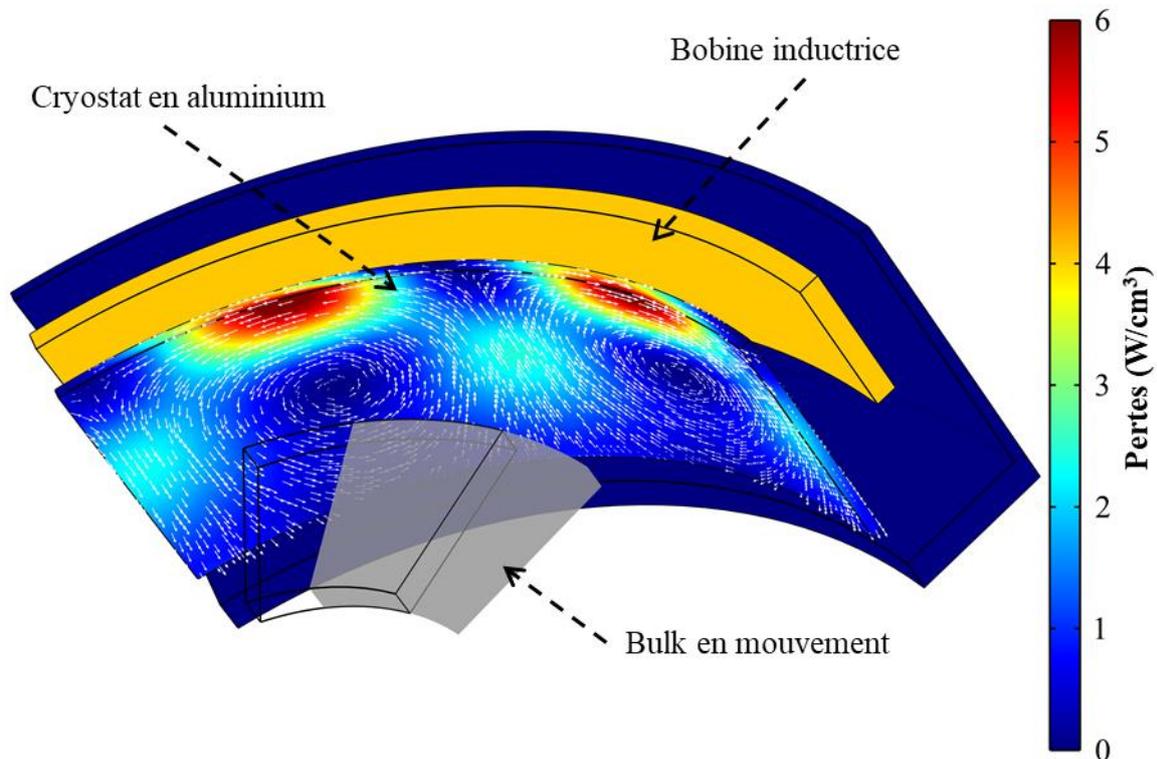


Figure IV.9 Répartition des courants (flèches) et des pertes dues au champ tournant dans le cryostat aluminium. Grâce aux symétries, seul un dixième de la machine n'est simulé.

On réalise cette simulation pour plusieurs valeurs de  $R_b$  en ajustant le nombre de tours par galette  $N_{tou}$  afin que la machine atteigne toujours les 500 kW. On trace les résultats de cette étude sur la Figure IV.10 ainsi que le nombre total de tours de chaque bobine. On remarque que les pertes peuvent être très importantes puisqu'elles atteignent, pour le rayon le plus faible de cette étude ( $R_b = 200$  mm), pratiquement 20 kW. Cette valeur est d'autant plus importante que ces pertes sont localisées dans un espace restreint et peu accessible ce qui rend difficile leur extraction. Ainsi, la paroi du cryostat peut être sujette à un échauffement très important. Les pertes diminuent cependant rapidement à mesure que le rayon augmente et passent en dessous de 1,5 kW un peu avant  $R_b = 230$  mm. Pour la suite nous resterons donc sur cette valeur pour

laquelle les pertes sont de 1300 W et qui nécessite 1632 tours au total ( $N_{\text{tou}} = 68$ ) soit une augmentation de 81 % par rapport aux 900 tours de la bobine du projet RESUM. A titre d'information, si les épaisseurs et  $R_b$  de RESUM avaient été conservés, les pertes dans le cryostat seraient de 35 kW.

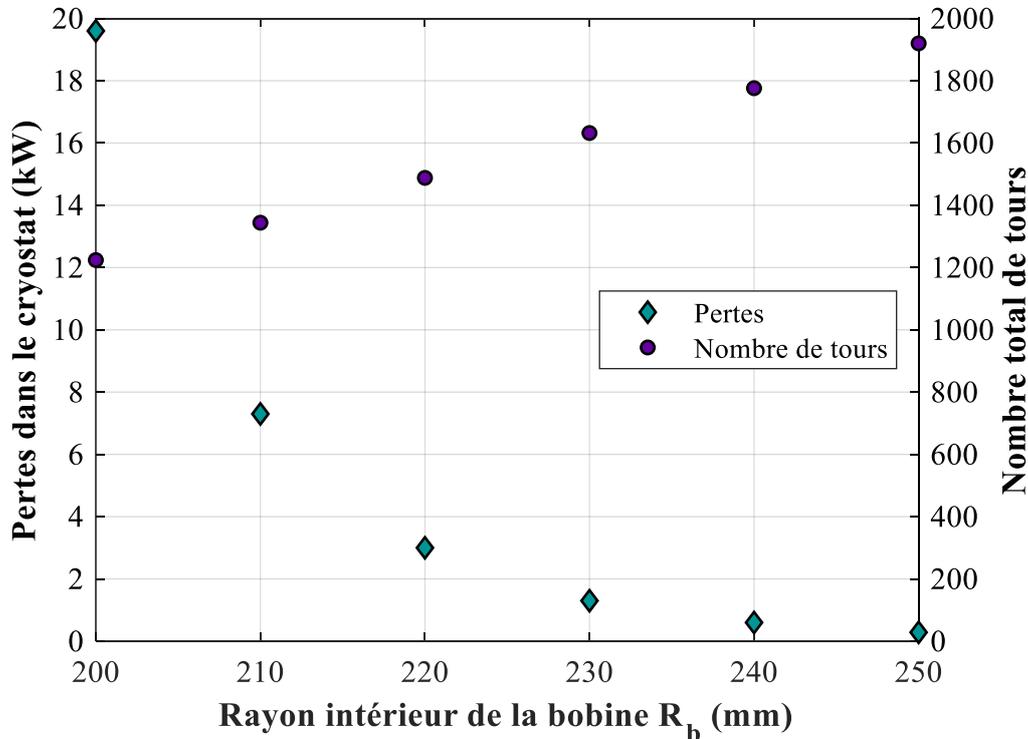


Figure IV.10 Pertes par courants de Foucault dans le cryostat de la bobine en fonction du rayon et nombre de tours total nécessaire pour atteindre 500 kW pour chaque rayon.

Avant de passer à la suite, on peut noter qu'il aurait été possible de supprimer ces pertes en employant un matériau isolant comme le G11 pour réaliser le cryostat. Cependant, les courants induits ont aussi pour effet d'écranter le champ magnétique et ainsi de protéger la bobine. En effet, la bobine étant composée de matériaux conducteurs (rubans et cuivre de thermalisation), celle-ci est aussi vulnérable au champ tournant. La bobine étant à température cryogénique, chaque Watt généré dans celle-ci est très coûteux à refroidir, il est donc préférable de garder le cryostat en aluminium. Par ailleurs, la bobine étant un composant beaucoup plus complexe à représenter, à mailler et donc à simuler que la paroi du cryostat, il est donc difficile d'en calculer précisément les pertes.

### III.3. Calcul et gestion des contraintes mécaniques

#### III.3.a. Évaluation des contraintes mécaniques

La conception d'une bobine de champ nécessite de prendre en compte l'impact des efforts électromagnétiques sur le comportement du fil. En effet, les bobines supraconductrices génèrent d'importants champs magnétiques avec de fortes densités de courants impliquant donc des grandes densités volumiques de forces de Laplace. Ces forces s'appliquent principalement dans la direction radiale et sont responsables d'une contrainte  $\sigma$  en traction sur les rubans appliquée majoritairement dans la direction ortho-radiale. Lorsque les rubans supraconducteurs sont soumis à une contrainte en traction, leur courant critique diminue de manière non-linéaire [101]. Lorsque la contrainte est faible, le courant critique diminue peu (moins de 10 %) et la

dégradation disparaît lors du relâchement de la contrainte. En revanche, lorsque la contrainte dépasse un certain seuil, le courant critique chute et la dégradation devient irréversible. Par conséquent, il faut s'assurer que les contraintes électromagnétiques restent inférieures à la contrainte limite nominale du ruban que nous prendrons, pour le FESC-SCH04, à 500 MPa [103].

L'évaluation des contraintes  $\sigma$  n'est pas un problème trivial dans la mesure où la structure d'une bobine supraconductrice est, comme nous l'avons vu sur la Figure IV.7, complexe et anisotrope. Nous tâcherons cependant de les évaluer en comparant plusieurs modèles. Chaque modèle nécessite de connaître la distribution du champ magnétique  $B(r, z)$  dans la bobine et la densité de courant. La densité de courant que nous utiliserons ici est celle circulant de manière effective dans le ruban que nous noterons  $J_{bt}$  lorsque la bobine est parcourue par son courant critique  $I_{cb}$  :

$$J_{bt} = \frac{I_{cb}}{W_{ruban} E_{ruban}} \quad (IV.8)$$

La méthode la plus simple pour estimer les contraintes est d'utiliser la formule « JBR » [243] :

$$\sigma(r, z) = J_{bt} \times B(r, z) \times r \quad (IV.9)$$

Cette formule permet d'obtenir une expression très rapide de la contrainte maximum, il suffit pour cela de l'évaluer au point  $P_1$  ( $r = R_b, z = 0$ ) de la Figure IV.11. Ainsi, pour la bobine dimensionnée au cours de la partie précédente, dont le courant critique est  $I_{cb} = 401$  A, la contrainte maximum est de 940 MPa, ce qui est largement supérieur à la limite nominale.

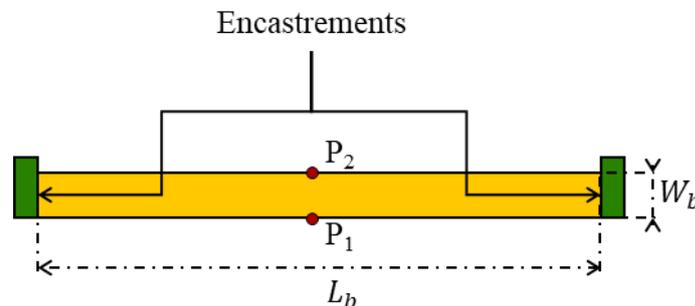


Figure IV.11 Représentation de la bobine pour les calculs de contraintes mécaniques. La bobine est considérée comme un bloc homogène. Le point  $P_1$  ( $r = R_b, z = 0$ ) correspond au point où les contraintes maximum s'appliquent. Le point  $P_2$  ( $r = R_b + W_b, z = 0$ ) est le second point dont le champ est nécessaire pour le modèle linéaire 1D. Dans le modèle MEF, on applique une conditions d'encastrement aux deux extrémités ( $z = \pm L_b/2$ ).

Bien que très pratique par sa facilité d'utilisation, la formule JBR n'est en réalité valable que pour les solénoïdes très longs ( $L_b \rightarrow \infty$ ) et fins ( $W_b \rightarrow 0$ ). Lorsque l'on est en dehors de ces conditions, JBR a tendance à surestimer les contraintes. En effet, JBR suppose que le champ à l'extérieur du solénoïde ( $r > R_b + W_b$ ) est négligeable devant le champ à l'intérieur. Le champ sur la face extérieure étant dans le sens opposé, il est responsable d'une force de Laplace qui va mitiger partiellement celle du champ intérieur, diminuant donc les contraintes. Dans notre cas, le champ au point  $P_2$  ( $r = R_b + W_b, z = 0$ ) est de 2,5 T contre 4,5 T au point  $P_1$ , il n'est donc absolument pas négligeable. Par ailleurs, notre bobine est épaisse et les différents tours sont en appuis les uns sur les autres ce qui a tendance à répartir la contrainte sur tous les rubans. En

conclusion, la formule JBR est donc loin d'être la plus pertinente, mais permet de se faire une idée rapide de la limite haute des contraintes.

Pour estimer les contraintes plus finement, on peut utiliser un modèle 1D plus complexe, mais tenant mieux compte de la géométrie [136], [244], [245]. Pour cela, on doit tout de même supposer que la bobine est un bloc solidaire et isotrope dont le coefficient de Poisson est de 0,32 [245]. On va étudier à l'aide de celui-ci la répartition des contraintes sur la ligne délimitée par les points  $P_1$  et  $P_2$ . Pour ce modèle, on suppose que la variation du champ magnétique est linéaire suivant  $r$  entre  $P_1$  et  $P_2$  s'exprimant donc :

$$B(r) = \frac{B(R_b, 0) - B(R_b + W_b, 0)}{W_b} (R_b - r) + B(R_b) \quad (IV.10)$$

On peut ensuite calculer la contrainte ortho-radiale par l'expression suivante [136] :

$$\sigma(r, 0) = \frac{3M_\sigma r^2}{8} - \frac{2K_\sigma r}{3} - \frac{\gamma_\sigma}{r^2} + \beta_\sigma + rJ_{bt}B(r) \quad (IV.11)$$

L'expression des constantes  $M_\sigma$ ,  $K_\sigma$ ,  $\gamma_\sigma$  et  $\beta_\sigma$  ainsi que le détail du calcul peut être trouvé dans l'annexe B.

Finalement, nous construisons aussi un modèle numérique 2D couplé magnétique et mécanique sur COMSOL calculant les contraintes de Von Mises afin d'avoir un troisième ordre d'idée. Pour celui-ci, on suppose aussi que la bobine est un bloc solidaire et isotrope de coefficient de poisson 0,32. On prend comme conditions aux limites un encastrement (déformation nulle) aux extrémités en  $\pm L_b/2$  comme le montre la Figure IV.11.

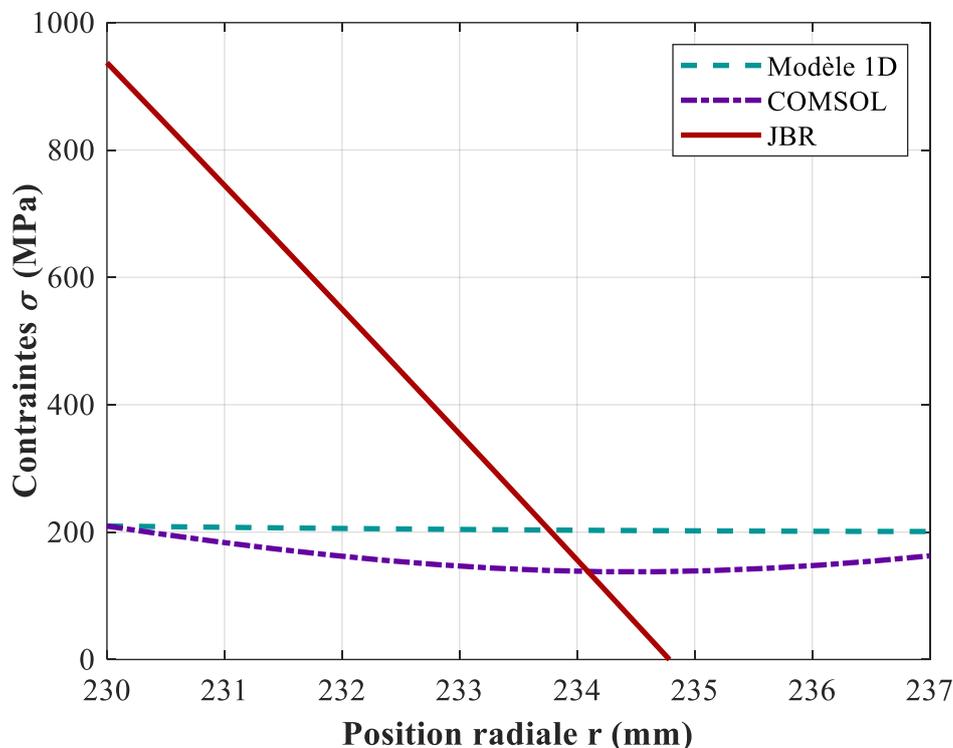


Figure IV.12 Distribution des contraintes entre les points  $P_1$  et  $P_2$  obtenue par le modèle 1D, le modèle numérique 2D et la formule JBR.

La Figure IV.12 compare ainsi les contraintes entre les points  $P_1$  et  $P_2$  calculées par les trois méthodes proposées pour la bobine dimensionnée dans la section précédente. On voit bien que la formule JBR surestime fortement les contraintes maximales par rapport aux deux autres modèles. Ces derniers sont quant à eux très proches et donnent une contrainte au point  $P_1$  de 209 MPa ce qui est inférieur à la contrainte nominale limite de 500 MPa. Le modèle 1D et le modèle numérique divergent cependant légèrement sur la répartition de la contrainte dans le reste de la bobine puisque le modèle numérique varie beaucoup plus selon le rayon (entre 209 MPa et 138 MPa) que le modèle 1D (entre 209 MPa et 200 MPa). Ainsi, si on en croit ces deux derniers modèles, a priori plus précis car nécessitant moins d'hypothèses, la contrainte maximale est largement inférieure à la limite. Cependant, l'hypothèse principale de ces modèles est que la bobine soit un bloc solidaire et isotrope, ce qui est discutable dans la mesure où il s'agit d'un assemblage de plusieurs matériaux. Il s'agit donc de rester vigilant vis-à-vis de ces résultats. Néanmoins, la marge entre la contrainte calculée et la limite étant importante, nous considérons que l'utilisation d'une frette n'est pas nécessaire. De plus, nous allons voir que la bobine va tout de même intégrer un renforcement mécanique provenant du choix de son isolation.

### III.3.b. Renforcement associée à l'isolation métallique

Dans la section II.3.d du Chapitre I, nous avons discuté de plusieurs méthodes d'isolation des bobines supraconductrices dont certaines permettent de renforcer la stabilité thermique et la fiabilité. En résumé les bobines isolées ont une faible résilience vis-à-vis de quenches potentiels, mais supportent des rampes de courant plus raides tandis que les bobines non-isolées sont beaucoup plus fiables, mais leur chargement nécessite une rampe de courant à faible pente. La solution que nous sélectionnons ici est l'isolation métallique qui est à mi-chemin entre les deux précédentes. L'isolation métallique, ou « metal as insulation » consiste à bobiner simultanément le ruban supraconducteur avec un ruban en acier inoxydable qui, sans être isolant, permet de conserver une résistance inter-spire assez élevée. En outre, le ruban en acier permet de renforcer mécaniquement la bobine de deux manières. D'une part, l'épaisseur du renforcement permet de répartir les forces électromagnétiques sur une surface plus grande diminuant ainsi la contrainte que subit le ruban supraconducteur. Par ailleurs, le ruban en acier possède, comme nous allons le voir, un module de Young plus élevé que celui du ruban supraconducteur. Puisque le déplacement du ruban HTS et de son renforcement sont identiques, la contrainte va se répartir préférentiellement sur le matériau le plus rigide donc l'acier inox.

Nous allons étudier ici le bobinage simultané avec un ruban en inox 304 d'épaisseur  $E_{inox} = 25 \mu\text{m}$ . L'ajout de ce ruban a pour effet d'augmenter l'épaisseur  $W_b$  et la masse  $M_{bobine}$ , il faut donc modifier les équations (IV.1) et (IV.6) pour en tenir compte :

$$W_b = N_{tou}(E_{ruban} + E_{inox}) \quad (\text{IV.12})$$

$$M_{bobine} = \left( \frac{\rho_{d_{ruban}}E_{ruban} + \rho_{d_{inox}}E_{inox}}{E_{ruban} + E_{inox}} \right) \pi(2R_b W_b + W_b^2) W_{ruban} N_{pan} \quad (\text{IV.13})$$

La masse volumique  $\rho_{d_{inox}}$  de l'inox 304 est donnée dans le tableau Tableau IV.2.

Afin de calculer la répartition des contraintes avec le renforcement, il faut tout d'abord disposer des modules de Young du ruban supraconducteur et de l'acier. Pour ce dernier, son module de Young à froid  $Y_{inox}$  est de 215 GPa [246]. Le ruban supraconducteur étant un matériau composite, son module de Young dépend des épaisseurs des différents matériaux qui le composent. En tenant compte des deux principales couches que sont l'hastelloy et le cuivre

et du fait qu'étant solidaires leur déplacement est identique, on peut calculer le module de Young du ruban  $Y_{ruban}$  à partir de [245] :

$$Y_{ruban} = \frac{Y_{has}E_{has} + Y_{cu}E_{cu}}{E_{has} + E_{cu}} \quad (IV.14)$$

Avec  $Y_{has}$  le module de Young de l'hastelloy égal à 217 GPa et  $Y_{cu}$  celui du cuivre valant 139 GPa [245], [246].  $E_{has}$  et  $E_{cu}$  sont les épaisseurs respectives de l'hastelloy et du cuivre. Dans notre cas, ces deux épaisseurs sont d'environ 50  $\mu\text{m}$  [103], le module de Young du ruban est donc de 178 GPa. On peut finalement calculer la contrainte s'appliquant sur le supraconducteur  $\sigma_{ruban}$  en présence du renforcement [245] :

$$\sigma_{ruban} = \frac{\sigma E_{ruban}}{E_{ruban} + E_{inox} \frac{Y_{inox}}{Y_{ruban}}} \quad (IV.15)$$

Où  $\sigma$  est la contrainte qui serait appliquée sur le ruban sans renforcement que l'on calcule à l'aide des modèles précédents en sachant de bien prendre en compte la bonne épaisseur de bobine  $W_b$  dans le calcul du champ magnétique. Ainsi, la contrainte maximale subie par le ruban est, d'après le modèle mécanique 1D, réduite à 172 MPa seulement.

### III.4. Modification de la bobine suite au choix du fabricant

#### III.4.a. Changement de fil supraconducteur

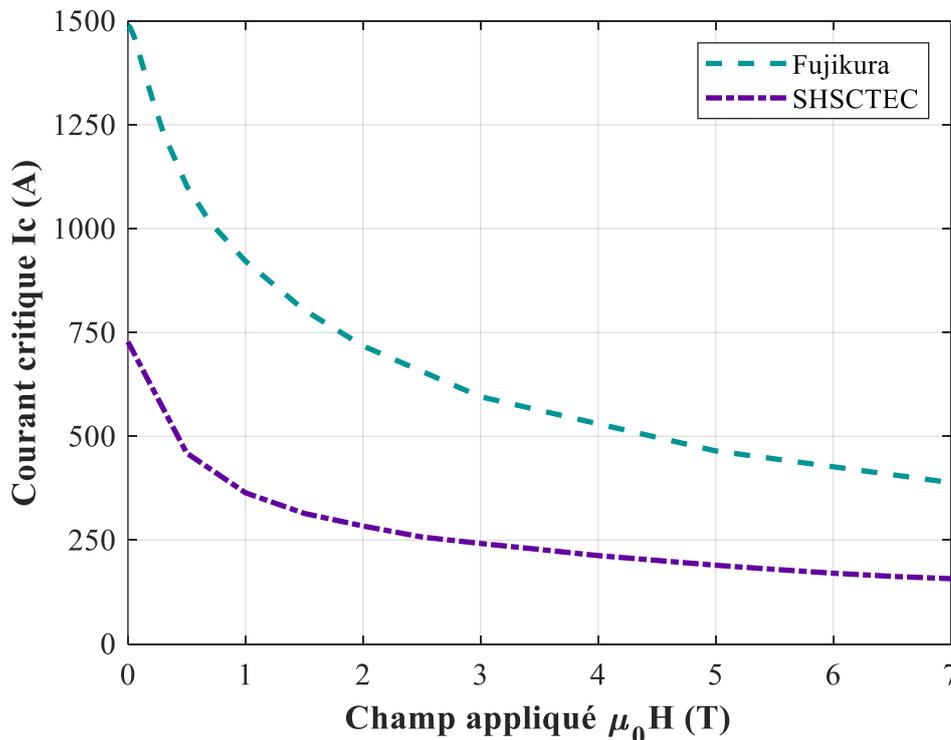


Figure IV.13 Courant critique en fonction du champ appliqué à 30 K des fils Fujikura sélectionné initialement et celui utilisé par la société SHSCTEC.

La bobine que nous venons de dimensionner, a été pensée en sélectionnant l'un des rubans supraconducteurs les plus performants du marché et a été conçue de manière à atteindre l'objectif de puissance du projet FROST. Cependant, aucun candidat à l'appel d'offre qui a été

émis pour sa réalisation ne proposait l'utilisation de ce fil. En effet, les fabricants de bobine sont souvent eux-mêmes fabricants de fil et préfèrent utiliser leurs rubans. Dans le cas présent, l'entreprise Shanghai superconducting Technology (SHSCTEC) a remporté l'appel d'offre imposant donc l'utilisation de son fil. Le ruban employé est aussi de 4 mm de largeur, mais son épaisseur est de 95  $\mu\text{m}$  ( $E_{\text{has}} = 50 \mu\text{m}$  et  $E_{\text{cu}} = 40 \mu\text{m}$ ). Comme le montre la Figure IV.13, le courant critique du fil est aussi très différent puisqu'environ deux fois plus faible sur toute la caractéristique à 30 K. La bobine devra par conséquent comporter plus de tours pour produire le même champ que la bobine initiale et sera donc plus lourde.

### III.4.b. Réduction de la taille à cause de la contrainte budgétaire

La bobine supraconductrice est le composant le plus coûteux à réaliser de la machine puisqu'elle nécessite plusieurs kilomètres de fils supraconducteurs dont le prix s'élève, comme le montrait le Tableau I.3 à plusieurs dizaines d'euros par mètre. Lors de l'appel d'offre, le budget disponible pour réaliser la bobine n'était pas suffisant pour obtenir une bobine créant un champ magnétique équivalent à celle dimensionnée initialement. Après discussion avec le fabricant, la bobine SHSCTEC comporte ainsi 24 galettes de 97 tours chacun portant la longueur totale de ruban à 3,4 km. La Figure IV.14 montre la distribution radiale du champ créé par la bobine commandée ainsi que celle de la bobine initialement dimensionnée. Le champ au centre est ainsi 25 % plus faible que souhaité au départ.

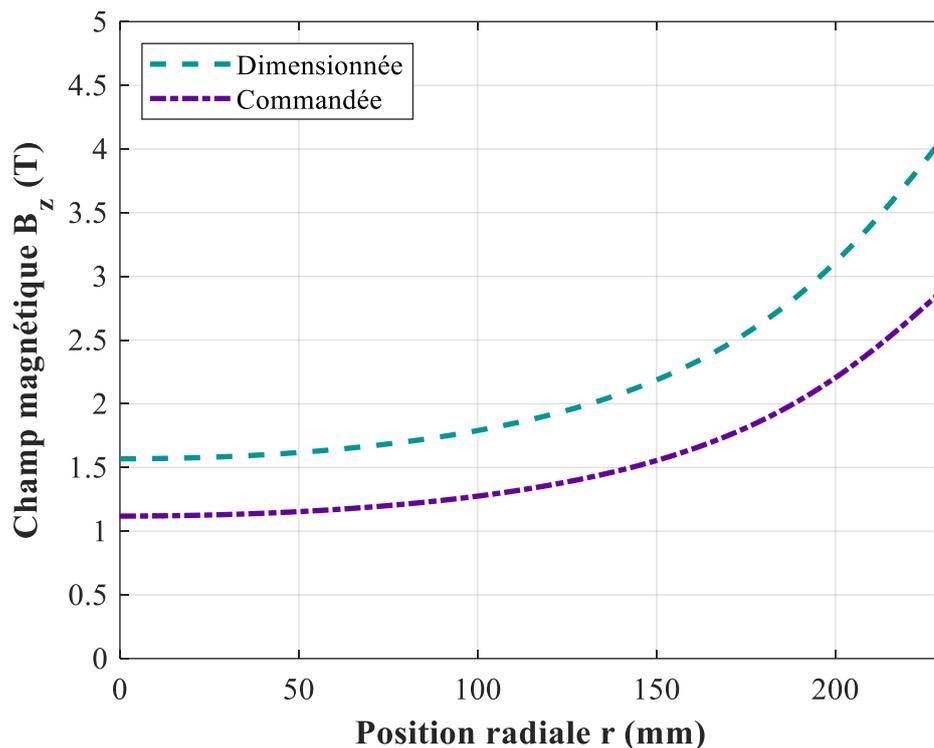


Figure IV.14 Distribution du champ magnétique suivant le rayon en  $z = 0$  par la bobine dimensionnée avec le fil Fujikura et la bobine commandée à SHSCTEC.

### III.4.c. Récapitulatif

Maintenant que toutes les contraintes techniques et budgétaires ont été prises en compte, nous pouvons résumer les dimensions de la bobine. Pour cela, le Tableau IV.9 récapitule les dimensions de la bobine dimensionnée et de celle commandée.

Tableau IV.9 Récapitulatif des dimensions de la bobine dimensionnée initialement et de celle finalement commandée.

| Paramètre | Description                              | Dimensionnée          | Commandée             |
|-----------|--|-----------------------|-----------------------|
| $R_b$     | Rayon intérieur de la bobine             | 230 mm                | 230 mm                |
| $N_{pan}$ | Nombre de galettes                       | 24                    | 24                    |
| $N_{tou}$ | Nombre de tours par galette              | 68                    | 97                    |
| $L_b$     | Longueur de la bobine                    | 113 mm                | 113 mm                |
| $W_b$     | Épaisseur de la bobine                   | 9,2 mm                | 11,6 mm               |
| $I_{cb}$  | Densité de courant critique de la bobine | 410 A                 | 206 A                 |
| $J_b$     | Densité de courant                       | 580 A/mm <sup>2</sup> | 329 A/mm <sup>2</sup> |

Par ailleurs, le Tableau IV.10 compare les différentes grandeurs de sortie pour ces deux mêmes bobines. Comme attendu, la bobine est bien moins performante puisque générant un champ plus faible tout en étant plus lourde. Par conséquent, la puissance qu'il sera possible d'atteindre avec cette bobine n'est que de 387 kW. En revanche, la contrainte mécanique vue par les rubans est plus de deux fois plus faible dans la mesure où le champ et la densité de courant sont réduites. Enfin les pertes dans la paroi du cryostat sont elles aussi plus faibles ce qui facilitera le refroidissement.

Tableau IV.10 Comparatif des performances de la bobine dimensionnée initialement et de celle finalement commandée

| Grandeur         | Description                             | Dimensionnée | Commandée |
|------------------|---|--------------|-----------|
| $B_{centre}$     | Champ créé au centre de la bobine       | 1,57 T       | 1,12 T    |
| $\sigma_{ruban}$ | Contrainte maximale sur les rubans      | 172 MPa      | 70 MPa    |
| $P_{e3}$         | Pertes dans la paroi du cryostat        | 1300 W       | 660 W     |
| $M_{bobine}$     | Masse du fil et du renforcement         | 11.1 kg      | 14,1 kg   |
| $P_{em}$         | Puissance atteignable avec cette bobine | 509 kW       | 387 kW    |

Le dimensionnement de la bobine étant désormais terminé, les dimensions complètes de l'inducteur sont figées. Il reste maintenant à s'assurer, par une étude thermique, que l'induit puisse atteindre les performances attendues pour atteindre les 387 kW.

## IV. Conception thermique de l'induit

Le prédimensionnement réalisé en début de chapitre repose sur l'hypothèse d'une densité de courant de 30 A/mm<sup>2</sup>. Une telle concentration de courant implique des pertes très importantes et donc de fortes contraintes thermiques. Dans cette partie, nous allons déterminer si cette densité de courant est atteignable et discuter des options disponibles pour améliorer les performances thermiques de l'induit.

### IV.1. Sélection du fil de Litz

L'une des particularités de la machine à modulation de flux supraconductrice est que l'absence de fer implique, comme nous l'avons vu, des pertes par courants de Foucault très importantes dans le bobinage de l'induit. En effet, le flux magnétique très important créé par la bobine inductrice saturerait complètement de potentielles dents en fer rendant celles-ci inutiles. En revanche, l'utilisation du fil de Litz, composé d'une multitude de brins en parallèles isolés les uns des autres et tressés afin que chaque brin soit exposé au même champ, permet de mitiger ces pertes. Dans cette partie, nous procéderons à la sélection du fil en recherchant notamment à quel point la taille des brins du fil doit être réduite.

#### IV.1.a. Coefficient de remplissage du fil de Litz

La méthode la plus simple pour réduire les pertes par courant de Foucault  $P_{cf}$  dans les bobinages est de choisir un fil de Litz dont les brins sont plus fins afin que les boucles de courants soient plus petites. Cependant, en subdivisant ainsi le fil en brins plus petits, le coefficient de remplissage du fil diminue à cause de l'isolant autour de chaque brin et de la difficulté à arranger les brins de manière « harmonieuse » et compacte. Avant de procéder à l'étude des pertes, nous allons en premier lieu étudier l'impact de la subdivision du fil sur le coefficient de remplissage.

Pour définir la taille des brins, nous utiliserons l'American Wire Gauge (AWG) car très employée par les fabricants. Pour rappel, plus l'AWG est grande, plus le diamètre des brins est petit, la formule reliant le diamètre des brins  $D_{fil}$  à l'AWG est la suivante :

$$D_{fil} = 0,127 \times 92^{\frac{36-AWG}{39}} [mm] \quad (IV.16)$$

Ainsi, le fil employé pour le prototype 50 kW et donc repris dans le dimensionnement, est un fil 20 AWG soit des brins de 0,812 mm de diamètre.

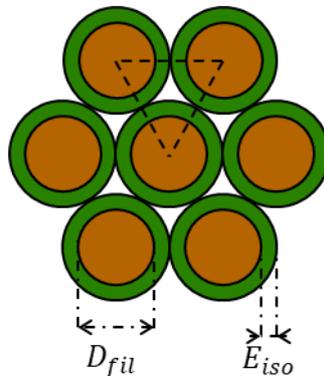


Figure IV.15 Disposition idéale des brins d'un fil de Litz pour maximiser le coefficient de remplissage.

La Figure IV.15 représente les brins isolés du fil de Litz dans leur arrangement idéal qui maximise le taux de remplissage. On cherche à calculer le coefficient de remplissage de cette disposition en tenant compte de l'épaisseur  $E_{iso}$  de l'isolant. Pour cela, il suffit de calculer le remplissage du triangle équilatéral dont les sommets correspondent aux centres de trois brins adjacents puisque ce triangle représente le motif élémentaire de la disposition des brins. La validité de ce calcul suppose bien entendu que le nombre de brins soit très grand pour que le motif se répète suffisamment. Le coefficient de remplissage  $K_{cu}$  correspond ainsi au rapport entre l'aire du triangle constituée de cuivre (un demi disque de diamètre  $D_{fil}$ ) sur l'aire totale du triangle dont le coté est égal à  $D_{fil} + 2E_{iso}$  :

$$K_{cu} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{D_{fil}^2}{(D_{fil} + 2E_{iso})^2} \quad (IV.17)$$

En l'absence d'isolant, le taux de remplissage ne varie pas avec la taille des brins et vaut 90,7 %. En revanche, lorsque l'isolant est présent et si son épaisseur ne varie pas avec la taille des brins, le remplissage est décroissant. Par ailleurs, l'épaisseur d'isolant est une valeur qui dépend de beaucoup de paramètres, le type d'isolant, la taille des brins ou encore le procédé du fabricant influent sur cette valeur. Il est donc complexe de déterminer quelle valeur de  $E_{iso}$  intégrer dans (IV.17) pour avoir une valeur de  $K_{cu}$ , d'autant que  $E_{iso}$  n'est pas constant pour chaque diamètre de fil. Afin de conserver un modèle simple, nous allons tout de même chercher à utiliser une valeur de  $E_{iso}$  constante. Pour trouver celle-ci, nous allons confronter le modèle à des données constructeurs sur les fils disponibles en stocks d'un fabricant de fil de Litz [247]. Les données recueillies portent sur les deux principaux types de fils de Litz représentés sur la Figure IV.16 pour des tailles de brins entre 10 AWG et 30 AWG.

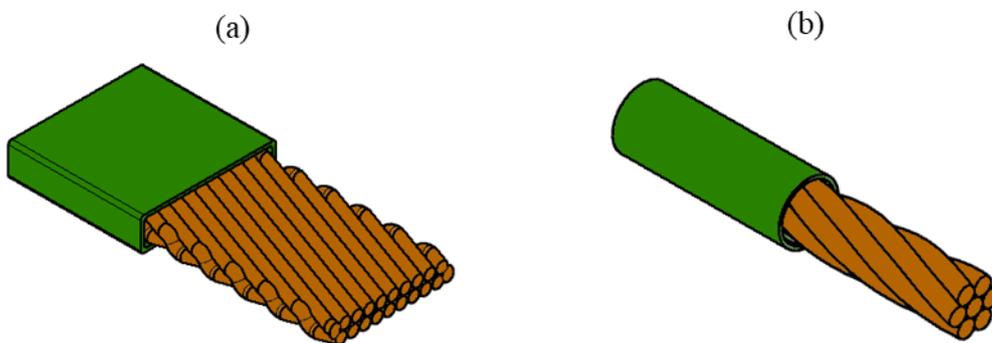


Figure IV.16 Représentation des deux types de fils de Litz les plus employés. (a) Fil de Litz à profil rectangulaire. (b) Fil de Litz à profil rond.

Le fil de Litz à profil rectangulaire, représenté sur la Figure IV.16 (a) consiste à tresser les brins pour former un fil s'apparentant à un ruban. Ce fil est le plus adapté à la forme de bobines que nous souhaitons construire pour l'induit, c'est donc celui-ci que nous utiliserons. Le fil de Litz à profil rond, représenté sur la Figure IV.16 (b), est composé des brins torsadés pour former un fil cylindrique, ce fil ne sera pas utilisé mais nous l'incluons tout de même pour augmenter le nombre de points de données.

La Figure IV.17 compare la formule (IV.17) pour plusieurs valeurs de  $E_{iso}$  aux données du constructeur. On remarque tout d'abord une assez grande disparité dans les taux de remplissage des différents fils même pour des tailles de brin identique. En effet, les fils correspondant à chaque point n'utilisent pas tous le même isolant et ne comportent pas le même nombre de brins. On peut raisonnablement s'attendre à ce qu'il soit plus complexe de tresser un fil ayant un grand nombre de brin selon la disposition idéale de la Figure IV.17. Cependant, la formule

(IV.17) avec  $E_{iso} = 45 \mu\text{m}$  suit la même tendance et approxime assez bien la plupart des fils. Nous conserverons donc cette valeur pour l'étude des pertes et du coefficient de distribution. Une fois le choix du fil arrêté, nous pourrons utiliser directement le taux de remplissage spécifique communiqué par le fabricant.

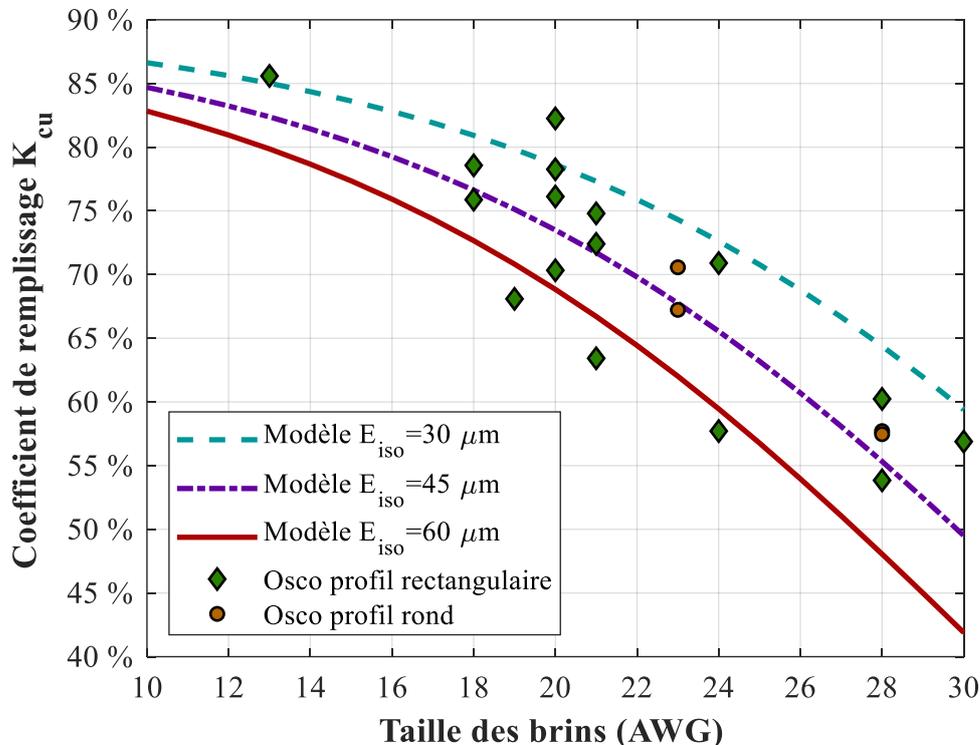


Figure IV.17 Coefficient de remplissage du fil de Litz en fonction de la taille des brins de plusieurs fils du fabricant Osco et calculé par la formule (IV.17) avec plusieurs valeurs de l'épaisseur d'isolant.

### IV.1.b. Pertes par courants de Foucault

Maintenant que nous disposons d'une expression du taux de remplissage nous pouvons étudier l'impact de la taille des brins du fil de Litz sur les performances électromagnétiques de la machine. Pour cela, on suppose que la résistivité du bobinage en cuivre est uniforme et égale à  $27 \text{ n}\Omega\text{m}$  correspondant à une température de  $150 \text{ }^\circ\text{C}$ .

On trace sur la Figure IV.18 l'évolution des pertes par courant de Foucault  $P_{cf}$  en fonction de la taille des brins ainsi que la puissance électromagnétique de la machine  $P_{em}$  et les pertes par conduction  $P_c$  pour  $30 \text{ A/mm}^2$ . Comme escompté, la réduction de la taille des brins permet de diminuer  $P_{cf}$  de manière drastique. Il est en effet possible de réduire de pratiquement 90 % en passant d'un fil 20 AWG à 28 AWG. Dans la mesure où, comme dans le prédimensionnement, un fil 20 AWG amène à avoir des pertes par courant de Foucault d'ordre similaire aux pertes par conduction, cette réduction de pertes est non négligeable. En revanche, le passage du coefficient de remplissage de 73 % à 55 % avec ce changement de fil fait chuter  $P_{em}$  de 100 kW. Par ailleurs,  $P_c$  est réduit en proportion identique dans la mesure où ces deux valeurs sont proportionnelles au coefficient de remplissage. Comme nous le verrons par la suite, les pertes par conduction amenées par les  $30 \text{ A/mm}^2$  sont déjà un objectif exigeant pour le système de refroidissement. En conséquence, nous préférons sélectionner un fil générant moins de pertes malgré la réduction de puissance associée. La taille des brins est donc fixée à du 28 AWG soit  $D_{fils} = 321 \mu\text{m}$ , pour laquelle  $P_{cf} = 1340 \text{ W}$  et  $P_c = 14\,400 \text{ W}$ .

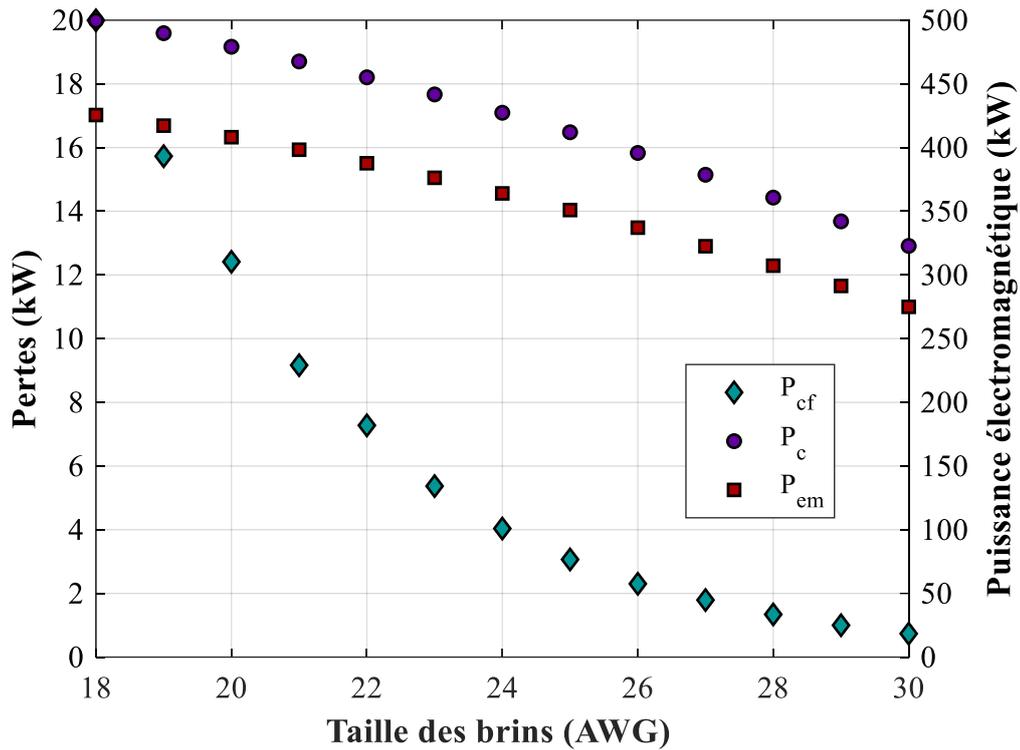


Figure IV.18 Pertes dans l'induit et puissance électromagnétique de la machine en fonction de la taille des brins composant le fil de Litz.

#### IV.1.c. Calcul de la force électromotrice

Afin de pouvoir spécifier le nombre de brins et les dimensions extérieures du fil, nous devons déterminer le nombre de spires subdivisant l'induit. Cette subdivision n'a pas d'impact sur la puissance de la machine mais seulement sur sa tension et son courant nominal. En effet, une machine forte tension et faible courant comportera beaucoup de spires constituées d'un fil fin tandis qu'une machine faible tension, fort courant aura à l'inverse un fil avec une grande section mais effectuant peu de tours. Pour cela, nous devons établir la relation entre le fondamental de la force électromotrice  $E_1$  et le nombre de spires par phase  $N_s$ . En repartant de la définition de la puissance électromagnétique, on peut écrire la relation suivante pour les deux inducts connectés en série :

$$P_{em} = \frac{3E_1 N_s I_{rms}}{N_s} \quad (IV.18)$$

La relation (IV.18) fait apparaître le nombre d'Ampères-tours par phase  $N_s I_{rms}$  que l'on peut relier à la densité de courant efficace  $J_{rms}$ , au coefficient de remplissage  $K_{cu}$ , au nombre de bobine par stator  $N_{bob}$  ainsi qu'aux dimensions de l'induit  $W_i$  et  $L_i$  par :

$$N_s I_{rms} = \frac{2N_{bob}}{3} K_{cu} W_i L_i J_{rms} \quad (IV.19)$$

Ainsi, la force électromotrice est reliée au nombre de tours par phase par :

$$E_1 = \frac{N_s P_{em}}{2N_{bob} K_{cu} W_i L_i J_{rms}} \quad (IV.20)$$

Le courant nominal de la machine  $I_{rms}$  se recalcule ensuite simplement avec (IV.18).

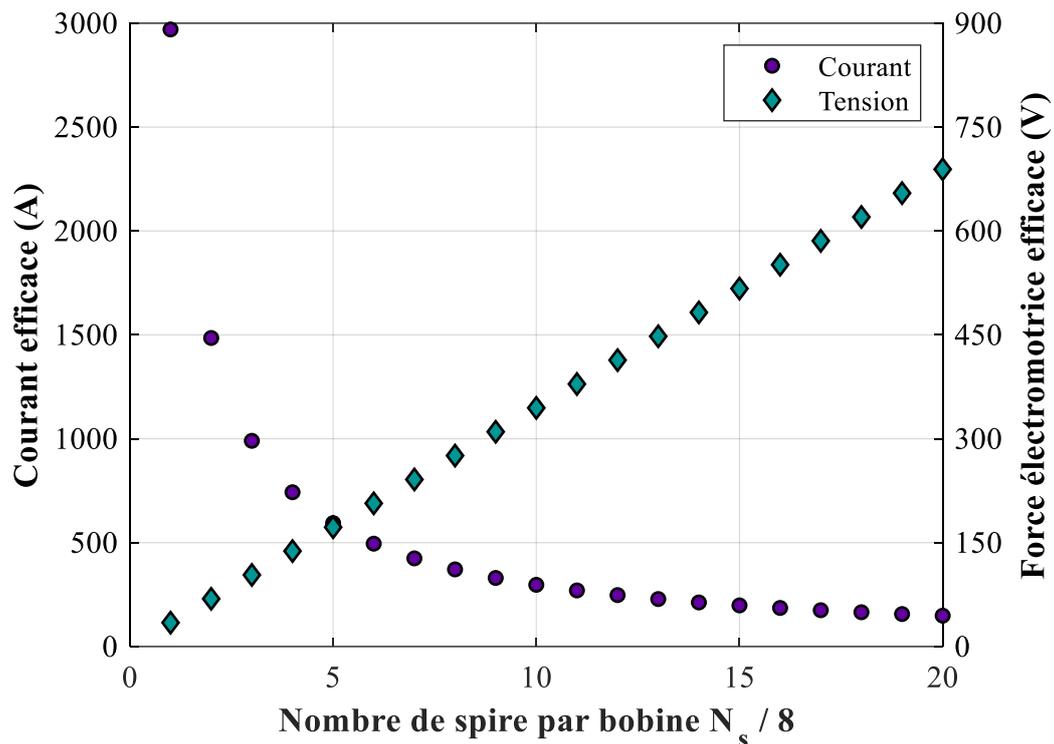


Figure IV.19 Valeur efficace du courant et de la force électromotrice phase-neutre au point nominal en fonction du nombre de spires par bobine ( $3N_s/2N_{bob}$ ) pour une densité de courant de  $30 \text{ A/mm}^2$ . Les deux induits sont connectés en série.

La Figure IV.19 présente l'évolution de la force électromotrice phase-neutre et du courant en fonction du nombre de spires par bobine. Le cahier des charges du projet ne spécifiant pas ces valeurs, nous pouvons les sélectionner à notre convenance. Dans notre cas, nous souhaitons limiter la valeur du courant pour éviter des amenées de courants trop grosses pour le stator. Nous ne souhaitons néanmoins pas une tension trop élevée pour des questions de sécurité. En conséquence, les bobines seront réalisées avec 9 spires par bobine soit  $N_s = 72$  donnant une force électromotrice efficace de 310 V et un courant efficace de 330 A. La valeur du courant sera amenée à évoluer en fonction de la densité de courant qu'il sera possible de faire passer dans l'induit.

#### IV.1.d. Propriétés du fil retenu

À partir de la taille des brins retenue et des 9 spires par bobine à réaliser, le fil de Litz retenu a les propriétés suivantes :

- Largeur de la tresse : 10 mm
- Épaisseur de la tresse : 2 mm
- Diamètre des brins : 28 AWG (0,321 mm)
- Coefficient de remplissage : 54 %
- Masse linéique : 0,103 kg/m
- Isolation : Polyester MW77-C Classe 180 °C
- Pas de torsadage : 76,2 mm

Chaque spire fait environ 250 mm de longueur, le pas de torsadage choisi par le fabricant est bien au moins 2 fois inférieur à la longueur d'une spire de sorte à éviter les pertes par couplage entre les brins. Au total, 54 m de fil sont nécessaires à la réalisation des deux inducts.

## IV.2. Calcul de la densité de courant admissible

### IV.2.a. Modèle thermique de l'induit

Afin de calculer la densité de courant admissible par l'induit, il faut disposer d'un modèle thermique du refroidissement liquide des bobinages. La Figure IV.20 (a) représente, pour une bobine, la structure du carter de refroidissement. Le fil est bobiné autour de mandrins en G11, puis insérés dans les poches du carter réalisé lui aussi en G11, un matériau isolant thermique ( $0,63 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  [246]). On suppose que chaque bobine génère la même quantité de pertes réparties uniformément dans celles-ci, il n'y a donc, par symétrie, pas de flux de chaleur transitant d'une bobine à l'autre où d'un faisceau de conducteur à l'autre. La face inférieure de chaque bobine est en contact avec la paroi servant de cryostat au rotor, le vide d'isolement suppose donc aussi un flux nul sur cette face. Ainsi, seule la face supérieure de chaque bobine est disponible pour être refroidie, ce refroidissement se fait par convection forcée en faisant circuler sur cette surface de l'huile de refroidissement à une température  $T_h$ . Finalement, on néglige le flux de chaleur passant par les parois (non représentées sur la Figure IV.20 (a)) ou le mandrin en G11 par rapport à celui passant par le bobinage.

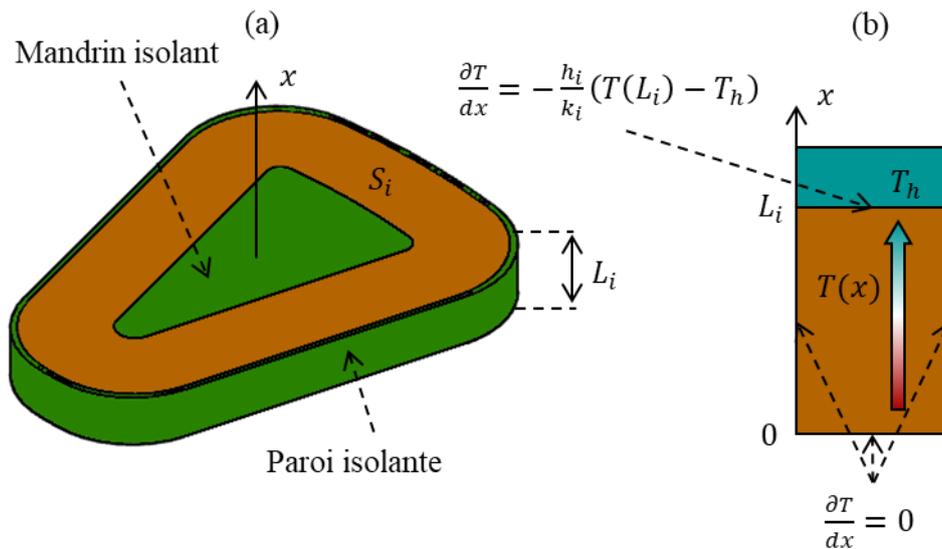


Figure IV.20 Représentation du modèle thermique de l'induit. (a) Schéma des poches du carter de l'induit. (b) Représentation de la direction du flux de chaleur, les pertes sont évacués par le passage de l'huile sur la face supérieure de la bobine.

Pour modéliser ce refroidissement, on utilise le modèle schématisé sur la Figure IV.20 (b). Puisque le flux thermique ne peut sortir de la bobine que par sa face supérieure, la direction du gradient de chaleur suit uniquement l'axe  $x$ . Le point le plus chaud de la bobine se situe donc en  $x = 0$ , soit la face inférieure en contact avec le fond des poches du carter tandis que le point le plus froid est en  $x = L_i$ , soit la face supérieure où se fait l'échange convectif avec l'huile. Afin de trouver la distribution de température  $T(x)$  dans la bobine, on résout l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{Q}{k_i S_i L_i} \quad (\text{IV.21})$$

Avec  $k_i$  la conductivité thermique dans la direction  $x$  du bobinage,  $Q = (P_{cf} + P_c)/(2N_{bob})$  la quantité de pertes par bobine et  $S_i$  l'aire de la face supérieure d'une bobine que l'on calcule par :

$$S_i = W_i \left( 2(R_{we} - R_{wi}) + \frac{2\pi}{N_{bob}} (R_{we} + R_{wi}) \right) \quad (IV.22)$$

La paroi isolante en  $x = 0$  impose un flux de chaleur nul comme condition à cette limite, en conséquence, la solution à l'équation (IV.21) s'écrit :

$$T(x) = -\frac{Q}{2k_i S_i L_i} x^2 + T(0) \quad (IV.23)$$

Avec, comme mentionné précédemment,  $T(0)$  correspond à la température maximale du bobinage. Pour déterminer  $T(0)$ , on calcule l'échange convectif en  $x = L_i$  :

$$T(L_i) = T_h + \frac{Q}{h_i S_i} \quad (IV.24)$$

Avec  $h_i$  le coefficient d'échange convectif entre la face supérieure de l'induit et le débit d'huile. On peut donc, à partir de (IV.23) et (IV.24), déterminer  $T(0)$  :

$$T(0) = T_h + \frac{Q}{h_i S_i} + \frac{Q}{2k_i S_i} L_i \quad (IV.25)$$

Par ailleurs, la température moyenne du bobinage se calcule par :

$$T_{moy} = T(0) - \frac{Q}{6k_i S_i} L_i \quad (IV.26)$$

### IV.2.b. Conductivité thermique et coefficient d'échange convectif

Pour utiliser le modèle thermique, il est nécessaire de déterminer la valeur de la conductivité thermique du fil  $k_i$  et du coefficient d'échange convectif  $h_i$ .

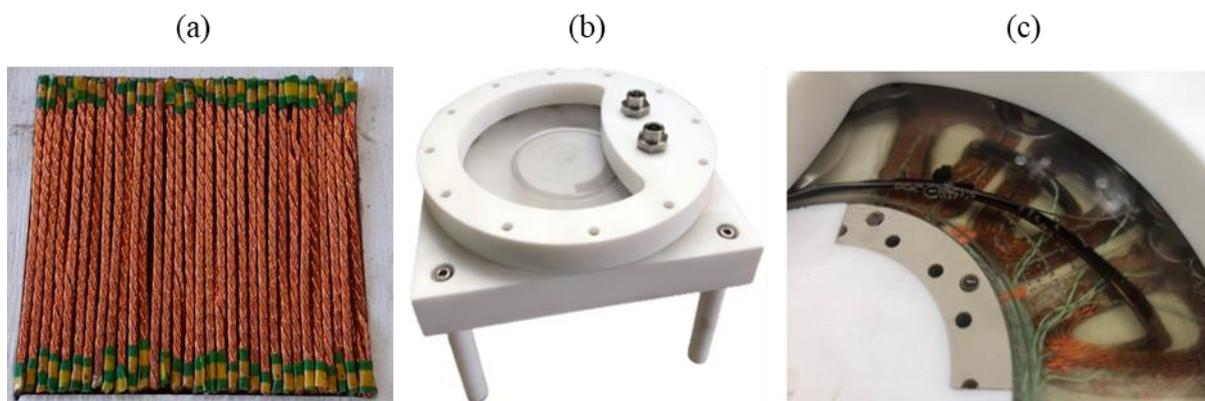


Figure IV.21 Détermination expérimentale des paramètres du modèle thermique. (a) Échantillon pour mesure de conductivité effective par la méthode fluxmétrique. (b) Veine d'huile pour la mesure du coefficient de convection. (c) Motorette comportant trois bobines réalisées en fil 20 AWG refroidie par la veine d'huile [248].

La conductivité thermique effective du fil de Litz dans le sens de sa largeur a été mesurée à l'université de Nantes (Capacité SAS) par méthode fluxmétrique. L'échantillon mesuré est,

comme le montre la Figure IV.21 (a), composé de plusieurs fils disposés en bloc rectangulaire compact, l'échantillon est ensuite disposé entre deux fluxmètres (blocs de mica dont la conductivité est connue). La mesure de la température et du flux de l'échantillon permet de déterminer la résistance thermique et donc la conductivité de ce dernier. D'après cette mesure, la conductivité thermique  $k_i$  du fil 28 AWG est de  $4,9 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  tandis que celle du fil 20 AWG du prototype 50 kW est de  $6,7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . Ces deux valeurs varient assez peu avec la température sur la plage étudiée.

La mesure du coefficient d'échange convectif a quant à elle été réalisée par Safran tech à l'aide de la veine d'huile que l'on peut voir sur la Figure IV.21 (b) [248]. Une motorette composée, comme le montre la Figure IV.21 (c), de trois bobines identiques à celles du prototype 50 kW est refroidie par un débit de  $35 \text{ L.min}^{-1}$  d'huile siliconée à  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ . La structure de la veine d'huile, met la motorette dans des conditions similaires au carter de refroidissement qui sera utilisé pour le démonstrateur. Ce banc de test permet de mesurer la température moyenne et les pertes de chaque bobine. Le coefficient d'échange convectif est ensuite calculé à partir des formules (IV.25) et (IV.26) :

$$h_i = \frac{Q}{S_i \left( T_{moy} - T_h - \frac{QL_i}{3k_i S_i} \right)} \quad (\text{IV.27})$$

Les essais sur cette motorette ont permis de mettre en évidence qu'un coefficient de convection  $h_i$  d'au moins  $1900 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  était atteignable ( $Q = 400 \text{ W}$ ,  $T_{moy} = 155 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Nous supposons donc que le coefficient de convection du carter du démonstrateur permet d'atteindre au moins cette valeur.

#### IV.2.c. Résultats

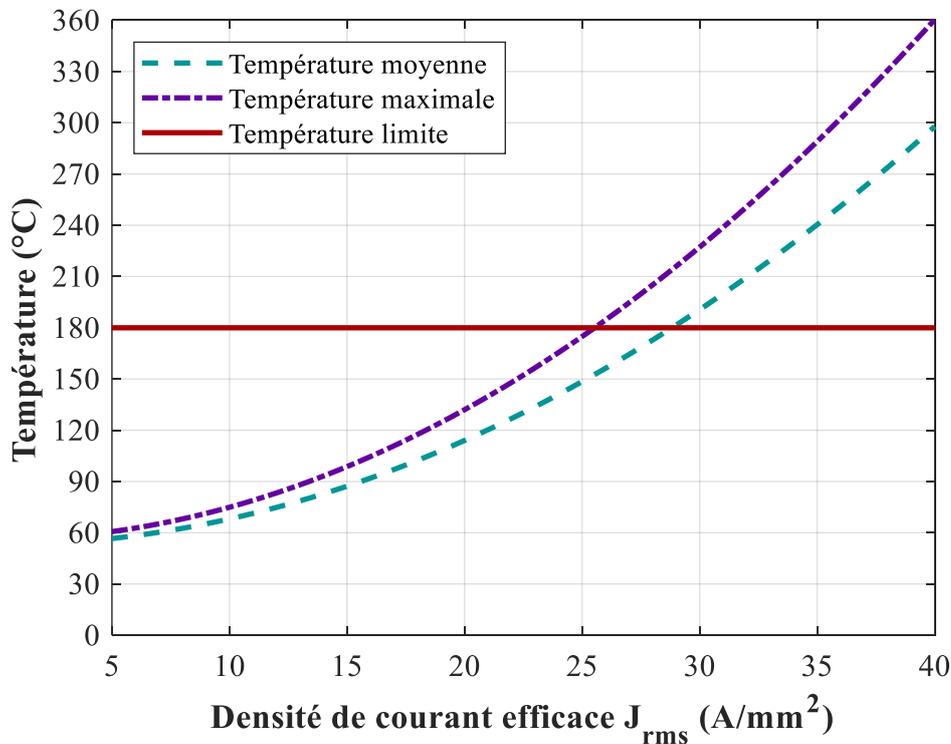


Figure IV.22 Évolution des températures moyenne et maximale du bobinage de l'induit en fonction de la densité de courant efficace.

Maintenant que tous les paramètres du modèle thermique sont connus, nous pouvons procéder au calcul des températures et de la densité de courant admissible. Pour cela, on trace sur la Figure IV.22 les températures moyenne et maximale du bobinage en fonction de la densité de courant dans l'induit  $J_{rms}$ . À l'aide de ce graphique, on peut déterminer la densité de courant admissible correspondant au point de croisement entre la température maximale et la température limite. Cette dernière vaut 180 °C soit la température limite des isolants ainsi que du G11.

Dans notre cas, la densité de courant admissible est de seulement 25,5 A/mm<sup>2</sup> soit 15 % de moins que l'objectif initial de 30 A/mm<sup>2</sup>. Cependant, la densité de courant n'est pas, à elle seule, un critère suffisant pour évaluer la performance d'un induit et de son système thermique. En effet, la Figure IV.23 montre la densité de courant admissible lorsque l'on fait varier la largeur  $L_i$  du bobinage. Lorsque la largeur de l'induit est faible,  $J_{rms}$  est plus élevée car la résistance thermique du bobinage est plus faible rendant la chaleur plus facile à extraire. On trace par ailleurs le nombre d'Ampères-tours  $N_s I_{rms}$  par phase correspondant à chaque valeur de  $L_i$ . On remarque que celui-ci atteint un maximum vers  $L_i = 24$  mm environ, en deçà de ce point, malgré une densité de courant très élevée, la section du bobinage est faible tandis qu'au-delà du maximum, la densité de courant devient trop faible à cause de la difficulté à refroidir le bobinage. Ainsi, on voit bien que la densité de courant en soi n'est pas le critère le plus pertinent pour évaluer l'induit.

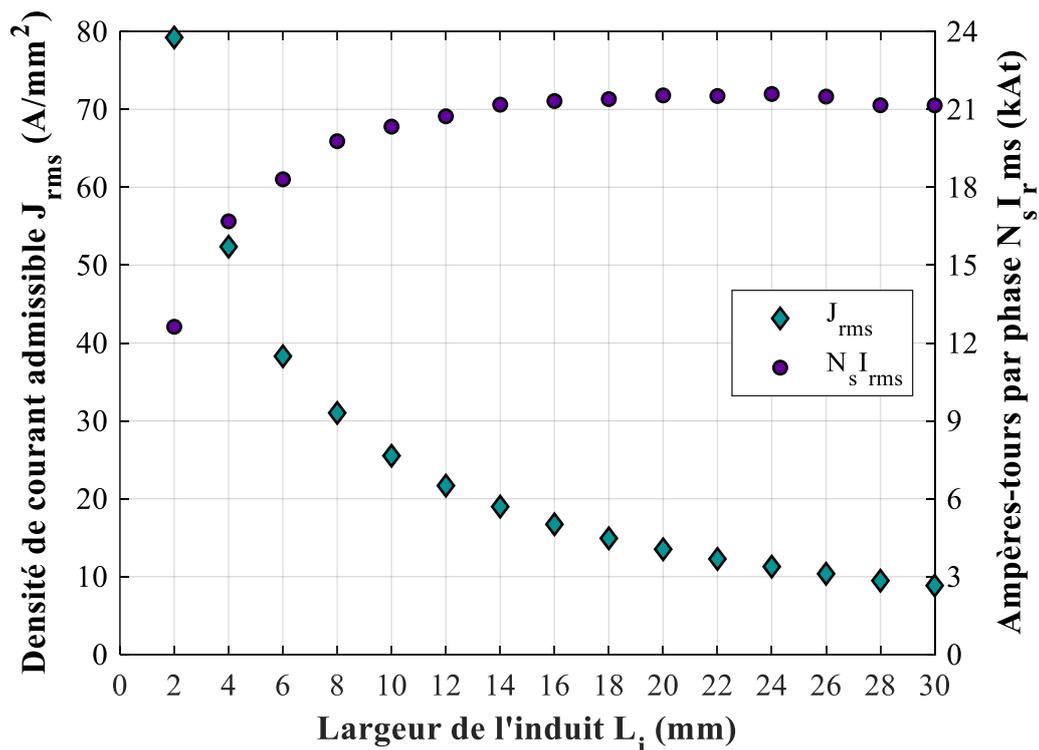


Figure IV.23 Densité de courant admissible et Ampères-tours par phase correspondant en fonction de la largeur  $L_i$  du bobinage.

On pourrait penser que  $N_s I_{rms}$  serait un critère plus approprié, mais cette valeur ne tient pas compte du fait que, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, les Ampères-tours les plus proches du rotor génèrent un couple plus élevé que ceux les plus éloignés. Par conséquent, l'augmentation de  $L_i$  ajoute certes des Ampères-tours, mais ceux-ci travaillent moins que ceux situés proche du rotor. Ainsi, on trace sur la Figure IV.24 la puissance de la machine en fonction

de  $L_i$  sur laquelle on voit que la valeur optimale de  $L_i$  ne correspond pas au maximum de  $N_s I_{rms}$ , mais se situe à 8 mm seulement. On note aussi que comme mentionné précédemment, les bobinages avec une densité de courant plus élevée ne sont pas nécessairement ceux générant le plus de couple.

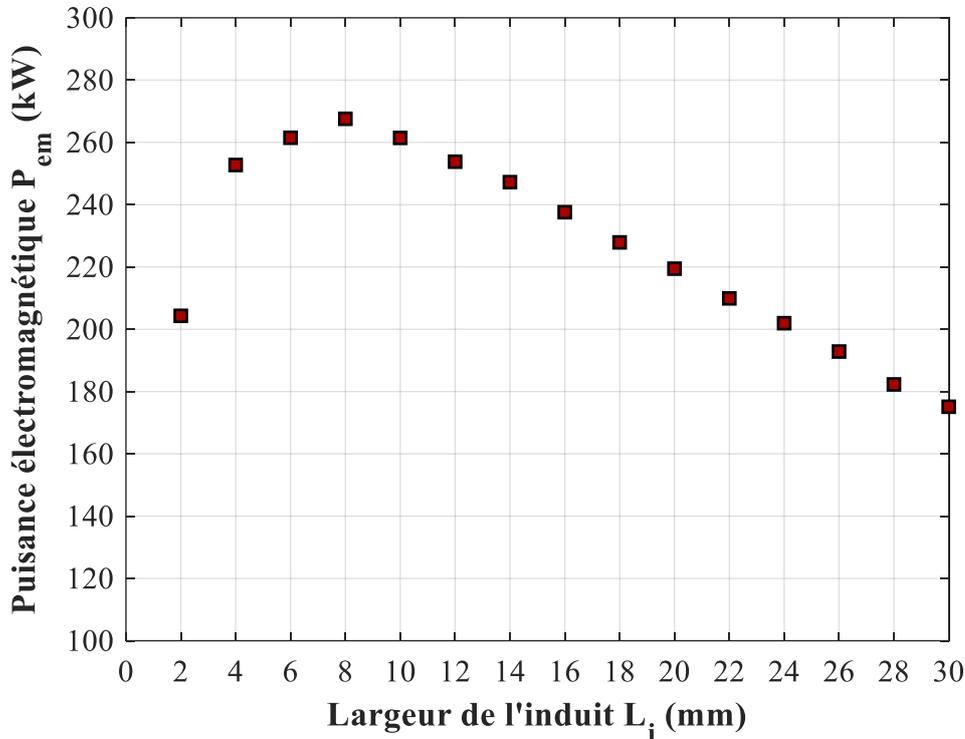


Figure IV.24 Puissance électromagnétique  $P_{em}$  de la machine en fonction de la largeur  $L_i$  de l'induit.

Finalement, avec le fil sélectionné en IV.1.d, la largeur de l'induit est de 10 mm et on se situe proche de la puissance maximale atteignable par l'induit avec moins de 3 % de différence. On conservera donc ce fil et  $L_i = 10$  mm pour laquelle la puissance de la machine est de 261 kW et le courant nominal  $I_{rms}$  égal à 280 A. À titre d'information, la charge électrique au rayon moyen atteinte par chaque induit de cette machine est de 83 kA/m.

## V. Bilan du dimensionnement

### V.1. Dimensions du démonstrateur

Une fois arrivé au terme de la conception électromagnétique, la majorité des paramètres du Tableau III.1 a été modifiée suites aux différents calculs et études que nous venons de mener. Ainsi, les dimensions finales des composants actifs du démonstrateur sont récapitulées dans le Tableau IV.11.

Tableau IV.11 Dimensions du démonstrateur FROST.

|               | Paramètre  | Description                               | Valeur                  |
|---------------|------------|---|-------------------------|
| Global        | $p$        | Nombre de paires de pôles                 | 5                       |
|               | $E_i$      | Epaisseur de l'entrefer                   | 3 mm                    |
|               | $R_m$      | Rayon moyen                               | 116,5 mm                |
| Bobine HTS    | $R_b$      | Rayon intérieur de la bobine              | 230 mm                  |
|               | $N_{pan}$  | Nombre de galettes                        | 24                      |
|               | $N_{tou}$  | Nombre de tours par galette               | 97                      |
|               | $W_b$      | Epaisseur de la bobine                    | 11,6 mm                 |
|               | $L_b$      | Longueur de la bobine                     | 113 mm                  |
|               | $I_{cb}$   | Courant critique de la bobine             | 206 A                   |
|               | $J_b$      | Densité de courant                        | 328.5 A/mm <sup>2</sup> |
| Pastilles HTS | $R_e$      | Rayon extérieur d'une pastille            | 148 mm                  |
|               | $R_i$      | Rayon intérieur d'une pastille            | 85 mm                   |
|               | $\alpha$   | Ouverture par rapport à une paire de pôle | 0,5                     |
|               | $W_y$      | Epaisseur du rotor                        | 20 mm                   |
| Induit        | $R_{we}$   | Rayon extérieur de la spire intérieure    | 148 mm                  |
|               | $R_{wi}$   | Rayon intérieur de la spire intérieure    | 85 mm                   |
|               | $W_i$      | Epaisseur du faisceau de conducteurs      | 18 mm                   |
|               | $L_i$      | Largeur du faisceau de conducteurs        | 10 mm                   |
|               | $N_{bob}$  | Nombre de bobine par induit               | 12                      |
|               | $\theta_c$ | Angle d'ouverture d'une bobine concentrée | 29 °                    |
|               | $D_{fil}$  | Diamètre des brins du fil de Litz         | 321 $\mu$ m             |
|               | $K_{cu}$   | Coefficient de remplissage de l'induit    | 54 %                    |
|               | $J_{rms}$  | Densité de courant dans l'induit          | 25,5 A/mm <sup>2</sup>  |

## V.2. Performances et bilan des masses

### V.2.a. Bilan massique

Le Tableau IV.12 présente le bilan des masses du démonstrateur. On remarque que la masse a augmenté de 30 kg par rapport au prédimensionnement à cause principalement de l'augmentation de la taille et donc du poids de la bobine supraconductrice. En effet, la forte augmentation du nombre de tours et surtout l'augmentation de plus de 50 mm de son rayon intérieur a multiplié la masse de ce composant par 3,6. Pour les autres composants actifs, on note que les pastilles ont vu leur masse augmenter de 30 % tandis que les bobinages de l'induit sont 12 % plus légers. Les masses passives étant estimées à partir d'un coefficient appliqué aux masses actives, elles augmentent dans les mêmes proportions que la masse active totale soit une augmentation de 80 %.

Tableau IV.12 Bilan massique du démonstrateur FROST.

| Composant                   | Notation      | Masse   |
|-----------------------------|---------------|---------|
| Bobine supraconductrice     | $M_{bobine}$  | 14,1 kg |
| Pastilles supraconductrices | $M_{bulks}$   | 3,2 kg  |
| Bobinages des induits       | $M_{induit}$  | 5,8 kg  |
| Masses passives             | $M_{passive}$ | 52 kg   |
| Masse totale                | $M_{total}$   | 75,1 kg |

### V.2.b. Bilan des performances

On peut enfin récapituler les performances et grandeurs de sortie du démonstrateur dans le Tableau IV.13.

Tableau IV.13 Bilan des performances du démonstrateur FROST.

| Grandeur  | Description                                | Valeur      |
|-----------|--|-------------|
| $\Omega$  | Vitesse de rotation                        | 5000 tr/min |
| $T_{em}$  | Couple électromagnétique                   | 498 Nm      |
| $P_{em}$  | Puissance électromagnétique                | 261 kW      |
| $E_1$     | Force électromotrice phase-neutre efficace | 310 V       |
| $I_{rms}$ | Courant nominal efficace                   | 280 A       |
| $PtM$     | Puissance massique                         | 3,5 kW/kg   |
| $P_{cf}$  | Pertes par courants de Foucault            | 1,3 kW      |
| $P_c$     | Pertes par courants de conduction          | 10,4 kW     |
| $P_{e3}$  | Pertes dans la paroi du cryostat           | 660 W       |
| $\eta$    | Rendement                                  | 95,3 %      |

Le principal point ressortant de ce bilan est que la puissance nominale du démonstrateur n'est que de 261 kW contre 373 kW d'après le prédimensionnement et donc en deçà des 500 kW attendus dans le cadre de FROST. En effet, les différentes contraintes auxquelles nous avons fait face, dont principalement celles portant sur l'approvisionnement de la bobine, ont impactées de manière importante la puissance du démonstrateur. Par ailleurs, le refroidissement de l'induit en cuivre s'avère bien plus complexe qu'envisagé au début du projet à cause notamment du fil de Litz très fin que nous avons dû employer pour faire face aux pertes par courants de Foucault. La conductivité thermique et le remplissage de ce fil de Litz étant limité, le nombre d'Ampères-tours par phase de l'induit est passé de 30 kAt dans le prédimensionnement à seulement 20 kAt au final.

Néanmoins, la capacité plus limitée que prévue du refroidissement liquide à évacuer la chaleur implique que les pertes dans le bobinage soient beaucoup plus faibles qu'envisagées initialement. Le prédimensionnement prévoyait 26,8 kW de pertes contre 12,4 kW au final. Ainsi, le rendement du démonstrateur est bien meilleur qu'attendu puisque de 95,2 % contre 92,8 % lors du prédimensionnement d'autant que les pertes dans la paroi du cryostat n'avaient alors pas encore été prises en compte.

Finalement, la densité de puissance attendue pour ce démonstrateur n'est que de 3,5 kW/kg, inférieur aux 10 kW/kg attendus pour le project FROST, mais tout de même plus 3 fois plus élevé que le prototype 50 kW du projet RESUM.

### V.2.c. Impact des performances des pastilles HTS

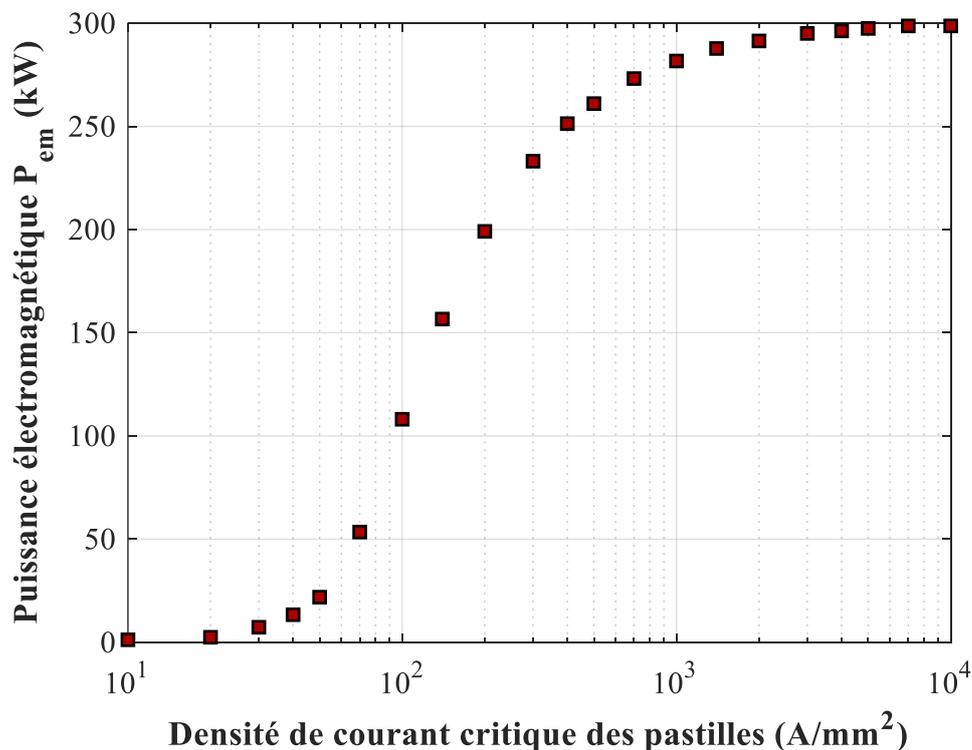


Figure IV.25 Puissance électromagnétique du démonstrateur en fonction de l'hypothèse prise sur la densité de courant des pastilles HTS dans le MSAB.

Comme nous l'avons observé dans le chapitre précédent, la puissance électromagnétique de la machine dépend de la performance des pastilles. Dans ce chapitre, nous avons supposé une densité de courant critique  $J_c$  de 500  $A/mm^2$  pour utiliser le MSAB. Cette valeur est assez

pessimiste au regard de celles qu'il est possible d'atteindre à 30 K, un  $J_c$  de 5000 A/mm<sup>2</sup> est par exemple rapportée dans [249]. Dans le prochain chapitre, nous étudierons de manière expérimentale les pastilles pour évaluer leurs performances. Mais avant cela, nous pouvons déjà regarder la sensibilité de la puissance du démonstrateur avec  $J_c$ . Pour cela, on trace sur la Figure IV.25 la puissance de la machine en fonction de la densité de courant des pastilles. Ce graphique met bien en évidence qu'une marge de progression assez importante est possible si les performances des pastilles s'avèrent excellentes. En effet, avec un  $J_c$  de 5000 A/mm<sup>2</sup>, la puissance selon le MSAB pourrait atteindre 295 kW, soit une augmentation de près de 15 %. Cependant, comme nous le verrons, la caractérisation des pastilles est loin de se résumer à une simple valeur de densité de courant critique.

### V.3. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence les étapes et études électromagnétiques nécessaires pour concevoir une machine à modulation de flux. Nous avons par ailleurs détaillé les contraintes budgétaires et logistiques qui se sont imposées pour le démonstrateur du projet FROST. Au cours du dimensionnement, nous avons pu voir quels étaient les obstacles entre la philosophie générale du projet devant permettre d'atteindre les 500 kW et le design électromagnétique détaillé final ne faisant que 261 kW de puissance nominale. En effet, le projet devait, à partir du prototype 50 kW précédent, atteindre 500 kW par trois leviers principaux. Le premier d'entre eux était le changement de forme des pastilles qui a pu être effectué depuis des disques vers des secteurs d'anneaux. Le procédé de fabrication des pastilles a cependant limité nos marges de manœuvre sur la taille des pastilles et donc du rotor.

Le second levier consistait à employer une bobine supraconductrice en REBaCuO devant permettre, à masse identique, de tripler le champ inducteur par rapport à une bobine BiSrCaCuO. En pratique, les bobines REBaCuO en sont parfaitement capables en utilisant les fils les plus performants, mais l'intégration d'une telle bobine dans la machine est plus complexe. En effet, les pertes dans la paroi du cryostat conducteur créé par l'important champ tournant obligent à éloigner la bobine du rotor nécessitant d'autant plus de tours pour générer le même champ. En outre, le coût important d'une bobine supraconductrice de cette taille n'a pas permis d'atteindre le champ inducteur voulu. Néanmoins, la modification du mode de fonctionnement de la machine, en adoptant un système où les pastilles sont magnétisées en plus de moduler le flux, a permis de fortement mitiger cette perte de champ inducteur. Grâce à ce mode, il est effectivement possible de pratiquement doubler le champ inducteur pour une même bobine supraconductrice.

Enfin, le dernier levier était l'utilisation d'un refroidissement liquide de l'induit pour parvenir à une densité de courant de 30 A/mm<sup>2</sup>. Si le refroidissement direct à huile sélectionné permet en effet d'atteindre cette densité voir même de la dépasser pour des induits très fins, nous avons vu que les performances de l'induit ne se résument pas à sa densité de courant. En effet, le fort champ inducteur cause des pertes importantes dans le bobinage cuivre, la réduction de celle-ci a imposé l'utilisation d'un fil de Litz plus fin ayant un remplissage et une conductivité thermique moindre. Ainsi, bien qu'il soit possible, pour des bobinages composés de peu de tours (et donc faciles à refroidir), d'atteindre voir même de dépasser les 30 A/mm<sup>2</sup>, il n'a pas été possible d'atteindre les 30 kA d'Ampères-tours par phase qui étaient espérés avec ce refroidissement.

Ainsi toutes ces considérations suggèrent une puissance massique de 3,5 kW/kg pour ce démonstrateur. De surcroît, toutes les valeurs que nous avons calculées dans ce chapitre ne sont que théoriques, seule la réalisation du démonstrateur, dont il sera question dans le chapitre

suisant, permettra de montrer les performances réelles de cette machine. Nous verrons notamment si le coefficient choisi dans ce chapitre pour estimer les masses passives est pertinent lorsque nous ferons le bilan réel des masses.

Enfin, il faut noter que certains leviers pour augmenter la puissance massique n'ont pas pu être exploités. Nous avons notamment vu que la puissance pourrait être augmentée de façon importante en utilisant une bobine supraconductrice plus optimisée avec un fil plus performant ou encore en utilisant un bobinage à 6 bobines par induit. Nous pourrions ainsi revenir dans le Chapitre VI sur le dimensionnement de ce démonstrateur en s'affranchissant notamment des contraintes qui ne sont pas inhérentes à la topologie étudiée pour voir les performances que la machine à modulation de flux est techniquement capable d'atteindre.

---

# **Chapitre V**

## **Essais préliminaires et construction du démonstrateur**

---

## I. Introduction

Le pénultième chapitre de ce manuscrit porte sur la réalisation du démonstrateur de machine à modulation de flux dimensionné dans le chapitre précédent. Nous tacherons ici de présenter la conception mécanique et cryogénique ainsi que la construction des différentes pièces de la machine. Avant de débiter ce chapitre, il faut préciser que la construction du démonstrateur n'est pas achevée à l'heure de l'écriture de ce mémoire. En conséquence, le niveau de détail apporté à la présentation de chaque pièce sera inégal selon leur état d'avancement. En effet, certaines pièces n'ont pas encore été lancées en fabrication et seuls les dessins et la conception théoriques de celles-ci pourront être présentés. En revanche, d'autres pièces ont été complètement construites, nous pourrions donc les aborder avec plus de précision.

A l'instar du précédent chapitre, chaque partie portera sur un composant de la machine. Nous verrons ainsi la réalisation des trois composants actifs, la bobine, l'induit et le rotor mais aussi les différents cryostats et l'intégration mécanique globale. Nous détaillerons par ailleurs certains calculs et essais expérimentaux préliminaires ayant été réalisés au laboratoire GREEN. Concernant la conception mécanique et cryogénique, celle-ci ayant été réalisée par la société Absolute System, certains calculs et études associées ne pourront pas être présentés en détail. Enfin, nous donnerons le bilan réel des masses de ce démonstrateur.

## II. Réalisation du rotor et de son cryostat

### II.1. Structure mécanique et cryogénique du rotor

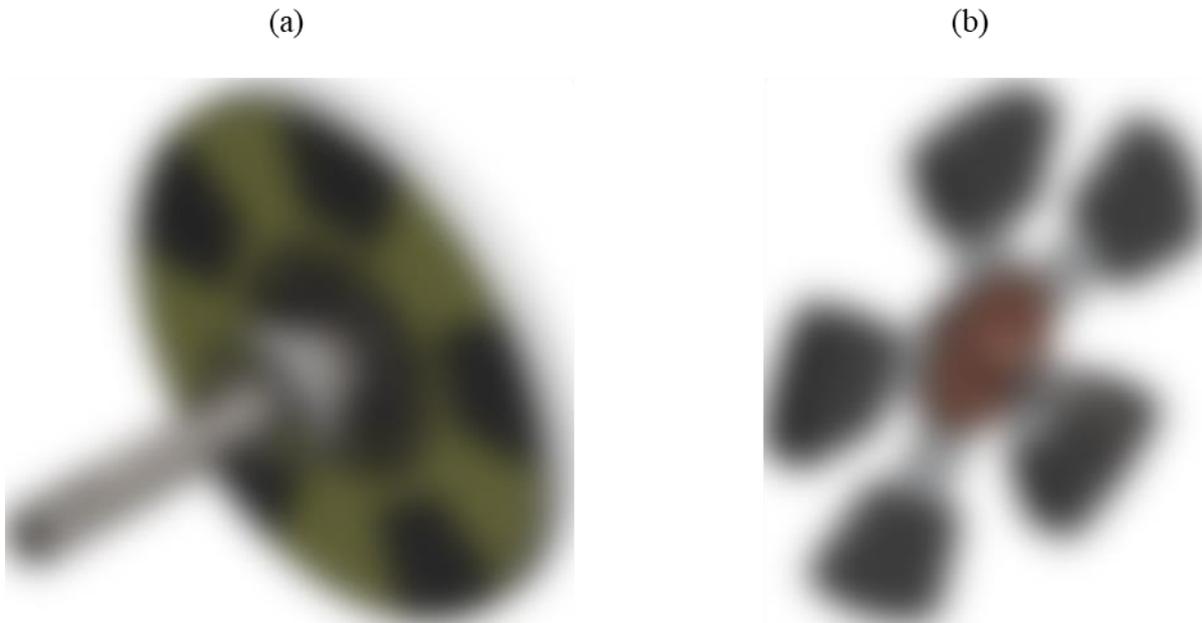


Figure V.1 Structure mécanique (a) et cryogénique (b) du rotor.

La structure mécanique du rotor, que l'on peut voir sur la Figure V.1 (a), est similaire à celle du prototype RESUM [192]<sup>p.208</sup>. On y retrouve notamment la roue en G11 entourant les pastilles absorbant le couple et le treillis en titane transmettant celui-ci à l'arbre tout en assurant le

découplage thermique. Toute la mécanique du démonstrateur FROST a été dimensionnée pour transmettre la puissance de 500 kW ciblée initialement soit un couple de 955 Nm. Ce couple étant 10 fois plus élevé que celui du précédent prototype, l'arbre en inox a été remplacé par un arbre en titane plus large. Par ailleurs, le doublement des pastilles a rendu le rotor plus lourd, une frette en carbone a donc été incorporée afin d'absorber les forces centrifuges.

Le refroidissement cryogénique du rotor est présenté sur la Figure V.1 (b). Comme mentionné au chapitre précédent, les pastilles sont refroidies par conduction au travers d'une plaque en aluminium sur laquelle est collé chaque couple de pastilles. Le refroidissement de chaque pastille s'effectue ainsi au travers d'une des faces principales assurant une meilleure conductance thermique. Les plaques de thermalisation en aluminium sont connectées à un échangeur cryogénique rotatif en cuivre permettant de transférer la chaleur du rotor à l'hélium gazeux qui n'a pas, contrairement au système du prototype RESUM, à circuler dans le rotor. Le refroidissement par conduction a été conçu pour assurer que la température des pastilles ne dépasse pas 40 K lorsque la température de l'hélium entrant dans l'échangeur est de 30 K tout en extrayant les 28 W de pertes détaillées dans le Tableau V.1. Les pertes dans les pastilles ont été évaluées à partir du modèle numérique développé à cet effet dans [192]<sup>p.167</sup> tandis que les pertes par conduction et rayonnement ont été évaluées par le partenaire Absolut System.

*Tableau V.1 Estimation des flux de chaleur à extraire du rotor.*

| Source                    | Flux de chaleur |
|---------------------------|-----------------|
| Flux radiatif             | 8 W             |
| Flux conductif            | 10 W            |
| Pertes dans les pastilles | 10 W            |
| Flux total                | 28 W            |

À l'heure de l'écriture de ce manuscrit, le rotor a seulement été lancé en fabrication, nous ne pourrions donc pas discuter de sa construction. Cependant, les pastilles supraconductrices qui le composent ont été réalisées, nous allons donc pouvoir étudier leurs performances.

## II.2. Réalisation et caractérisation des pastilles GdBaCuO

### II.2.a. Réalisation des pastilles

Les 10 pastilles supraconductrices ont été commandées à l'entreprise CAN Superconductors, celles-ci ont été réalisées selon le plan de la Figure IV.3 en usinant les secteurs d'anneaux dans un disque monocristallin de 100 mm de diamètre en GdBaCuO dopé à l'argent. Des congés ont été ensuite ajoutés aux angles des pastilles par découpe laser afin de limiter la concentration des contraintes. Une photo des dix pastilles finales, numérotés de S1 à S10, est donnée sur la Figure V.2. Par ailleurs, une onzième pastille a été réalisée afin de pouvoir effectuer des mesures de densité de courant critique par MPMS (Magnetic Properties Measurement System). Les essais par MPMS sont destructifs puisqu'ils nécessitent de découper de petits échantillons à différents endroits de la pastille, ils ne peuvent donc pas être réalisés sur les massifs devant être intégrés au rotor. Les mesures par MPMS ont été réalisées à l'aide des installations de l'Institut Jean Lamour.



Figure V.2 Photographie des dix pastilles supraconductrices.

### II.2.b. Mesure de la densité de courant critique par MPMS

Afin de mesurer la caractéristique  $J_c(B)$  de la onzième pastille, un échantillon rectangulaire a été découpé en son centre. Le moment magnétique en fonction du champ magnétique a été mesuré grâce au MPMS. La densité de courant critique  $J_c$  est déduite à partir du modèle de Bean comme expliqué dans le Chapitre I. La Figure V.3 montre ainsi cette caractéristique entre 0 et 9 T pour plusieurs températures. On remarque que, grâce à l'effet « fishtail », la densité de courant critique à 40 K reste toujours supérieure à  $1650 \text{ A/mm}^2$  dans la zone où les pastilles sont censées fonctionner (entre 0 et 3 T). Ainsi, l'hypothèse consistant à prendre  $J_c = 500 \text{ A/mm}^2$  dans le MSAB que nous avons utilisée au chapitre précédent semble a priori pertinente dans la mesure où la fin du Chapitre III avait montré que le  $J_c$  à supposer dans le MSAB devait être le  $J_c$  réel réduit d'un facteur 2 à 3. Nous allons voir cependant que, au vu de la taille de l'échantillon, la mesure au MPMS n'est que locale et n'est pas nécessairement représentative des performances de l'intégralité d'un bulk.

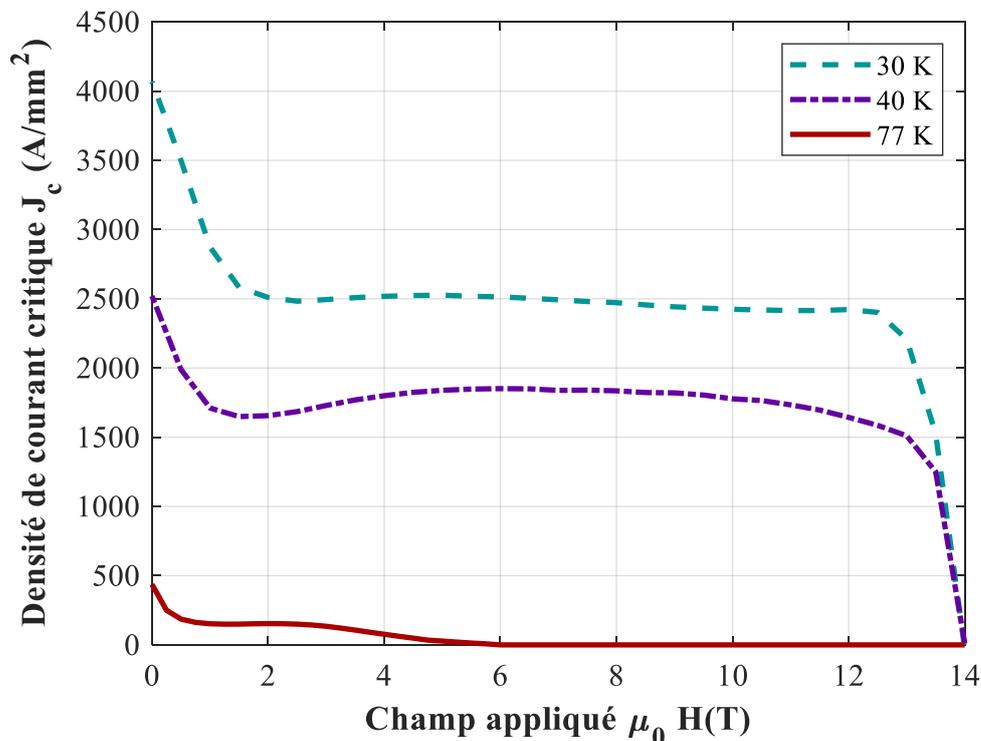


Figure V.3 Mesure locale de la densité de courant critique des pastilles GdBaCuO/Ag par MPMS pour différentes températures.

### II.2.c. Contrôle post-production

Le fournisseur CAN Superconductors a réalisé la fabrication des pastilles ainsi que leur usinage mais la découpe laser a été réalisée ailleurs. Avant l'envoi en découpe laser, CAN Superconductors a effectué des contrôles sur les dix pastilles. Deux mesures ont été effectuées à l'azote liquide, la mesure de la force de lévitation des pastilles à l'aide d'un aimant et le champ magnétique piégé au centre par field cooling avec un champ appliqué de 0,6 T. Les valeurs communiquées sur ces deux contrôles sont présentées sur la Figure V.4

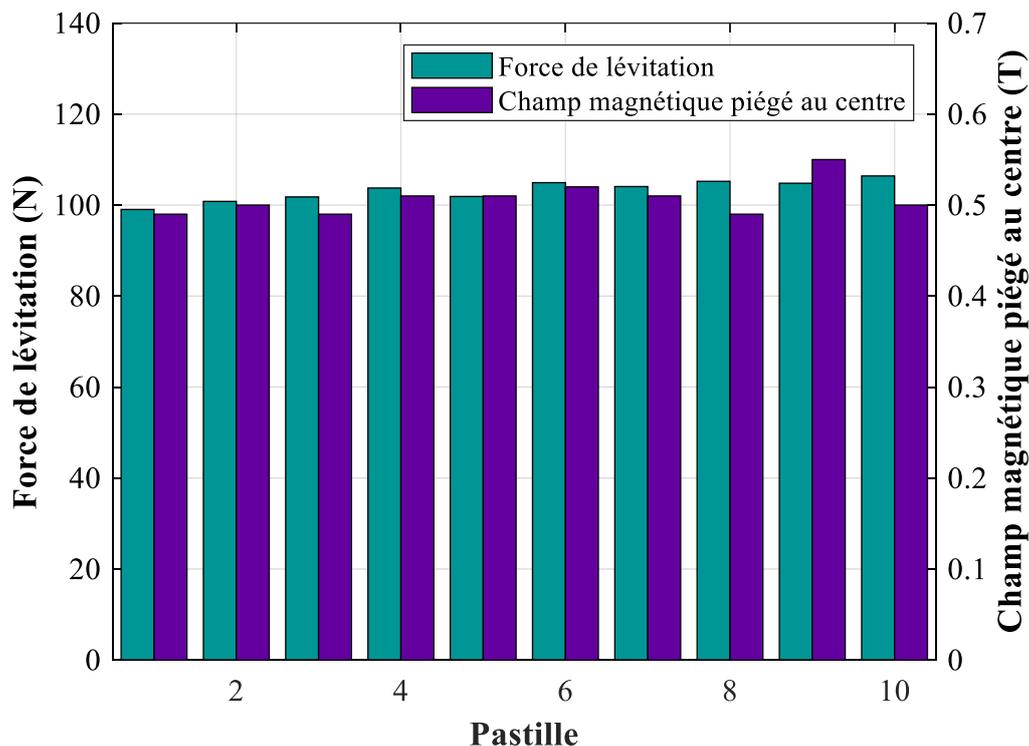


Figure V.4 Champ magnétique piégé au centre et force de lévitation des pastilles supraconductrices à 77 K avant la découpe laser mesuré en post-production par CAN Superconductors.

On remarque que les valeurs mesurées sont homogènes d'une pastille à l'autre avec une étendue relative à la moyenne de 7,1 % pour la force de lévitation et de 11,8 % pour le champ piégé au centre. Cependant, ces mesures ne rendent compte des performances que de manière globale, elles ne permettent pas de visualiser l'homogénéité au sein de chaque pastille. Par ailleurs, ces valeurs ont été mesurées avant la découpe laser, elles ne rendent donc pas compte de l'impact potentiel que cette dernière étape peut potentiellement avoir sur le comportement magnétique des pastilles. Ainsi, une caractérisation supplémentaire est nécessaire sur les pastilles finales pour évaluer les pastilles.

### II.2.d. Caractérisation par piégeage de champ des dix pastilles

Afin de caractériser la capacité des dix bulks à piéger et écranter le champ magnétique, nous avons mesuré au laboratoire GREEN les cartes de champ magnétique piégé par field cooling dans chaque pastille. Pour rappel, le principe de la magnétisation par field cooling a été présentée dans le Chapitre I. Pour cela, chaque pastille a été magnétisée à l'aide de l'aimant supraconducteur présenté sur la Figure V.5 (a) pouvant générer 9 T dans une zone de travail de 150 mm de diamètre.

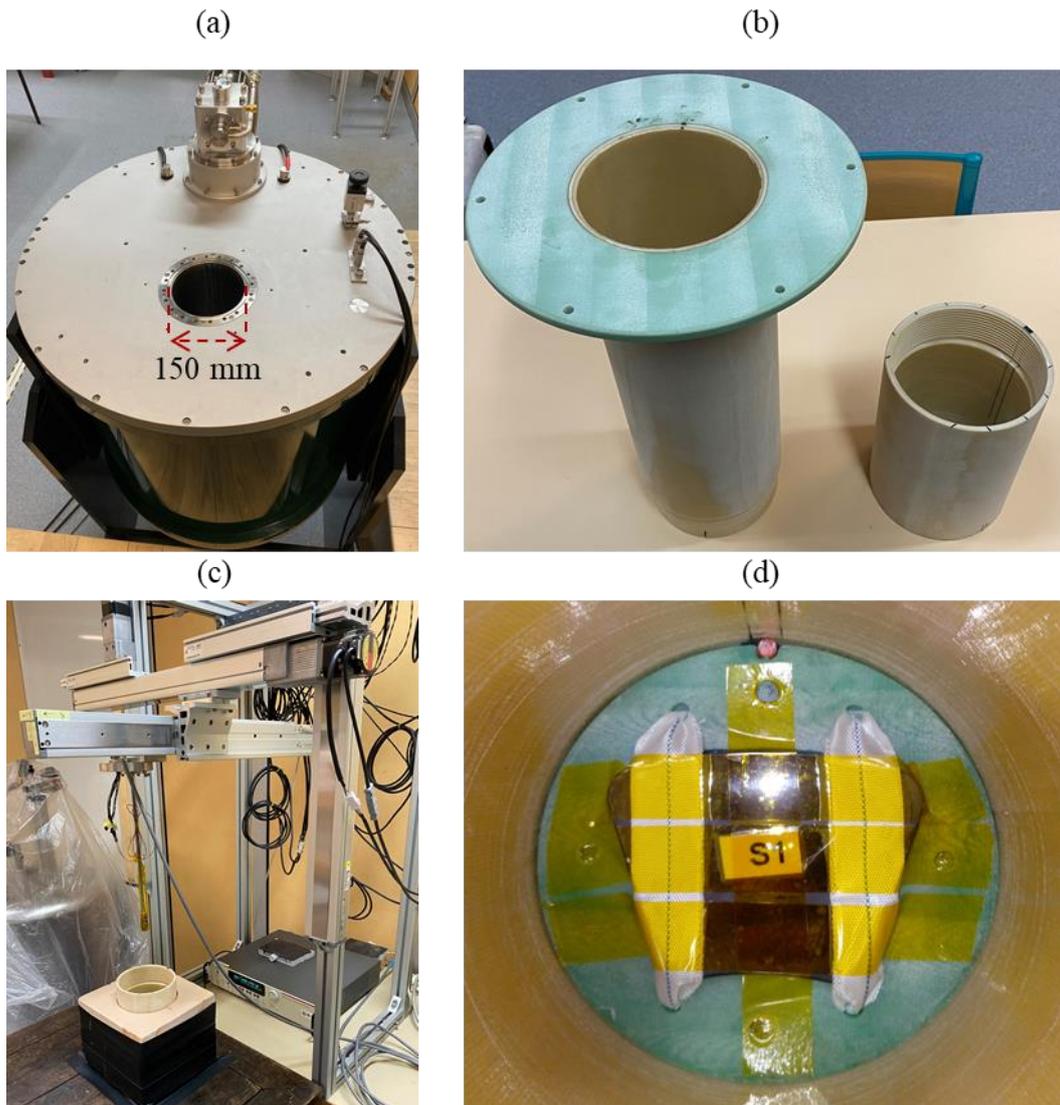


Figure V.5 Dispositif expérimental pour la magnétisation par field cooling des pastilles à 77 K. (a) Électro-aimant supraconducteur 9 T. (b) Porte échantillon démontable. (c) Table de mesure 3D pour les cartes de champ magnétique. (d) Centrage des pastilles.

La magnétisation a été réalisée à 77 K à l'aide du porte échantillon que l'on peut voir sur la Figure V.5 (b) dans lequel est placée la pastille à mesurer. On dispose le porte échantillon dans l'aimant et on applique 3 T sur la pastille encore à température ambiante. Une fois les 3 T atteints, le porte échantillon est rempli d'azote liquide afin de réaliser le refroidissement sous champ. Lorsque l'ébullition de l'azote terminée et la pastille froide, le champ magnétique est ramené à zéro. Le porte échantillon peut ensuite être retiré de l'aimant et être placé sous la table 3D de mesure du champ magnétique que l'on peut voir sur la Figure V.5 (c). Le porte échantillon dispose d'une pièce de centrage, que l'on voit sur la Figure V.5 (d), pour assurer le

bon alignement de la pastille mesurée. Le champ magnétique est ainsi relevé tous les mm à 1 mm de la surface de chaque pastille en immergeant la sonde à effet Hall dans l'azote liquide.

La Figure V.6 présente la carte du champ magnétique piégé dans chacune des pastilles. Sur cette figure, seuls les champs magnétiques positifs sont tracés, les zones en blanc correspondent donc aux points de mesure où le champ magnétique est négatif signifiant donc une absence de champ piégé. Cette représentation permet ainsi de voir la localisation des zones à faibles performances de chaque pastille. On peut par exemple voir que toute une bande au centre de la pastille S1 ne piège aucun champ tandis que la pastille S6 ne présente aucune zone faiblement supraconductrice. Il apparaît que les pastilles S1, S2, S3, S5 et S7 ont des défauts de différentes tailles tandis que les pastilles S4, S6, S8, S9 et S10 en sont pratiquement exempt. Ces zones faiblement supraconductrices se ressentent sur le pic de champ piégé par chaque pastille, le champ moyen piégé par les 5 meilleures pastilles étant de 0,99 T contre 0,84 T pour les 5 comportant des défauts. La pastille S4 est celle atteignant le pic le plus important avec 1,08 T tandis que la pastille S1 atteint le plus faible pic avec seulement 0,75 T.

Il est difficile à partir de ces seuls résultats d'estimer l'origine des zones non supraconductrices. Il semble tout de même que les cartes de champs sont beaucoup moins homogènes entre elles que ne l'étaient les mesures de force de lévitation et de champ au centre mesuré en post production. Cela suggère que l'étape de la découpe laser serait responsable des zones à faibles performances. En effet, la bande sans champ piégé que l'on détecte sur la carte de la pastille S1 passe par le centre de la pastille. Si elle était présente avant la découpe laser, le fournisseur n'aurait pas pu mesurer 0,49 T à cet endroit. Pour en être sûr, il aurait fallu mesurer la carte de champ magnétique entre chaque étape du procédé de fabrication. On peut tout de même envisager que le système de fixation utilisé pendant la découpe laser puisse générer des fractures internes aux pastilles si trop de contraintes sont appliquées localement. Cela expliquerait pourquoi les défauts sont situés aux bords des pastilles

Comme nous l'avons expliqué au chapitre précédent, les performances en piégeage et en écrantage sont les mêmes puisque la circulation des courants est identique dans les deux cas. Par conséquent, les zones où le champ n'est pas piégé sont aussi des zones qui ne peuvent l'écranter. L'impact de ces zones sur les performances de la machine est difficile à évaluer à partir de ces cartes puisque ces mesures ont été réalisées à 77 K tandis que le rotor est refroidi à 40 K. Il est possible qu'elles se résorbent à plus basse température dans la mesure où la densité de courant critique à 40 K est 10 fois plus élevée qu'à 77 K. Par ailleurs, les pastilles pouvant piéger à minima 1 T à 77 K, il est raisonnable de s'attendre à ce qu'elles soient en mesure de piéger et d'écranter les 3 T auxquelles elles seront soumises dans la machine.

En prévision de l'éventualité où les défauts persisteraient à 40 K, les pastilles seront appariées de manière à ce que chaque pôle de la machine soit composé d'une pastille avec et une pastille sans défaut disposées sur la même plaque de thermalisation. Cette superposition des deux permettra ainsi d'équilibrer la distribution de champ de l'inducteur. Par ailleurs, des capteurs à effet Hall seront disposés dans l'induit, proche de l'entrefer afin de pouvoir mesurer cette distribution de champ en fonctionnement.

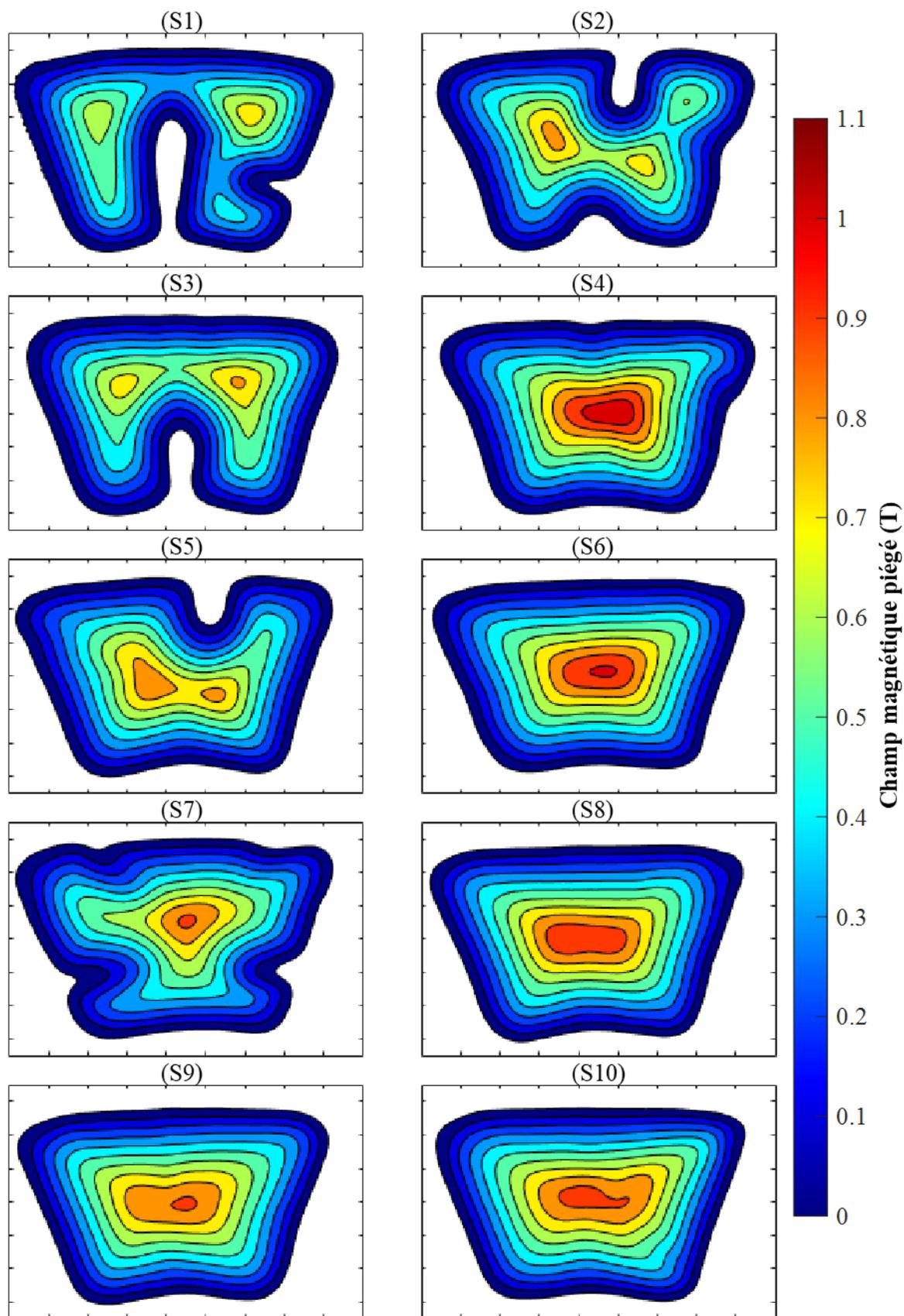


Figure V.6 Cartes du champ piégé par field cooling à 77 K avec un champ appliqué de 3 T à 1 mm de la surface des dix pastilles devant être montées sur le rotor. La distance entre deux graduations est de 10 mm.

## II.3. Cryostat du rotor

### II.3.a. Structure du cryostat

A l'instar du prototype RESUM, le cryostat du rotor du démonstrateur FROST est fixe. En effet, comme le montre la Figure V.7, l'enceinte à vide se compose des parois inférieures des carters de l'induit, que nous présenterons plus tard, de deux cloches et d'une entretoise assurant la fermeture de l'enceinte entre les deux carters. L'étanchéité au niveau de cette entretoise ne nécessite aucune fixation particulière puisque la pression atmosphérique suffit à rentre les carters et l'entretoise solidaires lorsque l'on fait le vide dans l'enceinte. L'arrivée d'hélium permettant le refroidissement du rotor se fait au travers d'une canne connectée à l'échangeur rotatif. Ainsi, toute l'enceinte à vide ainsi que la canne d'hélium ne tournent pas, cette structure nécessite donc une étanchéité tournante pour le vide au niveau des cloches et à l'hélium cryogéniques au niveau de l'échangeur du rotor.



Figure V.7 Structure du cryostat du rotor. (a) Vue 3D extérieur du cryostat. (b) Vue en coupe du cryostat.

Le principal intérêt d'employer un cryostat fixe pour le rotor est qu'il permet de réduire la taille de l'entrefer [192]<sup>p.193</sup>. En effet, l'entrefer dans le cas d'un cryostat tournant se composerait de quatre couches :

- Le vide d'isolement du rotor.
- La paroi de l'enceinte à vide.
- Un entrefer mécanique permettant la rotation du cryostat tournant.
- La paroi du carter de refroidissement de l'induit.

Dans le cas présent, l'emploi d'un cryostat fixe permet de mutualiser la paroi de l'enceinte à vide et la paroi interne du carter de l'induit. L'entrefer électromagnétique résultant se compose ainsi de 1 mm de paroi (carter/enceinte à vide) et 2 mm de vide d'isolement.

### II.3.b. Etanchéité tournante au vide

La complexité de ce cryostat est d'assurer une étanchéité tournante entre les parois fixes du cryostat et les traversées rotatives que sont l'arbre et le port d'accueil de la canne de transfert apportant l'hélium au rotor. Dans le prototype RESUM, cette étanchéité était assurée par des

jointes ferrofluides, dont une photo est présentée sur la Figure V.8 (a). La Figure V.8 (b) présente quant à elle le principe de fonctionnement des joints ferrofluides. Ils sont composés d'un aimant disposé dans un circuit magnétique dont une partie est fixe et l'autre en rotation, ces deux parties sont séparées par un entrefer dans lequel se trouve le ferrofluide. En s'alignant avec les lignes de champ magnétique, le ferrofluide crée une barrière étanche assurant une très bonne étanchéité tournante au vide [192]<sup>p.203</sup>.

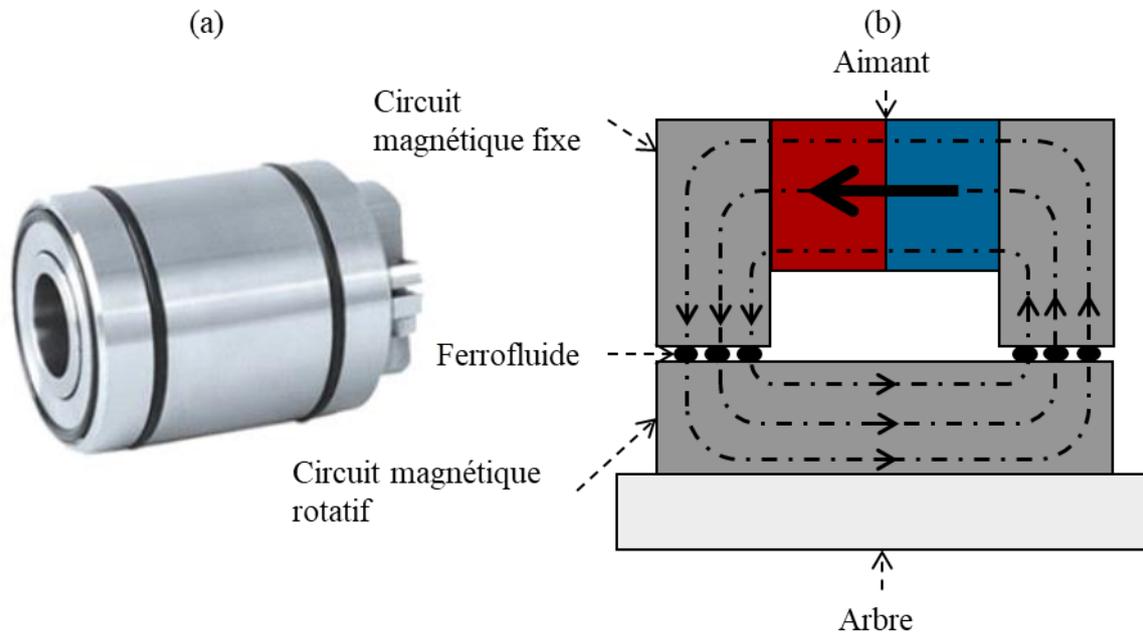


Figure V.8 Présentation des joints ferrofluides. (a) Photographie d'un joint ferrofluide. (b) Vue en coupe et principe de fonctionnement d'un joint ferrofluide.

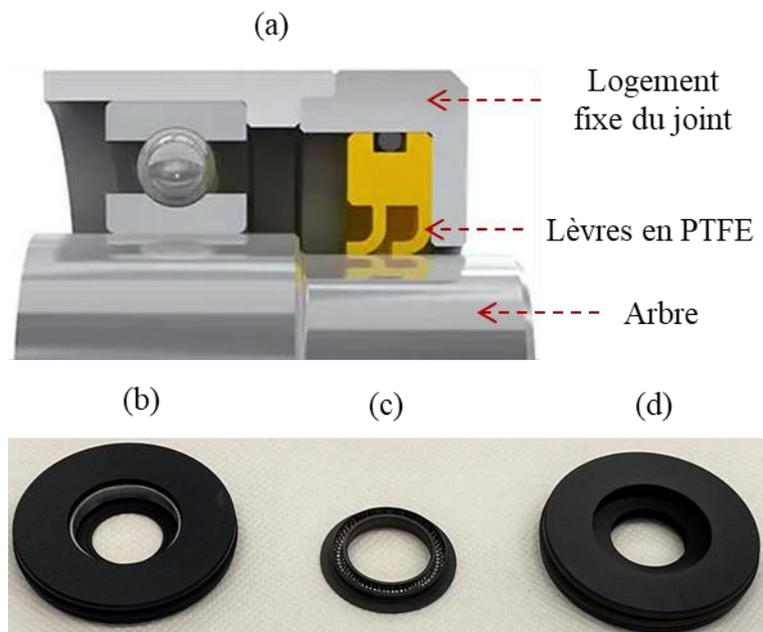


Figure V.9 Présentation des joints à lèvre. (a) Vue en coupe et principe de fonctionnement d'un joint à lèvre [250]. (b) Joint du fabricant Omniseal. (c) Joint du fabricant Parker. (d) Joint du fabricant AHPseals.

Cependant, lors du fonctionnement de la machine, le flux magnétique créé par la bobine supraconductrice sature complètement le circuit magnétique du joint ferrofluide et expulse le

ferrofluide de l'entrefer entraînant la perte du vide dans le cryostat du rotor. En conséquence, nous avons dû trouver une solution alternative qui ne soit pas impacté par le champ magnétique.

La solution choisie pour assurer l'étanchéité tournante est l'utilisation de joints composés d'une ou plusieurs lèvres en polymère dont le principe est représenté sur la Figure V.9 (a). Le joint est fixe et la lèvre est plaquée sur la surface de l'arbre frottant ainsi sur ce dernier lors de sa rotation. L'étanchéité est assurée par le contact entre la lèvre et l'arbre. Bien que ce type de joint soit employé pour différentes applications et différents types d'étanchéités, nous avons souhaité nous assurer que cette solution permette d'atteindre des niveaux de vide similaires à celui atteignable avec un joint ferrofluide. Pour cela, nous avons sélectionné, après échange avec les différents fabricants, les trois références présentées sur la Figure V.9. Les dimensions des joints Omniseal (b) et AHPseals (d) correspondent aux dimensions d'arbre et d'alésage du joint ferrofluide utilisé pour le prototype RESUM tandis que la géométrie du joint Parker (c) est différente à l'exception la dimension d'arbre.

Un banc d'essai, présenté sur la Figure V.10, a été conçu pour qualifier les différentes références commandées. Ce banc se compose d'une enceinte à vide en deux parties, une première partie comprenant deux ports pour le pompage et la mesure du vide dans laquelle se trouve un arbre maintenu par des roulements. La seconde partie de l'enceinte se compose d'une chambre démontable permettant d'accueillir le joint à tester. Deux chambres différentes ont été réalisées, une adaptée au joints Omniseal et AHPseal et une autre adaptée au joint Parker. Les deux parties de l'enceintes sont connectés au travers d'une bride et l'arbre peut ainsi sortir de l'enceinte et être connecté à une machine d'entraînement.

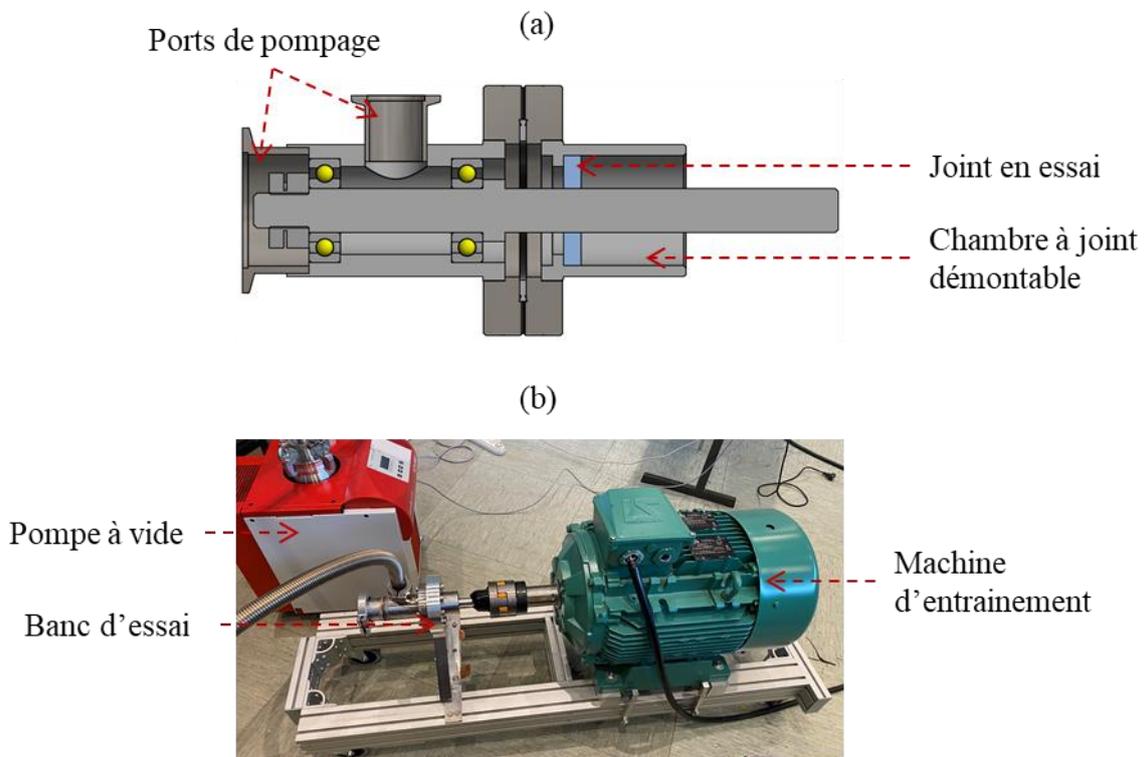


Figure V.10 Présentation du banc d'essai pour les joints d'étanchéité rotative au vide. (a) Vue en coupe du banc d'essai. (b) Photographie du banc.

La Figure V.10 (b) montre le banc assemblé avec la machine d'entraînement et la pompe à vide connectée à l'un des ports de pompage, le second ayant été bouché. La mesure du vide se fait ici sur le même port que le pompage. Ce banc permet ainsi de mesurer en dynamique

l'évolution du vide pour différentes vitesses de rotation de l'arbre. Cependant, les essais des joints n'ont pu être réalisés que partiellement puisque le banc a été détruit par le blocage d'un roulement à cause de problèmes d'alignement.

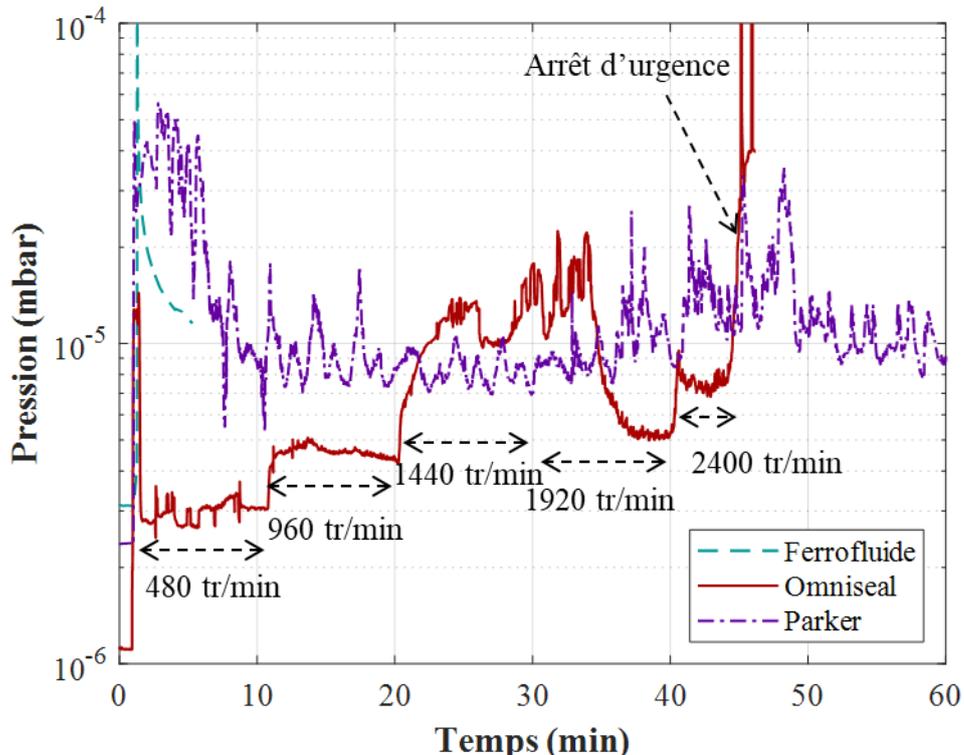


Figure V.11 Résultats des essais partiels réalisés avant la destruction du banc. La vitesse de rotation est de 900 tr/min pour les essais sur le joint ferrofluide et le joint Parker tandis que la vitesse de rotation a été variée selon les paliers indiqués sur la figure pour le joint Omniseal.

La Figure V.11 montre les quelques résultats qu'il a été possible d'obtenir, chacun des essais présentés a été réalisé avec le groupe de pompage (Pfeiffer Hicube 300) actif.

- Le joint Parker a pu notamment être testé pendant une heure à 900 tr/min, montrant un vide statique (à 0 tr/min) de  $2 \cdot 10^{-6}$  mbar et ne dépassant pas  $6 \cdot 10^{-5}$  mbar en rotation.
- L'essai du joint Omniseal ayant entraîné la destruction du banc a quant à lui duré presque 45 minutes au cours desquels la vitesse a été augmentée par paliers successifs de 480 tr/min toutes les 10 minutes jusqu'à 2400 tr/min. Le joint Omniseal a maintenu un vide statique de  $1 \cdot 10^{-6}$  mbar. Le vide en rotation est resté en dessous de  $6 \cdot 10^{-5}$  jusqu'à l'enclenchement de l'arrêt d'urgence. On remarque que l'augmentation de la vitesse ne cause pas nécessairement une baisse de la pression puisque le vide à 2400 tr/min est meilleur que celui à 1440 tr/min. On peut attribuer cela à des vibrations du banc qui étaient plus importantes dans la mesure où le banc était plus bruyant à 1440 tr/min qu'aux autres vitesses.
- Enfin, à titre de comparaison, un petit essai de 5 minutes à 900 tr/min a pu être effectué avec le joint ferrofluide montrant un vide statique de  $3 \cdot 10^{-6}$  mbar et descendant à  $1 \cdot 10^{-5}$  mbar en rotation.

On remarque aussi que chaque joint subit une remontée en pression momentanée à la mise en rotation. Par ailleurs, bien que le joint AHPseal n'ait pas pu être testé sur ce banc, celui-ci a été utilisé en remplacement du joint ferrofluide sur le prototype RESUM permettant d'y maintenir un vide statique de  $3,8 \cdot 10^{-5}$  mbar à température ambiante et de  $1,1 \cdot 10^{-6}$  mbar à basse température à l'aide du cryopompage.

D'après les résultats obtenus, le joint Omniseal semble être le plus efficace, il s'avère aussi être le plus simple à intégrer à la machine et à approvisionner. Nous avons donc sélectionné celui-ci pour le démonstrateur FROST malgré que les essais n'aient été faits que partiellement. Un nouveau banc similaire mais plus robuste mécaniquement a, par ailleurs, été lancé en fabrication afin de compléter les essais.

### II.3.c. Matériau des cloches

La principale contrainte de l'utilisation d'un cryostat fixe est que les pièces composant ce dernier sont soumises à un champ variable, imposant donc l'utilisation de matériaux faiblement conducteurs. Parmi les trois parties composant l'enceinte à vide du cryostat, la paroi du carter de l'induit est le composant le plus critique car se trouvant dans l'entrefer électromagnétique, faisant directement face au rotor. Ainsi, il ne peut pas être réalisé en matériau conducteur sous peine de subir des pertes électromagnétiques très importantes à cause du champ inducteur. Les cloches et l'entretoise sont quant à elles plus éloignées mais peuvent, à l'instar du cryostat de la bobine, être exposées à une partie du champ tournant et subir des pertes. L'entretoise servant uniquement de portée pour des joints toriques, peut sans soucis être réalisée en G11. En revanche, les cloches, que l'on peut voir sur la Figure V.12 (a), sont, d'après l'expérience d'Absolute system, des pièces plus complexes à réaliser en matériau non métallique puisque composées de nombreux trous taraudés et servant d'alésage aux joints à vide ainsi qu'aux roulements.

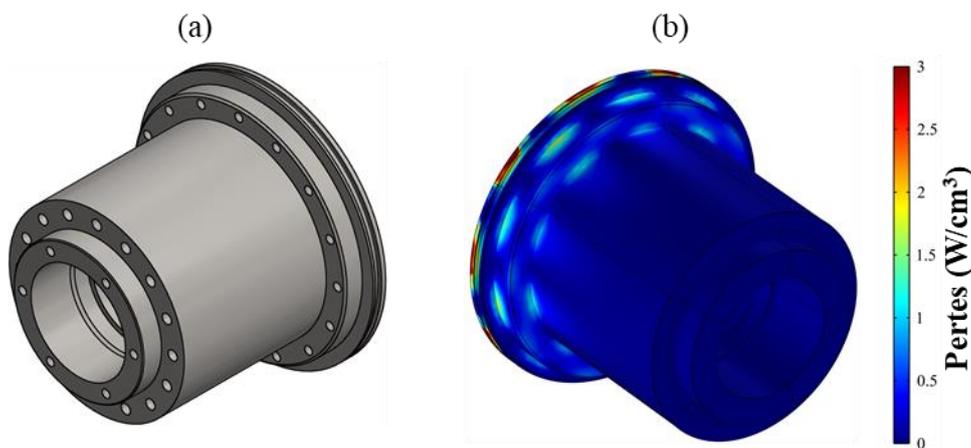


Figure V.12 (a) Représentation d'une cloche. (b) Répartition des pertes dues au champ tournant dans une cloche en acier inoxydable 304.

Afin d'évaluer différents matériaux, un modèle temporel numérique 3D sur COMSOL a été développé de manière similaire à celui utilisé dans le chapitre précédent pour le cryostat de la bobine. La Figure V.12 (b) montre ainsi la distribution des pertes dans une cloche en acier inoxydable de nuance 304. Les pertes sont plus importantes au niveau de la gorge accueillant le joint assurant l'étanchéité entre la cloche et le carter. En effet, cette gorge étant la partie la plus proche du rotor, c'est elle qui est exposée au champ variable de plus forte amplitude. Le Tableau V.2 récapitule la masse et les pertes pour différents matériaux conducteurs ainsi que pour le G11 à titre indicatif. Il apparaît que l'aluminium 2017A, bien que le plus léger des

métaux étudiés, génère beaucoup plus de pertes que l'acier inoxydable ou le titane. A partir de ces résultats, il a été décidé de réaliser la cloche en Titane TA6V puisque donnant le meilleur compromis entre masse et pertes.

Tableau V.2 Pertes et masse d'une cloche selon le matériau employé.

| Matériau        | Conductivité électrique | Masse volumique        | Pertes par cloche | Masse d'une cloche |
|-----------------|-------------------------|------------------------|-------------------|--------------------|
| Aluminium 2017A | 19,6 MS/m               | 2790 kg/m <sup>3</sup> | 177 W             | 0,9 kg             |
| Acier inox 304  | 1,4 MS/m                | 7850 kg/m <sup>3</sup> | 23 W              | 2,5 kg             |
| Titane TA6V     | 0,6 MS/m                | 4430 kg/m <sup>3</sup> | 10 W              | 1,4 kg             |
| Composite G11   | ~0 MS/m                 | 1850 kg/m <sup>3</sup> | 0 W               | 0,6 kg             |

### III. Réalisation de l'induit

#### III.1. Carter de refroidissement

Les deux induits composant la machine doivent être refroidis par circulation d'huile sur leur face située du côté opposé à l'entrefer. Pour cela, un carter étanche démontable en G11 a été conçu dont on peut voir le montage représenté sur la Figure V.13. Un carter se compose de deux pièces principales, la première est le corps du carter servant de réceptacle aux bobinages ainsi que de paroi pour l'enceinte à vide du rotor comme le montrait la Figure V.7. Le corps, dont une photographie est disponible sur la Figure V.14 (a), dispose de 12 poches pour accueillir les 12 bobines, la paroi dans le fond des poches étant située dans l'entrefer électromagnétique n'est épais que de 1 mm seulement. Cette partie du carter est la plus complexe à usiner puisque composée de différents trous de perçages, poches et gorges pour joints toriques ainsi qu'à cause de la finesse de la paroi dans le fond des poches et des tolérances associées. Par ailleurs, une feuille de mylar dorée est collée à la surface du carter située dans l'entrefer afin de réduire fortement son émissivité, cette feuille est indispensable pour limiter les pertes par rayonnement du rotor à 8 W, valeur indiquée dans le Tableau V.1.

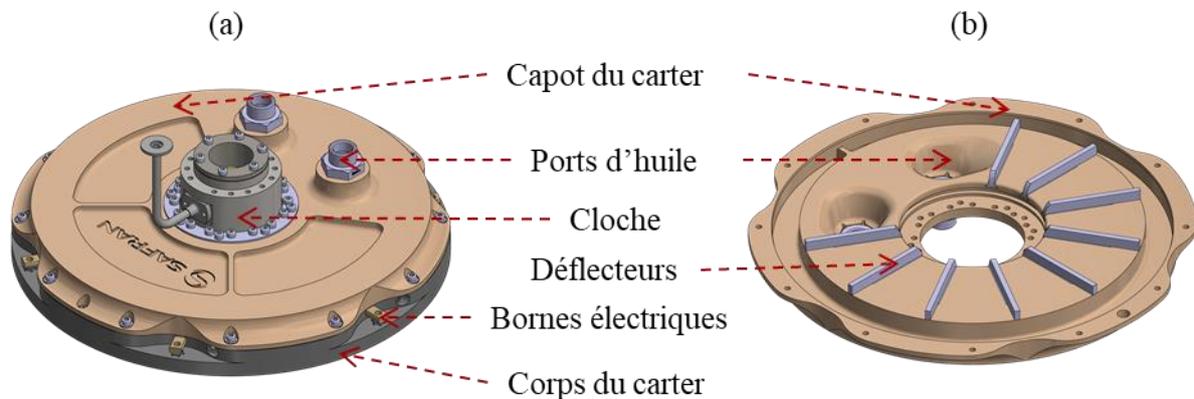


Figure V.13 Structure d'un carter de refroidissement de l'induit. (a) Montage du carter avec la cloche. (b) Capot du carter avec ses déflecteurs.

Le capot du carter, représenté sur la Figure V.13 (b), est la seconde pièce principale composant le carter, il dispose de deux ports pour l'entrée et la sortie de l'huile de

refroidissement. Ces ports sont séparés par une paroi située sur le corps du carter forçant l'huile à circuler dans tout le carter. Ce capot a été étudié par SAFRAN de manière à maximiser l'échange convectif à la surface des bobinages. Pour cela, la section de passage de l'huile a été optimisée pour augmenter la vitesse de circulation. De plus, des déflecteurs réalisés en fabrication additive ont été ajoutés afin d'accélérer la circulation de fluide au niveau des bobines. Ces déflecteurs sont fixés dans des encoches que l'on peut notamment voir sur la photographie du capot de la Figure V.14 (b).



Figure V.14 (a) Photographie du corps d'un carter (b) Photographie du capot d'un carter.

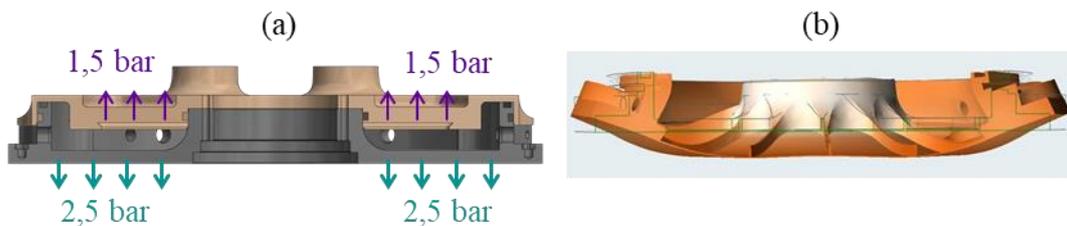


Figure V.15 Contraintes de pression appliquées au carter. (a) Représentation des pressions différentielles maximales que peut subir le caret. (b) Déformation et contraintes du corps du carter causée par la différence entre la pression interne du carter et le vide dans l'entrefer simulé par SAFRAN.

Les pertes de charge de chaque carter, calculée par analyse numérique par SAFRAN, sont de l'ordre de 0,8 bar pour un débit de 30 L/min d'huile KRYO 51 du fabricant LAUDA. Ce débit élevé permet une température homogène entre les bobines. La pression absolue maximale d'entrée d'huile que le carter peut supporter est de 2,5 bar. Comme le montre la Figure V.1 (a), le capot du carter subit en conséquence une pression différentielle de 1,5 bar à cause de la différence entre l'atmosphère extérieure et l'huile à l'intérieur tandis que le corps du carter subit une pression différentielle de 2,5 bar puisqu'il sert de paroi à l'enceinte à vide. Ainsi, le carter est dimensionné pour que la flèche, que l'on peut voir sur la Figure V.15 (b), ne dépasse pas 0,3 mm. Pour tenir ces contraintes, le fond des poches sera renforcé par le collage des bobinages à la paroi.

## III.2. Bobinage de l'induit

### III.2.a. Fil de Litz

La Figure V.16 montre le fil de Litz utilisé pour le bobinage, celui-ci correspond aux propriétés détaillées dans le chapitre précédent. Le fil se compose de 133 brins de 0,321 mm de diamètre, les brins sont regroupés et torsadés par 7, les 19 groupes de brins sont ensuite tressés pour former le fil de section rectangulaire. On voit par ailleurs que la disposition exacte des fils sur la Figure V.16 (b) est plus chaotique et moins compacte que la disposition idéale de la Figure IV.15 étudiée dans le chapitre précédent.

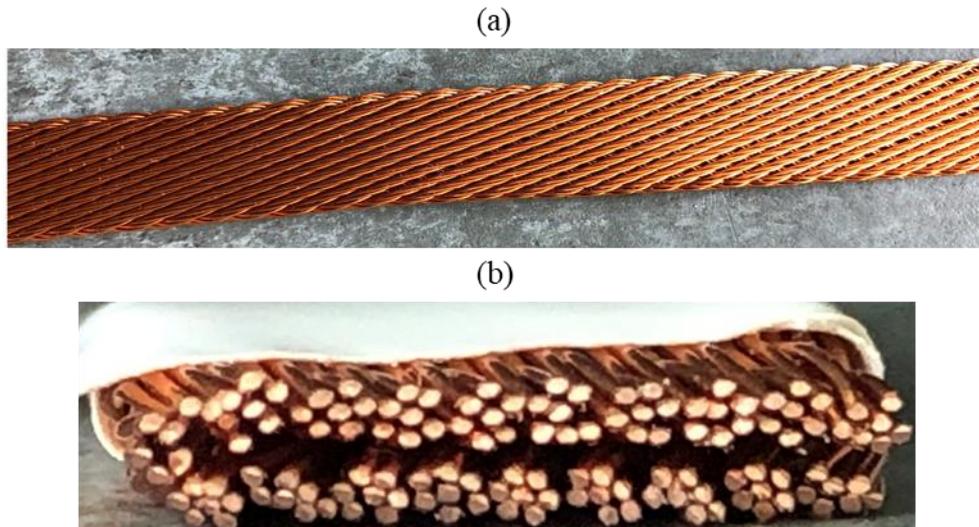


Figure V.16 Fil de Litz utilisé pour le bobinage des inductifs. (a) Photographie en vue supérieure. (b) Photographie en vue de coupe.

### III.2.b. Réalisation du bobinage

Le schéma de bobinage de chaque induit est représenté sur la Figure V.17 (a), les 4 bobines composant chaque phase sont disposées en deux paires situées à  $180^\circ$  l'une par rapport à l'autre. Le sens de roulage du fil est inversé entre deux bobines adjacentes si elles sont de la même phase ou identiques si elles sont de deux phases différentes. Le bobinage de chaque phase est effectué sans coupure de fil entre les 4 bobines d'une même phase afin de limiter au maximum le nombre de connexions à réaliser sur le fil de Litz. En effet, les brasures sur ce type de fil ne sont pas triviales. Les bornes d'entrée et de sortie de chaque phase sont disposées à la périphérie du corps du carter, le fil de Litz est soudé sur ces bornes conçues pour être des traversées électriques de paroi étanches.

La Figure V.17 (b) montre l'induit bobiné à l'intérieur du carter. Les 12 bobines ont été bobinées autour d'un mandrin démontable avant d'être disposées et collées au fond des poches. Ces mandrins sont chacun composés de deux trous percés utilisés par le bobineur pour réaliser les bobines. Ces trous serviront par ailleurs à y disposer les capteurs à effet Hall pour la mesure du champ inducteur.

Trois inductifs et leurs carters ont été réalisés afin d'en disposer de deux pour la machine et d'un troisième sur lequel effectuer des mesures thermiques pour évaluer finement la capacité de refroidissement du carter. Ce carter supplémentaire dispose, comme le montre la Figure V.17 (b) d'un grand nombre de thermocouples pour la mesure des températures. Les

essais sur ce troisième induit n'ont pas encore pu être réalisés à l'heure de la rédaction de ce manuscrit.

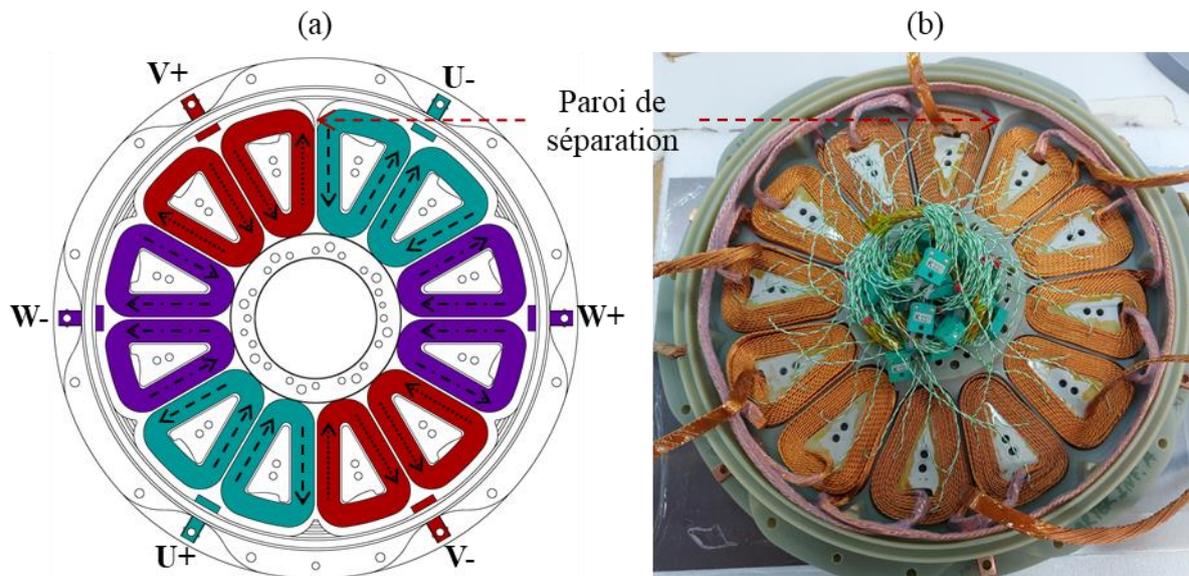


Figure V.17 Bobinage d'un induit. (a) Schéma de bobinage des trois phases, la paroi séparant l'entrée et la sortie d'huile est située à  $90^\circ$  entre les bornes  $V+$  et  $U-$ . (b) Photographie d'un induit bobiné à l'intérieur d'un carter.

### III.3. Mise en série des induits

Comme mentionné dans le chapitre précédent, les deux induits doivent être connectés en série, ceux-ci ayant tous été construits et bobinés de la même manière, il convient de prendre garde à la position des phases. En effet, les deux induits étant disposés l'un face à l'autre, la phase U d'un des induits fait face à la phase V de l'autre et la phase W est face à son inverse. En conséquence, il convient de connecter les deux induits selon le schéma de la Figure V.18 afin de former les phases A, B et C de la machine. Cette connexion impose par ailleurs que la paroi séparant les ports d'entrée et de sortie d'huile, située entre  $V+$  et  $U-$  sur la Figure V.17 (a), soit à la verticale dirigée vers le haut des deux côtés de la machine.

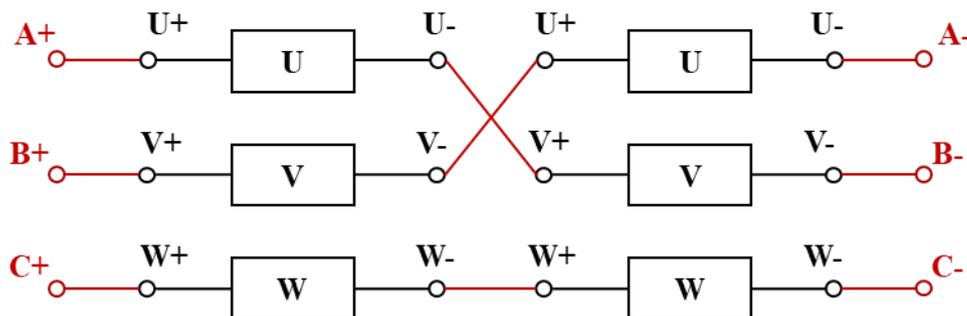


Figure V.18 Schéma de connexion pour la mise en série de deux induits identiques placés en vis-à-vis.

## IV. Réalisation de la bobine supraconductrice et de son cryostat

### IV.1. Construction de la bobine supraconductrice

#### IV.1.a. Structure de la bobine

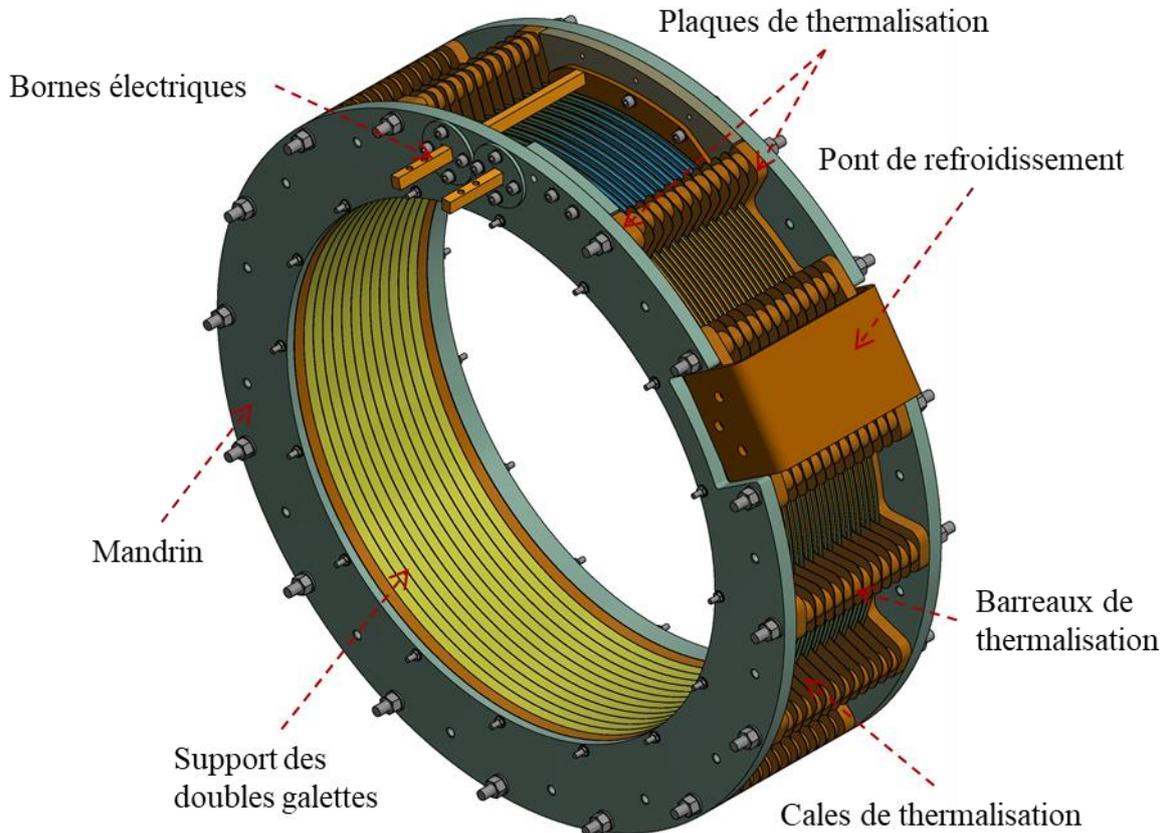


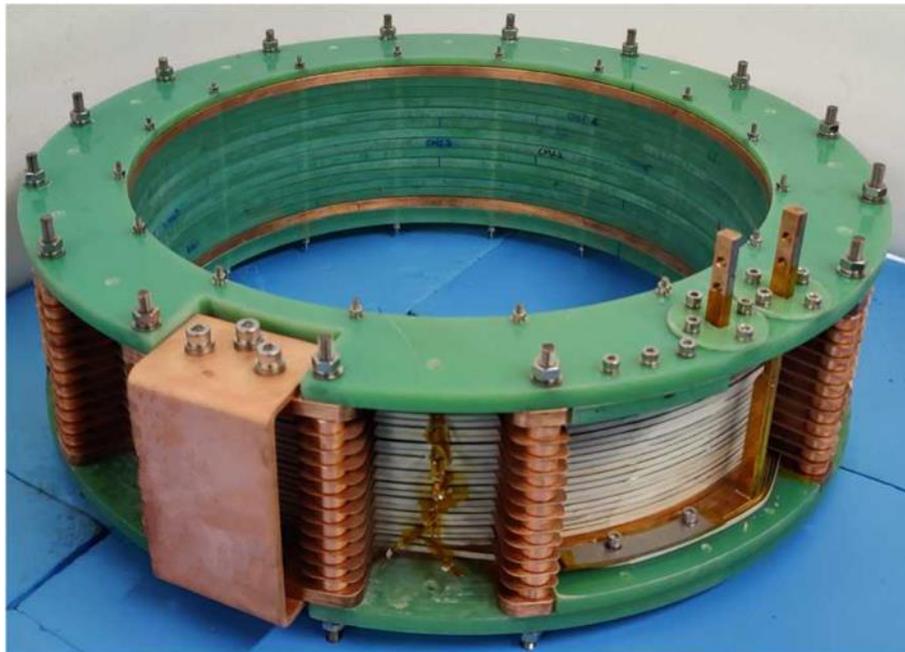
Figure V.19 Structure et principaux composants de la bobine supraconductrice.

La Figure V.19 représente la structure de la bobine supraconductrice, celle-ci se compose des 12 doubles galettes de fil REBaCuO. Chaque double galette est composée de 200 tours environ, soit entre 291 m et 294 m de ruban chacune pour une longueur totale de 3504 m. Les doubles galettes sont séparées par des cales de thermalisation reliées entre elles par des barreaux. Ces barreaux relient les cales à deux plaques épaisses de thermalisation disposées aux deux extrémités de la bobine connectées à un pont de refroidissement sur lequel doit venir s'installer l'échangeur avec l'hélium gazeux. Tout ce système de thermalisation par conduction est réalisé en cuivre OFHC (oxygen-free high conductivity). Les bornes électriques, sur lesquelles doivent venir se connecter les amenées de courant sont disposées sur la même face de la bobine. Enfin, un mandrin en G11 soutient tout l'ensemble, ce mandrin comprend par ailleurs des trous de perçages permettant d'y connecter le support mécanique reliant la bobine au bâti du cryostat que nous verrons plus loin.

*IV.1.b. Courant critique individuel des doubles galettes*

*Tableau V.3 Organisation et propriétés à 77 K des doubles galettes composant la bobine supraconductrice.*

| N° | Nombre de tours | Longueur (m) | $I_c$ (A) | $n$ |
|----|-----------------|--------------|-----------|-----|
| 1  | 198             | 294          | 65,8      | 28  |
| 2  | 196             | 291          | 61,8      | 28  |
| 3  | 196             | 291          | 60,0      | 28  |
| 4  | 196             | 291          | 58,0      | 27  |
| 5  | 196             | 291          | 42,2      | 26  |
| 6  | 196             | 291          | 42,9      | 26  |
| 7  | 198             | 294          | 37,5      | 25  |
| 8  | 196             | 291          | 45,8      | 24  |
| 9  | 198             | 294          | 57,5      | 28  |
| 10 | 196             | 291          | 57,9      | 29  |
| 11 | 198             | 294          | 66,2      | 29  |
| 12 | 196             | 291          | 66,9      | 27  |



*Figure V.20 Photographie de la bobine supraconductrice.*

Comme nous venons de le voir, la bobine est construite en assemblant les doubles galettes, celles-ci sont donc toutes bobinées séparément. Avant l'assemblage de la bobine, le courant critique  $I_c$  et l'exposant de la loi en puissance  $n$  de chaque double galette a été mesuré par le fabricant à l'azote liquide. Le Tableau V.3 présente ainsi les propriétés des différentes doubles

galettes à 77 K d'après les résultats fournis par le fabricant. On note que le courant critique est très variable entre les doubles galettes avec un  $I_c$  moyen de 55,2 A et une étendue relative à la moyenne de 53 % tandis que  $n$  est quant à lui beaucoup plus stable puisqu'ayant une étendue relative à la moyenne de seulement 18 % pour une moyenne de 27. Ces différences de performances sont probablement dues à l'inhomogénéité des fils supraconducteurs lors de la production. Afin de mitiger les écarts, les galettes sont assemblées dans l'ordre de numérotation utilisé dans le Tableau V.3 afin que les meilleures galettes se situent aux extrémités, là où le champ perpendiculaire est le plus important. Les bobines ayant des  $I_c$  plus faibles sont quant à elles disposées au centre, là où le champ est principalement parallèle à la largeur des rubans.

À l'heure de l'écriture de ce manuscrit, la bobine supraconductrice n'a pas encore été reçue, celle-ci ayant pris du retard en raison de l'apparition de moisissure sur deux doubles galettes. Une photo de la bobine fournie par le fabricant est tout de même présentée sur la Figure V.20.

### IV.2. Structure du cryostat de la bobine



Figure V.21 Structure du cryostat de la bobine. (a) Vue 3D extérieure du cryostat. (b) Vue en coupe du cryostat.

La Figure V.21 présente la structure du cryostat de la bobine. Contrairement au prototype RESUM, les parois de l'enceinte à vide sont ici réalisées avec deux matériaux différents. En effet, nous avons vu sur la Figure IV.9 que les courants écrantant le champ tournant rotorique sont localisés principalement dans la paroi interne qui sera donc réalisée en aluminium 2017A. Pour la paroi externe, celle-ci comporte plusieurs trous taraudés, il est donc préférable de la réaliser aussi en aluminium. En revanche, les deux parois latérales venant fermer le cryostat peuvent être réalisées en G11 puisqu'il s'agit de deux simples paques annulaires avec des portées de joints. Ainsi, la fabrication du cryostat est simplifiée par rapport au prototype 50 kW qui était composé d'une pièce comportant 3 des 4 parois et d'un couvercle de fermeture. La bobine supraconductrice est fixée à la paroi supérieure à l'aide de supports en G11 disposés de part et d'autre de la bobine. Cette structure permet ainsi d'éviter que la bobine soit en porte-à-faux comme dans la structure du projet RESUM que nous avons représenté sur la Figure IV.7. Le refroidissement de la bobine se fait quant-à-lui par circulation d'hélium dans des échangeurs fixés sur le pont de refroidissement de la bobine.

### IV.3. Refroidissement cryogénique de la bobine

#### IV.3.a. Pertes intrinsèques de la bobine

Contrairement au rotor, une sous-estimation de la température de la bobine supraconductrice n'entraînera pas uniquement des performances moindres mais peut aussi impacter sa stabilité à cause de l'emballement thermique d'un quench potentiel. Pour s'en rendre compte, on peut calculer les pertes intrinsèques générées dans la bobine lorsqu'elle est parcourue par son courant nominal de 185 A. Pour cela, on utilise le modèle électromagnétique de la bobine pour calculer en tout point de celle-ci le courant critique du fil. On peut ensuite calculer les pertes à l'aide de la loi en puissance. On réalise ainsi cette étude pour plusieurs températures en supposant celle-ci uniforme dans toute la bobine. On obtient ainsi la courbe présentée sur la Figure V.22 sur laquelle il apparaît que les pertes sont inférieures à 1 W en dessous de 38 K et dépassent les 50 W vers 44 K. De plus, on trace le courant critique minimal du fil sur cette même figure, on voit ainsi que le courant nominal de la bobine est égal au courant critique de la bobine à 38,6 K. Par ailleurs, nous avons vu dans le Chapitre I que ces pertes sont localisées aux extrémités de la bobine puisque le champ électrique peut atteindre localement 2,5 fois le champ critique, il faudra tenir compte de cela dans le modèle thermique que nous présenterons plus loin.

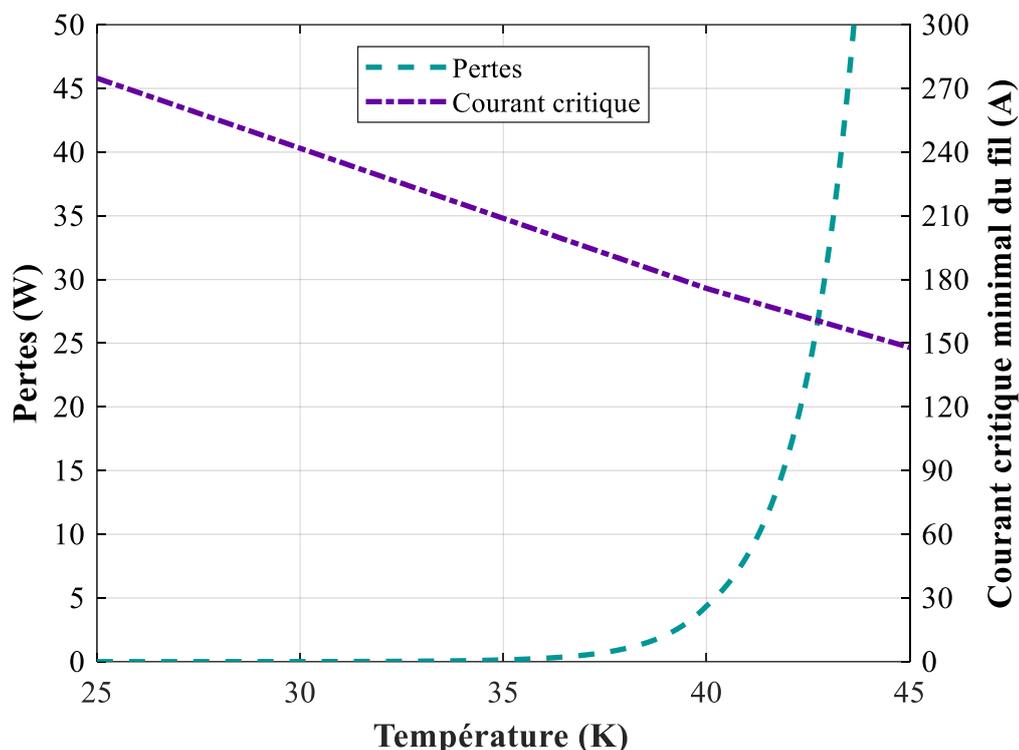


Figure V.22 Evolution des pertes intrinsèques et du courant critique minimal du ruban dans la bobine supraconductrice en fonction de sa température à son courant nominal de 185 A.

En conséquence de ces résultats, nous fixons à 40 K la température maximum à ne pas dépasser dans la bobine. Nous prendrons donc par sécurité les 5 W de pertes à 40 K comme valeur pour le modèle thermique de la bobine.

#### IV.3.b. Pertes dans les amenées de courant

La seconde et principale source de pertes dans une bobine supraconductrice provient de ses amenées de courant. Ces amenées de courant sont des pièces conductrices faisant le lien entre

l'alimentation à température ambiante et la bobine à température cryogénique. Elles apportent des pertes à cause de l'effet Joule causé par le courant d'alimentation de la bobine, mais aussi parce qu'elles sont un pont thermique entre la bobine et l'extérieur du cryostat. Le dimensionnement d'une amenée de courant nécessite de trouver l'équilibre entre ces deux effets puisqu'une amenée avec une section trop grande générera peu de pertes Joule mais apportera un flux important par conduction thermique. À l'inverse, une amenée de faible section apportera moins de chaleur de l'extérieur mais les pertes Joule seront plus élevées.

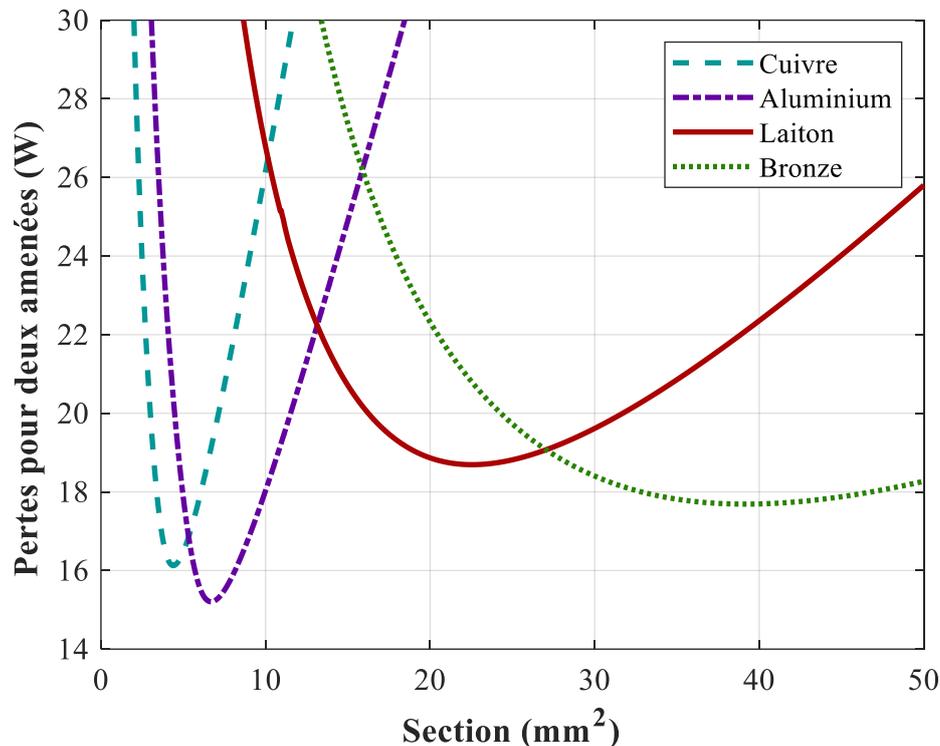


Figure V.23 Pertes apportées à la bobine par deux amenées de courant de 100 mm de longueur en fonction de leur section pour plusieurs matériaux conducteurs et un courant de 185 A.

Pour des amenées de courant en cuivre, il existe une formule simple permettant d'estimer le rapport longueur  $L$  sur section  $S$  optimal d'une amenée de courant en fonction de son courant  $I$  qui la traverse [251]<sup>p.175</sup> :

$$\frac{L}{S} I = A_{CL}(T_{chaud}, T_{froid}) \quad (V.1)$$

Où  $A_{CL}$  dépend de la température de la bobine et de la température extérieure du cryostat. Dans notre cas, nous supposons que l'extérieur est à 300 K et la bobine à 30 K, valeurs pour laquelle on a  $A_{CL} = 4500$  A/mm [251]. Le courant nominal de notre bobine est de 185 A, on cherche par ailleurs à ce que la longueur des amenées soit de 100 mm afin de lui donner une forme flexible absorbant les dilatations différentielles. En appliquant (V.1), on trouve donc une section optimale de 4,1 mm<sup>2</sup>.

Si cette section optimale est respectée, alors on peut appliquer une autre formule estimant les pertes pour deux amenées  $P_{CL}$  [251]<sup>p.176</sup> :

$$\frac{P_{CL}}{2I} = B_{CL}(T_{chaud}, T_{froid}) \quad (V.2)$$

De même,  $B_{CL}$  dépend des températures aux extrémités des amenées, pour 300 K et 30 K, on a  $B_{CL} = 40 \text{ mW/A}$ , soit 14,8 W pour nos deux amenées.

En outre, il pourrait être opportun de réaliser les amenées de courant dans un matériau autre que le cuivre puisqu'une bonne conductivité électrique n'est pas indispensable pour une amenée de courant dans la mesure où cela s'accompagne d'une bonne conductivité thermique pour les métaux. Pour évaluer d'autres matériaux, on réalise un modèle numérique 1D sur COMSOL résolvant l'équation de la chaleur en stationnaire dans l'amenée de courant avec les températures de 300 K et 30 K imposées comme condition aux frontières aux extrémités et un courant de 185 A. Pour que le calcul soit précis, on intègre à ce modèle les courbes de résistivité électrique et de conductivité thermique en fonction de la température que l'on peut trouver pour différents matériaux dans [246] pour les températures cryogéniques. À partir de ce modèle, on trace sur la Figure V.23 les pertes pour deux amenées de courant en cuivre, aluminium, laiton et bronze en fonction de leur section. De plus, le Tableau V.4 donne la section optimale et les pertes minimales pour chacun de ces matériaux.

*Tableau V.4 Section optimale et pertes dans deux amenées de courant pour plusieurs matériaux.*

| <b>Matériau</b>    | <b>Section optimale</b> | <b>Pertes pour <math>I = 185 \text{ A}</math></b> | <b>Pertes à vide</b> |
|--------------------|-------------------------|---|----------------------|
| Cuivre RRR = 30    | 4,4 mm <sup>2</sup>     | 16,1 W  | 10,8 W               |
| Aluminium RRR = 30 | 6,7 mm <sup>2</sup>     | 15,2 W  | 10,5 W               |
| Laiton             | 22,5 mm <sup>2</sup>    | 17,7 W  | 10,0 W               |
| Bronze             | 39,2 mm <sup>2</sup>    | 18,7 W  | 9,3 W                |

On remarque ainsi que l'optimum de pertes pour ces quatre matériaux est compris entre 15 W et 19 W, mais que la section optimale est très différente selon la conductivité des matériaux. En effet, les matériaux les plus conducteurs (cuivre, aluminium) ont des sections optimales faibles tandis que les matériaux les moins conducteurs (laiton, bronze) ont des sections optimales beaucoup plus grandes. On note aussi que le cuivre n'est pas le matériau permettant de réaliser une amenée avec le moins de pertes possible puisque l'aluminium permet de descendre à 15,2 W contre 16,1 W pour le cuivre. Par ailleurs, on peut retenir que les formules (V.1) et (V.2) prédisent assez bien l'optimum du cuivre puisque la section idéale calculée par le modèle numérique est de 4,4 mm<sup>2</sup>.

Le Tableau V.4 fait aussi apparaître les pertes à vide ( $I = 0$ ) de chaque amenée calculées à partir des intégrales de conductivités thermiques [246], [252]. Ces valeurs montrent ainsi que le bronze, bien que moins bon matériau au courant nominal, puisse se révéler intéressant pour une bobine qui ne serait utilisée que ponctuellement puisque ses pertes à vides sont les plus faibles. Ce cas de figure peut se présenter si l'on réalise une machine à modulation de flux fonctionnant en mode aimantation (mode (b) de la Figure IV.5).

Pour la présente machine, malgré des pertes légèrement plus élevées que celles de l'aluminium, nous sélectionnons tout de même le cuivre pour la réalisation des amenées de courant car une section plus faible rend plus simple la réalisation d'une amenée souple pouvant rattraper les contractions thermiques.

### IV.3.c. Pertes par conduction et rayonnement

Les deux supports reliant la bobine à son cryostat doivent apporter le moins de flux de chaleur possible à la bobine tout en la soutenant mécaniquement. Pour cela, ces deux supports sont réalisés en G11 qui est un matériau isolant thermiquement permettant de limiter l'apport de chaleur. Pour quantifier ce flux, un modèle thermique 3D stationnaire des support a été réalisé en y intégrant la courbe de conductivité thermique en fonction de la température du G11 [246]. En supposant le cryostat à une température de 300 K et la bobine à 30 K, on estime ainsi que les pertes par conduction apportées par le support sont de 6,5 W.

La dernière source de pertes cryogéniques dans la bobine provient des échanges radiatifs entre le cryostat et la bobine au travers du vide d'isolement de la bobine. A cause des différences de température importantes entre les surfaces, ces pertes peuvent être très importantes dans les dispositifs cryogéniques si aucune précaution n'est prise. Nous allons proposer ici une estimation par excès de ces pertes à l'aide de plusieurs hypothèses simplificatrices :

- On suppose que l'intégralité du flux émit par le cryostat atteint la bobine (facteur de forme unitaire)
- On suppose que la bobine et son cryostat sont des corps noir (émissivité respectives  $\varepsilon_f = \varepsilon_c = 1$ ).
- En simplifiant la géométrie de la bobine en la réduisant un cylindre creux (215 mm de rayon intérieur, 285 mm de rayon extérieur et 200 mm de longueur) sa surface rayonnante, noté  $S_f$ , est de 0,85 m<sup>2</sup>.
- La géométrie de la surface interne du cryostat est elle aussi réduite à un cylindre creux (210 mm de rayon intérieur, 340 mm de rayon extérieur et 220 mm de longueur) donnant une surface rayonnante, notée  $S_c$  de 1,21 m<sup>2</sup>.
- On suppose enfin que les températures du cryostat ( $T_c$ ) et de la bobine ( $T_f$ ) sont de 300 K et 30 K respectivement.

A partir de ces hypothèses, on peut évaluer les pertes par rayonnement  $P_{Ra}$  à l'aide de l'expression suivante [252]:

$$P_{Ra} = \frac{\sigma_{SB} S_f (T_c^4 - T_f^4)}{\left(\frac{1 - \varepsilon_f}{\varepsilon_f}\right) + 1 + \frac{S_f}{S_c} \left(\frac{1 - \varepsilon_c}{\varepsilon_c}\right)} \quad (V.3)$$

Où  $\sigma_{SB}$  est la constante de Stephan-Boltzmann ( $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ ). Notons que dans (V.3),  $T_f^4$  est négligeable car inférieur de 4 ordres de grandeurs à  $T_c^4$ . Puisque nous avons supposé un comportement de corps noirs, ce qui est une hypothèse pertinente pour le G11 dont l'émissivité est de 0,95 mais pas pour l'aluminium ou le cuivre dont l'émissivité est bien plus faible, les pertes radiatives atteignent 390 W ce qui est bien trop élevé pour le système de refroidissement disponible.

Il est donc nécessaire de recouvrir la bobine avec de la MLI (isolation multi-couche) composée de plusieurs feuilles de mylar aluminisées séparées par des espaceurs en fibre de verre. Ces feuilles ayant une émissivité de l'ordre de 0,03 [251]<sup>p.516</sup> elles vont permettre de réfléchir la majeure partie du flux. En outre, les  $N$  différentes couches étant « flottantes », donc non thermalisées, elles permettent de diviser le flux radiatif par  $N + 1$  [252]. Il faut garder à l'esprit que cette règle de calcul n'est rigoureusement valable que si les le cryostat et la bobine ont la même émissivité que les feuilles, autrement le calcul du flux thermique est beaucoup

moins trivial. Cependant, afin de garder un calcul simple mais surdimensionnant, on supposera que la première couche a pour effet d'imposer son émissivité au cryostat et à la bobine, réduisant le flux à 7 W en utilisant (V.3), et que les  $N - 1$  couches supplémentaires divisent ce flux par  $N$ . Ainsi, avec 5 couches de MLI seulement, le flux radiatif peut être ramené à moins de 1,5 W. Pour la suite, nous garderons cette valeur par sécurité, bien que plus de couches devraient pouvoir être disposées lors de l'assemblage.

#### *IV.3.d. Thermalisation de la bobine*

Afin de s'assurer que la température maximale de la bobine ne dépasse pas les 40 K, nous allons réaliser un modèle thermique complet de la bobine. Pour cela, on récapitule les différents flux de chaleur à évacuer dans le Tableau V.5.

*Tableau V.5 Estimation des flux de chaleur à extraire de la bobine.*

| <b>Source</b>       | <b>Flux de chaleur</b> |
|---------------------|------------------------|
| Pertes intrinsèques | 5,0 W                  |
| Amenées de courant  | 16,1 W                 |
| Flux radiatif       | 1,5 W                  |
| Flux conductif      | 6,5 W                  |
| Flux total          | 29,1 W                 |

Pour refroidir la machine, nous disposons de la boucle hélium présentée dans [193], celle-ci peut extraire une puissance de 20 W à 20 K et 80 W à 30 K, la machine complète ayant au total 57 W de pertes cryogénique, la boucle froide est donc en capacité de la refroidir. La bobine et le rotor seront refroidis en série, la bobine étant le composant le plus critique, elle sera donc refroidie en amont du rotor.

Le modèle thermique est un modèle numérique 3D stationnaire réalisé sur COMSOL calculant les transferts de chaleur par conduction. On néglige dans ce modèle les résistances de contact et on suppose l'échangeur hélium parfait de sorte que la puissance froide de la bouche hélium se trouve directement disponible à la surface du pont de thermalisation. Les pertes du Tableau V.5 sont localisées dans le modèle comme suit :

- Les pertes intrinsèques sont réparties dans les deux doubles galettes situées aux extrémités (N°1 et N° 12 du Tableau V.3).
- Les pertes des amenées de courant sont localisées aux bornes électriques sur lesquelles ces amenées sont connectées.
- Les pertes par rayonnement sont réparties de manière homogène entre toutes les doubles galettes
- Le support étant inclus dans le modèle, ce dernier calcule lui-même la distribution du flux conductif.

La Figure V.24 présente ainsi la distribution de température dans la bobine calculée par le modèle numérique. Il apparaît que la majorité de la bobine est très bien thermalisée puisque la température moyenne des fils supraconducteurs est de 27,7 K. En effet les nombreuses pièces en cuivre constituant la bobine permettent une forte conductance thermique. En revanche, les bornes d'entrée électriques étant éloignées du pont de refroidissement, les pertes des amenées

de courant doivent en partie passer par les fils supraconducteurs avant d'atteindre les plaques de thermalisation. Il en résulte l'apparition de deux points chauds dans les fils HTS au niveau des connections électriques où la température des supraconducteurs atteint 53 K.

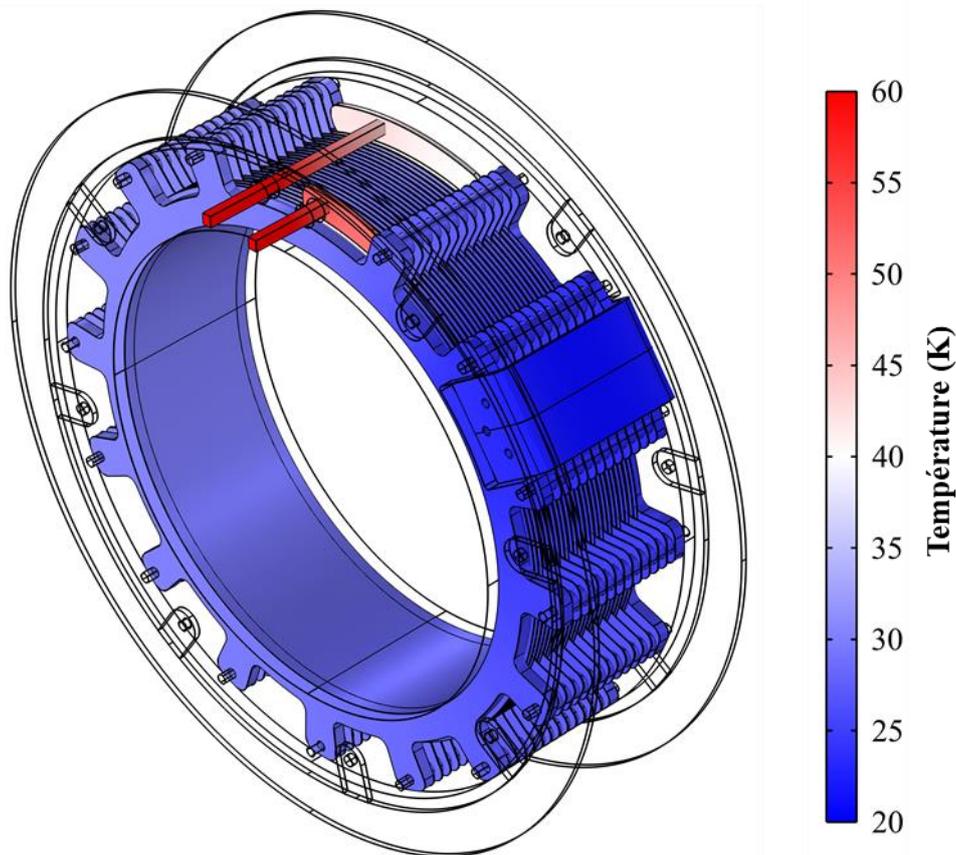


Figure V.24 Distribution de température au sein de la bobine supraconductrice sans thermalisation des bornes électriques.

Afin d'éviter ce point chaud, il est nécessaire de thermaliser les bornes électriques en fixant à celles-ci un échangeur connecté au circuit d'hélium. Ce faisant, le flux apporté par les amenées de courant pourra être évacué en amont du reste de la bobine. En adaptant le modèle en supposant cet échangeur parfait, on calcule que la température maximale des fils HTS est réduite à seulement 26,2 K pour une température moyenne de 24,7 K. Il apparaît donc que sous réserve de la thermalisation des bornes électriques, la température de la bobine peut être maintenu en dessous des 40 K avec une marge suffisante.

En effet, en tenant compte du fait que le rotor nécessite une température de circulation d'hélium de 30 K maximum pour se maintenir à 40 K avec 28 W de pertes, ainsi que des 80 W de puissance froide que fournit la boucle à 30 K, nous disposons d'une puissance maximale de 52 W pour refroidir la bobine. Cette puissance froide maximale est supérieure de 23 W à celle nécessaire d'après le bilan du tableau Tableau V.5. En introduisant ces 23 W admissibles en pertes supplémentaires dans le modèle thermique, il en résulte une température maximale de 37,5 K. On en conclut donc que la stabilité de la bobine devrait être assurée même en cas de sous-estimation importante des pertes cryogéniques. Enfin, on peut ajouter que les 16,7 kg de cuivre constituant le système de thermalisation de la bobine constituent une réserve enthalpique importante de 7 kJ entre 30 K et 40 K permettant une bonne stabilisation en cas d'échauffement transitoire.

## V. Assemblage et bilan des masses

### V.1. Intégration des différents composants

#### V.1.a. Structure mécanique de la machine

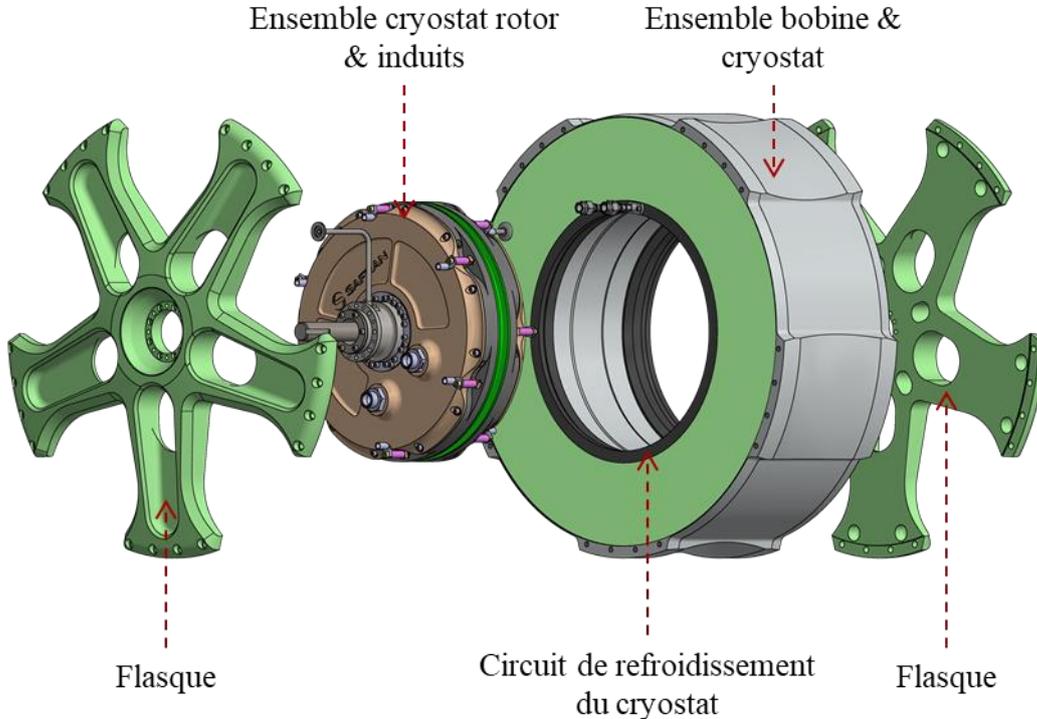


Figure V.25 Vue éclatée des sous ensembles composant la machine.

Les différents composants de la machine et leurs cryostats s'assemblent, comme le montre la Figure V.25, pour former la machine à l'aide de deux flasques en G11 reliant mécaniquement le cryostat de la bobine et les cloches. L'ensemble intègre par ailleurs deux circuits de refroidissement à eau permettant d'extraire les pertes de la paroi en aluminium du cryostat de la bobine. La température maximale de l'écran peut être estimée à partir d'un modèle thermique simple donnant l'équation suivante :

$$T_{max} = T_{eau} + \frac{P_{e3}}{2} \left( \frac{L_{paroi}}{k_{paroi} S_{paroi}} + \frac{1}{h_{eau} S_{eau}} \right) \quad (V.4)$$

Avec  $T_{eau} = 20$  °C la température de l'eau,  $P_{e3} = 660$  W les pertes dans le cryostat,  $L_{paroi} = 107$  mm la longueur entre le centre de l'écran et le centre de la conduite d'eau,  $k_{paroi} = 134$  W.m<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup> la conductivité thermique de l'aluminium 2017A,  $S_{paroi} = 47$  cm<sup>2</sup> la section de la paroi dans la direction du flux de chaleur,  $S_{eau} = 258$  cm<sup>2</sup> la surface d'échange convectif entre l'écran et la conduite et enfin  $h_{eau}$  le coefficient d'échange convectif. On souhaite maintenir la température de l'écran en aluminium à une température inférieure à 100°C nécessitant un  $h_{eau} > 600$  W.m<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup> ce qui est largement atteignable avec les arrivées d'eau disponibles au laboratoire.

#### V.1.b. Comparaison avec les dimensions de RESUM

La Figure V.26 montre une comparaison des dimensions du démonstrateur FROST avec le prototype RESUM. Bien que la philosophie initiale du projet fût de permettre la montée en

puissance sans changement de dimensions, le démonstrateur FROST est presque 4 fois plus volumineux que son précurseur à cause du diamètre beaucoup plus grand de sa bobine. Les deux machines atteignent ainsi la même densité volumique de puissance. Cependant, la machine FROST est beaucoup plus évidée et donc moins dense permettant, comme nous allons le voir, un gain de puissance spécifique.

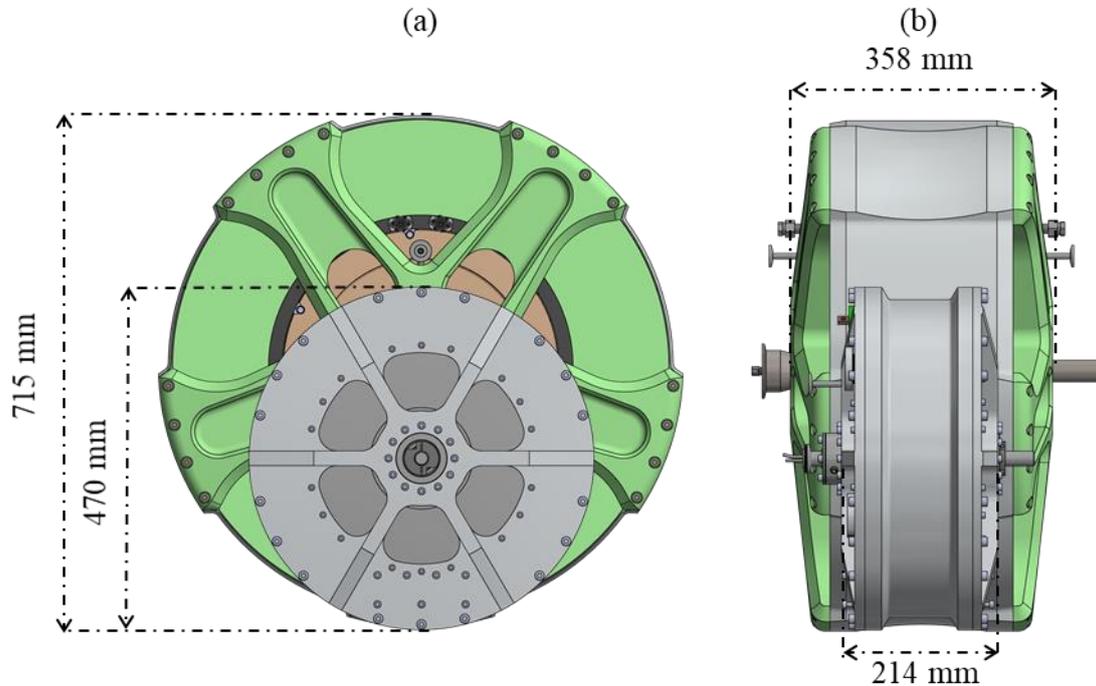


Figure V.26 Comparaison des dimensions du démonstrateur FROST et du prototype RESUM. (a) Vue de face. (b) Vue latérale.

## V.2. Bilan des masses

### V.2.a. Bilan massique du rotor

Tableau V.6 Bilan des masses du rotor.

| Paramètre                 | Masse         |
|---------------------------|---------------|
| Pastilles GdBaCuO         | 3,1 kg        |
| Echangeur rotatif         | 0,5 kg        |
| Plaques de thermalisation | 0,2 kg        |
| Roue en G11               | 1,5 kg        |
| Moyeu, treillis et arbre  | 1,5 kg        |
| Visserie et autres        | 1,1 kg        |
| <b>Total</b>              | <b>7,9 kg</b> |

Le Tableau V.6 présente le bilan des masses du rotor, celui-ci pèse pratiquement 8 kg soit environ deux fois plus lourd que celui du prototype RESUM à cause du doublement de son épaisseur et malgré un diamètre légèrement plus faible. Le système d'échangeur rotatif est en effet légèrement plus lourd mais moins complexe et plus efficace.

**V.2.b. Bilan massique de l'induit**

Le Tableau V.7 présente le bilan des masses pour les deux induits et leurs carters à sec. Chaque induit pèse pratiquement 10 kg majoritairement composés de parties passives électromagnétiquement puisque les bobinages n'en représentent que le quart environ. Cet induit est environ 3 fois plus lourd que l'induit du précédent prototype à cause du carter de refroidissement qui doit entourer complètement les bobinages et supporter la pression de l'huile et du vide.

*Tableau V.7 Bilan des masses de l'induit.*

| <b>Paramètre</b>     | <b>Masse</b>   |
|----------------------|----------------|
| Bobinages            | 5,3 kg         |
| Corps des carters    | 5,7 kg         |
| Capots des carters   | 6,3 kg         |
| Mandrins de bobinage | 0,5 kg         |
| Visserie et autres   | 2,1 kg         |
| <b>Total</b>         | <b>19,9 kg</b> |

**V.2.c. Bilan massique de la bobine**

Le Tableau V.8 présente le poids des différents composants de la bobine dont la masse totale est de 38,4 kg. Il apparait que le composant actif, les fils supraconducteurs, ne représentent pas la partie la plus lourde puisqu'ils ne comptent que 35 % du poids de la bobine. En effet, le fabricant est resté conservatif sur la quantité de cuivre servant à la thermalisation de la bobine avec 16,7 kg. Nous avons vu que cela permet en effet de maintenir une température très homogène mais pénalise lourdement la masse de l'ensemble. De plus, cela augmente l'épaisseur du mandrin en G11 de la bobine qui doit supporter un poids important. Ainsi, la masse de cette bobine est elle aussi environ 3 fois plus lourde que la bobine BiSrCaCuO de la machine RESUM. Ici aussi, la principale cause d'augmentation provient du diamètre beaucoup plus important de la bobine de la machine FROST.

*Tableau V.8 Bilan des masses de la bobine supraconductrice*

| <b>Paramètre</b>           | <b>Masse</b>   |
|----------------------------|----------------|
| Fil supraconducteur        | 13,5 kg        |
| Thermalisation en cuivre   | 16,7 kg        |
| Mandrin et supports en G11 | 6,4 kg         |
| Visserie et autres         | 1,8 kg         |
| <b>Total</b>               | <b>38,4 kg</b> |

**V.2.d. Bilan massique des cryostats et des pièces mécaniques externes**

Enfin, le Tableau V.9 présente les masses des éléments composant les différents cryostats non comptés précédemment ainsi que les éléments d'intégration mécanique comme les flasques en G11. Ces éléments, tous passifs électromagnétiquement, représentent la plus lourde partie de la machine avec 54,2 kg. Ils sont environ 2 fois plus lourds que leurs équivalents du prototype RESUM. Dans le détail, le composant ayant vu la plus grosse augmentation de masse est l'enceinte du cryostat de la bobine qui est passé de 8 kg à 27,5 kg. En effet, le cryostat servant d'enveloppe extérieure à la machine, sa masse a été augmentée en conséquence de l'augmentation du diamètre de la bobine.

*Tableau V.9 Bilan des masses des cryostats et de l'ensemble mécanique.*

| <b>Paramètre</b>                 | <b>Masse</b>   |
|----------------------------------|----------------|
| Cloches                          | 2,8 kg         |
| Enceinte à vide de la bobine     | 27,5 kg        |
| Flasques mécaniques              | 18,3 kg        |
| Circuit de refroidissement à eau | 3,0 kg         |
| Tuyauterie, visserie et autres   | 2,6 kg         |
| <b>Total</b>                     | <b>54,2 kg</b> |

**V.2.e. Récapitulatif massique du démonstrateur**

*Tableau V.10 Bilan des masses des machines FROST & RESUM.*

| <b>Paramètre</b>                | <b>FROST</b>    | <b>RESUM</b>   |
|---------------------------------|-----------------|----------------|
| Rotor                           | 7,9 kg          | 6,0 kg         |
| Induit                          | 19,9 kg         | 5,8 kg         |
| Bobine supraconductrice         | 38,4 kg         | 12,0 kg        |
| Cryostats et ensemble mécanique | 54,2 kg         | 28,2 kg        |
| <b>Total</b>                    | <b>120,4 kg</b> | <b>52,0 kg</b> |

Les différents composants que nous venons de détailler sont résumés dans le Tableau V.10. La masse totale du démonstrateur FROST représente ainsi 120 kg soit 2,3 fois celle du prototype RESUM. Parmi ses composants, on voit bien que la majorité du poids de la machine provient de la bobine et son cryostat. Le rotor et l'induit ne représentant à eux deux qu'à peine 23 % du poids total. On peut ainsi comparer cette masse à l'hypothèse qui avait été prise dans le chapitre précédent d'un rapport masse active sur masse totale de 31 % à partir de l'expérience du projet RESUM, il apparaît ici que ce rapport est ici de l'ordre de 18 %. En conséquence, l'estimation des masses passives a été sous-estimée d'un facteur 1,9. En revanche, la masse des composants actifs est quant à elle conforme au dimensionnement avec 21,9 kg là où le dimensionnement prévoyait 23,1 kg.

## VI. Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous avons présenté en détail la réalisation des différentes pièces et composants du démonstrateur FROST. Les inadéquations entre le calendrier de cette thèse et de construction de la machine n'ont malheureusement pas permis de présenter toutes les pièces construites ni la machine assemblée. De plus, certains plans présentés ne sont pas des versions finales et seront peut-être amenés à changer. Cependant, l'analyse détaillée des plans et de la structure mécanique et cryogénique de la machine nous donne tout de même matière à conclure sur les performances de ce démonstrateur.

Il apparaît en premier lieu que les dimensions des trois composants actifs de la machine sont bien conformes au dimensionnement effectué au chapitre précédent. En effet, les dimensions des pastilles supraconductrices sont identiques à l'exception des congés ajoutés par découpe laser, le nombre de tours de la bobine est de 2360 pour 2328 calculés et le bobineur du stator a réussi à bobiner 9 tours par bobine de l'induit. Ce dernier point est important à relever dans la mesure où seulement 11 tours sur 14 n'avaient pu être réalisés dans le précédent prototype.

En revanche, l'hypothèse qui avait été formulée pour le dimensionnement au cours du Chapitre IV pour estimer les masses mécaniques s'est avérée complètement erronée puisque la machine pèse 1,6 fois ce qui avait été estimé. Cette sous-estimation de la masse provient du fait que cette nouvelle machine comporte bien plus de matière non-active que la précédente. On peut citer notamment l'induit dont le refroidissement liquide nécessite d'entourer complètement le bobinage augmentant ainsi la proportion de G11 par rapport au cuivre. Mais la principale cause de l'augmentation de masse se trouve être l'augmentation très importante du diamètre de la bobine supraconductrice pour limiter les pertes dans son cryostat. En effet, celle-ci apparaît alors que les diamètres du rotor et de l'induit ont peu varié entre les deux machines. Il en résulte une machine bien plus volumineuse pour un espace d'entrefer, où travaillent réellement les forces électromagnétiques, presque identique. Ainsi, l'ensemble formé par la bobine supraconductrice, son cryostat et les flasques, les trois composants principalement liés aux dimensions extérieures de la bobine, représentent 70 % du poids total de FROST contre 63 % pour RESUM alors même que des matériaux plus légers ont été utilisés pour les flasques notamment.

Néanmoins, bien que la masse de la machine soit passé de 52 kg à 120 kg, l'important gain sur la puissance attendue de la machine permet tout de même une augmentation importante de la puissance massique. En effet, compte tenu de la masse réelle de la machine, celle-ci devrait exhiber 2,17 kW/kg de puissance spécifique. A titre de comparaison, les quelques essais qui avaient été réalisés sur le prototype RESUM permettaient de s'attendre à une puissance de 41 kW pour une densité de courant de 10 A/mm<sup>2</sup>, soit une puissance massique de 0,79 kW/kg. Il convient cependant de rester prudent lors de la comparaison de ces deux valeurs dans la mesure où l'une provient d'une puissance calculée uniquement tandis que l'autre provient d'une mesure. Cependant, on peut tout de même noter que la capacité de l'induit de RESUM à fonctionner avec 10 A/mm<sup>2</sup> avec un simple refroidissement à air n'a pas été confirmée expérimentalement tandis que les essais thermiques présentés dans le chapitre précédent permettent d'être assez confiant sur les 25 A/mm<sup>2</sup> de l'induit FROST. A l'inverse, il apparaît après les essais de magnétisation que la force électromotrice du démonstrateur FROST risque d'être en deçà de celle attendue à cause de problème d'écrantage comme cela avait déjà été le cas pour RESUM.

En conclusion, malgré les enseignements de ce chapitre, les essais complets de la machine seront nécessaires pour dresser le bilan final de ce démonstrateur. Nous tacherons tout de même d'utiliser le retour d'expérience de ces deux machines pour évaluer dans le prochain chapitre le plein potentiel de cette topologie.

---

# **Chapitre VI**

## **Leviers et perspectives pour l'amélioration des machines à modulation de flux**

---

## I. Introduction

Dans cet ultime chapitre nous allons tenter de dresser un bilan des possibilités et des performances offertes par les machines à modulation de flux pour la propulsion électrique des avions. Pour cela, l'expérience acquise au cours des projets RESUM et FROST est primordiale puisqu'elle permet de mettre en évidence les verrous physiques et techniques de cette topologie. Cependant, les deux machines émanant de ces projets ont vu leurs performances limitées par des contraintes logistiques, d'organisation et budgétaires. De plus, ces machines sont des prototypes de laboratoire n'ayant pas de cadre applicatif précis, la vitesse et le couple qu'elles visent ne correspondent donc pas nécessairement à ceux attendus dans un avion. En conséquence, quelques analyses et discussions supplémentaires sont nécessaires avant de pouvoir extrapoler les résultats de ces deux projets vers des applications potentielles.

Pour cela, nous allons présenter et évaluer les leviers techniques n'ayant pas pu être mis en œuvre dans les précédents projets et voir la mesure de l'amélioration de performances qu'ils offrent. Nous tenterons ensuite de réévaluer la puissance que le démonstrateur aurait pu atteindre si tous les outils potentiels avaient pu être employés. Enfin, nous aborderons en substance l'intégration des machines à modulation de flux dans des architectures de propulsion électrique. Nous tenterons par cet exercice d'entrevoir les performances que peut atteindre cette topologie à des puissance supérieures au MW. Nous verrons aussi que plusieurs obstacles sont encore à lever avant que la pertinence de cette topologie ne soit démontrée pour la propulsion électrique.

## II. Leviers technologiques

### II.1. Fil de Litz à haute conductivité thermique transverse

Au cours du Chapitre IV, l'étude thermique de l'induit a mis en évidence que, comme pour les machines conventionnelles, la densité de courant était limitée notamment par la faible conductivité thermique des fils de Litz dans la mesure où, dans l'équation (IV.25), la conduction représentait 60 % de la résistance thermique du bobinage. L'augmentation de cette conductivité semble ainsi être une voie d'amélioration des performances de l'induit, nous tacherons ici de mettre en évidence deux voies pour y parvenir.

#### II.1.a. Modèle thermique du fil de Litz

Afin de faire ressortir les paramètres influençant la conductivité thermique transverse du fil de Litz, nous allons développer un modèle thermique de celui-ci. Le calcul de la conductivité thermique dans la direction perpendiculaire au passage du courant d'un faisceau de fils imprégné est un problème déjà résolu dans la littérature scientifique pour des fils à section ronde comme rectangulaire [253]. Cette conductivité thermique, que nous noterons  $k_{\perp}$  peut ainsi être dans notre cas être estimée par l'expression suivante :

$$k_{\perp} = k_{iso} \frac{(1 + K_{cu})k_{con} + (1 - K_{cu})k_{iso}}{(1 - K_{cu})k_{con} + (1 + K_{cu})k_{iso}} \quad (VI.1)$$

Avec  $K_{cu}$  le taux de remplissage,  $k_{iso}$  la conductivité thermique de l'isolant et  $k_{con}$  celle du conducteur électrique. Pour les fils de Litz en cuivre, on prendra  $k_{iso} = 0,2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et  $k_{con} = 380 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

À la lumière de cette formule, il semble que, sans changement de matériau, seule une amélioration de  $K_{cu}$  permette d'augmenter  $k_{\perp}$ . Cependant, cette formule n'est pas suffisante dans la mesure où, dans le cas des deux fils identifiés dans le chapitre IV, le fil 28 AWG ( $K_{cu} = 54\%$ ) avait une conductivité de  $6,7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  supérieure à celle du fil 20 AWG ( $K_{cu} = 76\%$ ) qui était de  $4,9 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . De plus, en appliquant l'expression (VI.1) à ces deux fils, on trouve respectivement  $0,7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et  $1,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  ce qui est bien en deçà des valeurs mesurées. Il apparaît donc que la chaleur parvient à traverser le fil par une autre voie que celle de  $k_{\perp}$ . En effet, comme le montre la Figure VI.1, cette voie est offerte par le tressage des brins permettant à la chaleur de passer d'un côté à l'autre du fil tous les demis pas de tressage.

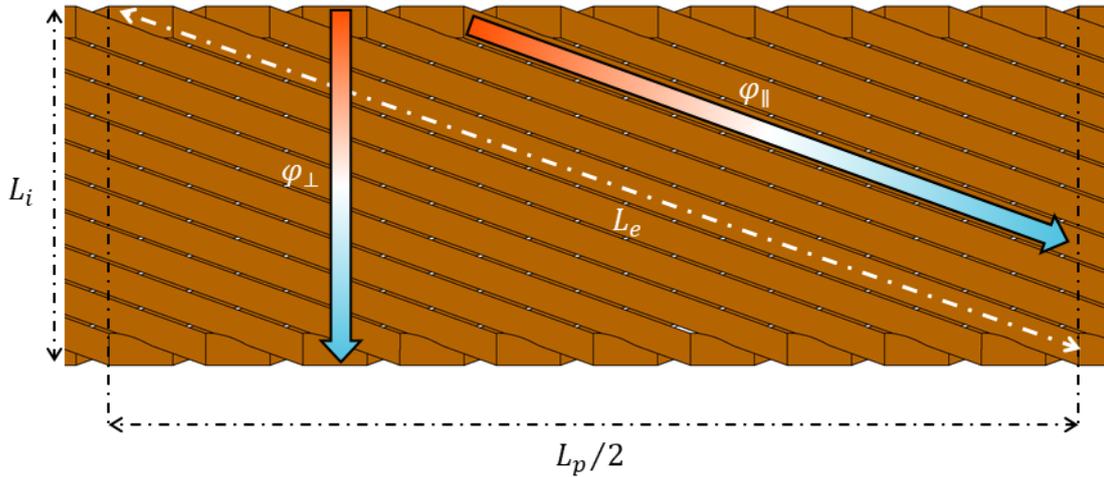


Figure VI.1 Représentation des deux voies par lesquelles la chaleur peut traverser le fil dans la direction transverse (direction de  $L_i$ ). Une première en passant directement au travers les isolants avec un flux  $\varphi_{\perp}$  et une seconde suivant la longueur des brins avec un flux  $\varphi_{\parallel}$ .

Pour quantifier l'impact de la part de la chaleur traversant le fil suivant la longueur des brins, nous allons chercher à déterminer une conductivité équivalente  $k_{\parallel}$  (correspondant au flux  $\varphi_{\parallel}$ ) en parallèle avec  $k_{\perp}$  (correspondant au flux  $\varphi_{\perp}$ ). Pour cela, on étudie un demi pas de tressage. La longueur  $L_e$  de fil que doit traverser le flux suivant la longueur d'un brin pour passer d'un côté à l'autre du fil est :

$$L_e = \sqrt{\left(\frac{L_p}{2}\right)^2 + L_i^2} \quad (\text{VI.2})$$

Où  $L_p$  est la longueur d'un pas de tressage et  $L_i$  la largeur du fil. Sur un demi pas, le flux de chaleur doit traverser la longueur  $L_e$  au sein du cuivre puis les deux couches d'isolant latérales. Ainsi, en mettant les deux résistances thermiques correspondantes en série et en les ramenant sur la distance  $L_i$ , on peut en déduire la conductivité thermique équivalente  $k_{\parallel}$  :

$$k_{\parallel} = \frac{L_i^2}{\frac{L_e L_p}{2k_{con}K_{cu}} + \frac{L_p E_{iso}}{k_{iso}}} \quad (\text{VI.3})$$

L'équation (VI.3), dont le développement peut être trouvé dans l'annexe C, fait ainsi intervenir deux paramètres supplémentaires. Le pas de tressage  $L_p$ , qui est de 80 mm pour le fil 20 AWG et de 76 mm pour le fil 28 AWG, et l'épaisseur de la couche d'isolant de chaque brin  $E_{iso}$ . Dans le Chapitre IV, nous avons estimé cette épaisseur à l'aide du coefficient de

remplissage en supposant une disposition parfaite des brins. Cependant, comme nous l'avons vu dans le Chapitre V, la disposition réelle est beaucoup plus désordonnée, impliquant des valeurs plus faibles de  $E_{iso}$ . Dans le cas des calculs du Chapitre IV, cela n'avait pas d'impact sur les calculs puisque seul importait le remplissage  $K_{cu}$ .

Afin d'obtenir les valeurs pratique de  $E_{iso}$ , la section d'un brin 20 AWG et du fil 28 AWG ont été observées par microscopie optique. Bien que les microphotographies de la Figure VI.2 montrent des sections déformées, on peut estimer  $E_{iso}$  à 45  $\mu\text{m}$  pour le fil 20 AWG et à 25  $\mu\text{m}$  pour le fil 28 AWG.

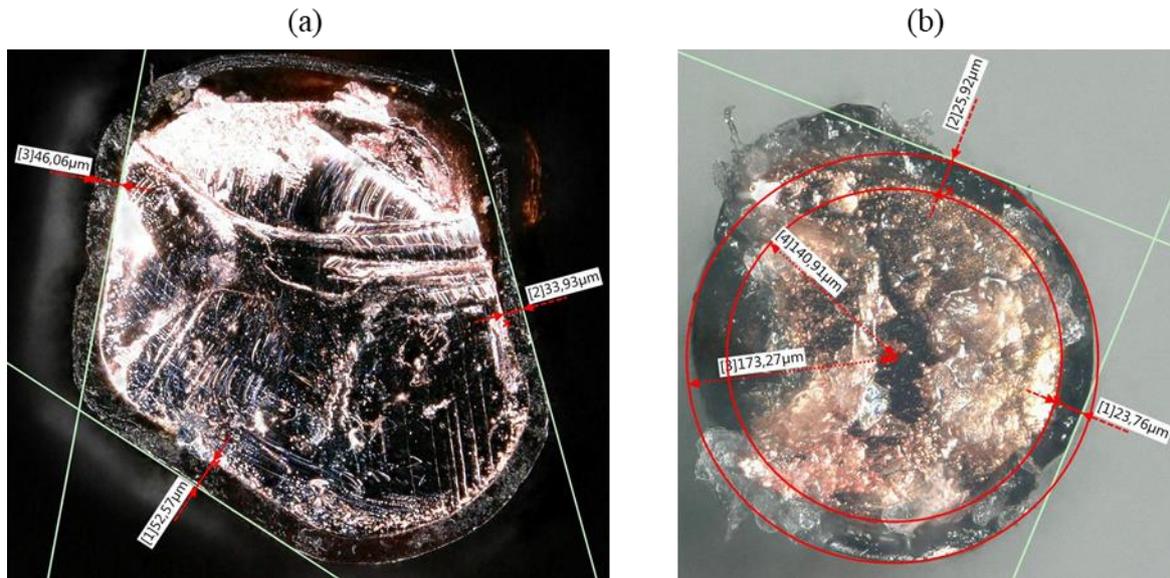


Figure VI.2 Microphotographie de la section du fil 20 AWG utilisé pour l'induit du prototype RESUM (a) et du fil 28 AWG utilisé pour celui du démonstrateur FROST.

À partir de ces valeurs, il est possible d'amender l'équation (IV.17) estimant le remplissage en y ajoutant un coefficient d'imperfection  $\gamma_i$  tenant compte de la disposition désordonnée des brins :

$$K_{cu} = \gamma_i \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{D_{fil}^2}{(D_{fil} + 2E_{iso})^2} \quad (VI.4)$$

$D_{fil}$  correspond au diamètre des brins en cuivre, tandis que le coefficient  $\gamma_i$  est purement empirique valant environ 1 pour le fil 20 AWG et 0,8 pour le fil 28 AWG. Bien que la capacité prédictive de cette expression se voit fortement réduite, elle permet tout de même d'étudier des variations légères de dimensions autour de celles des fils connus.

Finalement, la conductivité transverse totale du fil de Litz  $k_i$  se retrouve en effectuant la somme des deux conductivités en parallèles :

$$k_i = k_{\parallel} + k_{\perp} \quad (VI.5)$$

On peut donc appliquer les formules (VI.1), (VI.3) et (VI.5) aux deux fils dont la conductivité thermique a été mesurée. Le Tableau VI.1 compare ainsi le résultat de ce modèle aux valeurs mesurées par Capacité SAS, il apparait clairement que  $k_{\parallel}$  calculé par (VI.3) est le chemin privilégié de la chaleur dans la mesure où son incorporation au calcul de  $k_i$  nous permet de trouver un résultat très proche des valeurs mesurées. Il convient cependant de rester prudent

compte tenu d'une part de l'incertitude sur la mesure de la conductivité mise en évidence dans le Tableau VI.1 par une étendue relative de 13 % pour le fil 20 AWG et de 21 % pour le fil 28 AWG. D'autre part, les expressions de conductivité sont aussi sensibles aux incertitudes sur leurs paramètres d'entrée. À titre d'exemple, le Tableau VI.1 donne pour chaque fil la différence de conductivité entre une augmentation et une diminution de 20 % de  $k_{iso}$ . On trouve ainsi une sensibilité de 41 % pour le fil de la Figure VI.2 (a) et de 31 % pour celui de la Figure VI.2 (b).

Tableau VI.1 Conductivité thermique calculée et mesurée par Capacité SAS pour les deux fils de la Figure VI.2.

| Fil de Litz               | Conductivité mesurée                    | Etendue                                 | Conductivité Calculée                   | Sensibilité à $\pm 20\%$ de $k_{iso}$   |
|---------------------------|---|---|---|---|
| 20 AWG<br>Figure VI.2 (a) | 4,86 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> | 0,64 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> | 5,19 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> | 2,15 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> |
| 28 AWG<br>Figure VI.2 (b) | 6,72 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> | 1,38 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> | 6,61 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> | 2,04 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> |

Malgré ces incertitudes, ce modèle permet d'ores et déjà de comprendre pourquoi le fil 20 AWG a une conductivité thermique moins bonne que le fil 28 AWG malgré un remplissage bien meilleur. En effet,  $k_{\parallel}$  prenant le pas sur  $k_{\perp}$  ( $k_{\parallel} = 3,7$  W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>,  $k_{\perp} = 1,5$  W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> pour le 20 AWG et  $k_{\parallel} = 5,9$  W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>,  $k_{\perp} = 0,7$  W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> pour le 28 AWG), il apparaît que le remplissage est finalement de moindre importance face à  $L_p$  et  $E_{iso}$ . Par ailleurs, ce modèle va nous permettre d'identifier et de quantifier des axes d'amélioration de cette conductivité.

### II.1.b. Fil de Litz aluminium isolé par de l'alumine

Dans la mesure où la conductivité thermique du bobinage est très sensible à celle de l'isolant utilisé, il semble opportun de chercher à augmenter celle-ci. Pour cela, les fils aluminiums présentent un avantage certain en comparaison des fils cuivre puisque pouvant être isolés, par un procédé d'oxydation, par de l'alumine (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), une céramique ayant une conductivité thermique plus élevée que les isolants classiques. En effet, sous forme de pastilles, la conductivité thermique de l'alumine est de l'ordre de 25 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> [254]. Sous forme de couche isolante sur des fils, cette conductivité a été estimée à 2 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> dans [52], valeur qui, bien que beaucoup plus faible que celle d'une pastille, est bien au-delà des isolants classiques. Ainsi, un fil 28 AWG aux dimensions et épaisseurs identiques à celles du fil de la Figure VI.2 (b), mais en aluminium avec une couche d'alumine comme isolant aurait une conductivité thermique de 13,9 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>. On obtient donc un doublement de la conductivité thermique bien que la conductivité thermique de l'aluminium ne soit que de 230 W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>.

En revanche, l'utilisation d'un fil en aluminium en lieu et place d'un fil en cuivre s'accompagne d'un changement de résistivité électrique qui augmente de 50 %. Pour rappel, puisque l'effet de peau est négligeable pour des brins 28 AWG, les pertes par conduction dans le bobinage sont proportionnelles à la résistivité électrique tandis que les pertes par courants de Foucault sont proportionnelles à la conductivité électrique. Ainsi, les pertes par conduction vont augmenter de 50 % et les pertes par courants de Foucault diminuer de 33 % si l'on utilise des fils en aluminium. Nous verrons par la suite que ce changement peut être opportun dans certains cas. Pour la suite, on supposera les fils en aluminium isolés par de l'alumine et les fils en cuivre par des isolants polymériques classiques.

### II.1.c. Augmentation du pas de tressage

Le second paramètre pouvant être modifié est le pas de tressage  $L_p$  du fil. En effet, il apparaît dans (VI.3) qu'une réduction de  $L_p$  permet d'améliorer la conductivité thermique en réduisant la distance que la chaleur doit parcourir le long d'un brin avant d'atteindre l'autre extrémité de la tresse. Cela se voit en effet sur la Figure VI.3 montrant la conductivité thermique  $k_i$  du fil de Litz 28 AWG (cuivre et aluminium) en fonction de  $L_p$ .

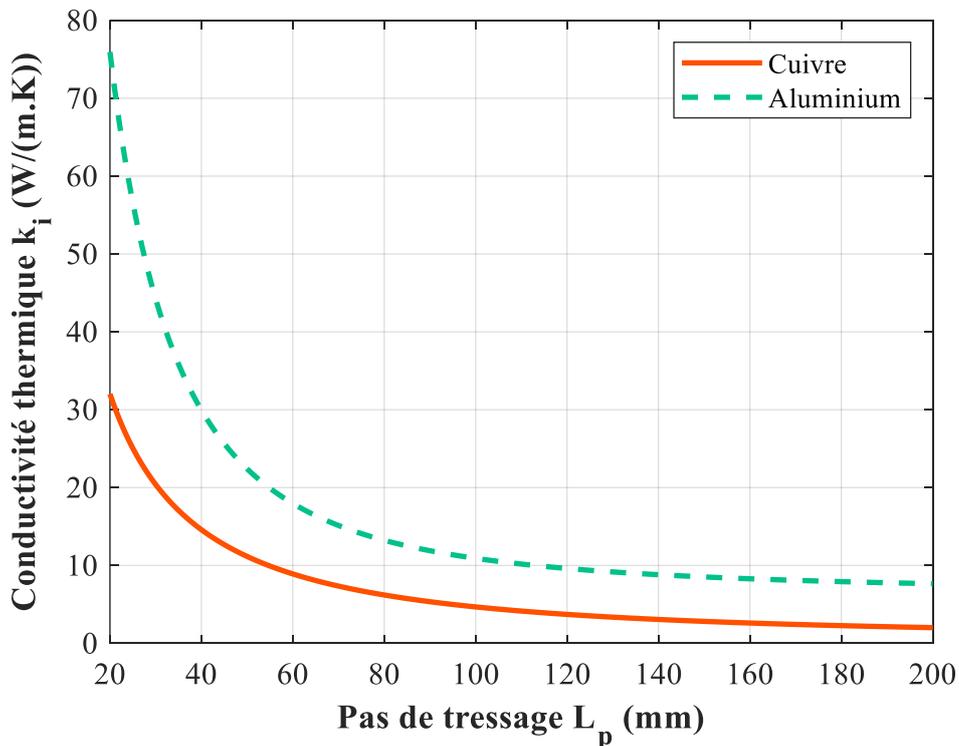


Figure VI.3 Evolution de la conductivité thermique du fil 28 AWG en cuivre et en aluminium en fonction du pas de tressage  $L_p$ .

Cependant, deux obstacles empêchent une réduction trop importante de  $L_p$ . En premier lieu, lorsque le pas est réduit, la quantité de cuivre par mètre de fil augmente proportionnellement au rapport  $2L_e/L_p$ . Bien que cette quantité de cuivre supplémentaire n'augmente pas le couple, elle augmente la résistance du fil créant des pertes par conduction et par courants de Foucault supplémentaires. On peut quantifier l'impact de  $L_p$  sur la valeur des pertes  $P_i$  par l'expression suivante :

$$P_i(L_p) = \frac{2L_e}{L_p} P_i(L_p \rightarrow \infty) \quad (\text{VI.6})$$

La valeur  $P_i(L_p \rightarrow \infty)$  correspond aux pertes dans le bobinage pour un fil qui ne serait pas tressé du tout, cette valeur est celle qui est calculée par les formules utilisées dans les chapitres III et IV. Comme le montre la Figure VI.4, le rapport  $2L_e/L_p$  est négligeable pour les grands pas de tressage mais devient très important lorsque  $L_p$  est faible. Pour le fil 28 AWG utilisé dans le démonstrateur FROST, ce rapport est de 1,034 signifiant que sa résistance est supérieure de 3,4 % à celle d'un fil qui ne serait pas tressé. Il apparaît donc à la lumière des figures Figure VI.3 et Figure VI.4 qu'un pas de tressage optimal doit exister trouvant l'équilibre entre génération de pertes et capacité à les extraire.

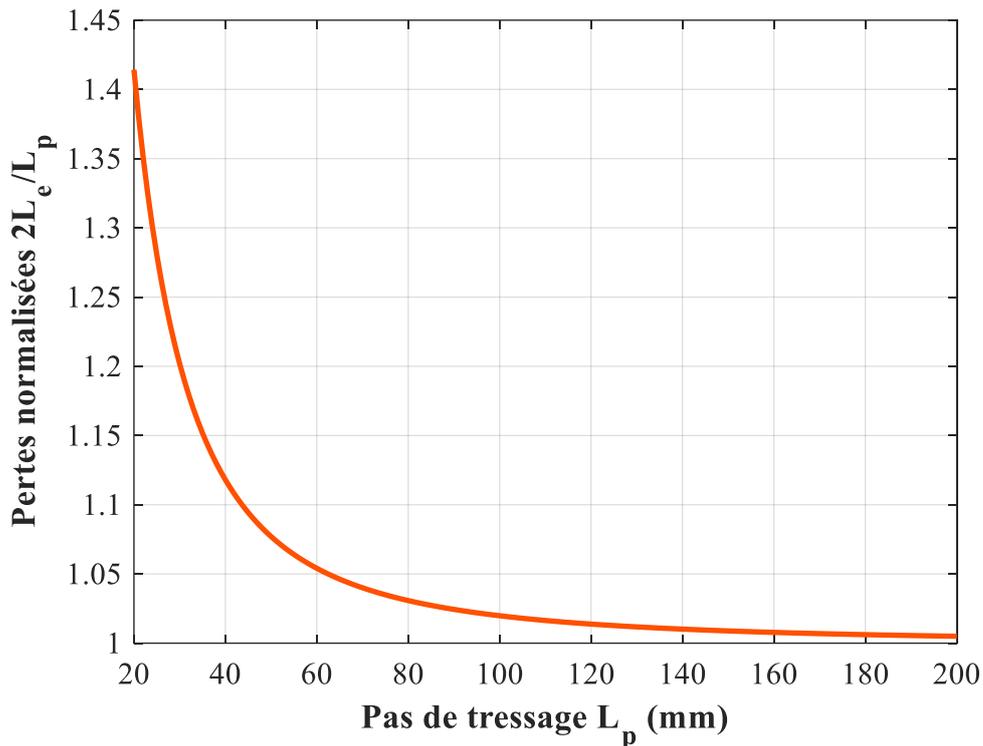


Figure VI.4 Evolution des pertes, caractérisées par le rapport  $2L_e/L_p$ , en fonction du pas de tressage  $L_p$ .

Afin de trouver le pas de tressage permettant de maximiser la densité de courant dans l'induit, on trace sur la Figure VI.5, pour l'induit du démonstrateur FROST, la densité de courant admissible en fonction du pas de tressage. On réalise cette étude pour le fil de Litz en cuivre et pour un fil de Litz en aluminium. Il ressort de ce graphique que le pas de tressage optimal est assez faible pour les deux matériaux, autour de 30 mm, et que dans le cas du cuivre ce pas de tressage permettrait un gain de 22 % en densité de courant en comparaison du fil utilisé pour FROST qui avait un pas de 76,2 mm. On remarque aussi que le pic de densité de courant de l'aluminium est plus faible ( $28,1\text{A}/\text{mm}^2$ ) que celui du cuivre ( $30,7\text{ A}/\text{mm}^2$ ). Cependant, pour les grands  $L_p$ , le fil aluminium peut admettre une densité de courant plus importante que celle du cuivre, les courbes se croisant pour  $L_p = 70\text{ mm}$ .

Le second obstacle à la diminution du pas de tressage se trouve être la fabricabilité d'un tel fil. En effet, il n'est pas possible de torsader les brins sur un pas trop petit sans modifier la forme et le remplissage du fil. Pour comprendre cela, il faut se rendre compte que faire tendre le pas vers 0 correspondrait plus à une bobine qu'à un fil. Ainsi, les valeurs de pas trop faibles sont hors du domaine de validité du modèle puisque celui-ci suppose que le tressage n'impacte ni la forme ni le remplissage. D'après le fournisseur ayant fabriqué le fil utilisé dans le chapitre précédent, il semble que  $L_p = 46\text{ mm}$  soit un objectif atteignable sans modifier son remplissage et les dimensions. Nous considérerons donc pour la suite cette valeur comme borne inférieure pour  $L_p$ . D'après la Figure VI.5, utiliser un tel pas de tressage permet tout de même une augmentation potentielle de 16 % de la densité de courant admissible dans l'induit et donc de la puissance spécifique.

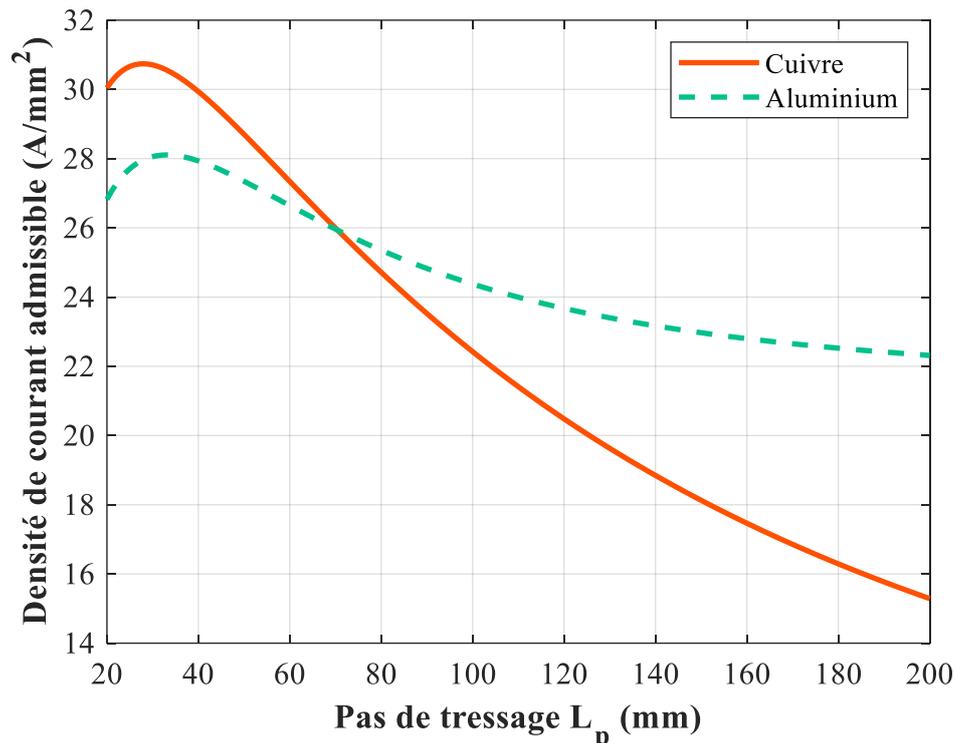


Figure VI.5 Densité de courant efficace admissible dans l'induit du démonstrateur FROST en fonction du pas de tressage  $L_p$  pour les fils de Litz, en cuivre et en aluminium.

## II.2. Refroidissement cryogénique de l'induit

### II.2.a. Contexte

La machine que nous avons étudiée tout au long de ce manuscrit est une machine partiellement supraconductrice dont seul l'inducteur est supraconducteur. Comme nous l'avons vu dans le Chapitre I, l'avantage de ce type de machine est que la quantité de pertes cryogéniques est faible en comparaison des machines à induit supraconducteur. En effet, les pertes cryogéniques estimées dans le chapitre précédent pour le démonstrateur sont de l'ordre de 60 W. En comparaison, les machines de puissances similaires à induit supraconducteur comptent plusieurs centaines de Watts de pertes par hystérésis dans les fils [171], [179], [255]. En conséquence, il semble qu'à moins de gros progrès sur la réduction des pertes dans les induits supraconducteur, seules les machines à inducteur supraconducteurs soient compatibles avec avion ne comportant pas de carburant cryogénique et devant donc embarquer des cryocoolers dédiés.

Cependant, l'état de l'art que nous avons réalisé au début de ce manuscrit montre que les projets de machines supraconductrices pour l'aéronautique s'orientent beaucoup vers les machines à induit supraconducteur grâce à la perspective du développement de l'avion à hydrogène. Si l'on se place dans ce contexte, il serait aussi possible d'incorporer un induit supraconducteur aux machines à modulation de flux pour améliorer leurs performances. Cependant, l'étude des induits supraconducteurs étant un sujet à part entière, il ne sera pas possible d'en estimer le potentiel dans le cadre de ce manuscrit. En revanche, à l'instar du projet H2GEAR [173], [172] que nous avons brièvement présenté, une alternative à l'induit supraconducteur peut prendre la forme d'un refroidissement cryogénique de conducteurs classiques.

### II.2.b. Résistance électrique d'un induit cryogénique

Le refroidissement cryogénique d'un induit conventionnel permettrait d'abaisser sa température moyenne de fonctionnement et donc sa résistance électrique ouvrant la voie à une potentielle augmentation de la densité de courant.

Le comportement en fonction de la température  $T$  de la résistivité électrique  $\rho(T)$  d'un métal pur peut être approximé pour les températures cryogéniques par la règle de Matthiessen [246], [251] :

$$\rho(T) = \rho_0 + \rho_i(T) \quad (\text{VI.7})$$

Où  $\rho_i(T)$  correspond à la résistivité idéale du métal s'il ne comportait aucune impureté, cette résistivité idéale est théorique et nulle pour  $T = 0$  K. Son évolution peut être prédite théoriquement à l'aide de l'équation de Grüneisen-Bloch [256]<sup>p.287</sup> :

$$\frac{\rho_i(T)}{\rho(T_D)} = 4,226 \left(\frac{T}{T_D}\right)^5 \int_0^{T_D/T} \frac{x^5}{(e^x - 1)(1 - e^{-x})} dx \quad (\text{VI.8})$$

Avec  $T_D$  la température de Debye du matériau, valant 310 K pour le cuivre et 380 K pour l'aluminium. L'expression (VI.8) donne  $\rho_i(T)$  par rapport à la résistivité à  $T_D$ , celle-ci est estimée à partir de mesures sur des matériaux de très grande pureté, on peut utiliser  $\rho(T_D) = 17,9$  n $\Omega$ .m pour le cuivre et  $\rho(T_D) = 36,6$  n $\Omega$ .m pour l'aluminium.

Le second terme composant (VI.7) est la résistivité résiduelle  $\rho_0$  due aux impuretés présentes dans le matériau et correspond à la valeur de  $\rho(T)$  lorsque  $T$  tend vers 0. En pratique, on considère  $\rho_0 = \rho(4,2$  K) pour pouvoir la mesurer à l'hélium liquide et on définit la notion de Rapport de Résistivité Résiduelle  $RRR$  de la manière suivante [246] :

$$RRR = \frac{\rho(273$$
 K)}{\rho(4,2 K)} = \frac{\rho(273 K)}{\rho\_0} = 1 + \frac{\rho\_i(273 K)}{\rho\_0} \quad (\text{VI.9})

La valeur du  $RRR$  d'un métal peut notamment servir à qualifier différentes nuances selon leur pureté. Par exemple, un cuivre courant aura un  $RRR$  d'environ 20 tandis qu'un cuivre OHFC, tel quel celui utilisé pour la thermalisation de la bobine supraconductrice, aura un  $RRR$  de l'ordre de 100 [246]. Afin de visualiser l'impact du  $RRR$ , on trace à partir des équations précédentes la résistivité en fonction de la température pour du cuivre et de l'aluminium sur la Figure VI.6 pour plusieurs  $RRR$ . On remarque ainsi qu'au-delà de 100 K, le  $RRR$  a un impact limité sur la résistivité puisque l'on observe seulement 10 % de différence entre le  $RRR = 10$  et le  $RRR = 300$ . En revanche, en deçà de 100 K, plusieurs ordres de grandeurs peuvent séparer les courbes d'un même matériau.

Afin de désigner le grade de matériau approprié pour un induit cryogénique de machine électrique, nous devons nous interroger sur la température de fonctionnement de celui-ci. Il s'avère effectivement que l'utilisation d'un conducteur de haute pureté n'aurait de sens que pour un fonctionnement à très faible température. Dans le contexte de l'avion à hydrogène, il n'est pas envisageable de fonctionner en dessous de 20 K. Il faut ensuite garder à l'esprit que plus la température de l'induit sera élevée, plus les pertes seront faciles à extraire puisque l'enthalpie que pourra absorber l'hydrogène sera grande et qu'une forte différence de température permet des échangeurs plus petits. Par ailleurs, une résistance plus faible d'un ordre de grandeur n'implique pas nécessairement une diminution similaire des pertes à extraire. Il

convient notamment de s'assurer que l'effet de peau ne se manifeste pas. En dépit du fait qu'il soit négligeable à température ambiante puisque l'épaisseur de peau à 400 Hz dans le cuivre ( $\sim 3,4$  mm) est 10 fois supérieure au diamètre des brins du fil de Litz ( $321 \mu\text{m}$ ), elle devient similaire à 20 K dans du cuivre  $RRR = 100$  en atteignant  $\sim 32 \mu\text{m}$ . En outre, même lorsque l'épaisseur de peau reste grande par rapport au fil employé, comme à 77 K par exemple, une résistivité faible implique plus de pertes par courants de Foucault. En conséquence, le choix de la température de fonctionnement correspond à un équilibre à trouver entre pertes par conduction et pertes par courants de Foucault.

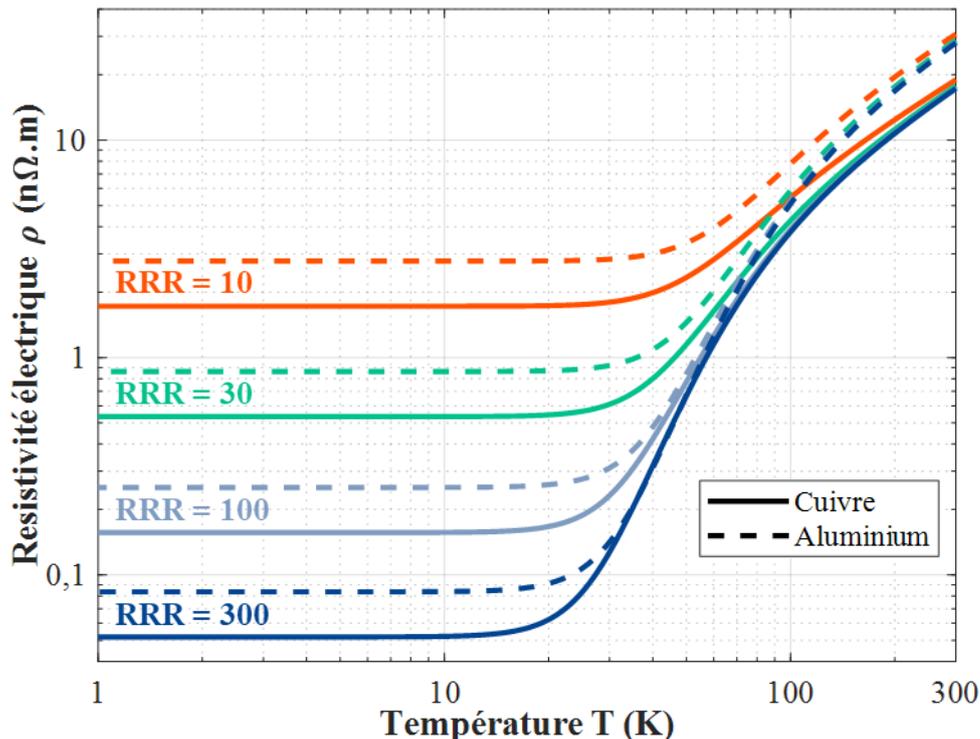


Figure VI.6 Evolution de la résistivité électrique du cuivre et de l'aluminium en fonction de la température pour différents rapports de résistivité résiduelle RRR.

Compte tenu de ces problématiques, nous formulons les hypothèses suivantes pour les études sur l'induit cryogénique :

- Le fluide supposé refroidir l'induit est de de l'azote liquide ( $\text{LN}_2$ ) sous refroidi à 70 K avec un débit suffisant pour que celui-ci s'échauffe peu et reste en phase liquide.
- Le  $\text{LN}_2$  circule en boucle fermée et cède ses calories à l'hydrogène liquide embarqué. L'enthalpie que peut absorber chaque kg d'hydrogène à pression ambiante se compose donc de 449 kJ d'enthalpie de changement d'état et de 518 kJ d'enthalpie sensible entre 20,4 K et 70 K portant le total à 967 kJ/kg [257]. Cette valeur servira à estimer si la réserve de froid que constitue l'hydrogène embarqué est suffisante pour refroidir un induit cryogénique. Dans l'état supercritique ( $> 13$  bar), l'enthalpie disponible pour le refroidissement est du même ordre de grandeur [258].
- Le système de refroidissement employé est supposé similaire au carter à huile de l'induit du démonstrateur FROST.
- Le coefficient d'échange convectif entre le  $\text{LN}_2$  et le bobinage est supposé identique ( $1900 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ) à celui retenu dans le Chapitre IV pour le carter à huile.
- La température moyenne de l'induit est supposée être de 140 K et la température maximale 180 K, soit une élévation de température du fluide maximale de 110 K.

Ces hypothèses correspondent à celles prises dans le cadre d'autres projets en cours en partenariat avec Airbus Upnext, SAFRAN et Absolute System visant à développer un prototype d'induit à refroidissement cryogénique.

En conséquence de la température de fonctionnement choisie, il est suffisant d'employer des conducteurs avec un  $RRR = 30$  soit  $\rho(140\text{ K}) = 7,1\text{ n}\Omega\cdot\text{m}$  pour du cuivre et  $\rho(140\text{ K}) = 10,4\text{ n}\Omega\cdot\text{m}$  pour de l'aluminium. En outre, la résistance entre 20 K et 295 K d'une bobine de l'induit du démonstrateur FROST a été mesurée par Airbus Upnext à l'aide d'un cryocooler. Les résultats de cet essai ainsi qu'une photo de la bobine installée sur la tête froide se trouvent sur la Figure VI.7. Les résultats de mesure sont normalisés à la résistance à 295 K et comparés avec les courbes théoriques du cuivre pour plusieurs  $RRR$  permettant de conclure que le bobinage testé a un  $RRR$  compris entre 10 et 20.

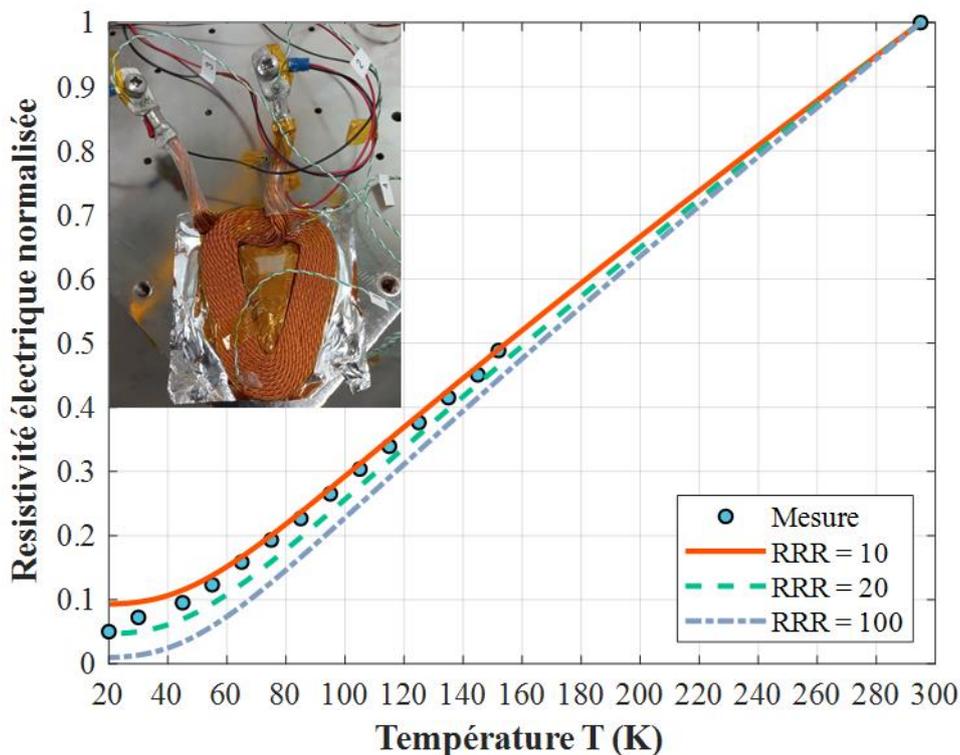


Figure VI.7 Mesure de la résistance en fonction de la température d'une bobine de fil de Litz du démonstrateur FROST par Airbus Upnext à l'aide d'un cryocooler.

### II.2.c. Conductivité thermique d'un induit cryogénique

Maintenant que la température de fonctionnement de l'induit a été fixée, nous allons réitérer l'étude faite à la fin de la section II.1 pour déterminer le matériau le plus adapté à cet induit cryogénique ainsi que la densité de courant admissible dans celui-ci. Pour cela, nous devons tout d'abord regarder comment évoluent les conductivités thermiques lors d'un fonctionnement à basse température.

Dans le cas des conducteurs électriques, dans notre cas le cuivre et l'aluminium, leur conductivité thermique dépend elle aussi du  $RRR$  puisque la chaleur est principalement transportée par les électrons et a tendance à augmenter lorsque la température diminue. La loi de Wiedemann et Franz reliant la conductivité thermique et la résistivité électrique offre généralement une bonne approximation [246]. Cependant, bien que cette loi soit précise à quelques pourcents près autour de la température ambiante et en dessous de 10 K, celle-ci est

imprécise de plusieurs dizaines de pourcents pour les températures intermédiaires [251]<sup>p.251</sup>. Il est donc indispensable dans notre cas d'utiliser les tables de valeurs mesurées. Ces dernières indiquent ainsi que la conductivité thermique du cuivre et de l'aluminium à 140 K ont une valeur similaire à 5 % près de leur valeur à température ambiante.

Le comportement à basse température de la conductivité thermique des isolants est quant à elle beaucoup plus complexe puisque dépendant principalement du transport de la chaleur par les phonons. Il n'existe donc pas de loi de prédiction simple à l'image de la loi de Wiedemann et Franz [251]<sup>p.252</sup> [256]<sup>p.294</sup>. En conséquence, il est nécessaire de s'en remettre à des tables de mesures empiriques.

Pour les isolants polymériques, utilisés dans le cas du fil de Litz en cuivre, leur conductivité diminue lorsqu'on les refroidit, celle du polyimide kapton passant de  $0,19 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  à température ambiante contre seulement  $0,16 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  à 140 K [251]<sup>p.579</sup>. En conséquence, la conductivité thermique transverse de l'induit en cuivre sera elle aussi plus faible en refroidissement cryogénique.

Enfin, pour les isolants céramiques comme l'alumine pouvant être employée pour les fils en aluminium, leur conductivité thermique peut augmenter à froid jusqu'à un maximum généralement situé entre 10 K et 100 K avant de diminuer à nouveau pour les températures encore inférieures. On peut par exemple citer le saphir qui présente un pic de conductivité de  $15\,700 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  à 20 K [251]<sup>p.580</sup>. Dans le cas nous concernant, l'alumine fritté atteint un maximum de  $157 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  à 77 K. À 140 K, sa conductivité est de l'ordre de  $95 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  soit environ 3 fois supérieure à celle à température ambiante. Il est cependant difficile d'extrapoler ces valeurs au cas d'une couche isolante d'alumine à la surface des conducteurs dans la mesure où la valeur estimée de celle-ci à température ambiante était déjà très différente de celle des pastilles d'alumine frittées. Bien que l'on puisse raisonnablement s'attendre à ce que cette conductivité augmente à froid, nous garderons la valeur de  $2 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  pour la suite.

### ***II.2.d. Densité de courant admissible dans un induit cryogénique***

Les résistivités électriques et les conductivités thermiques des matériaux étant désormais fixées, nous pouvons appliquer le modèle thermique à l'induit cryogénique pour l'aluminium et le cuivre. On trace donc sur la Figure VI.8 la densité de courant admissible dans un induit cryogénique ayant les dimensions de celui de la machine FROST pour l'aluminium et le cuivre en fonction du pas de tressage. À l'instar de la Figure VI.5, le pas de tressage théorique idéal se situe autour de 30 mm. En outre, l'aluminium surpasse toujours le cuivre pour les grands pas. En revanche, il apparaît que contrairement à la Figure VI.5, l'aluminium surpasse aussi le cuivre pour les faibles pas de tressage. En particulier, pour  $L_p = 46 \text{ mm}$ , soit le pas minimal que nous avons supposé atteignable en pratique, la densité de courant admissible dans un induit aluminium est de  $43,8 \text{ A/mm}^2$  contre  $37,9 \text{ A/mm}^2$ . L'aluminium se manifeste donc comme le matériau idéal pour les induits cryogéniques tandis que le cuivre est plus adapté aux induits refroidis à l'huile.

Deux raisons expliquent cette différence, la première provient de la diminution de la conductivité thermique des isolants polymériques à basse température. Celle-ci se répercute par une baisse de près de 15 % de la conductivité transverse du bobinage cuivre lors du passage en cryogénique. La quantité de pertes qu'il est possible d'extraire de l'induit cuivre est donc, pour  $L_p = 46 \text{ mm}$ , de 11,8 kW à froid contre 16,1 kW à chaud soit une baisse de 26,7 %. En comparaison, les pertes que l'on peut extraire de l'induit aluminium ne baissent que de 20,9 % lors du passage à froid (20,6 kW à chaud contre 16,3 kW à froid), baisse uniquement due à

l'élévation de température maximale fixée à seulement 110 K pour l'induit cryogénique contre 140 K pour l'induit à huile.

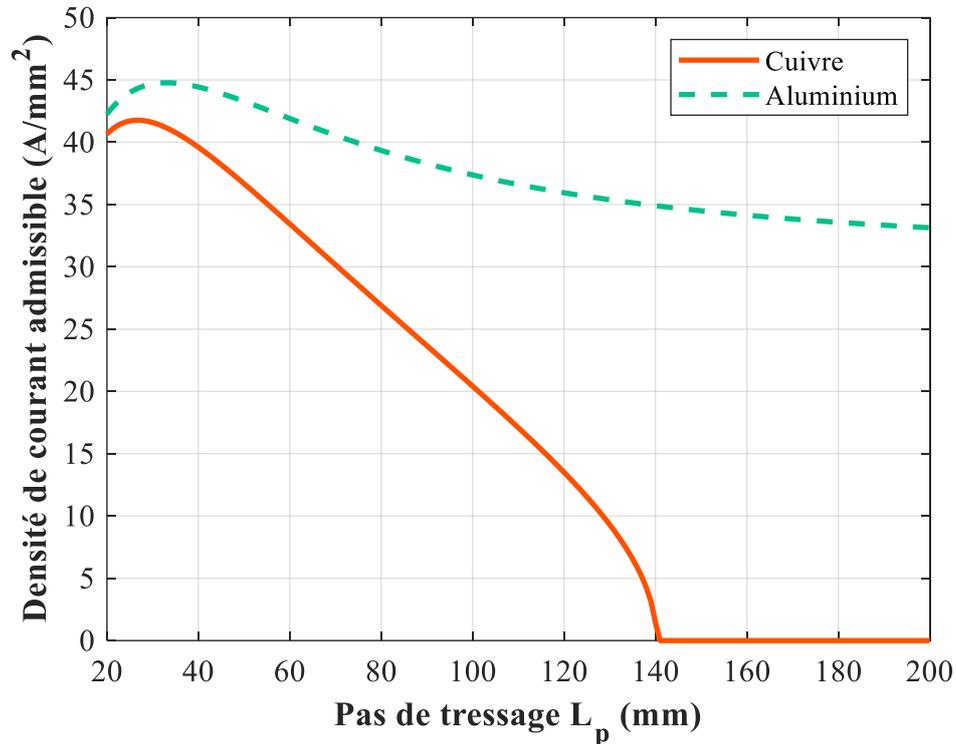


Figure VI.8 Densité de courant efficace admissible dans un induit cryogénique ayant les dimensions de celui du démonstrateur FROST en fonction du pas de tressage  $L_p$  pour les fils de Litz en cuivre et en aluminium.

Les courants de Foucault constituent le second phénomène favorisant l'aluminium. En effet, le passage d'une température moyenne de fonctionnement de 423 K à 140 K permet une réduction de la résistivité électrique d'un facteur 4 environ pour les deux matériaux. Cependant, cela se répercute par une augmentation d'un facteur 4 des pertes par courants de Foucaults. Ainsi, lorsque celles-ci ne représentent qu'à peine 10 % des pertes totales à chaud pour le cuivre, ce taux atteint 45 % à froid laissant moins de « place » pour les pertes par conduction. Une conséquence de cela est d'ailleurs visible sur le graphique, les pertes par courants de Foucault sont si importantes qu'elles dépassent la quantité de pertes extractibles de l'induit cuivre pour  $L_p > 140$  mm rendant nul la densité de courant admissible pour les grands pas de tressage. Il convient cependant de noter que, malgré tout, pour  $L_p = 46$  mm, le passage à froid n'a pas détérioré les performances de l'induit cuivre puisque sa densité de courant admissible a augmenté de près de 30 %.

L'aluminium bénéficie lui aussi du passage à froid, mais dans une mesure plus importante puisque sa densité de courant admissible augmente de près de 60 %. Comme mentionné précédemment, sa conductivité thermique transverse ne pâtit pas de fonctionner à basse température, il est même probable que cela l'améliore même si ce n'est pas retranscrit dans les présents calculs. De plus, sa résistivité électrique plus élevée limite l'augmentation des pertes par courants de Foucault même si les pertes par conduction sont plus élevées que celles du cuivre. Il convient cependant de retenir que l'aluminium est un meilleur choix que le cuivre pour un fonctionnement cryogénique lorsque l'on regarde la puissance massique puisque

permettant une plus forte puissance avec une masse moindre. Cependant, cela se paye sur le rendement qui sera assurément plus faible.

### II.3. Amélioration de la bobine supraconductrice

Au cours des deux précédents chapitres, nous avons pu présenter en détail la bobine qui a été commandée dans le cadre du projet FROST. Nous avons par ailleurs expliqué dans le Chapitre IV que, pour des raisons budgétaires, cette bobine est moins performante malgré un nombre de tours plus important que celle envisagée au départ à cause des performances du fil utilisé. Par ailleurs, nous avons vu dans le Chapitre V que la bobine est très lourde notamment à cause de son système de thermalisation en cuivre pesant presque 17 kg ce qui est supérieur aux 13,5 kg de fils supraconducteurs et de renforcement mécanique. La masse de cette bobine provient du fait que nous avons, en accord avec le fabricant, préféré rester conservatifs sur le refroidissement de la bobine pour s'assurer du bon fonctionnement du démonstrateur. En revanche, il est à noter que de grandes marges d'amélioration sont disponibles et nous allons en explorer quelques-unes dans cette section.

#### II.3.a. Amélioration du fil supraconducteur

Une première voie d'optimisation de la bobine que nous avons déjà commencé à expliciter précédemment réside dans l'utilisation d'un fil supraconducteur plus performant. Le terme performant prend ici deux sens, le premier et le plus évident correspond à un fil ayant un courant critique plus important. Il est certain qu'une amélioration du courant critique permet, pour un même champ produit, de diminuer la quantité de fil supraconducteur utilisé. À court terme, nous avons vu que l'utilisation du fil FESC-SCH04 [103] permettrait de doubler le courant critique. À plus long terme, il est envisageable que ce courant critique continue d'augmenter dans la mesure où les récents progrès ont déjà été très encourageants. L'introduction de « l'artificial pinning » ayant par exemple permis une augmentation de l'ordre de 70 % du courant critique sous haut champ magnétique [103].

En revanche, une augmentation du courant critique de la bobine implique une augmentation du courant d'emploi de la bobine et donc des pertes associées dans les amenées de courant qui, comme nous l'avons vu, représentent déjà plus de la moitié des pertes cryogéniques de la bobine. Pour pallier à cela, les fabricants de fils tentent de développer des rubans de plus faible largeur. Ainsi, le courant critique du fil pourrait être réduit tout en conservant la même densité de courant. La conception d'une bobine avec un tel fil nécessite cependant de faire plus de tours pour garder le nombre d'Ampères-tours constant. Récemment, il est effectivement devenu possible d'acheter des fils de 2 mm de largeur au lieu de 4 mm [259], permettant donc d'envisager la réduction d'un facteur 2 des pertes dans les amenées de courant. Il faut cependant noter qu'à l'heure actuelle, il s'agit d'un produit encore nouveau et que la densité de courant critique du fil de 2 mm de largeur est d'un quart plus faible que celle du fil de 4 mm.

#### II.3.b. Réduction de la masse de la thermalisation

Comme mentionné précédemment, la partie la plus massive de la bobine se trouve être sa thermalisation en cuivre. Sans modifier drastiquement la structure de la bobine, une solution simple pourrait être le remplacement du cuivre par de l'aluminium permettant de gagner 11,7 kg. Cependant, ce choix a pour conséquence un refroidissement moins efficace dans la mesure où un aluminium ( $RRR = 30$ ) a une conductivité thermique de  $700 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  à 30 K contre  $1000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  pour le cuivre ( $RRR = 30$ ). En adaptant le modèle thermique de la bobine développé dans le chapitre précédent, on calcule que ce changement de matériau se traduit par une augmentation de 1,8 K de la température moyenne. Ainsi, la température

maximale de la bobine atteindrait seulement 28,8 K ce qui reste très efficace compte tenu de la masse gagnée.

En outre, on peut aussi effectuer ce calcul pour la bobine utilisant les fils Fujikura de 4 mm de largeur dont les dimensions sont données dans le Tableau IV.9. Le courant critique supérieur et le nombre de tours plus faible de cette bobine permet d'abaisser ses pertes intrinsèques dues à la loi en puissance à 2 W au lieu de 5 W à 40 K. En revanche, son courant nominal est de 369 A au lieu de 185 A ce qui implique un doublement des pertes apportées par les amenées de courant soit 32 W au total. Les pertes par radiation et par conduction dans les supports sont identiques (8 W). En intégrant cela dans le modèle thermique, cette bobine atteindrait une température maximale de 29,2 K avec une thermalisation en aluminium. Cette valeur reste donc largement inférieure à la limite de 40 K que nous avons fixée dans le chapitre précédent. Cependant, cela nécessite une très bonne thermalisation des amenées de courant, pour cela, il serait opportun de placer le pont de refroidissement que l'on peut voir sur la Figure V.19 au plus proche des connexions électriques. Grâce à l'emploi du fil plus performant et de la thermalisation en aluminium, cette bobine ne pèserait que 24,3 kg soit une réduction de 1/3 par rapport à la bobine commandée et présentée dans le chapitre précédent.

### III. Amélioration de la machine FROST

Maintenant que nous avons présenté quelques axes d'amélioration pour les machines à modulation de flux, nous allons nous atteler dans cette partie à les appliquer au démonstrateur FROST. Nous allons tout d'abord détailler l'impact théorique de tous les changements considérés avant de présenter les performances que ce démonstrateur aurait pu atteindre si l'on avait pu s'affranchir des contraintes liées au projet.

#### III.1. Impact des différentes solutions

Pour cette étude, nous allons employer successivement les leviers suivants :

- On suppose la bobine dimensionnée initialement au cours du Chapitre IV avec le fil Fujikura dont les dimensions sont données dans le Tableau IV.9. La charge magnétique de l'inducteur plus importante découlant de ce changement permet d'augmenter la puissance électromagnétique de 32 %. En revanche, les pertes par courants de Foucault dans l'induit et dans le cryostat de la bobine sont elles aussi augmentées de respectivement 85 % et 97 %.
- La thermalisation en aluminium de cette bobine ainsi que son nombre de tours plus faible permettent, comme mentionné précédemment, un allègement de 14,1 kg de la machine, soit presque 12 % du poids total de la machine.
- On fait le choix d'utiliser le bobinage composé de 6 bobines par induit qui avait été identifié comme le plus performant avec les résultats du Tableau IV.6. Ce bobinage, dont on peut trouver le schéma sur la Figure VI.9, permet, grâce à son coefficient de bobinage plus important, d'augmenter la puissance de la machine de 23 %. En revanche, à cause de ses têtes de bobines plus larges, les bobinages sont plus lourds de 3 kg et les pertes Joules 50 % supérieures.
- Enfin, on suppose le bobinage réalisé avec un fil de Litz dont le pas de tressage est de  $L_p = 46$  mm, soit la valeur minimale que nous avons supposée réalisable précédemment. Ce fil permettrait de faire circuler  $28,5$  A/mm<sup>2</sup> dans l'induit apportant une augmentation de la puissance de 12 % mais au prix de 22 % de pertes supplémentaires.

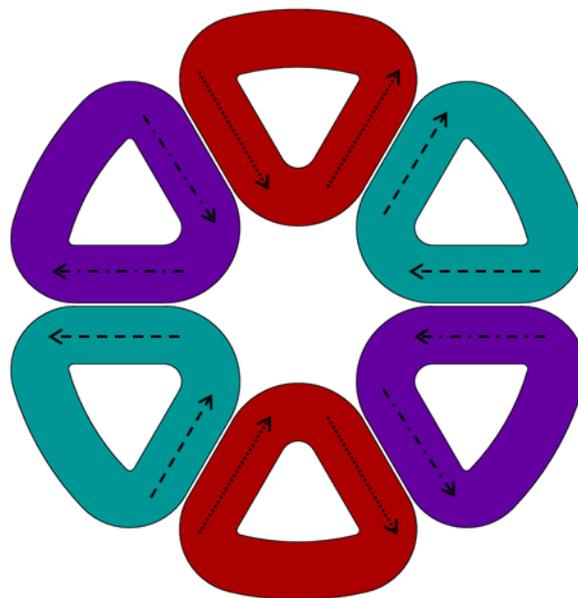


Figure VI.9 Schéma de bobinage d'un induit à  $N_{bob} = 6$  bobines.

### III.2. Performances théoriques

À partir des hypothèses formulées précédemment et des résultats des deux chapitres précédents, on peut recalculer les performances théoriques d'une version dite « améliorée » du démonstrateur FROST et les comparer à la version « construite ».

#### III.2.a. Bilan massique

Le Tableau V.10 présente le bilan des masses du démonstrateur FROST en appliquant les changements décrits précédemment. Pour bâtir celui-ci, on suppose que les parties non-actives ne sont pas impactées par les changements sur la bobine et sur le bobinage statorique. Ainsi, le rotor et les cryostats sont supposés identiques et pèsent donc le même poids que la version construite de la machine. En revanche, la bobine supraconductrice est, comme expliqué précédemment, beaucoup plus légère dans la version améliorée tandis que l'induit est plus lourd de 2,1 kg à cause des têtes de bobines plus grosses du bobinage à 6 bobines par induit. Dans l'ensemble, la version améliorée de la machine est plus légère de 12 kg que la version réalisée dans le projet. Ces 10 % de réduction pourraient potentiellement être encore augmentés en réalisant une optimisation mécanique plus poussée sur les cryostats et les pièces mécaniques non actives.

Tableau VI.2 Comparaison des masses de la version construite et améliorée théoriquement du démonstrateur FROST.

| Paramètre                       | Construite | Améliorée |
|---------------------------------|------------|-----------|
| Rotor                           | 7,9 kg     |           |
| Induit                          | 19,9 kg    | 22,0 kg   |
| Bobine supraconductrice         | 38,4 kg    | 24,3 kg   |
| Cryostats et ensemble mécanique | 54,2 kg    |           |
| Total                           | 120,4 kg   | 108,4 kg  |

#### III.2.b. Bilan des performances

Le Tableau IV.13 présente les performances des deux versions de la machine FROST. On remarque clairement une augmentation très importante du couple et de la puissance apportée par les leviers que nous avons décrit puisque ceux-ci sont 81 % supérieurs dans la version améliorée par rapport à la machine construite. Cette augmentation de puissance se traduit électriquement par une augmentation de 12 % du courant et de 63 % de la tension. En effet, pour ce calcul nous supposons que le fil employé pour le bobinage de l'induit est identique à l'exception du pas de tressage. Ainsi, l'augmentation de courant est due à l'augmentation de densité de courant tandis que l'augmentation de tension est due au champ inducteur plus important et au bobinage entourant un flux plus important grâce à son meilleur coefficient de bobinage. L'augmentation de la puissance couplée à la réduction de la masse de la machine permet ainsi un doublement de la puissance massique qui passe de 2,2 kW/kg à 4,4 kW/kg. En revanche, la machine améliorée génère aussi plus du double de pertes se traduisant par une perte de 0,6 % de rendement.

Tableau VI.3 Comparaison des performances de la version construite et améliorée théoriquement du démonstrateur FROST.

| Grandeur  | Description                                | Construite  | Améliorée |
|-----------|--|-------------|-----------|
| $\Omega$  | Vitesse de rotation                        | 5000 tr/min |           |
| $T_{em}$  | Couple électromagnétique                   | 498 Nm      | 905 Nm    |
| $P_{em}$  | Puissance électromagnétique                | 261 kW      | 474 kW    |
| $E_1$     | Force électromotrice phase-neutre efficace | 310 V       | 505 V     |
| $I_{rms}$ | Courant nominal efficace                   | 280 A       | 313 A     |
| $PtM$     | Puissance massique                         | 2,2 kW/kg   | 4,4 kW/kg |
| $TtM$     | Couple massique                            | 4,1 Nm/kg   | 8,3 Nm/kg |
| $P_{cf}$  | Pertes par courants de Foucault            | 1,3 kW      | 2,6 kW    |
| $P_c$     | Pertes par courants de conduction          | 10,4 kW     | 21,2 kW   |
| $P_{e3}$  | Pertes dans la paroi du cryostat           | 0,7 kW      | 1,3 kW    |
| $\eta$    | Rendement                                  | 95,3 %      | 94,7 %    |

Il apparait, à la lumière de ces résultats, que l'objectif de puissance du projet FROST semble techniquement atteignable avec les matériaux et technologies disponibles aujourd'hui. En effet, la version théorique améliorée de la machine atteint 474 kW et il serait tout à fait possible d'ajuster certains paramètres pour obtenir les 5 % de puissance restant pour atteindre les 500 kW. En revanche, l'objectif de 10 kW/kg de puissance massique semble quant à lui beaucoup plus difficilement atteignable puisque nous ne parvenons pas à dépasser 5 kW/kg sur ce design théorique. Il convient cependant de noter que les cryostats et les pièces mécaniques n'ont pas été réétudiés et que c'est l'un des axes majeurs à explorer pour augmenter la puissance massique. En effet, comme nous l'avons vu, la majeure partie de la masse de la machine est composée des composants passifs. Il faut aussi souligner que l'optimisation des masses mécaniques constituait l'un des leviers majeurs utilisés par SIEMENS pour atteindre 5 kW/kg sur leur moteur 260 kW [49].

Enfin, il faut garder à l'esprit que nous avons tenté ici de limiter les hypothèses afin de rester assez proche du démonstrateur décrit dans les deux précédents chapitres. Nous allons maintenant extrapoler les résultats en poussant plus loin les hypothèses et en cherchant à dimensionner des machines de plus fortes puissances.

## IV. Études de cas pour des machines de fortes puissances

### IV.1. Contexte des études de cas

Les projets RESUM et FROST avaient pour objet la réalisation de machines à puissance réduite afin de faire monter la topologie des machines à modulation de flux en maturité. Cependant, les performances des machines supraconductrices ont tendance à s'améliorer avec la montée en puissance. Ainsi, nous allons étudier dans cette dernière partie un cas applicatif nécessitant une puissance plus importante. L'architecture étudiée est présentée sur la Figure VI.10, il s'agit d'un avion monocouloir (type A320) dont la puissance des deux turboréacteurs atteint 40 MW dont 3 MW sont transformés en énergie électrique par deux génératrices conventionnelles. Ces 3 MW sont ensuite déportés à l'arrière de l'avion pour entraîner un propulseur devant réaliser la BLI (Boundary Layer Ingestion) tournant à une vitesse de 3000 tr/min. Cette architecture correspond au concept NASA du STARC-ABL présenté sur la Figure I.8.

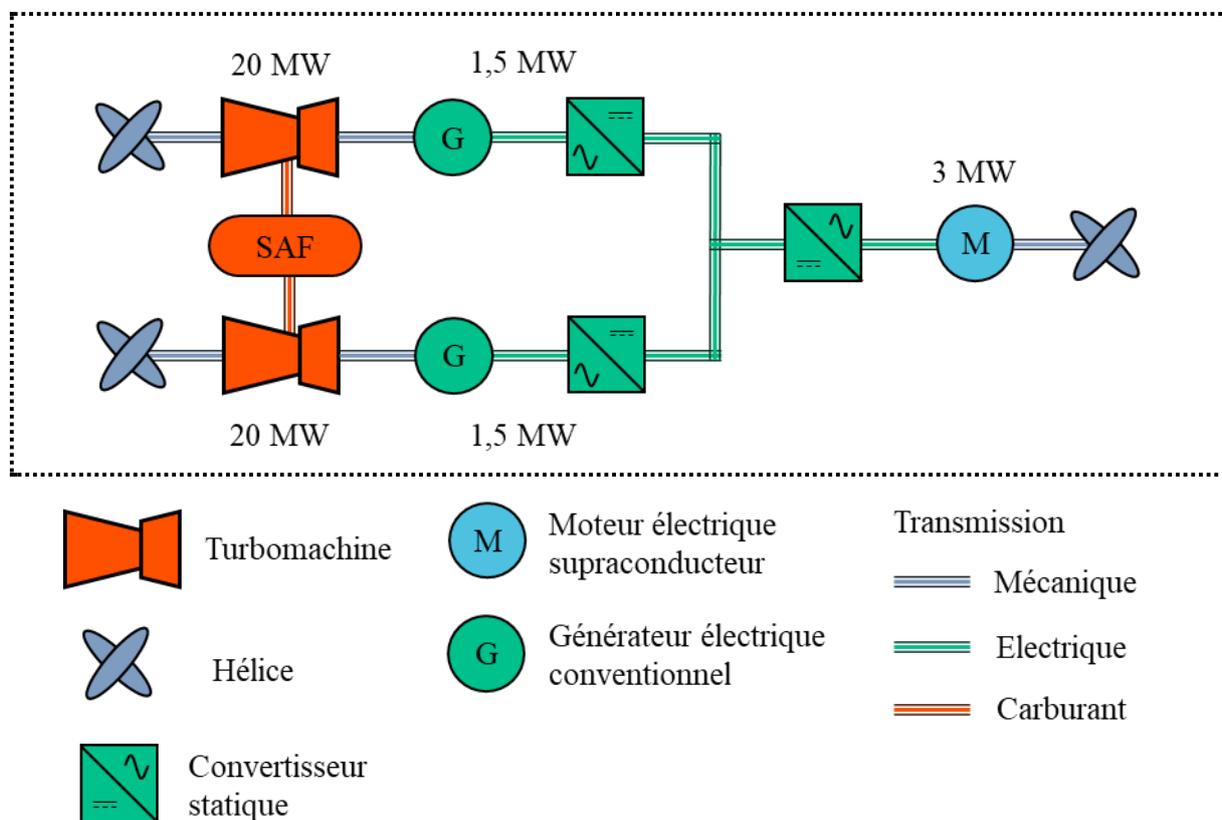


Figure VI.10 Schéma de l'architecture partiellement turboélectrique étudiée pour l'intégration d'une machine à modulation de flux dans un avion monocouloir avec un propulseur BLI de 3 MW.

Dans ce cadre, nous allons tenter de dimensionner le moteur électrique de 3 MW entraînant le propulseur BLI. Nous effectuerons deux études de cas, une première pour laquelle on supposera que le carburant de l'avion n'est pas cryogénique et nécessitant donc l'emploi d'un cryocooler pour le refroidissement de l'inducteur. La seconde étude supposera que le carburant est de l'hydrogène liquide servant de source de froid pour le moteur électrique et permettant l'emploi d'un induit cryogénique.

Les hypothèses que nous formulerons pour ces études resteront conservatrices sur la disponibilité des technologies et notamment sur la taille des pastilles supraconductrices. Dans le cas où ces hypothèses ne seraient pas suffisantes pour atteindre 3 MW, nous supposerons une association de plusieurs machines sur le même arbre permettant d'obtenir la puissance désirée.

### IV.2. Étude de cas n°1 : Carburant conventionnel

#### IV.2.a. Hypothèses

Pour cette première étude de cas, on cherche à dimensionner un propulseur 3 MW avec un refroidissement à huile de l'induit. Ce propulseur est presque 12 fois plus puissant que la machine FROST en cours de construction mais compte tenu de sa vitesse de seulement 3000 tr/min, il doit développer un couple 20 fois plus grand soit presque 10 kNm. Pour atteindre un tel couple, l'augmentation du volume et principalement du diamètre du rotor est indispensable. Nous allons donc formuler une dernière hypothèse qui n'avait pas été utilisée jusqu'alors dans ce chapitre à propos de la taille des pastilles supraconductrices. En effet, nous avons vu dans le Chapitre IV que la taille des massifs REBaCuO monocristallins était limitée, impliquant des contraintes sur la taille du rotor. À l'heure de l'écriture de ce manuscrit, le diamètre maximal disponible commercialement est de 100 mm. Cependant, l'entreprise CAN Superconductors a communiqué en 2021 sur la réalisation d'un disque de GdBaCuO monocristallin de 155 mm de diamètre que l'on peut voir sur la Figure VI.11 (a). Bien qu'il ne s'agisse pas encore d'un produit prêt à être vendu, il semble raisonnable de supposer qu'il devienne disponible dans les prochaines années.

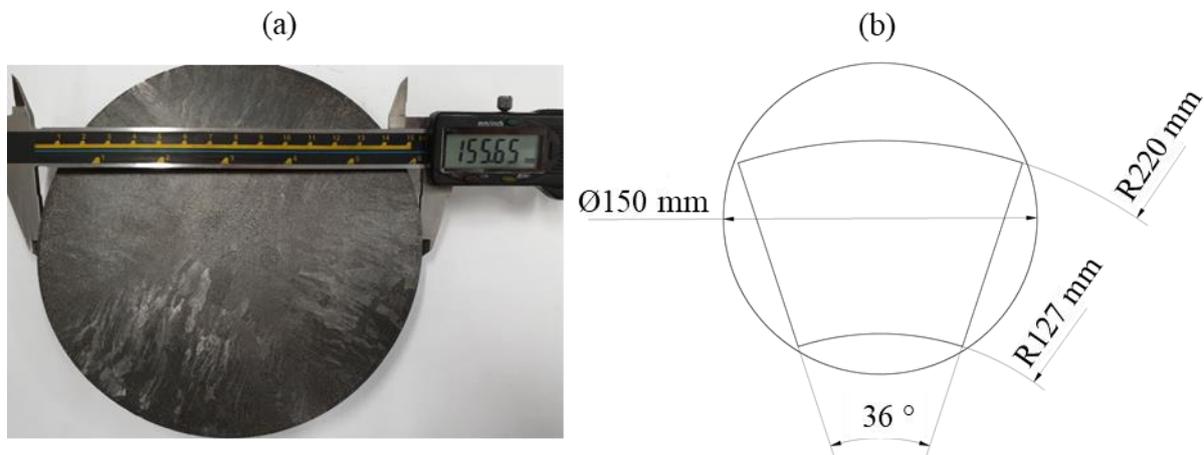


Figure VI.11 (a) Pastille GdBaCuO monocristalline produite en 2021 par CAN Superconductors [110]. (b) Dimensions d'une pastille en secteur d'anneau découpable dans un disque de 150 mm de diamètre.

Ainsi, nous supposerons, pour cette étude, un diamètre maximal des pastilles de 150 mm permettant de pousser à 220 mm le rayon extérieur du rotor comme le montre la Figure VI.11 (b). Dans les machines à flux axial, le couple est, en première approximation, proportionnel au cube du rayon du rotor. On peut donc escompter que ce nouveau diamètre permette un triplement du couple par rapport à la version de la machine FROST améliorée présentée dans la partie précédente. Il apparaît donc que, dans le cadre de nos hypothèses, il ne sera pas possible de dimensionner une machine 3 MW. Nous chercherons donc à la place à dimensionner une machine 1 MW dont 3 exemplaires seront requis pour entrainer le propulseur BLI.

#### IV.2.b. Dimensions du moteur 1 MW

En tenant compte de toutes nos hypothèses, nous allons dimensionner la machine 1 MW en repartant de la version améliorée de la machine FROST présentée dans la partie précédente. Le diamètre extérieur du rotor est agrandi afin d'atteindre les 440 mm permis par l'hypothèse prise sur la taille des pastilles. Le diamètre de la bobine ainsi que les dimensions des bobines de l'induit sont adaptées en conséquence. Enfin, on ajuste le nombre de tours par galette de la bobine afin d'atteindre une puissance de 1 MW.

Tableau VI.4 Dimensions d'une machine à modulation de flux de 1 MW avec refroidissement à huile de l'induit.

|               | Paramètre  | Description                               | Valeur                 |
|---------------|------------|---|------------------------|
| Global        | $p$        | Nombre de paires de pôles                 | 5                      |
|               | $E_i$      | Epaisseur de l'entrefer                   | 3 mm                   |
|               | $R_m$      | Rayon moyen                               | 173,5 mm               |
| Bobine HTS    | $R_b$      | Rayon intérieur de la bobine              | 330 mm                 |
|               | $N_{pan}$  | Nombre de galettes                        | 24                     |
|               | $N_{tou}$  | Nombre de tours par galette               | 80                     |
|               | $W_b$      | Epaisseur de la bobine                    | 10,8 mm                |
|               | $L_b$      | Longueur de la bobine                     | 113 mm                 |
|               | $I_{cb}$   | Courant critique de la bobine             | 400 A                  |
|               | $J_b$      | Densité de courant                        | 566 A/mm <sup>2</sup>  |
| Pastilles HTS | $R_e$      | Rayon extérieur d'une pastille            | 220 mm                 |
|               | $R_i$      | Rayon intérieur d'une pastille            | 127 mm                 |
|               | $\alpha$   | Ouverture par rapport à une paire de pôle | 0,5                    |
|               | $W_y$      | Epaisseur du rotor                        | 20 mm                  |
| Induit        | $R_{we}$   | Rayon extérieur de la spire intérieure    | 220 mm                 |
|               | $R_{wi}$   | Rayon intérieur de la spire intérieure    | 127 mm                 |
|               | $W_i$      | Epaisseur du faisceau de conducteurs      | 53,8 mm                |
|               | $L_i$      | Largeur du faisceau de conducteurs        | 10 mm                  |
|               | $N_{bob}$  | Nombre de bobine par induit               | 6                      |
|               | $\theta_c$ | Angle d'ouverture d'une bobine concentrée | 59 °                   |
|               | $D_{fil}$  | Diamètre des brins du fil de Litz         | 321 $\mu$ m            |
|               | $L_p$      | Pas de tressage du fil de Litz            | 46 mm                  |
|               | $K_{cu}$   | Coefficient de remplissage de l'induit    | 54 %                   |
|               | $J_{rms}$  | Densité de courant dans l'induit          | 29,5 A/mm <sup>2</sup> |

En appliquant ces principes, on obtient les dimensions détaillées dans le Tableau IV.11. Pour rappel, la notation des paramètres géométriques est décrite sur les figures II.2 et II.3.

### IV.2.c. Bilan massique de la machine

Afin de faire le bilan des masses de cette machine, nous allons appliquer différentes méthodes selon les pièces à extrapoler. Pour les parties actives, les formules utilisées dans le Chapitre IV se sont avérées robustes et seront donc réutilisées ici. Pour les parties passives en revanche, nous allons devoir utiliser une méthode d'extrapolation plus robuste dans la mesure où celle utilisée au Chapitre IV s'est montrée très imprécise. Nous allons procéder en extrapolant les masses des pièces de la machine FROST construite au C

hapitre V. Les différentes pièces seront classées en plusieurs catégories selon la méthode de calcul employée :

- Masses supposées invariables : Roulements, connecteurs hydrauliques, ports de pompage, ...
- Masses supposées proportionnelles au rayon extérieur du rotor  $R_e$  : Frette en carbone du rotor, déflecteurs du carter, ...
- Masses supposées proportionnelles au rayon intérieur de la bobine  $R_b$  : Support et thermalisation de la bobine, parois externe et interne du cryostat de la bobine, flasques de refroidissement du cryostat, ...
- Masses supposées proportionnelles au carré du rayon extérieur du rotor  $R_e^2$  : Mandrins de bobinage, roues en G11 et plaques de thermalisation du rotor, arbre mécanique, cloches, ...
- Masses supposées proportionnelles au carré du rayon extérieur de la bobine  $R_b^2$  : Corps et capots des carters de l'induit, parois latérales du cryostat de la bobine, flasques mécaniques, ...

*Tableau VI.5 Bilan des masses d'une machine à modulation de flux de 1 MW avec refroidissement à huile de l'induit.*

| Paramètre                       | Masse    |
|---------------------------------|----------|
| Rotor                           | 16,5 kg  |
| Induit                          | 47,6 kg  |
| Bobine supraconductrice         | 37,5 kg  |
| Cryostats et ensemble mécanique | 97,7 kg  |
| Total                           | 199,3 kg |

Ainsi, on peut espérer une meilleure fiabilité sur l'extrapolation mécanique tout en conservant un calcul simple de ces pièces. En appliquant ces formules, on obtient le bilan des masses du Tableau V.9. La machine 1 MW atteint ainsi presque 200 kg dont 127 kg provenant de la bobine supraconductrice, de son cryostat et des flasques mécaniques.

#### IV.2.d. Bilan des performances de la machine

On peut maintenant récapituler les performances théoriques d'une machine 1 MW dans le Tableau VI.6. On remarque que certaines propriétés de cette machine sont similaires à celles de la machine FROST améliorée du Tableau IV.13. En effet, le rendement est identique et la puissance massique n'a finalement augmenté que de 0,7 kW/kg avec le doublement de la puissance. Cependant, il convient de noter que le paramètre dimensionnant d'une machine est son couple. En conséquence, il est difficile de comparer la puissance massique de deux machines ayant des vitesses très différentes. Le couple massique en revanche est beaucoup plus pertinent pour cela et a été pratiquement doublé ce qui constitue un gain d'échelle très important.

Tableau VI.6 Bilan des performances d'une machine à modulation de flux de 1 MW avec refroidissement à huile de l'induit.

| Grandeur | Description                       | Valeur      |
|----------|-----------------------------------|-------------|
| $\Omega$ | Vitesse de rotation               | 3000 tr/min |
| $T_{em}$ | Couple électromagnétique          | 3258 Nm     |
| $P_{em}$ | Puissance électromagnétique       | 1,0 MW      |
| $PtM$    | Puissance massique                | 5,1 kW/kg   |
| $TtM$    | Couple massique                   | 16,3 Nm/kg  |
| $P_{cf}$ | Pertes par courants de Foucault   | 3,2 kW      |
| $P_c$    | Pertes par courants de conduction | 50,0 kW     |
| $P_{e3}$ | Pertes dans la paroi du cryostat  | 1,3 kW      |
| $\eta$   | Rendement                         | 94,7 %      |

#### IV.2.e. Performances et masse du système moteur

Pour finir cette étude et calculer les performances du système moteur complet, il faut estimer la masse de la gestion thermique de cette machine à la fois pour la partie cryogénique mais aussi pour la partie haute température de l'induit.

Pour le poids du refroidissement cryogénique, il faut tout d'abord refaire le bilan des pertes cryogéniques comme cela avait été fait dans le Chapitre V. Le flux thermique de la bobine supraconductrice est ainsi estimé à 47 W en reprenant les calculs effectués dans le chapitre précédent et le flux du rotor à 43 W par extrapolation des valeurs calculées par le partenaire Absolute System dans le Tableau V.1 portant le total des pertes cryogéniques à 90 W pour chaque machine 1 MW. On voit ainsi que malgré un triplement du couple, les pertes cryogéniques n'ont augmenté que de 50 %.

À l'échelle du propulseur BLI étudié, le besoin en refroidissement cryogénique est de 270 W à 30 K. Estimer la valeur d'un coefficient de gestion thermique lorsque des sources cryogéniques sont requises est complexe dans la mesure où les cryocoolers de forte puissance disponibles actuellement n'ont pas été conçus pour des applications embarquées. On peut

cependant, à partir d'un état des lieux réalisé en 2017 [79], faire une hypothèse conservatrice et une hypothèse optimiste pour notre étude de cas afin de se rendre compte de la sensibilité du système à cette hypothèse. La première consistera à utiliser les valeurs des cryocoolers à cycle de Gifford-McMahon disponibles aujourd'hui tandis que la seconde prendra les valeurs visées par les projets de cryocoolers à cycle de Brayton inversé en développement pour les applications embarquées. Dans le premier cas, on peut appliquer un coefficient de gestion thermique de 2,3 kg/W à 30 K et dans le second 0,09 kg/W [79]. On note donc une très grande disparité entre ces deux hypothèses dont nous verrons l'impact important sur le résultat de l'étude.

Il convient aussi de tenir compte de la puissance consommée par l'alimentation des cryocoolers qui n'est pas négligeable. En effet, les cryocoolers à cycle Gifford-McMahon ont un coefficient de performance  $COP$  de 0,9 % à 30 K tandis que les cycles de Brayton inversé visent un  $COP$  de 3,4 % [79].

Concernant la gestion thermique des pertes non cryogéniques, on suppose un coefficient de 1,5 kg/kW qu'il faut appliquer à la fois aux pertes des moteurs mais aussi des cryocoolers associés.

*Tableau VI.7 Performances du système de moteurs supraconducteurs entraînant un propulseur BLI pour le cas sans carburant cryogénique selon l'hypothèse prise pour les cryocoolers.*

| <b>Paramètre</b>                              | <b>Conservatrice</b> | <b>Optimiste</b> |
|---|----------------------|------------------|
| Pertes cryogéniques des moteurs               | 270 W                |                  |
| Pertes non cryogéniques des moteurs           | 164 kW               |                  |
| Alimentation des cryocoolers                  | 30 kW                | 8 kW             |
| Masse des cryocoolers                         | 621 kg               | 23 kg            |
| Masse de la gestion thermique non cryogénique | 291 kg               | 258 kg           |
| Masse des moteurs supraconducteurs            | 598 kg               |                  |
| Puissance massique du système                 | 2,0 kW/kg            | 3,4 kW/kg        |
| Rendement                                     | 93,5 %               | 94,3 %           |

Enfin, le Tableau VI.7 présente les résultats à l'échelle du système moteur. Il apparaît clairement que les performances des cryocoolers sont un paramètre influant très fortement sur le résultat d'une étude à cette échelle. En effet, dans le cas de l'hypothèse conservatrice, les cryocoolers sont plus lourds que les moteurs supraconducteurs qu'ils refroidissent tandis que si les objectifs annoncés pour les cycles de Brayton inversés sont respectés, la masse des cryocoolers peut devenir presque négligeable. On note aussi que la gestion thermique non cryogénique est, comme mentionné dans le Chapitre I, un élément non négligeable d'une chaîne propulsive qui impacte la puissance spécifique globale du système moteur.

### IV.3. Etude de cas n°2 : Carburant cryogénique

#### IV.3.a. Hypothèses

Pour cette seconde étude de cas, on suppose que le carburant de l'avion est du LH<sub>2</sub> permettant de disposer d'une source cryogénique pour le refroidissement de l'inducteur supraconducteur mais aussi d'un induit cryogénique. Il n'est donc pas nécessaire ici d'embarquer des cryocoolers, il faudra en revanche s'assurer que la quantité de LH<sub>2</sub> consommé par l'avion soit suffisante pour absorber l'entièreté des pertes. La machine supraconductrice que nous étudierons ici correspond à celle présentée dans le Tableau IV.11 mais utilisant un induit cryogénique en aluminium. Comme nous l'avons vu précédemment, l'emploi de cet induit permet une augmentation de la densité de courant par rapport au refroidissement à l'huile. Il est ainsi possible d'atteindre 45 A/mm<sup>2</sup> dans l'induit donnant une machine de 1,5 MW pour les mêmes dimensions. L'entraînement du propulseur ne nécessite donc que deux machines.

#### IV.3.b. Bilan des performances de la machine

En appliquant ce changement d'induit, on obtient une machine avec les performances décrites dans le Tableau VI.8. On remarque notamment une légère baisse de la masse grâce à la masse volumique plus faible de l'aluminium composant l'induit par rapport au cuivre qui, couplée à l'augmentation de la puissance, permet d'atteindre 8 kW/kg. La quantité de pertes de la machine reste similaire à l'étude de cas précédente avec ~50 kW donnant un rendement plus important de 1,7 %. On note donc que déjà à l'échelle de la machine, la perspective de disposer d'un liquide cryogénique comme carburant permet des gains significatifs.

Tableau VI.8 Bilan des performances d'une machine à modulation de flux de 1,5 MW avec refroidissement cryogénique de l'induit.

| Grandeur    | Description                       | Valeur      |
|-------------|-----------------------------------|-------------|
| $\Omega$    | Vitesse de rotation               | 3000 tr/min |
| $T_{em}$    | Couple électromagnétique          | 4969 Nm     |
| $P_{em}$    | Puissance électromagnétique       | 1,5 MW      |
| $M_{total}$ | Masse de la machine               | 187,3 kg    |
| $PtM$       | Puissance massique                | 8,0 kW/kg   |
| $TtM$       | Couple massique                   | 26,5 Nm/kg  |
| $P_{cf}$    | Pertes par courants de Foucault   | 8,3 kW      |
| $P_c$       | Pertes par courants de conduction | 44,3 kW     |
| $P_{e3}$    | Pertes dans la paroi du cryostat  | 1,3 kW      |
| $\eta$      | Rendement                         | 96,4 %      |

**IV.3.c. Performances et masse du système moteur**

Afin d'étudier l'intégrabilité d'un système comportant deux machines à induit cryogénique dans l'architecture étudiée, il faut s'assurer que la quantité de H<sub>2</sub> consommée par les turbomachines est suffisante pour absorber la chaleur générée par le système moteur. Pour cela, on suppose que le propulseur BLI fonctionne à pleine puissance pendant toute la phase de croisière de l'avion. Au cours de cette phase, l'avion fonctionne à environ la moitié de sa puissance soit 20 MW [92]. En supposant un rendement des turboréacteurs de 50 %, on estime à partir du pouvoir calorifique de l'H<sub>2</sub> (120 MJ/kg) que l'avion en consomme 0,33 kg/s. Par ailleurs, nous avons vu précédemment que l'induit cryogénique supposait du LN<sub>2</sub> à 70 K comme liquide de refroidissement. Le système avion nécessite donc un système d'échangeurs entre le H<sub>2</sub>, circulant dans l'état supercritique pour cette architecture [22], et le LN<sub>2</sub>. Ainsi, compte tenu des températures et de l'état supercritique (pression > 13 bar), on dispose pour le refroidissement du moteur de l'enthalpie absorbée par le H<sub>2</sub> entre 20 K et 70 K soit de l'ordre de 800 ~ 1000 kJ.kg (valeur dépendant de la pression) [258]. En conséquence, les 0,33 kg/s de H<sub>2</sub> consommé peuvent évacuer de l'ordre de 300 kW de pertes soit environ 3 fois les 108 kW du système moteur qui est donc bien compatible avec l'architecture proposée.

La détermination du coefficient de gestion thermique correspondant aux échangeurs entre le H<sub>2</sub> et le LN<sub>2</sub> est très complexe dans la mesure où peu de travaux existent sur ce sujet. Ainsi, compte tenu des différences de températures similaires, nous prendrons 1,5 kg/kW comme cela avait été fait pour les pertes non cryogéniques dans l'étude de cas précédente. La prise en compte de ce coefficient dans la masse du propulseur est présentée dans le Tableau VI.9. On voit ainsi que le système moteur avec carburant cryogénique atteint 5,6 kW/kg soit entre 1,6 et 2,7 fois plus que pour le système sans LH<sub>2</sub>.

*Tableau VI.9 Performances du système de moteurs supraconducteurs entraînant un propulseur BLI pour le cas disposant d'un carburant cryogénique.*

| <b>Paramètre</b>                              | <b>Valeur</b> |
|---|---------------|
| Masse de la gestion thermique non cryogénique | 162 kg        |
| Masse des moteurs supraconducteurs            | 375 kg        |
| Puissance massique du système                 | 5,6 kW/kg     |

On voit donc bien que la disponibilité du LH<sub>2</sub> et l'utilisation de l'induit cryogénique associé permet une augmentation des performances par deux leviers. D'une part l'augmentation de la densité de courant dans l'induit apporte un très fort gain en puissance massique sur la machine. D'autre part, l'absence de cryocoolers retire un poids très important au système moteur global. Il convient cependant de noter que ces valeurs ne sont valables que dans le cas de l'architecture étudiée ici d'un avion ne comportant que 3 MW de moteurs électriques installés. Dans le cas d'un monocouloir complètement turboélectrique par exemple, il faudrait 40 MW de moteurs. Avec le rendement présenté dans le Tableau VI.8, la quantité de LH<sub>2</sub> consommé par l'avion ne serait ainsi pas suffisante pour refroidir les machines supraconductrices et il faudrait envisager un fonctionnement avec des densités de courant plus faibles.

## V. Conclusion sur les machines à modulation de flux

### V.1. Comparaison des machines étudiées

Afin de mettre en perspective les différentes machines étudiées dans ce manuscrit, on trace sur la Figure VI.12 le couple massique en fonction du couple des différentes machines étudiées dans ce mémoire. La représentation en couple massique est préférée car permettant une comparaison plus pertinente de machines de vitesses différentes. On trace par ailleurs sur cette même figure le couple massique nominal de deux machines conventionnelles à aimants permanents pour applications aéronautiques parmi les plus performantes. Ces deux machines sont la EMRAX 348 [260] et la machine de SIEMENS que nous avons déjà mentionnée précédemment [49].

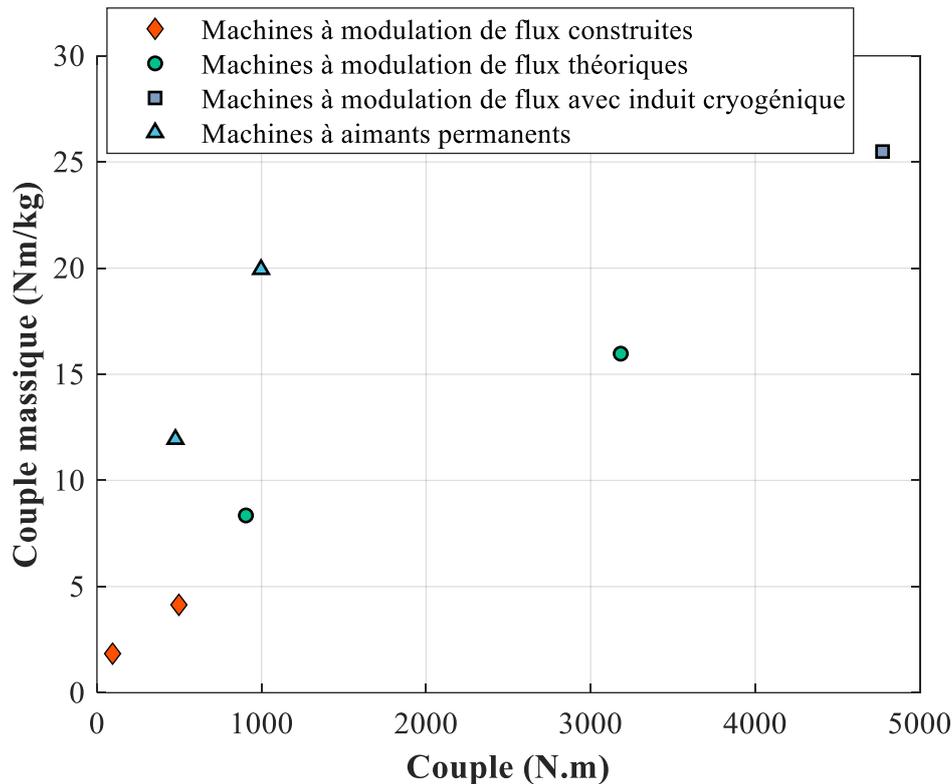


Figure VI.12 Comparaison du couple massique des différentes machines à modulation de flux étudiées dans ce manuscrit avec les meilleures machines à aimants pour application aéronautique [49], [260].

On remarque tout d'abord que le couple massique des machines à modulation de flux augmente avec le couple de manière presque proportionnelle. En effet, les machines supraconductrices prennent de l'intérêt à mesure que la puissance demandée augmente grâce à d'important gains d'échelle. On note cependant que, à l'exception de la machine à induit cryogénique, les machines à modulation de flux développent un couple spécifique plus faible que la machine SIEMENS. Pour la machine EMRAX, elle est plus performante que les machines à modulation de flux de couple similaire mais est dépassée par les machines des études de cas n°1 et n°2.

Il convient cependant de noter que les machines à aimants placées dans ce tableau ont été fortement optimisées mécaniquement ce qui n'est pas le cas des machines à modulation de flux étudiées ici. Ainsi, des marges d'améliorations importantes sont potentiellement disponibles.

En outre, les machines à modulation de flux ne répondent pas non plus au même cahier des charges. En effet, le principal intérêt de ces dernières est de pouvoir contrôler l'excitation de la machine depuis une bobine située au stator tandis que l'excitation d'une machine à aimants permanents n'est pas contrôlable. Ce point est important dans la mesure où la bobine supraconductrice et les éléments passifs associés sont finalement la partie de loin la plus lourde de la machine. Ainsi, les machines à aimants sont des points de comparaisons plus pertinents pour les machines à « aimants permanents supraconducteurs ».

Finalement, on note aussi que peu de machines conventionnelles ayant une puissance de l'ordre du MW existent pour application aéronautique en dehors des machines à haute vitesse. On note tout de même une machine 1 MW développée par Collins Aerospace mais dont les performances ne sont pas communiquées [261]. Il est ainsi difficile de prolonger la comparaison pour les machines à fort couple.

### V.2. Discussion et travaux futurs

Au cours de ce chapitre et plus généralement de ce manuscrit, nous avons mis en évidence que la bobine supraconductrice et son cryostat composaient largement la majeure partie de la masse de la machine. Il faut en outre noter que l'intense champ magnétique que produit la bobine rayonne à l'extérieur de la machine. Ainsi, la machine semble difficilement intégrable en l'état dans la mesure où ce champ peut perturber le fonctionnement des systèmes disposés autour de la machine. Il faudrait en effet intégrer un second système de bobines d'écrantage servant à s'assurer que le champ soit très faible en dehors. Bien que n'ayant pas pu être étudié ici, l'optimisation de ce système d'écrantage est un problème à part entière qu'il faut étudier pour permettre l'utilisabilité d'une machine à modulation de flux. En tout état de cause, ce second système de bobines sera lui-même lourd et nécessitera un agrandissement de la taille du cryostat renforçant encore plus le constat fait en début de paragraphe. De plus, le fait de disposer de deux composants supraconducteurs, la bobine et le rotor, implique une topologie ayant une cryogénie plus complexe et comportant plus de ponts thermiques qu'une machine à bobinage rotoriques supraconducteurs par exemple. En conséquence, l'inducteur d'une machine à modulation de flux génère des pertes cryogéniques plus importantes que d'autres structures de machines à inducteur supraconducteurs ce qui peut être très impactant si l'embarquement d'un cryocooler est nécessaire pour les évacuer.

En revanche, on peut noter que plusieurs outils sont à disposition pour pallier à ces différents problèmes. On peut notamment citer la structure dite à « stacks » qui consiste à empiler plusieurs machines tout en mutualisant notamment la bobine supraconductrice ainsi que potentiellement les induits et les cryostats. Cette structure, qui avait été présentée dans [69], s'adapterait parfaitement au cas étudiés précédemment où plusieurs machines sont nécessaires pour entrainer un propulseur et ne nécessiterait notamment qu'un seul système d'écrantage pour tout le système moteur. La mutualisation de plusieurs autres composants permettrait en outre d'augmenter la puissance massique et de diminuer les pertes cryogéniques. Cette structure est cependant mécaniquement plus complexe à assembler et à équilibrer.

Concernant les pertes cryogéniques, il existe aussi plusieurs possibilités pour les réduire. On peut notamment déposer un revêtement à faible émissivité sur le rotor pour limiter les pertes radiatives. Mais comme nous l'avons noté précédemment, les amenées de courant sont la principale source de pertes de la bobine. Celles-ci peuvent en revanche être potentiellement complètement éliminées par l'utilisation d'une « pompe à flux » permettant d'alimenter en courant continu une bobine supraconductrice sans contact [262]. Les pompes à flux sont un sujet faisant l'objet de beaucoup de travaux récents puisqu'ils offrent aussi la possibilité

d'alimenter des dispositifs supraconducteurs rotatifs comme des rotors bobinés supraconducteurs en remplaçant les systèmes bagues-balais.

En conséquence, d'autres structures de machines pourraient respecter le cahier des charges pour lequel les machines ont été choisies cumulant contrôle de l'excitation et absence de système bagues-balais. Ces topologies pourraient potentiellement être plus performantes mais cela dépendra des dimensions de la pompe à flux par rapport à celle de la machine.

Quelle que soit la topologie de machine électrique retenue pour la propulsion électrique embarquée, une architecture ne peut pas être optimisée en dimensionnant séparément la machine de son refroidissement (cryogénique ou non). En effet, une optimisation commune de la machine et de son cryocooler permettrait de déterminer une température de fonctionnement des supraconducteurs minimisant la masse du système global. Une telle étude nécessite cependant de maîtriser précisément ce qui influe sur la masse d'un cryocooler ce qui n'est pas notre cas comme en témoigne la disparité des deux hypothèses prises à ce sujet dans notre étude de cas. De surcroît, une autre limite de l'étude d'architecture que nous avons effectuée réside dans le fait que nous avons cherché à maximiser la masse de la machine sans se préoccuper de son rendement. Or, lorsque l'on tient compte de la gestion thermique ou encore de la consommation supplémentaire de carburant induite par les pertes, il se peut qu'une machine plus lourde mais avec moins de pertes soit plus pertinente lorsque l'on regarde au niveau global de l'architecture.

Enfin, un des axes ayant été exploré dans ce chapitre est l'utilisation d'un induit conventionnel à refroidissement cryogénique. Bien que permettant une amélioration significative de la densité de courant, cette solution n'entraîne pas dans le même temps une augmentation drastique du rendement. De ce point de vue, l'utilisation d'un induit supraconducteur semble être une voie pouvant fournir à la fois une densité de courant encore meilleure mais aussi accompagnée de pertes beaucoup plus faibles. Le développement d'un tel induit nécessite cependant d'importants travaux de modélisation et de conception dédiés pour y parvenir.



# Conclusion générale

Le développement des machines supraconductrices s'intègre, comme nous l'avons vu dans ce manuscrit, à une démarche de décarbonation de l'industrie aéronautique car pouvant faciliter le déploiement de la propulsion électrique en fournissant des machines à forte puissance spécifique et haut rendement. Nous avons en effet pu voir que cette technologie peut s'intégrer dans différentes architectures d'avions et présente une synergie certaine avec l'utilisation de l'hydrogène liquide comme carburant. Dans ce contexte, les travaux de ce mémoire portent sur le développement de la machine à modulation de flux, une machine à inducteur supraconducteur.

Afin de permettre l'étude de cette machine, deux chapitres de cette thèse ont porté sur le développement d'un modèle électromagnétique semi-analytique ayant notamment pour but le calcul du couple produit par la machine. La construction de ce modèle a nécessité l'extension en trois dimensions d'une méthode de la littérature scientifique permettant de résoudre les équations de Maxwell par séparation de variables dans des domaines géométriques comportant une perméabilité magnétique non-uniforme. L'utilisation de cette méthode en trois dimensions a permis de mettre au point un modèle rapide et précis par rapport aux modèles numériques, pour le calcul du champ généré par l'inducteur d'une machine à modulation de flux axiale. Il a aussi été possible de tenir compte de la pénétration du champ magnétique à l'intérieur des pastilles supraconductrices à l'aide du modèle de Bean.

L'utilisation de ce modèle a ensuite permis d'effectuer un dimensionnement électromagnétique de la machine devant être réalisée dans le cadre du projet FROST. Ce dimensionnement a dû tenir compte de toutes les contraintes techniques, mais aussi logistiques et budgétaires rencontrées dans le cadre de ce projet. La machine résultant de ce dimensionnement ne pourra ainsi atteindre que 260 kW et non les 500 kW attendus au départ à cause de plusieurs facteurs limitants :

- La taille des pastilles supraconductrices monocristallines est limitée par son procédé de fabrication empêchant l'augmentation du diamètre du rotor.
- L'absence de fer pour canaliser le champ magnétique de l'inducteur implique que les pièces conductrices de la machine sont soumises au champ variable de l'inducteur et voient l'apparition de courants de Foucault associés. Ces courants de Foucault génèrent des pertes particulièrement importantes dans le cryostat de la bobine supraconductrice dont le diamètre a dû être augmenté pour l'éloigner du rotor. Cette augmentation a eu un grand impact sur la quantité de fil nécessaire à la réalisation de la machine ne permettant pas d'atteindre le champ magnétique désiré au départ.
- Les courants de Foucault se développent aussi dans le bobinage de l'induit qui doit être réalisé dans un fil de Litz à brins très fins pour limiter les pertes associées. Ce fil de Litz a pour propriété un remplissage et une conductivité thermique faibles. Ce dernier paramètre a notamment été limité à seulement 25 A/mm<sup>2</sup> la densité de courant que le système de refroidissement liquide est capable d'extraire.

La réalisation de cette machine n'étant, à l'heure actuelle, pas encore terminée, seule une présentation partielle de sa construction a pu être présentée. Nous avons cependant pu mettre en évidence les choix et structures mis en œuvre pour ce démonstrateur. Nous avons aussi pu effectuer des essais sur des sous-ensembles de la machine dont notamment les pastilles supraconductrices. Le bilan des masses effectué à partir des plans de la machine a mis en

évidence qu'une importante proportion des 120 kg composant la machine provient des pièces passives électromagnétiquement. De plus, il est apparu qu'environ 70 % de la masse de la machine étaient liés à la bobine supraconductrice et aux composants passifs associés. Il est ainsi attendu que le démonstrateur présente une puissance spécifique de 2,2 kW/kg pour un rendement de 95,3 %.

Le dernier chapitre de ce manuscrit nous a finalement permis de présenter différentes voies d'amélioration pour les machines à modulation de flux. Le gain qui peut être apporté par certaines d'entre elle a pu être quantifié dont notamment l'amélioration de la conductivité thermique du fil de Litz ou encore l'utilisation d'un induit conventionnel à refroidissement cryogénique. Les études théoriques ainsi réalisées ont montré que le démonstrateur du projet FROST aurait pu atteindre 4,4 kW/kg si l'on ne tient compte que des limites technologiques et que les machines à modulation de flux pourraient atteindre 8 kW/kg à plus forte puissance. D'autres leviers d'amélioration ont été évoqués mais non quantifiés. L'un des principaux d'entre eux se trouve être l'optimisation mécanique des parties non actives qui n'a pas pu être poussée aussi loin que celle des parties actives dans ce manuscrit.

En épilogue de ces travaux, il semble que la principale limite à la puissance spécifique d'une machine à modulation de flux soit dans l'envergure de la bobine supraconductrice. En effet, comme nous l'avons mentionné, celle-ci représente une part prépondérante de la masse totale mais seule une partie de son flux n'est en réalité modulée par le rotor et donc utilisée par l'induit pour la production de couple. Cette problématique est intimement liée aux vitesses d'utilisation envisagées pour l'aéronautique. Une application à plus basse vitesse permettrait effectivement une mitigation de ces problématiques avec une réduction possible de la fréquence et donc des pertes par courants de Foucault. Les applications à fort couple et faible vitesse pourraient ainsi bénéficier pleinement du champ magnétique important qu'il est possible de générer grâce aux supraconducteurs tout en conservant une bobine située au plus proche du rotor. Enfin, la vitesse élevée entraîne des contraintes supplémentaires sur les étanchéités tournantes au vide et au fluide cryogénique nécessaires à la mise en œuvre d'un rotor supraconducteur. La fiabilité de la topologie étant très dépendante de ces pièces d'usure, il est donc primordial de disposer d'une solution robuste.

# Références bibliographiques

- [1] S. Gössling and A. Humpe, “The global scale, distribution and growth of aviation: Implications for climate change,” *Global Environmental Change*, vol. 65, p. 102194, Nov. 2020, doi: 10.1016/j.gloenvcha.2020.102194.
- [2] J. Olivier and J. Peters, “Trends in Global CO<sub>2</sub> and Total Greenhouse Gas Emissions; 2020 Report,” PBL Netherlands Environmental Assessment Agency, Dec. 2020. [Online]. Available: <https://www.pbl.nl/en/publications/trends-in-global-co2-and-total-greenhouse-gas-emissions-2020-report>
- [3] “Global Energy Review 2021,” IEA, Paris. [Online]. Available: <https://www.iea.org/reports/global-energy-review-2021>
- [4] Joint Research Centre (European Commission) *et al.*, *Fossil CO<sub>2</sub> and GHG emissions of all world countries: 2019 report*. LU: Publications Office of the European Union, 2019. Accessed: Mar. 02, 2022. [Online]. Available: <https://data.europa.eu/doi/10.2760/687800>
- [5] B. Graver, D. Rutherford, and S. Zheng, “CO<sub>2</sub> emissions from commercial aviation: 2013, 2018, and 2019,” The international council on clean transportation, Oct. 2020. [Online]. Available: <https://theicct.org/publication/co2-emissions-from-commercial-aviation-2013-2018-and-2019/>
- [6] M. Baude, A. Colin, C. Calipel, J. Duverboy, and A. Foussard, “Chiffres clés du climat France, Europe et Monde,” Ministère de la transition écologique, 2022.
- [7] G. Myhre *et al.*, “Anthropogenic and Natural Radiative Forcing,” in *Climate Change 2013 - The Physical Science Basis*, Cambridge University Press, 2014, pp. 659–740. doi: 10.1017/CBO9781107415324.018.
- [8] D. S. Lee *et al.*, “The contribution of global aviation to anthropogenic climate forcing for 2000 to 2018,” *Atmospheric Environment*, vol. 244, p. 117834, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.atmosenv.2020.117834.
- [9] A. Magrini, E. Benini, H.-D. Yao, J. Postma, and C. Sheaf, “A review of installation effects of ultra-high bypass ratio engines,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 119, p. 100680, Nov. 2020, doi: 10.1016/j.paerosci.2020.100680.
- [10] S. Ceuille, “Quel avenir pour l’Open Rotor?,” *Safran*. <https://www.safran-group.com/fr/actualite/quel-avenir-lopen-rotor-2019-03-28> (accessed Mar. 07, 2022).
- [11] J. A. Rosero, J. A. Ortega, E. Aldabas, and L. Romeral, “Moving towards a more electric aircraft,” *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 22, no. 3, pp. 3–9, Mar. 2007, doi: 10.1109/MAES.2007.340500.
- [12] M. Sinnett, “787 No-Bleed Systems: Saving Fuel and enhancing operational efficiencies,” *Aero Quarterly*, vol. 18, pp. 6–11, 2007.
- [13] B. Sarlioglu and C. T. Morris, “More Electric Aircraft: Review, Challenges, and Opportunities for Commercial Transport Aircraft,” *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, vol. 1, no. 1, pp. 54–64, Jun. 2015, doi: 10.1109/TTE.2015.2426499.

- [14] K. S. Ng, D. Farooq, and A. Yang, “Global biorenewable development strategies for sustainable aviation fuel production,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 150, p. 111502, Oct. 2021, doi: 10.1016/j.rser.2021.111502.
- [15] L. Zhang, T. L. Butler, and B. Yang\*, “Recent Trends, Opportunities and Challenges of Sustainable Aviation Fuel,” in *Green Energy to Sustainability*, John Wiley & Sons, Ltd, 2020, pp. 85–110. doi: 10.1002/9781119152057.ch5.
- [16] F. Fischer and H. Tropsch, “Process for the production of paraffin-hydrocarbons with more than one carbon atom,” US1746464A, Feb. 11, 1930 Accessed: Mar. 11, 2022. [Online]. Available: <https://patents.google.com/patent/US1746464/en>
- [17] P. Schmidt, V. Batteiger, A. Roth, W. Weindorf, and T. Raksha, “Power-to-Liquids as Renewable Fuel Option for Aviation: A Review,” *Chemie Ingenieur Technik*, vol. 90, no. 1–2, pp. 127–140, 2018, doi: 10.1002/cite.201700129.
- [18] N. A. of S. Medicine Engineering, and, D. on E. and P. Sciences, A. and S. E. Board, and C. on P. and E. S. to R. C. A. C. Emissions, *Commercial Aircraft Propulsion and Energy Systems Research: Reducing Global Carbon Emissions*. National Academies Press, 2016.
- [19] B. Khandelwal, A. Karakurt, P. R. Sekaran, V. Sethi, and R. Singh, “Hydrogen powered aircraft : The future of air transport,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 60, pp. 45–59, Jul. 2013, doi: 10.1016/j.paerosci.2012.12.002.
- [20] P. Raja Sekaran, A. S. Gohardani, G. Doulgeris, and R. Singh, “Liquid hydrogen tank considerations for turboelectric distributed propulsion,” *Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal*, vol. 86, no. 1, pp. 67–75, Jan. 2014, doi: 10.1108/AEAT-12-2011-0195.
- [21] C. Winnefeld, T. Kadyk, B. Bensmann, U. Krewer, and R. Hanke-Rauschenbach, “Modelling and Designing Cryogenic Hydrogen Tanks for Future Aircraft Applications,” *Energies*, vol. 11, no. 1, Art. no. 1, Jan. 2018, doi: 10.3390/en11010105.
- [22] Y. Gao, C. Jausseme, Z. Huang, and T. Yang, “Hydrogen-Powered Aircraft: Hydrogen–electric hybrid propulsion for aviation.,” *IEEE Electrification Magazine*, vol. 10, no. 2, pp. 17–26, Jun. 2022, doi: 10.1109/MELE.2022.3165725.
- [23] “The ZEROe demonstrator has arrived | Airbus,” Feb. 22, 2022. <https://www.airbus.com/en/newsroom/stories/2022-02-the-zeroe-demonstrator-has-arrived> (accessed Mar. 11, 2022).
- [24] “ZEROe - Zero emission - Airbus,” Jun. 24, 2021. <https://www.airbus.com/en/innovation/zero-emission/hydrogen/zeroe> (accessed Mar. 11, 2022).
- [25] “Airbus, Safran et GE se lancent dans l’avion à hydrogène,” *Le Monde.fr*, Feb. 23, 2022. Accessed: Mar. 11, 2022. [Online]. Available: [https://www.lemonde.fr/economie/article/2022/02/23/airbus-safran-et-ge-se-lancent-dans-l-avion-a-hydrogene\\_6114975\\_3234.html](https://www.lemonde.fr/economie/article/2022/02/23/airbus-safran-et-ge-se-lancent-dans-l-avion-a-hydrogene_6114975_3234.html)
- [26] P. Derakhshandeh, A. Ahmadi, and R. Dashti, “Simulation and technical-economic-environmental optimization of the General Electric GE90 hydrogen turbofan engine,” *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 46, no. 5, pp. 3303–3318, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.ijhydene.2020.10.182.
- [27] M. Ponater, S. Pechtl, R. Sausen, U. Schumann, and G. Hüttig, “Potential of the cryoplane technology to reduce aircraft climate impact: A state-of-the-art assessment,”

- Atmospheric Environment*, vol. 40, no. 36, pp. 6928–6944, Nov. 2006, doi: 10.1016/j.atmosenv.2006.06.036.
- [28] J. L. Felder, “NASA Electric Propulsion System Studies,” Nov. 30, 2015. Accessed: Sep. 23, 2019. [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20160009274>
- [29] R. H. Jansen, C. L. Bowman, A. Jankovsky, R. Dyson, and J. L. Felder, “Overview of NASA electrified aircraft propulsion research for large subsonic transports.”
- [30] D. Guilbert and G. Vitale, “Hydrogen as a Clean and Sustainable Energy Vector for Global Transition from Fossil-Based to Zero-Carbon,” *Clean Technologies*, vol. 3, no. 4, Art. no. 4, Dec. 2021, doi: 10.3390/cleantechnol3040051.
- [31] B. Yodwong, D. Guilbert, M. Phattanasak, W. Kaewmanee, M. Hinaje, and G. Vitale, “AC-DC Converters for Electrolyzer Applications: State of the Art and Future Challenges,” *Electronics*, vol. 9, no. 6, Art. no. 6, Jun. 2020, doi: 10.3390/electronics9060912.
- [32] M. Filipenko, S. Biser, M. Boll, M. Corduan, M. Noe, and P. Rostek, “Comparative Analysis and Optimization of Technical and Weight Parameters of Turbo-Electric Propulsion Systems,” *Aerospace*, vol. 7, no. 8, Art. no. 8, Aug. 2020, doi: 10.3390/aerospace7080107.
- [33] F. F. da Silva, J. F. P. Fernandes, and P. J. da Costa Branco, “Barriers and Challenges Going from Conventional to Cryogenic Superconducting Propulsion for Hybrid and All-Electric Aircrafts,” *Energies*, vol. 14, no. 21, Art. no. 21, Jan. 2021, doi: 10.3390/en14216861.
- [34] G. Girishkumar, B. McCloskey, A. C. Luntz, S. Swanson, and W. Wilcke, “Lithium–Air Battery: Promise and Challenges,” *J. Phys. Chem. Lett.*, vol. 1, no. 14, pp. 2193–2203, Jul. 2010, doi: 10.1021/jz1005384.
- [35] T. Bærheim, J. J. Lamb, J. K. Nøland, and O. S. Burheim, “Potential and Limitations of Battery-Powered All-Electric Regional Flights -- A Norwegian Case Study,” Mar. 2022, doi: 10.36227/techrxiv.19382585.v1.
- [36] C. Pernet and A. T. Isikveren, “Conceptual design of hybrid-electric transport aircraft,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 79, pp. 114–135, Nov. 2015, doi: 10.1016/j.paerosci.2015.09.002.
- [37] B. J. Brelje and J. R. R. A. Martins, “Electric, hybrid, and turboelectric fixed-wing aircraft: A review of concepts, models, and design approaches,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 104, pp. 1–19, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.paerosci.2018.06.004.
- [38] M. Voskuil, J. van Bogaert, and A. G. Rao, “Analysis and design of hybrid electric regional turboprop aircraft,” *CEAS Aeronaut J*, vol. 9, no. 1, pp. 15–25, Mar. 2018, doi: 10.1007/s13272-017-0272-1.
- [39] A. Uranga *et al.*, “Preliminary Experimental Assessment of the Boundary Layer Ingestion Benefit for the D8 Aircraft,” in *52nd Aerospace Sciences Meeting*, American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2014-0906.
- [40] J. Welstead and J. L. Felder, “Conceptual Design of a Single-Aisle Turboelectric Commercial Transport with Fuselage Boundary Layer Ingestion,” in *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2016-1027.

- [41] R. Jansen, G. V. Brown, J. L. Felder, and K. P. Duffy, “Turboelectric Aircraft Drive Key Performance Parameters and Functional Requirements,” in *51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2015-3890.
- [42] J. Felder, H. Kim, and G. Brown, “Turboelectric Distributed Propulsion Engine Cycle Analysis for Hybrid-Wing-Body Aircraft,” in *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 0 vols., American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009. doi: 10.2514/6.2009-1132.
- [43] M. Armstrong, “Superconducting Turboelectric Distributed Aircraft Propulsion,” p. 34, 2015.
- [44] and F. Cells and H. 2 J. Undertaking, *Hydrogen-powered aviation : a fact-based study of hydrogen technology, economics, and climate impact by 2050*. Publications Office, 2020. doi: doi/10.2843/766989.
- [45] A. Kirubakaran, S. Jain, and R. K. Nema, “A review on fuel cell technologies and power electronic interface,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 13, no. 9, pp. 2430–2440, Dec. 2009, doi: 10.1016/j.rser.2009.04.004.
- [46] M. Schröder, F. Becker, J. Kallo, and C. Gentner, “Optimal operating conditions of PEM fuel cells in commercial aircraft,” *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 46, no. 66, pp. 33218–33240, Sep. 2021, doi: 10.1016/j.ijhydene.2021.07.099.
- [47] C. Hartmann, J. K. Nøland, R. Nilssen, and R. Møllerud, “Conceptual Design, Sizing and Performance Analysis of a Cryo-Electric Propulsion System for a Next-Generation Hydrogen-Powered Aircraft,” Dec. 2021, doi: 10.36227/techrxiv.17102792.v1.
- [48] “These pods could provide a blueprint for future hydrogen aircraft | Airbus,” Sep. 01, 2021. <https://www.airbus.com/en/newsroom/stories/2020-12-these-pods-could-provide-a-blueprint-for-future-hydrogen-aircraft> (accessed Mar. 16, 2022).
- [49] “Electric propulsion components with high power densities for aviation,” presented at the Transformative Vertical Flight Workshop, Mar. 08, 2015.
- [50] A. El-Refaie and M. Osama, “High specific power electrical machines: A system perspective,” *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 3, no. 1, pp. 88–93, Mar. 2019, doi: 10.30941/CESTEMS.2019.00012.
- [51] P. Lindh, I. Petrov, J. Pyrhönen, E. Scherman, M. Niemelä, and P. Immonen, “Direct Liquid Cooling Method Verified With a Permanent-Magnet Traction Motor in a Bus,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 4, pp. 4183–4191, Jul. 2019, doi: 10.1109/TIA.2019.2908801.
- [52] S. Ayat, “An Experiment-Informed Methodology for the Thermal Design of Permanent Magnet Electrical Machines,” University of Bristol, 2018.
- [53] D. Golovanov *et al.*, “4MW Class High Power Density Generator for Future Hybrid-Electric Aircraft,” *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, pp. 1–1, 2021, doi: 10.1109/TTE.2021.3068928.
- [54] L. Piscini, “Etude d’une machine haute fréquence et hautes performances pour une application aéronautique,” phdthesis, Université de Montpellier, 2020. Accessed: Nov. 15, 2021. [Online]. Available: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-03313295>
- [55] J. Pyrhonen, T. Jokinen, and V. Hrabovcova, *Design of Rotating Electrical Machines*. John Wiley & Sons, 2013.

- [56] R. Boukadoum, “Étude des décharges partielles et de leur transition à l’arc dans la connectique aéronautique du futur,” phdthesis, Université Paris Saclay (COMUE), 2018. Accessed: Oct. 30, 2020. [Online]. Available: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02463942>
- [57] J. W. Chapman, S. L. Schnulo, and M. P. Nitzsche, “Development of a Thermal Management System for Electrified Aircraft,” in *AIAA Scitech 2020 Forum*, American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2020-0545.
- [58] R. Chen and F. F. Wang, “SiC and GaN Devices With Cryogenic Cooling,” *IEEE Open Journal of Power Electronics*, vol. 2, pp. 315–326, 2021, doi: 10.1109/OJPEL.2021.3075061.
- [59] G. Brown, “Weights and Efficiencies of Electric Components of a Turboelectric Aircraft Propulsion System,” in *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 0 vols., American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011. doi: 10.2514/6.2011-225.
- [60] Y. Terao, W. Kong, H. Ohsaki, H. Oyori, and N. Morioka, “Electromagnetic Design of Superconducting Synchronous Motors for Electric Aircraft Propulsion,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 28, no. 4, pp. 1–5, Jun. 2018, doi: 10.1109/TASC.2018.2823503.
- [61] P. J. Masson, K. Ratelle, P. Delobel, A. Lipardi, and C. Lorin, “Development of a 3D Sizing Model for All-Superconducting Machines for Turbo-Electric Aircraft Propulsion,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 23, no. 3, pp. 3600805–3600805, Jun. 2013, doi: 10.1109/TASC.2013.2239471.
- [62] P. J. Masson *et al.*, “Superconducting Ducted Fan Design for Reduced Emissions Aeropropulsion,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 19, no. 3, pp. 1662–1668, Jun. 2009, doi: 10.1109/TASC.2009.2018156.
- [63] C. D. Manolopoulos, M. F. Iacchetti, A. C. Smith, K. Berger, M. Husband, and P. Miller, “Stator Design and Performance of Superconducting Motors for Aerospace Electric Propulsion Systems,” *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 28, no. 4, pp. 1–5, Jun. 2018, doi: 10.1109/TASC.2018.2814742.
- [64] K. Kovalev, J. Nekrasova, N. Ivanov, and S. Zhurzhev, “Design of All-Superconducting Electrical Motor for Full Electric Aircraft,” in *2019 International Conference on Electrotechnical Complexes and Systems (ICOECS)*, Oct. 2019, pp. 1–5. doi: 10.1109/ICOECS46375.2019.8949952.
- [65] M. Feddersen, K. S. Haran, and F. Berg, “AC Loss Analysis of MgB<sub>2</sub>-Based Fully Superconducting Machines,” *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, vol. 279, p. 012026, Dec. 2017, doi: 10.1088/1757-899X/279/1/012026.
- [66] M. Corduan, M. Boll, R. Bause, M. P. Oomen, M. Filipenko, and M. Noe, “Topology Comparison of Superconducting AC Machines for Hybrid Electric Aircraft,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 30, no. 2, pp. 1–10, Mar. 2020, doi: 10.1109/TASC.2019.2963396.
- [67] P. J. Masson, J. E. Pienkos, and C. A. Luongo, “Scaling Up of HTS Motor Based on Trapped Flux and Flux Concentration for Large Aircraft Propulsion,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, no. 2, pp. 1579–1582, Jun. 2007, doi: 10.1109/TASC.2007.898111.

- [68] P. J. Masson and C. A. Luongo, "High power density superconducting motor for all-electric aircraft propulsion," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 15, no. 2, pp. 2226–2229, Jun. 2005, doi: 10.1109/TASC.2005.849618.
- [69] P. J. Masson, M. Breschi, P. Tixador, and C. A. Luongo, "Design of HTS Axial Flux Motor for Aircraft Propulsion," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, no. 2, pp. 1533–1536, Jun. 2007, doi: 10.1109/TASC.2007.898120.
- [70] F. Weng, M. Zhang, T. Lan, Y. Wang, and W. Yuan, "Fully superconducting machine for electric aircraft propulsion: study of AC loss for HTS stator," *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 10, p. 104002, Aug. 2020, doi: 10.1088/1361-6668/ab9687.
- [71] T. Winkler, "The EcoSwing Project," *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, vol. 502, p. 012004, Apr. 2019, doi: 10.1088/1757-899X/502/1/012004.
- [72] Y. Wang, J. Sun, Z. Zou, Z. Wang, and K. T. Chau, "Design and Analysis of a HTS Flux-Switching Machine for Wind Energy Conversion," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 23, no. 3, pp. 5000904–5000904, Jun. 2013, doi: 10.1109/TASC.2013.2242113.
- [73] D. Torrey *et al.*, "Superconducting Synchronous Motors for Electric Ship Propulsion," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 30, no. 4, pp. 1–8, Jun. 2020, doi: 10.1109/TASC.2020.2980844.
- [74] G. Snitchler, B. Gamble, and S. S. Kalsi, "The performance of a 5 MW high temperature superconductor ship propulsion motor," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 15, no. 2, pp. 2206–2209, Jun. 2005, doi: 10.1109/TASC.2005.849613.
- [75] M. Filipenko *et al.*, "Concept design of a high power superconducting generator for future hybrid-electric aircraft," *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 5, p. 054002, Mar. 2020, doi: 10.1088/1361-6668/ab695a.
- [76] M. Corduan, "Design of superconducting AC machines for hybrid-electric aircraft," Karlsruhe Institut für Technologie (KIT), 2021. [Online]. Available: <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000129218>
- [77] M. Boll and L. Kühn, "10 MW HTS Generator für hybrid-elektrische Flugzeugantriebe," presented at the Ziehl VII Workshop, Berlin, Mar. 06, 2020.
- [78] H. J. M. ter Brake and G. F. M. Wiegerinck, "Low-power cryocooler survey," *Cryogenics*, vol. 42, no. 11, pp. 705–718, Nov. 2002, doi: 10.1016/S0011-2275(02)00143-1.
- [79] K. S. Haran *et al.*, "High power density superconducting rotating machines—development status and technology roadmap," *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 30, no. 12, p. 123002, Nov. 2017, doi: 10.1088/1361-6668/aa833e.
- [80] R. Radebaugh, "Cryocoolers for aircraft superconducting generators and motors," *AIP Conference Proceedings*, vol. 1434, no. 1, pp. 171–182, Jun. 2012, doi: 10.1063/1.4706918.
- [81] J. Palmer and E. Shehab, "Modelling of cryogenic cooling system design concepts for superconducting aircraft propulsion," *IET Electrical Systems in Transportation*, vol. 6, no. 3, pp. 170–178, 2016, doi: 10.1049/iet-est.2015.0020.
- [82] S. S. Kalsi, R. A. Badcock, J. G. Storey, K. A. Hamilton, and Z. Jiang, "Motors Employing REBCO CORC and MgB<sub>2</sub> Superconductors for AC Stator Windings," *IEEE*

- Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 31, no. 9, pp. 1–7, Dec. 2021, doi: 10.1109/TASC.2021.3113574.
- [83] M. Noe, “Superconducting Cable,” Sep. 17, 2017. [Online]. Available: [https://indico.cern.ch/event/626654/attachments/1523851/2381785/Superconducting\\_Cables\\_-\\_Dr.\\_Mathias\\_Noel.pdf](https://indico.cern.ch/event/626654/attachments/1523851/2381785/Superconducting_Cables_-_Dr._Mathias_Noel.pdf)
- [84] S. Schlachter, W. Golddacker, B. Holzapfel, A. Kudymow, and H. Wu, “Design Aspects for DC HTS Cables in Hybrid Electric Propulsion Systems for Aircraft,” presented at the CEC-ICMC, Madison, Wisconsin, USA, Jul. 11, 2017.
- [85] A. Elwakeel, Z. Feng, N. McNeill, M. Zhang, B. Williams, and W. Yuan, “Study of Power Devices for Use in Phase-Leg at Cryogenic Temperature,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 31, no. 5, pp. 1–5, Aug. 2021, doi: 10.1109/TASC.2021.3064544.
- [86] L. Graber *et al.*, “Cryogenic power electronics at megawatt-scale using a new type of press-pack IGBT,” *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, vol. 279, p. 012011, Dec. 2017, doi: 10.1088/1757-899X/279/1/012011.
- [87] M. Mehrbankhomartash *et al.*, “Static and Dynamic Characterization of 650 V GaN E-HEMTs in Room and Cryogenic Environments,” in *2021 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Oct. 2021, pp. 5289–5296. doi: 10.1109/ECCE47101.2021.9595593.
- [88] F. Weng, M. Zhang, A. Elwakeel, T. Lan, N. McNeill, and W. Yuan, “Transient Test and AC Loss Study of a Cryogenic Propulsion Unit for All Electric Aircraft,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 59628–59636, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3073071.
- [89] H. Gui *et al.*, “Review of Power Electronics Components at Cryogenic Temperatures,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 35, no. 5, pp. 5144–5156, May 2020, doi: 10.1109/TPEL.2019.2944781.
- [90] R. Chen, Z. Yang, and F. Wang, “Overcurrent and Short-circuit Capability Experimental Investigation for GaN HEMT at Cryogenic Temperature,” in *2021 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, Jun. 2021, pp. 382–388. doi: 10.1109/APEC42165.2021.9487188.
- [91] F. Wang *et al.*, “MW-Class Cryogenically-Cooled Inverter for Electric-Aircraft Applications,” in *2019 AIAA/IEEE Electric Aircraft Technologies Symposium (EATS)*, Aug. 2019, pp. 1–9. doi: 10.2514/6.2019-4473.
- [92] M. Boll *et al.*, “A holistic system approach for short range passenger aircraft with cryogenic propulsion system,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 4, p. 044014, Mar. 2020, doi: 10.1088/1361-6668/ab7779.
- [93] H. K. Onnes, “Investigations into the properties of substances at low temperatures, which have led, amongst other things, to the preparation of liquid helium,” *Nobel lecture*, vol. 4, pp. 306–336, 1913.
- [94] P. Mangin and R. Kahn, *Supraconductivité: introduction*. Les Ulis, France: EDP sciences, 2013.
- [95] K. Berger, “Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température,” These de doctorat, Nancy 1, 2006. Accessed: Mar. 23, 2022. [Online]. Available: <http://www.theses.fr/2006NAN10126>

- [96] P. Seidel, *Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications*. John Wiley & Sons, 2015.
- [97] P. Bruzzone *et al.*, “High temperature superconductors for fusion magnets,” *Nucl. Fusion*, vol. 58, no. 10, p. 103001, Aug. 2018, doi: 10.1088/1741-4326/aad835.
- [98] T. Nakashima *et al.*, “Overview of the recent performance of DI-BSCCO wire,” *Cryogenics*, vol. 52, no. 12, pp. 713–718, Dec. 2012, doi: 10.1016/j.cryogenics.2012.06.018.
- [99] “Products,” *CAN SUPERCONDUCTORS*. <https://www.can-superconductors.com/products.html> (accessed Mar. 23, 2022).
- [100] J. L. MacManus-Driscoll and S. C. Wimbush, “Processing and application of high-temperature superconducting coated conductors,” *Nat Rev Mater*, vol. 6, no. 7, Art. no. 7, Jul. 2021, doi: 10.1038/s41578-021-00290-3.
- [101] S. H. Moon and S. Co, “HTS Development and Industrialization at SuNAM,” presented at the 1st Workshop on Accelerator Magnets in HTS, May 21, 2014.
- [102] S. I. Yoo, N. Sakai, H. Takaichi, T. Higuchi, and M. Murakami, “Melt processing for obtaining NdBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>y</sub> superconductors with high T<sub>c</sub> and large J<sub>c</sub>,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 65, no. 5, pp. 633–635, Aug. 1994, doi: 10.1063/1.112254.
- [103] M. Daibo, “Recent progress of 2G HTS wires and coils at Fujikura,” presented at the Workshop on Advanced Superconducting Materials and Magnets (IAdvSCMws 2019), Tsukuba, Japan, Jan. 22, 2019.
- [104] M. Murakami, “Processing of bulk YBaCuO,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 5, no. 4, pp. 185–203, Apr. 1992, doi: 10.1088/0953-2048/5/4/001.
- [105] M. Murakami, N. Sakai, T. Higuchi, and S. I. Yoo, “Melt-processed light rare earth element - Ba - Cu - O,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 9, no. 12, pp. 1015–1032, Dec. 1996, doi: 10.1088/0953-2048/9/12/001.
- [106] D. A. Cardwell, Y. Shi, and D. K. Numburi, “Reliable single grain growth of (RE)BCO bulk superconductors with enhanced superconducting properties,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 2, p. 024004, Jan. 2020, doi: 10.1088/1361-6668/ab627d.
- [107] T. Hlášek *et al.*, “Cost-effective isothermal top-seeded melt-growth of single-domain YBCO superconducting ceramics,” *Solid State Sciences*, vol. 88, pp. 74–80, Feb. 2019, doi: 10.1016/j.solidstatesciences.2018.12.008.
- [108] M. S. Raju, “Infiltration growth processing of YBCO nano-composites: shape forming, microstructural and magnetic studies,” University of Hyberabad, 2012.
- [109] N. Sakai *et al.*, “Field trapping property of Gd–Ba–Cu–O bulk superconductor 140mm in diameter,” *Physica C: Superconductivity and its Applications*, vol. 445–448, pp. 339–342, Oct. 2006, doi: 10.1016/j.physc.2006.04.078.
- [110] J. Plechacek, “155 mm Ø GdBCO disk,” *CAN Superconductors*, Dec. 01, 2021. <https://www.can-superconductors.com/155-mm-o-gdbco-disk/> (accessed Jul. 18, 2022).
- [111] Y. Shi *et al.*, “Batch-processed GdBCO–Ag bulk superconductors fabricated using generic seeds with high trapped fields,” *Physica C: Superconductivity and its Applications*, vol. 470, no. 17, pp. 685–688, Sep. 2010, doi: 10.1016/j.physc.2010.06.013.

- [112] F. N. Werfel *et al.*, “Large-scale HTS bulks for magnetic application,” *Physica C: Superconductivity*, vol. 484, pp. 6–11, Jan. 2013, doi: 10.1016/j.physc.2012.03.007.
- [113] F. N. Werfel *et al.*, “Superconductor bearings, flywheels and transportation,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 25, no. 1, p. 014007, Dec. 2011, doi: 10.1088/0953-2048/25/1/014007.
- [114] O.-B. Hyun, “Brief review of the field test and application of a superconducting fault current limiter,” *Progress in Superconductivity and Cryogenics*, vol. 19, no. 4, pp. 1–11, 2017, doi: 10.9714/psac.2017.19.4.001.
- [115] P. Fazilleau, X. Chaud, F. Debray, T. Lécresse, and J.-B. Song, “38 mm diameter cold bore metal-as-insulation HTS insert reached 32.5 T in a background magnetic field generated by resistive magnet,” *Cryogenics*, vol. 106, p. 103053, Mar. 2020, doi: 10.1016/j.cryogenics.2020.103053.
- [116] M. Tomita and M. Murakami, “High-temperature superconductor bulk magnets that can trap magnetic fields of over 17 tesla at 29 K,” *Nature*, vol. 421, no. 6922, Art. no. 6922, Jan. 2003, doi: 10.1038/nature01350.
- [117] J. H. Durrell *et al.*, “A trapped field of 17.6 T in melt-processed, bulk Gd-Ba-Cu-O reinforced with shrink-fit steel,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 27, no. 8, p. 082001, Jun. 2014, doi: 10.1088/0953-2048/27/8/082001.
- [118] C.-E. Bruzek, “Advances of MgB<sub>2</sub> wires,” presented at the 13e journées de la cryogénie et de la supraconductivité d’aussois, Aussois, Oct. 2021.
- [119] M. Tropeano, “Colombus superconductors.” [Online]. Available: [https://indico.cern.ch/event/698917/contributions/2898651/attachments/1614048/2564362/1450\\_Columbus\\_Tropeano.pdf](https://indico.cern.ch/event/698917/contributions/2898651/attachments/1614048/2564362/1450_Columbus_Tropeano.pdf)
- [120] F. Wan, M. D. Sumption, M. A. Rindfleisch, M. J. Tomsic, and E. W. Collings, “Architecture and Transport Properties of Multifilamentary MgB<sub>2</sub> Strands for MRI and Low AC Loss Applications,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 27, no. 4, pp. 1–5, Jun. 2017, doi: 10.1109/TASC.2016.2632419.
- [121] M. Polák *et al.*, “AC losses and transverse resistivity in filamentary MgB<sub>2</sub> tape with Ti barriers,” *Physica C: Superconductivity*, vol. 471, no. 13, pp. 389–394, Jul. 2011, doi: 10.1016/j.physc.2011.04.004.
- [122] A. Yamamoto, A. Ishihara, M. Tomita, and K. Kishio, “Permanent magnet with MgB<sub>2</sub> bulk superconductor,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 105, no. 3, p. 032601, Jul. 2014, doi: 10.1063/1.4890724.
- [123] J. G. Noudem *et al.*, “Improvement of critical current density of MgB<sub>2</sub> bulk superconductor processed by Spark Plasma Sintering,” *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 103, no. 11, pp. 6169–6175, 2020, doi: <https://doi.org/10.1111/jace.17366>.
- [124] P. Badica *et al.*, “Reproducibility of small Ge<sub>2</sub>C<sub>6</sub>H<sub>10</sub>O<sub>7</sub>-added MgB<sub>2</sub> bulks fabricated by ex situ Spark Plasma Sintering used in compound bulk magnets with a trapped magnetic field above 5 T,” *Sci Rep*, vol. 10, no. 1, Art. no. 1, Jun. 2020, doi: 10.1038/s41598-020-67463-y.
- [125] T. Nakashima *et al.*, “Drastic Improvement in Mechanical Properties of DI-BSCCO Wire With Novel Lamination Material,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 25, no. 3, pp. 1–5, Jun. 2015, doi: 10.1109/TASC.2014.2385873.

- [126] S. C. Wimbush and N. M. Strickland, “A Public Database of High-Temperature Superconductor Critical Current Data,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 27, no. 4, pp. 1–5, Jun. 2017, doi: 10.1109/TASC.2016.2628700.
- [127] S. Wimbush and N. Strickland, “A high-temperature superconducting (HTS) wire critical current database,” Oct. 2019, doi: 10.6084/m9.figshare.c.2861821.v10.
- [128] M. W. Rupich *et al.*, “The Development of Second Generation HTS Wire at American Superconductor,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, no. 2, pp. 3379–3382, Jun. 2007, doi: 10.1109/TASC.2007.899076.
- [129] Y. B. Kim, C. F. Hempstead, and A. R. Strnad, “Critical Persistent Currents in Hard Superconductors,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 9, no. 7, pp. 306–309, Oct. 1962, doi: 10.1103/PhysRevLett.9.306.
- [130] P. W. Anderson, “Theory of Flux Creep in Hard Superconductors,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 9, no. 7, pp. 309–311, Oct. 1962, doi: 10.1103/PhysRevLett.9.309.
- [131] G. Hajiri, K. Berger, R. Dorget, J. Lévêque, and H. Caron, “Thermal and Electromagnetic Design of DC HTS Cables for the Future French Railway Network,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 31, no. 5, pp. 1–8, Aug. 2021, doi: 10.1109/TASC.2021.3059598.
- [132] G. Hajiri, K. Berger, R. Dorget, J. Lévêque, and H. Caron, “Design and modelling tools for DC HTS cables for the future railway network in France,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 35, no. 2, p. 024003, Jan. 2022, doi: 10.1088/1361-6668/ac43c7.
- [133] “EN IEC 61788-24.” International Electrotechnical Commission, 2018.
- [134] “EN IEC 61788-26.” International Electrotechnical Commission, 2020.
- [135] F. Grilli, E. Pardo, A. Stenvall, D. N. Nguyen, W. Yuan, and F. G  m  ry, “Computation of Losses in HTS Under the Action of Varying Magnetic Fields and Currents,” *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 24, no. 1, pp. 78–110, Feb. 2014, doi: 10.1109/TASC.2013.2259827.
- [136] M. N. Wilson, *Superconducting Magnets*. Clarendon Press, 1987.
- [137] T. Lecrevisse, “Contribution à l’étude des aimants supraconducteurs utilisant des matériaux supraconducteurs    haute température de transition,” phdthesis, Université de Grenoble, 2012. Accessed: Aug. 28, 2020. [Online]. Available: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00875176>
- [138] M. Breschi, L. Cavallucci, P. L. Ribani, A. V. Gavrilin, and H. W. Weijers, “Analysis of quench in the NHMFL REBCO prototype coils for the 32 T Magnet Project,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 29, no. 5, p. 055002, Mar. 2016, doi: 10.1088/0953-2048/29/5/055002.
- [139] B. Rozier, “Contribution to electromagnetic and thermal modelling of High Temperature Superconducting REBCO coils for protection purpose,” phdthesis, Université Grenoble Alpes, 2019. Accessed: Aug. 28, 2020. [Online]. Available: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02901468>
- [140] S. Hahn, D. K. Park, J. Bascunan, and Y. Iwasa, “HTS Pancake Coils Without Turn-to-Turn Insulation,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 21, no. 3, pp. 1592–1595, Jun. 2011, doi: 10.1109/TASC.2010.2093492.

- [141] X. Wang *et al.*, “Turn-to-turn contact characteristics for an equivalent circuit model of no-insulation REBCO pancake coil,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 26, no. 3, p. 035012, Jan. 2013, doi: 10.1088/0953-2048/26/3/035012.
- [142] T. Kurauchi and S. Noguchi, “Unbalanced radial current flow simulation of no-insulation REBCO pancake coils during normal state transition,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 10, p. 104003, Sep. 2020, doi: 10.1088/1361-6668/aba79e.
- [143] P. Fazilleau, B. Borgnic, X. Chaud, F. Debray, T. Lécresse, and J.-B. Song, “Metal-as-insulation sub-scale prototype tests under a high background magnetic field,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 31, no. 9, p. 095003, Jul. 2018, doi: 10.1088/1361-6668/aad225.
- [144] T. Lécresse and Y. Iwasa, “A (RE)BCO Pancake Winding With Metal-as-Insulation,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 26, no. 3, pp. 1–5, Apr. 2016, doi: 10.1109/TASC.2016.2522638.
- [145] T. Lécresse, A. Badel, T. Benkel, X. Chaud, P. Fazilleau, and P. Tixador, “Metal-as-insulation variant of no-insulation HTS winding technique: pancake tests under high background magnetic field and high current at 4.2 K,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 31, no. 5, p. 055008, Apr. 2018, doi: 10.1088/1361-6668/aab4ec.
- [146] C. P. Bean, “Magnetization of High-Field Superconductors,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 36, no. 1, pp. 31–39, Jan. 1964, doi: 10.1103/RevModPhys.36.31.
- [147] M. D. Ainslie and H. Fujishiro, “Modelling of bulk superconductor magnetization,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 28, no. 5, p. 053002, Mar. 2015, doi: 10.1088/0953-2048/28/5/053002.
- [148] D. Zhou *et al.*, “Reliable 4.8 T trapped magnetic fields in Gd–Ba–Cu–O bulk superconductors using pulsed field magnetization,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 34, no. 3, p. 034002, Jan. 2021, doi: 10.1088/1361-6668/abd45a.
- [149] D. -X. Chen and R. B. Goldfarb, “Kim model for magnetization of type-II superconductors,” *Journal of Applied Physics*, vol. 66, no. 6, pp. 2489–2500, Sep. 1989, doi: 10.1063/1.344261.
- [150] Q. Nouailhetas, “Synthesis, characterization and comparison of new bulks superconductors,” Thèse de Doctorat, Université de Lorraine, Nancy, 2022.
- [151] P. Vanderbenden, “Determination of critical current in bulk high temperature superconductors by magnetic flux profile measuring methods,” Université de Liège, 1999. Accessed: Apr. 13, 2022. [Online]. Available: <https://orbi.uliege.be/handle/2268/23009>
- [152] J. Kapek, “Modélisations 2D et 3D, conception et réalisation d’un inducteur pour aimanter un ensemble de pastilles supraconductrices,” These de doctorat, Université de Lorraine, 2021. Accessed: Oct. 19, 2021. [Online]. Available: <http://www.theses.fr/2021LORR0113>
- [153] H. Zhang, M. Zhang, and W. Yuan, “An efficient 3D finite element method model based on the  $T$ - $A$  formulation for superconducting coated conductors,” *Superconductor Science and Technology*, vol. 30, no. 2, p. 024005, Feb. 2017, doi: 10.1088/1361-6668/30/2/024005.
- [154] K. Berger, J. Leveque, D. Netter, B. Douine, and A. Rezzoug, “Influence of Temperature and/or Field Dependences of the  $E$ - $J$  Power Law on Trapped Magnetic

- Field in Bulk YBaCuO,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, no. 2, pp. 3028–3031, Jun. 2007, doi: 10.1109/TASC.2007.902095.
- [155] M. D. Ainslie *et al.*, “Modelling and comparison of trapped fields in (RE)BCO bulk superconductors for activation using pulsed field magnetization,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 27, no. 6, p. 065008, Apr. 2014, doi: 10.1088/0953-2048/27/6/065008.
- [156] M. D. Ainslie *et al.*, “Pulsed field magnetization of 0°–0° and 45°–45° bridge-seeded Y–Ba–Cu–O bulk superconductors,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 28, no. 12, p. 125002, Oct. 2015, doi: 10.1088/0953-2048/28/12/125002.
- [157] M. D. Ainslie *et al.*, “Numerical modelling of mechanical stresses in bulk superconductor magnets with and without mechanical reinforcement,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 32, no. 3, p. 034002, Mar. 2019, doi: 10.1088/1361-6668/aaf851.
- [158] K. Sivasubramaniam *et al.*, “Development of a High Speed HTS Generator for Airborne Applications,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 19, no. 3, pp. 1656–1661, Jun. 2009, doi: 10.1109/TASC.2009.2017758.
- [159] E. Richter and G. Brissey, “High speed homopolar inductor generator with straight winding construction,” US3737696A, Jun. 05, 1973 Accessed: Apr. 14, 2022. [Online]. Available: <https://patents.google.com/patent/US3737696A/en>
- [160] D. Dezhin, “Modeling of the future aircraft thrust system based on HTSC electrical equipment with LH2 cooling,” 15th European Conference on Applied Superconductivity, Sep. 2021.
- [161] “Advanced Superconducting Motor Experimental Demonstrator | ASuMED Project | Fact Sheet | H2020 | CORDIS | European Commission.” <https://cordis.europa.eu/project/id/723119/fr> (accessed Apr. 22, 2022).
- [162] F. Grilli *et al.*, “Superconducting motors for aircraft propulsion: the Advanced Superconducting Motor Experimental Demonstrator project,” *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 1590, p. 012051, Jul. 2020, doi: 10.1088/1742-6596/1590/1/012051.
- [163] “ASuMED\_D1.2\_system-topology-report.pdf,” Nov. 18, 2019. [http://www.asumed.oswald.de/images/pdf/ASuMED\\_D1.2\\_system-topology-report.pdf](http://www.asumed.oswald.de/images/pdf/ASuMED_D1.2_system-topology-report.pdf) (accessed Nov. 18, 2019).
- [164] L. Tomkow, V. Climente-Alarcon, N. Mineev, A. Smara, and B. A. Glowacki, “Frequency-dependent demagnetisation rate of a shielded HTS tape stack,” *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 1559, no. 1, p. 012056, Jun. 2020, doi: 10.1088/1742-6596/1559/1/012056.
- [165] A. Smara, T. Reis, V. Climente-Alarcon, and B. A. Glowacki, “Magnetization reduction by varying normal field in stacks of composite superconductors in an electrical motor,” *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 92, no. 2, Art. no. 2, Nov. 2020, doi: 10.1051/epjap/2020200034.
- [166] A. Smara *et al.*, “An experimental assessment of rotor superconducting stack demagnetization in a liquid nitrogen environment,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 32, no. 8, p. 085009, Jul. 2019, doi: 10.1088/1361-6668/ab20bf.
- [167] A. Dadhich, E. Pardo, and M. Kapolka, “Time constant of the transverse-field demagnetization of superconducting stacks of tapes,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 6, p. 065003, May 2020, doi: 10.1088/1361-6668/ab877b.

- [168] A. Dadhich and E. Pardo, “Modeling cross-field demagnetization of superconducting stacks and bulks for up to 100 tapes and 2 million cycles,” *Sci Rep*, vol. 10, no. 1, Art. no. 1, Nov. 2020, doi: 10.1038/s41598-020-76221-z.
- [169] A. Patel *et al.*, “A trapped field of 17.7 T in a stack of high temperature superconducting tape,” Sep. 2018, doi: 10.17863/CAM.27216.
- [170] M. Suyama, S. Pyon, Y. Iijima, S. Awaji, and T. Tamegai, “Trapping a magnetic field of 17.89 T in stacked coated conductors by suppression of flux jumps,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 35, no. 2, p. 02LT01, Jan. 2022, doi: 10.1088/1361-6668/ac4560.
- [171] V. Kalitka, “Test results of 500kW superconducting motor on Yak 40 flying laboratory,” presented at the Emissions Free Air Transport through Superconductivity Conference, Jun. 09, 2021.
- [172] “Hybrid Hydrogen & Electric Architecture (H2GEAR).” <https://gtr.ukri.org/projects?ref=52292> (accessed Oct. 12, 2022).
- [173] “GKN Aerospace leads development of ground-breaking hydrogen propulsion system for aircraft,” *GKN*. <https://www.gknaerospace.com/en/newsroom/news-releases/2021/gkn-aerospace-leads-development-of-ground-breaking-hydrogen-propulsion-system-for-aircraft2/> (accessed Oct. 12, 2022).
- [174] M. Hales, “Cryogenic Hydrogen Electric Power & Propulsion Making it Real,” presented at the EFATS 2022, Glasgow, Aug. 30, 2022.
- [175] D. Malkin, “Cryogenic Hyperconducting Networks and the Move to Superconducting,” presented at the EFATS 2022, Glasgow, Aug. 30, 2022.
- [176] L. Ybanez, “ASCEND – a first step towards cryogenic electric propulsion for aircraft?,” presented at the 15th European Conference on Applied Superconductivity, Sep. 2021.
- [177] L. Ybanez, A. Colle, and E. Nilsson, “ASCEND The first step towards cryogenic electric propulsion,” presented at the EFATS 2022, Glasgow, Aug. 30, 2022.
- [178] E. Nilsson *et al.*, “Superconducting distribution with fault current limiting performance of the 500 kW Advanced Superconducting and Cryogenic Experimental powertrain demonstrator,” presented at the EFATS 2022, Glasgow, Aug. 30, 2022.
- [179] A. Colle, R. Abdouh, and L. Ybanez, “Design of cryogenic electrical motor for aircraft application,” presented at the 15th European Conference on Applied Superconductivity, Sep. 2021.
- [180] A. Colle, R. Abdouh, and L. Ybanez, “Design of partial superconducting motor: Last brick of a superconducting and cryogenic powertrain,” presented at the EFATS 2022, Glasgow, Aug. 30, 2022.
- [181] P. Kshirsagar, “Superconducting Motor and Cryo-Cooled Inverter Engine: SOARING.”
- [182] “Superconductors: A path to sustainable flight.” <http://www.rtx.com/news/2022/04/13/superconductors-a-path-to-sustainable-flight> (accessed Nov. 07, 2022).
- [183] D. Li, R. Qu, and J. Li, “Topologies and analysis of flux-modulation machines,” in *2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Sep. 2015, pp. 2153–2160. doi: 10.1109/ECCE.2015.7309964.
- [184] X. Zhu, C. H. T. Lee, C. C. Chan, L. Xu, and W. Zhao, “Overview of Flux-Modulation Machines Based on Flux-Modulation Principle: Topology, Theory, and Development

- Prospects,” *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, vol. 6, no. 2, pp. 612–624, Jun. 2020, doi: 10.1109/TTE.2020.2981899.
- [185] K. Atallah, J. Rens, S. Mezani, and D. Howe, “A Novel ‘Pseudo’ Direct-Drive Brushless Permanent Magnet Machine,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 11, pp. 4349–4352, Nov. 2008, doi: 10.1109/TMAG.2008.2001509.
- [186] A. Smara, “Machine supraconductrice à plots saturés et flux radial,” Ecole Nationale Polytechnique, 2018. Accessed: Feb. 18, 2022. [Online]. Available: <https://www.ccdz.cerist.dz/admin/notice.php?id=00000000000000866834000610>
- [187] A. Smara, A. Rezzoug, J. Lévêque, and R. Ibtouen, “New Type of Oversaturated Superconducting Machine,” *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 61, pp. 15–27, 2017, doi: 10.2528/PIERM17060903.
- [188] G. Malé, “Étude d’une structure d’inducteur supraconducteur à modulation de champ magnétique,” thesis, Université de Lorraine, 2012. Accessed: Dec. 13, 2019. [Online]. Available: <http://www.theses.fr/2012LORR0133>
- [189] E. H. Ailam, D. Netter, J. Leveque, B. Douine, P. J. Masson, and A. Rezzoug, “Design and Testing of a Superconducting Rotating Machine,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, no. 1, pp. 27–33, Mar. 2007, doi: 10.1109/TASC.2006.887544.
- [190] R. Alhasan, “Étude et réalisation d’une nouvelle structure d’un moteur synchrone supraconducteur,” These de doctorat, Université de Lorraine, 2015. Accessed: Apr. 14, 2022. [Online]. Available: <https://www.theses.fr/2015LORR0009>
- [191] B. C. Douma *et al.*, “Design Development and Analysis of a Partially Superconducting Axial Flux Motor Using YBCO Bulks,” *Materials*, vol. 14, no. 15, Art. no. 15, Jan. 2021, doi: 10.3390/ma14154295.
- [192] A. Colle, “Étude d’une machine supraconductrice à flux axial pour une application aéronautique,” These de doctorat, Université de Lorraine, 2020. Accessed: Nov. 27, 2020. [Online]. Available: <http://www.theses.fr/2020LORR0036>
- [193] T. Trollier, J. Tanchon, Y. Icart, and A. Ravex, “High capacity 30 K remote helium cooling loop,” *AIP Conference Proceedings*, vol. 1573, no. 1, pp. 1461–1466, Jan. 2014, doi: 10.1063/1.4860879.
- [194] A. Colle, T. Lubin, S. Ayat, O. Gosselin, and J. Leveque, “Test of a Flux Modulation Superconducting Machine for Aircraft,” *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 1590, p. 012052, Jul. 2020, doi: 10.1088/1742-6596/1590/1/012052.
- [195] S. J. Farlow, *Partial differential equations for scientists and engineers*. New York: Dover Publications, 1993.
- [196] R. Hervé, *Équations aux dérivées partielles : introduction / H. Reinhard,...*, [Nouvelle édition]. Paris: Dunod, 1991.
- [197] V. P. Pikulin and S. I. Pohozaev, *Equations in mathematical physics : a practical course*. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser, 2001.
- [198] J. Wang, H. Lin, S. Fang, and Y. Huang, “A General Analytical Model of Permanent Magnet Eddy Current Couplings,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 1, pp. 1–9, Jan. 2014, doi: 10.1109/TMAG.2013.2279073.
- [199] J. R. Bumby, R. Martin, M. A. Mueller, E. Spooner, N. L. Brown, and B. J. Chalmers, “Electromagnetic design of axial-flux permanent magnet machines,” *IEE Proceedings*

- *Electric Power Applications*, vol. 151, no. 2, pp. 151–160, Mar. 2004, doi: 10.1049/ip-epa:20031063.
- [200] J.-Y. Choi, S.-H. Lee, K.-J. Ko, and S.-M. Jang, “Improved Analytical Model for Electromagnetic Analysis of Axial Flux Machines With Double-Sided Permanent Magnet Rotor and Coreless Stator Windings,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 10, pp. 2760–2763, Oct. 2011, doi: 10.1109/TMAG.2011.2151840.
- [201] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “Simple Analytical Expressions for the Force and Torque of Axial Magnetic Couplings,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 27, no. 2, pp. 536–546, Jun. 2012, doi: 10.1109/TEC.2012.2183372.
- [202] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, and J. Lévêque, “A New Analytical Torque Formula for Axial Field Permanent Magnets Coupling,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 30, no. 3, pp. 892–899, Sep. 2015, doi: 10.1109/TEC.2015.2424159.
- [203] B. Dolisy, “Étude d’un moteur supraconducteur à flux axial avec une transmission magnétique supraconductrice intégrée,” phdthesis, Université de Lorraine, 2015. Accessed: Jun. 11, 2020. [Online]. Available: <https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01751728>
- [204] T. Lubin and A. Rezzoug, “3-D Analytical Model for Axial-Flux Eddy-Current Couplings and Brakes Under Steady-State Conditions,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 10, pp. 1–12, Oct. 2015, doi: 10.1109/TMAG.2015.2455955.
- [205] O. De La Barriere, S. Hlioui, H. Ben Ahmed, M. Gabsi, and M. LoBue, “3-D Formal Resolution of Maxwell Equations for the Computation of the No-Load Flux in an Axial Flux Permanent-Magnet Synchronous Machine,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 1, pp. 128–136, Jan. 2012, doi: 10.1109/TMAG.2011.2167347.
- [206] Y. Huang, B. Ge, J. Dong, H. Lin, J. Zhu, and Y. Guo, “3-D Analytical Modeling of No-Load Magnetic Field of Ironless Axial Flux Permanent Magnet Machine,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 11, pp. 2929–2932, Nov. 2012, doi: 10.1109/TMAG.2012.2194699.
- [207] T. Lubin and A. Rezzoug, “Improved 3-D Analytical Model for Axial-Flux Eddy-Current Couplings With Curvature Effects,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 53, no. 9, pp. 1–9, Sep. 2017, doi: 10.1109/TMAG.2017.2714628.
- [208] J. T. Conway, “Inductance Calculations for Circular Coils of Rectangular Cross Section and Parallel Axes Using Bessel and Struve Functions,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 1, pp. 75–81, Jan. 2010, doi: 10.1109/TMAG.2009.2026574.
- [209] A. Colle, T. Lubin, S. Ayat, O. Gosselin, and J. Lévêque, “Analytical Model for the Magnetic Field Distribution in a Flux Modulation Superconducting Machine,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 55, no. 12, pp. 1–9, Dec. 2019, doi: 10.1109/TMAG.2019.2935696.
- [210] J. P. C. Smeets, T. T. Overboom, J. W. Jansen, and E. A. Lomonova, “Three-Dimensional Magnetic Field Modeling for Coupling Calculation Between Air-Cored Rectangular Coils,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 10, pp. 2935–2938, Oct. 2011, doi: 10.1109/TMAG.2011.2145365.
- [211] Y. Amara, P. Reghem, and G. Barakat, “Analytical Prediction of Eddy-Current Loss in Armature Windings of Permanent Magnet Brushless AC Machines,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 8, pp. 3481–3484, Aug. 2010, doi: 10.1109/TMAG.2010.2046885.

- [212] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “2-D Exact Analytical Model for Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors With Semi-Closed Slots,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 2, pp. 479–492, Feb. 2011, doi: 10.1109/TMAG.2010.2095874.
- [213] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “Two-Dimensional Analytical Calculation of Magnetic Field and Electromagnetic Torque for Surface-Inset Permanent-Magnet Motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 6, pp. 2080–2091, Jun. 2012, doi: 10.1109/TMAG.2011.2180918.
- [214] E. Devillers, J. L. Besnerais, T. Lubin, M. Hecquet, and J. Lecointe, “An Improved 2-D Subdomain Model of Squirrel-Cage Induction Machine Including Winding and Slotting Harmonics at Steady State,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 2, pp. 1–12, Feb. 2018, doi: 10.1109/TMAG.2017.2782222.
- [215] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “Analytic Calculation of Eddy Currents in the Slots of Electrical Machines: Application to Cage Rotor Induction Motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 11, pp. 4650–4659, Nov. 2011, doi: 10.1109/TMAG.2011.2157167.
- [216] A. Radun, “Analytical calculation of the switched reluctance motor’s unaligned inductance,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 35, no. 6, pp. 4473–4481, Nov. 1999, doi: 10.1109/20.809140.
- [217] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “Exact Analytical Method for Magnetic Field Computation in the Air Gap of Cylindrical Electrical Machines Considering Slotting Effects,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 4, pp. 1092–1099, Apr. 2010, doi: 10.1109/TMAG.2009.2036257.
- [218] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “Analytical Computation of the Magnetic Field Distribution in a Magnetic Gear,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 7, pp. 2611–2621, Jul. 2010, doi: 10.1109/TMAG.2010.2044187.
- [219] B. Dianati, H. Heydari, and S. A. Afsari, “Analytical Computation of Air-Gap Magnetic Field in a Viable Superconductive Magnetic Gear,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 26, no. 6, pp. 1–12, Sep. 2016, doi: 10.1109/TASC.2016.2544832.
- [220] T. Lubin, A. A. Vahaj, and A. Rahideh, “Design optimisation of an axial-flux reluctance magnetic coupling based on a two-dimensional semi-analytical model,” *IET Electric Power Applications*, vol. 14, no. 5, pp. 901–910, 2020, doi: <https://doi.org/10.1049/iet-epa.2019.0746>.
- [221] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “Development of a 2-D Analytical Model for the Electromagnetic Computation of Axial-Field Magnetic Gears,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 11, pp. 5507–5521, Nov. 2013, doi: 10.1109/TMAG.2013.2267746.
- [222] J. Azzouzi, G. Barakat, and B. Dakyo, “Quasi-3-D analytical modeling of the magnetic field of an axial flux permanent-magnet synchronous machine,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, no. 4, pp. 746–752, Dec. 2005, doi: 10.1109/TEC.2005.845538.
- [223] S. Kahourzade, A. Mahmoudi, E. Roshandel, and Z. Cao, “Optimal design of Axial-Flux Induction Motors based on an improved analytical model,” *Energy*, vol. 237, p. 121552, Dec. 2021, doi: 10.1016/j.energy.2021.121552.

- [224] B. K. Kushwaha, G. Rituraj, and P. Kumar, "A Subdomain Analytical Model of Coil System With Magnetic Shields of Finite Dimensions and Finite Permeability for Wireless Power Transfer Systems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 56, no. 12, pp. 1–11, Dec. 2020, doi: 10.1109/TMAG.2020.3028992.
- [225] Z. Luo, S. Nie, M. Pathmanathan, W. Han, and P. W. Lehn, "3-D Analytical Model of Bipolar Coils with Multiple Finite Magnetic Shields for Wireless Electric Vehicle Charging Systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, pp. 1–1, 2021, doi: 10.1109/TIE.2021.3109519.
- [226] Y. Amara and G. Barakat, "Analytical Modeling of Magnetic Field in Surface Mounted Permanent-Magnet Tubular Linear Machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 11, pp. 3870–3884, Nov. 2010, doi: 10.1109/TMAG.2010.2053850.
- [227] M. Elbaa, K. Berger, B. Douine, M. Halit, E. H. Ailam, and S. E. Bentriddi, "Analytical Modeling of an Inductor in a Magnetic Circuit for Pulsed Field Magnetization of HTS Bulks," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 28, no. 4, pp. 1–6, Jun. 2018, doi: 10.1109/TASC.2018.2809438.
- [228] K. J. Meessen, B. L. J. Gysen, J. J. H. Paulides, and E. A. Lomonova, "General Formulation of Fringing Fields in 3-D Cylindrical Structures Using Fourier Analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 8, pp. 2307–2323, Aug. 2012, doi: 10.1109/TMAG.2012.2192939.
- [229] R. Dorget *et al.*, "Review on the Use of Superconducting Bulks for Magnetic Screening in Electrical Machines for Aircraft Applications," *Materials*, vol. 14, no. 11, Art. no. 11, Jan. 2021, doi: 10.3390/ma14112847.
- [230] G. Malé, T. Lubin, S. Mezani, and J. Lévêque, "Analytical calculation of the flux density distribution in a superconducting reluctance machine with HTS bulks rotor," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 90, pp. 230–243, Apr. 2013, doi: 10.1016/j.matcom.2013.01.003.
- [231] Z. Djelloul-Khedda, K. Boughrara, F. Dubas, A. Kechroud, and B. Souleyman, "Semi-Analytical Magnetic Field Predicting in Many Structures of Permanent-Magnet Synchronous Machines Considering the Iron Permeability," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 7, pp. 1–21, Jul. 2018, doi: 10.1109/TMAG.2018.2824278.
- [232] R. L. J. Sprangers, J. J. H. Paulides, B. L. J. Gysen, and E. A. Lomonova, "Magnetic Saturation in Semi-Analytical Harmonic Modeling for Electric Machine Analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 2, pp. 1–10, Feb. 2016, doi: 10.1109/TMAG.2015.2480708.
- [233] H. S. Zhang, Z. X. Deng, M. L. Yang, Y. Zhang, J. Y. Tuo, and J. Xu, "Analytical Prediction of Halbach Array Permanent Magnet Machines Considering Finite Tooth Permeability," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 56, no. 6, pp. 1–10, Jun. 2020, doi: 10.1109/TMAG.2020.2982844.
- [234] Z. Djelloul-Khedda, K. Boughrara, F. Dubas, and R. Ibtouen, "Nonlinear Analytical Prediction of Magnetic Field and Electromagnetic Performances in Switched Reluctance Machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 53, no. 7, pp. 1–11, Jul. 2017, doi: 10.1109/TMAG.2017.2679686.
- [235] H. Zhao, C. Liu, Z. Song, and J. Yu, "Analytical Modeling and Comparison of Two Consequent-Pole Magnetic-Geared Machines for Hybrid Electric Vehicles," *Energies*, vol. 12, no. 10, Art. no. 10, Jan. 2019, doi: 10.3390/en12101888.

- [236] C. Liu, S. Zuo, S. Hu, S. Qu, and Z. Wu, “Quasi-3-D Nonlinear Analytical Modeling of Magnetic Field in Axial-Flux Switched Reluctance Motors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 58, no. 3, pp. 1–12, Mar. 2022, doi: 10.1109/TMAG.2021.3129272.
- [237] L. Li, “Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures,” *J. Opt. Soc. Am. A, JOSAA*, vol. 13, no. 9, pp. 1870–1876, Sep. 1996, doi: 10.1364/JOSAA.13.001870.
- [238] N. Bianchi and M. D. Pré, “Use of the star of slots in designing fractional-slot single-layer synchronous motors,” *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 153, no. 3, pp. 459–466, May 2006.
- [239] M. J. Kamper, R.-J. Wang, and F. G. Rossouw, “Analysis and Performance of Axial Flux Permanent-Magnet Machine With Air-Cored Nonoverlapping Concentrated Stator Windings,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 44, no. 5, pp. 1495–1504, Sep. 2008, doi: 10.1109/TIA.2008.2002183.
- [240] F. Tourkhani and P. Viarouge, “Accurate analytical model of winding losses in round Litz wire windings,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 1, pp. 538–543, Jan. 2001, doi: 10.1109/20.914375.
- [241] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Courier Corporation, 1965.
- [242] Rong-Jie Wang and M. J. Kamper, “Calculation of eddy current loss in axial field permanent-magnet machine with coreless stator,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 19, no. 3, pp. 532–538, Sep. 2004, doi: 10.1109/TEC.2004.832043.
- [243] X. Hu *et al.*, “Analyses of the plastic deformation of coated conductors deconstructed from ultra-high field test coils,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 9, p. 095012, Aug. 2020, doi: 10.1088/1361-6668/aba79d.
- [244] J. Witters and F. Herlach, “Analytical stress calculations for magnetic field coils with anisotropic modulus of elasticity,” *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 16, no. 3, p. 255, Mar. 1983, doi: 10.1088/0022-3727/16/3/008.
- [245] J. Ciceron, “Superconducting magnetic energy storage with second-generation high temperature superconductors,” phdthesis, Université Grenoble Alpes, 2019. Accessed: Aug. 21, 2020. [Online]. Available: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02336977>
- [246] B. Baudouy, G. Defresne, P. Duthil, and J.-P. Thermeau, “Propriétés des matériaux à basse température,” *Techniques de l’ingénieur Froid industriel*, no. be9811. Editions T.I., 2014. doi: 10.51257/a-v1-be9811.
- [247] “Litz Wire & Winding Wire | Cable & Litz Wire | OSCO.” <http://www.osco.uk.com/products/cable-litz-wire/litz-wire-winding-wire> (accessed Jul. 27, 2022).
- [248] S. Ayat, R. Dorget, R. Biaujaud, and J. Lévêque, “Thermal design of the armature region of a partially superconducting generator,” in *11th International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2022)*, Jun. 2022, vol. 2022, pp. 256–259. doi: 10.1049/icp.2022.1057.
- [249] V. Antal *et al.*, “Relationship between local microstructure and superconducting properties of commercial YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub> bulk,” *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 4, p. 044004, Feb. 2020, doi: 10.1088/1361-6668/ab714f.

- [250] “Hydraulic and Fluid Seals, Rod Seals - American High Performance Seals,” *AHP Seals*. <https://ahpseals.com/sb-series-high-performance-rotary-seals/> (accessed Sep. 22, 2022).
- [251] J. Ekin, *Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements: Cryostat Design, Material Properties and Superconductor Critical-Current Testing*. Oxford: Oxford University Press, 2006. doi: 10.1093/acprof:oso/9780198570547.001.0001.
- [252] B. Baudouy, G. Defresne, P. Duthil, and J.-P. Thermeau, “Transfert de chaleur à basse température,” *Techniques de l'ingénieur Froid industriel*, no. be9812, Jan. 2015, doi: 10.51257/a-v1-be9812.
- [253] R. Wrobel, S. Ayat, and J. L. Baker, “Analytical methods for estimating equivalent thermal conductivity in impregnated electrical windings formed using Litz wire,” in *2017 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, May 2017, pp. 1–8. doi: 10.1109/IEMDC.2017.8002003.
- [254] J. Hostaša, W. Pabst, and J. Matějček, “Thermal Conductivity of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–ZrO<sub>2</sub> Composite Ceramics,” *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 94, no. 12, pp. 4404–4409, 2011, doi: 10.1111/j.1551-2916.2011.04875.x.
- [255] Z. Qiu, M. Zhang, and A. Colle, “Analytical modelling of air cored partially HTS motor with permanent magnet rotor,” presented at the 8th International Workshop on Numerical Modelling of High Temperature Superconductors, Nancy, Jun. 16, 2022.
- [256] G. K. White, *Experimental techniques in low-temperature physics*. New York, NY; Oxford University Press, 1987. Accessed: Oct. 13, 2022. [Online]. Available: <https://www.osti.gov/biblio/5419400>
- [257] C. Gianese, “Propriétés des fluides cryogéniques,” *Techniques de l'ingénieur Froid industriel*, vol. base documentaire : TIP204WEB., no. be9810. Editions T.I., 2015. doi: 10.51257/a-v1-be9810.
- [258] “Hydrogen Properties | Hydrogen Tools.” <https://h2tools.org/hyarc/hydrogen-properties> (accessed Mar. 19, 2023).
- [259] “Introduction of Fujikura RE-based High-Temperature Superconductor,” presented at the Superconductor Business Development Division Fujikura Ltd., Sep. 2022. [Online]. Available: <https://www.fujikura.co.jp/eng/products/newbusiness/superconductors/01/superconductor.pdf>
- [260] “Technical Data and Manual for EMRAX Motors / Generators.” Aug. 2018.
- [261] “Collins Aerospace completes preliminary design of 1MW electric motor for Pratt & Whitney Canada’s Regional Hybrid-Electric Flight Demonstrator.” <http://www.collinsaerospace.com/news/news/2022/07/collins-complete-preliminary-design-of-1mw-electric-motor-for-pratt-whitney-canada> (accessed Nov. 24, 2022).
- [262] T. A. Coombs, “Superconducting flux pumps,” *Journal of Applied Physics*, vol. 125, no. 23, p. 230902, Jun. 2019, doi: 10.1063/1.5098384.



---

---

# **Annexes**

---

---

## A. Décomposition en série de Fourier de la perméabilité magnétique après implémentation du modèle de Bean

### A.1. Cas de la pénétration incomplète

Si la pénétration est incomplète ( $d_p < D/2$  et  $d_p < \alpha\tau/2$ ), la distribution de perméabilité magnétique dans le domaine I est représentée sur la Figure A.1. le long des axes x et y.

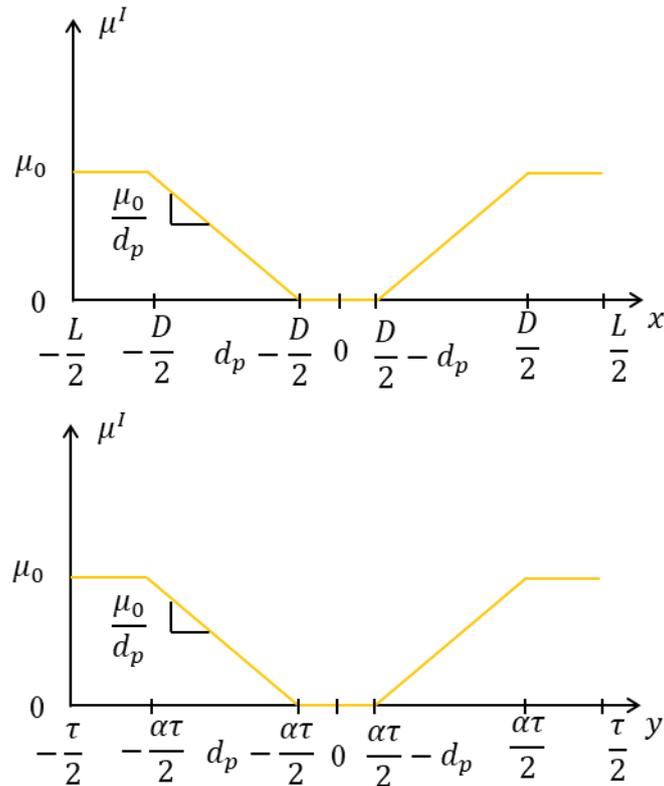


Figure A.1 Distribution de perméabilité magnétique pour la pénétration incomplète le long des axes x et y dans le domaine I.

Dans ce cas les coefficients  $\widehat{\mu^I}_{n,k}$  sont exprimés :

Pour  $n = k = 0$  :

$$\widehat{\mu^I}_{0,0} = \mu_0 \left( \left(1 - \frac{D}{L}\right) + \frac{D}{L}(1 - \alpha) + \frac{2d_p}{\tau L} \left( \frac{\alpha\tau}{2} + \frac{D}{2} - 2d_p \right) + \frac{3d_p^2}{\tau L} \right) + \mu_0 10^{-4} \quad (\text{A.1})$$

Pour  $n > 0$  et  $k = 0$  :

$$\widehat{\mu^I}_{n,0} = \widehat{\mu^I}_{-n,0} = \frac{\mu_0 L}{2\tau\pi^2 n^2} \left( \frac{\alpha\tau}{d_p} - 1 \right) \left( \cos\left(\pi n \frac{D}{L}\right) - \cos\left(\frac{\pi n (D - 2d_p)}{L}\right) \right) \quad (\text{A.2})$$

Pour  $n = 0$  et  $k > 0$  :

$$\widehat{\mu^I}_{0,k} = \widehat{\mu^I}_{0,-k} = \frac{\mu_0 \tau}{2L\pi^2 k^2} \left( \frac{D}{d_p} - 1 \right) \left( \cos(\pi k \alpha) - \cos\left(\frac{\pi k (\alpha\tau - 2d_p)}{\tau}\right) \right) \quad (\text{A.3})$$

Pour  $n > 0$  et  $k > 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{n,k}} = \widehat{\mu^I_{n,-k}} = \widehat{\mu^I_{-n,k}} = \widehat{\mu^I_{-n,-k}} = \frac{-\mu_0 \tau L}{4\pi^2 n^2 k^2 d_p^2} \times \left( \cos\left(\pi n \frac{D}{L}\right) - \cos\left(\pi n \frac{D-2d_p}{L}\right) \right) \left( \cos(\pi k \alpha) - \cos\left(\pi k \frac{\alpha\tau - 2d_p}{\tau}\right) \right) \quad (\text{A.4})$$

## A.2 Cas pénétration complète sur y uniquement

Si la pénétration est complète sur y uniquement ( $d_p < D/2$  et  $d_p > \alpha\tau/2$ ), la distribution de perméabilité magnétique dans le domaine I est représentée sur la Figure A.2 le long des axes x et y.

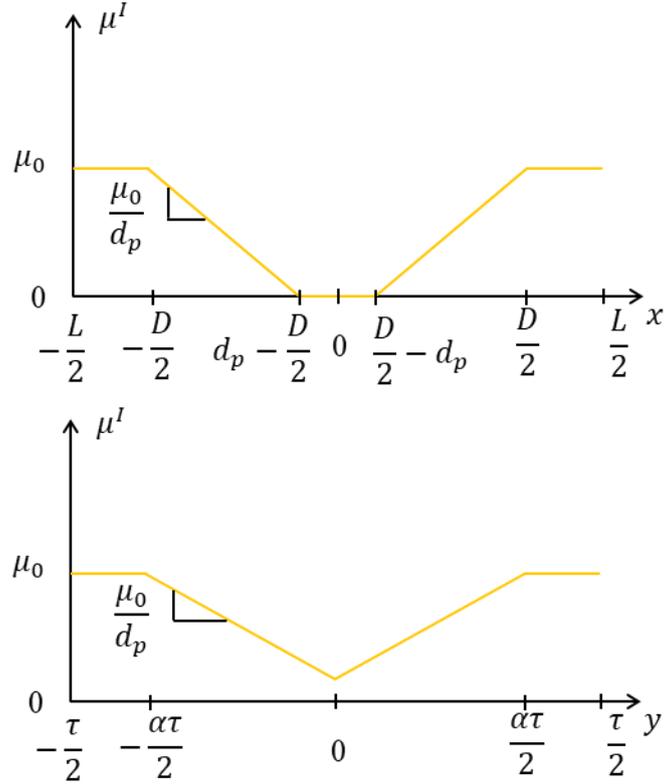


Figure A.2 Distribution de perméabilité magnétique pour la pénétration complète sur y uniquement le long des axes x et y dans le domaine I.

Dans ce cas les coefficients  $\widehat{\mu^I_{n,k}}$  sont exprimés :

Pour  $n = k = 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{0,0}} = \mu_0 \left( \left( 1 - \frac{D}{L} \right) + \frac{D}{L} (1 - \alpha) + \frac{\alpha}{4L} \left( (8d_p - \alpha\tau) - \frac{(\alpha\tau - 4d_p)(D - 2d_p)}{d_p} \right) \right) + \mu_0 10^{-4} \quad (\text{A.5})$$

Pour  $n > 0$  et  $k = 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{n,0}} = \widehat{\mu^I_{-n,0}} = \frac{\mu_0 \alpha^2 \tau L}{8\pi^2 n^2 d_p^2} \left( \cos\left(\pi n \frac{D}{L}\right) - \cos\left(\frac{\pi n(D - 2d_p)}{L}\right) \right) \quad (\text{A.6})$$

Pour  $n = 0$  et  $k > 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{0,k}} = \widehat{\mu^I_{0,-k}} = \frac{\mu_0 \tau}{2L\pi^2 k^2} \left( \frac{D}{d_p} - 1 \right) (\cos(\pi k \alpha) - 1) \quad (\text{A.7})$$

Pour  $n > 0$  et  $k > 0$  :

$$\begin{aligned} \widehat{\mu^I_{n,k}} = \widehat{\mu^I_{n,-k}} = \widehat{\mu^I_{-n,k}} = \widehat{\mu^I_{-n,-k}} = & \frac{-\mu_0 \tau L}{4\pi^4 n^2 k^2 d_p^2} \\ & \times (\cos(\pi k \alpha) - 1) \left( \cos\left(\pi n \frac{D}{L}\right) - \cos\left(\pi n \frac{D - 2d_p}{L}\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

### A.3 Cas pénétration complète sur x uniquement

Si la pénétration est complète sur x uniquement ( $d_p > D/2$  et  $d_p < \alpha\tau/2$ ), la distribution de perméabilité magnétique dans le domaine I est représentée sur la Figure A.3 le long des axes x et y.

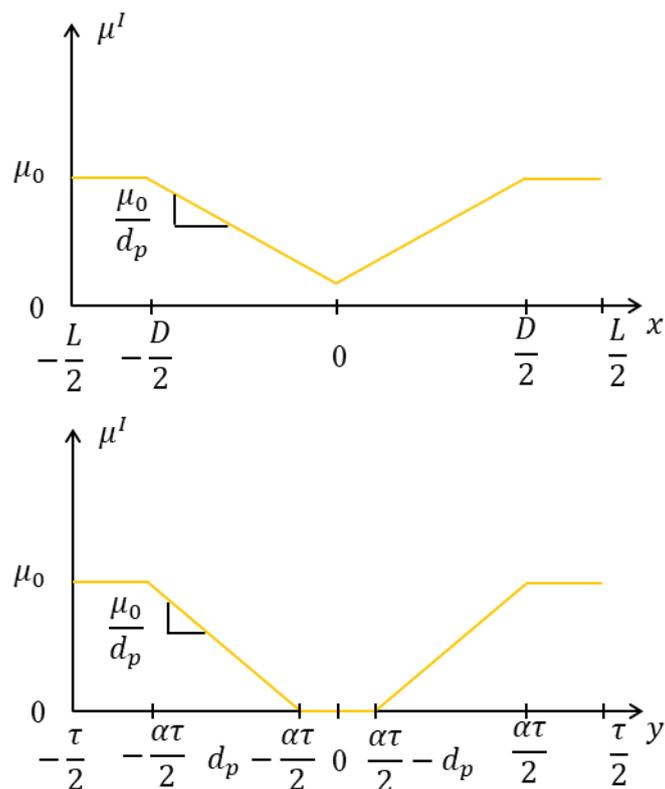


Figure A.3 Distribution de perméabilité magnétique pour la pénétration complète sur x uniquement le long des axes x et y dans le domaine I.

Dans ce cas les coefficients  $\widehat{\mu^I_{n,k}}$  sont exprimés :

Pour  $n = k = 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{0,0}} = \mu_0 \left( \left( 1 - \frac{D}{L} \right) + \frac{D}{L} (1 - \alpha) + \frac{D}{4L\tau} \left( (8d_p - D) - \frac{(D - 4d_p)(\alpha\tau - 2d_p)}{d_p} \right) \right) + \mu_0 10^{-4} \quad (\text{A.9})$$

Pour  $n > 0$  et  $k = 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{n,0}} = \widehat{\mu^I_{-n,0}} = \frac{\mu_0 L}{2\tau\pi^2 n^2} \left( \frac{\alpha\tau}{d_p} - 1 \right) \left( \cos\left(\pi n \frac{D}{L}\right) - 1 \right) \quad (\text{A.10})$$

Pour  $n = 0$  et  $k > 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{0,k}} = \widehat{\mu^I_{0,-k}} = \frac{\mu_0 D^2 \tau L}{8\pi^2 k^2 L^2 d_p^2} \left( \cos(\pi k \alpha) - \cos\left(\frac{\pi k (\alpha\tau - 2d_p)}{\tau}\right) \right) \quad (\text{A.11})$$

Pour  $n > 0$  et  $k > 0$  :

$$\begin{aligned} \widehat{\mu^I_{n,k}} = \widehat{\mu^I_{n,-k}} = \widehat{\mu^I_{-n,k}} = \widehat{\mu^I_{-n,-k}} &= \frac{-\mu_0 \tau L}{4\pi^4 n^2 k^2 d_p^2} \\ &\times \left( \cos\left(\pi n \frac{D}{L}\right) - 1 \right) \left( \cos(\pi k \alpha) - \cos\left(\frac{\pi k (\alpha\tau - 2d_p)}{\tau}\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

#### A.4 Cas pénétration complète

Si la pénétration est complète dans les deux directions ( $d_p > D/2$  et  $d_p > \alpha\tau/2$ ), la distribution de perméabilité magnétique dans le domaine I est représentée sur la Figure A.4 le long des axes  $x$  et  $y$ . Dans ce cas les coefficients  $\widehat{\mu^I_{n,k}}$  sont exprimés :

Pour  $n = k = 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{0,0}} = \mu_0 \left( \left( 1 - \frac{D}{L} \right) + \frac{D}{L} (1 - \alpha) + \frac{\alpha D}{L} - \frac{\alpha^2 \tau^2 D^2}{16\tau L d_p^2} \right) + \mu_0 10^{-4} \quad (\text{A.13})$$

Pour  $n > 0$  et  $k = 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{n,0}} = \widehat{\mu^I_{-n,0}} = \frac{\mu_0 \alpha^2 \tau L}{8d_p^2 \pi^2 n^2} \left( \cos\left(\pi n \frac{D}{L}\right) - 1 \right) \quad (\text{A.14})$$

Pour  $n = 0$  et  $k > 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{0,k}} = \widehat{\mu^I_{0,-k}} = \frac{\mu_0 D^2 \tau L}{8d_p^2 \pi^2 k^2 L^2} (\cos(\pi k \alpha) - 1) \quad (\text{A.15})$$

Pour  $n > 0$  et  $k > 0$  :

$$\widehat{\mu^I_{n,k}} = \widehat{\mu^I_{n,-k}} = \widehat{\mu^I_{-n,k}} = \widehat{\mu^I_{-n,-k}} = \frac{-\mu_0 \tau L}{4d_p^2 \pi^4 n^2 k^2} \left( \cos\left(\pi n \frac{D}{L}\right) - 1 \right) (\cos(\pi k \alpha) - 1) \quad (\text{A.16})$$

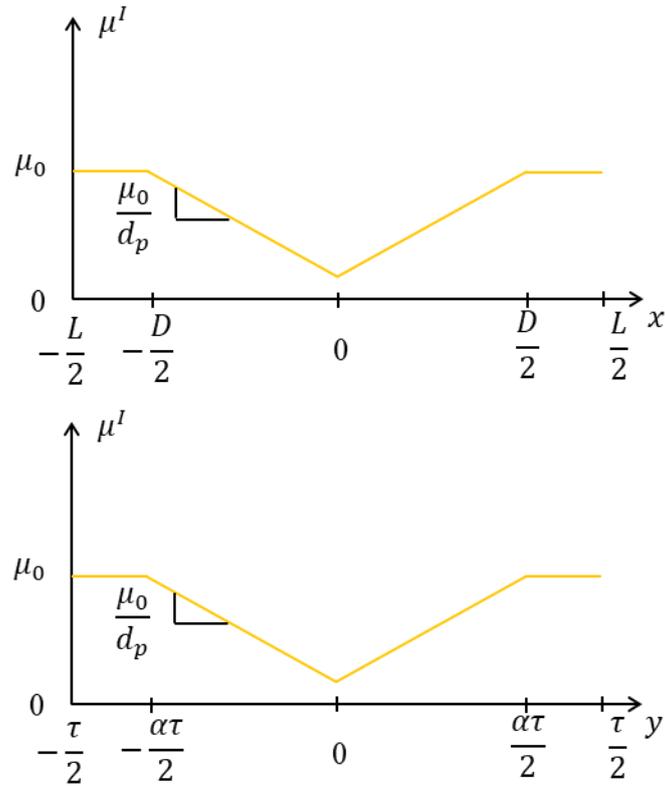


Figure A.4 Distribution de perméabilité magnétique pour la pénétration complète dans les deux directions le long des axes  $x$  et  $y$  dans le domaine  $I$ .

## B. Calcul analytique des contraintes mécaniques dans une bobine supraconductrice

On cherche la distribution des contraintes entre les points  $P_1$  ( $r = R_b, z = 0$ ) et  $P_2$  ( $r = R_b + W_b, z = 0$ ) de la bobine selon la Figure B.1. On suppose que les grandeurs ne varient que suivant  $r$ .

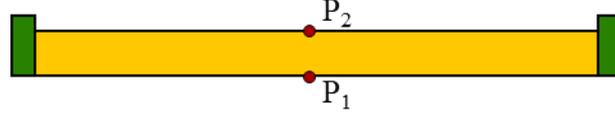


Figure B.1 Représentation des points  $P_1$  ( $r = R_b, z = 0$ ) et  $P_2$  ( $r = R_b + W_b, z = 0$ ) délimitant la ligne de coupe au milieu de la bobine sur laquelle les contraintes sont évaluées.

Entre ces points, le champ magnétique  $B(r)$  est supposé linéaire suivant  $r$  et s'exprime donc :

$$B(r) = \frac{B(R_b) - B(R_b + W_b)}{W_b} (R_b - r) + B(R_b) \quad (\text{B.1})$$

Le tenseur des contraintes est supposé ne comporter que les composantes suivant  $r$  et  $\sigma$  [244], ainsi l'équation de la statique à résoudre dans le milieu de la bobine pour une densité de courant  $J_{cb}$  est :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + J_{cb} B(r) = 0 \quad (\text{B.2})$$

Par ailleurs, en supposant la bobine isotrope avec son coefficient de poisson noté  $\nu$ , la loi de Hooke et la relation déplacement-déformation permettent d'écrire

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} = \frac{1}{\nu} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial r} + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}) \frac{(1 + \nu)}{r\nu} \quad (\text{B.3})$$

On peut donc, à partir de (B.2) et (B.3), écrire l'équation différentielle à résoudre pour trouver  $\sigma_{rr}$  :

$$r \frac{\partial^2 \sigma_{rr}}{\partial r^2} + 3 \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + (2 + \nu) J_{cb} B(r) + r J_{cb} \frac{\partial B(r)}{\partial r} = 0 \quad (\text{B.4})$$

En tenant compte de (B.1), la solution de (B.4) s'exprime par :

$$\sigma_{rr}(r) = \frac{M_\sigma r^2}{8} - \frac{K_\sigma r}{3} + \frac{\gamma_\sigma}{r^2} + \beta_\sigma \quad (\text{B.5})$$

Où  $M_\sigma$  et  $K_\sigma$  sont les coefficients de la solution particulière dépendant de la force de Laplace et s'expriment par :

$$M_\sigma = J_{cb} \frac{B(R_b) - B(R_b + W_b)}{W_b} (3 + \nu) \quad (\text{B.6})$$

$$K_\sigma = J_{cb} (2 + \nu) \left( B(R_b) + \frac{B(R_b) - B(R_b + W_b)}{W_b} R_b \right) \quad (\text{B.7})$$

Les coefficients  $\gamma_\sigma$  et  $\beta_\sigma$  sont ceux de la solution générale et se retrouvent à partir des conditions aux limites :

$$\sigma_{rr}(R_b) = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$\sigma_{rr}(R_b + W_b) = 0 \quad (\text{B.9})$$

Ainsi, les coefficients  $\gamma_\sigma$  et  $\beta_\sigma$  s'expriment par :

$$\gamma_\sigma = \left( \frac{M_\sigma}{8} (2R_b W_b + W_b^2) - K_\sigma \frac{W_b}{3} \right) \left( \frac{R_b^2 (R_b + W_b)^2}{2R_b W_b + W_b^2} \right) \quad (\text{B.10})$$

$$\beta_\sigma = \frac{K_\sigma R_b}{3} - \frac{M_\sigma R_b^2}{8} - \frac{\gamma_\sigma}{R_b^2} \quad (\text{B.11})$$

On retrouve enfin la contrainte ortho-radiale  $\sigma_{\theta\theta}$  correspondant à la contrainte principale ( $\sigma_{\theta\theta} \gg \sigma_{rr}$ ) par :

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = r \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \sigma_{rr} + r J_{cb} B(r) \quad (\text{B.12})$$

S'exprimant finalement en fonction des constantes  $M_\sigma$ ,  $K_\sigma$ ,  $\gamma_\sigma^I$  et  $\beta_\sigma^I$  :

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{3M_\sigma r^2}{8} - \frac{2K_\sigma r}{3} - \frac{\gamma_\sigma}{r^2} + \beta_\sigma + r J_{bt} B(r) \quad (\text{B.13})$$

## C. Calcul de la conductivité thermique équivalente dans la direction transverse du fil de Litz

On cherche à déterminer la résistivité transverse équivalente  $k_i$  d'une tresse de fil de Litz. Comme le montre la Figure C.1, la chaleur peut traverser le fil dans la direction transverse (direction de la largeur  $L_i$ ) à travers deux voies différentes. La première voie, correspondant par le flux de chaleur  $\varphi_{\perp}$  passant entre chaque brin au travers des multiples couches de conducteur et d'isolant. La conductivité équivalente à ce flux, notée  $k_{\perp}$  est donnée dans [253] :

$$k_{\perp} = k_{iso} \frac{(1 + K_{cu})k_{con} + (1 - K_{cu})k_{iso}}{(1 - K_{cu})k_{con} + (1 + K_{cu})k_{iso}} \quad (C.1)$$

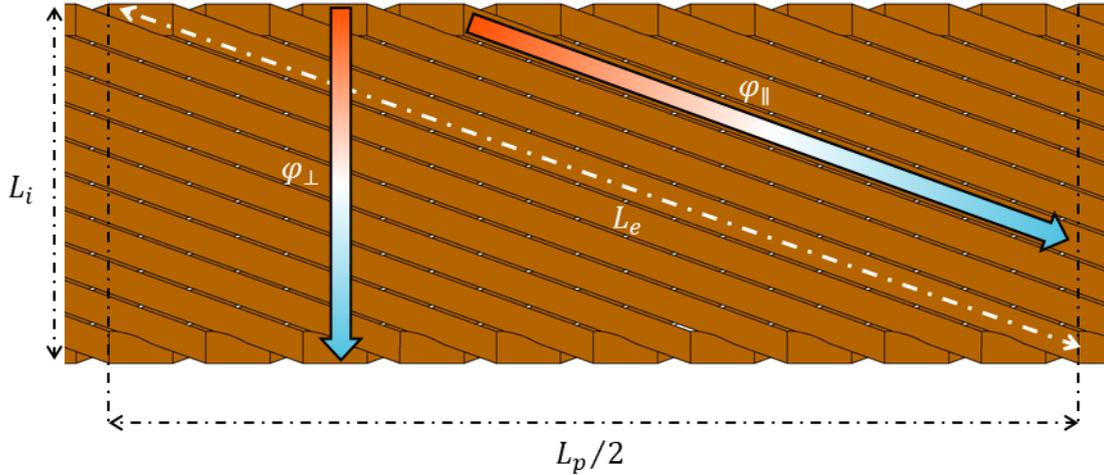


Figure C.1 Représentation des deux voies par lesquelles la chaleur peut traverser le fil dans la direction transverse (direction de  $L_i$ ). Une première en passant directement au travers les isolants avec un flux  $\varphi_{\perp}$  et une seconde suivant la longueur des brins avec un flux  $\varphi_{\parallel}$ .

La seconde voie est celle du flux  $\varphi_{\parallel}$  qui passe d'un côté à l'autre de la tresse en passant par la longueur des brins à la faveur de leur tressage. Nous allons chercher dans cette annexe à trouver une expression d'une conductivité équivalente  $k_{\parallel}$  dans la direction transverse correspondant au flux  $\varphi_{\parallel}$ . Cette conductivité sera à placer en parallèle de  $k_{\perp}$  afin de calculer la conductivité thermique transverse globale de la tresse  $k_i$  :

$$k_i = k_{\perp} + k_{\parallel} \quad (C.2)$$

Pour déterminer  $k_{\parallel}$ , nous allons travailler sur un demi pas de tressage  $L_p/2$  sur lequel  $k_{\parallel}$  sera identifiée avec la résistance thermique  $R_{\parallel}$  au travers de la relation suivante :

$$R_{\parallel} = \frac{L_i}{E_{tresse} \frac{L_p}{2} k_{\parallel}} \quad (C.3)$$

Où  $E_{tresse}$  est l'épaisseur de la tresse dans la direction de la profondeur du plan de la Figure C.1.

Sur un demi pas de tressage, tous les brins composants la tresse passent une fois exactement sur chaque extrémité latérale (des deux côtés de  $L_i$ ). Ainsi, comme le montre la Figure C.2 (a), le flux de chaleur  $\varphi_{\parallel}$  doit traverser les deux couches d'isolant latérales et les brins dans leur longueur utile  $L_e$  qui s'exprime :

$$L_e = \sqrt{\left(\frac{L_p}{2}\right)^2 + L_i^2} \quad (C.4)$$

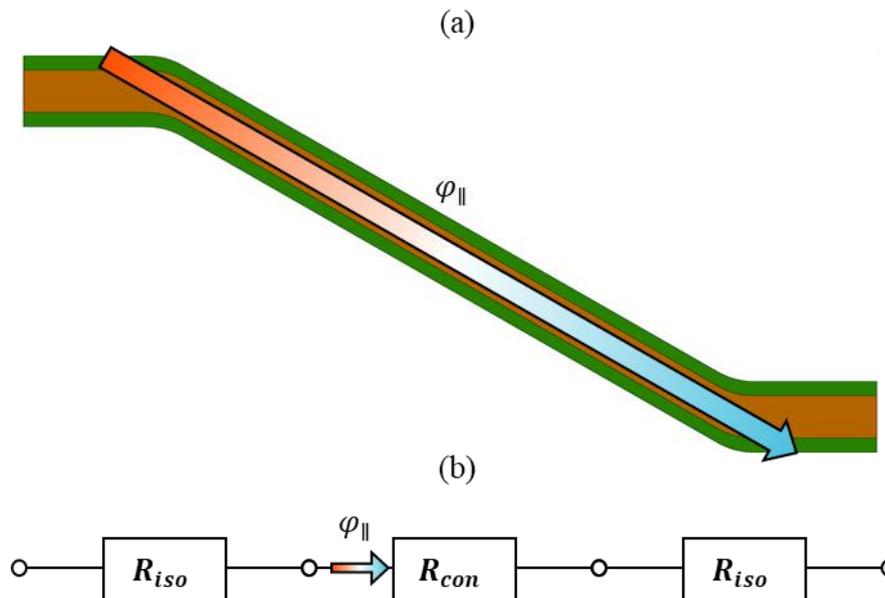


Figure C.2 (a) Représentation du trajet du flux de chaleur  $\varphi_{\parallel}$  passant au travers du brin et par deux couches d'isolant. (b) Représentation du circuit de resistances thermiques correspondant.

La Figure C.2 (b) représente le circuit résistances thermiques correspondantes qu'il s'agit de calculer pour déterminer  $R_{\parallel}$  :

$$R_{\parallel} = 2R_{iso} + R_{con} \quad (C.5)$$

Avec  $R_{con}$  qui correspond à la résistance thermique que traverse  $\varphi_{\parallel}$  dans le conducteur que l'on calcule par :

$$R_{con} = \frac{L_e}{L_i E_{tresse} K_{cu} k_{con}} \quad (C.6)$$

Avec  $K_{cu}$  le coefficient de remplissage et  $k_{con}$  la conductivité thermique du conducteur électrique. La section de passage considérée ici est donc celle de tous les brins de la tresse confondus puisque comme mentionné précédemment, ils passent tous d'une extrémité à l'autre de la tresse une fois exactement sur un demi pas.

La résistance  $R_{iso}$  correspond quant à elle à la traversée d'une couche d'isolant et s'exprime par :

$$R_{iso} = \frac{E_{iso}}{L_i E_{tresse} k_{iso}} \quad (C.7)$$

Où  $E_{iso}$  est l'épaisseur de la couche isolante. L'expression (C.7) ne tient plus compte de  $K_{cu}$  car on suppose que toute la surface latérale de la tresse est recouverte d'isolant.

Finalement, les expressions (C.5),(C.6) et (C.7) permettent de déterminer  $R_{\parallel}$ . La conductivité équivalente  $k_{\parallel}$  est déterminée à partir de la définition (C.3) :

$$k_{\parallel} = \frac{2L_i^2}{L_p \left( \frac{L_e}{K_{cu}k_{con}} + \frac{2E_{iso}}{k_{iso}} \right)} \quad (C.8)$$

Cette expression permet donc de « projeter » le flux de chaleur traversant les brins dans leur longueur sur la direction transverse à la tresse (direction de  $L_i$ ).