



HAL
open science

Modélisation et caractérisation des structures métal / polymère / métal : vers une conception des poutres sandwichs viscoélastiques à coeur périodique pour le contrôle passif des vibrations

Thomas Huchard

► **To cite this version:**

Thomas Huchard. Modélisation et caractérisation des structures métal / polymère / métal : vers une conception des poutres sandwichs viscoélastiques à coeur périodique pour le contrôle passif des vibrations. Science des matériaux [cond-mat.mtrl-sci]. Université de Lorraine, 2023. Français. NNT : 2023LORR0034 . tel-04338982

HAL Id: tel-04338982

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-04338982v1>

Submitted on 12 Dec 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**UNIVERSITÉ
DE LORRAINE**

**BIBLIOTHÈQUES
UNIVERSITAIRES**

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact bibliothèque : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr
(Cette adresse ne permet pas de contacter les auteurs)

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

Thèse

Présentée et soutenue publiquement pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LORRAINE

Spécialité : Science des matériaux

Laboratoires :

Laboratoire d'Étude des Microstructures et Mécanique des Matériaux (LEM3)

Institut Jean Lamour (IJL)

par **Thomas HUCHARD**

**Modélisation et caractérisation des structures métal /
polymère / métal : vers une conception des poutres sandwichs
viscoélastiques à cœur périodique pour le contrôle passif des
vibrations**

Date de soutenance publique : 25 avril 2023

Membres du jury :

Président de jury :	M. Nouredine BOUHADDI	Professeur, Université de Franche-Comté
Rapporteurs :	M. Loïc DARIDON	Professeur, Université de Montpellier
	M. Salim BELOUETTAR	Professeur, Luxembourg Institute of Science and Technology
Examineurs :	Mme. Laetitia DUIGOU	MCF, Université de Bretagne Sud
	M. Jean-François DEU	Professeur, Conservatoire Nationale des Arts et Métiers
	Mme. Sandrine HOPPE	Chargée de recherche, Université de Lorraine
Directeur(s) de thèse :	M. El Mostafa DAYA	Professeur, Université de Lorraine
	M. Marc PONÇOT	MCF, Université de Lorraine
	M. Guillaume ROBIN	Ingénieur de recherche, Université de Lorraine
Membres invités :	M. Hakim BOUDAOU	Professeur, Université de Lorraine

Remerciements

Je tiens à remercier chaleureusement mes encadrants de thèse qui m'ont supporté pendant ces 3 ans (et demi). Merci à El Mostafa Daya pour m'avoir fait découvrir le monde merveilleux de la modélisation numérique des vibrations des poutres sandwichs. Merci à Marc Ponçot pour ces 6 années (c'est long !) passées avec lui dans le monde des polymères, en partant de l'école d'ingénieur en passant par le stage de fin d'études et pour finir en thèse. Merci à Guillaume Robin pour toutes ces heures passées avec moi sur la plateforme de vibrations, pour ses nombreux conseils avisés ainsi que son support moral récurrent.

Mes remerciements vont également au jury qui a accepté de lire et jugé mes travaux de thèse, ce qui a mené à des échanges très enrichissants.

Je remercie également tous les gens qui ont collaborés de près ou de loin à mes travaux de thèse, qu'ils soient issus du LEM3 pour tout ce qui est calcul numérique et traitement des tôles, de l'IJL pour la partie caractérisation ou bien du LRGP pour la partie élaboration. La pluridisciplinarité de cette thèse n'aurait pas été possible sans les compétences diverses des gens qui m'ont entouré.

Merci aux doctorants du département SI2M de l'Institut Jean Lamour pour avoir été de bons compagnons pendant cette thèse, ce qui a permis de rendre beaucoup plus agréable les pauses midi et les pauses café que pendant la crise du Covid. Je tiens à remercier également Mathias, Gabriel et Adèle pour avoir animé de nombreuses soirées du jeudi avec un jeu très (trop ?) long.

Merci au club de rugby du COS Villers-lès-Nancy pour ces 4 saisons passées là-bas. Je garderai des souvenirs à vie des moments passés là-bas. Je dois beaucoup à ce club, donc un grand merci aux joueurs, aux entraîneurs et également aux bénévoles du club.

Un grand merci à mes amis qui, malgré la distance ont souvent été là pour moi. Merci à mes amis de toujours : la Dream Team, qui ont été et seront toujours là dans ma vie. Merci aux amis de l'École des Mines : les Astos ainsi que les autres, pour ces nombreux weekends qui ont permis de se déconnecter et passer de super moments.

Je tiens à remercier tout particulièrement 2 personnes qui ont joué un rôle capital dans ma vie pendant ces années de thèse. La première est mon colocataire et ami Sylvain, qui m'a accompagné dans la souffrance et la folie engendrées par ces années de thèse. Sans lui, je n'aurais jamais pu traverser tant de moments difficiles. La seconde est ma copine Elaura qui, en plus de soutien quotidien indéfectible, a bravé les conditions climatiques du Canada pour venir assister à ma soutenance. Merci pour tout et j'ai hâte de la rejoindre pour une nouvelle page (québécoise) de ma vie.

Enfin, je remercie également toute ma famille qui m'a soutenue pendant ces années de thèse mais aussi avant ces années-là et je suis certain qu'ils m'apporteront leur soutien dans le futur. Une chose est certaine : je leur dois tout et j'espère les rendre fiers. J'ai également une forte pensée pour ma grand-mère décédée récemment qui, j'en suis sûr, aurait adoré me voir soutenir mon doctorat.

Résumé

Depuis plusieurs années, les matériaux viscoélastiques (Polymères) sont très utilisés dans plusieurs domaines comme le transport et le Génie Civil pour leurs propriétés amortissantes du bruit et des vibrations. Pour maximiser ces propriétés, ils sont souvent utilisés sous forme de couche intercalée entre deux couches élastiques. Ainsi, le mécanisme d'amortissement est dû au fort cisaillement que subit la couche centrale. Cependant, ce type d'amortissement dit passif n'est pas très efficace en basses fréquences.

L'objectif principal de cette étude est la mise en place d'outils robustes pour la conception et la caractérisation des structures multicouches métal / polymère / métal pour l'amortissement du bruit et des vibrations. Pour cela, deux actions ont été menées ; la première concerne l'élaboration et la caractérisation de matériaux polymères à haute performance tandis que la deuxième est consacrée aux développements de modèles de structures sandwich à forme périodique.

Insérer une périodicité dans la structure d'une poutre sandwich en alternant deux matériaux viscoélastiques ayant des propriétés mécaniques différentes permet le regroupement des fréquences de résonance par paquets créant ainsi des plages de fréquence à fort amortissement où l'on n'observe aucune résonance.

Ces dernières, appelées « Band Gaps », sont étudiées grâce à une modélisation numérique par éléments finis sur Matlab. Cette approche est basée sur des principes de résolution dans le domaine fréquentiel et de résolution de vibrations libres qui permettent d'extraire, pour chaque mode propre, la fréquence de résonance et le facteur de perte associé mesurant l'amortissement. Une comparaison avec des résultats issus de la littérature ont permis de valider ce modèle périodique.

Des études paramétriques ont été menées afin d'étudier l'impact des variations des propriétés géométriques et celles des matériaux viscoélastiques sur la taille et la position de ces Band Gaps.

Des prototypes expérimentaux de sandwichs viscoélastiques périodiques ont été développés avec comme matériaux de cœur, des mélanges d'iPP avec de l'iPP-*g*-MAH, qui a pour but d'adhérer aux faces métalliques, ainsi que les élastomères à base d'EPDM et de SEBS-*g*-MAH. La raison de la présence d'élastomères est due à la nécessité d'avoir deux matériaux viscoélastiques ayant de modules élastiques différents pour obtenir des propriétés filtrantes.

Afin de déterminer les propriétés de ces mélanges de polymères, une caractérisation mécanique et microstructurale a été effectuée. Des contrôles de qualité des échantillons des poutres sandwichs élaborés a été réaliser ainsi que de essais de pelages pour quantifier la qualité de l'adhésion des différents polymères aux faces en aluminium.

Les paramètres des poutres sandwichs ont été choisis selon les études paramétriques afin de tendre vers une conception optimale de la structure sandwich viscoélastique pour

l'allégement et l'amortissement du bruit et des vibrations. Les prototypes de poutres sandwichs périodiques ont ensuite été testés sur un pot vibrant où l'amplitude des vibrations qui traverse la poutre sandwich est mesurée avec un vibromètre laser afin de déterminer expérimentalement les propriétés amortissantes du sandwich et notamment les Band Gaps associés. Les résultats obtenus concordent avec ceux obtenus par modélisation numérique. Il a été également observé que les Band Gaps s'élargissent lorsque le nombre de répétition du motif périodique augmentait à géométrie totale fixée, mais que ces Band Gaps se déplaçaient vers les hautes fréquences.

De plus, une étude expérimentale en température a permis de mettre en évidence la disparition des propriétés filtrantes de la structure sandwich périodique lorsque la température atteint la température de transition vitreuse de l'élastomère.

Abstract

For many years, viscoelastic materials (polymers) have been widely used in many fields such as transport and civil engineering for their noise and vibration damping properties. To maximise these properties, they are often used as an interlayer between two elastic layers. Thus, the damping mechanism is due to the high shear of the middle layer. However, this type of so-called passive damping is not very effective at low frequencies.

The main objective of this study is to set up robust tools for the design and characterisation of metal/polymer/metal multilayer structures for noise and vibration damping. To this end, two actions have been carried out; the first concerns the elaboration and characterisation of high-performance polymeric materials, while the second is devoted to the development of models of periodically shaped sandwich structures.

Inserting a periodicity in the structure of a sandwich beam by alternating two viscoelastic materials with different mechanical properties allows the grouping of resonance frequencies by packets, thus creating highly damped frequency ranges where no resonance is observed.

The latter, called "Band Gaps", are studied using finite element modelling in Matlab. This approach is based on the principles of frequency domain resolution and free vibration resolution which allow the extraction of the resonance frequency and the associated loss factor measuring the damping for each eigenmode. A comparison with results from the literature allowed the periodic model to be validated.

Parametric studies were carried out to investigate the impact of variations in geometric and viscoelastic material properties on the size and position of these Band Gaps.

Experimental prototypes of periodic viscoelastic sandwiches have been developed with iPP blends with iPP-*g*-MAH, which is intended to adhere to the metal faces, as well as EPDM and SEBS-*g*-MAH based elastomers as core materials. The reason for the presence of elastomers is due to the need to have two viscoelastic materials with different elastic moduli to obtain filtering properties.

In order to determine the properties of these polymer blends, mechanical and microstructural characterisation was carried out. Quality control of the samples of the developed sandwich beams was carried out as well as peel tests to quantify the adhesion quality of the different polymers to the aluminium faces.

The parameters of the sandwich beams were chosen according to the parametric studies in order to strive for an optimal design of the viscoelastic sandwich structure for lightweighting and noise and vibration damping. The prototype periodic sandwich beams were then tested on a vibration pot where the amplitude of the vibrations passing through the sandwich beam is measured with a laser vibrometer in order to experimentally determine the damping properties of the sandwich and in particular the associated Band Gaps. The results obtained are in agreement with those obtained by numerical modelling. It was also observed that the

Band Gaps widen as the number of repetitions of the periodic pattern increases at a fixed total geometry, but that these Band Gaps shift towards the high frequencies.

In addition, an experimental temperature study showed that the filtering properties of the periodic sandwich structure disappeared when the temperature reached the glass transition temperature of the elastomer.

Sommaire

Résumé.....	3
Abstract	7
Sommaire	9
Table des figures.....	13
Liste des tableaux.....	18
Introduction générale.....	20
Chapitre I : Revue bibliographique	24
I.1) Introduction	25
I.2) Matériaux polymères et viscoélasticité.....	25
I.2.1) Polymères thermoplastiques et élastomères	25
I.2.1.1) Le polypropylène isotactique (iPP).....	26
I.2.1.2) L'éthylène-propylène-diène monomère (EPDM).....	28
I.2.2) Fonctionnalisation et adhésion	29
I.2.2.1) Le polypropylène isotactique greffé anhydride maléique (iPP- <i>g</i> -MAH)	29
I.2.2.2) Le polystyrène-éthylène-butylène-styrène greffé anhydride maléique (SEBS- <i>g</i> -MAH)	32
I.2.2.3) Adhésion entre les matériaux polymères et métalliques	33
I.2.3) Description de la viscoélasticité	34
I.2.4) Notions d'amortissement.....	37
I.2.5) Modèles rhéologiques usuels.....	39
I.3) Modélisation des vibrations pour les structures sandwichs viscoélastiques.....	41
I.3.1) Modèles cinématiques de la structure sandwich	41
I.3.2) Méthodes analytiques.....	43
I.3.3) Méthodes numériques	44
I.3.3.1) Formulation du problème	44
I.3.3.2) Méthode de résolution dans le domaine fréquentiel	46
I.3.3.3) Méthode de résolution des vibrations libres	48
I.3.4) Méthode inverse pour la détermination des propriétés mécaniques de la couche viscoélastique	50
I.4) Structures sandwichs à cœur non homogène	52
I.4.1) Périodicité sur les conditions aux limites	53
I.4.2) Arrangement périodique à 2 matériaux de cœurs	54

I.4.3)	Cœur multicouche	56
I.4.4)	Cœur à gradient de propriétés	57
I.5)	Conclusion	57
Chapitre II :	Élaboration et caractérisation des polymères viscoélastiques et des structures sandwichs	59
II.1)	Introduction	60
II.2)	Matériaux utilisés	60
II.2.1)	Polymères utilisés.....	60
II.2.2)	Élaboration de mélanges de polymères.....	62
II.3)	Caractérisation microstructurale initiale des matériaux.....	62
II.3.1)	Spectroscopie infrarouge à transformée de Fourier (FTIR)	62
II.3.1.1)	Méthode expérimentale.....	62
II.3.1.2)	Détermination de la composition chimique de l'EPDM	63
II.3.1.3)	Détermination du taux d'anhydride maléique.....	65
II.3.2)	Calorimétrie différentielle à balayage (DSC).....	66
II.3.3)	Diffraction des rayons X aux grands angles (WAXS)	67
II.4)	Propriétés mécaniques des matériaux viscoélastiques.....	71
II.4.1)	Analyse mécanique dynamique (DMA).....	71
II.4.2)	Analyse mécanique par VidéoTraction™	74
II.4.3)	Analyse mécanique par corrélation d'images numériques (DIC).....	77
II.5)	Procédé élaboration des poutres sandwichs	82
II.5.1)	Tôles d'aluminium	82
II.5.2)	Elaboration	82
II.5.3)	Contrôle de la qualité des échantillons.....	83
II.6)	Adhésion des couches de la structure sandwich.....	85
II.6.1)	Rugosité de surface	85
II.6.2)	Observation par Microscopie Electronique à Balayage	86
II.6.3)	Capacité d'adhérence.....	88
II.7)	Conclusion	90
Chapitre III :	Modélisation numérique des vibrations des sandwichs à cœur viscoélastique à deux matériaux de cœur	92
III.1)	Introduction	93
III.2)	Modélisation des vibrations linéaires des structures sandwichs viscoélastiques homogènes.....	93

III.2.1)	Modèle cinématique des vibrations de la structure	93
III.2.2)	Formulation du problème de vibrations	95
III.3)	Modélisation des vibrations linéaires des structures sandwichs viscoélastiques périodiques.....	100
III.3.1)	Introduction de la périodicité dans le modèle numérique	100
III.3.2)	Validation des méthodes de résolution	102
III.3.3)	Études de convergence	105
III.3.4)	Définition d'un critère de mesure des propriétés filtrantes	106
III.4)	Etudes paramétriques impact sur l'évolution des propriétés filtrantes.....	107
III.4.1)	Variation de l'épaisseur.....	109
III.4.2)	Variation du module de cisaillement	110
III.4.3)	Variation de la masse volumique	112
III.4.4)	Variation de la partie visqueuse.....	114
III.5)	Vibrations des longues structures sandwichs à cœur périodique.....	117
III.5.1)	Description de la structure étudiée	118
III.5.2)	Fréquences propres de la structure	119
III.5.3)	Déformées modales de la structure.....	120
III.5.4)	Fréquences spatiales modulées	122
III.5.5)	Introduction d'appuis simples entre chaque motif périodique.....	123
III.6)	Conclusion.....	125
Chapitre IV : Modélisation expérimentale des vibrations des sandwichs viscoélastiques à cœur périodique ; Résultats et Discussions		127
IV.1)	Introduction	128
IV.2)	Caractérisation des propriétés vibratoires d'une structure sandwich viscoélastique (à cœur homogène).....	128
IV.2.1)	Moyens expérimentaux pour les mesures vibratoires.....	128
IV.2.2)	Propriétés vibratoires : fréquence de résonance et facteur de perte	130
IV.2.3)	Résultats expérimentaux des structure sandwichs à cœur homogène	131
IV.2.4)	Identification des propriétés mécaniques par méthode inverse.....	134
IV.2.5)	Identification du modèle rhéologique à travers un modèle polynomial	136
IV.2.6)	Identification des paramètres d'un modèle Maxwell généralisé.....	138
IV.3)	Introduction des propriétés filtrantes à l'aide de la périodicité du cœur viscoélastique dans la structure sandwich.....	144
IV.3.1)	Structures sandwichs à 3 motifs périodiques.....	145

IV.3.1.1)	Validation du modèle numérique avec une structure périodique.....	145
IV.3.1.2)	Reproductibilité du procédé de fabrication	147
IV.3.2)	Impact du nombre de motifs sur le Band Gap	149
IV.3.3)	Introduction d'un autre matériau souple.....	153
IV.4)	Variation de la température	157
IV.4.1)	Adaptation du dispositif expérimental afin d'intégrer une chambre thermique 158	
IV.4.2)	Évolution des propriétés vibratoires des cœurs homogènes.....	159
IV.4.3)	Comparaison des résultats avec ceux de la DMA.....	162
IV.4.4)	Évolution des propriétés filtrantes	163
IV.5)	Conclusion.....	166
	Conclusion générale et perspectives	168
	Annexe A	170
	Annexe B.....	174
	Bibliographie	177

Table des figures

Figure 1 : Estimation des parts de marché de l'industrie des matériaux polymères en France en 2021 [2]	20
Figure 2 : Utilisation présente et future de matériaux composites à base de polymères dans l'automobile (source : lesechos.fr).....	21
Figure 3 : Les différentes tacticités du polypropylène	27
Figure 4 : Formule semi-développée de l'EPDM (ENB)	29
Figure 5 : Formule semi-développée de l'anhydride maléique (MAH).....	29
Figure 6 : Réaction de greffage de l'anhydride maléique par attaque de peroxyde [22] (I : amorceur radicalaire)	30
Figure 7 : Mécanisme de scission des chaînes de polypropylène [22] (I : amorceur radicalaire)	31
Figure 8 : Mécanisme réactionnel de la réticulation de l'iPP-g-MAH avec une molécule de polyéther-diamine proposé par Cui et al. [26].....	32
Figure 9 : Formule semi-développée du SEBS-g-MAH [38].....	33
Figure 10 : Schéma de 3 mécanismes possibles pour l'adhésion chimique entre l'anhydride maléique et l'oxyde d'aluminium proposé par Schneider et al. [40].....	33
Figure 11 : Représentation temporelle du déphasage entre la contrainte et la déformation d'un matériau viscoélastique	38
Figure 12 : Hystérésis de contrainte - déformation pour différentes valeurs de facteur de perte η	39
Figure 13 : Représentation schématique des modèles de Kelvin-Voigt (a), de Maxwell (b) et de Zener (c).....	40
Figure 14 : Représentation schématique du modèle de Kelvin-Voigt généralisé.....	40
Figure 15 : Représentation schématique du modèle de Maxwell généralisé.....	41
Figure 16 : Modèles cinématiques non zigzag (a) et zigzag (b) des structures sandwichs [59]	43
Figure 17 : Calcul du facteur de perte par la méthode de la bande passante pour le spectre d'une poutre sandwich à cœur viscoélastique	47
Figure 18 : Schéma de la méthode d'indentification inverse itérative développée par Ledi et al. [85–87]	52
Figure 19 : Exemple de structure sandwich viscoélastique répétitive par appuis simples périodiques [102]	53
Figure 20 : Distribution des 80 fréquences propres d'une structure sandwich viscoélastique répétitive par appuis simples périodiques [102]	54
Figure 21 : Schéma d'une structure sandwich avec arrangement périodique à deux matériaux de cœur	55
Figure 22 : (a) Les Band Gaps obtenus par calcul des valeurs propres (b) spectre de la réponse vibratoire d'une structure sandwich périodique à deux matériaux de cœur : un rigide ("hard") et un souple ("soft") [108].....	55

Figure 23 : Réponse vibratoire d'une structure sandwich périodique pour plusieurs valeurs d'amortissement des deux coeurs viscoélastiques [110]	56
Figure 24 : Représentation schématique d'une structure sandwich à cœur viscoélastique multicouche [112]	56
Figure 25 : Spectres infrarouges des différents mélanges à base d'EPDM (a) et d'iPP (b).....	65
Figure 26 : Schéma de la diffraction des rayons X par une famille de plans cristallins	68
Figure 27 : Clichés de diffraction WAXS des différents échantillons étudiés (a : iPP-g-MAH pur ; b : EPDM pur ; c : EPDM 95 %m / iPP-g-MAH 5 %m ; d : EPDM 80 %m / iPP-g-MAH 20 %m ; e : iPP pur ; f : iPP 95 %m / iPP-g-MAH 5 %m ; g : iPP 90 %m / iPP-g-MAH 10 %m ; h : iPP 80 %m / iPP-g-MAH 20 %m)	69
Figure 28 : Exemple de « cake » obtenu sur le cliché de diffraction de l'iPP-g-MAH pur.....	69
Figure 29 : Diffractogrammes des différents mélanges à base d'EPDM (a) et d'iPP (b).....	70
Figure 30 : Schéma du dispositif expérimental de DMA en mode flexion 3 points.....	72
Figure 31 : Évolution du module élastique réel (a) et du facteur de perte (b) des différents échantillons à matrice d'iPP	72
Figure 32 : Évolution du module élastique réel (a) et du facteur de perte (b) des différents échantillons élastomériques	73
Figure 33 : Montage expérimental de la VidéoTraction™ [148]	75
Figure 34 : Schéma d'une éprouvette de VidéoTraction™	75
Figure 35 : Comportement mécanique vrais de différents mélanges à matrice de polypropylène (a) et des matériaux élastomériques (b).....	76
Figure 36 : Photo d'une éprouvette de traction avec un mouchetis en surface pour un essai de traction suivi par DIC	78
Figure 37 : Suivi de la déformation axiale de l'éprouvette lors d'un essai de traction avec la corrélation d'images numériques	78
Figure 38 : Placement des points d'intérêt sur la surface de l'éprouvette	79
Figure 39 : Évolution de la déformation axiale (a) et transversale (b) localisée aux différents points d'intérêt en fonction du temps pour l'échantillon iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m ..	80
Figure 40 : Évolution de la déformation axiale (a) et transversale (b) localisée aux différents points d'intérêt en fonction du temps pour l'échantillon EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m	80
Figure 41 : Évolution de la déformation axiale (a) et transversale (b) localisée aux différents points d'intérêt en fonction du temps pour l'échantillon SEBS-g-MAH	81
Figure 42 : Photos du moule en acier pour la fabrication des poutres sandwichs, assemblé (a) et désassemblé (b)	83
Figure 43 : Image tomographique d'un échantillon de poutre sandwich présentant des bulles d'air dans le cœur viscoélastique	84
Figure 44 : Image tomographique d'un échantillon de poutre sandwich ne présentant aucune bulle d'air dans le cœur viscoélastique	85
Figure 45 : Comparaison des profils de rugosité d'une tôle avant (orange) et après (bleu) sablage.....	86
Figure 46 : Schéma de la découpe d'échantillon pour l'observation des différentes interfaces au MEB	87
Figure 47 : Micrographies MEB des interfaces de la poutre sandwich périodique	88
Figure 48 : Schéma d'une éprouvette de pelage en T.....	89

Figure 49 : Courbes de pelage des échantillons à base d'iPP (a) et d'élastomères (b).....	89
Figure 50 : Valeurs des forces de pelages d'initiation et de propagation pour les échantillons à base d'iPP (a) et d'élastomères (b).....	90
Figure 51 : Représentation schématique des paramètres géométriques d'une structure sandwich (a) et de ses degrés de liberté (b)	94
Figure 52 : Schéma d'une structure sandwich présentant un arrangement périodique de cœur de deux matériaux viscoélastique A et B	100
Figure 53 : Étude de convergence du calcul de la 2ème fréquence de résonance par la méthode de résolution dans le domaine fréquentiel.....	105
Figure 54 : Étude de convergence du calcul de la 2ème fréquence de résonance par la méthode de résolution des vibrations libres	106
Figure 55 : Effet de la variation du rapport entre l'épaisseur du cœur viscoélastique et celui des faces élastiques sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b). Les résultats expérimentaux sont mis en évidence par des cercles rouges.....	110
Figure 56 : Effet de la variation du module de cisaillement du cœur rigide sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)	111
Figure 57 : Effet de la variation du module de cisaillement du cœur souple sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)	112
Figure 58 : Effet de la variation de la masse volumique du cœur rigide sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)	113
Figure 59 : Effet de la variation de la masse volumique du cœur souple sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)	113
Figure 60 : Effet de la variation de la masse volumique des deux cœurs (rigide et souple) sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b).....	114
Figure 61 : Effet de la variation du facteur de perte du cœur rigide sur le spectre vibratoire de la structure sandwich périodique	115
Figure 62 : Effet de la variation du facteur de perte du cœur souple sur le spectre vibratoire de la structure sandwich périodique	116
Figure 63 : Profils des 6 premiers modes propres d'une structure sandwich périodique (trait plein) et d'une structure sandwich homogène (trait pointillé).....	117
Figure 64 : Schéma du motif périodique de type AB (a) et de type ABBA (b)	118
Figure 65 : Représentation schématique de la structure sandwich périodique de type ABBA	118
Figure 66 : Distribution des fréquences des fréquences propres de la structure sandwich symétrique.....	120
Figure 67 : Déformée modale du mode 21 (a), 22(b), 38 (c) et 39 (d).....	121
Figure 68 : Déformée modale du mode 41 (a), 42(b), 58 (c) et 59 (d).....	122
Figure 69 : Distribution des valeurs de fréquence spatiale du deuxième et troisième paquet de modes propres	123
Figure 70 : Représentation schématique de la structure sandwich périodique de type ABBA avec des appuis simples entre chaque motif périodique	123
Figure 71 : Distribution des fréquences des fréquences propres de la structure sandwich symétrique avec des appuis simples entre chaque motif périodique	124
Figure 72 : Déformée modale du mode 1 (a), 2 (b), 19 (c) et 20 (d)	125

Figure 73 : Photographie du dispositif expérimental centrée sur la poutre et son encastrement (a) , et représentation schématique de l'ensemble du montage (b)	129
Figure 74 : Profil de l'excitation soumise à la poutre sandwich.....	130
Figure 75 : Spectre vibratoire d'une poutre sandwich et schéma de la méthode de la bande passante à -3 dB	131
Figure 76 : Résultats d'identifications des propriétés vibratoires du cœur viscoélastique A (iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m)	135
Figure 77 : Résultats d'identifications des propriétés vibratoires du cœur viscoélastique B (SEBS-g-MAH)	135
Figure 78 : Résultats d'identifications des propriétés vibratoires du cœur viscoélastique B bis (EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m)	135
Figure 79 : Lois polynomiales d'ordre 2 d'identification du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) du cœur viscoélastique A (iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m) ..	137
Figure 80 : Lois polynomiales d'ordre 2 d'identification du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) du cœur viscoélastique B (SEBS-g-MAH)	137
Figure 81 : Lois polynomiales d'ordre 2 d'identification du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) du cœur viscoélastique B bis (EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m)	137
Figure 82 : Indentification d'une loi Maxwell généralisé à 1, 2, 3, 4 et 5 termes du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) pour le cœur viscoélastique A (iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m)	141
Figure 83 : Indentification d'une loi Maxwell généralisé à 1, 2, 3, 4 et 5 termes du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) pour le cœur viscoélastique B (SEBS-g-MAH)	142
Figure 84 : Indentification d'une loi Maxwell généralisé à 1, 2, 3, 4 et 5 termes du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) pour le cœur viscoélastique B bis (EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m)	143
Figure 85 : Spectre de l'amplitude de déplacement de la poutre sandwich périodique A/B 3m a obtenu expérimentalement (bleu) et numériquement (rouge)	146
Figure 86 : Spectres vibratoires expérimentaux de la poutre périodique A/B 3m a (bleu) et la poutre périodique A/B 3m b (orange)	148
Figure 87 : Schémas de la structure périodique des poutres sandwichs A / B 2m, A / B 3m, A / B 4m.....	150
Figure 88 : Spectres d'amplitude de déplacement expérimentaux (bleus) et numérique (rouges) des poutre A/B 2m (a), A/B 3m a (b) et A/B 4m (c) possédant respectivement 2, 3 et 4 motifs périodiques	150
Figure 89 : Comparaison de la largeur du Band Gap Δf en fonction du nombre de motif périodique	153
Figure 90 : Spectres d'amplitude de déplacement expérimentaux (bleus) et numériques (rouges) des deux poutres sandwichs périodiques Poutre A/Bbis 2m (a) et Poutre A/Bbis 3m (b)	154
Figure 91 : : Spectres d'amplitude de déplacement expérimentaux des poutres sandwichs périodiques A/B 3m a et A/Bbis 3m.....	156

Figure 92 : Photos de l'enceinte thermique (a) et du dispositif expérimental à l'intérieur (b)	158
Figure 93 : Spectres vibratoires à différentes températures de la poutre sandwich homogène ayant comme cœur viscoélastique le cœur A (iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m) (a) et un zoom autour du second mode propre (b).....	159
Figure 94 : Spectres vibratoires à différentes températures de la poutre sandwich homogène ayant comme cœur viscoélastique le cœur B (SEBS-g-MAH) (a) et un zoom autour du second mode propre (b)	160
Figure 95 : Évolution des fréquences de résonance en fonction de la température de la structure homogène ayant le cœur A (bleu) et de la structure homogène ayant le cœur B (orange).....	161
Figure 96 : Évolution des facteurs de perte des différents modes de résonance en fonction de la température de la structure homogène ayant le cœur A (a) et de la structure homogène ayant le cœur B (b)	161
Figure 97 : Comparaison des résultats de l'indentification des propriétés vibratoires grâce à la méthode inverse avec les résultats obtenus par DMA concernant le module de cisaillement (a) et le facteur de perte (b) du cœur A	162
Figure 98 : Comparaison des résultats de l'indentification des propriétés vibratoires grâce à la méthode inverse avec les résultats obtenus par DMA concernant le module de cisaillement (a) et le facteur de perte (b) du cœur B	163
Figure 99 : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques des fréquences de résonance (a) et du facteur de perte (b) de la poutre sandwich périodique possédant 2 motifs périodiques composés des cœurs A et B	164
Figure 100 : Évolution en température des fréquences de résonance calculées numériquement de la structure périodique et de celles des deux structures homogènes équivalentes ayant les cœurs viscoélastiques A et B.....	165
Figure 101 : Évolution de la largeur relative du Band Gap de la structure périodique calculée numériquement en fonction de la température.....	166

Liste des tableaux

Tableau 1 : Paramètres de maille des différentes phases cristalline de l'iPP	28
Tableau 2 : Listes des mélanges de polymères effectués	62
Tableau 3 : Attribution des bandes vibrationnelles pour les différents matériaux de l'étude	63
Tableau 4 : Coefficients d'extinction molaire des différents monomères de l'EPDM [133,139]	64
Tableau 5 : Expressions des proportions massiques et molaires des différents monomères composant l'EPDM	64
Tableau 6 : Valeurs des proportions molaires et massiques des différents monomères de l'EPDM	64
Tableau 7 : Résultats des mesures de taux massiques d'anhydride maléique	65
Tableau 8 : Températures de fusion, de cristallisation et taux de cristallinité mesurés par DSC	67
Tableau 9 : Résultats des calculs de taux de cristallinité obtenus par WAXS et par DSC	70
Tableau 10 : Résultats des calculs de coefficients de Poisson par la mesure des déformations par corrélation d'images numériques	82
Tableau 11 : Liste des paramètres utilisés pour la vérification avec le modèle de Bilasse et al. [59]	103
Tableau 12 : Résultats numériques obtenus avec le modèle périodique sur les paramètres de Bilasse et al. [59]	104
Tableau 13 : Paramètres du modèle de référence	109
Tableau 14 : Paramètres du modèle de sandwich périodique de type ABBA	119
Tableau 15 : Dimensions des échantillons des différentes poutres sandwichs homogènes.	132
Tableau 16 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur A : iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m ; L = 274 mm	132
Tableau 17 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur A : iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m ; L = 214 mm	132
Tableau 18 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur A : iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m ; L = 164 mm	133
Tableau 19 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur B : SEBS-g-MAH ; L = 274 mm	133
Tableau 20 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur B : SEBS-g-MAH ; L = 215 mm	133
Tableau 21 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur B bis : EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m ; L = 274 mm.....	133
Tableau 22 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur B bis : EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m ; L = 213 mm.....	134
Tableau 23 : Paramètres des lois polynomiales d'ordre 2 identifiées	136
Tableau 24 : Paramètres des lois de Maxwell généralisé identifiées pour le cœur A	138
Tableau 25 : Paramètres des lois de Maxwell généralisé identifiées pour le cœur B	139
Tableau 26 : Paramètres des lois de Maxwell généralisé identifiées pour le cœur B bis.....	140

Tableau 27 : Liste des différentes poutres sandwichs périodiques et leurs paramètres géométriques.	145
Tableau 28 : Fréquences de résonance et facteurs de perte de la poutre périodique A/B 3m a obtenus expérimentalement et numériquement ainsi que leurs écarts relatifs.....	146
Tableau 29 : Fréquences de résonance et facteurs de perte des poutres périodique A/B 3m a et A/B 3m b ainsi que leurs écarts relatifs	148
Tableau 30 : Fréquences de résonance des échantillons de poutres sandwichs périodiques (cœur A / cœur B) à 2, 3 et 4 motifs périodiques	151
Tableau 31 : Facteurs de perte des échantillons de poutres sandwichs périodiques (cœur A / cœur B) à 2, 3 et 4 motifs périodiques.....	152
Tableau 32 : Fréquences de résonance et facteurs de perte de la poutre périodique A/Bbis 2m obtenus expérimentalement et numériquement ainsi que leurs écarts relatifs.....	155
Tableau 33 : Fréquences de résonance et facteurs de perte de la poutre périodique A/Bbis 3m obtenus expérimentalement et numériquement ainsi que leurs écarts relatifs.....	155
Tableau 34 : Fréquences de résonance et facteurs de perte des poutres périodiques A/B 3m a et A/Bbis 3m obtenus expérimentalement ainsi que leurs écarts relatifs	157

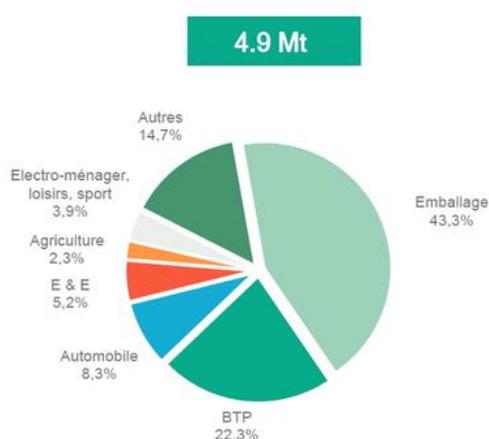
Introduction générale

Les dernières décennies ont vu un changement radical dans les problématiques des acteurs de l'industrie des transports. L'impact sur l'environnement est, petit à petit, devenu un facteur indissociable de la production des différents secteurs de transport et notamment le secteur de l'automobile. A cela, viennent s'ajouter les différentes crises énergétiques de ces dernières années : le prix des carburants fossiles ainsi que le prix de l'énergie électrique ont connu de fortes augmentations sur les 4 dernières années, touchant ainsi également le secteur des véhicules électriques. Les différentes industries voient donc des problématiques environnementales s'ajouter aux problématiques toujours croissantes de sécurité et de confort.

L'utilisation de matériaux polymères dans l'industrie automobile remonte bien avant ces crises énergétiques. Les premières utilisations de polymères dans la fabrication automobile remontent aux années 50 et n'a cessé de croître depuis. De nos jours, la part de matériaux polymères dans la masse d'une voiture atteint les 30 % si bien que l'industrie automobile représentait 9,9 % de la demande de matériaux polymères en 2018 [1] avant la crise sanitaire. Cette dernière a impliqué une baisse de la production du secteur automobile en 2020, mais l'année 2021 a vu le retour à la croissance de ce secteur avec une augmentation de 17 % cette année-là permettant au secteur automobile français de représenter 8,3 % de l'utilisation des matériaux polymères en France. Ce secteur est donc le troisième marché pour l'industrie des polymères, derrière l'emballage et le BTP, comme illustré sur la Figure 1 [2].

France (2021*)

Estimation de la demande en matières plastiques par secteur



- L'emballage est de loin le premier secteur d'utilisation des plastiques, suivi par le BTP.
- Reprise du secteur du BTP qui représente 22,3% du marché en 2021 (1,1 Mt, en hausse de 15,7% par rapport à 2020).
- Autres : ameublement, dispositifs médicaux, équipements mécaniques, etc.

*Premières estimations 2021, sur la base des données finales 2020 et des indices de production Eurostat pour 2021

Source: Eurostat, Conversio Market & Strategy GmbH

c.

Figure 1 : Estimation des parts de marché de l'industrie des matériaux polymères en France en 2021 [2]

Ce succès grandissant provient de leurs propriétés uniques, telles que leur faible poids ou bien leur grande recyclabilité. Ces propriétés font des polymères une option attrayante pour la conception et la fabrication des voitures, car ils permettent de réduire le poids des véhicules

et ainsi d'améliorer le rendement énergétique. Cette réduction de la masse des véhicules est un enjeu capital de l'industrie automobile mais ne doit pas s'effectuer au prix d'une réduction des performances ou du confort des véhicules.

Ainsi il est possible de retrouver dans les voitures d'aujourd'hui des matériaux à base de polymères dans différentes pièces comme le pare-chocs, les ailes, certaines parties de l'habitacle ou encore certaines parties du bloc moteur, comme l'illustre la Figure 2.

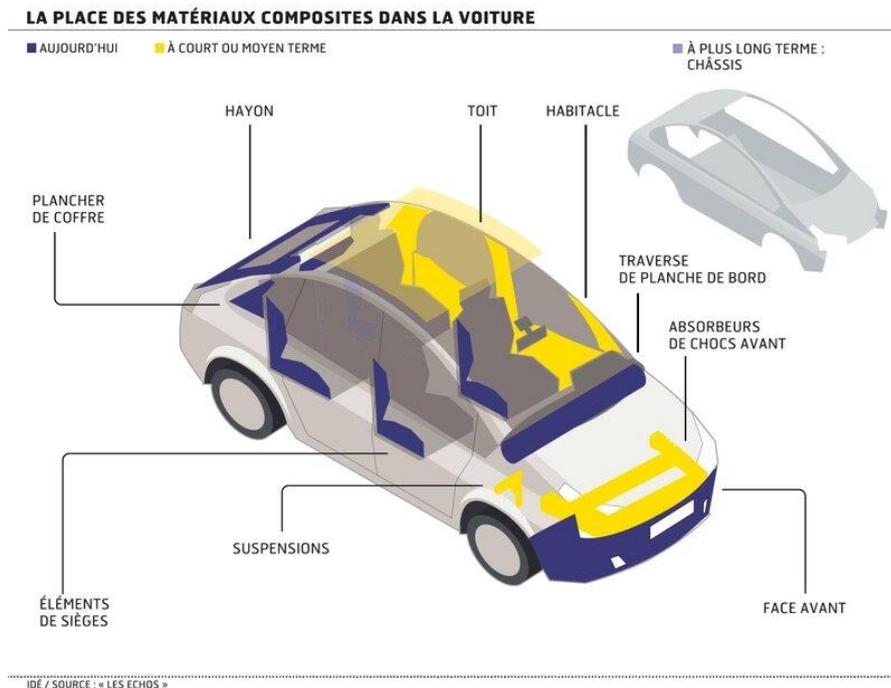


Figure 2 : Utilisation présente et future de matériaux composites à base de polymères dans l'automobile (source : lesechos.fr)

Cependant, certaines des pièces composant le châssis sont encore en métal et ces dernières représentent une grosse proportion de la masse d'une voiture. La raison de cette proportion importante est que les pièces métalliques présentent une rigidité bien supérieure à celle des polymères et permet ainsi une résistance aux chocs bien meilleure. Pour remplacer l'utilisation de pièces métalliques massives, il est possible d'utiliser les matériaux polymères avec des matériaux métalliques sous la forme de structures multicouches métal / polymère.

Ces structures permettent d'obtenir les avantages à la fois du polymère et du métal. Ces avantages sont, pour le polymère : l'allègement de la structure du fait de leur faible densité par rapport à celle des métaux ; l'apport de fonctionnalités chimiques comme de la résistance à la corrosion, la bonne capacité à absorber les chocs grâce à leur possibilité à se déformer plastiquement et l'amortissement du bruit et des vibrations grâce à leur caractère viscoélastique. Quant au métal, le principal avantage est la tenue mécanique bien meilleure que pour les polymères, permettant d'assurer la solidité de l'habitacle et donc la sécurité des utilisateurs.

Si la réduction de masse des véhicules permet une réduction de la consommation énergétique, elle engendre également une augmentation des vibrations subies par les différentes pièces du véhicule. Ces vibrations réduisent le confort d'utilisation dû à une

augmentation du bruit ambiant ainsi que des secousses subies par l'utilisateur, mais elles ont également comme impact une augmentation de la fatigue mécanique des pièces. Cette fatigue mécanique réduit la durée de vie de certaines pièces mécaniques et ainsi diminue la longévité et la fiabilité du véhicule.

Dans un objectif d'amortissement de bruit et de vibrations les structures sandwichs métal / polymère / métal ont été grandement développées pour apporter des solutions de contrôle passif. En effet, cette solution permet d'obtenir un amortissement passif optimal du bruit et des vibrations qui est du au cisaillement de la couche centrale viscoélastique lorsque la structure est sollicitée en vibration.

Cependant, cet amortissement passif est surtout efficace pour des moyennes et hautes fréquences, laissant les vibrations des modes propres à basses fréquences créer de la fatigue mécanique sur les pièces. Il est donc nécessaire d'étendre la plage de contrôle des vibrations de ces structures vers les basses fréquences.

Afin d'améliorer ce type de solution, nous nous proposons, dans ce travail, d'étudier l'amortissement passif des structures sandwichs métal / polymère / métal à cœur périodique. Pour cela, l'élaboration, la caractérisation et la modélisation de ces structures seront développées.

C'est dans cette optique que l'axe B5 intitulé « Manufacturability and performance of Sandwich Polymer-Metal » a été proposé dans le cadre du LabEx DAMAS (« LABORATORY of EXcellence Design of Alloy Metals for low-mAss Structures ») permettant de mettre en commun les compétences de deux laboratoires : l'Institut Jean Lamour (IJL) et le Laboratoire d'Étude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux (LEM3). Du côté de l'IJL, ces compétences sont l'élaboration et la caractérisation de polymères et de composites. De l'autre côté, le LEM3 apporte les compétences de modélisation et de caractérisation de propriétés vibratoires des structures sandwichs.

Cette mise en commun a pour objectif de développer des méthodes de caractérisation et de modélisation pour la conception des structures sandwichs métal / polymère / métal pour l'optimisation de l'amortissement passif. Dans ce travail de thèse, l'amortissement passif et les propriétés filtrantes de ces structures ayant un cœur périodique seront étudiées d'un point de vue expérimental et numérique.

La première partie de ce manuscrit décrira l'état de l'art sur les différents qui seront abordés par la suite, à savoir : la présentation générale, l'utilisation et la fonctionnalisation des différents matériaux polymères utilisés dans cette étude ; la modélisation des vibrations d'un matériau composite présentant une structure sandwich avec un cœur viscoélastique ; l'introduction de motifs périodiques dans les structures sandwichs pour un but de contrôle de vibrations et enfin une présentation de structures sandwichs possédant des structures complexes.

La seconde partie sera, quant à elle, consacrée à l'élaboration des polymères et structures sandwichs. Cette partie commencera par la présentation des et la caractérisation mécanique

et microstructurales des polymères viscoélastiques utilisés, pour ensuite aborder la fabrication des structures sandwich.

Ensuite, la troisième partie traitera de la modélisation numérique des structures sandwichs avec un cœur périodique. Après avoir décrit le modèle en lui-même, des études paramétriques seront menées pour étudier l'impact de différents facteurs sur les propriétés filtrantes, pour finir avec une étude sur une structure répétitive et symétrique pour étudier la modulation des modes propres de ce type de structure.

Enfin, la quatrième et dernière partie présentera la modélisation expérimentale et la comparaison des résultats expérimentaux avec ceux obtenus par modélisation numérique. Cette dernière partie sera articulée en 3 sections. La première concernera les structures sandwichs homogènes et l'identification de leurs propriétés vibratoires. La deuxième traitera, quant à elle, des structures à cœur périodique et leurs propriétés filtrantes. Et enfin, la troisième sera concentrée sur l'effet de la température sur ces propriétés filtrantes.

Chapitre I :

Revue

bibliographique

I.1) Introduction

Les matériaux polymères sont très utilisés dans l'industrie pour leurs nombreuses propriétés physico-chimiques. Certains sont utilisés pour leur faible densité pour de la réduction de masse, d'autres sont utilisés pour leur capacité à absorber les chocs grâce à un grand allongement à la rupture, ou bien certains sont aussi utilisés pour des propriétés fonctionnelles comme la résistance chimique à certains solvants. Parmi ces nombreuses propriétés justifiant l'utilisation des polymères dans un cadre industriel, la viscoélasticité de ces matériaux permet à ces derniers d'avoir un rôle prépondérant dans l'amortissement et le contrôle des vibrations, notamment dans l'industrie des transports (automobile, aéronautique, ferroviaire).

Lorsque ces matériaux viscoélastiques sont incorporés à la structure dès la conception, il est alors question de contrôle passif des vibrations. Dès qu'elle sera sous l'effet de sollicitations extérieures, ces structures passives permettent d'amortir ou de modifier les vibrations subies d'elles-mêmes. Par opposition l'amortissement actif consiste à apporter une action extérieure à la structure pour le contrôle des vibrations avec, par exemple, l'utilisation de la piézoélectricité.

Pour optimiser ce contrôle passif, les structures grandement utilisées dans l'industrie sont les structures sandwichs qui consistent à placer le matériau viscoélastique entre deux couches d'un matériau élastique généralement métallique. Les raisons de cela sont, qu'en plus d'obtenir des propriétés structurales proches de celles du métal utilisé, les vibrations vont être amorties grâce au cisaillement de la couche visqueuse en polymère.

Afin d'améliorer ce type de contrôle passif des vibrations pour les structures sandwichs viscoélastiques, nous présenterons dans la première partie de chapitre une revue bibliographique sur les matériaux polymères et plus particulièrement ceux qui seront utilisés dans ce travail de thèse. Cette revue bibliographique introduira la description de ces polymères mais également leur utilisation sous forme de structure sandwich. Il sera ensuite nécessaire de s'intéresser à la modélisation des vibrations de ces structures sandwichs à cœur viscoélastique est homogène. C'est pourquoi la seconde partie concernera la modélisation des vibrations pour les structures sandwichs viscoélastiques. Enfin, un bilan des travaux sera également effectué sur des structures sandwichs présentant une couche centrale différente, et notamment par l'introduction d'une périodicité.

I.2) Matériaux polymères et viscoélasticité

I.2.1) Polymères thermoplastiques et élastomères

Les polymères sont des matériaux composés par de longues molécules organiques appelées macromolécules. Ces macromolécules sont constituées d'un enchainement d'une ou de

plusieurs unités de répétition. Ces unités de répétition sont appelées monomères. Ces monomères sont liés entre eux par des liaisons covalentes lors de la polymérisation. Lorsque plusieurs monomères différents sont présents dans la chaîne macromoléculaire, le polymère est alors appelé copolymère.

Les polymères se classent en plusieurs catégories. Les polymères thermoplastiques ont la caractéristique de présenter une réversibilité des transitions de phase lors de la fusion ou de la cristallisation. Ce mécanisme réversible intervient alors quand l'agitation thermique devient assez élevée pour casser les liaisons faibles entre les chaînes macromoléculaires. Cette réversibilité donne des propriétés très recherchées dans l'industrie, à savoir une facilité pour la mise en forme ainsi qu'une grande recyclabilité.

Par opposition, les polymères thermodurcissables sont des polymères produits de manière irréversible par durcissement lors de la polymérisation. Ce durcissement est produit par l'apparition d'une forte réticulation entre les chaînes polymères, créant ainsi une matière infusible et insoluble.

Les élastomères sont une catégorie particulière de polymère. Ils peuvent appartenir à la famille des thermodurcissables comme des thermoplastiques. Ils se distinguent cependant des autres polymères par leur comportement caoutchoutique, à savoir de très faibles modules élastiques et de grandes valeurs de déformation à la rupture, lorsque que la température est supérieure à leur température de transition vitreuse.

1.2.1.1) Le polypropylène isotactique (iPP)

Le polypropylène est un polymère thermoplastique obtenu par la polymérisation de son monomère : le propylène. La polymérisation usuelle de cette polyoléfine s'effectue avec un catalyseur dit Ziegler Natta [3] afin d'obtenir une très bonne stéréorégularité. En effet, le polypropylène peut s'obtenir avec différentes tacticités (illustrées sur la Figure 3), c'est-à-dire que les groupes méthyles présents sur la chaîne macromoléculaire peuvent avoir des orientations différentes. Si ces groupes méthyles se situent systématiquement du même côté de la chaîne, la structure est alors dite isotactique. En revanche, si ces derniers sont orientés de part et d'autre de la chaîne de manière alternée, la structure est dite syndiotactique. Enfin, s'ils sont orientés de manière aléatoire, la structure est atactique. Dans cette étude, comme dans la majorité des utilisations commerciales, seul le polypropylène isotactique (iPP) sera considéré.

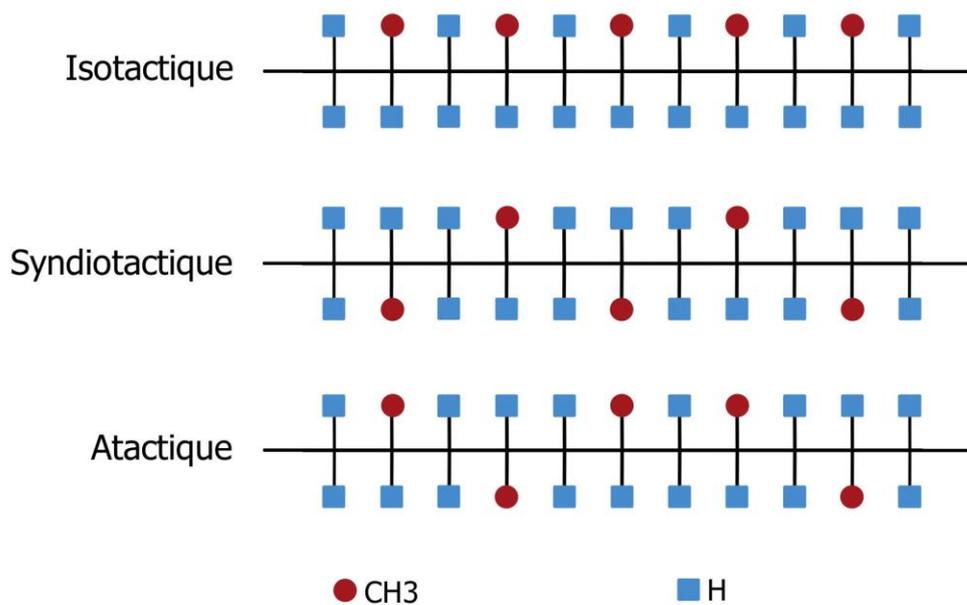


Figure 3 : Les différentes tacticités du polypropylène

L'iPP possède une structure semi-cristalline, c'est-à-dire qu'il présente des phases distinctes amorphes et cristallines. La phase amorphe se distingue par l'absence d'ordre spatial des chaînes macromoléculaires et donc par un taux d'enchevêtrement élevé, formant ainsi une pelote statistique. Ces enchevêtrements ainsi que des liaisons de type Van der Waals entre les chaînes (alors que les liaisons au sein d'une chaîne sont covalentes) permettent la cohésion de phase. La phase cristalline, quant à elle, se caractérise par un alignement parallèle de ses chaînes macromoléculaires formant ainsi des mailles cristallines dont les paramètres vont dépendre des conditions de cristallisation du polymère. Une pile de chaînes repliées sur elles-mêmes s'appelle une lamelle cristalline. La structure d'un polymère semi-cristallin est donc composée d'une alternance de lamelles cristallines et de zones amorphes. La proportion de parties cristallines est appelée le taux de cristallinité du polymère.

Les phases cristallines de l'iPP sont au nombre de 3. La plus courante est la phase α qui a été découverte par Natta et Corradini [4]. Cette phase présente une maille monoclinique et possède une grande vitesse de germination mais une vitesse de croissance faible. Cette phase s'obtient donc lors d'un refroidissement lent pour des températures supérieures à 132 °C. Ensuite vient la phase β , découverte en 1959 par Keith *et al.* [5] puis étudiée par Turner-Jones et Cobbold en 1968 [6]. Mais ce n'est qu'en 1994 que cette phase fut complètement identifiée et définie par Meille *et al.* [7] et par Lotz *et al.* [8]. A l'opposé de la phase α , cette phase β présente une faible vitesse de germination mais une vitesse de croissance élevée. Elle est donc obtenue par un refroidissement rapide dans une plage de température allant de 141 °C à 105 °C. Elle peut être également obtenue par la présence de talc ou de carbone comme le montre les travaux de Lotz *et al.* [9] et de Jun *et al.* [10] respectivement. Enfin, la troisième et dernière phase de l'iPP est la phase γ . Cette phase fut découverte par Addink et Beintema en 1961 [11]. Cette troisième phase cristalline est beaucoup plus rare que les deux phases décrites précédemment car, pour l'obtenir, il est nécessaire d'avoir un refroidissement sous

haute pression [12] ou bien la présence d'un autre copolymère [13]. Les paramètres de maille de ces trois structures cristallines sont listés sur le Tableau 1.

Tableau 1 : Paramètres de maille des différentes phases cristalline de l'iPP

Phase cristalline	α	β	γ
Type	monoclinique	hexagonale	orthorhombique
a	6,666 Å	19,08 Å	8,6 Å
b	20,78 Å	19,08 Å	10 Å
c	6,495 Å	6,42 Å	43 Å
α	90°	90°	90°
β	99,6°	90°	90°
γ	90°	120°	90°
Référence bibliographique	[4]	[14]	[15]

1.2.1.2) L'éthylène-propylène-diène monomère (EPDM)

L'éthylène-propylène-diène monomère ou EPDM est un polymère faisant partie de la famille des élastomères. C'est également un terpolymère car il est issu de la polymérisation de 3 comonomères, à savoir l'éthylène, le propylène et un diène. L'EPDM se différencie de l'EPM traditionnel (copolymère éthylène-propylène) par l'introduction du diène dans la formulation, qui favorise l'insaturation de la chaîne polymère, apportant de la flexibilité et des possibilités de vulcanisation. Ainsi, les monomères éthylène et propylène fournissent un squelette saturé interrompu par l'incorporation de monomères diènes non conjugués, qui fournissent des groupes insaturés dans l'EPDM.

Plusieurs paramètres chimiques peuvent varier entre les différents EPDM trouvés dans le commerce, à savoir les différentes proportions en éthylène, en propylène et en diène ainsi que le type de diène utilisé ou bien encore la présence potentielle d'additifs. La proportion d'éthylène détermine généralement la cristallinité de l'EPDM. Au-dessus d'un taux massique de 60 %, la quantité d'éthylène permet d'obtenir une structure semi-cristalline ; et inversement, une structure possédant moins de 60 % massique d'éthylène sera considérée comme amorphe [16]. La présence de cette cristallinité change les propriétés physiques de l'EPDM et notamment les propriétés mécaniques [17].

Concernant la proportion en diène, qui est souvent située entre 0,5 et 10 % massique, elle a pour rôle de contrôler la réticulation de l'élastomère par la présence d'hydrogène labile. L'espèce de diène la plus courante, aussi bien dans le commerce que dans la littérature, est le 5-éthylène-2-norbornène (ou ENB) dont la formule chimique est illustrée en Figure 4. La raison

de cette forte utilisation de l'ENB est la présence de cinq atomes d'hydrogène labiles ainsi qu'un faible encombrement stérique comparé aux autres diènes possibles [18,19].

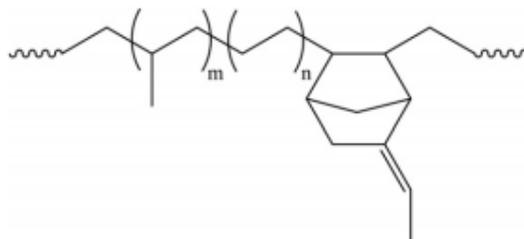


Figure 4 : Formule semi-développée de l'EPDM (ENB)

1.2.2) Fonctionnalisation et adhésion

Si l'iPP et l'EPDM sont des polymères couramment utilisés dans diverses industries pour leurs nombreuses propriétés décrites précédemment, ils sont cependant difficiles à enduire et adhèrent mal aux surfaces métalliques. Cette faible adhésion est due à une faible énergie de surface et à l'absence de groupes fonctionnels actifs. C'est pour cette raison que l'introduction de groupes fonctionnels a permis d'améliorer l'adhésion avec les substrats métalliques [20].

1.2.2.1) Le polypropylène isotactique greffé anhydride maléique (iPP-g-MAH)

Afin d'améliorer l'adhésion du polypropylène aux oxydes métalliques présents en surface de certains métaux (notamment l'aluminium), il est possible d'y greffer de l'anhydride maléique (MAH) [21] dont la formule chimique est illustrée en Figure 5. Cette réaction de greffage, découverte par Minoura *et al.* en 1969 [22] et illustrée en Figure 6, s'effectue à l'aide d'un peroxyde tel que peroxyde de benzoyle (BPO), l'azobisisobutyronitrile (AIBN) ou encore le peroxyde de dicumyle (DCP) comme amorceurs radicalaires. Ces réactifs permettent de créer des radicaux libres sur la chaîne de polypropylène qui vont ainsi être les sites de greffage de l'anhydride maléique.

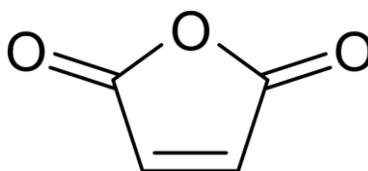


Figure 5 : Formule semi-développée de l'anhydride maléique (MAH)

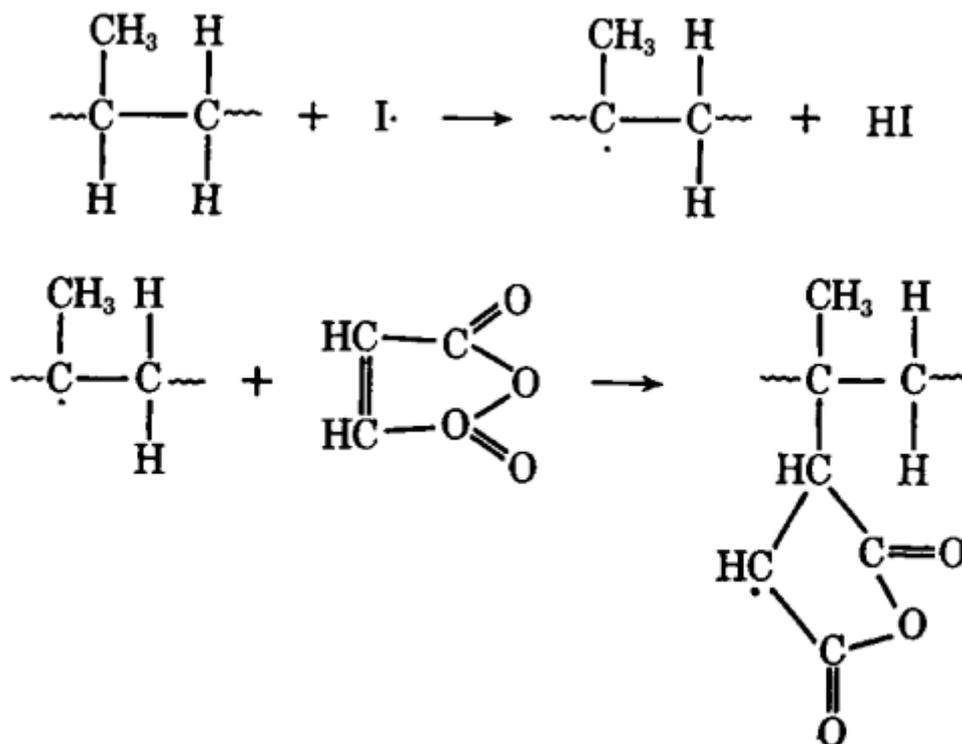


Figure 6 : Réaction de greffage de l'anhydride maléique par attaque de peroxyde [22] (I : amorceur radicalaire)

Cependant, ce greffage peut provoquer une scission des chaînes de polypropylène. Ce mécanisme, illustré en Figure 7, est provoqué lorsque l'amorceur radicalaire sectionne la chaîne de polypropylène. Dans ce cas-là, l'anhydride maléique vient se greffer sur les deux bouts de chaînes nouvellement formés. Si cette scission de chaînes macromoléculaires n'empêche pas le greffage de l'anhydride maléique, elle diminue fortement la taille de ces dernières. Cela implique une diminution de la masse molaire du matériau et ainsi une dégradation de ses propriétés mécaniques [23–25]. Le comportement mécanique passe ainsi d'un comportement ductile pour le l'iPP à un comportement fragile pour le polymère greffé. Ce comportement fragile pose alors un problème d'utilisation car l'absence de déformation volumique et d'allongement à la rupture empêche l'absorption des chocs.

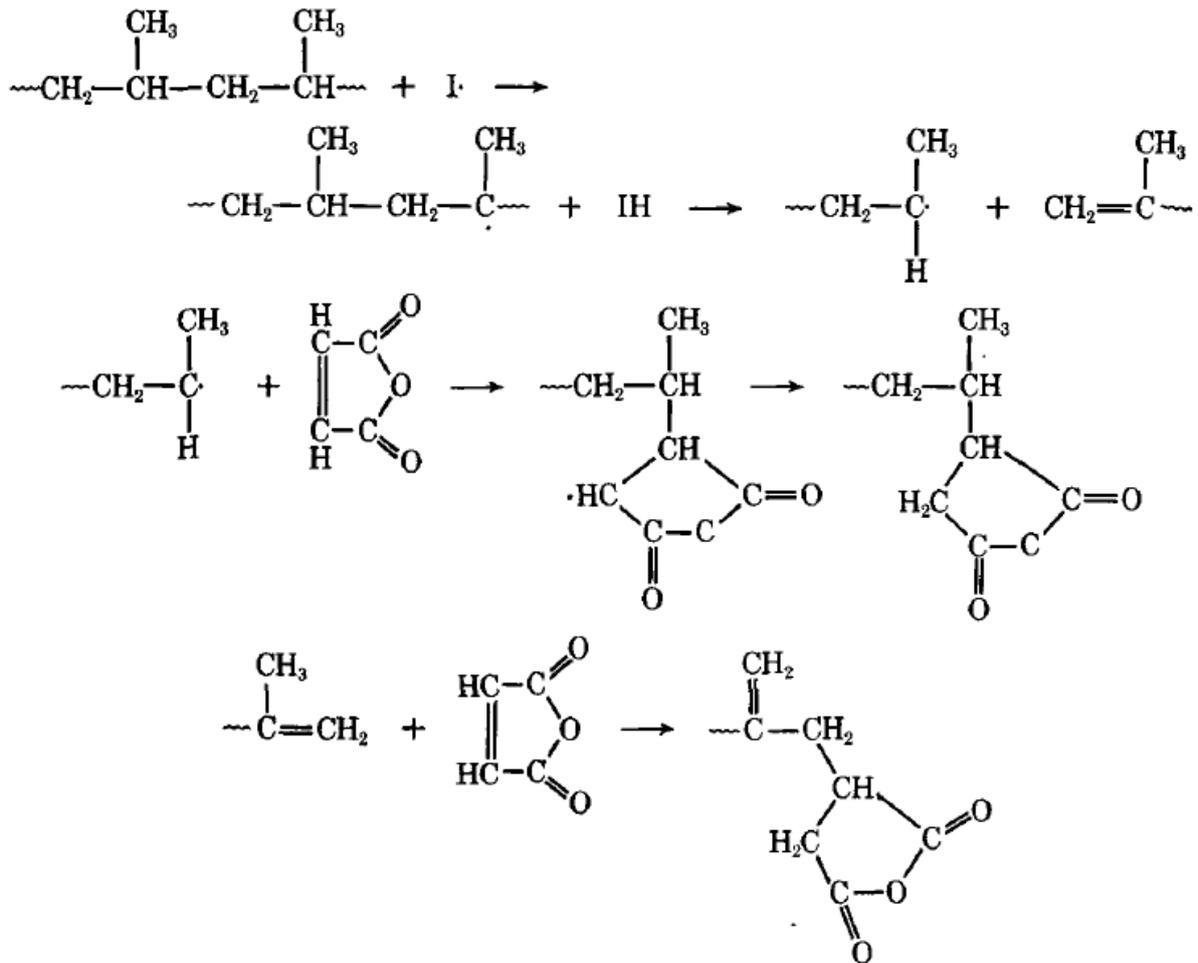
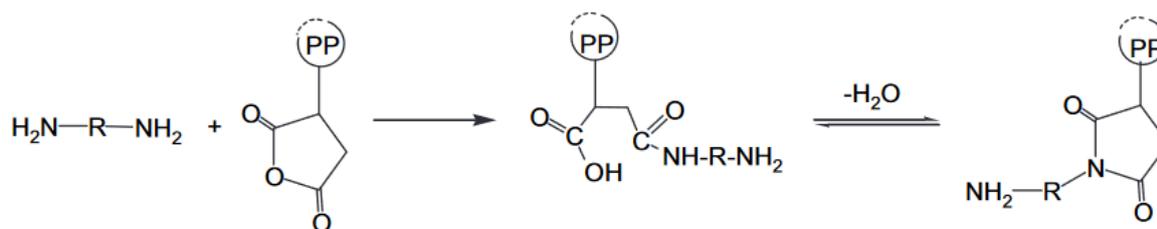


Figure 7 : Mécanisme de scission des chaînes de polypropylène [22] (I : amorceur radicalaire)

Cette fragilité mécanique peut être palier de plusieurs façons différentes. Une des solutions est de réticuler l'iPP-g-MAH. Cette réaction chimique, décrite dans les travaux de [26] et illustrée en Figure 8, utilise une polyéther-diamine réagissant sur les groupes d'anhydride maléique. Cette polyéther-diamine possédant, comme son nom l'indique, un groupe amine sur chaque extrémité de la molécule, elle crée ainsi des liens entre les deux chaînes d'iPP-g-MAH. Cette réticulation, étudiée dans les travaux de Létoffé *et al.* [27–29], permet de passer d'un comportement fragile à un comportement ductile, tout en laissant une partie des groupes d'anhydride maléique libres afin d'assurer l'adhésion avec les oxydes métalliques. Afin d'intégrer des propriétés diélectriques à cette matrice réticulée, Létoffé a également étudié l'ajout de nano-charges de carbone dans la matrice de l'iPP-g-MAH réticulé [30].

Cependant, pour des raisons techniques, la solution retenue pour palier au problème de fragilité de l'iPP-g-MAH est de le mélanger avec un iPP vierge.



Possible crosslinking:

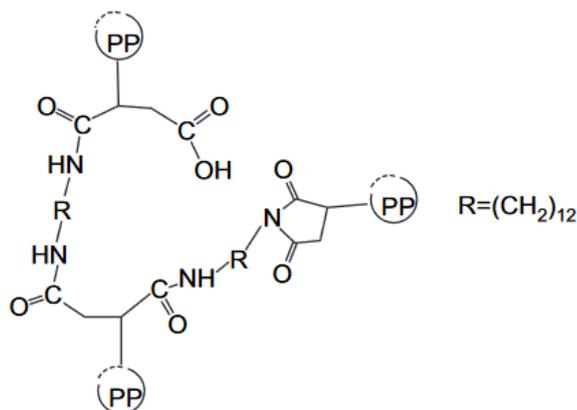


Figure 8 : Mécanisme réactionnel de la réticulation de l'iPP-g-MAH avec une molécule de polyéther-diamine proposé par Cui et al. [26]

Concernant la cristallinité de l'iPP-g-MAH, il a été montré par Güldoğan *et al.* [31] que le greffage de l'anhydride maléique en faible quantité augmente le taux de cristallinité du polypropylène tout en diminuant sa température de fusion jusqu'à un taux massique 2,5 % d'anhydride maléique, à partir duquel ce taux de cristallinité chute.

1.2.2.2) Le polystyrène-éthylène-butylène-styrène greffé anhydride maléique (SEBS-g-MAH)

Le polystyrène-éthylène-butylène-styrène (ou SEBS) est, à la différence de l'EPDM, un élastomère thermoplastique (TPE). Ces deniers sont des matériaux combinant les propriétés mécaniques des élastomères, à savoir un module élastique très faible et un grand allongement à la rupture (sans pour autant requérir de réaction chimique de réticulation), avec la facilité de mise en forme et de recyclage d'un thermoplastique. La réticulation de ces polymères s'effectue par des agrégats thermiquement labiles, qui fondent pendant le traitement et se régénèrent après refroidissement, ce qui permet la réversibilité du changement de phase et ainsi le caractère thermoplastique [32].

Sa version maléatée, le SEBS-g-MAH, dont la formule chimique est illustrée sur la Figure 9, garde ces propriétés tout en ajoutant des groupements d'anhydride maléique sur les chaînes macromoléculaires de SEBS. Il est souvent utilisé comme agent compatibilisant dans de nombreux mélanges de polymères ou bien il peut être utilisé brut dans la formulation d'adhésifs, de mastics et de revêtements [33–37].

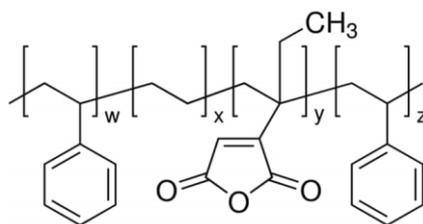


Figure 9 : Formule semi-développée du SEBS-g-MAH [38]

1.2.2.3) Adhésion entre les matériaux polymères et métalliques

La présence de groupement d'anhydride maléique dans les composés polymères présentés précédemment permet d'améliorer l'adhésion entre le matériau polymère fonctionnalisé et le substrat métallique. Cette adhésion a été largement étudiée dans la littérature au cours des dernières décennies. They *et al.* ainsi que Bistac *et al.* ont permis d'étudier l'adhésion de polymères greffés à l'anhydride maléique sur des tôles d'acier [21,39].

Schneider *et al.* proposent le mécanisme d'adhésion chimique entre l'anhydride maléique et l'aluminium par spectroscopie infrarouge. Une partie des groupes d'anhydride maléique en contact avec l'oxyde d'aluminium est hydrolysée en acide maléique. Ces groupements d'acide maléiques réagissent avec l'oxyde d'aluminium selon l'un des trois mécanismes présentés sur la Figure 10 [40].

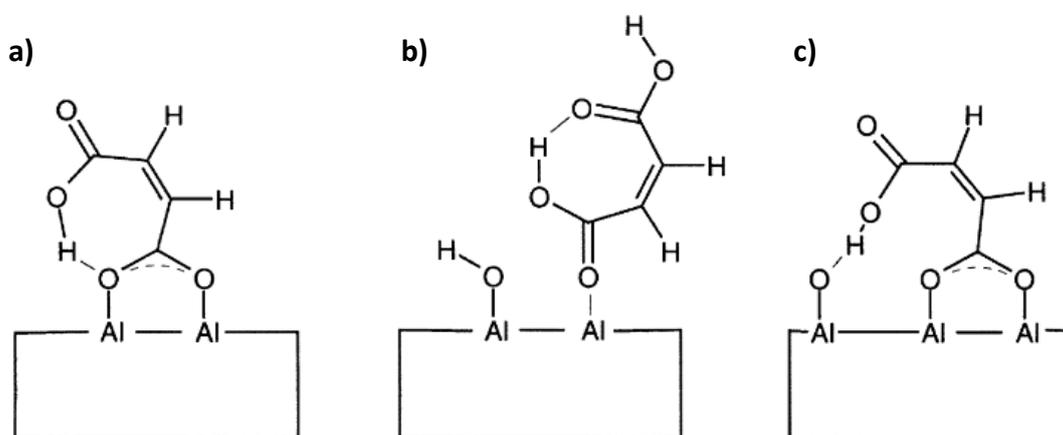


Figure 10 : Schéma de 3 mécanismes possibles pour l'adhésion chimique entre l'anhydride maléique et l'oxyde d'aluminium proposé par Schneider et al. [40]

Ces liaisons interfaciales sont corroborées par les travaux de Liang et al. qui étudie ces dernières via l'étude de l'énergie de surface. Il est ainsi confirmé la présence de liaisons chimiques entre l'anhydride maléique (ou son acide conjugué) et la tôle d'aluminium permettant une meilleure adhésion qu'avec un simple ancrage mécanique [41].

Les travaux de Chen *et al.* portent également sur ces énergies de surface et notamment sur l'optimisation de la microstructure du polymère greffé ainsi que celle de la tôle métallique pour maximiser l'adhésion en combinant les liaisons chimiques avec un ancrage micromécanique [42].

L'adhésion à l'aluminium des mélanges d'iPP et de iPP-*g*-MAH ont également été étudiés dans la littérature. Les résultats de tests de pelage obtenus par Chen *et al.* ainsi que Liu *et al.* démontrent que l'ajout d'iPP-*g*-MAH augmentent l'adhésion de l'iPP aux tôles d'aluminium. Cependant une valeur de 20 %m d'iPP-*g*-MAH dans l'iPP correspond à un maximum de la force d'adhésion et des pourcentages massiques supérieurs ne permettent plus d'augmenter l'adhésion mais a un effet contraire. Ceci est dû à la formation de zones interfaciales ayant une forte concentration d'iPP-*g*-MAH pour des mélanges à fortes concentrations de polymère greffé. Ces zones interfaciales provoquent des ruptures cohésives avant que la rupture cohésive ne se produisent ce qui explique la dégradation des propriétés adhérentes [43,44].

Il existe également d'autres moyens d'améliorer cette adhésion. En effet, les travaux d'Astigarraga *et al.* portent sur l'ajout de butylène téréphtalate cyclique (CBT) dans des mélanges iPP / iPP-*g*-MAH tandis que ceux de Lafranche *et al.* portent sur l'ajout de polyamide 6 (PA6) dans pour améliorer ces propriétés adhérentes [45,46].

1.2.3) Description de la viscoélasticité

Un matériau viscoélastique est défini comme un matériau à la fois visqueux et élastique. Son comportement mécanique suit donc, à la fois la loi de Hook d'un solide idéal, mais aussi la loi de Newton d'un liquide idéal. Lorsqu'il est sollicité par une déformation, le matériau viscoélastique répond par un couplage des propriétés élastiques (contrainte proportionnelle à la déformation) et des propriétés visqueuses (contrainte proportionnelle à la vitesse de déformation). Les propriétés mécaniques dépendent alors du temps et/ou des quantités qui en dérivent.

La caractérisation de ce comportement viscoélastique s'effectue avec des essais fondamentaux à savoir les essais de fluage, de relaxation et de recouvrance. Mandel, Christensen et Salençon [47–49] ont établi un modèle de viscoélasticité qui sera présenté et utilisé par la suite.

La loi de comportement d'un matériau viscoélastique est établie grâce à la formulation fonctionnelle liant la réponse du matériau à une sollicitation. Lorsqu'une contrainte est appliquée au matériau, ce dernier subit une contrainte et inversement. Ainsi, à chaque instant t , la déformation dépend de l'historique de la contrainte entre $-\infty$ et t . Il en est de même pour la contrainte qui dépend de l'historique de la déformation entre $-\infty$ et t . Il est alors possible de définir \mathcal{F} et \mathcal{G} , deux fonctions liant contraintes et déformations.

$$\begin{cases} \sigma_{ij}(t) = \mathcal{F}[\epsilon_{kl}(\tau_{-\infty}^t)] \\ \epsilon_{ij}(t) = \mathcal{G}[\sigma_{kl}(\tau_{-\infty}^t)] \end{cases} \quad (\text{I-1})$$

Lorsque que le matériau viscoélastique présente un caractère linéaire, les fonctions \mathcal{F} et \mathcal{G} deviennent elles aussi linéaires. Ce qui donne pour deux états de contraintes différents σ^1 et σ^2 :

$$\begin{cases} \mathcal{G}[\sigma_{kl}^1(\tau_{-\infty}^t) + \sigma_{kl}^2(\tau_{-\infty}^t)] = \mathcal{G}[\sigma_{kl}^1(\tau_{-\infty}^t)] + \mathcal{G}[\sigma_{kl}^2(\tau_{-\infty}^t)] \\ \mathcal{G}[\lambda \sigma_{kl}(\tau_{-\infty}^t)] = \lambda \mathcal{G}[\sigma_{kl}(\tau_{-\infty}^t)] \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (\text{I-2})$$

Cette linéarité permet de s'affranchir des instants antérieurs à une valeur t_0 par la création d'un échelon de déformation ϵ_{kl}^0 appliqué à t_0 , permettant l'apparition de la fonction de relaxation \mathcal{R} indépendante de ϵ_{kl}^0 . Respectivement, avec un échelon de contrainte σ_{kl}^0 , une fonction de fluage \mathcal{J} devient indépendante de σ_{kl}^0 . Les réponses en déformation et en contrainte d'un matériau viscoélastique linéaire s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma_{ij}(t) = \mathcal{R}_{ijkl}(t, t_0) \epsilon_{kl}^0 \\ \epsilon_{ij}(t) = \mathcal{J}_{ijkl}(t, t_0) \sigma_{kl}^0 \end{cases} \quad (\text{I-3})$$

Le principe de superposition de Boltzmann permet de considérer la superposition d'échelons $d\sigma_{kl}$ infiniment petits et éventuellement des sauts $[[\sigma_{kl}]]_n$ aux instants nommés τ_n . Avec le principe de linéarité exposé précédemment, les échelons de déformations s'écrivent :

$$d\epsilon_{ij}(t) = \mathcal{J}_{ijkl}(t, \tau) d\sigma_{kl}(\tau) \quad (\text{I-4})$$

En sommant ces échelons et les éventuels sauts, il est possible d'obtenir l'expression suivante :

$$\epsilon_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t \mathcal{J}_{ijkl}(t, \tau) d\sigma_{kl}(\tau) + \sum_n \mathcal{J}_{ijkl}(t, \tau_n) [[\sigma_{kl}]]_n \quad (\text{I-5})$$

En considérant la dérivée $\dot{\sigma}_{kl}(\tau)$ de $\sigma_{kl}(\tau)$ par rapport à τ comme suivant :

$$\dot{\sigma}_{kl}(\tau) = \begin{cases} \frac{d\sigma_{kl}(\tau)}{d\tau} \text{ si } \sigma_{kl}(\tau) \text{ est dérivable en } \tau \\ [[\sigma_{kl}]]_n \delta\tau_n \text{ sur les sauts de contraintes } \tau_n \end{cases} \quad (\text{I-6})$$

Alors l'équation de la déformation (I-5) s'écrit :

$$\epsilon_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t \mathcal{J}_{ijkl}(t, \tau) \dot{\sigma}_{kl}(\tau) d\tau \quad (\text{I-7})$$

En inversant les rôles de σ et ϵ , en utilisant donc la fonction de relaxation, la contrainte s'écrit :

$$\sigma_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t \mathcal{R}_{ijkl}(t, \tau) \dot{\epsilon}_{kl}(\tau) d\tau \quad (\text{I-8})$$

Avec une intégration par parties de ces deux dernières équations, la réponse devient alors une somme de deux termes : le premier correspondant à l'élasticité instantanée, et le deuxième à un effet de mémoire dû à l'historique des contraintes (et inversement des déformations).

$$\begin{cases} \epsilon_{ij}(t) = \mathcal{J}_{ijkl}(t, t) \sigma_{kl}(t) - \int_{-\infty}^t \frac{\partial \mathcal{J}_{ijkl}(t, \tau)}{\partial \tau} \sigma_{kl}(\tau) d\tau \\ \sigma_{ij}(t) = \mathcal{R}_{ijkl}(t, t) \epsilon_{kl}(t) - \int_{-\infty}^t \frac{\partial \mathcal{R}_{ijkl}(t, \tau)}{\partial \tau} \epsilon_{kl}(\tau) d\tau \end{cases} \quad (\text{I-9})$$

Lorsqu'un matériau voit ses propriétés ne pas évoluer avec le temps, il est qualifié de non vieillissant [50]. Alors une réponse à l'instant t à une sollicitation à l'instant τ (où $\tau < t$) est égale à la réponse à l'instant $t + \Delta\tau$ pour la même sollicitation cette fois appliquée à l'instant

$\tau + \Delta\tau$. La dépendance en temps des fonctions de fluage et de relaxation se limite à l'intervalle entre la cause (instant τ) et l'effet (instant t) valant donc $t - \tau$. Les deux équations précédentes s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \epsilon_{ij}(t) = J_{ijkl}(0)\sigma_{kl}(t) + \int_{-\infty}^t \frac{\partial J_{ijkl}(t-\tau)}{\partial\tau} \sigma_{kl}(\tau) d\tau \\ \sigma_{ij}(t) = \mathcal{R}_{ijkl}(0)\epsilon_{kl}(t) + \int_{-\infty}^t \frac{\partial \mathcal{R}_{ijkl}(t-\tau)}{\partial\tau} \epsilon_{kl}(\tau) d\tau \end{cases} \quad (\text{I-10})$$

Pour des instants $t < \tau$, les fonctions de fluage $J_{ijkl}(t - \tau)$ et de relaxation $\mathcal{R}_{ijkl}(t - \tau)$ sont nulles pour un matériau non vieillissant. Ce qui donne les lois de comportement suivantes :

$$\begin{cases} \epsilon_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t J_{ijkl}(t-\tau) \dot{\sigma}_{kl}(\tau) d\tau \\ \sigma_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t \mathcal{R}_{ijkl}(t-\tau) \dot{\epsilon}_{kl}(\tau) d\tau \end{cases} \quad (\text{I-11})$$

Ces équations peuvent être écrite sous la forme de produits de convolution de Riemann, ici notés (*). L'équation (I-11) est équivalente aux expressions suivantes :

$$\begin{cases} \epsilon_{ij}(t) = J_{ijkl}(t) * \dot{\sigma}_{kl}(t) \\ \sigma_{ij}(t) = \mathcal{R}_{ijkl}(t) * \dot{\epsilon}_{kl}(t) \end{cases} \quad (\text{I-12})$$

Afin de se placer dans le domaine fréquentiel, il est nécessaire d'utiliser les transformations mathématiques de Laplace et de Carson, dont les opérateurs sont notés respectivement \mathcal{L} et \mathcal{C} , définis ci-dessous :

$$\begin{cases} \mathcal{L}(f(t)) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt = f(s), \quad s \in \mathbb{C} \\ \mathcal{C}(f(t)) = s \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt = sf(s) = f^*(s) \end{cases} \quad (\text{I-13})$$

Avec $f(s)$ et $f^*(s)$ respectivement les transformés de Laplace et de Carson de $f(t)$. Ces transformés possèdent les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{L}(g(t) * h(t)) = \mathcal{L}(g(t)) * \mathcal{L}(h(t)) = g(s)h(s) \\ \mathcal{L}(\dot{g}(t)) = s\mathcal{L}(g(t)) = \mathcal{C}(g(t)) = g^*(s) \end{cases} \quad (\text{I-14})$$

Ce qui permet de transformer l'équation (I-12) :

$$\begin{cases} \epsilon_{ij}(s) = s J_{ijkl}(s) \sigma_{kl}(s) \\ \sigma_{ij}(s) = s \mathcal{R}_{ijkl}(s) \epsilon_{kl}(s) \end{cases} \quad (\text{I-15})$$

En définissant $J_{ijkl}^*(s) = s J_{ijkl}(s)$ et $\mathcal{R}_{ijkl}^*(s) = s \mathcal{R}_{ijkl}(s)$, l'expression devient :

$$\begin{cases} \epsilon_{ij}(s) = J_{ijkl}^*(s) \sigma_{kl}(s) \\ \sigma_{ij}(s) = \mathcal{R}_{ijkl}^*(s) \epsilon_{kl}(s) \end{cases} \quad (\text{I-16})$$

avec $J_{ijkl}^* = (\mathcal{R}_{ijkl}^*)^{-1}$.

Ces équations sont analogues à la loi de Hooke généralisée en élasticité linéaire :

$$\sigma_{ij} = \mathcal{C}_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (\text{I-17})$$

avec \mathcal{C}_{ijkl} le tenseur des modules élastiques. Cette analogie permet un rapprochement à un problème élastique équivalent, c'est le principe de correspondance élastique-viscoélastique.

I.2.4) Notions d'amortissement

En appliquant cette loi de comportement des matériaux viscoélastiques au cas des sollicitations harmoniques, il est possible de définir l'amortissement. Une sollicitation harmonique d'un matériau viscoélastique linéaire s'écrit sous la forme :

$$\sigma_{kl}(t) = \sigma_{kl}^0(t) \cos(\omega t) = \sigma_{kl}^0(t) \operatorname{Re}(e^{i\omega t}) \quad (\text{I-18})$$

où ω représente la pulsation de la sollicitation harmonique et i le nombre complexe tel que $i^2 = -1$. En dérivant l'expression de la contrainte $\dot{\sigma}_{kl}(t)$, il est possible d'obtenir l'expression de la déformation suivante :

$$\epsilon_{ij}(t) = \sigma_{kl}^0 \operatorname{Re}(\mathcal{J}_{ijkl}^*(i\omega) e^{i\omega t}) \quad (\text{I-19})$$

Le tenseur complexe de fluage $\mathcal{J}_{ijkl}^*(i\omega)$ se décompose avec une partie réelle et une partie imaginaire :

$$\mathcal{J}_{ijkl}^*(i\omega) = \mathcal{J}'_{ijkl}(\omega) + i \mathcal{J}''_{ijkl}(\omega) \quad (\text{I-20})$$

où $\mathcal{J}'_{ijkl}(\omega)$ est appelée la complaisance de stockage et $\mathcal{J}''_{ijkl}(\omega)$ la complaisance de perte.

De la même façon, en considérant une déformation harmonique telle que :

$$\epsilon_{kl}(t) = \epsilon_{kl}^0(t) \cos(\omega t) = \epsilon_{kl}^0(t) \operatorname{Re}(e^{i\omega t}) \quad (\text{I-21})$$

Il est possible d'obtenir la loi de comportement de la contrainte, telle que :

$$\sigma_{ij}(t) = \epsilon_{kl}^0 \operatorname{Re}(\mathcal{R}_{ijkl}^*(i\omega) e^{i\omega t}) \quad (\text{I-22})$$

avec :

$$\mathcal{R}_{ijkl}^*(i\omega) = \mathcal{R}'_{ijkl}(\omega) + i \mathcal{R}''_{ijkl}(\omega) \quad (\text{I-23})$$

où $\mathcal{R}'_{ijkl}(\omega)$ est appelé le module de stockage et $\mathcal{R}''_{ijkl}(\omega)$ le module de perte.

Les deux tenseurs \mathcal{J}_{ijkl}^* et \mathcal{R}_{ijkl}^* peuvent également être écrit sous la forme d'un module et une phase tel que :

$$\mathcal{R}_{ijkl}^*(i\omega) = |\mathcal{R}_{ijkl}^*(i\omega)| + e^{i\varphi(\omega)} \quad (\text{I-24})$$

où $\varphi(\omega)$ est l'angle de déphasage entre la contrainte et la déformation. Ce déphasage, représenté sur la Figure 11, permet de définir le facteur de perte η , (ou amortissement). Ce facteur correspond à la tangente du déphasage et au rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle du tenseur $\mathcal{R}_{ijkl}^*(i\omega)$:

$$\eta(\omega) = \tan(\varphi(\omega)) = \frac{\mathcal{R}_{ijkl}''(\omega)}{\mathcal{R}_{ijkl}'(\omega)} \quad (\text{I-25})$$

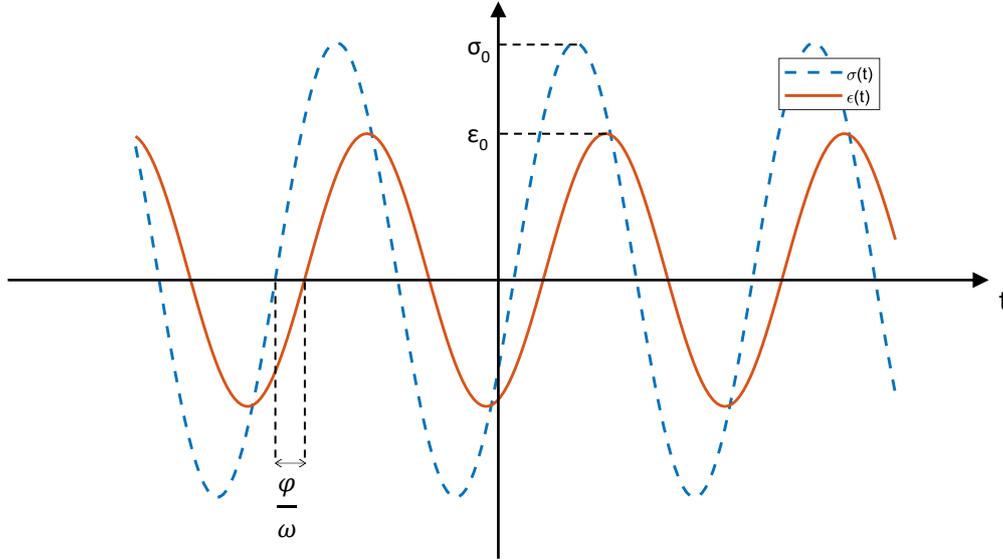


Figure 11 : Représentation temporelle du déphasage entre la contrainte et la déformation d'un matériau viscoélastique

Dans des conditions de sollicitation harmonique uniaxiale appliquée à un matériau viscoélastique linéaire, homogène, isotrope et non-vieillissant, la déformation s'exprime de la manière suivante :

$$\epsilon(t) = \epsilon^0 \cos(\omega t) \quad (\text{I-26})$$

Dans ce cas, le module complexe $\mathcal{R}_{ijkl}^*(i\omega)$ correspond au module de Young complexe $E^*(i\omega) = E'(\omega) + i E''(\omega)$. La contrainte s'exprime :

$$\sigma(t) = \epsilon^0 |E^*(i\omega)| \cos(\omega t + \varphi(\omega)) \quad (\text{I-27})$$

Ces expressions de la contrainte et de la déformation peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \sin(\omega t) = \frac{1}{\eta \epsilon^0} \left(\epsilon(t) - \frac{\sigma(t)}{E'(\omega)} \right) \\ \cos(\omega t) = \frac{\epsilon(t)}{\epsilon^0} \end{cases} \quad (\text{I-28})$$

Ce système peut se mettre sous forme de courbe paramétrique dans l'espace $(\sigma ; \epsilon)$ avec t comme paramètre, ce qui donne l'équation suivante :

$$\left(\frac{1}{\eta \epsilon^0} \left(\epsilon(t) - \frac{\sigma(t)}{E'(\omega)} \right) \right)^2 + \left(\frac{\epsilon(t)}{\epsilon^0} \right)^2 = 1 \quad (\text{I-29})$$

Cette équation est caractéristique d'une ellipse dans le plan $(\sigma ; \epsilon)$. La Figure 12 illustre un exemple. L'aire de l'ellipse représente l'énergie dissipée pendant un cycle de sollicitation sur une période. Cette dissipation d'énergie s'effectue par un échauffement du matériau viscoélastique. Plus le facteur de perte η est élevé, plus l'aire de l'ellipse est grande ce qui signifie que l'énergie dissipée par la viscoélasticité sera grande.

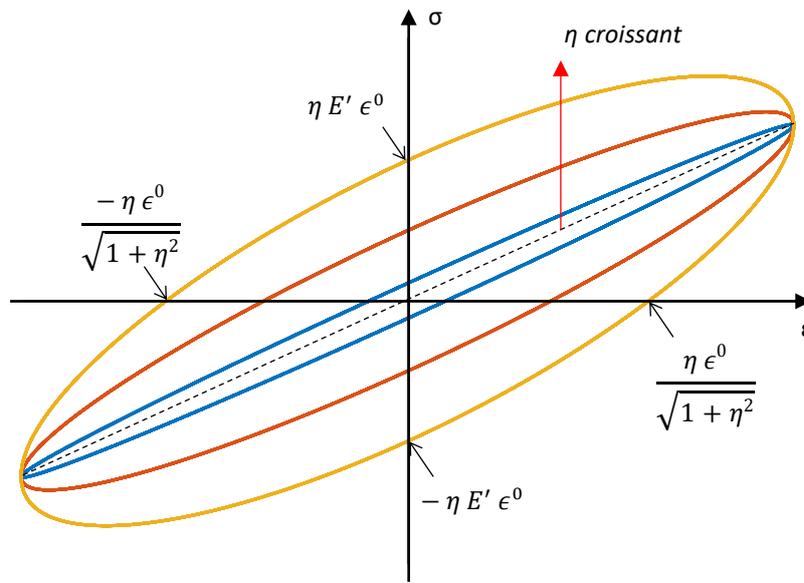


Figure 12 : Hystérésis de contrainte - déformation pour différentes valeurs de facteur de perte η

1.2.5) Modèles rhéologiques usuels

Si l'équation (I-29) permet de décrire le déphasage entre contrainte et déformation en fonction des parties réelles et imaginaires de $E^*(\omega)$, il est nécessaire pour modéliser ces matériaux viscoélastiques d'utiliser des modèles rhéologiques pour expliciter $E^*(\omega)$. Les modèles rhéologiques usuels sont des représentations analogiques utilisant des éléments mécaniques discrets assemblés d'une certaine façon pour décrire le comportement viscoélastique du solide associé. Ces éléments mécaniques sont, pour les modèles usuels, composés de ressorts et d'amortisseurs associés en série ou en parallèle. Le ressort modélise le comportement d'un solide élastique idéal. Ce dernier suit la loi de Hook $\sigma(t) = E\epsilon(t)$ où la contrainte est directement proportionnelle à la déformation. Quant à l'amortisseur, il décrit le comportement visqueux du matériau. Cet amortisseur suit la loi de frottement visqueux de Newton : $\sigma(t) = \eta\dot{\epsilon}(t)$.

Parmi les modèles rhéologiques qu'il est possible de retrouver dans la littérature, les plus usuels sont le modèle de Kelvin-Voigt, le modèle de Maxwell et le modèle de Zener. Ces trois modèles rhéologiques sont schématisés sur la Figure 13.

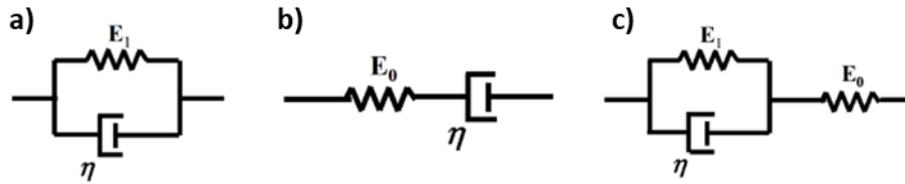


Figure 13 : Représentation schématique des modèles de Kelvin-Voigt (a), de Maxwell (b) et de Zener (c)

Le modèle de Kelvin-Voigt, schématisé en Figure 13 a), est équivalent à un ressort (de module élastique E_1) disposé en parallèle avec un amortisseur (de facteur de perte η). Le module opérationnel associé est :

$$\mathcal{R}^*(i\omega) = E_1 + i\omega\eta \quad (\text{I-30})$$

Le modèle de Maxwell, schématisé en Figure 13 b), est aussi équivalent à un ressort (de module élastique E_0) et un amortisseur (de facteur de perte η), mais cette fois disposés en série. Le module opérationnel associé est :

$$\mathcal{R}^*(i\omega) = \frac{i\omega\eta E_0}{E_0 + i\omega\eta} \quad (\text{I-31})$$

Enfin, le modèle de Zener, schématisé en Figure 13 c), est semblable au modèle de Kelvin-Voigt, mais avec un ressort supplémentaire (de module élastique E_0) disposé en série. Le module opérationnel associé est :

$$\mathcal{R}^*(i\omega) = \frac{E_0(E_1 + i\omega\eta)}{E_0 + E_1 + i\omega\eta} \quad (\text{I-32})$$

Il est également de composer ces modèles n fois pour obtenir des lois plus complexes avec plus de paramètres identifiables. Les deux modèles composés les plus usuels sont le modèle de Kelvin-Voigt généralisé et le modèle de Maxwell généralisé.

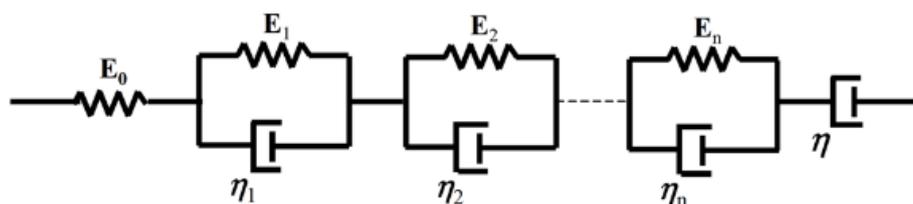


Figure 14 : Représentation schématique du modèle de Kelvin-Voigt généralisé

La Figure 14 représente le modèle de Kelvin-Voigt généralisé. Ce dernier est composé de n fois le modèle de Kelvin-Voigt disposés en série. Chaque motif est donc composé d'un ressort de module E_k et d'un amortisseur de facteur de perte η_k disposés en parallèle. A cela viennent s'ajouter un ressort supplémentaire de module E_0 et un amortisseur supplémentaire de facteur de perte η , chacun disposé en série. Le module opérationnel associé est alors :

$$\mathcal{R}^*(i\omega) = \left(\frac{E_0 + i\omega\eta}{i\omega\eta E_0} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{E_k + i\omega\eta_k} \right)^{-1} \quad (\text{I-33})$$

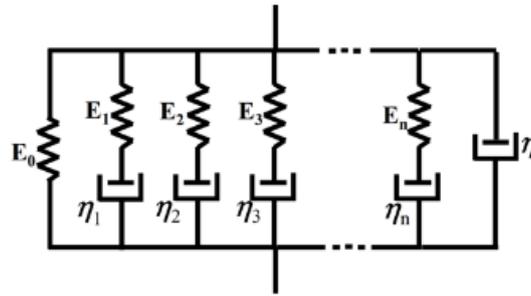


Figure 15 : Représentation schématique du modèle de Maxwell généralisé

La Figure 15 représente, quant à elle, le modèle de Maxwell généralisé. Ce dernier est construit similairement au modèle de Kelvin-Voigt généralisé avec comme différences que le motif de base est le motif du modèle de Maxwell et que l'assemblage est en parallèle. Le module opérationnel associé est :

$$\mathcal{R}^*(i\omega) = E_0 + i\omega\eta + \sum_{k=1}^n \frac{i\omega\eta_k E_k}{E_k + i\omega\eta_k} \quad (I-34)$$

I.3) Modélisation des vibrations pour les structures sandwichs viscoélastiques

Afin d'utiliser les propriétés amortissantes optimales des matériaux viscoélastiques tout en gardant des propriétés structurales proches de celles des matériaux métalliques, les structures multicouches sandwichs où une couche de polymère viscoélastique est prise en sandwich par deux couches élastiques rigides ayant les propriétés de tenue mécanique désirées. Ce type de structure permet ainsi d'obtenir des pièces légères et permettant une réduction du bruit et un contrôle des vibrations [51,52].

La structure sandwich permet d'avoir la couche centrale viscoélastique qui apporte une fonction amortissante par le cisaillement de cette couche par les deux de faces élastiques de la structure. Il est nécessaire d'avoir un modèle cinématique rendant compte de ce cisaillement dans la couche centrale.

I.3.1) Modèles cinématiques de la structure sandwich

Les premiers modèles cinématiques développés notamment par Kirchhoff-Love ou par Reissner-Mindlin pour ce type de structure utilisaient la cinématique d'éléments monocouches via un certain nombre d'approximation. Ces approximations étaient notamment la négligeabilité de la déformation due au cisaillement par rapport aux autres types de déformation. Cette hypothèse forte est valable dans le cas où le matériau de la couche centrale possède un module de cisaillement assez élevé. Cependant pour des

matériaux beaucoup plus souples, il est nécessaire d'avoir un autre modèle cinématique [53,54].

C'est pour cette raison que les modèles cinématiques développés ensuite, notamment par Mindlin, Reddy ou encore Touratier, proposent une prise en compte du cisaillement de la couche centrale dans l'expression du champ de déformation de la structure [55–57]. Ces modèles monocouches permettent d'obtenir de bonnes estimations des propriétés mécaniques et vibratoires de ces structures sandwichs. Ce type de modèle est appelé modèle « non zigzag » car le modèle cinématique exprime le champ de déformation continu dans les 3 couches et notamment aux interfaces de ces dernières comme illustré sur la Figure 16 a).

Ces modèles non zigzag exprime le champ de déplacement par l'expression suivante avec la notation $\frac{\partial y}{\partial x}$ étant remplacée dans cette œuvre par $y_{,x}$:

$$U(x, z, t) = U^0(x, t) - z w_{,x}(x, t) + f(z) \beta(x, t) \quad (\text{I-35})$$

où U représente le déplacement longitudinal, U^0 le déplacement longitudinal de la surface médiane, w le déplacement transversal, β la rotation par rapport à la surface médiane et $f(z)$ est la fonction permettant de prendre en compte le cisaillement.

Cette dernière est nulle pour les modèles de Kirchhoff-Love et Reissner-Mindlin [53,54]. Le modèle de Mindlin [55] l'exprime comme $f(z) = z$; le modèle de Reddy [56] comme $f(z) = z - 4z^3/3h^2$ où h est l'épaisseur totale ; le modèle de Touratier [57] comme $f(z) = h \sin(\pi z/h)/\pi$.

Par opposition, les modèles « zigzag » prennent en compte cette discontinuité dans le champ de déplacement localisée aux interfaces entre les couches comme le montre la Figure 16 b). Ces modèles zigzag, développés d'abord par Rao, permettent d'avoir une meilleure précision lors des calculs des propriétés mécaniques et vibratoires [58].

Le principe de ces modèles est la séparation de l'expression du champ de déplacement dans les 3 couches distinctes pour tenir compte du cisaillement présent dans la couche centre viscoélastique. Une représentation du champ de déplacement pour un modèle zigzag comparé à un modèle non zigzag est illustrée sur la Figure 16. Les faces étant purement élastiques, le modèle de Kirchhoff-Love peut y être appliqué. Il est alors possible d'obtenir l'expression du champ de déplacement sur les 3 couches numérotées de 1 à 3 où les couches 1 et 3 correspondent aux faces élastiques et la couche 2 au cœur viscoélastique :

$$\begin{cases} U_1(x, z, t) = U_1^0(x, t) - \left(z - \frac{h_f + h_c}{2} \right) w_{,x}(x, t) \\ U_2(x, z, t) = U_2^0(x, t) - z w_{,x}(x, t) + f(z) \beta(x, t) \\ U_3(x, z, t) = U_3^0(x, t) - \left(z + \frac{h_f + h_c}{2} \right) w_{,x}(x, t) \end{cases} \quad (\text{I-36})$$

où les U_k correspondent aux champs de déplacement de la couche k , U_k^0 aux au déplacement de la ligne médiane de la couche k . Quant à $f(z)$, la fonction rendant compte du cisaillement

de la couche centrale, le modèle de Rao [58] lui donne la valeur $f(z) = z$ et le modèle de Bickford [56] lui donne la valeur $f(z) = z - 4z^3/3h^2$.

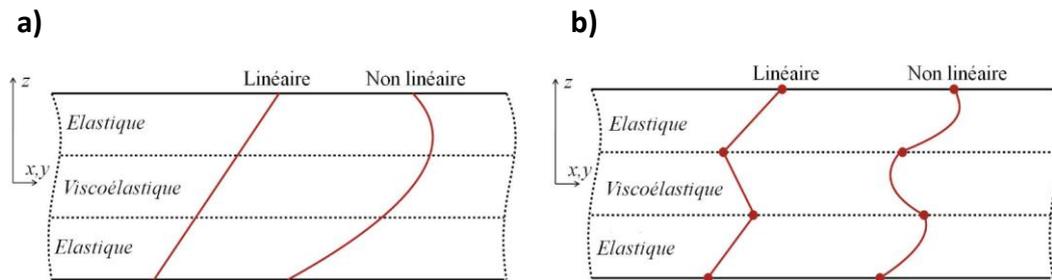


Figure 16 : Modèles cinématiques non zigzag (a) et zigzag (b) des structures sandwichs [59]

Il a été montré par Hu *et al.* [60] que le modèle cinématique en zigzag de Rao est performant tant que le rapport de l'épaisseur de cœur sur celle des faces h_c/h_f reste inférieur à 10 et que le rapport du module élastique des faces sur celui du cœur E_f/E_c reste supérieur à 100.

D'autres modèles cinématiques ont été également développés. Carrera propose une revue des différents modèles existants [61]. Parmi les plus importants se trouve le modèle de Murakami [62]. Ce dernier propose une description du champ de déformation par deux fonctions appelées fonctions zigzags de Murakami.

Pour cette étude, le modèle cinématique utilisé est le modèle zigzag développé par Rao [58] où la théorie des poutre d'Euler-Bernoulli est appliquée pour les faces élastiques tandis que pour le cœur viscoélastique, c'est la théorie de Timoshenko qui sera en vigueur. Ce modèle cinématique sera détaillé au chapitre 3.

Ces modèles cinématiques ont permis le développement de solutions analytiques et numériques des problèmes de vibrations de ces structures dont l'objectif est de déterminer les propriétés amortissantes. Ces propriétés amortissantes sont caractérisées par deux grandeurs physiques : la fréquence de résonance Ω et le facteur de perte η . Ces deux paramètres dépendent du mode de résonance de la structure et sont appelés paramètres modaux.

1.3.2) Méthodes analytiques

Les premières méthodes de résolution analytique pour obtenir les propriétés vibratoires et amortissantes des structures sandwichs à cœur viscoélastique remonte aux années 1950. Ces premières méthodes ont été développées par Kerwin et Ross [63,64]. Ces derniers considèrent une poutre élastique sur laquelle se trouve une couche viscoélastique sur laquelle se trouve une couche élastique précontrainte. En se plaçant dans des conditions aux limites en appui simple et dans la théorie classique des poutres, des hypothèses sont effectuées, à savoir que l'amortissement dû à la viscoélasticité est faible et que la rigidité de la couche supérieure précontrainte est supposée négligeable devant celle de la couche élastique inférieure. En prenant en compte le cisaillement de la couche centrale, il est alors possible de remplacer les

valeurs de rigidité dans l'équation différentielle d'ordre 4 par des valeurs de rigidité équivalentes $B^* = B_0 (1 + i\eta)$. De cette façon l'équation différentielle peut se résoudre analytiquement pour obtenir des valeurs du facteur de perte de la structure.

Quelques années plus tard, Ungar [65,66] compléta ce modèle analytique qui deviendra ensuite le modèle Ross-Kerwin-Ungar ou RKU. Ce modèle RKU prend en compte le facteur de perte de la couche centrale viscoélastique tout en négligeant la rigidité de cette dernière.

Par la suite, Yu [67] proposa une approche se détachant de la théorie classique des poutres mais se basant sur des modèles cinématiques propres aux structures sandwichs à 3 couches. Il ajoutera également le caractère bidimensionnel pour passer de la structure de poutre à la structure de plaque. Il obtient ainsi une équation différentielle d'ordre 4 exprimant la flèche de la structure.

DiTaranto [68], quant à lui, part des hypothèses de base du modèle de poutre RKU pour étudier la structure en vibrations libres avec des conditions aux limites arbitraires. Il obtient ainsi une équation différentielle d'ordre 6 dans laquelle il définit la pulsation propre complexe $\omega^2 = \Omega^2(1 + i\eta)$, et ce de manière indépendante à la définition des conditions aux limites. Il est alors possible d'en déduire que la relation entre la pulsation de résonance Ω et le facteur de perte η ne dépend que des propriétés matériaux et géométriques de la structure et pas des conditions aux limites.

Ces méthodes analytiques sont donc de très bonnes méthodes de références pour obtenir facilement les propriétés vibratoires et amortissantes dans des cas simples. Cependant ces méthodes de résolution ne prennent pas en compte la dépendance en fréquence des propriétés mécaniques et amortissantes du matériau viscoélastique qui est pourtant non négligeable notamment pour les matériaux polymères. Cette dépendance en fréquence implique une non linéarité des équations différentielles, les rendant ainsi difficilement solvable. C'est pourquoi des méthodes numériques ont été développées afin de pouvoir rendre compte de cette dépendance en fréquence des propriétés de la couche centrale viscoélastique.

1.3.3) Méthodes numériques

1.3.3.1) Formulation du problème

Par opposition aux méthodes analytiques des méthodes de résolution numérique ont également été développées. Ces méthodes reposent sur l'équation de vibrations libres suivante :

$$([K(\omega)] - \omega^2[M]) \{U\} = 0 \quad (I-37)$$

où $[K(\omega)]$ représente la matrice de rigidité qui est liée aux propriétés mécaniques et amortissantes des matériaux des différentes couches ; $[M]$ représente la matrice de masse qui est liée aux propriétés géométriques de la structure ainsi qu'aux densités des couches la

constituant et $\{U\}$ représente le vecteur regroupant les différents degrés de liberté. L'obtention de cette équation sera détaillée au chapitre 3.

Ces méthodes numériques sont appelées méthodes par éléments finis car elles reposent sur un découpage géométrique de la structure en de nombreux éléments de petites tailles possédant chacun plusieurs nœuds où il y est simple de faire un calcul. Par assemblage, la structure est ainsi composée d'un grand nombre de nœuds impliquant ainsi un grand nombre de calculs simples. La résolution de ce grand nombre de calcul est possible par les moyens informatiques dont la puissance de calcul disponible n'a fait qu'augmenter ces dernières décennies.

Cependant cette décomposition (également appelé maillage) peut être effectuée de différentes manières. La manière intuitive est de diviser la matière en éléments volumiques pour l'intégralité de la structure et donc dans les 3 couches de la structure sandwich. Cette division appelée volume / volume / volume présente un nombre considérable d'éléments et nécessite donc à la fois un temps de calcul et une mémoire allouée conséquents.

Étant donné que les faces élastiques ne subissent qu'un cisaillement négligeable, il est possible de passer à un découpage en éléments plaque / volume / plaque (ou coque / volume / coque) où le découpage vertical dans les faces élastiques est remplacé par l'état du plan de leur surfaces moyennes mais le découpage dans la couche centrale reste volumique pour rendre bien compte du cisaillement de cette dernière.

Pour la répartition des nœuds pour chaque élément, les méthodes diffèrent selon les auteurs. Par exemple, Lu *et al.* [69] utilisent des éléments volumiques linéaires à 8 nœuds pour le cœur et des éléments plaques quadrilatères à 4 nœuds pour les faces élastiques. Johnson et Kienholz [70], quant à eux, utilisent des éléments volumiques hexaédriques à 8 nœuds pour le cœur et des éléments coques à 4 nœuds pour les faces. Soni [71] utilise des des éléments coques à 8 nœuds pour les faces et des éléments volumiques à 16 nœuds pour le cœur viscoélastique.

Toujours dans une optique de gain de temps de calcul, Daya et Potier-Ferry [72] ont développé un modèle passant d'éléments coque / volume / coque à simplement des éléments coques créés par assemblage. Cet assemblage est permis par la continuité du champ de déplacement aux interfaces de la structure. L'élément coque ainsi produit est un triangle à 3 nœuds ce qui permet une forte réduction du nombre total de nœuds de la structure pour des précisions similaires.

Une discrétisation semblable est proposée par Duigou *et al.* [73] qui se ramènent à une structure plaque / plaque / plaque ou bien poutre / poutre / poutre si la largeur est suffisamment petite devant la longueur. Ce découpage ramène la discrétisation dans le plan de la surface moyenne de chaque couche. Cela permet une grande efficacité de calcul pour les structures en flexion car dans ce mode de déformation, la flèche est égale pour les 3 plans surfaces moyennes des 3 couches composant la structure.

I.3.3.2) Méthode de résolution dans le domaine fréquentiel

La méthode de résolution dans le domaine fréquentiel repose sur le fait de travailler en régime forcé, c'est-à-dire que l'équation de vibration (I-37) voit un vecteur de forces nodales $\{F\}$ dans le second membre. Cette équation du mouvement devient alors :

$$([K(\omega)] - \omega^2[M]) \{U\} = \{F\} \quad (I-38)$$

Le vecteur de forces nodales correspond à une excitation harmonique appliquée à la poutre sandwich.

Une plage de fréquence est définie selon les critères du problème de vibration. Cette plage de fréquence est de manière générale choisie pour contenir les premiers modes propres de la structure ou les modes d'intérêt pour l'étude s'ils sont différents. Pour chaque pulsation ω , la matrice complexe $([K(\omega)] - \omega^2[M])$ est assemblée à partir des différentes matrices élémentaires pour ne former qu'une même matrice. Cette matrice est ensuite inversée numériquement pour pouvoir calculer le vecteur de la réponse en amplitude de la poutre sandwich $\{U(\omega)\}$.

Cette méthode permet alors d'obtenir l'amplitude des vibrations de la structure pour chaque nœud et pour chaque pulsation de la plage d'intérêt. Il est ensuite possible, pour un nœud donné, de tracer l'amplitude de vibration en fonction de la fréquence de sollicitation, la courbe obtenue est alors le spectre vibratoire de la structure sandwich. Un exemple de spectre est donné en Figure 17. Sur ces spectres vibratoires, les modes propres de la structure se démarquent par la présence de pics sur le spectre. La fréquence correspondant à l'amplitude maximale du pic correspond à la fréquence de résonance également appelée fréquence propre.

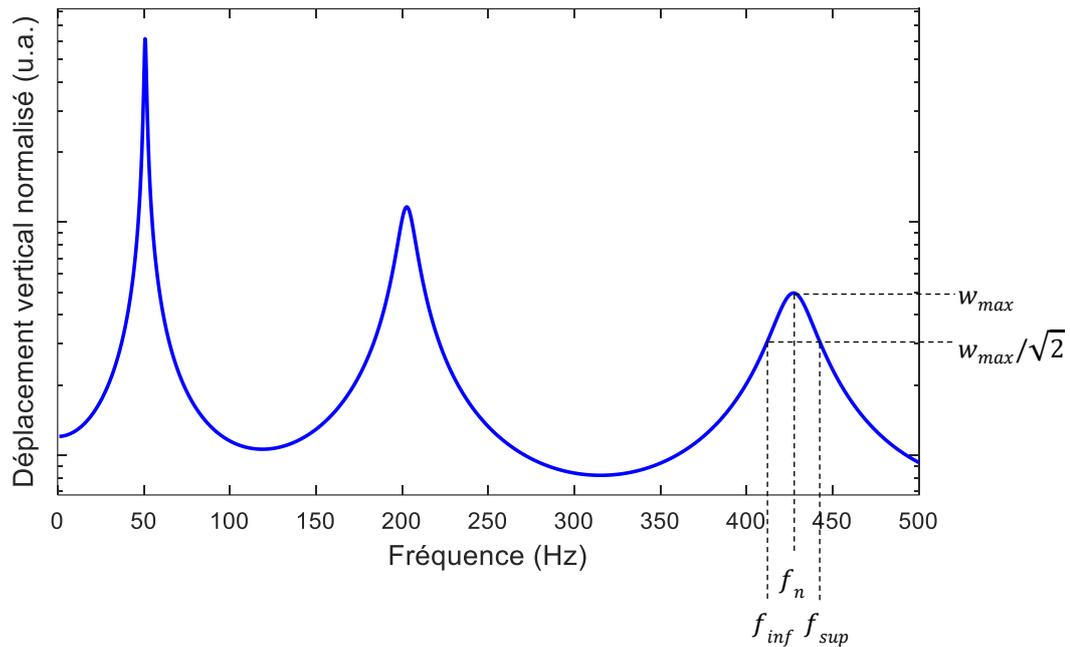


Figure 17 : Calcul du facteur de perte par la méthode de la bande passante pour le spectre d'une poutre sandwich à cœur viscoélastique

La viscoélasticité de la couche centrale de la structure qui est responsable de l'amortissement, va se traduire par des pics moins intenses et plus larges. La valeur d'amplitude maximale (w_{max}) d'un pic de vibration serait donc un bon indicateur de l'amortissement de la structure. Cependant, la discrétisation en fréquence de la plage d'intérêt crée une grande incertitude sur la valeur d'amplitude maximale, c'est pourquoi la mesure de la bande passante du pic est préférée pour le calcul des propriétés amortissantes et notamment du facteur de perte η [71]. Cette méthode de la bande passante consiste à diviser la largeur spectrale du pic de résonance à -3 dB par la valeur de la fréquence de résonance. Cela donne l'expression de η suivante pour un mode n :

$$\eta_n = \frac{f_{sup} - f_{inf}}{f_n} \quad (I-39)$$

Où f_n correspond à la fréquence de résonance du mode n alors que f_{sup} et f_{inf} correspondent aux fréquences du pic de la n -ième résonance à -3 dB comme indiqué sur la Figure 17.

L'avantage de cette technique est l'obtention du spectre vibratoire complet sur la plage d'intérêt choisie. Cela permet de meilleures comparaisons avec les spectres obtenus expérimentalement. Cependant, le principal inconvénient de cette technique est le temps de calcul requis pour assembler et inverser la matrice ($[K(\omega)] - \omega^2[M]$) pour un grand nombre de fréquence.

Dans une optique de réduire ce cout en temps de calcul, Abdoun *et al.* [74] ont développé une méthode numérique consistant à transformer l'équation de vibration (I-38) de la façon suivante :

$$([K(0)] + E(\omega)[K_v] - \omega^2[M]) \{U\} = \{F\} \quad (I-40)$$

où $[K(0)]$ est la matrice de rigidité en ne considérant que l'élasticité retardée de la couche viscoélastique, $E(\omega)$ correspond à la fonction complexe caractérisant la dépendance en fréquence du module d'Young prenant en compte la viscoélasticité et $[K_v]$ est la matrice résultante de cette décomposition qui est, par construction, purement réelle.

1.3.3.3) Méthode de résolution des vibrations libres

La méthode de résolution des vibrations libres consiste à résoudre directement le problème aux vibrations libres (I-37). Cette résolution s'effectue par le calcul des modes propres de vibrations de la structure sandwich. Plusieurs méthodes existent pour ce calcul de modes propres avec des méthodes approchées, exactes ou quasi-exactes.

Une première approximation pour le calcul de modes propres est la considération d'un module élastique complexe mais constant. Cette approximation rend bien compte de la viscoélasticité mais en négligeant la dépendance en fréquence des propriétés mécaniques et amortissantes. L'équation de vibrations libres (I-37) devient alors une équation à valeurs propres linéaire et s'exprime sous la forme suivante :

$$([K] - \omega^2[M]) \{U\} = 0 \quad (I-41)$$

Ce problème est alors sous une forme classique et il existe de nombreuses manières de le résoudre de manière exacte. Les plus utilisées sont la méthode QR [75] implémentée dans Matlab sous la fonction « eig » et la méthode de Krylov-Arnoldi [76] également implémentée dans Matlab sous la fonction « eigs ». Les valeurs propres complexes ω^2 alors obtenues permettent les pulsations propres Ω ainsi que les facteurs de perte associés η par la formule suivante :

$$\omega^2 = \Omega^2(1 + i\eta) \quad (I-42)$$

Cette méthode permet de résoudre le problème de manière exacte avec un temps de calcul faible mais elle ne prend pas en compte la dépendance en fréquence des propriétés viscoélastiques de la couche centrale.

Pour prendre en compte cette dépendance en fréquence du module complexe, le problème de vibrations libres doit rester un problème aux valeurs propres complexes non linéaire. Étant donné la difficulté de résoudre ce type de problème, des méthodes approchées ou quasi exactes ont été développées.

La méthode approchée la plus notable est la méthode d'énergie de déformation modale ou « Modal Strain Energy method » (MSE) développée par Johnson et Kienholz [70]. Cette méthode se base sur la répartition de l'énergie de déformation dans la structure. Il y a alors 2 façons d'obtenir les modes propres approximés.

La première consiste à considérer d'abord la structure comme purement élastique, calculer le mode propre réel et obtenir la pulsation propre ω_0 qui est ensuite réinjecté dans l'équation

de vibration pour obtenir la pulsation amortie. Cette méthode est très peu couteuse en temps de calcul mais possède une précision assez faible. La seconde, quant à elle, utilise une approximation complexe du mode propre en régime forcé pour ensuite recalculer le mode propre avec la pulsation approchée obtenue.

De nombreuses méthodes de résolution quasi-exactes ont été développées sur ces dernières décennies. Parmi elles, se trouvent l'approche asymptotique de Ma et He [77]. Cette approche consiste à séparer la variable ω^2 en $\Omega^2(1 + i\eta)$ et insérer cela dans le problème aux vibrations libres (I-41) pour obtenir l'expression suivante.

$$([K(\Omega^2, \eta)] - \Omega^2(1 + i\eta)[M]) \{U\} = 0 \quad (\text{I-43})$$

Il est ensuite possible de développer les inconnues Ω^2 , η et U en séries entières pour obtenir une suite récurrente de problèmes linéaires. Il est ensuite possible de résoudre ces problèmes avec la propriété d'orthogonalité des modes ce qui permet d'obtenir des estimations des valeurs de Ω et η . Cependant, cette méthode ne converge que pour un module complexe constant s'écrivant sous la forme $[K] = [K_1] + [K_2](1 + i\beta)$ où $i\beta$ est le paramètre de développement en série.

Une autre méthode quasi-exacte possible est la méthode d'itération-réduction de Chen *et al.* [78]. Cette méthode permet la prise en compte de la dépendance en fréquence du module de cisaillement. Ce dernier s'écrit alors $G^*(\lambda) = G(\lambda)(1 + i\beta(\lambda))$ où $\lambda = \omega^2$. Il est ensuite possible de décomposer la matrice de rigidité en sa composante élastique et sa composante viscoélastique. Le problème aux vibrations libres (I-41) devient alors :

$$([K(G(\lambda))] + i\beta(\lambda)[K_2(G(\lambda))] - \lambda[M]) \{U\} = 0 \quad (\text{I-44})$$

La méthode de Chen *et al.* consiste ensuite à résoudre ce problème pour un amortissement nul ($\beta = 0$) pour obtenir une solution asymptotique (λ_r, U_r) . Une fois cette solution asymptotique réelle obtenue, la deuxième étape consiste à résoudre une nouvelle fois le problème au mode r avec $\lambda = \lambda_r$ en prenant en compte l'amortissement, ce qui revient à résoudre un problème aux valeurs propres complexes linéaire.

La méthode asymptotique numérique de Daya et Potier-Ferry [79] est, quant à elle, une méthode basée sur la technique de perturbation et celle d'homotopie. En considérant le module variable sous la forme $E^*(\lambda) = E^*(0) + E(\lambda)$, l'équation de vibrations libres devient alors la suivante en injectant un paramètre d'homotopie p .

$$([K(0)] + pE(\lambda)[K_v] - \lambda[M]) \{U\} = 0 \quad (\text{I-45})$$

où $[K(0)]$ correspond à la matrice de rigidité ne tenant en compte que de l'élasticité retardée, $[K_v]$ correspond à la matrice de rigidité purement réelle et $E(\lambda)$ est la fonction décrivant la dépendance en fréquence du module élastique. Il est possible de développer les inconnues (λ, U) et la fonction $E(\lambda)$ en séries de Taylor par rapport au paramètre p . Les valeurs de départ (λ_0, U_0) sont obtenues comme solutions du problème aux valeurs propres réelles de l'équation (I-49) pour $p = 0$. En substituant ces développements dans le problème initial, on obtient

une suite de problèmes linéaires récurrente dont la résolution permet de calculer directement les valeurs des inconnus (λ, U) pour $p = 1$. Pour réduire le nombre d'inversions de matrice lors de la procédure de continuation, Duigou et al. ont proposé deux autres algorithmes itératifs d'ordre élevé basés sur la MAN [73].

Enfin, il existe également la méthode d'Arnoldi non linéaire [80]. Cette méthode repose sur la technique de résolution des problèmes aux valeurs propres non linéaires creux et de grande taille. Ces problèmes s'écrivent généralement avec la forme suivante.

$$T(\lambda)x = 0, \quad T(\lambda) \in \mathbb{C}^{n \times n}, \quad x \in \mathbb{C}^n \quad (\text{I-46})$$

La résolution s'effectue par projection dans le sous-espace de Krylov pour obtenir des problèmes linéaires de taille réduite. Ces problèmes linéaires sont ensuite résolus par différentes techniques itératives.

1.3.4) Méthode inverse pour la détermination des propriétés mécaniques de la couche viscoélastique

Étant donné que les propriétés vibratoires des structures sandwichs viscoélastiques dépendent fortement des propriétés mécaniques et vibratoires du matériau de cœur, il est nécessaire d'obtenir précisément ces propriétés dans une optique de modéliser le comportement réel de poutres sandwichs. De nombreuses méthodes sont disponibles pour caractériser le comportement mécanique d'un matériau, cependant, pour la majorité d'entre elles, ces méthodes sont appliquées dans des conditions de sollicitation différentes que la structure sandwich soumise à des vibrations transversales.

C'est pourquoi ces dernières années ont vu l'arrivée de méthodes inverses qu'il est possible d'appliquer directement aux structures sandwichs. Barkanov *et al.* [81] ont développé une technique inverse pour caractériser les propriétés mécaniques non linéaires des couches centrales viscoélastiques avec un modèle numérique et une procédure d'identification qui utilise une méthode de surface de réponse afin de réduire les efforts de calcul. Elkhaldi *et al.* [82] ont développé une méthode inverse identifiant une loi de comportement viscoélastique de Maxwell généralisé. Pour cela, la différenciation automatique avec un algorithme de gradient est utilisée pour minimiser l'erreur des moindres carrés entre les valeurs numériques et expérimentales. Wassereau *et al.* [83] ont, quant à eux, développé une méthode expérimentale pour identifier les modules complexes de flexion et de cisaillement des poutres sandwichs. Pour cela, ils utilisent une méthode inverse dérivée de la théorie des poutres de Timoshenko. Enfin, la méthode de Sun *et al.* [84] repose sur les fonctions de réponse en fréquence ou « frequency response functions » (FRF) de structures sandwichs à cœur viscoélastique pour identifier la dépendance en fréquence des propriétés vibratoires et amortissantes du cœur viscoélastique.

Cependant, l'inconvénient majeur de ces différentes méthodes inverses est le fait que la couche centrale viscoélastique est caractérisée indépendamment de la structure. Les

interfaces potentiellement imparfaites ne sont donc pas prises en compte. Cela est également le cas des légères inhomogénéités qui apparaissent à la mise en forme de la poutre sandwich. C'est pour cette raison que la méthode d'identification inverse retenue pour les travaux présentés dans cet ouvrage est la méthode développée par Ledi et al. [85–87].

Cette méthode est basée sur un quotient de Rayleigh pour le calcul propriétés du matériau viscoélastiques de la couche centrale dans les structures sandwich. Le calcul s'effectue à partir d'essais vibratoires expérimentaux ce qui permet d'avoir ces propriétés viscoélastiques dans le cadre de sollicitation vibratoire d'une structure sandwich précise. Ce calcul se base sur l'équation de vibration aux valeurs propres non linéaire (I-38) où la matrice de masse dépendant de la fréquence $[K(\omega)]$ peut être développée de la même façon que Abdoun *et al.* [74] sur l'équation (I-40) :

$$[K(\omega)] = K' + G(\omega)K_v = K' + G(1 + i\eta)K_v \quad (\text{I-47})$$

En considérant alors le couple (ω_r, U_r) comme solution de l'équation de vibration aux valeurs propres non linéaire (I-38) obtenu expérimentalement, il est possible de réécrire cette dernière de la façon suivante :

$$[K' + G(1 + i\eta)K_v - \omega_r^2 M] U_r = 0 \quad (\text{I-48})$$

En considérant U_r^H comme la conjuguée hermitienne de U_r , il est possible de transformer l'équation (I-48) en la multipliant par U_r^H , ce qui permet d'obtenir le module de cisaillement complexe du cœur viscoélastique :

$$G^* = G(1 + i\eta) = \omega_r^2 \frac{U_r^H M U_r}{U_r^H K_v U_r} - \frac{U_r^H K' U_r}{U_r^H K_v U_r} \quad (\text{I-49})$$

Cette expression permet d'obtenir la dépendance du module de cisaillement réel G et du facteur de perte η du matériau viscoélastique constituant la couche centrale en fonction de la fréquence et du mode de vibration. Une identification est alors possible par une méthode itérative. Cependant, s'il est aisé d'obtenir la pulsation propre d'un mode de vibration ω_r , il est beaucoup plus difficile d'obtenir la forme de ce mode propre U_r . A la place, les spectres vibratoires expérimentaux donnent accès facilement au facteur de perte du mode de vibration par la méthode de la bande passante présentée précédemment.

La méthode itérative consiste alors à considérer les valeurs expérimentales de pulsations propres et facteurs de perte associés de la forme $\omega_{exp}^2 = \Omega_{exp}^2(1 + i\eta_{exp})$ où Ω_{exp} est la pulsation réelle expérimentale et η_{exp} est le facteur de perte expérimental associé. Ces valeurs sont insérées dans la boucle itérative schématisée en Figure 18.

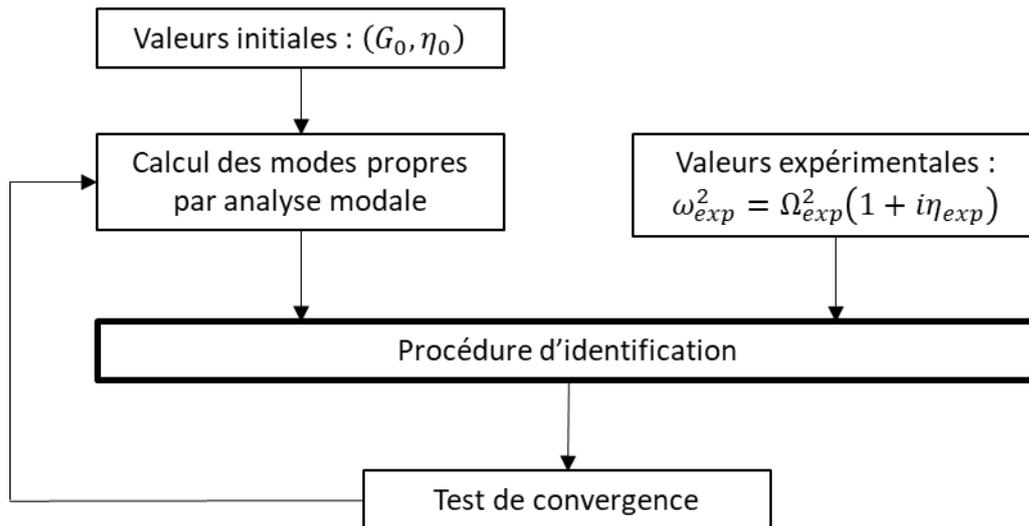


Figure 18 : Schéma de la méthode d'indentification inverse itérative développée par Ledi et al. [85–87]

Dans cette boucle itérative, pour une itération k , les valeurs de modules de cisaillement et de facteur de perte associé s'écrivent G^k et η^k respectivement. L'équation de vibration aux valeurs propres non linéaire (I-38) est alors résolue avec ces valeurs en utilisant la méthode de résolution des vibrations libres présentée précédemment. La résolution de cette équation permet d'obtenir la forme du mode U_r^k . En utilisant l'équation (I-49), de nouvelles valeurs de module de cisaillement et de facteur de perte G^{k+1} et η^{k+1} sont calculées. Ces valeurs nouvellement obtenues sont soumises à un test de convergence. Ce test de convergence consiste à comparer le couple de valeur $\left(\left| \frac{G^{k+1} - G^k}{G^k} \right|, \left| \frac{\eta^{k+1} - \eta^k}{\eta^k} \right| \right)$ à une tolérance fixée en entrée. Si ces valeurs sont inférieures à la tolérance ou bien que le numéro de l'itération atteint le nombre défini d'itération maximal, ces valeurs G^{k+1} et η^{k+1} sont alors les valeurs identifiées.

I.4) Structures sandwichs à cœur non homogène

Nous avons pu voir que l'amortissement des vibrations pouvait être réalisé par l'âme viscoélastique entre deux faces élastiques formant ainsi une structure sandwich. Si l'utilisation de sandwich à âme viscoélastique simple permet l'amortissement des vibrations mesurées aux fréquences de résonance, ces dernières ne sont pas supprimées totalement.

L'amortissement passif, bien qu'efficace aux moyennes et hautes fréquences, a une action limitée pour les basses fréquences. Une possibilité pour palier à ce faible amortissement aux basses fréquences est l'ajout d'éléments ou de couches piézoélectriques pour un couplage de l'amortissement passif avec l'amortissement actif [88–93]. Un autre moyen est d'introduire un contrôle des résonances situées à basses fréquences pour pouvoir limiter l'apparition de modes propres dans une plage de fréquences donnée. C'est dans cette optique que de nombreux travaux ont été portés sur l'insertion de diverses périodicités dans le cœur d'une structure sandwich, qu'il soit en poutre ou en plaque.

Cette introduction d'une périodicité dans le cœur de la structure dans un but de contrôle de vibrations provient des travaux effectués sur les cristaux phononiques [94–101]. Ces cristaux phononiques agissent sur la propagation des ondes acoustiques de façon analogue à la propagation des électrons dans un cristal semi-conducteur. C'est-à-dire qu'un cristal phononique va empêcher les ondes acoustiques possédant des fréquences appartenant à une certaine plage de se propager dans le matériau. Ces plages de fréquence où les ondes acoustiques ne se propagent plus sont appelées les bandes interdites ou « Band Gaps » en anglais. Ces Bands Gaps sont également appelés, dans la littérature, bandes de Bragg par analogie à la diffraction de Bragg. Ce phénomène de Band Gap est dû à une certaine forme de périodicité, qui peut être dans les phases matérielles constitutives, ou à la géométrie interne, ou bien même aux conditions aux limites.

C'est cette optique que de nombreux travaux ont été portés sur l'introduction d'une périodicité dans une structure sandwich pour ajouter ces propriétés de contrôle de vibration aux propriétés mécaniques et amortissantes des structures sandwichs non périodiques présentés précédemment. Cette section est donc consacrée à donner un aperçu de ces études sur les structures sandwichs avec l'introduction d'une périodicité.

I.4.1) Périodicité sur les conditions aux limites

Une des périodicités les plus simples à appliquer à la structure est une périodicité sur les conditions aux limites. En effet, appliquer des conditions aux limites périodiques ne change pas la structure interne de la structure sandwich mais permet de modifier son comportement vibratoire. En venant appliquer des conditions aux limites comme par exemple des conditions de type appuis simples sur la longueur de la poutre sandwich à des intervalles réguliers va permettre de faire apparaître des bandes interdites dans la distribution des fréquences propres [102]. Un exemple de ce type de périodicité est schématisé en Figure 19 et la distribution des fréquences propres obtenues pour cette structure est illustrée en Figure 20.



Figure 19 : Exemple de structure sandwich viscoélastique répétitive par appuis simples périodiques [102]

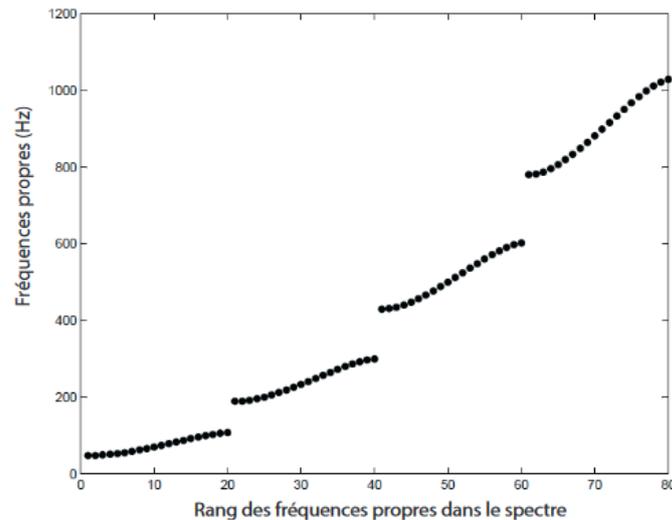


Figure 20 : Distribution des 80 fréquences propres d'une structure sandwich viscoélastique répétitive par appuis simples périodiques [102]

De telles structures ont été largement étudiées dans la littérature par de divers auteurs. Parmi ces auteurs, il est possible de citer Mead [103] qui a étudié les vibrations transmises dans une poutre périodiquement contrainte qui vont faire apparaître une distribution des modes propres laissant des Band Gaps dans le spectre vibratoire.

Daya *et al.* [104,105] ont modélisé l'apparition de modes de vibration localisés pour ce type de structures. Cette modélisation est une modélisation à double échelle permettant de prévoir le comportement vibratoire de la structure totale en étudiant qu'un nombre réduit de motifs périodiques. Lougou *et al.* [106] ont également étudié ce type de modélisation pour des sandwichs viscoélastiques en faisant varier différents paramètres, comme le rapport des rigidités des faces et du cœur ou l'amortissement du cœur viscoélastique.

Sharma *et Sun* [107] ont, quant à eux, étudié des structures étant périodiques par l'introduction de résonateurs dans la couche centrale de la structure sandwich. La présence de ces résonateurs va engendrer la présence de Band Gaps et donc de propriétés filtrantes, notamment à basse fréquence.

1.4.2) Arrangement périodique à 2 matériaux de cœurs

Une autre façon de faire apparaître les propriétés filtrantes pour une structure sandwich à âme viscoélastique et d'utiliser non plus 1 matériau viscoélastique mais 2 matériaux viscoélastiques différents. En effet, changer uniquement les propriétés du matériau viscoélastique situé au cœur du sandwich permet de modifier les fréquences de résonance mais elles restent régulièrement espacées. Afin de créer des plages de fréquences sans résonance, des travaux ont été réalisés avec un second matériau de cœur ayant des propriétés différentes afin d'observer des bandes interdites où la structure n'entre jamais en résonance [108–111].

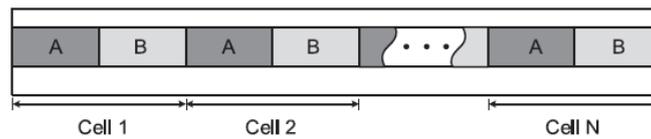


Figure 21 : Schéma d'une structure sandwich avec arrangement périodique à deux matériaux de cœur

Ces arrangements périodiques comme celui montré en Figure 21, consistent à utiliser un deuxième matériau de cœur dans une succession périodique comme représenté ci-dessus. Ces configurations présentent des Band Gaps dans leurs spectres de réponse vibratoire et dont un exemple publié par Badran *et al.* est montré en Figure 22 [108].

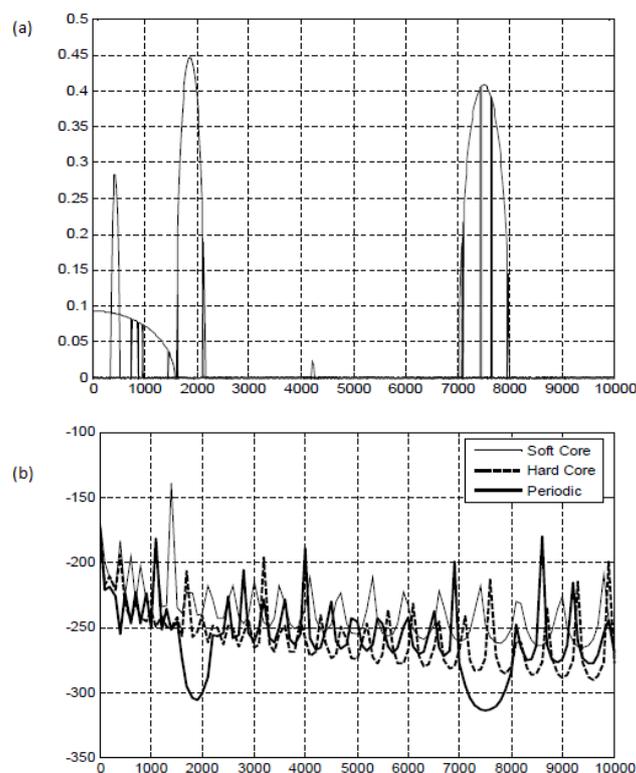


Figure 22 : (a) Les Band Gaps obtenus par calcul des valeurs propres (b) spectre de la réponse vibratoire d'une structure sandwich périodique à deux matériaux de cœur : un rigide ("hard") et un souple ("soft") [108]

Couplé à l'amortissement dû à la viscoélasticité du (ou des) cœur(s) viscoélastique(s), on obtient à la fois l'atténuation dans les Band Gaps ainsi que l'amortissement des pics de résonance entre ces plages de fréquences.

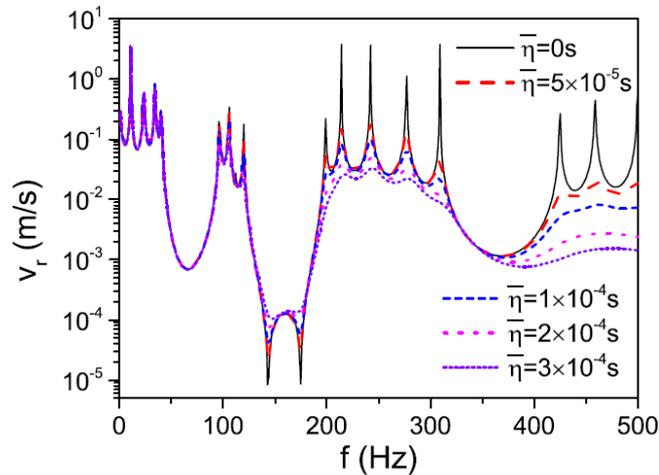


Figure 23 : Réponse vibratoire d'une structure sandwich périodique pour plusieurs valeurs d'amortissement des deux coeurs viscoélastiques [110]

On peut ainsi observer sur les résultats de Guo *et al.* [110] montrés en Figure 23, que la présence de « band gaps » permet d'enlever des résonances dans des plages que l'amortissement dû à la viscoélasticité ne permet, notamment à basse fréquence.

I.4.3) Cœur multicouche

Une autre possibilité de périodicité dans la couche centrale de la structure sandwich, est la présence de plusieurs matériaux mais cette fois en plusieurs couches créant ainsi des structures sandwichs où le cœur viscoélastique est un cœur multicouche. Une représentation schématique de ce type de structure est donnée en Figure 24.



Figure 24 : Représentation schématique d'une structure sandwich à cœur viscoélastique multicouche [112]

La modélisation vibratoire des structures sandwichs à cœur viscoélastique multicouche a été étudiée notamment par Araújo *et al.* [113] ainsi que par Nguyen *et al.* [114].

Adessina *et al.* [112] ont également étudié et modélisé le comportement vibratoire de ce type de structure à cœur viscoélastique multicouche. Ils ont observé la présence d'un optimum de la répartition des différentes couches viscoélastique pour l'amortissement des premiers modes de résonance pourtant faiblement amortis par une structure sandwich viscoélastique classique.

Akoussan *et al.* [115] se sont également concentré sur l'optimisation de ces structures stratifiées toujours dans le but d'améliorer l'amortissement passif. Ils ont quant à eux, utilisé

un algorithme d'optimisation pour obtenir les différents paramètres permettant un amortissement optimal.

1.4.4) Cœur à gradient de propriétés

La présence de variations discontinues des différentes propriétés des matériaux constituant la structure sandwich a été abordée précédemment. Il est alors ensuite possible de s'intéresser à une variation continue de ces mêmes propriétés. Cela concerne les structures dites à gradient de propriétés où un ou plusieurs matériaux constituant la structure voient certaines de leurs propriétés varier de façon continue en fonction de la hauteur z dans l'échantillon.

Un exemple d'étude de ce type de structure est les travaux de Pandey et Pradyumna [116], qui s'intéressent aux vibrations libres d'une structure sandwich ayant un cœur dont le module élastique varie en fonction de z dans l'épaisseur.

Koutoati *et al.* [117], quant à eux, proposent un modèle numérique dérivé du modèle de poutre de Timoshenko. Les résultats numériques obtenus dans cette étude montrent que pour des poutres de faible longueur, l'effet du cisaillement est important et conduit à une déformation de la section transversale. Ce dernier résultat est pourtant impossible à prévoir avec la théorie classique des poutres.

Pour aller plus loin, Chen *et al.* [118] utilise une porosité dans le matériau constituant la couche centrale de la structure sandwich. La création de cette porosité est contrôlée pour que le taux de porosité évolue de façon continue dans l'épaisseur de cette couche centrale.

1.5) Conclusion

Ce chapitre a présenté une synthèse bibliographique sur la problématique de l'élaboration, la modélisation et la caractérisation des structures sandwichs viscoélastiques mettant en lumière plusieurs points essentiels à considérer.

Les matériaux polymères doivent présenter certaines propriétés pour être utilisés dans le contrôle passif des vibrations des structures sandwichs. En plus de la viscoélasticité, les polymères doivent avoir une bonne adhésion aux faces élastiques de la structure sandwich. Le choix du métal constituant ces faces, dans cette étude, étant l'aluminium, l'iPP-g-MAH s'est donc présenté comme candidat idéal.

Cependant, l'étude bibliographique de structures sandwichs présentant une périodicité dans le cœur a permis de mettre en exergue l'avantage d'un cœur constitué de deux matériaux viscoélastiques, l'un étant rigide et l'autre plus souple. De plus, pour rester dans l'optique de coupler l'apparition de propriétés filtrantes avec l'amortissement passif, ce second matériau doit également être viscoélastique et adhérer aux faces métalliques. Deux candidats sont alors

retenus ici. Le premier est d'utiliser l'EPDM en le mélangeant avec l'iPP-*g*-MAH et le second est d'utiliser un élastomère directement fonctionnalisé, à savoir le SEBS-*g*-MAH.

La revue bibliographique sur les structures sandwichs périodiques a révélé qu'ils existent des travaux sur des nouvelles structures périodiques de plus en plus complexes, notamment grâce à la démocratisation de la fabrication additive de cette dernière décennie. Cependant, il n'existe que peu de travaux portant sur des périodicités d'alternance de matériaux viscoélastique présentant à la fois un aspect numérique et expérimental.

Cet ouvrage sera donc consacré à la modélisation numérique et expérimentale de poutres sandwichs à cœur constitué de deux matériaux viscoélastiques pour la conception de solutions de contrôle passif des vibrations. Ce contrôle consistera à allier à la fois des propriétés filtrantes ainsi que l'amortissement passif procuré par la viscoélasticité de la couche centrale. En parallèle, l'objectif sera également de développer des outils numériques robustes pour le calcul de ce contrôle passif.

Chapitre II :
Élaboration et
caractérisation des
polymères
viscoélastiques et des
structures sandwichs

II.1) Introduction

Dans le premier chapitre, la revue bibliographique a permis de mettre en évidence l'intérêt des structures sandwichs ayant des motifs périodiques dans la couche centrale pour le contrôle des vibrations. Pour étudier ce phénomène, il est nécessaire d'élaborer des échantillons présentant ce type de structure. Ce chapitre présente les caractéristiques matériaux constituant ces structures. Ces caractéristiques vont des propriétés des différents constituants de la structure jusqu'à son élaboration finale.

Dans un premier temps, l'objectif sera d'étudier les matériaux polymères utilisés dans la couche centrale viscoélastique. La première étape consiste à décrire la provenance des matériaux polymères utilisés ainsi que la procédure d'élaboration des mélanges de polymères le cas échéant.

Une fois les matériaux de l'études définis, il est nécessaire de caractériser ces matériaux. La caractérisation microstructurale regroupe les résultats expérimentaux de spectroscopie infrarouge à transformée de Fourier (FTIR), de calorimétrie différentielle à balayage (DSC) et de diffraction des rayons X aux grands angles (WAXS). La caractérisation mécanique, quant à elle, sera effectuée grâce à des mesures expérimentales d'essais de traction, d'analyse mécanique dynamique (DMA) et de mesure de déformation par corrélation d'images.

Ensuite, ce chapitre traitera de l'élaboration des échantillons de poutres présentant une structure sandwich. Une brève description du métal utilisé précèdera la définition du procédé de fabrication des poutres sandwichs. Une fois le processus d'élaboration décrit, une vérification de la qualité des échantillons sera effectuée selon différents critères pour assurer une homogénéité des échantillons produits.

Enfin, une vérification de la présence d'une bonne adhésion des différentes couches entre elles sera réaliser pour s'assurer de la cohérence de l'hypothèse de l'adhésion parfaite effectuée dans le modèle zig-zag présenté au chapitre 1 et utilisé dans cet ouvrage.

II.2) Matériaux utilisés

II.2.1) Polymères utilisés

Pour obtenir des poutres sandwich à cœur viscoélastique et présentant une périodicité au sein du cœur, plusieurs paramètres sont à prendre en compte pour le choix des matériaux polymères. D'abord les polymères doivent être des thermoplastiques pour qu'ils soient à la fois viscoélastique (pour les propriétés vibratoires), faciles à mettre en œuvre et recyclables. Ensuite la structure périodique par alternance de matériaux polymères impose une différence significative entre les rigidités des matériaux utilisés. C'est pour cette raison que les différents candidats retenus se rangeront ici dans deux catégories : les polymères « rigides » et les polymères « souples ». Enfin, les différents matériaux polymères utilisés doivent avoir une

bonne adhérence sur les surfaces en aluminium afin de permettre des tests de vibration sans l'utilisation de colle ou d'adhésif qui rajouterait la présence d'une phase supplémentaire à prendre en compte.

Les matériaux « rigides » choisis pour cette étude sont des mélanges de polypropylène isotactique (iPP) avec du polypropylène isotactique greffé à l'anhydride maléique (iPP-*g*-MAH). Ce choix est motivé par l'adhésion chimique de l'anhydride maléique aux oxydes métalliques et notamment à l'oxyde d'aluminium. Comme présenté dans le chapitre précédent, l'iPP-*g*-MAH présente cependant des inconvénients dans sa tenue mécanique dues au greffage de l'anhydride maléique, c'est pourquoi il sera utilisé dans des mélanges avec de l'iPP vierge afin de palier à cet inconvénient tout en gardant de bonnes propriétés d'adhésion [45].

Le polypropylène utilisé dans cette étude est l'iPP produit par la société Arkema (anciennement Atochem) sous la référence de 3050 MN1. Cet iPP, longuement étudié dans la littérature [119–121], possède une masse molaire moyenne en masse de $\overline{M}_w = 262\,200 \text{ g.mol}^{-1}$ et une masse molaire moyenne en nombre de $\overline{M}_n = 75\,940 \text{ g.mol}^{-1}$ qui ont été mesurées par chromatographie par perméation de gel (GPC).

L'iPP-*g*-MAH utilisé est l'Orevac® CA100 fourni par l'entreprise Sk-Fp (filiale cédée par ARKEMA). Ce polypropylène isotactique est greffé à 1 % massique en anhydride maléique. Selon la fiche technique fournie par le fournisseur, l'allongement à la rupture est de 12 %, valeur très inférieure à un iPP non greffé, ce qui montre bien le comportement fragile du matériau. Sa résistance à la traction est de 22 MPa, sa masse volumique est de 905 kg.m^{-3} et sa masse molaire moyenne en nombre est de $25\,000 \text{ g.mol}^{-1}$ [122,123] qui est bien inférieure à celle de l'iPP utilisé qui est de $75\,940 \text{ g.mol}^{-1}$.

Quant au choix des matériaux « souples », deux élastomères sont retenus. Le premier est l'éthylène-propylène-diène monomère (EPDM) mélangé également avec de l'iPP-*g*-MAH. L'objectif de ce mélange est toujours d'obtenir des propriétés d'adhésion avec les tôles d'aluminium tout en proposant un module élastique bien plus faible par le comportement caoutchoutique de l'EPDM. L'EPDM est également choisi pour sa bonne compatibilité avec le polypropylène et notamment l'iPP-*g*-MAH permettant ainsi d'obtenir des mélanges homogènes [124,125].

L'EPDM utilisé a été fourni par l'entreprise Kraiburg sous la référence HTC8364/43. Ses trois comonomères sont l'éthylène, le propylène et l'éthylidène norbornène (ENB). Les proportions respectives de ces trois comonomères seront déterminées par la suite.

L'autre candidat de matériau « souple » est le polystyrène-éthylène-butylène-styrène greffé anhydride maléique (SEBS-*g*-MAH) qui est un élastomère thermoplastique directement avec des greffons d'anhydride maléique permettant la bonne adhésion avec les tôles d'aluminium tout en ayant le comportement mécanique d'un élastomère, à savoir un faible module élastique et une grande valeur de déformation à la rupture.

Le SEBS-*g*-MAH utilisé est fourni par l'entreprise SIGMA-ALDRICH sous la référence 432431. Il possède un taux massique d'anhydride maléique compris entre 1,4 et 2,0 %.

II.2.2) Élaboration de mélanges de polymères

Afin d'obtenir des matériaux possédants à la fois les propriétés mécaniques de l'iPP et de l'EPDM et les propriétés adhérentes de l'iPP-g-MAH, des mélanges ces différents polymères ont été effectués. Les mélanges effectués sont listés dans le Tableau 2.

Tableau 2 : Listes des mélanges de polymères effectués

Mélanges	%m d'iPP	%m d'EPDM	%m d'iPP-g-MAH
iPP / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m	95		5
iPP / iPP-g-MAH 90 %m / 10 %m	90		10
iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m	80		20
EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m		95	5
EPDM / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m		80	20

Pour élaborer des mélanges de polymères, la solution retenue est l'extrusion. Un cisaillement suffisant appliqué sur les granules chauffés au-delà des différentes températures de fusion permet d'obtenir un mélange homogène si les polymères utilisés sont miscibles.

Ces mélanges sont effectués au Laboratoire Réactions et Génie des Procédés (LRGP) sur une extrudeuse bi-vis possédant deux zones de mélanges où les polymères fondus y subissent des contraintes de cisaillement.

Les granules des différentes espèces sont mélangés au préalable avec les proportions massiques souhaitées. Ce premier mélange est effectué manuellement.

II.3) Caractérisation microstructurale initiale des matériaux

II.3.1) Spectroscopie infrarouge à transformée de Fourier (FTIR)

II.3.1.1) Méthode expérimentale

La spectroscopie infrarouge à transformée de Fourier est une technique de caractérisation non-destructive fortement utilisée dans le domaine des polymères pour les nombreuses informations qu'elle donne sur la chimie des macromolécules. Cette méthode repose sur le concept d'absorption des photons dans la gamme de l'infrarouge par les liaisons chimiques entre les atomes composant les chaînes macromoléculaires. En fonction de la fréquence des photons qui sont absorbés, on peut récupérer des informations sur le type de liaison qui en est le responsable. L'utilisation de la FTIR par rapport à la spectroscopie infrarouge classique repose sur l'utilisation d'une source polychromatique, et l'utilisation de la transformée de Fourier pour récupérer le spectre global sur la plage de fréquences de la source.

Pour cette étude, un spectromètre IRAffinity-1S de la marque SHIMADZU a été utilisé. Pour chaque mesure, 64 accumulations du spectre sont réalisées sur une plage de nombre d'onde allant de 400 à 4000 cm^{-1} et avec une résolution de 0,5 cm^{-1} . Les mesures sont effectuées sur des échantillons sous forme de films d'épaisseur variable entre 50 et 300 μm qui ont été mis en forme avec une presse à chaud.

Afin de pouvoir comparer des spectres obtenus sur des films d'épaisseurs variables, il est nécessaire de les normaliser. Étant donné que les échantillons de cette étude sont de différentes espèces, il est impossible d'utiliser une bande vibrationnelle en particulier comme référence. La solution retenue ici pour normaliser les spectres est d'utiliser l'aire sous la courbe comme valeur de normalisation.

Les différents matériaux étudiés sont bien connus de la littérature, que ce soit pour l'iPP [126–129], l'iPP-g-MAH [26,130,131], l'EPDM [132–135] ou encore les mélanges PP / EPDM [136,137]. Le Tableau 3 regroupe l'attribution des bandes vibrationnelles qui seront utiles dans l'exploitation et l'interprétation des résultats.

Tableau 3 : Attribution des bandes vibrationnelles pour les différents matériaux de l'étude

Bande vibrationnelle (cm^{-1})	Liaison chimique correspondante	Espèce
998	Méthyle -CH ₃ « rocking »	iPP
1715	Acide -C=O « stretching »	iPP-g-MAH
1780	Anhydride -C=O « stretching »	iPP-g-MAH
1860	Anhydride -C=O « stretching »	iPP-g-MAH
721	Séquences CH ₂ de l'éthylène	EPDM
808	HC-C=C- de l'ENB	EPDM
1168	Méthyle -CH ₃ du propylène	EPDM

II.3.1.2) Détermination de la composition chimique de l'EPDM

Les travaux de Shabani [138] ont permis de mettre au point une méthode pour déterminer la composition chimique de l'EPDM (avec l'ENB comme diène) grâce à la spectroscopie infrarouge. Cette méthode s'appuie sur les intensités relatives de trois bandes vibrationnelles situées à 721, 808 et 1168 cm^{-1} et qui correspondent respectivement aux segments d'éthylène, d'ENB et de propylène. Cette méthode repose sur la loi de Beer-Lambert qui permet de calculer les concentrations suivantes :

$$[\text{Ethylène}] = \frac{A_{721 \text{ cm}^{-1}}}{2 l \epsilon_{721 \text{ cm}^{-1}}} \quad (\text{II-1})$$

$$[\text{Propylène}] = \frac{A_{1168 \text{ cm}^{-1}}}{l \epsilon_{1168 \text{ cm}^{-1}}} \quad (\text{II-2})$$

$$[ENB] = \frac{A_{808 \text{ cm}^{-1}}}{l \epsilon_{808 \text{ cm}^{-1}}} \quad (\text{II-3})$$

Où A correspond à l'absorbance, l correspond à l'épaisseur de l'échantillon et ϵ correspond au coefficient d'extinction molaire. Ces derniers sont tirés de la littérature [133,139] et donnée sur le Tableau 4. Concernant l'EPDM, le coefficient correspond au groupement -CH₂- de l'éthylène, or ce dernier en possède deux, d'où la nécessité de diviser la concentration obtenue par la loi de Beer-Lambert par deux.

Tableau 4 : Coefficients d'extinction molaire des différents monomères de l'EPDM [133,139]

Groupement chimique	$\epsilon (L \cdot mol^{-1} \cdot cm^{-1})$
-CH ₃ (propylène)	5
-CH ₂ - (éthylène)	2,6
-C=C- (ENB)	17,5

Une fois les concentrations calculées, les pourcentages molaires ainsi que massiques des différents monomères peuvent en être déduits par des lois des mélanges listées dans le Tableau 5.

Tableau 5 : Expressions des proportions massiques et molaires des différents monomères composant l'EPDM

Monomère	% molaire	% massique
Éthylène	$\frac{[E]}{[E] + [P] + [ENB]}$	$\frac{[E] \cdot M_{n_E}}{[E] \cdot M_{n_E} + [P] \cdot M_{n_P} + [ENB] \cdot M_{n_{ENB}}}$
Propylène	$\frac{[P]}{[E] + [P] + [ENB]}$	$\frac{[P] \cdot M_{n_P}}{[E] \cdot M_{n_E} + [P] \cdot M_{n_P} + [ENB] \cdot M_{n_{ENB}}}$
ENB	$\frac{[ENB]}{[E] + [P] + [ENB]}$	$\frac{[ENB] \cdot M_{n_{ENB}}}{[E] \cdot M_{n_E} + [P] \cdot M_{n_P} + [ENB] \cdot M_{n_{ENB}}}$

Où les masses molaires de l'éthylène, du propylène et de l'ENB sont respectivement 28 g.mol⁻¹, 42 g.mol⁻¹ et 120 g.mol⁻¹. Ce qui donne, pour l'EPDM de cette étude, la composition en différents monomères donnée dans le Tableau 6.

Tableau 6 : Valeurs des proportions molaires et massiques des différents monomères de l'EPDM

	Éthylène	Propylène	ENB
% molaire	60,2%	37,8%	2,0%
% massique	48,1%	45,2%	6,7%

II.3.1.3) Détermination du taux d'anhydride maléique

L'autre utilisation de la spectroscopie infrarouge pour cette étude est dans le but de mesurer le taux d'anhydride maléique présent dans les différents mélanges effectués [27,28,140,141]. La méthode consiste à prendre comme référence l'iPP-g-MAH pur dont le taux massique en anhydride maléique de 1 % massique est donné par le fournisseur. L'anhydride maléique et son acide conjugué l'acide maléique possèdent trois bandes vibrationnelles à 1715 cm^{-1} , 1780 cm^{-1} et 1860 cm^{-1} . Cette dernière étant moins intense que les deux autres, elle n'est pas prise en compte ici car elle est très peu visible sur les spectres des différents mélanges. La mesure du taux s'effectue alors en faisant le rapport des sommes des deux intensités des bandes vibrationnelles situées à 1715 cm^{-1} et 1780 cm^{-1} de l'échantillon considéré sur celle de l'iPP-g-MAH pur. Les différents spectres dans cette page sont montrés en Figure 25.

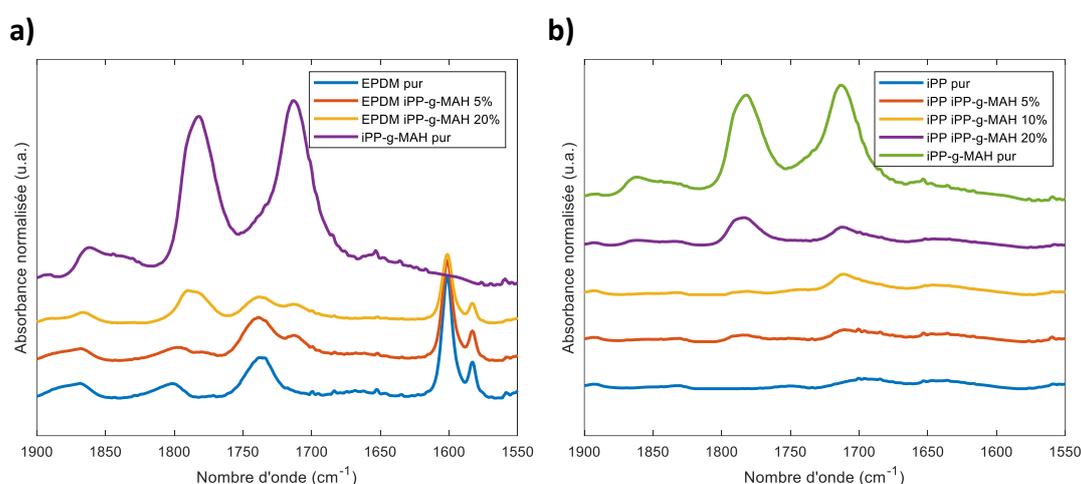


Figure 25 : Spectres infrarouges des différents mélanges à base d'EPDM (a) et d'iPP (b)

Étant donné la superposition partielle de certaines bandes vibrationnelles de l'EPDM ou de l'iPP avec celles de l'iPP-g-MAH, il est nécessaire de déconvoluer le signal en plusieurs fonction Lorentzienne. Ces fonction Lorentzienne sont considérées comme les bandes vibrationnelles correspondantes et leurs valeurs maximales sont prises comme intensité de la bande vibrationnelle.

Les résultats du calcul du taux en anhydride maléique des différents échantillons sont donnés sur le Tableau 7. On peut observer que le taux mesuré est proche du taux théorique pour tous les échantillons, excepté pour le mélange EPDM 80 %m / iPP-g-MAH 20 %m où le taux mesuré est deux fois plus faible que le taux théorique.

Tableau 7 : Résultats des mesures de taux massiques d'anhydride maléique

Mélange	Rapport des intensités	Taux massique de MAH mesuré	Taux massique de MAH théorique
EPDM 95 %m / iPP-g-MAH 5 %m	5.6%	0.056%	0.05%
EPDM 80 %m / iPP-g-MAH 20 %m	10.1%	0.101%	0.20%
iPP 95 %m / iPP-g-MAH 5 %m	6.2%	0.062%	0.05%
iPP 90 %m / iPP-g-MAH 10 %m	8.2%	0.082%	0.10%
iPP 80 %m / iPP-g-MAH 20 %m	20.0%	0.200%	0.20%

II.3.2) Calorimétrie différentielle à balayage (DSC)

La calorimétrie différentielle à balayage ou differential scanning calorimetry (DSC) en anglais est une technique d'analyse thermique servant à étudier les changements de phase et de microstructure de matériaux polymères. Les trois principaux changements de phase observables sont la fusion, la cristallisation et la transition vitreuse qui sont respectivement une transition endothermique du premier ordre, une transition exothermique du premier ordre et une transition cinétique et thermodynamique.

Pour cette étude, l'appareil utilisé est le DSC Q200 de TA Instruments. Cet appareil possède un four unique. Au sein de ce four sont placés deux capsules d'aluminium. Une de ces capsules reste vide et sert de référence tandis que l'autre contient un morceau (entre 5 et 15 mg) de l'échantillon à étudier. Lors de la chauffe (ou le refroidissement) du four, la différence de capacité thermique des deux capsules entraîne une différence de température et donc un flux de chaleur entre les deux capsules. Ce flux de chaleur est mesuré par un thermocouple et ce sont ces variations de flux de chaleur qui sont étudiés en fonction de la température sur un thermogramme.

Les mesures sont effectuées avec un flux d'azote de 50 mL.min⁻¹ permettant une stabilité thermique. L'appareil a été calibré avec un échantillon d'indium. Les différentes parties du cycle thermique effectué sont listées ci-dessous :

- Une chauffe de 30 °C à 220 °C à une vitesse de 10 K/min.
- Un maintien de l'échantillon à 220°C pendant 10 min afin d'assurer une température homogène.
- Un refroidissement de 220 °C à -80 °C à une vitesse de 10 K/min.
- Un maintien à -80 °C pendant 10 min
- Une seconde chauffe de -80 °C à 220 °C à une vitesse de 10 K/min.

La première chauffe du cycle permet d'obtenir des informations sur la microstructure initiale du matériau. Cette microstructure peut varier selon l'historique thermomécanique qu'a subi l'échantillon, notamment lors de la mise en forme. Une fois la température de 220 °C atteinte, les différents matériaux sont complètement fondus et vont cristalliser dans des conditions standards lors du refroidissement. La dernière partie du cycle permet alors d'étudier la microstructure du matériau dans ces conditions standards.

Pour les matériaux semi-cristallins, l'étude de la microstructure s'effectue par la détermination des températures de transition de phase, à savoir la température de fusion (T_f) et de cristallisation (T_c), qui sont mesurées aux sommets des endothermes et exothermes, ainsi que par la détermination du taux de cristallinité χ_c . Ce taux est estimé avec la mesure de l'enthalpie de fusion du polymère ΔH_f effectuée par intégration de la courbe du pic de fusion. Le taux de cristallinité est ensuite calculé selon la formule suivante :

$$\chi_c = \frac{\Delta H_f}{\Delta H_f^0} \quad (\text{II-4})$$

Où ΔH_f^0 est la valeur théorique de l'enthalpie de fusion du matériau 100 % cristallin. Pour la phase α du polypropylène, cette valeur est de 165 J.g^{-1} selon la littérature [142].

Il est également possible de mesurer la température de transition vitreuse (T_g) qui est visible par un épaulement sur le thermogramme, cependant cet épaulement est généralement très faible et il est souvent préféré la DMA (présentée en section II.4.1)) pour déterminer cette température de transition vitreuse.

Tableau 8 : Températures de fusion, de cristallisation et taux de cristallinité mesurés par DSC

Échantillon	1 ^{ère} chauffe		Refroidissement	2 ^{nde} chauffe	
	T_f (°C)	χ_c		T_c (°C)	T_f (°C)
iPP pur	168	44%	117	166	51%
iPP 95 %m / iPP-g-MAH 5 %m	168	46%	116	166	48%
iPP 90 %m / iPP-g-MAH 10 %m	167	45%	115	164	46%
iPP 80 %m / iPP-g-MAH 20 %m	167	45%	116	163	46%
iPP-g-MAH pur	166	39%	114	165	42%
EPDM 95 %m / iPP-g-MAH 5 %m	154	15%	106	156	15%
EPDM 80 %m / iPP-g-MAH 20 %m	157	19%	106	157	19%

Le Tableau 8 regroupe les résultats obtenus par DSC pour les différents échantillons présentant une phase cristalline. Concernant les espèces à matrice de polypropylène, il est observable que l'iPP et l'iPP-g-MAH possèdent des températures de fusion standard similaires à 165 °C mais qu'un mélange des deux espèces diminue cette température de fusion de 2 °C . Pour la cristallisation, les mélanges iPP / iPP-g-MAH possèdent des températures de cristallisation ainsi que des taux de cristallinités compris entre ceux de l'iPP et l'iPP-g-MAH.

Les mélanges à base d'EPDM présentent des températures de changement de phase bien plus faibles que les espèces à base d'iPP. Un écart de 10 °C avec les polymères à matrice de polypropylène est observable pour les températures de fusion ainsi que les températures de cristallisation. Les taux de cristallinité sont, quant à eux, beaucoup plus faibles ce qui s'explique par le fait que le composant majoritaire des mélanges soit l'EPDM qui possède une structure amorphe.

Des différences sont également observables entre les comportements des différents échantillons lors de la première chauffe et la seconde chauffe. Cela signifie que le comportement thermique initial des échantillons diffère du comportement standard. Le taux de cristallinité initial est plus faible que celui du comportement standard, ce qui implique que la cristallinité des polymères présents dans les différentes structures sandwichs de cette étude pourraient voir leur taux de cristallinité augmenter en modifiant les conditions de mise en forme de ces derniers.

II.3.3) Diffraction des rayons X aux grands angles (WAXS)

La diffraction des rayons X aux grands angles, ou wide-angle X-ray scattering (WAXS) en anglais, est une technique d'analyse non destructive permettant la caractérisation

microstructurale de matériaux et notamment le taux de cristallinité des polymères et leur état initial de texturation.

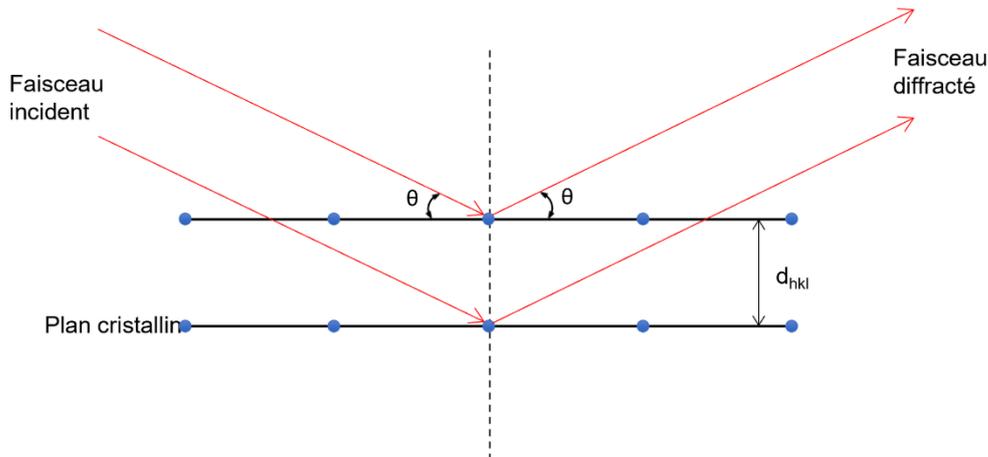


Figure 26 : Schéma de la diffraction des rayons X par une famille de plans cristallins

Le principe (schématisé sur la Figure 26) est basé sur la diffusion élastique de rayons X traversant l'échantillon analysé. Si l'échantillon présente des plans cristallins dans sa structure, ces derniers vont diffracter une partie des rayons X incidents selon la loi de Bragg exprimé ci-dessous :

$$n\lambda = 2d_{hkl} \sin \theta \quad (\text{II-5})$$

Où (hkl) est l'indice de Miller, d_{hkl} la distance interréticulaire, θ l'angle d'incidence, n l'ordre de diffraction et λ la longueur d'onde du faisceau de rayons X. Les distances interréticulaires d_{hkl} des différentes familles de plans cristallins peuvent être calculées connaissant le type de maille du cristal ainsi que ses paramètres de maille. Ce qui donne pour les différentes phases du polypropylène isotactique :

- Phase α (maille monoclinique) : $\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2}{a^2 \sin^2 \beta} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2 \sin^2 \beta} - \frac{2 h l \cos \beta}{a c \sin^2 \beta}$
- Phase β (maille hexagonale) : $\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{4}{3} \frac{(h^2 + k^2 + h k)}{a^2} + \frac{l^2}{c^2}$
- Phase γ (maille orthorhombique) : $\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}$

Le dispositif expérimental utilisé dans cette étude est le diffractomètre Bruker® D8 Advance monté selon une configuration Bragg-Brentano $\theta/2\theta$. Le faisceau de rayons X provient d'une anticathode en molybdène et possède une longueur d'onde de $\lambda = 0,70930 \text{ \AA}$. Les échantillons sont des plaques mises en forme sous presse dans les mêmes conditions expérimentales que pour les poutres sandwichs.

Les différents clichés de diffractions obtenus sont montrés sur la Figure 27 ci-dessous.

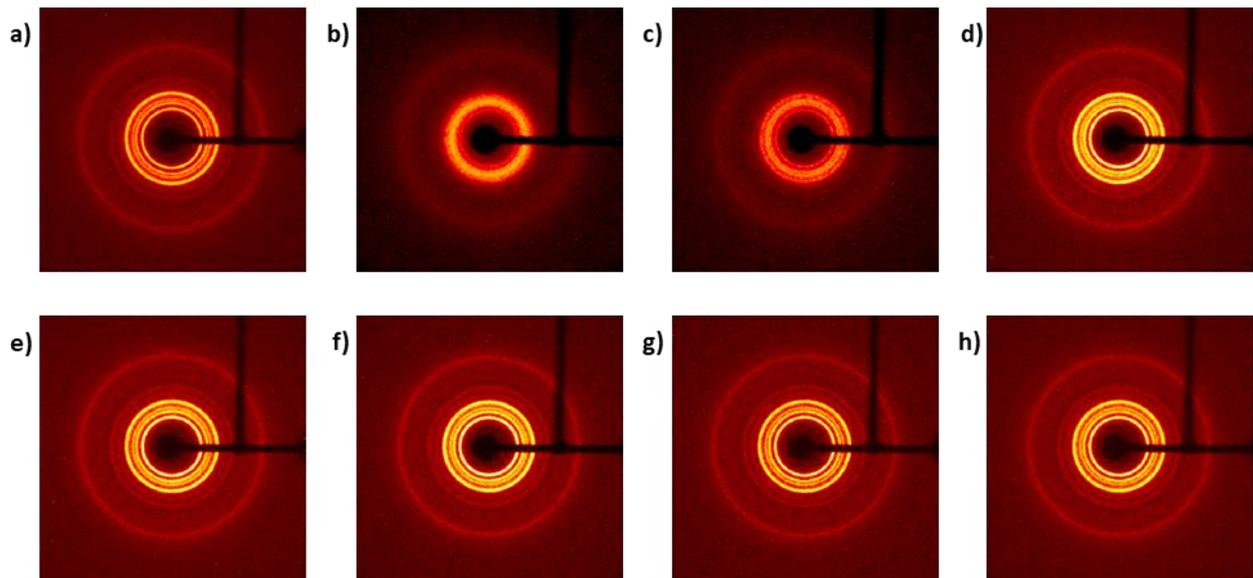


Figure 27 : Clichés de diffraction WAXS des différents échantillons étudiés (a : iPP-g-MAH pur ; b : EPDM pur ; c : EPDM 95 %m / iPP-g-MAH 5 %m ; d : EPDM 80 %m / iPP-g-MAH 20 %m ; e : iPP pur ; f : iPP 95 %m / iPP-g-MAH 5 %m ; g : iPP 90 %m / iPP-g-MAH 10 %m ; h : iPP 80 %m / iPP-g-MAH 20 %m)

Afin de pouvoir les étudier en détails, ces clichés de diffraction sont transformés en « cakes » qui consiste à passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes à l'aide du logiciel Fiji de ImageJ. Ces « cakes » permettent d'étudier une orientation potentielle dans la structure et d'obtenir des diffractogrammes moyennés sur tous les azimuts. Un exemple de ces « cakes » est donné sur la Figure 28.

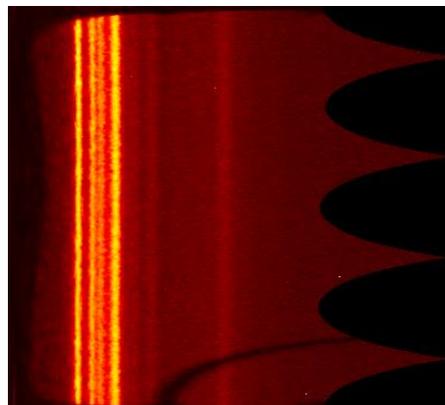


Figure 28 : Exemple de « cake » obtenu sur le cliché de diffraction de l'iPP-g-MAH pur

Le premier résultat déduit de ces clichés est l'absence d'orientation préférentielle dans la structure des différents polymères. Concernant les diffractogrammes des différents échantillons qui sont illustrés en Figure 29, il peut être déduit la présence de la phase α du polypropylène à la vue des différents pics cristallins.

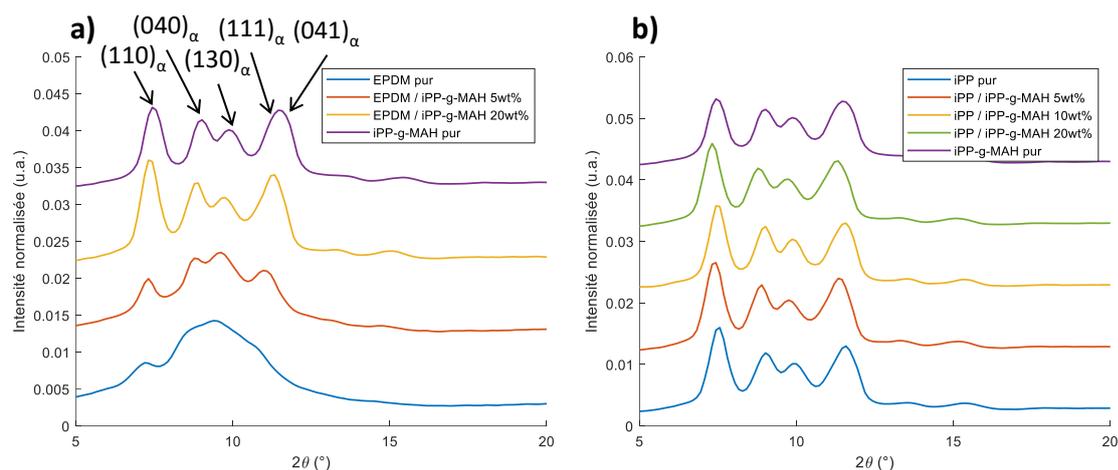


Figure 29 : Diffractogrammes des différents mélanges à base d'EPDM (a) et d'iPP (b)

Sur ces diffractogrammes il est possible d'y mesurer un taux de cristallinité grâce à une déconvolution des différents pics cristallins et du halo amorphe. Selon la méthode de Hermans et Weidinger [143,144], les pics cristallins sont modélisés par une fonction de Lorentz et le halo amorphe par une fonction de Gauss. Une fois la déconvolution effectuée, le taux de cristallinité χ_c peut être calculer de cette façon :

$$\chi_c = \frac{A_c}{A_c + A_a} \quad (\text{II-6})$$

Où A_c est la somme des aires des pics cristallins et A_a est l'aire du halo amorphe. Les résultats de ce calcul pour les différents échantillons sont donnés sur le Tableau 9. Si les taux calculés par cette méthode sont différents des taux calculés par DSC à cause de la différence entre les deux types de mesures, l'évolution du taux en fonction des échantillons, reste quant à elle, la même pour les deux méthodes.

Tableau 9 : Résultats des calculs de taux de cristallinité obtenus par WAXS et par DSC

Échantillon	χ_c (WAXS)	χ_c (DSC)
iPP-g-MAH	50%	39%
iPP pur	57%	44%
iPP 95 %m / iPP g MAH 5 %m	60%	46%
iPP 90 %m / iPP g MAH 10 %m	61%	45%
iPP 80 %m / iPP g MAH 20 %m	59%	45%
EPDM pur	amorphe	amorphe
EPDM 95 %m / iPP g MAH 5 %m	26%	15%
EPDM 80 %m / iPP g MAH 20 %m	49%	18%

II.4) Propriétés mécaniques des matériaux viscoélastiques

II.4.1) Analyse mécanique dynamique (DMA)

L'analyse mécanique dynamique, ou dynamic mechanical analysis (DMA) en anglais, est une technique de caractérisation mécanique des propriétés viscoélastique. Il est nécessaire d'avoir de petites déformations afin de rester dans le domaine purement élastique du matériau pour que la loi de Hooke puisse être utilisée. L'échantillon est sollicité par une contrainte oscillante $\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t)$ à une fréquence ω donnée. Dans le cas des matériaux viscoélastiques, la réponse du matériau à cette sollicitation est également sinusoïdale mais déphasée par rapport à la contrainte $\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin(\omega t + \varphi)$, ce qui donne une valeur de module élastique complexe notée E^* obtenue par la loi de Hooke.

Ce module complexe E^* possède une partie réelle E' et une partie imaginaire E'' . La partie réelle est appelée la composante de conservation ou module élastique et caractérise le comportement élastique du matériau. La partie imaginaire, quant à elle, est appelée la composante de perte et caractérise le comportement visqueux du matériau, c'est-à-dire l'énergie mécanique dissipée sous forme de chaleur lors de la déformation élastique.

Le coefficient d'amortissement, ici appelé $\tan \delta$, est défini pour représenter l'amortissement mécanique du matériau pendant l'essai. Son expression est :

$$\tan \delta = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)} \quad (\text{II-7})$$

En s'intéressant aux variations de E' et de $\tan \delta$ en fonction de la température, les différents phénomènes de relaxation sont observables et notamment la transition vitreuse (dont la température est notée T_g). Lors de cette transition vitreuse, la valeur du module élastique chute tandis que l'amortissement est maximal à cette température.

La fréquence de sollicitation de l'échantillon a également un impact sur le module complexe E^* . En effet, quand la fréquence augmente, une augmentation de la valeur de T_g peut également être observée.

Il existe plusieurs méthodes pour déterminer la valeur de T_g , mais toujours pour une unique fréquence de 1 Hz, la première est la température pour laquelle la courbe de $E'(T)$ présente un point d'inflexion. La seconde est la température pour laquelle la dérivée de $E'(T)$ est maximale. Et enfin la dernière est la température pour laquelle la valeur de $\tan \delta$ est maximale. Pour cette étude, la méthode retenue sera la valeur maximale de $\tan \delta$ pour une sollicitation de 1 Hz.

L'appareil utilisé est le DMA 242C de la marque Niezsch. Les essais sont effectués sur une plage de températures allant de -100 °C à 100 °C et pour des fréquences d'oscillations de 1, 5 et 10 Hz. Les échantillons sont d'abord refroidis en dessous de -100 °C par l'insertion d'azote liquide, puis la température augmente à une vitesse de $2\text{ K}\cdot\text{min}^{-1}$ jusqu'à atteindre la température maximale de l'essai. Les oscillations mécaniques s'effectuent avec des valeurs

maximales de force appliquée et d'amplitude de déplacement de 6 N et 100 μm , respectivement.

Le mode de sollicitation retenu pour cette étude est la flexion 3 points, dont le dispositif expérimental est schématisé sur la Figure 30. Les échantillons sont mis en forme par usinage à l'aide d'une fraiseuse numérique de la marque CHARLYROBOT et possèdent des dimensions valant 20 x 4 x 3 mm^3 .

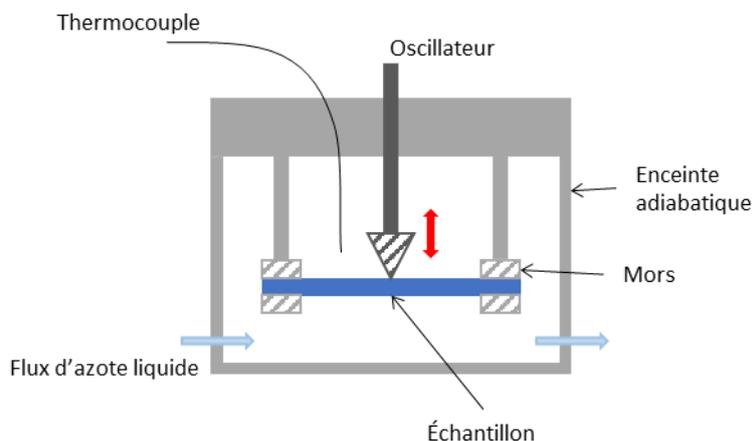


Figure 30 : Schéma du dispositif expérimental de DMA en mode flexion 3 points

Les résultats des analyses en température sont illustrés ci-dessous. La Figure 31 représente l'évolution en température du module élastique E' et du facteur de perte $\tan \delta$ pour les mélanges à base de polypropylène isotactique. Quant à la Figure 32, elle représente les mêmes évolutions mais pour les différents échantillons élastomériques, donc les mélanges à base d'EPDM ainsi que le SEBS-*g*-MAH.

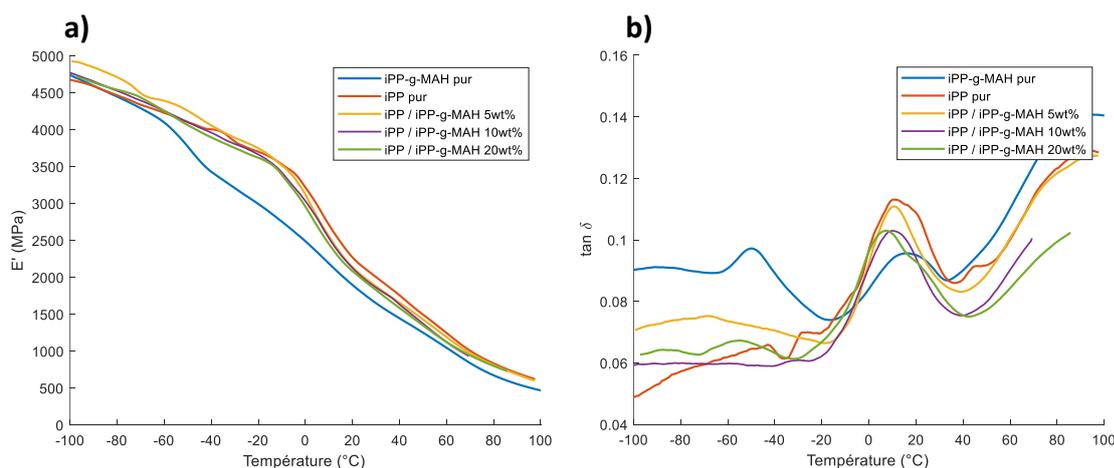


Figure 31 : Évolution du module élastique réel (a) et du facteur de perte (b) des différents échantillons à matrice d'iPP

Concernant les échantillons à base d'iPP, une différence significative est observable entre le comportement de l'iPP et de l'iPP-*g*-MAH. Les valeurs de modules élastiques des différents échantillons sont comparables pour des températures supérieures à la transition vitreuse, avec les valeurs des différents mélanges comprises entre celles des espèces pures les

composants. Cependant pour des températures inférieures à T_g , les mélanges iPP / iPP-*g*-MAH ont des valeurs de modules plus proches de celles de l'iPP et sont nettement supérieures à celles de l'iPP-*g*-MAH.

Les différentes relaxations mécaniques du polypropylène sont observables sur la Figure 31. Ces relaxations sont bien connues dans la littérature [145,146]. Une première relaxation, associée à des mouvements locaux au sein de la phase cristalline, est située à proximité de 90 °C pour les différents matériaux ; cependant, cette relaxation ne sera pas étudiée ici au vu de sa haute température.

La seconde relaxation est associée à la transition vitreuse de l'iPP. Elle est observée à des températures similaires autour de 10 °C pour l'iPP pur ainsi que les différents mélanges et autour de 15 °C pour l'iPP-*g*-MAH. L'iPP-*g*-MAH possédant des chaînes macromoléculaires plus courtes, il serait logique de voir sa T_g plus faible que celle de l'iPP. Le fait qu'elle soit plus élevée indique une plus faible mobilité des chaînes de l'iPP-*g*-MAH, ce qui est probablement dû aux groupements d'anhydride maléique. Il est également observable que les valeurs de $\tan \delta$, lors de cette relaxation, diminue avec l'ajout de l'iPP-*g*-MAH dans l'iPP.

Concernant la troisième relaxation, qui est associée aux mouvements des groupes méthyles, c'est le phénomène inverse. Pour l'iPP et les différents mélanges, il n'est pas possible de la distinguer alors qu'elle est bien visible à -50 °C pour l'iPP-*g*-MAH.

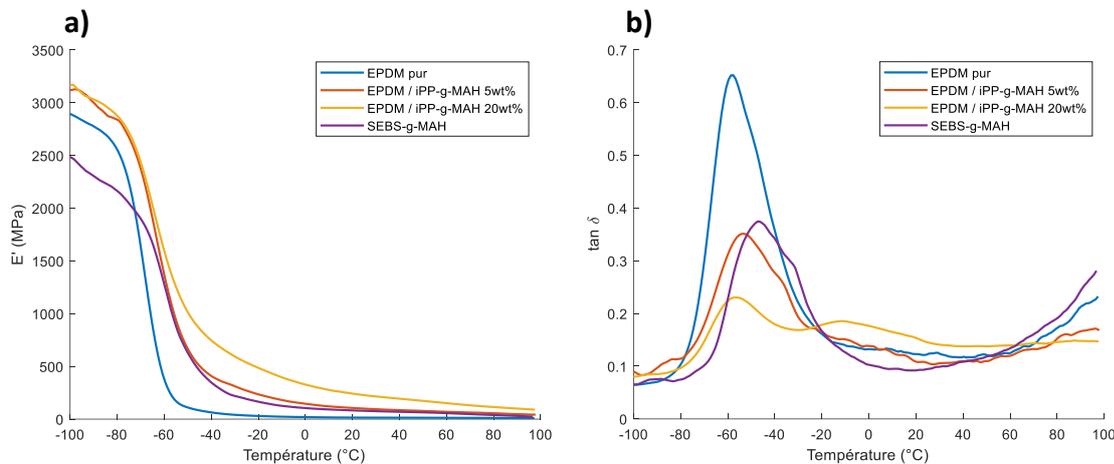


Figure 32 : Évolution du module élastique réel (a) et du facteur de perte (b) des différents échantillons élastomériques

Pour les échantillons élastomériques, il est visible sur la Figure 32 que la relaxation de l'EPDM correspondant à la transition vitreuse est située entre -60 °C et -55 °C même avec l'ajout de l'iPP-*g*-MAH. Cependant, l'ajout d'iPP-*g*-MAH diminue grandement les valeurs de $\tan \delta$ à la transition vitreuse. En effet le facteur de perte atteint la valeur de 0,65 pour l'EPDM pur mais il n'atteint que 0,35 et 0,23 pour les mélanges ayant respectivement 5 %m et 20 %m d'iPP-*g*-MAH. Ce résultat est cohérent avec les valeurs d'amortissement de l'iPP-*g*-MAH qui ne dépasse pas 0,1 dans cette plage de température.

Une seconde relaxation est également observable pour les deux mélanges EPDM / iPP-*g*-MAH, cette relaxation est située autour de -10 °C. Elle est nettement visible pour le mélange avec 20 %m d'iPP-*g*-MAH et est présente sous forme d'un léger épaulement pour le mélange à

5 %m. Cette relaxation est donc liée à l'iPP-*g*-MAH. Sa faible température indique la présence de 2 phases dans le mélange, une phase purement composée d'EPDM et une phase comportant à la fois des chaînes d'EPDM et d'iPP-*g*-MAH. Cette hétérogénéité est surtout présente pour le mélange à 20 %m et dans une moindre mesure dans le mélange à 5 %m.

Concernant les valeurs de modules élastiques, elles présentent une chute lors de la transition vitreuse. Cette chute de module est caractéristique des élastomères et permet d'avoir le comportement « souple » pour des températures supérieures à T_g . Il est toutefois notable que les valeurs de module E' de l'EPDM augmentent avec l'ajout d'iPP-*g*-MAH

Le SEBS-*g*-MAH, quant à lui, possède un comportement proche de celui de l'EPDM ayant 5 %m d'iPP-*g*-MAH, à la différence que la transition vitreuse du SEBS-*g*-MAH se situe à une température de -46 °C. Cette similitude est valable aussi bien pour les valeurs de module élastique réel que celles du facteur de perte.

II.4.2) Analyse mécanique par VidéoTraction™

Afin d'étudier le comportement mécanique au-delà du domaine élastique, des essais de traction uniaxiale monotone sont réalisés. Le système VidéoTraction™ est le dispositif utilisé dans cette étude car il permet d'obtenir le comportement vrai du matériau. Le principe, schématisé en Figure 33, repose sur la mesure en direct des déformations dans le plan de l'éprouvette localisées dans un volume élémentaire représentatif appelé VER. Ce VER se situe au centre de l'éprouvette au niveau du défaut géométrique (réduction de section) préalablement usiné avec une fraiseuse numérique de la marque CHARLYROBOT.

L'avantage de cette technique est le suivi vidéométrique en temps réel de l'essai ce qui permet d'obtenir les valeurs de déformation vraie et de contrainte vraie et ainsi de conserver une vitesse de déformation vraie constante. Ce comportement vrai est mesurable grâce à un motif composé de 7 points disposés en surface de l'éprouvette. Cette technique a été développée et brevetée par G'sell *et al.* [147]. Ce système est installé sur une machine de traction de la marque MTS.

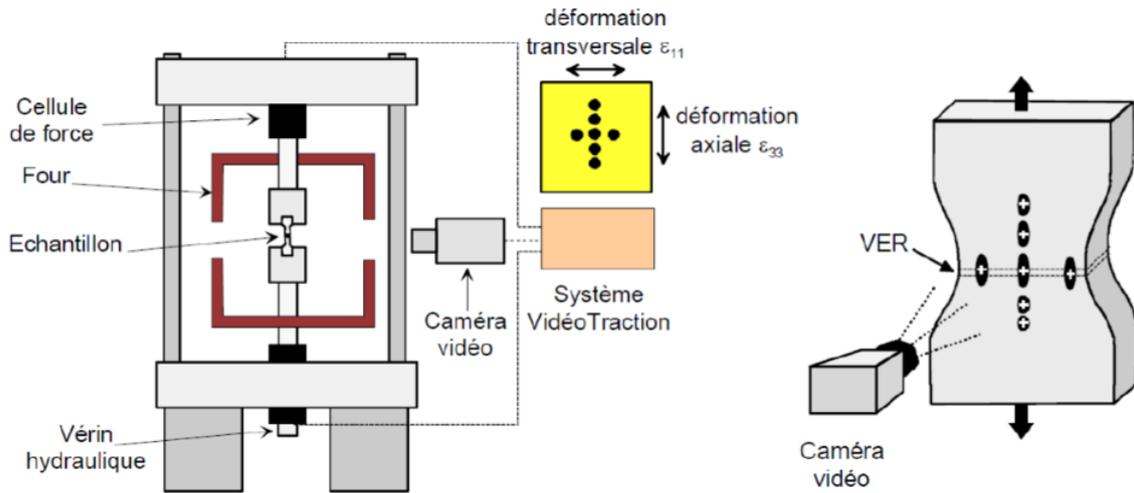


Figure 33 : Montage expérimental de la VidéoTraction™ [148]

L'éprouvette, schématisée en Figure 34, possède une épaisseur de 3 mm ainsi qu'un amincissement au centre afin de localiser la déformation au sein du VER. Chaque éprouvette est polie après l'usinage afin d'enlever les potentiels défauts de surface dus à la mise en forme et ainsi d'éviter la fissuration précoce lors de l'essai de traction. Le motif à 7 points est ensuite déposé sur la surface de l'éprouvette avec une peinture de modélisme noir de la marque Citadelle.

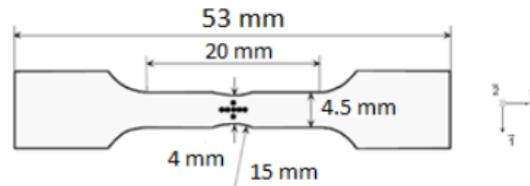


Figure 34 : Schéma d'une éprouvette de VidéoTraction™

Tout au long de l'essai de traction, une caméra CCD de résolution 800 x 600 pixels suit le motif déposé sur l'éprouvette. Le logiciel calcul à chaque image le barycentre de chaque tâche observée. Une fois les différents barycentres identifiés, différents déplacements relatifs entre ces barycentres sont calculés, ce qui permet d'obtenir les déformations axiales (axe 3) ainsi que transverses (axe 1). En traction uniaxiale, l'hypothèse de l'égalité de la déformation transverse dans l'épaisseur (axe 2) à celle dans la largeur (axe 1) est souvent utilisée dans la littérature [149–151]. Cette hypothèse, aussi nommé principe d'isotropie transverse, permet le calcul de la section de l'éprouvette au niveau du VER à chaque instant. Les tenseurs de déformation vraie et de contrainte vraie axiale peuvent être donc calculés avec les formules suivantes :

$$\epsilon_v = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33} \quad (\text{II-8})$$

$$\sigma_{33} = \frac{F}{S_0} e^{-2\epsilon_{11}} \quad (\text{II-9})$$

Le calcul de la déformation vraie s'effectuant pendant l'essai, il est donc possible d'asservir la vitesse de déplacement des mors afin d'obtenir une vitesse de déformation vraie constante. Cette vitesse de déformation vraie $\dot{\epsilon}$ est fixée à $0,001 \text{ s}^{-1}$ pour les essais de cette étude.

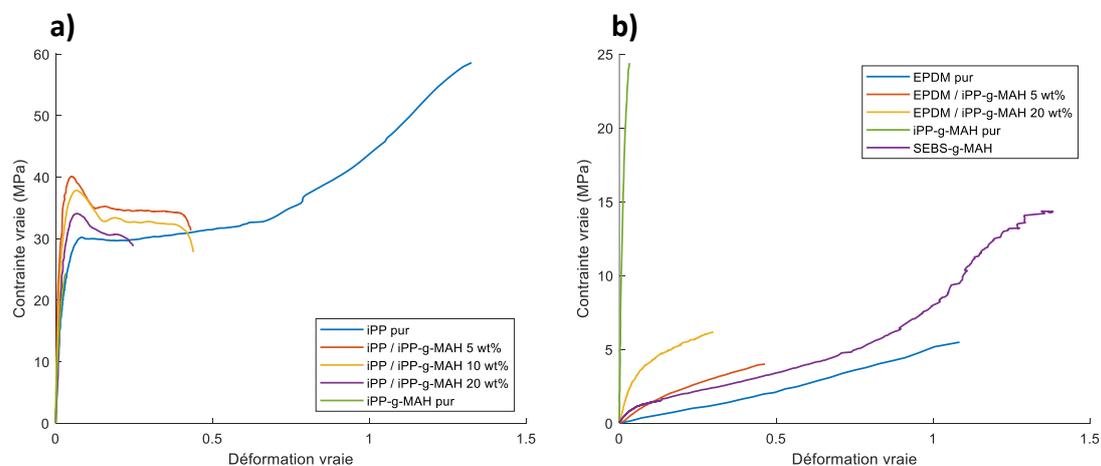


Figure 35 : Comportement mécanique vrais de différents mélanges à matrice de polypropylène (a) et des matériaux élastomériques (b).

Les comportements mécaniques des différents matériaux de cette étude sont illustrés sur la Figure 35. Sur la Figure 35 a), une grande différence de comportement mécanique est observable entre l'iPP vierge et l'iPP-g-MAH. En effet, l'iPP vierge possède un comportement ductile avec l'apparition de la plasticité pour une contrainte de 30 MPa et une déformation à la rupture de 1,3. A l'opposé, l'iPP-g-MAH présente un comportement fragile avec une rupture lorsque la contrainte atteint la limite d'élasticité de 24 MPa. Les mélanges de ces deux polymères présentent, quant à eux, des comportements intermédiaires avec cependant l'apparition d'un seuil de contrainte lors de l'apparition de la plasticité et des limites d'élasticité supérieures à celles des espèces pures. Le mélange à 5 %m d'iPP-g-MAH possède une limite d'élasticité de 40 MPa et un allongement à la rupture de 0,4. Le mélange à 10 %m possède également un allongement à la rupture de 0,4 mais une limite d'élasticité de 38 MPa. Quant au mélange à 20 %m, la limite d'élasticité est de 34 MPa et la déformation à la rupture est de 0,2.

Ces résultats permettent de déduire que le mélange d'iPP-g-MAH avec de l'iPP permet d'obtenir un meilleur comportement mécanique que l'iPP-g-MAH pur grâce à l'apparition de la plasticité tout en gardant la présence d'anhydride maléique qui est nécessaire pour l'adhésion du matériau aux oxydes métalliques. Quant aux proportions d'iPP-g-MAH, les différents mélanges possèdent des comportements mécaniques proches. L'augmentation du taux d'iPP-g-MAH provoque cependant une légère diminution de la limite d'élasticité et de l'allongement à la rupture conformément aux résultats présents dans la littérature [152].

Concernant les espèces élastomériques, les comportements mécaniques vrais sont illustrés sur la Figure 35 b). L'EPDM présente un comportement purement viscoélastique avec la plus faible valeur de module élastique. Il n'est cependant pas possible de déterminer son allongement à la rupture le système VidéoTraction™ atteint ses limites avant la rupture de l'échantillon à cause d'une trop grande déformation des taches placées sur l'éprouvette. Les

mélanges EPDM / iPP-*g*-MAH ainsi que le SEBS-*g*-MAH présentent un comportement viscoplastique. Le mélange à 20 %m d'iPP-*g*-MAH présente un module élastique plus élevé que le mélange à 5%*m* et le SEBS-*g*-MAH qui ont des modules élastiques similaires. Concernant la rupture, elle intervient pour une déformation de 0,3 pour le mélange à 20 %*m*, de 0,45 pour le mélange à 5 %*m* et de 1,35 pour le SEBS-*g*-MAH.

L'ajout d'iPP-*g*-MAH dans une matrice EPDM implique donc le passage d'un comportement purement viscoélastique à un comportement élastoviscoplastique entraînant ainsi l'augmentation du module élastique et la diminution de la déformation à la rupture. Il est donc possible de conclure que l'ajout d'iPP-*g*-MAH doit être minimiser pour obtenir les propriétés mécaniques les plus proches de celles d'un élastomère. Concernant le SEBS-*g*-MAH, le comportement mécanique observé est similaire au mélange EPDM / iPP-*g*-MAH 95 %*m* / 5 %*m* pour des valeurs de déformation avec cependant un meilleur taux de d'allongement à la rupture.

II.4.3) Analyse mécanique par corrélation d'images numériques (DIC)

Les deux méthodes de caractérisation mécanique présentées précédemment permettent d'obtenir le comportement mécanique des différents échantillons dans le domaine élastique ainsi que dans le domaine plastique. Afin de récupérer d'autres informations mécaniques comme le coefficient de Poisson, une mesure de champ de déformation lors d'un essai de traction est nécessaire. La méthode utilisée ici est le couplage de la VidéoTraction™ avec un système de corrélation d'images numériques ou « digital image correlation » (DIC) en anglais et plus précisément la DIC stéréographique.

Cette méthode donne accès au champ de déplacement selon les trois dimensions de l'espace pendant que le système VidéoTraction™ permet d'effectuer un essai de traction à vitesse de déformation constante. Elle a l'avantage d'être très portable, robuste et facile à calibrer. Deux caméras acquièrent des images de la surface de l'échantillon étudié à une fréquence d'acquisition élevée et définie au préalable. Pour pouvoir appliquer l'analyse de corrélation d'images numériques sur les vidéos enregistrées, la surface étudiée du spécimen est peinte avec un motif dit « de Speckle » autrement appelé mouchetis. Pour ce faire, on dépose une fine couche de peinture blanche sur la surface du spécimen à l'aide d'un aérosol de peinture blanche, puis on ajoute des points noirs sur la surface à l'aide d'un aérosol de peinture noire. Le motif doit être aléatoire et très contrasté, d'où l'utilisation de peinture noire et blanche. Un exemple de surface peinte est donné à la Figure 36. A chaque image, le champ de déplacement est calculé avec la déformation du motif de surface par rapport à une image de référence prise en amont de l'essai mécanique. La spécificité de la DIC stéréographique est l'utilisation de deux caméras, ce qui permet d'obtenir, via une triangulation, un champ de déformation en trois dimensions.

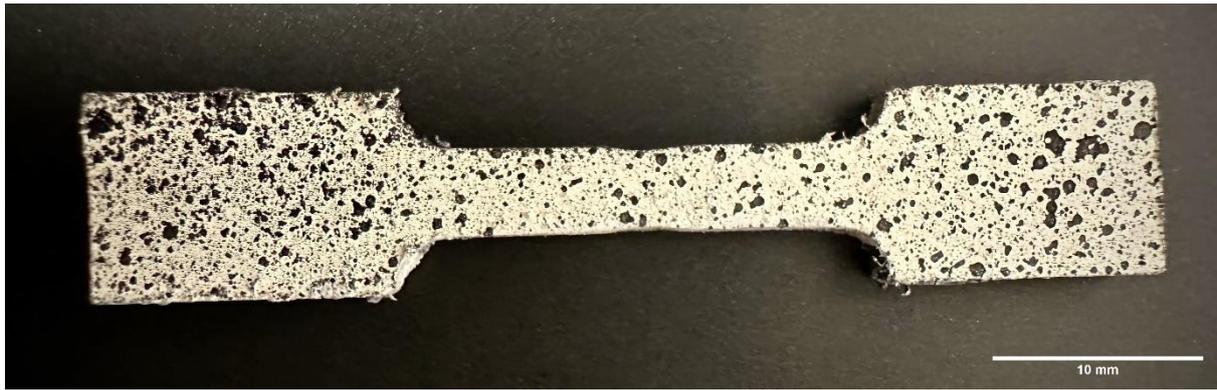


Figure 36 : Photo d'une éprouvette de traction avec un mouchetis en surface pour un essai de traction suivi par DIC

Dans cette étude, le système ARAMIS 6M est utilisé pour réaliser la DIC 3D stéréographique. Ce système consiste en deux caméras de haute précision et de haute fréquence d'acquisition accompagnées de deux puissantes lampes à LED bleues. Les caméras ne sont sensibles qu'au rayonnement de la lumière bleue, ce qui évite les interférences optiques provenant d'autres sources lumineuses. De plus, des polariseurs sont placés juste avant les objectifs pour diminuer la pollution des surfaces réfléchissantes. La résolution maximale est de 12 pixels et la fréquence d'acquisition maximale est de 25 Hz. Les différents essais s'effectuent dans les mêmes conditions que pour la VidéoTraction™ avec la même géométrie d'éprouvette.

La plupart des fonctions du système sont contrôlées par le logiciel GOM Correlate. L'acquisition des images, ainsi que l'analyse de la corrélation des images numériques sont gérées par ce logiciel. Il est facilement possible d'obtenir le champ de déformation et le champ de vitesse de déformation dans chaque direction de l'espace sur toute la longueur de l'éprouvette. Un exemple de mesure est donné à la Figure 37.

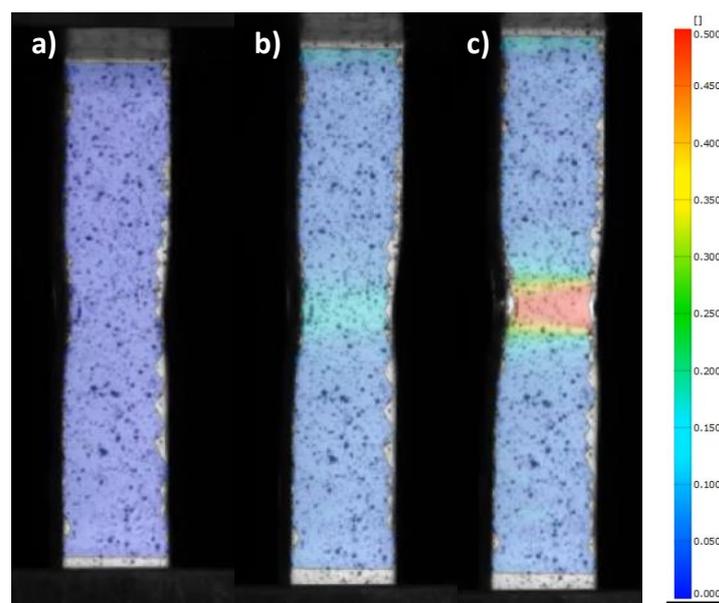


Figure 37 : Suivi de la déformation axiale de l'éprouvette lors d'un essai de traction avec la corrélation d'images numériques

En s'intéressant à certains points particuliers de l'éprouvette, il est possible d'obtenir l'évolution de la déformation axiale (ε_{33}) et transverse (ε_{11}) en ces points d'intérêt. Le placement de ces points est illustré sur la Figure 38. Le point 1 est placé au centre de l'éprouvette dans la zone où la déformation est localisée. Les points 2 et 3 sont également dans la zone principale de déformation mais à droite et à gauche de l'éprouvette. Les points 4 et 5 sont placés un peu plus éloignés du centre de l'éprouvette respectivement en haut et en bas. Les points 6 et 7 sont placés de la même façon, encore un peu plus éloigné du centre. Enfin, les points 8 et 9 sont placés loin du centre de l'éprouvette, en dehors de la zone possédant un défaut d'épaisseur où se situe la concentration des contraintes.

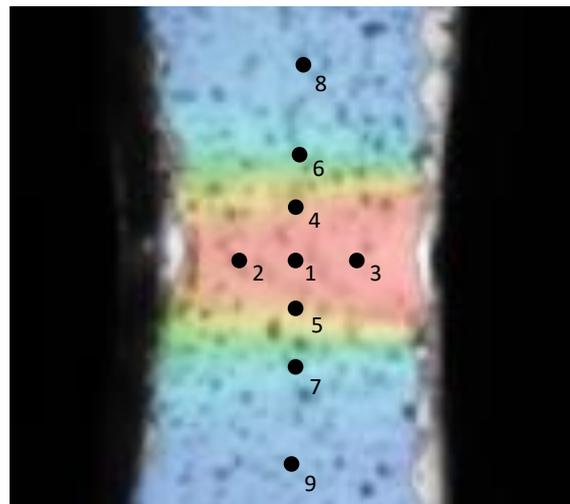


Figure 38 : Placement des points d'intérêt sur la surface de l'éprouvette

La Figure 39 montre l'évolution de ε_{33} et ε_{11} en fonction du temps au cours de l'essai de traction. Sur la courbe a) qui montre l'évolution de la déformation axiale (ε_{33}), deux zones se distinguent au cours de l'essai. La première correspond à la déformation élastique du matériau où les valeurs ε_{33} sont égales en tout point de l'éprouvette. La seconde zone correspond à la déformation plastique du matériau où cette fois les valeurs de déformations sont différentes. Cependant, dans ce domaine, les valeurs de ε_{33} sont plus élevées pour les points 1, 2 et 3 (courbes rouges) qui sont les points situés dans la zone de déformation localisée. Pour le reste des points, plus leur emplacement est éloigné de cette zone, plus ε_{33} est faible. Cela signifie que la déformation plastique reste bien localisée dans le VER de l'éprouvette de VidéoTraction™. Concernant la déformation transverse (ε_{11}) présente sur la Figure 39 b), la superposition des courbes de déformation sur le domaine élastique est retrouvée. Cependant, une fois la limite d'élasticité atteinte, les courbes se séparent indépendamment du placement des points de mesure. Cela est dû aux incertitudes de mesures qui sont beaucoup plus grandes pour la mesure de ε_{11} que de ε_{33} .

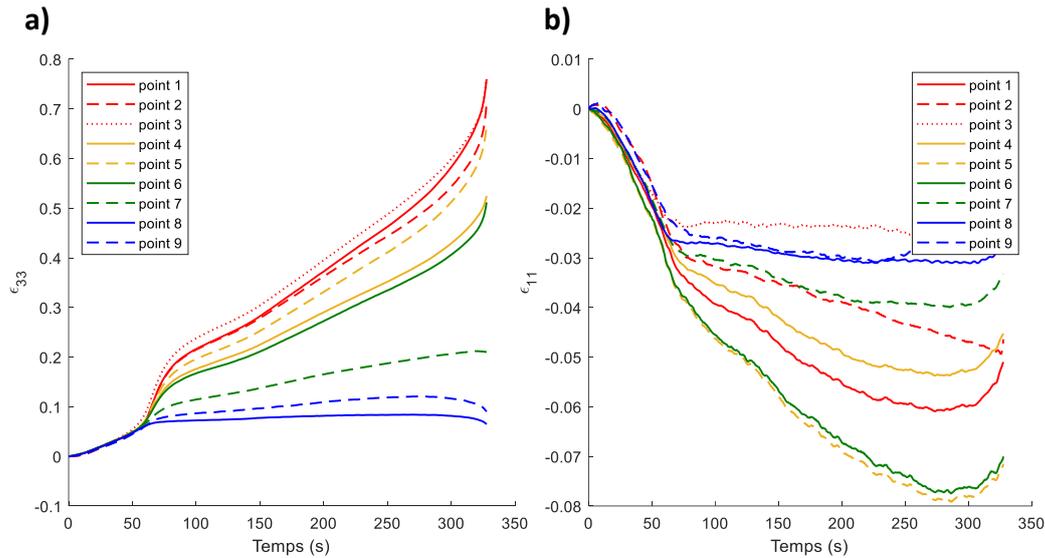


Figure 39 : Évolution de la déformation axiale (a) et transversale (b) localisée aux différents points d'intérêt en fonction du temps pour l'échantillon iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m

Afin de s'intéresser aux valeurs de coefficients de Poisson des différents matériaux il faut étudier le rapport $\nu = |\epsilon_{11}/\epsilon_{33}|$ dans le domaine élastique. La détermination de la valeur du coefficient de Poisson s'effectue en moyennant les valeurs des différents points pour une déformation correspondant au milieu du domaine élastique. Dans une optique de répétabilité, deux essais sont effectués pour chaque matériau étudié. Pour l'échantillon iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m, le domaine élastique s'arrêtant pour des valeurs de ϵ_{33} de 0,05, la mesure du coefficient s'effectue pour des valeurs de ϵ_{33} de 0,025. La valeur retenue du coefficient de Poisson est alors 0,39 pour une valeur de ϵ_{33} de 0,025.

Concernant les échantillons élastomériques, il n'est pas possible de distinguer le domaine élastique sur les courbes de comportement mécanique. Comme illustré sur la Figure 35 b) de la section II.4.2), les matériaux à base d'EPDM ainsi que le SEBS-g-MAH ne présente qu'un domaine viscoélastoplastique.

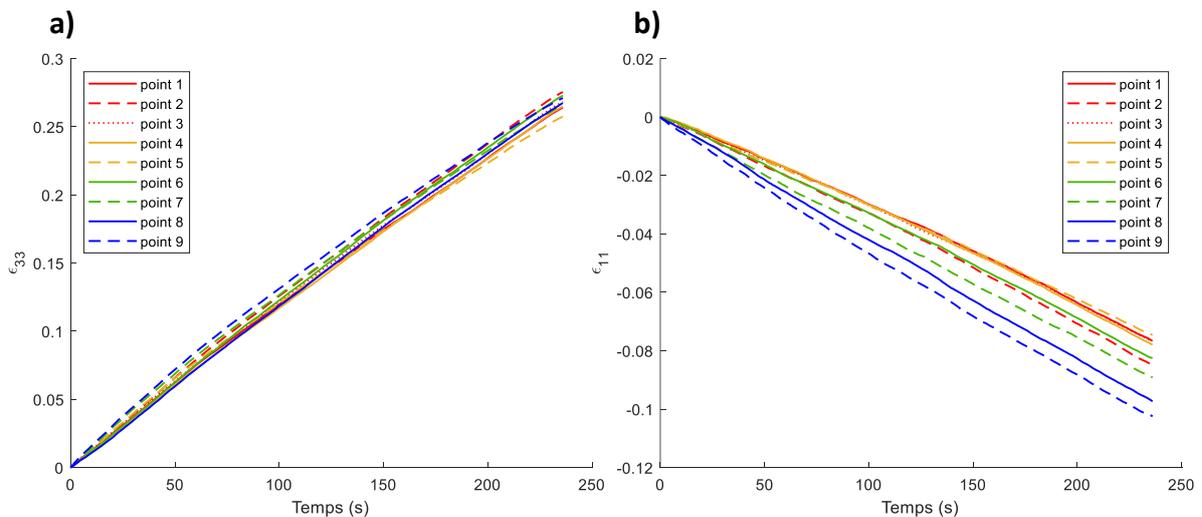


Figure 40 : Évolution de la déformation axiale (a) et transversale (b) localisée aux différents points d'intérêt en fonction du temps pour l'échantillon EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m

La Figure 40 représente les évolutions des déformations axiale et transversales d'un échantillon de EPDM / iPP-*g*-MAH 95 %m / 5 %m au cours de l'essai de traction. Contrairement à l'échantillon de iPP / iPP-*g*-MAH 80 %m / 20 %m (Figure 39), l'évolution de la déformation axiale ainsi que transversale ne présente pas de différents domaines mais bien un seul domaine viscoélastoplastique. Il est également visible que les courbes de la Figure 40 a) se superposent, ce qui signifie que la déformation axiale n'est pas localisée dans le VER mais est similaire sur les différents points d'intérêt. La déformation transversale est, quant à elle, variable selon les points d'intérêt. Les valeurs de ν calculées pour cet échantillon se situent entre 0,23 et 0,37 avec comme valeur moyenne 0,30.

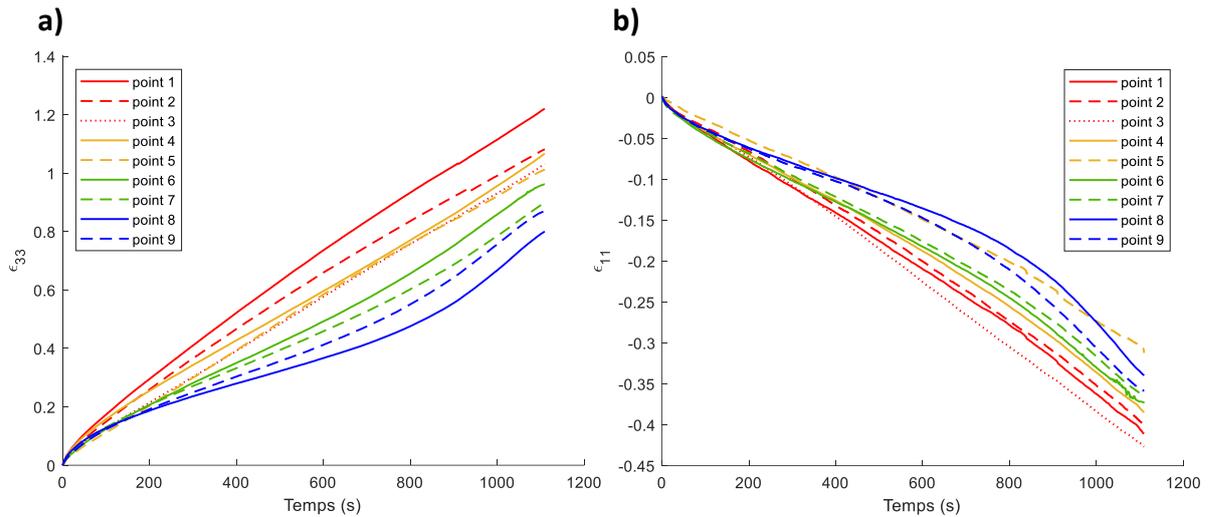


Figure 41 : Évolution de la déformation axiale (a) et transversale (b) localisée aux différents points d'intérêt en fonction du temps pour l'échantillon SEBS-*g*-MAH

Concernant l'autre matériau élastomérique, le SEBS-*g*-MAH, les évolutions des déformations axiales et transversales aux différents points d'intérêts sont représentées sur la Figure 41. Il est possible d'y observer une différence notable avec l'échantillon à base d'EPDM, la déformation axiale évolue différent en fonction du point d'intérêt. Dans le centre du VER (points 1 à 3), la déformation axiale présente un taux de déformation constant correspondant à la consigne de la machine de traction. Cependant, plus le point d'intérêt est loin du centre du VER, plus la valeur de la déformation axiale est faible, signifiant ainsi la localisation de la déformation au cœur du VER. Cette observation est également valable pour l'évolution de la déformation transversale, représentée sur la Figure 41 b).

De la même façon que pour les deux autres matériaux, en faisant le rapport $\epsilon_{11}/\epsilon_{33}$, on obtient l'évolution du coefficient de Poisson mesuré aux différents points d'intérêt. Les valeurs de ν présentent une dispersion assez élevée car ces valeurs se situent entre 0,25 et 0,41 avec comme valeur moyenne 0,33.

Tableau 10 : Résultats des calculs de coefficients de Poisson par la mesure des déformations par corrélation d'images numériques

Échantillon	v min	v moyen	v max
iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m	0,34	0,39	0,46
EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m	0,23	0,30	0,37
SEBS-g-MAH	0,25	0,33	0,41

Les différents résultats des mesures des coefficients de Poisson sont listés dans le Tableau 10. Le mélange iPP / iPP-g-MAH présente une valeur moyenne de coefficient de Poisson mesuré de 0,39 tandis que les deux matériaux élastomériques présentent des valeurs moyennes de 0,30 et 0,33.

II.5) Procédé élaboration des poutres sandwichs

Une fois les différents matériaux polymères étudiés et caractérisés, les poutres à structure sandwich peuvent être étudiées.

II.5.1) Tôles d'aluminium

Si le cœur viscoélastique a le rôle d'amortissement et de contrôle des vibrations, les faces élastiques permettent, quant à elles, d'obtenir de bonne tenue mécanique de la structure sandwich que ce soit en charge statique ou en résistance aux impacts [153,154]. On peut les trouver dans la littérature sous différentes formes, à savoir en polymère renforcé [155,156], en acier [39,157,158] ou en aluminium [81,159].

Dans cette étude, l'aluminium a été choisi pour des raisons de facilité de mise en forme ainsi qu'une bonne comptabilité avec les polymères sélectionnés afin d'assurer une bonne adhérence des différentes couches. Des feuilletts de tôles d'aluminium de classe 1050A de la marque RS Pro sont utilisées. Ces feuilletts ont comme dimensions 200 x 300 x 1,2 mm³. Ils contiennent également d'après le fournisseur : 0,14 %m de silicium, 0,18 %m de fer, 0,001 %m de cuivre, 0,001 %m de manganèse, 0,001 %m de magnésium, 0,003 %m de zinc et 0,012 %m de titane. Ces tôles sont ensuite découpées à l'aide d'une cisaille à tôles motorisée pour leur donner la forme des structures désirées.

II.5.2) Elaboration

Une fois les tôles mises en forme, les échantillons de poutres sandwichs peuvent être élaborés. Pour le cœur en polymère, des plaques de 3 mm d'épaisseur ont été obtenus par presse et usiné pour obtenir la forme de la poutre. Un moule en acier inoxydable a été usiné

pour permettre de maintenir les différentes parties de la structure en place. Ce moule en acier est montré en Figure 42. L'ensemble est pressé à faible pression et à une température de 190 °C pendant 10 minutes. Cette température a été choisie afin de fondre entièrement les différents polymères dans le but d'obtenir une bonne adhésion à la fois entre le cœur en polymère et la tôle d'aluminium mais aussi entre les différents cœurs en polymères.

Une fois les 10 minutes écoulées, l'ensemble est refroidi à une vitesse d'environ 10 K.min⁻¹. Quand la température ambiante est atteinte, le moule est ouvert afin d'extraire la poutre sandwich. Cette ouverture se fait dans la longueur du moule pour limiter le cisaillement appliqué lors du démoulage. Les potentielles bavures de polymères sur les extrémités sont ensuite retirées au cutter.

Ce procédé permet de chauffer assez le polymère pour le fondre entièrement mais pas suffisamment pour commencer à dégrader l'anhydride maléique présent dans le polymère et responsable de l'adhésion avec la tôle d'aluminium. La pression exercée sur la face supérieure est, quant à elle, choisie pour limiter l'apparition de cavitation ou de bulles d'air aux interfaces de la poutre sandwich ainsi que de maintenir l'échantillon pendant le refroidissement afin de limiter l'impact de la contraction thermique.



Figure 42 : Photos du moule en acier pour la fabrication des poutres sandwichs, assemblé (a) et désassemblé (b)

II.5.3) Contrôle de la qualité des échantillons

En utilisant cette méthode de fabrication, les échantillons de poutres sandwichs peuvent potentiellement présenter différents types de défauts.

Les premiers types de défauts sont les inhomogénéités d'épaisseur dues à un léger écoulement du polymère à l'état fondu. Ces inhomogénéités sont facilement quantifiables en mesurant l'épaisseur de la poutre sandwich le long de l'échantillon. Pour chaque échantillon,

des mesures sont effectuées tous les 1 cm le long de la poutre. Si l'écart type obtenu est supérieure à 0,2 mm, alors l'échantillon est considéré comme défectueux et n'est pas retenu pour l'étude. Les épaisseurs et écart-types des différents échantillons de poutres sandwich sont données dans le chapitre 4, dans le Tableau 15 pour les poutres homogènes et dans le Tableau 27 pour les poutres ayant une structure périodique.

Un second défaut potentiel observable est la présence d'une légère courbure dans la longueur de l'échantillon. Cette courbure peut être due soit à des contraintes appliqués lors du démoulage soit à la contraction thermique lors du refroidissement. La présence d'une courbure de l'échantillon ferait passer du modèle de poutre au modèle de coque. Le contrôle de cette courbure potentielle est effectué sur une surface plane où l'échantillon ne doit pas présenter d'interstice de plus de 1 mm avec la surface plane.

Le troisième défaut potentiellement présent dans les échantillons de poutres sandwich est la présence de bulles d'air. Lors de la fonte du matériau polymère, l'air situé entre le polymère et la tôle peut rester coincé dans la structure dû à la forte viscosité du polymère à l'état fondu. Ces bulles d'air peuvent changer la densité globale du cœur viscoélastique et entraîner des discontinuités dans la structure sandwich. La détection de ces potentielles bulles s'effectue par tomographie à rayons X.

Les Figure 43 et Figure 44 montrent respectivement deux exemples d'images obtenues par tomographie à rayons X d'une structure présentant des bulles d'air et d'une structure n'en présentant aucune. Une analyse d'image est effectuée avec ImageJ sur les piles d'images afin de reconstruire la structure en 3D et de détecter et quantifier les bulles d'air présentes dans la structure.

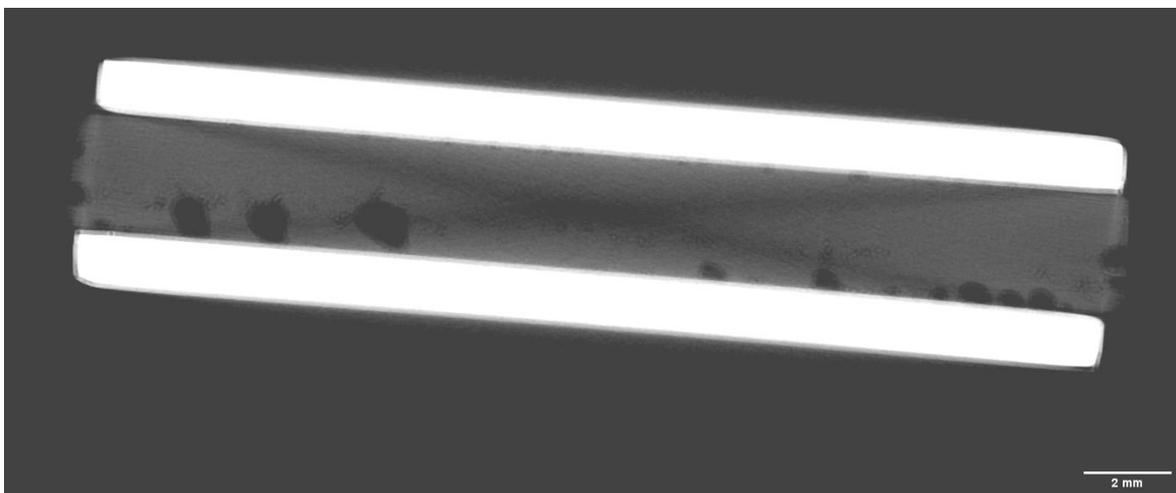


Figure 43 : Image tomographique d'un échantillon de poutre sandwich présentant des bulles d'air dans le cœur viscoélastique

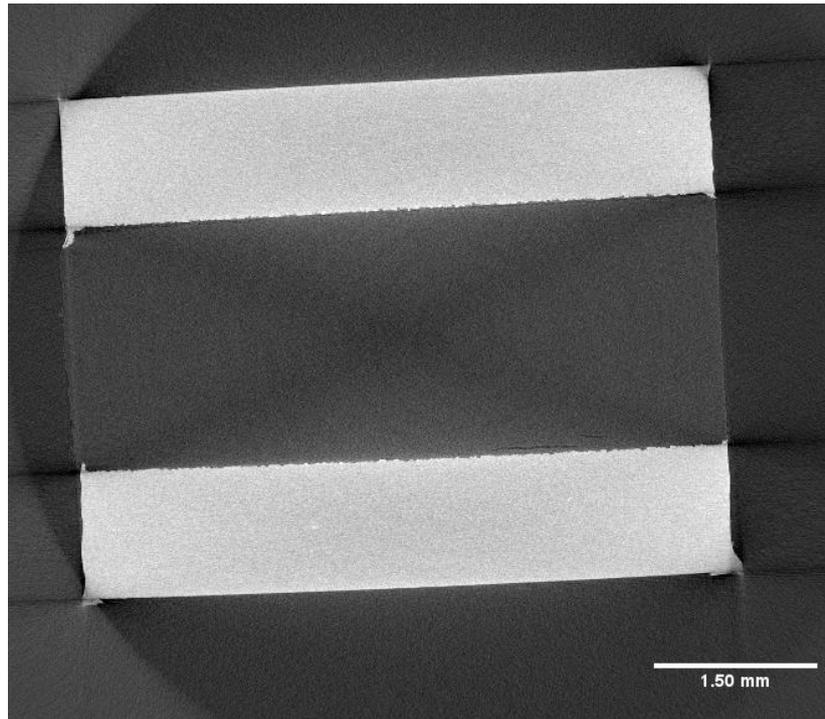


Figure 44 : Image tomographique d'un échantillon de poutre sandwich ne présentant aucune bulle d'air dans le cœur viscoélastique

II.6) Adhésion des couches de la structure sandwich

Dans l'étude vibratoire de structures multicouches, l'adhésion entre les différentes couches joue un rôle prépondérant. En effet, la majorité des modèles numériques de structures sandwichs, y compris celui utilisé dans cette étude, considère une interface parfaite et sans glissement entre les différentes couches de la structure. Il est donc nécessaire de s'intéresser expérimentalement à l'adhésion entre l'aluminium et les différents polymères afin de s'assurer que les échantillons expérimentaux ne s'éloignent pas trop de cette hypothèse.

Il est donc nécessaire d'utiliser des matériaux adhérant suffisamment l'un sur l'autre pour pouvoir rester dans les hypothèses du modèle. Deux phénomènes d'adhésion seront utilisés ici. L'ancrage mécanique est obtenu par la friction entre les différentes surfaces en contact et augmente avec la rugosité des surfaces en question. Ce phénomène n'étant pas assez efficace pour maintenir la cohésion de la structure, une interaction chimique entre les tôles d'aluminium et les polymères utilisés est utilisée. C'est pourquoi l'anhydride maléique est présent dans les différents matériaux polymères qui sont considérés dans cette étude.

II.6.1) Rugosité de surface

Dans le but d'amélioration de l'adhésion mécanique entre les tôles d'aluminium et le cœur en polymère, la rugosité de surface des tôles d'aluminium est augmentée mécaniquement par

sablage. Cela consiste à projeter du sable par air comprimé sur la tôle, créant ainsi de multiples impacts sur la surface et augmentant la rugosité de surface de la tôle.

Un fois le sablage effectué, les tôles d'aluminium sont ensuite étudiées avec un profilomètre pour déterminer l'évolution de la rugosité de surface. Le profilomètre mesure à l'aide d'un stylet le profil de la surface dans une direction. Sur ce profil extrait, différents filtres sont appliqués pour supprimer le bruit de l'instrument ou de l'environnement ainsi que pour extraire l'ondulation de la tôle. Le profil ainsi obtenu correspond donc à la rugosité de la surface. Des mesures ont été effectuées sur différentes tôles avant et après le sablage, à différents endroits et avec différentes directions de mesure.

Une comparaison de profils de surface d'une tôle avant et après sablage est illustrée sur la Figure 45. Une nette différence est observable entre les deux profils. La tôle sablée présente des variations plus élevées dans la surface que celle de référence non sablée. Un coefficient de rugosité arithmétique R_a peut être calculé. Ce coefficient correspond à la moyenne arithmétique des écarts à la ligne moyenne. La moyenne des R_a obtenus sur les différentes mesures pour les tôles non sablées est de 291 nm avec un écart type de 54 nm alors que la moyenne des R_a obtenus pour les tôles sablées est de 3250 nm avec un écart type de 185 nm. La rugosité a donc été multipliée par 10 lors du sablage de la tôle d'aluminium.

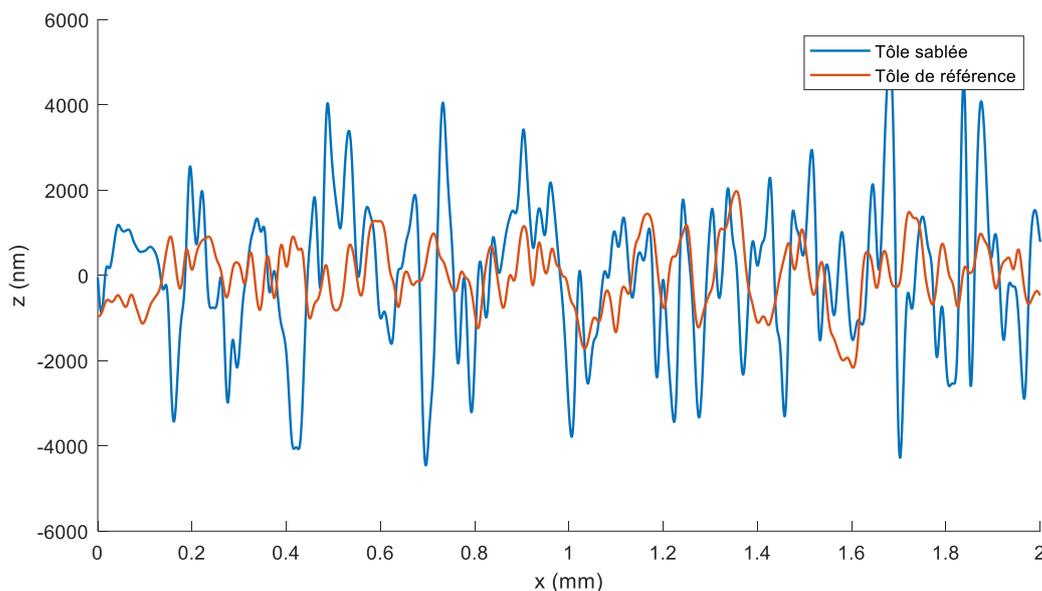


Figure 45 : Comparaison des profils de rugosité d'une tôle avant (orange) et après (bleu) sablage

II.6.2) Observation par Microscopie Electronique à Balayage

Afin d'étudier les interfaces aluminium / polymère ainsi que les interfaces polymère / polymère, un échantillon de poutre sandwich périodique a été étudié au microscope électronique à balayage (MEB). Cet échantillon a comme cœur périodique les mélanges iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m et EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m. Pour obtenir des images des différentes interfaces, l'échantillon est découpé comme schématisé sur la

Figure 46. La surface obtenue est ensuite polie afin d'enlever toute trace mécanique du découpage.

La Figure 47 présente les différents clichés MEB obtenus. La Figure 47 a) montre l'interface entre les deux polymères de la couche centrale de la structure. Il est visible que les deux polymères présentent une interface régulière ne provoquant pas d'interstice entre les deux cœurs différents. Les Figure 47 b) et c) montrent l'interface entre le cœur en élastomère (EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m) et la tôle d'aluminium. Une bonne adhésion du polymère sur l'aluminium est observée et ce également lorsque la surface de l'aluminium est fortement rugueuse. La Figure 47 d) montre une interface entre le mélange iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m et la tôle d'aluminium. Des petites fissures sont observables à certains endroits de la structure à 20 μm de la tôle. Ces fissures étant dans le polymère, il est possible que ces fissures soient dues à la découpe de l'échantillon.

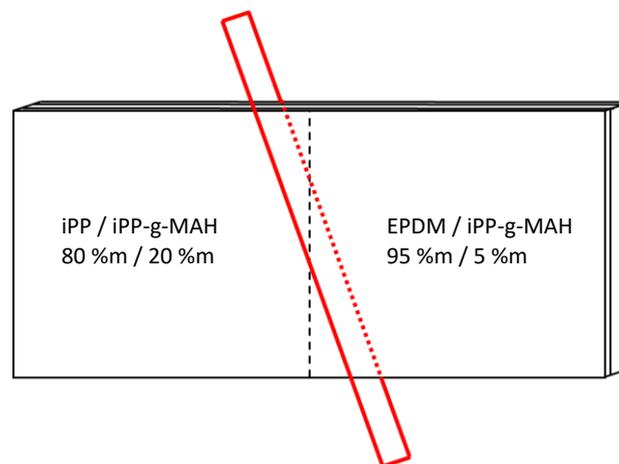


Figure 46 : Schéma de la découpe d'échantillon pour l'observation des différentes interfaces au MEB

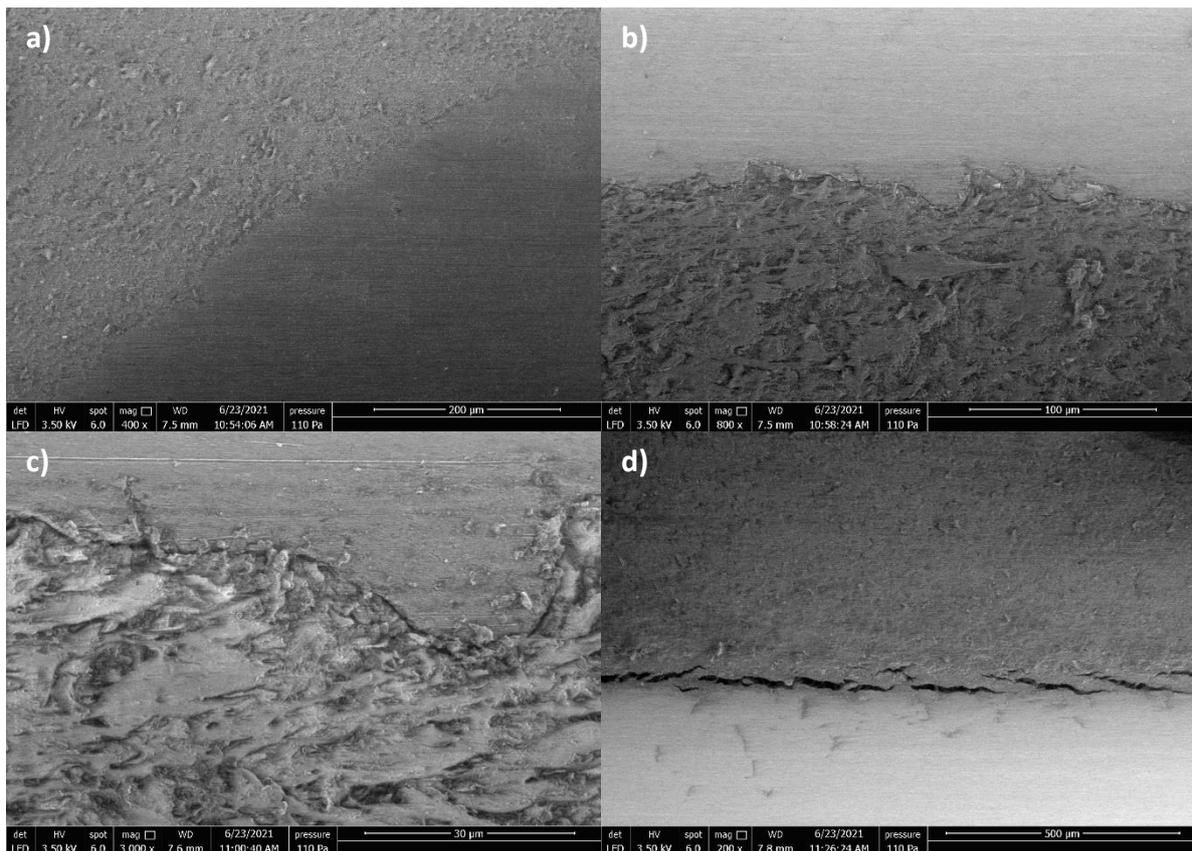


Figure 47 : Micrographies MEB des interfaces de la poutre sandwich périodique

II.6.3) Capacité d'adhérence

Afin de quantifier et de comparer les capacités d'adhérence des différents polymères sur les tôles d'aluminium, des essais de pelage sont effectués sur les différents polymères de cette étude. Le type d'essai de pelage retenu pour cette étude est le pelage en T ou (T-peel test en anglais). Ce choix permet de quantifier l'adhérence des différents polymères sur les tôles d'aluminium dans des conditions similaires à celles des poutres sandwichs élaborés dans cette étude.

Les éprouvettes de pelage, dont un schéma est illustré en Figure 48, sont produites avec le même protocole que les poutres sandwichs. Ce protocole est détaillé dans la section II.5.2). Les éprouvettes possèdent une partie multicouche adhérente de 60 mm de long, 22 mm de large et 5 mm d'épaisseur (2 x 1,2 mm pour l'aluminium et 2,6 mm pour le polymère). L'essai de pelage s'effectue sur une machine de traction avec une vitesse de déplacement du mors de $5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$.

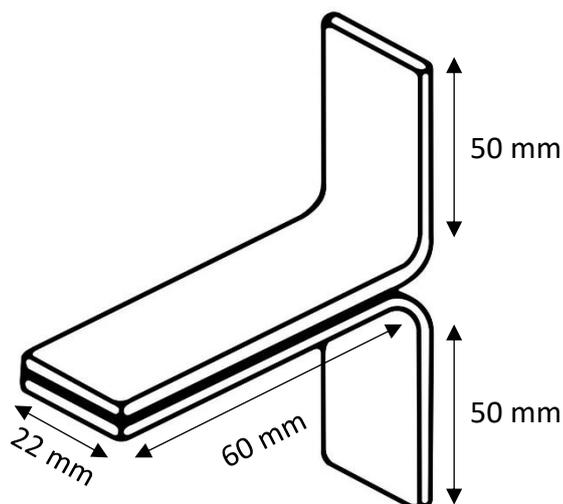


Figure 48 : Schéma d'une éprouvette de pelage en T

La Figure 49 regroupe les courbes de pelage des différents échantillons. La force appliquée sur l'échantillon dépendant de la largeur de l'éprouvette, il est nécessaire de la diviser par cette largeur afin d'obtenir des valeurs indépendantes de cette dernière. De ces courbes sont extrait deux valeurs : la force d'initiation, qui correspond à la valeur maximale de la force et au début de la fissuration, et la force de propagation, qui correspond à la valeur du plateau suivant l'initiation de la fissuration.

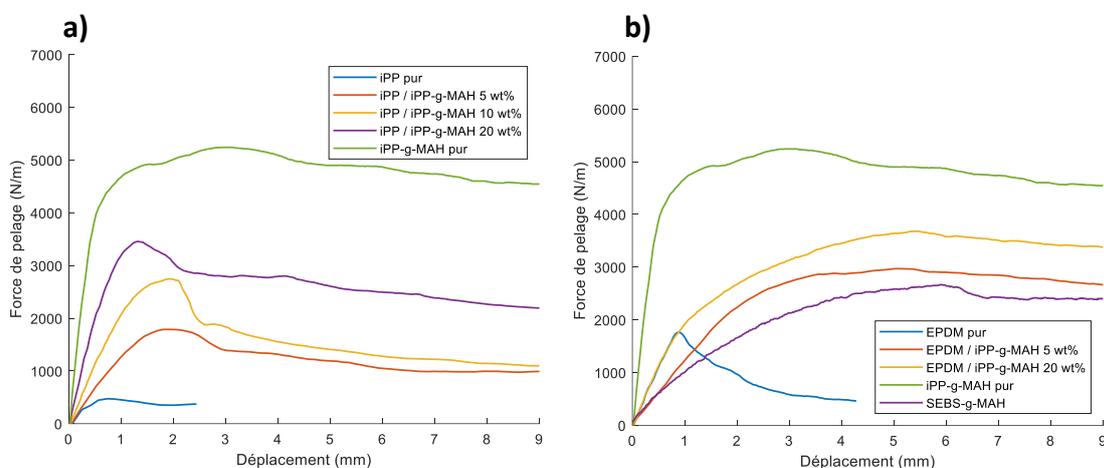


Figure 49 : Courbes de pelage des échantillons à base d'iPP (a) et d'élastomères (b)

La forme des éprouvettes en T implique que l'angle initial de pelage est de 90° . Cependant, quand le déplacement augmente, cet angle diminue légèrement dû à la déformation de l'aluminium, impliquant une diminution de la force de pelage [160]. C'est pourquoi la mesure de la force de propagation sera effectuée arbitrairement à un déplacement de 8mm. Les différentes valeurs de force d'initiation et de propagation sont illustrées sur la Figure 50.

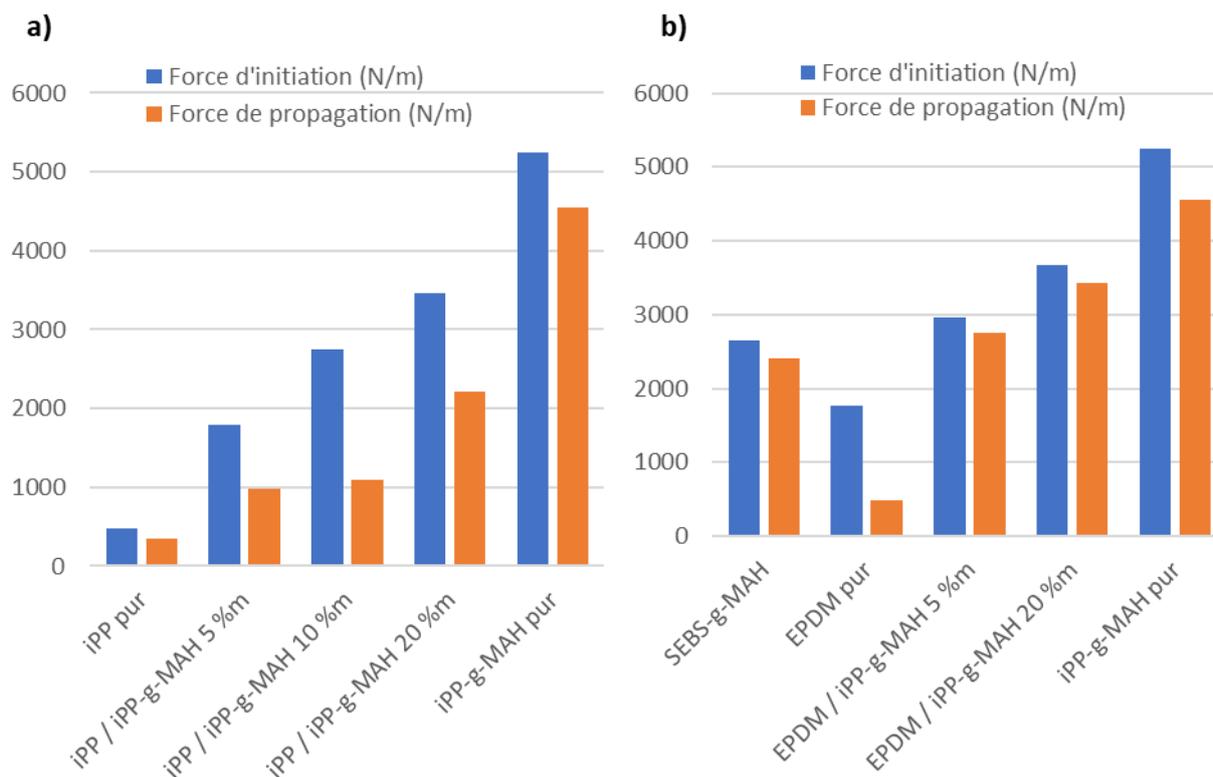


Figure 50 : Valeurs des forces de pelages d'initiation et de propagation pour les échantillons à base d'IPP (a) et d'élastomères (b)

Concernant les mélanges iPP / iPP-g-MAH, visibles sur la Figure 50 a), l'iPP pur possède la force d'adhésion la plus faible car l'adhésion ne repose que sur l'ancrage mécanique. C'est pourquoi il est visible sur la courbe de pelage de l'iPP pur présente sur la Figure 49 que la rupture totale de l'adhésion s'effectue pour des faibles valeurs de déplacement. Cependant, avec l'ajout d'iPP-g-MAH, une augmentation des forces d'adhésion est observable, l'iPP-g-MAH pur ayant la force d'adhésion la plus grande.

La Figure 50 b) présente quant à elle l'adhésion des différentes espèces élastomériques. Similairement aux espèces à base d'iPP, une augmentation de la force d'adhésion avec le taux d'iPP-g-MAH dans l'EPDM est observée. Il est également observable que le SEBS-g-MAH possède une force d'adhésion proche de celle du mélange EPDM / iPP-g-MAH 95% / 5%.

II.7) Conclusion

Dans ce chapitre, l'élaboration des différents matériaux considérés comme candidats de matériaux de cœur de la couche centrale de la structure sandwich a été présentée. Une fois les différents mélanges de polymères effectués, une caractérisation de ces derniers a été menée pour déterminer leurs propriétés mécaniques ainsi que microstructurales.

Cette caractérisation a permis de tirer des conclusions concernant les choix de matériaux. Concernant le matériau rigide, l'ajout d'iPP-g-MAH dans de l'iPP permet d'avoir un polymère

présentant des groupements d'anhydride maléique disponibles mais détériore les propriétés mécaniques en passant d'un comportement ductile à un comportement fragile. Le mélange iPP / iPP-*g*-MAH à 20 %m d'iPP-*g*-MAH a été choisi pour ses très bonnes propriétés d'adhésion chimique avec l'aluminium en ayant encore un comportement mécanique ductile.

Concernant le choix du matériau souple, deux possibilités ont été étudiées. La première est de mélanger de l'iPP-*g*-MAH dans l'EPDM. L'ajout de 5 %m d'iPP-*g*-MAH permet d'obtenir des propriétés adhérentes acceptables tout limitant l'augmentation de la rigidité. Le second candidat, à savoir l'utilisation directe de SEBS-*g*-MAH, permet d'obtenir des propriétés adhérentes similaires au mélange EPDM / iPP-*g*-MAH 95 %m / 5 %m, mais avec un module élastique légèrement plus faible. Comme cela sera démontré par la suite, les propriétés filtrantes proviennent de l'écart entre les modules élastiques des deux matériaux de cœur. Le choix du SEBS-*g*-MAH est privilégié bien que la différence de coût entre les deux candidats ferait du mélange EPDM / iPP-*g*-MAH 95 %m / 5 %m un meilleur choix d'un point de vue industriel.

Chapitre III :
Modélisation
numérique des
vibrations des
sandwichs à cœur
viscoélastique à deux
matériaux de cœur

III.1) Introduction

Afin d'étudier les propriétés vibratoires des structures sandwichs présentant une périodicité dans la couche centrale viscoélastique, un développement de outils numériques permet le calcul du comportement vibratoire de ces structures. En effet, il n'existe pas, pour ce type de structures, de code de calcul industriel permettant le calcul direct des fréquences propres et facteurs de perte associés et ce avec des temps de calcul relativement bas.

Cependant, de nombreux travaux ont portés sur le développement d'outils numériques similaires sur des structures ne présentant pas de périodicité dans la couche centrale. Une revue de ces méthodes a été effectuée dans la revue bibliographique du chapitre 1.

Pour ces travaux de thèse, le choix de partir d'un de ces modèles numériques et l'adapter à des structures périodiques par alternance de matériau viscoélastique a été privilégié. L'objectif est alors d'utiliser le modèle numérique de Bilasse *et al.* [161,162] et de Abdoun *et al.* [74] mais en utilisant des matrices élémentaires différentes en fonction du matériau constituant l'élément en question.

Ce chapitre commencera par la description du modèle numérique. Le modèle numérique pour le calcul des vibrations linéaires des structures sandwichs homogènes sera d'abord explicité. Puis l'adaptation de ce modèle pour une structure présentant une périodicité dans la couche centrale viscoélastique sera présentée. Une étude de convergence sera ensuite menée pour définir le nombre d'éléments optimal pour les calculs menés par la suite. La définition d'un critère de mesure des propriétés filtrantes précèdera des études paramétriques sur ce modèle pour étudier l'impact de différents facteurs, géométriques ou mécaniques, sur le comportement vibratoire des structures sandwichs à cœur périodiques. Enfin, une structure présentant une plus grande périodicité ainsi qu'une symétrie géométrique sera étudiée afin de mettre en évidence des phénomènes de modulation des modes propres.

III.2) Modélisation des vibrations linéaires des structures sandwichs viscoélastiques homogènes

III.2.1) Modèle cinématique des vibrations de la structure

Le modèle cinématique utilisé dans ce travail de thèse est le modèle de Rao [58]. La configuration spatiale de la structure sandwich est représentée sur la Figure 51 a). Les 3 couches de cette structure sont numérotées de 1 à 3 par souci de simplicité, les couches 1 et 3 correspondants aux faces élastiques et la couche 2 correspondant au cœur viscoélastique. Les paramètres géométriques sont définis de la façon suivante : L représente la longueur de la poutre selon l'axe (Ox), b représente la largeur de la poutre selon l'axe (Oy) et h représente l'épaisseur totale de la poutre selon l'axe (Oz). Dans cette étude, l'épaisseur des

faces sera considérée égale pour les deux faces élastiques et sera notée h_f tandis que celle du cœur viscoélastique est notée h_c . Cela donne la relation suivante $h = h_c + 2 h_f$. Il est également possible de définir les sections des faces et du cœur par respectivement $S_f = b h_f$ et $S_c = b h_c$ ainsi que le moment quadratique des faces et du cœur par respectivement $I_f = b h_f^3/12$ et $I_c = b h_c^3/12$.

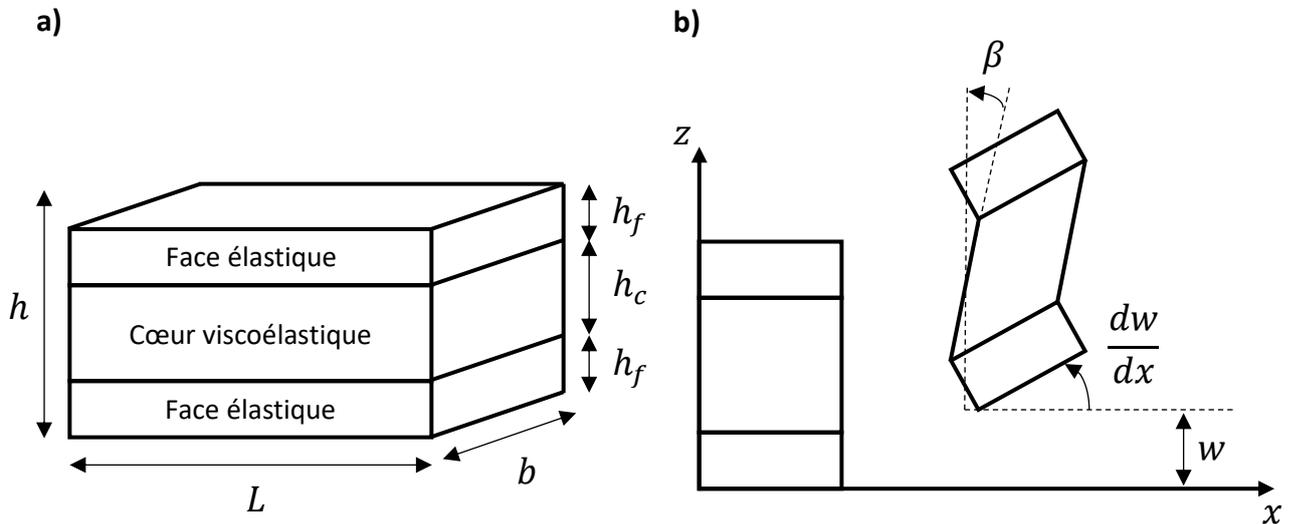


Figure 51 : Représentation schématique des paramètres géométriques d'une structure sandwich (a) et de ses degrés de liberté (b)

Les matériaux constituant ce modèle sont considérés comme isotropes, homogènes et linéaires. Les matériaux utilisés pour les faces de la structure sont considérés comme purement élastique et ceux du cœur comme viscoélastique non vieillissant. Les autres paramètres sont définis comme : E_f le module d'Young des faces, E_c celui du cœur, ν_f le coefficient de Poisson des faces, ν_c celui du cœur, ρ_f la masse volumique des faces et ρ_c celle du cœur.

Cette structure sandwich est étudié dans le cadre de petites déformations et dans des modes de flexion uniquement, ce qui entraîne les hypothèses suivantes :

- Les sections planes transverses et initialement normales aux surfaces moyennes restent planes pendant la flexion de la structure et ce pour les 3 couches constituant la structure.
- Le cisaillement est considéré dans la couche centrale viscoélastique mais négligé dans les faces considérées purement élastique.
- Les trois couches subissent le même déplacement transversal.
- Les interfaces entre les couches sont considérées parfaites signifiant l'absence de glissement et la continuité du champ de déplacement sur ces mêmes interfaces.

Il est possible de définir les valeurs de déplacement longitudinal U_i et de déplacement transversal W_i de la couche i qui sont notées respectivement u_i et w_i pour les plans moyens de la couche i . Les 3 couches subissant le même déplacement transverse, il est possible d'exprimer ce dernier comme :

$$W_i(x, z, t) = w_i(x, t) = w(x, t) \quad (\text{III-1})$$

Quant au champ de déplacement longitudinal, il est possible de l'exprimer de la façon suivante pour les faces élastiques ($i = 1$ et 3) :

$$U_i(x, z, t) = u_i(x, t) - (z - z_i)w_{,x}(x, t) \quad (\text{III-2})$$

Avec ce champ de déplacement longitudinal, il est également possible de définir le champ de déformation normale ϵ_i toujours dans les faces élastiques :

$$\epsilon_i(x, z, t) = u_{i,x}(x, t) - (z - z_i)w_{,xx}(x, t) \quad (\text{III-3})$$

En plaçant l'origine du repère (O, x, y, z) dans le plan moyen de la couche centrale, les ordonnées des plans moyens de chaque couche s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{cases} z_1 = \frac{(h_f + h_c)}{2} \\ z_2 = 0 \\ z_3 = -z_1 = -\frac{(h_f + h_c)}{2} \end{cases} \quad (\text{III-4})$$

Les champs de déplacement longitudinaux et transversaux dans la couche centrale viscoélastique s'écrivent alors :

$$\begin{cases} U_2(x, z, t) = u_2(x, t) + z \beta(x, t) \\ W_2(x, z, t) = w_2(x, t) = w(x, t) \end{cases} \quad (\text{III-5})$$

Où β est la rotation de la normale au plan moyen de la couche viscoélastique. Cela donne les valeurs des champs de déformation normale ϵ_2 et de déformation de cisaillement ξ_2 de cette même couche centrale :

$$\begin{cases} \epsilon_2(x, z, t) = u_{2,x} + z\beta_{,x} \\ \xi_2(x, z, t) = \beta + w_{,x}(x, t) \end{cases} \quad (\text{III-6})$$

L'hypothèse de continuité des champs de déplacement aux interfaces entre les faces élastiques et la couche centrale viscoélastique permet d'obtenir les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_1 = u_2 + \left(\frac{h_c}{2} \beta - \frac{h_f}{2} w_{,x}(x, t) \right) \\ u_3 = u_2 - \left(\frac{h_c}{2} \beta - \frac{h_f}{2} w_{,x}(x, t) \right) \end{cases} \quad (\text{III-7})$$

III.2.2) Formulation du problème de vibrations

Une fois que le modèle cinématique est défini, il est possible de passer au calcul des propriétés vibratoires amortissantes de la structure sandwich. Ces propriétés vibratoires et amortissantes sont caractérisées par deux grandeurs physiques : la fréquence de résonance

Ω et le facteur de perte η . Ces deux paramètres dépendent du mode de résonance de la structure et sont appelés paramètres modaux. Les modèles numériques utilisés dans cette étude sont les modèles de Bilasse *et al.* [161,162] et de Abdoun *et al.* [74].

Avant de discrétiser en éléments finis, il est nécessaire de définir l'équation du mouvement de la structure sandwich. Pour cela, il faut revenir à la loi de Hook généralisée (I-17). Il est alors possible d'exprimer l'effort normal N_i et le moment de flexion M_i pour les faces élastiques ($i = 1$ et 3).

$$N_i(x, t) = E_f S_f u_{i,x}(x, t) \quad (\text{III-8})$$

$$M_i(x, t) = E_f I_f w_{,xx}(x, t) \quad (\text{III-9})$$

Quant à la couche centrale, ces expressions nécessitent la prise en compte de la viscoélasticité. Dans le cas sollicitations harmoniques, le module d'Young du matériau viscoélastique correspond à la fonction de relaxation $\mathcal{R}(t)$. En utilisant la relation entre la contrainte et la déformation de l'expression (I-12)(I-22), on obtient alors les expressions suivantes avec la notation $\frac{\partial y}{\partial t}$ étant remplacée dans cette œuvre par \dot{y} :

$$N_2(x, t) = S_c \mathcal{R}(t) \dot{u}_{2,x}(x, t) \quad (\text{III-10})$$

$$M_2(x, t) = I_c \mathcal{R}(t) \dot{\beta}_{,x}(x, t) \quad (\text{III-11})$$

L'effort de cisaillement T , quant à lui, déduit de l'expression de la déformation due au cisaillement ξ_2 exprimée en (III-6), s'exprime de la façon suivante :

$$T(x, t) = \frac{S_c}{2(1 + \nu_c)} \mathcal{R}(t) * (\dot{w}_{,x} + \dot{\beta}) \quad (\text{III-12})$$

Il est ensuite possible d'appliquer le principe des puissances virtuelles appliqué à la structure sandwich en entier. Ce principe décrit l'équilibre de la poutre en vibrations libres tel que :

$$\delta P_{acc} - \delta P_{int} = 0 \quad (\text{III-13})$$

où δP_{acc} et δP_{int} correspondent aux puissances virtuelles des efforts d'inertie et des efforts intérieurs.

L'étude se portant uniquement sur la flexion de la structure, seuls l'inertie transversale est considérée laissant l'inertie longitudinale et rotationnelle négligés. Les puissances virtuelles des efforts d'inertie et des efforts intérieurs sont appliquées à la structure entière correspondant à l'ensemble des trois couches de la structure et s'expriment de la façon suivante :

$$\delta P_{acc} = \sum_{i=1}^3 \iiint_{v_i} \rho \ddot{u} \delta u \, dv \quad (\text{III-14})$$

$$\delta P_{int} = - \sum_{i=1}^3 \iiint_{v_i} \underline{\underline{\sigma}} : \delta \underline{\underline{\epsilon}} dv \quad (III-15)$$

où v_i représente le domaine volumique de la couche i ; \underline{u} représente le vecteur du champ de déplacement ; $\underline{\underline{\sigma}}$ représente le tenseur des contraintes et $\underline{\underline{\epsilon}}$ représente le tenseur des déformations.

En définissant les 3 fonctions indépendantes u , w et β respectivement comme le déplacement longitudinal, le déplacement transversal (également appelé flèche) et la rotation du plan médian de la couche centrale, l'expression du champ de déplacement obtenue avec la continuité de ce dernier aux interfaces entre les faces et le cœur de la structure (III-7) permet de simplifier les expressions des puissances virtuelles (III-14) et (III-15) de la façon suivante :

$$\delta P_{acc} = (2\rho_f S_f + \rho_c S_c) \int_0^L \ddot{w} \delta w dx \quad (III-16)$$

$$\delta P_{int} = - \int_0^L (N \delta u_{,x} + M_\beta \delta \beta_{,x} + M_w \delta w_{,xx} + T(\delta w_{,x} + \delta \beta)) dx \quad (III-17)$$

où δu , δw et $\delta \beta$ sont les déplacements et rotations virtuels ; N est l'effort normal résultant ; M_β et M_w sont les moments fléchissants résultants. N , M_β et M_w s'obtiennent avec les expressions des efforts et des moments exprimés en (III-8), (III-9), (III-10) et (III-11), ce qui donne les expressions suivantes :

$$N = N_1 + N_2 + N_3 = 2E_f I_f u_{,x} + S_c \mathcal{R} * \dot{u}_{,x} \quad (III-18)$$

$$M_\beta = M_2 + \frac{h_c}{2} (N_1 - N_3) = I_c \mathcal{R} * \dot{\beta}_{,x} + \frac{E_f S_f h_c}{2} (h_c \beta_{,x} - h_f w_{,xx}) \quad (III-19)$$

$$M_w = M_1 + M_3 + \frac{h_f}{2} (N_3 - N_1) = \left(2E_f I_f + \frac{E_f S_f h_f^2}{2} \right) w_{,xx} - \frac{E_f S_f h_f h_c}{2} \beta_{,x} \quad (III-20)$$

En insérant ces expressions dans le principe des puissances virtuelles exprimé dans l'équation (III-13), l'équation devient :

$$\int_0^L (N \delta u_{,x} + M_\beta \delta \beta_{,x} + M_w \delta w_{,xx} + T(\delta w_{,x} + \delta \beta)) + (2\rho_f S_f + \rho_c S_c) \ddot{w} \delta w dx = 0 \quad (III-21)$$

La partie $N \delta u_{,x}$ représentant le mouvement membranaire de la structure et étant donné que seule la partie en flexion est considérée dans cette étude, l'équation (III-21) peut être simplifiée en :

$$\int_0^L (M_\beta \delta \beta_{,x} + M_w \delta w_{,xx} + T(\delta w_{,x} + \delta \beta) + (2\rho_f S_f + \rho_c S_c) \ddot{w} \delta w) dx = 0 \quad (III-22)$$

Cette expression représente ainsi l'équation du mouvement de la poutre sandwich. Il est alors possible de la discrétiser pour pouvoir résoudre le problème sur des éléments finis.

Afin de discrétiser l'expression (III-22), il est nécessaire de considérer des solutions sous forme harmonique. Le déplacement transversal et la rotation sont donc exprimés sous la forme :

$$\begin{cases} w(x, t) = W(x)e^{i\omega t} \\ \beta(x, t) = B(x)e^{i\omega t} \end{cases} \quad (\text{III-23})$$

L'équation du mouvement (III-22) devient alors :

$$\begin{aligned} & \int_0^L \left(I_c E_c^*(\omega) B_{,x} + \frac{E_f S_f h_c}{2} (h_c B_{,x} - h_f W_{,xx}) \right) \delta B_{,x} dx + \\ & \int_0^L \left(\left(2E_f I_f + \frac{E_f S_f h_f^2}{2} \right) W_{,xx} - \frac{E_f S_f h_f h_c}{2} B_{,x} \right) \delta W_{,xx} dx + \\ & \int_0^L \left(\frac{S_c E_c^*(\omega)}{2(1+\nu_c)} (W_{,x} + B) (\delta W_{,xx} + \delta B) - \omega^2 (2\rho_f S_f + \rho_c S_c) W \delta W \right) dx = 0 \end{aligned} \quad (\text{III-24})$$

La discrétisation de cette équation est ensuite effectuée en utilisant des éléments finis unidimensionnels de type poutre à deux nœuds. Les degrés de liberté de ces nœuds sont le déplacement transversal W , la pente $W_{,x}$ et la rotation B .

Le déplacement d'un élément possédant deux nœuds indicés 1 et 2, est alors décrit par le vecteur des déplacements nodaux suivant :

$$\{U^{(e)}\} = [W_1 \ W_{1,x} \ B_1 \ W_2 \ W_{2,x} \ B_2]^T \quad (\text{III-25})$$

Il est donc possible d'exprimer le déplacement transversal W et la rotation B en fonction du vecteur des déplacements nodaux tel que :

$$\begin{cases} W = [N_\omega] \{U^{(e)}\} \\ B = [N_\beta] \{U^{(e)}\} \end{cases} \quad (\text{III-26})$$

Où $[N_\omega]$ et $[N_\beta]$ sont des matrices d'interpolation contenant les fonctions polynomiales suivantes :

$$\begin{aligned} [N_\omega] &= [N_1(\xi), N_2(\xi), 0, N_3(\xi), N_4(\xi), 0] \\ [N_\beta] &= [0, 0, N_5(\xi), 0, 0, N_6(\xi)] \end{aligned} \quad (\text{III-27})$$

$$\begin{cases} N_1(\xi) = \frac{(1-\xi)^2(2+\xi)}{4}, N_4(\xi) = \frac{L^e(1+\xi)^2(1-\xi)}{8} \\ N_2(\xi) = \frac{L^e(1-\xi)^2(1+\xi)}{8}, N_5(\xi) = \frac{1-\xi}{2} \\ N_3(\xi) = \frac{(1+\xi)^2(2-\xi)}{4}, N_6(\xi) = \frac{1+\xi}{2} \end{cases} \quad (\text{III-28})$$

où $\xi = \frac{2x}{L^e} - 1$ avec L^e la longueur de l'élément fini et $x \in [0 \ L^e]$ et donc $\xi \in [-1 \ 1]$.

En définissant les matrices élémentaires $[M^e]$ et $[K^e(\omega)]$ tels que :

$$[M^e] = (2\rho_f S_f + \rho_c S_c)[m^e] \quad (\text{III-29})$$

$$[K^e(\omega)] = \left(I_c E_c^*(\omega) + \frac{E_f S_f h_c^2}{2} \right) [k_1^e] - \frac{E_f S_f h_f h_c}{2} [k_2^e] + \left(2E_f I_f + \frac{E_f S_f h_f^2}{2} \right) [k_3^e] + \frac{S_c E_c^*(\omega)}{2(1 + \nu_c)} [k_4^e] \quad (\text{III-30})$$

Où les matrices $[m^e]$, $[k_1^e]$, $[k_2^e]$, $[k_3^e]$ et $[k_4^e]$ sont des matrices d'intégrations telles que :

$$\left\{ \begin{array}{l} [m^e] = \int_0^{L^e} [N_\omega]^T [N_\omega] dx \\ [k_1^e] = \int_0^{L^e} [N_{\beta,x}]^T [N_{\beta,x}] dx \\ [k_2^e] = \int_0^{L^e} [N_{\beta,x}]^T [N_{\omega,xx}] + [N_{\omega,xx}]^T [N_{\beta,x}] dx \\ [k_3^e] = \int_0^{L^e} [N_{\omega,xx}]^T [N_{\omega,xx}] dx \\ [k_4^e] = \int_0^{L^e} [N_{\omega,x}]^T [N_{\omega,x}] + [N_\beta]^T [N_{\omega,x}] + [N_{\omega,x}]^T [N_\beta] + [N_\beta]^T [N_\beta] dx \end{array} \right. \quad (\text{III-31})$$

L'équation (III-24) devient alors :

$$([K^e(\omega)] - \omega^2 [M^e]) \{U^e\} = 0 \quad (\text{III-32})$$

En assemblant les matrices élémentaires $[M^e]$ et $[K^e(\omega)]$, on obtient alors le problème aux valeurs propres non-linéaires suivant :

$$([K(\omega)] - \omega^2 [M]) \{U\} = 0 \quad (\text{III-33})$$

où $[K(\omega)]$ représente la matrice de rigidité; $[M]$ représente la matrice de masse et $\{U\}$ représente le vecteur regroupant les différents degrés de liberté pour chaque nœud obtenu lors du maillage. Étant donné que les propriétés mécaniques et amortissantes du matériau viscoélastique varient en fonction de la fréquence de sollicitation, la matrice de rigidité $[K(\omega)]$ varie ainsi en fonction de ω .

III.3) Modélisation des vibrations linéaires des structures sandwichs viscoélastiques périodiques

III.3.1) Introduction de la périodicité dans le modèle numérique

Une fois le modèle de vibrations défini pour des structure homogène, il est possible de l'adapter pour des structures sandwich présentant une périodicité dans le cœur viscoélastique.

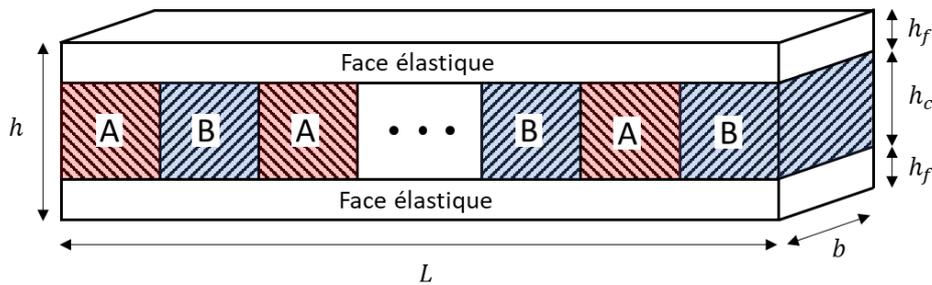


Figure 52 : Schéma d'une structure sandwich présentant un arrangement périodique de cœur de deux matériaux viscoélastique A et B

Pour une structure avec un arrangement périodique de deux matériaux viscoélastiques, dont la structure est schématisée en Figure 52, le problème de vibration est formulé de façon identique à une structure homogène. L'équation de vibration élémentaire reste donc la suivante :

$$([K^e(\omega)] - \omega^2[M^e]) \{U^e\} = 0 \quad (\text{III-34})$$

La décomposition de la matrice de rigidité élémentaire $[K^e(\omega)]$ proposé par Abdoun *et al.* est également utilisée ici, permettant d'obtenir l'expression suivante :

$$([K^e(0)] + E^*(\omega)[K_v^e] - \omega^2[M^e]) \{U\} = 0 \quad (\text{III-35})$$

Cependant, l'introduction d'une alternance de deux matériaux différents, notés A et B, dans la couche centrale implique que les matrices élémentaires $[K^e(0)]$, $[K_v^e]$ et $[M^e]$ seront différentes selon le matériau en question. Il apparaît nécessaire de définir les matrices élémentaires relatives aux matériaux constituant l'élément. Ainsi l'ajout de l'indice A ou B à une variable correspond à l'expression de cette variable pour un élément composé du matériau A ou B. Les expressions des matrices élémentaires deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} [M_A^e] = (2\rho_f S_f + \rho_{cA} S_c)[m^e] \\ [M_B^e] = (2\rho_f S_f + \rho_{cB} S_c)[m^e] \\ [K_A^e(0)] = \left(I_c E_{cA}^*(0) + \frac{E_f S_f h_c^2}{2} \right) [k_1^e] - \frac{E_f S_f h_f h_c}{2} [k_2^e] + \\ \quad \left(2E_f I_f + \frac{E_f S_f h_f^2}{2} \right) [k_3^e] + \frac{S_c E_{cA}^*(0)}{2(1 + \nu_{cA})} [k_4^e] \\ [K_B^e(0)] = \left(I_c E_{cB}^*(0) + \frac{E_f S_f h_c^2}{2} \right) [k_1^e] - \frac{E_f S_f h_f h_c}{2} [k_2^e] + \\ \quad \left(2E_f I_f + \frac{E_f S_f h_f^2}{2} \right) [k_3^e] + \frac{S_c E_{cB}^*(0)}{2(1 + \nu_{cB})} [k_4^e] \\ [K_{\nu A}^e] = 2(1 + \nu_{cA}) I_c [k_{e1}] + S_c [k_{e4}] \\ [K_{\nu B}^e] = 2(1 + \nu_{cB}) I_c [k_{e1}] + S_c [k_{e4}] \end{array} \right. \quad (\text{III-36})$$

Où les matrices $[m^e]$, $[k_1^e]$, $[k_2^e]$, $[k_3^e]$ et $[k_4^e]$ sont les matrices d'intégrations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} [m^e] = \int_0^{L^e} [N_\omega]^T [N_\omega] dx \\ [k_1^e] = \int_0^{L^e} [N_{\beta,x}]^T [N_{\beta,x}] dx \\ [k_2^e] = \int_0^{L^e} [N_{\beta,x}]^T [N_{\omega,xx}] + [N_{\omega,xx}]^T [N_{\beta,x}] dx \\ [k_3^e] = \int_0^{L^e} [N_{\omega,xx}]^T [N_{\omega,xx}] dx \\ [k_4^e] = \int_0^{L^e} [N_{\omega,x}]^T [N_{\omega,x}] + [N_\beta]^T [N_{\omega,x}] + [N_{\omega,x}]^T [N_\beta] + [N_\beta]^T [N_\beta] dx \end{array} \right. \quad (\text{III-37})$$

Ces matrices d'intégration reposent sur les matrices d'interpolation $[N_\omega]$ et $[N_\beta]$ contenant les fonctions de formes. Ces matrices d'interpolation sont les suivantes :

$$\begin{aligned} [N_\omega] &= [N_1(\xi), N_2(\xi), 0, N_3(\xi), N_4(\xi), 0] \\ [N_\beta] &= [0, 0, N_5(\xi), 0, 0, N_6(\xi)] \end{aligned} \quad (\text{III-38})$$

Les fonctions de formes sont, quant à elles, des fonctions polynomiales et dont les expressions sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1(\xi) = \frac{(1-\xi)^2(2+\xi)}{4}, N_4(\xi) = \frac{L^e(1+\xi)^2(1-\xi)}{8} \\ N_2(\xi) = \frac{L^e(1-\xi)^2(1+\xi)}{8}, N_5(\xi) = \frac{1-\xi}{2} \\ N_3(\xi) = \frac{(1+\xi)^2(2-\xi)}{4}, N_6(\xi) = \frac{1+\xi}{2} \end{array} \right. \quad (\text{III-39})$$

Comme pour le modèle vibratoire numérique de sandwich homogène, chaque élément considéré dans le modèle possède 6 degrés de liberté. Ces degrés de liberté (équation (III-25)) sont le déplacement transversal W , la pente $W_{,x}$ et la rotation B , pour les deux extrémités de l'élément en question. Ces matrices élémentaires sont donc de dimensions 6×6 .

C'est ensuite lors de l'assemblage de ces matrices élémentaires pour former les matrices $[K(0)]$, $[K_v]$ et $[M]$, que s'effectue une dichotomie entre les deux matériaux constituant la couche centrale viscoélastique de la structure sandwich. Pour cela, chaque élément de la structure se voit attribuer le matériau A ou le matériau B en fonction de la périodicité recherchée et lors de l'assemblage, les matrices élémentaires $[K_A^e(0)]$, $[K_{vA}^e]$ et $[M_A^e]$ seront utilisées si l'élément correspond au matériau A et les matrices élémentaires $[K_B^e(0)]$, $[K_{vB}^e]$ et $[M_B^e]$, si l'élément correspond au matériau B.

Cette méthode est équivalente à l'assemblage classique de matrices élémentaires dans le cas où deux éléments du même matériau se succèdent, ce qui revient à se placer dans le cas du modèle numérique de sandwich homogène.

Cependant, lors du passage d'un élément du matériau A à un élément du matériau B (ou inversement), il est nécessaire d'avoir une superposition partielle des deux matrices élémentaires correspondant aux deux matériaux différents. Dans ce modèle, l'hypothèse d'interface parfaite est considérée. Cela implique que l'assemblage des matrices élémentaires au niveau de l'interface entre les deux cœurs s'effectue de la même façon que pour un cœur homogène mais avec des coefficients différents.

Par exemple, pour l'assemblage de l'élément n correspondant au matériau A, la matrice de masse $[M]$ contenant les éléments numérotés de 1 à $n - 1$ vont voir ses coefficients $m_{3(n-1)+i,3(n-1)+j}$ (où $(i, j) \in [1; 6]$) s'additionner avec la matrice élémentaire $[M_A^e]$ correspondant au matériau A et de dimension 6×6 . Pour l'élément $n + 1$ correspondant au matériau B, ce sont les coefficients $m_{3n+i,3n+j}$ (où $(i, j) \in [1; 6]$) qui se voient additionnés à la matrice élémentaire $[M_B^e]$ du matériau B. Cela signifie que les coefficients $m_{3n+i,3n+j}$ (où $(i, j) \in [1; 3]$) de la matrice de masse $[M]$ s'expriment comme la somme suivante :

$$m_{3n+i,3n+j} = [M_A^e]_{i+3,j+3} + [M_B^e]_{i,j} \quad (\text{III-40})$$

III.3.2) Validation des méthodes de résolution

La première vérification à effectuer a consisté en la validation du développement du code sur des structures sandwichs périodiques où les deux matériaux de cœur étaient identiques. En effet, le point de départ du développement du code éléments finis est issu du modèle développé par Bilasse *et al.* [59]. Les paramètres de ce modèle sont listés dans le Tableau 11. Le module élastique des cœurs viscoélastiques est considéré constant soit indépendant de la fréquence.

Tableau 11 : Liste des paramètres utilisés pour la vérification avec le modèle de Bilasse et al. [59]

Faces élastiques	Module d'Young	$E_f = 6,9 \times 10^{10} Pa$
	Coefficient de Poisson	$\nu_f = 0,3$
	Masse volumique	$\rho_f = 2766 kg.m^{-3}$
Cœur viscoélastique A	Module d'Young	$E_{0A} = 1794 \times 10^3 Pa$
	Coefficient de Poisson	$\nu_{cA} = 0,3$
	Masse volumique	$\rho_{cA} = 968,1 kg.m^{-3}$
Cœur viscoélastique B	Module d'Young	$E_{0B} = 1794 \times 10^3 Pa$
	Coefficient de Poisson	$\nu_{cB} = 0,3$
	Masse volumique	$\rho_{cB} = 968,1 kg.m^{-3}$
Géométrie	Longueur	$L = 177,8 mm$
	Largeur	$b = 12,7 mm$
	Épaisseur des faces	$h_f = 1,524 mm$
	Épaisseur du cœur	$h_c = 0,127 mm$

La résolution du problème est effectuée avec 450 éléments finis pour conditions aux limites « Encastré – Libre ». Plusieurs méthodes de résolution sont utilisées pour résoudre l'équation de vibration : la résolution dans le domaine fréquentiel, la résolution du problème aux valeurs propres réelles et la résolution du problème aux valeurs propres complexes. Les résultats obtenus par ces méthodes sont comparés avec ceux obtenus par Bilasse *et al.* [59]. Concernant la méthode de résolution dans le domaine fréquentiel, le pas de fréquence utilisé vaut 0,1 Hz. Les résultats obtenus pour chaque méthode et pour des valeurs d'amortissement différentes sont listés dans le Tableau 12.

Tableau 12 : Résultats numériques obtenus avec le modèle périodique sur les paramètres de Bilasse et al. [59]

	Résultats obtenus avec le modèle développé					Résultats de Bilasse et al. [59]		Écart relatif			
	Mode réel	Mode complexe		Résolution dans le domaine fréquentiel		Mode complexe		Mode complexe		Résolution dans le domaine fréquentiel	
ηc	Ω (Hz)	Ω (Hz)	$\eta / \eta c$	Ω (Hz)	$\eta / \eta c$	Ω (Hz)	$\eta / \eta c$	$\Delta\Omega$	$\Delta\eta$	$\Delta\Omega$	$\Delta\eta$
0.1	64.1	64.2	0.293	64.1	0.281	64.2	0.281	0.08%	4.17%	0.14%	0.08%
	296.6	296.6	0.248	296.6	0.243	296.9	0.242	0.11%	2.31%	0.10%	0.31%
	744.1	744.5	0.153	744.3	0.154	745.5	0.153	0.14%	0.21%	0.16%	0.55%
	1395.2	1395.1	0.088	1395.1	0.086	1398.5	0.088	0.24%	0.54%	0.25%	2.25%
	2262.8	2263.1	0.058	2263.1	0.053	2271.2	0.056	0.36%	4.07%	0.36%	5.31%
0.6	64.1	65.6	0.248	65.7	0.241	65.6	0.246	0.03%	0.77%	0.15%	2.03%
	296.6	299.1	0.237	299.6	0.234	299.5	0.232	0.13%	2.04%	0.03%	0.71%
	744.1	746.0	0.153	743.3	0.162	747.3	0.152	0.17%	0.83%	0.54%	6.36%
	1395.2	1396.1	0.089	1394.4	0.090	1399.5	0.088	0.24%	0.95%	0.36%	2.68%
	2262.8	2263.8	0.057	2262.6	0.058	2271.8	0.056	0.35%	2.28%	0.40%	3.13%
1	64.1	67.4	0.201	67.7	0.201	67.5	0.202	0.10%	0.68%	0.30%	0.55%
	296.6	303.0	0.217	304.1	0.223	303.3	0.217	0.11%	0.12%	0.26%	2.89%
	744.1	749.2	0.150	741.2	0.189	750.4	0.150	0.16%	0.13%	1.23%	25.92%
	1395.2	1398.2	0.087	1392.9	0.094	1404.2	0.087	0.43%	0.56%	0.80%	8.27%
	2262.8	2264.6	0.057	2261.6	0.059	2273.0	0.056	0.37%	1.43%	0.50%	5.09%
1.5	64.1	70.0	0.152	70.3	0.152	70.0	0.153	0.00%	0.39%	0.43%	0.83%
	296.6	309.3	0.197	310.9	0.205	309.4	0.197	0.03%	0.02%	0.48%	4.17%
	744.1	755.4	0.146	735.5	0.209	756.2	0.145	0.11%	1.01%	2.74%	44.15%
	1395.2	1401.3	0.087	1389.5	0.107	1404.3	0.086	0.21%	1.42%	1.05%	24.08%
	2262.8	2267.2	0.057	2259.5	0.061	2275.1	0.056	0.35%	1.66%	0.69%	9.64%

Les résultats obtenus par résolution du problème aux valeurs propres réelles (c'est-à-dire pour un module élastique considéré réel) sont proches de ceux de ceux obtenus par résolution du problème aux valeurs propres complexes pour des valeurs d'amortissement faibles. Quand le facteur de perte du cœur viscoélastique augmente, cet écart augmente également. Cela est dû au fait que la résolution du problème aux valeurs propres réelles correspond à négliger l'amortissement.

En comparant les résultats avec ceux obtenus par Bilasse *et al.* [59] également avec des valeurs propres complexes, l'écart relatif observé entre les fréquences de résonance reste inférieur à 0,5 % et celui entre les facteurs de perte associés reste inférieur à 5 %. Cela signifie que le passage à une structure périodique n'altère pas la validité du modèle de vibration.

Quant à la méthode de résolution dans le domaine fréquentiel, les écarts relatifs avec la littérature sont également faibles pour des valeurs d'amortissement faibles et augmentent avec la valeur du facteur de perte. Cependant, les matériaux viscoélastiques utilisés dans cette étude présentent des valeurs d'amortissement relativement faibles autour de 0,1 comme le montre les résultats de DMA présentés dans la section II.4.1). La méthode de résolution dans le domaine fréquentiel est donc pertinente pour ces travaux.

III.3.3) Études de convergence

Un autre critère à prendre en compte pour les méthodes de résolution numérique est le temps de calcul nécessaire à la résolution du problème. L'augmentation du nombre d'élément permet d'augmenter la précision des résultats obtenus en réduisant l'erreur résiduelle. Cependant, cette augmentation du nombre d'élément engendre également une augmentation du nombre de degrés de liberté du système et donc du temps de calcul nécessaire à sa résolution. C'est pourquoi il est nécessaire de définir une valeur du nombre d'élément de la structure permettant d'obtenir une bonne précision du résultat tout en nécessitant un temps de calcul raisonnable quel que soit la méthode de résolution.

Ainsi, des études de convergence ont été effectuées avec les deux méthodes de résolution. Les résultats de ces études de convergence sont illustrés sur la Figure 53 et la Figure 54, respectivement pour la méthode de résolution dans le domaine fréquentiel et pour la méthode résolution des vibrations libres. Dans les deux cas, seul le deuxième mode propre est étudié par soucis de simplicité.

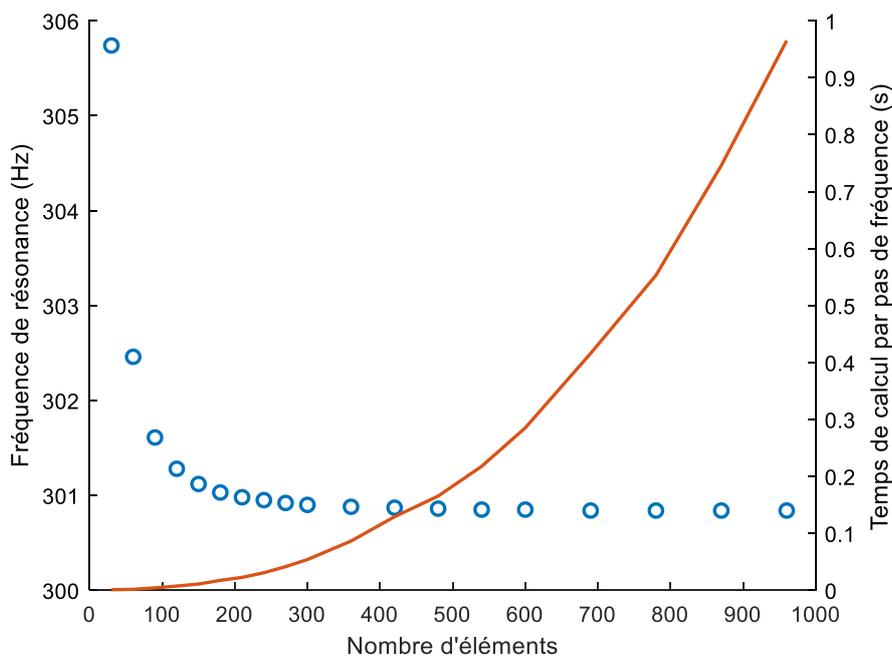


Figure 53 : Étude de convergence du calcul de la 2ème fréquence de résonance par la méthode de résolution dans le domaine fréquentiel

La Figure 53 montre l'évolution de la valeur de la fréquence de résonance ainsi que le temps de calcul nécessaire en fonction du nombre d'éléments de la structure pour une résolution dans le domaine fréquentiel. Étant donné que le temps de calcul, pour cette méthode de résolution, dépend de la taille de la plage de fréquence concernée ainsi que le pas de fréquence utilisé, les résultats du temps de calcul sont donnés par pas de fréquence.

Comme attendu, la valeur de fréquence évolue de la manière d'une exponentielle décroissante pour converger vers une valeur limite, contrairement au temps de calcul nécessaire qui varie selon une exponentielle croissante. Il est possible d'observer qu'à partir

de 600 éléments dans la structure, les variations des valeurs de la fréquence propre sont inférieures au dixième de Hz.

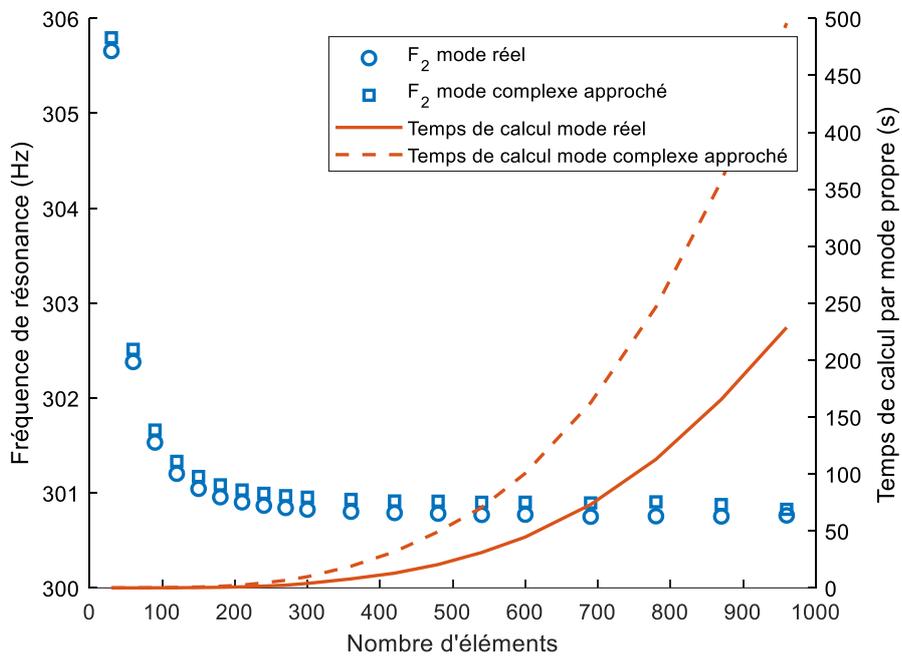


Figure 54 : Étude de convergence du calcul de la 2ème fréquence de résonance par la méthode de résolution des vibrations libres

La Figure 54 montre également l'évolution de la valeur de la fréquence de résonance ainsi que le temps de calcul nécessaire en fonction du nombre d'éléments de la structure mais cette fois pour une résolution des vibrations libres. Deux cas sont ici étudiés, le premier est pour des modules de cisaillement réels et donc les modes de vibrations obtenus sont également réels ; et le deuxième est pour des modules de cisaillement complexes.

Les évolutions sont similaires à celles obtenues par la méthode de résolution dans le domaine fréquentiel, à savoir que les fréquences propres convergent lorsque le nombre d'éléments augmentent, alors que le temps de calcul nécessaire augmente.

L'insertion de l'amortissement provoqué du passage d'un module réel à un module complexe change légèrement la fréquence propre comme vu dans la section précédente mais allonge également le temps de calcul nécessaire à la résolution de l'équation de vibration.

La précision désirée dans cette étude ne dépassant pas le dixième de Hz, les calculs numériques effectués dans la suite de cet ouvrage auront un nombre d'éléments au plus de 600.

III.3.4) Définition d'un critère de mesure des propriétés filtrantes

L'amortissement d'une structure sandwich peut facilement être quantifié avec le spectre vibratoire de la structure en utilisant la méthode de la bande passante présentée en section I.3.3) permettant de calculer un facteur de perte. Cependant, cette étude porte également sur

ajout de propriétés filtrantes aux structures sandwichs. Il est donc nécessaire de définir un facteur permettant de quantifier ces propriétés filtrantes. La méthode instinctive est de mesurer la largeur spectrale des plages de fréquences interdites, ou Band Gaps. Cependant, cette largeur de Band Gap est affectée par la valeur des fréquences de résonance concernées.

C'est pourquoi un ratio de largeur relative de Band Gap est définie pour réduire l'influence de l'espacement naturel des fréquences propres et pouvoir faciliter la comparaison des propriétés filtrantes de différentes structures. Ce ratio de Band Gap, appelé R_{BG} , consiste à diviser la largeur spectrale d'un Band Gap par l'écart entre les 2 fréquences propres suivant le Band Gap. R_{BG_k} , le ratio du k -ième Band Gap d'une structure périodique est donc défini de la façon suivante :

$$R_{BG_k} = \frac{f_{kN+1} - f_{kN}}{f_{kN+2} - f_{kN+1}} \quad (\text{III-41})$$

où N est le nombre de motif périodique de la structure et f_n est la n -ième fréquence propre de la structure.

Selon la théorie des poutres de Bernoulli, l'écart entre deux fréquences propres est croissant avec le numéro des modes en question. Cela signifie que pour des structures non périodiques, ce ratio R_{BG} sera inférieur à 1. Cependant, avec l'apparition d'une périodicité dans la structure, la largeur spectrale d'un Band Gap sera, par définition, plus grande que celle des deux modes propres qui le suivent, signifiant ainsi que le ratio R_{BG} sera supérieur à 1.

Un espacement plus grand des fréquences propres entourant le Band Gap signifie donc une augmentation de ce ratio R_{BG} . Un rapprochement des fréquences de résonance qui suivent ce Band Gap signifie également une augmentation de ce ratio R_{BG} .

III.4) Etudes paramétriques impact sur l'évolution des propriétés filtrantes

Le modèle numérique développé a été validé par une étude expérimentales présentée dans le chapitre suivant. La confrontation des résultats démontre une bonne validation avec une marge d'erreur très acceptable.

Afin d'étudier l'impact de différents paramètres (géométrique ou mécanique) sur les propriétés vibratoires et filtrantes des structures sandwichs à structure périodique, une étude paramétrique sur le modèle présenté dans la section précédente a été effectuée.

Les différentes études paramétriques présentées dans cette partie seront effectuées par rapport à un même modèle de référence dont les paramètres sont donnés dans le Tableau 13.

Les différents paramètres d'études sont : l'épaisseur, le module de cisaillement, la masse volumique et la partie visqueuse. Ils sont utilisés dans la méthode de résolution des vibrations

libres en prenant des modules de cisaillement constants en fréquence afin d'étudier uniquement l'effet de la variation des paramètres choisis, ainsi que réels afin de réduire le temps de calcul nécessaire, la partie complexe n'influant pas sur les fréquences des modes propres en régime linéaire.

Afin de pouvoir comparer les évolutions des propriétés filtrantes en s'affranchissant de l'évolution globale des fréquences de résonance due à un changement de la rigidité globale ou la masse de la structure, le ratio R_{BG} , défini précédemment, est utilisé pour mesurer une largeur relative des Band Gaps. La structure présentant 3 motifs périodiques, le calcul de ce ratio pour le k -ième s'effectue avec la formule suivante :

$$R_{BG_k} = \frac{f_{3k+1} - f_{3k}}{f_{3k+2} - f_{3k+1}} \quad (\text{III-42})$$

Tableau 13 : Paramètres du modèle de référence

Faces élastiques : Aluminium	Module de Young	$E_f = 6,9 * 10^{10}$ Pa
	Coefficient de Poisson	$\nu_f = 0,3$
	Masse volumique	$\rho_f = 2766$ kg. m ⁻³
Cœur viscoélastique A : iPP/iPP-g-MAH 80%/20%	Module de cisaillement	$G_0 = 6,5 * 10^8$ Pa
	Facteur de perte	$\eta_c = 0,10$
	Coefficient de Poisson	$\nu_c = 0,39$
	Masse volumique	$\rho_c = 938$ kg. m ⁻³
Cœur viscoélastique B : SEBS-g-MAH	Module de cisaillement	$G_0 = 4,6 * 10^6$ Pa
	Facteur de perte	$\eta_c = 0,10$
	Coefficient de Poisson	$\nu_c = 0,33$
	Masse volumique	$\rho_c = 910$ kg. m ⁻³
Paramètres géométriques	Épaisseur du cœur	$h_c = 2,63$ mm
	Épaisseur des faces	$h_f = 1,2$ mm
	Longueur	$L = 263$ mm
	Largeur	$b = 22$ mm
Paramètres numériques	Nombre d'éléments	600
	Conditions aux limites	Encastré – Libre

III.4.1) Variation de l'épaisseur

Le premier paramètre étudié est le ratio entre l'épaisseur des faces élastiques et celle du cœur viscoélastique. L'épaisseur totale reste constante à la valeur de 5,03 mm afin de limiter le changement de masse globale de l'échantillon. L'épaisseur du cœur viscoélastique varie de 0,1 mm à 4 mm avec un pas de 0,05 mm, quant à l'épaisseur des faces élastiques, elle est calculée à chaque pas pour que l'épaisseur totale reste constante. Cela donne une variation du rapport h_c / h_f allant de 0,038 à 5,7. Les résultats sont illustrés sur la Figure 55 :

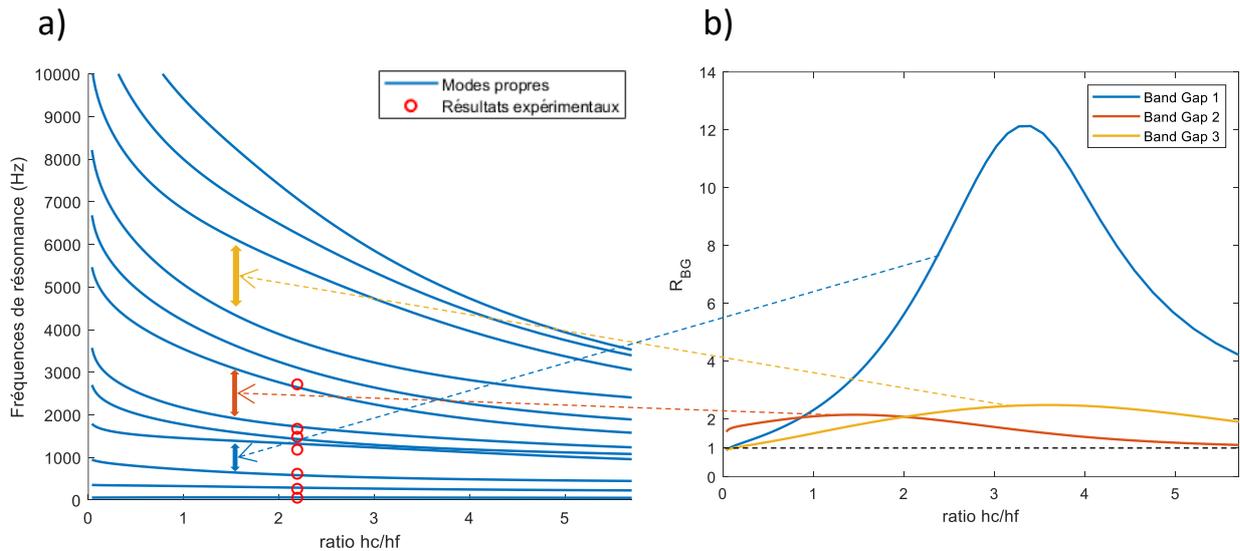


Figure 55 : Effet de la variation du rapport entre l'épaisseur du cœur viscoélastique et celui des faces élastiques sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b). Les résultats expérimentaux sont mis en évidence par des cercles rouges

Les propriétés filtrantes évoluent avec la variation du rapport des épaisseurs de manière jusqu'à faire apparaître un optimum. Les valeurs de ratio d'épaisseur pour lesquelles ces optimums sont atteints ne sont pas les mêmes pour les 3 premiers Band Gaps.

Pour le 1^{er} Band Gap situé entre le mode 3 et 4, l'optimum se situe pour un ratio h_c / h_f de 3,4. La valeur de R_{BG} pour cet optimum est de 12,1. Cette valeur est très élevée du fait du grand rapprochement des fréquences des modes 4 et 5. Le 2^{ème} Band Gap présente un optimum pour un ratio h_c / h_f de 1,5. La largeur relative du Band Gap à cet optimum est de 2,1. Enfin, pour le 3^{ème} Band Gap, l'optimum est atteint pour un ratio h_c / h_f de 3,5. La valeur maximale de R_{BG} pour ce Band Gap est de 2,5.

Il est possible d'en déduire que, pour ce type de structure, il existe une plage de ratio entre l'épaisseur du cœur viscoélastique et celle des faces métalliques où les propriétés filtrantes sont optimales. Cette plage est située pour des valeurs d'épaisseur de cœur entre 1 et 4 fois supérieures à celle des faces métalliques. En s'intéressant uniquement au 1^{er} Band Gap, là où l'amortissement passif est le plus faible, la plage optimale est atteinte pour un cœur viscoélastique entre 3 et 4 fois plus épais que les faces métalliques.

III.4.2) Variation du module de cisaillement

Le second paramètre étudié est un paramètre mécanique : le module de cisaillement. Étant donné que la structure périodique possède 2 cœurs viscoélastiques différents, l'étude se séparera en 2 parties correspondant à la variation du premier module pendant que l'autre reste constant, et inversement.

Dans un premier temps, la variation du module de cisaillement du premier cœur (G_{c1}) a été étudiée pendant que celui du second (G_{c2}) reste constant à une valeur de $4,6 \times 10^6$ Pa. Les

variations du module vont d'une valeur de $1,0 \times 10^6$ Pa, donc légèrement inférieure au second cœur, à une valeur de $5,0 \times 10^{10}$ Pa qui s'approche des paramètres mécaniques de l'aluminium et donc des limites du modèle de la structure sandwich. Le rapport G_{c1} / G_{c2} varie donc de 10^{-1} à 10^4 où la valeur de 1 correspond à une égalité des deux modules et donc à une structure quasiment non périodique (à la différence que les densités restent différentes). Les résultats sont illustrés sur la Figure 56.

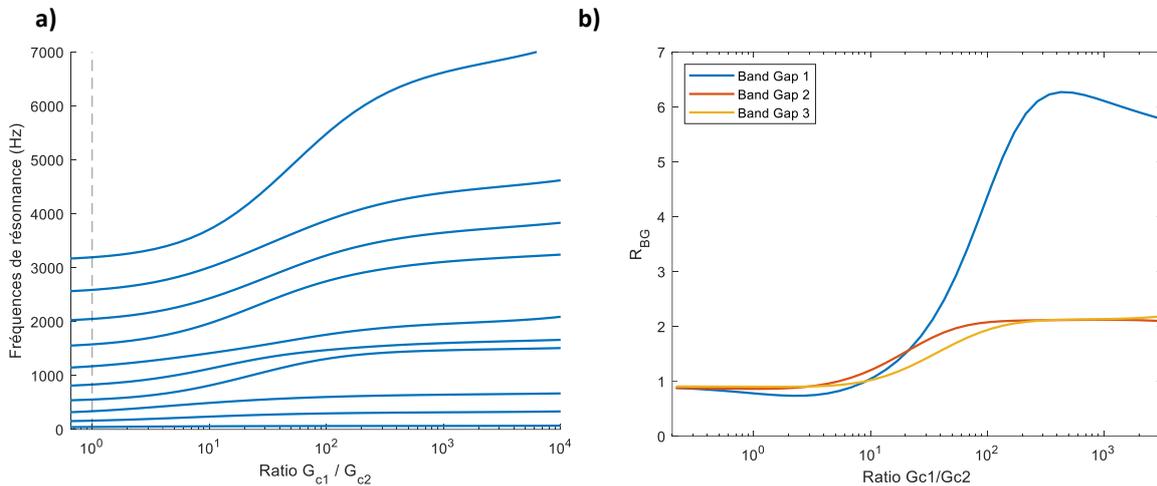


Figure 56 : Effet de la variation du module de cisaillement du cœur rigide sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)

Pour une valeur du rapport G_{c1} / G_{c2} de 1, les fréquences de résonance sont distribuées comme celles d'une structure sandwich homogène ne présentant pas de périodicité, les ratios R_{BG} sont donc inférieurs à 1. Ces ratios de la largeur relative des Band Gaps devient supérieur à 1, signifiant l'apparition des propriétés filtrantes, lorsque la valeur G_{c1} devient 10 fois supérieure à la valeur de G_{c2} . Les valeurs de R_{BG} des 3 premiers Band Gaps continuent d'augmenter jusqu'à atteindre un palier. Le 1^{er} Band Gap atteint une valeur de R_{BG} maximale de 6,2 pour un rapport G_{c1} / G_{c2} de 400. Le 2^{ème} Band Gap atteint, quant à lui, une valeur de R_{BG} maximale de 2,1 pour un rapport G_{c1} / G_{c2} de 100. Le 3^{ème} Band Gap atteint également une valeur de R_{BG} maximale de 2,1 pour un rapport G_{c1} / G_{c2} de 200.

Pour des valeurs de G_{c1} / G_{c2} supérieures à 10^3 , une légère diminution de R_{BG} est observée pour le 1^{er} Band Gap. Cette diminution n'est cependant pas significative car elle est observée pour des valeurs de G_{c1} proches de l'aluminium, sortant ainsi des hypothèses du modèle de poutre sandwich.

Ensuite, la variation du module du second cœur viscoélastique (G_{c2}) est étudiée pendant que celui du premier (G_{c1}) reste constant à la valeur de $6,5 \times 10^8$ Pa. Les valeurs prises par G_{c2} vont de 10^4 Pa jusqu'à 10^9 Pa donc au-delà de la valeur de G_{c1} de référence. Le rapport G_{c1} / G_{c2} prend alors des valeurs entre 10^{-1} et 10^4 . De la même façon que précédemment, une valeur du rapport G_{c1} / G_{c2} de 1 correspond à une égalité entre les modules de cisaillement des deux cœurs viscoélastiques et donc une disparition de la périodicité. Les résultats sont montrés sur la Figure 57.

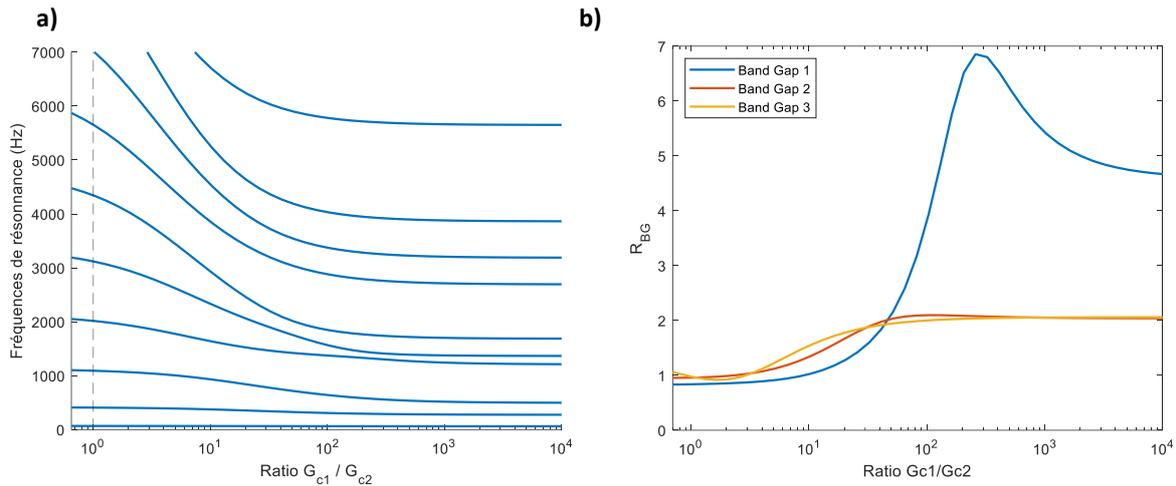


Figure 57 : Effet de la variation du module de cisaillement du cœur souple sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)

De la même façon que pour la variation de G_{c1} , lorsque les deux modules sont égaux, la périodicité et donc les propriétés filtrantes disparaissent, ce qui est caractérisé par des valeurs de R_{BG} inférieures à 1. Cependant cette situation est atteinte pour des valeurs de modules égaux à $6,5 \times 10^8$ Pa, c'est-à-dire pour une structure plus rigide que le premier cas, ce qui explique la différence dans les fréquences de résonance.

Quand l'écart entre les 2 modules de cisaillement augmente, la largeur relative des Band Gaps augmente jusqu'à atteindre un palier, comme pour le cas où G_{c1} varie. Pour le 1^{er} Band Gap, la valeur maximale de R_{BG} est de 6,8 et cette dernière est atteinte pour un rapport G_{c1}/G_{c2} de 250. La largeur relative du 2^{ème} Band Gap atteint, quant à elle, une valeur maximale de 2,1 pour un rapport G_{c1}/G_{c2} de 100. Enfin, le 3^{ème} Band Gap présente également un maximum pour un rapport G_{c1}/G_{c2} de 100 où R_{BG} atteint la valeur de 2,0.

Il est donc possible de déduire de cette étude sur la variation des deux modules de cisaillement, qu'un facteur 100 entre les deux modules de cisaillement est l'écart nécessaire pour obtenir une apparition des propriétés filtrantes, mais si cet écart devient supérieur à un facteur 100, il ne permet plus d'agrandir la largeur relative des Band Gaps. Cependant ce dernier cas s'éloigne des hypothèses effectuées pour cette étude.

III.4.3) Variation de la masse volumique

Dans cette partie, le paramètre étudié est la masse volumique des cœurs viscoélastiques. Trois façons de les faire varier sont utilisées. Tout d'abord, uniquement la variation de la masse volumique du cœur rigide ρ_1 est considérée pendant que la masse volumique du second cœur reste constante à sa valeur de référence (910 kg.m^{-3}). Le paramètre ρ_2 prend des valeurs allant de 600 à 1200 kg.m^{-3} avec un pas de 10 kg.m^{-3} . Les résultats sont illustrés sur la Figure 58 : Effet de la variation de la masse volumique du cœur rigide sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)

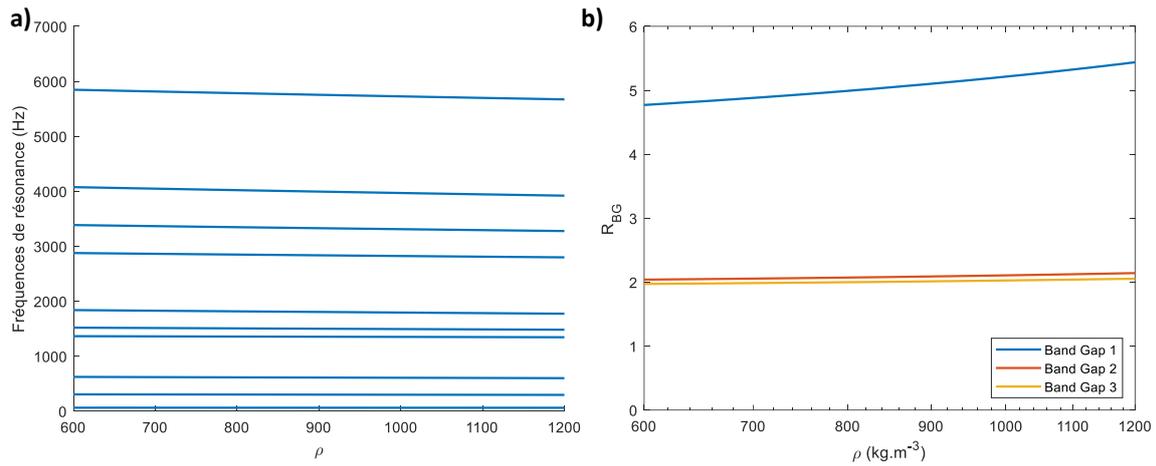


Figure 58 : Effet de la variation de la masse volumique du cœur rigide sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)

Les fréquences de résonance diminuent avec l'augmentation de la masse volumique du cœur rigide, ce qui est prévisible car l'augmentation du poids de la structure diminue les fréquences de résonance dans la théorie des poutres de Bernoulli. Cependant, la largeur relative des Band Gaps, quant à elle, augmente avec l'augmentation de la masse volumique du matériau rigide.

Ensuite, en faisant varier la seconde masse volumique ρ_2 , donc celle du cœur viscoélastique souple, également de 600 à 1200 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ avec un pas de 10 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, et en conservant ρ_1 constant à sa valeur de référence (938 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$), les résultats de la Figure 59 sont obtenus.

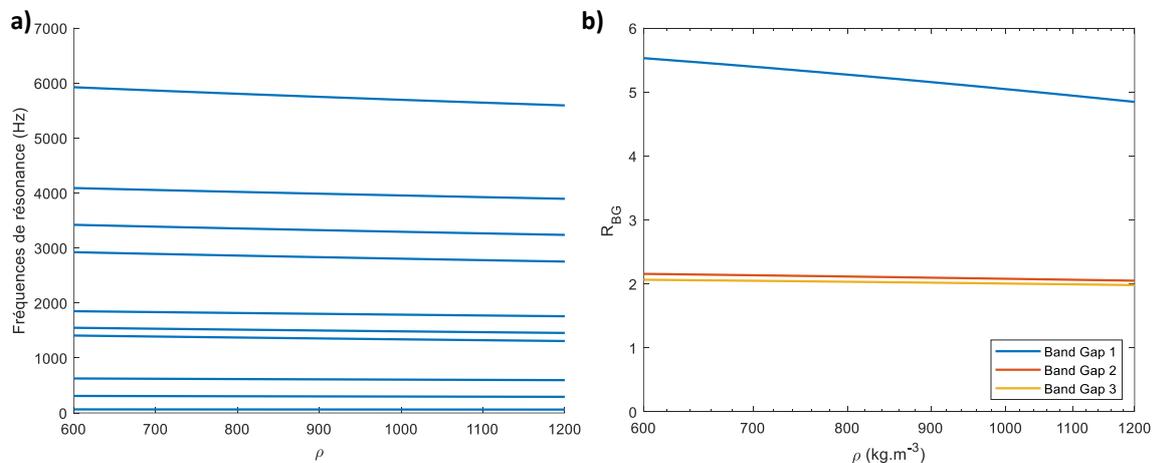


Figure 59 : Effet de la variation de la masse volumique du cœur souple sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)

Comme dans le cas de la variation de ρ_1 , l'augmentation de la masse volumique du second cœur viscoélastique entraîne une diminution des fréquences de résonance. Cependant, ce qui diffère avec le cas précédent, c'est que la largeur relative des Band Gaps va quant à elle diminuer avec l'augmentation de la masse volumique.

Enfin, une variation simultanée de ρ_1 et ρ_2 est étudiée, cela signifie que les deux masses volumiques des deux cœurs viscoélastiques varient en même temps de 600 à 1000 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ en prenant les mêmes valeurs à chaque pas de 5 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Les résultats obtenus sont montrés sur la Figure 60.

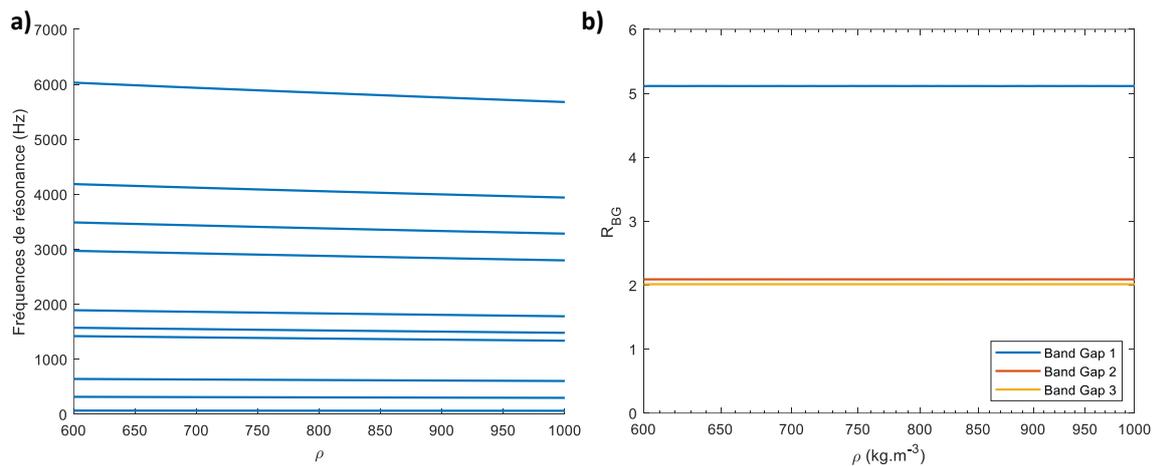


Figure 60 : Effet de la variation de la masse volumique des deux cœurs (rigide et souple) sur les fréquences de résonance (a) et sur la largeur relative des Band Gaps (b)

Une la diminution des fréquences de résonance lorsque les masses volumiques augmentent est à nouveau observable. Cependant, la largeur relative des Band Gaps reste constante lorsque les deux masses volumiques des deux cœurs évoluent tout en restant égales l'une à l'autre.

Ce n'est donc pas les valeurs de masses volumiques qui vont influencer sur les propriétés filtrantes d'une structure sandwich périodique mais bien l'écart entre les densités des deux matériaux viscoélastiques utilisés. Pour maximiser la largeur relative des Band Gaps et donc des propriétés filtrantes, la masse volumique du cœur rigide doit être plus élevée que celle du matériau souple.

III.4.4) Variation de la partie visqueuse

Dans cette partie, le paramètre étudié étant le facteur de perte des polymères viscoélastiques utilisés comme cœur de la structure sandwich, la résolution du problème se fait par résolution dans le domaine fréquentiel en régime forcé afin d'obtenir le spectre vibratoire sur une plage de fréquence donnée.

Dans le modèle de référence, les deux cœurs viscoélastiques possèdent des facteurs de perte de 0,1. Dans un premier temps, le facteur de perte du cœur rigide (η_1) varie de 0,025 à 0,5 tandis que celui du matériau souple (η_2) reste constant à sa valeur de référence. Les résultats sont illustrés sur la Figure 61.

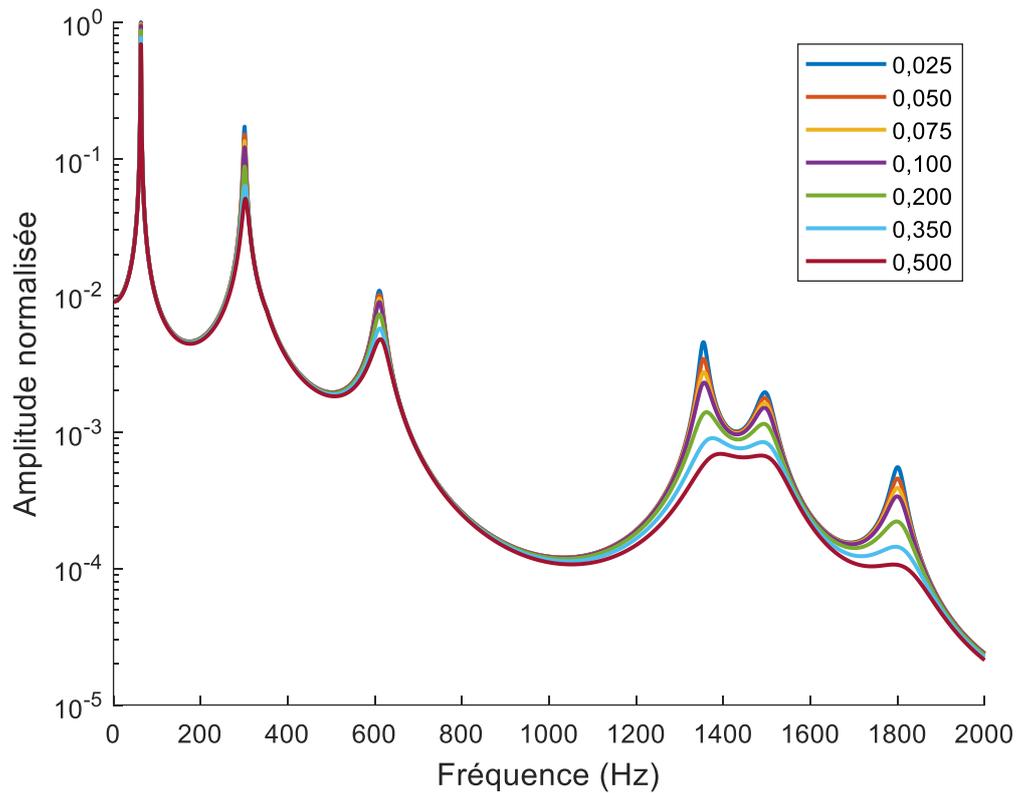


Figure 61 : Effet de la variation du facteur de perte du cœur rigide sur le spectre vibratoire de la structure sandwich périodique

Comme attendu, une augmentation de l'amortissement d'un cœur viscoélastique provoque une augmentation de l'amortissement général de la structure sandwich. Afin de comparer l'impact de la partie visqueuse des deux différents cœurs viscoélastiques, la variation du second facteur de perte (η_2) est ensuite étudiée, également de 0,025 à 0,5, tandis que η_1 reste constant à sa valeur de référence. Les résultats obtenus sont montrés sur la Figure 62.

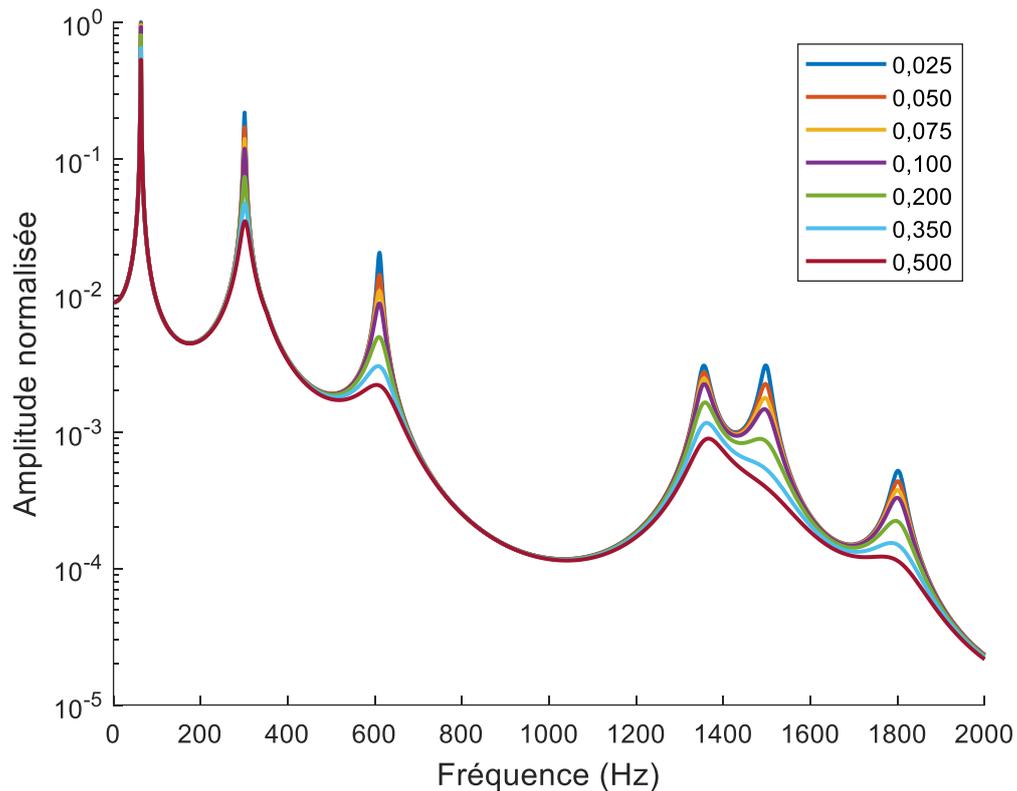


Figure 62 : Effet de la variation du facteur de perte du cœur souple sur le spectre vibratoire de la structure sandwich périodique

La tendance globale est la même que précédemment, c'est-à-dire que l'augmentation de l'amortissement du cœur souple augmente l'amortissement global de la structure. Il y a cependant des différences avec la variation du cœur rigide sur certains modes.

Afin d'étudier la différence entre l'amortissement des deux cœurs en fonction du mode de résonance, il est nécessaire d'étudier la forme des modes propres de la structure périodique. Les 6 premiers modes propres sont dessinés sur la Figure 63. Les courbes en trait plein correspondent aux modes propres de la structure périodique, quant aux courbes en trait pointillé, elles correspondent aux modes propres d'une structure sandwich homogène non périodique.

A partir du troisième mode de résonance, le passage à une structure périodique change la forme des modes. En effet, les ventres de vibration sont situés à des endroits différents. Plus précisément, les ventres initialement situés dans la zone rigide (matériau A sur le schéma) se retrouvent à l'interface des deux cœurs viscoélastiques ou bien même dans la zone souple (matériau B). C'est particulièrement notable sur le cinquième mode où les 4 ventres de vibration se situent dans la zone B ou à l'interface, ce qui explique que, pour ce mode, l'impact de la variation de facteur de perte d'un matériau soit différent de l'autre.

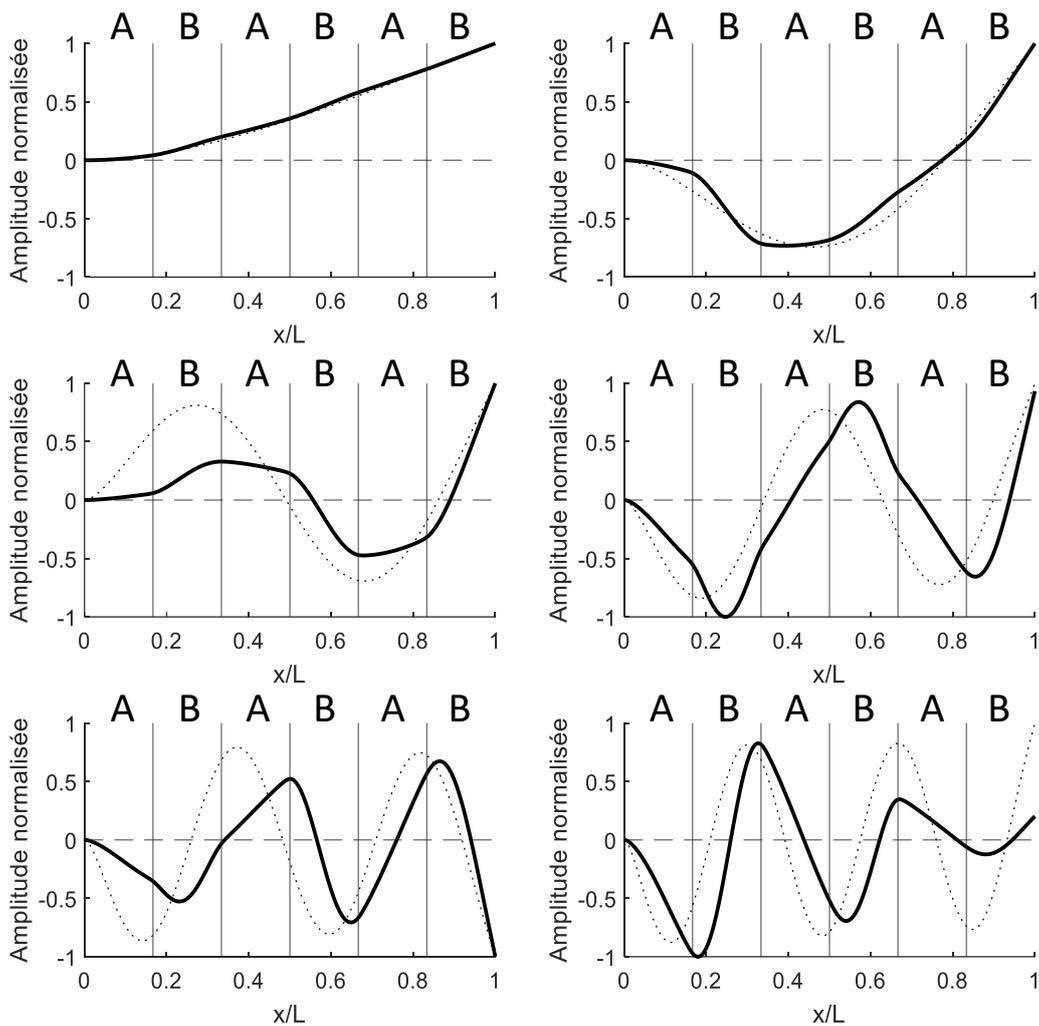


Figure 63 : Profils des 6 premiers modes propres d'une structure sandwich périodique (trait plein) et d'une structure sandwich homogène (trait pointillé)

III.5) Vibrations des longues structures sandwichs à cœur périodique

Cette section est consacrée à une étude numérique descriptive des structures sandwichs à cœur périodiques mais cette fois dans des conditions de symétrie et avec un grand nombre de motifs périodiques répétés. L'objectif de cette section descriptive est d'ouvrir des perspectives sur des travaux potentiels sur ce type de structure.

III.5.1) Description de la structure étudiée

Pour obtenir une structure symétrique, la structure périodique utilisée précédemment (ainsi que dans le chapitre suivant) doit évoluer. Les conditions aux limites deviennent Appui Simple – Appui Simple. Le motif périodique doit lui aussi évoluer pour présenter une symétrie. Précédemment, le motif périodique était constitué d'une alternance de matériau viscoélastique de type AB comme schématisé sur la Figure 64 a). Pour le passer à un motif symétrique, l'alternance de matériau sera, pour cette section, de type ABBA, comme schématisé sur la Figure 64 b).

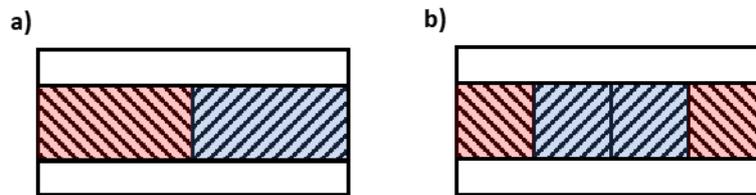


Figure 64 : Schéma du motif périodique de type AB (a) et de type ABBA (b)

La structure étudiée dans cette section présente une répétition de 20 motifs périodiques dans la longueur de la poutre sandwich. Une représentation schématique de cette structure est donnée en Figure 65.

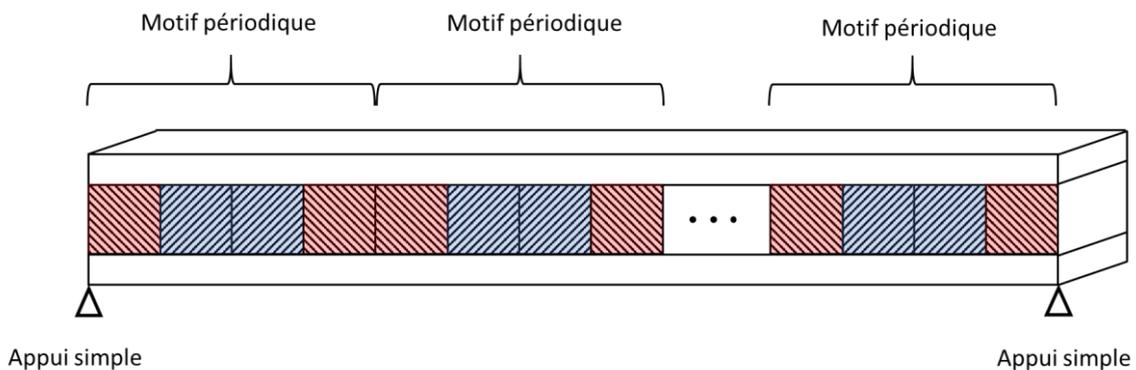


Figure 65 : Représentation schématique de la structure sandwich périodique de type ABBA

Les différents paramètres utilisés pour le calcul des modes propres de la structure sont listés dans le Tableau 14. Ces paramètres sont les mêmes que ceux utilisés dans le modèle de référence des études paramétriques menées dans la section précédente, à la différence des conditions aux limites qui passent d'Encastré – Libre à Appui simple – Appui simple et du nombre d'éléments qui passe de 600 à 640. La raison de l'augmentation du nombre d'éléments est due à la nécessité d'avoir un nombre d'éléments divisible par 80 pour avoir des motifs périodiques présentant autant d'élément ayant le matériau A et le matériau B.

Tableau 14 : Paramètres du modèle de sandwich périodique de type ABBA

Faces élastiques : Aluminium	Module de Young	$E_f = 6,9 * 10^{10}$ Pa
	Coefficient de Poisson	$\nu_f = 0,3$
	Masse volumique	$\rho_f = 2766$ kg. m ⁻³
Cœur viscoélastique A : iPP/iPP-g-MAH 80%/20%	Module de cisaillement	$G_0 = 6,5 * 10^8$ Pa
	Facteur de perte	$\eta_c = 0,10$
	Coefficient de Poisson	$\nu_c = 0,39$
	Masse volumique	$\rho_c = 938$ kg. m ⁻³
Cœur viscoélastique B : SEBS-g-MAH	Module de cisaillement	$G_0 = 4,6 * 10^6$ Pa
	Facteur de perte	$\eta_c = 0,10$
	Coefficient de Poisson	$\nu_c = 0,33$
	Masse volumique	$\rho_c = 910$ kg. m ⁻³
Paramètres géométriques	Épaisseur du cœur	$h_c = 2,63$ mm
	Épaisseur des faces	$h_f = 1,2$ mm
	Longueur	$L = 263$ mm
	Largeur	$b = 22$ mm
Paramètres numériques	Nombre d'éléments	640
	Conditions aux limites	Encastré – Encastré

Les différents calculs de cette section sont effectués par la méthode de résolution des vibrations libres. Les modules de cisaillement des cœurs viscoélastiques sont considérés complexes constants pour des raisons de simplicité et de durée de calcul.

III.5.2) Fréquences propres de la structure

La Figure 66 représente la distribution des fréquences propres de la structures obtenues par calcul direct en vibrations libres. La structure est ici une répétition de 20 motifs périodiques ABBA dans la longueur de la poutre sandwich.

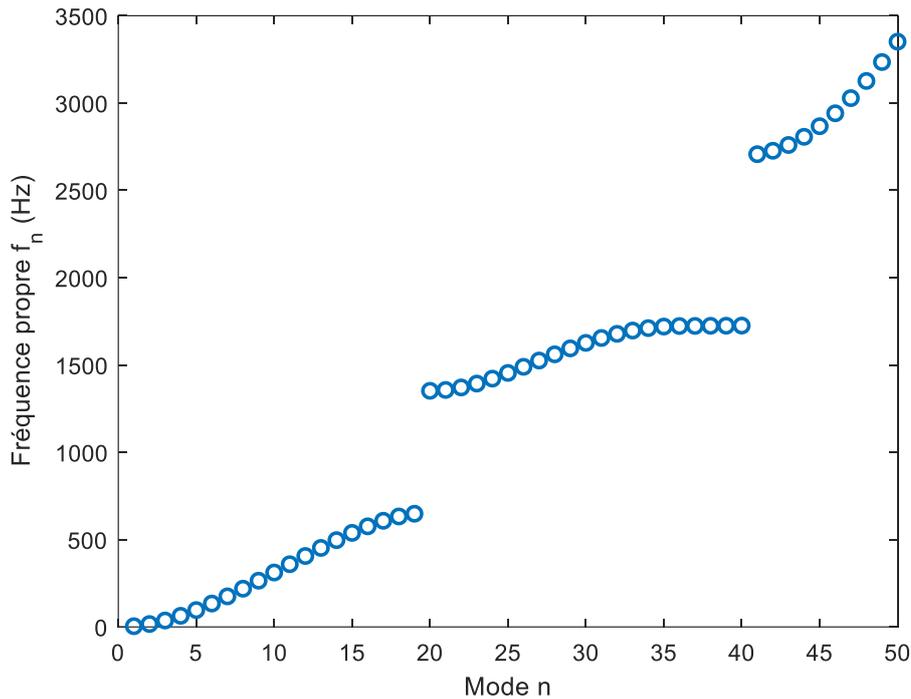


Figure 66 : Distribution des fréquences des fréquences propres de la structure sandwich symétrique

Nous observons des Band Gaps comme dans les structures périodiques étudiées précédemment. Cependant, une différence majeure est observable. Si pour une structure répétitive de type « A / B » le nombre de mode par paquet est égal au nombre de répétition du motif, ici le premier paquet de modes contient 19 modes propres et le second en contient 21.

III.5.3) Déformées modales de la structure

Une fois la distribution des fréquences propres de la structures observée, il est intéressant d'observer la déformée modale de ces modes propres. Pour des raisons de concision, seuls les premiers et derniers modes du deuxième et troisième paquet seront présentés ici. Le premier paquet n'est pas considéré car la déformée modale des modes le composant ne présentent que peu de nœuds de vibrations.

La Figure 67 présente la déformée modale des modes 21, 22, 38 et 39. Les courbes noires représente la partie réelle de la flèche W . Une enveloppe sinusoïdale vient moduler la déformée modale des modes de vibrations. Une approximation est calculée en fonction des ventres de vibrations ayant la flèche la plus et la moins élevée. Cette approximation est illustrée par les courbes rouges. Nous remarquons que la fréquence spatiale de l'enveloppe du mode 21 est égale à celle du mode 39. Il en va de même pour la fréquence spatiale de l'enveloppe du mode 22 qui est égale à celle du mode 38. La totalité des modes 1 à 60 sont illustrés en Annexe A.

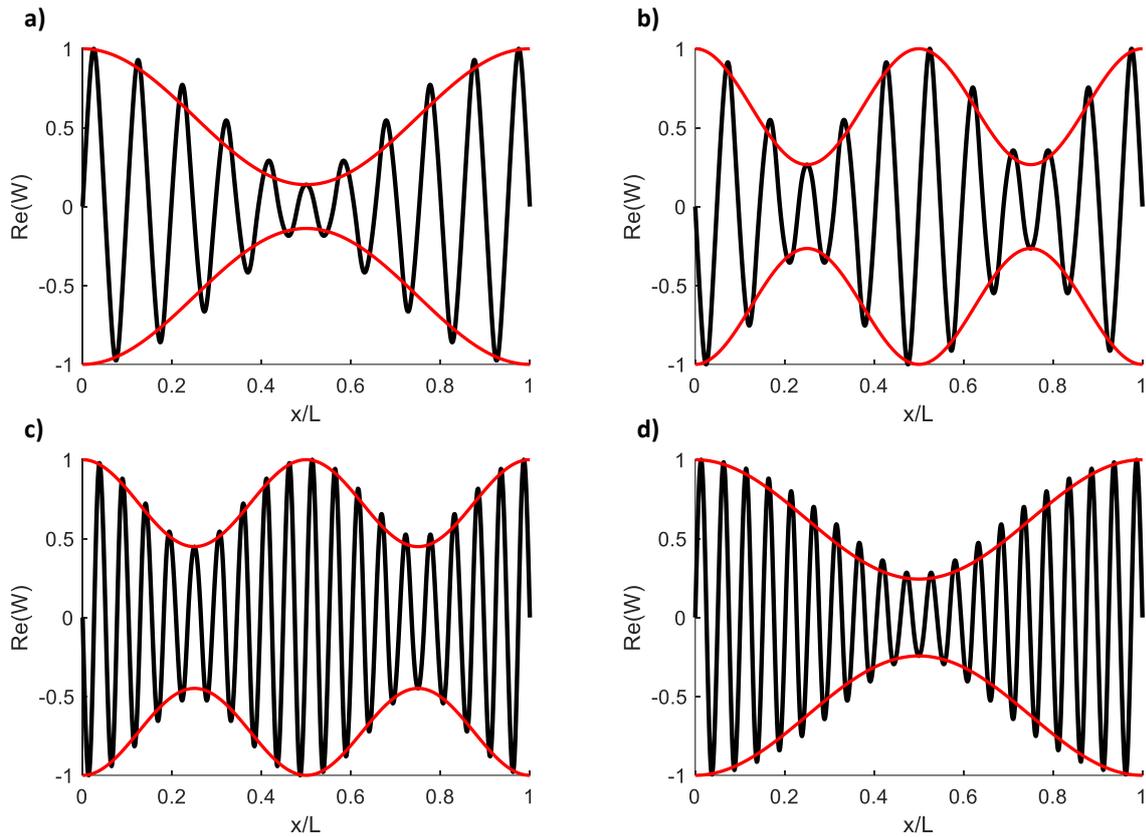


Figure 67 : Déformée modale du mode 21 (a), 22(b), 38 (c) et 39 (d)

La Figure 68 présente, quant à elle, la déformée modale des modes 41, 42, 58 et 59. De la même façon, les courbes noires représentent la partie réelle de la flèche W et les courbes rouges représentent l'enveloppe de modulation. Ces modes propres présentent également une enveloppe sinusoïdale venant moduler la déformée modale. Notons que la modulation de ces modes est analogue à celle des modes du paquet précédent. En effet, les sinusoïdes d'enveloppe présentent les mêmes fréquences spatiales que pour le paquet précédent, bien que leurs amplitudes respectives changent légèrement.

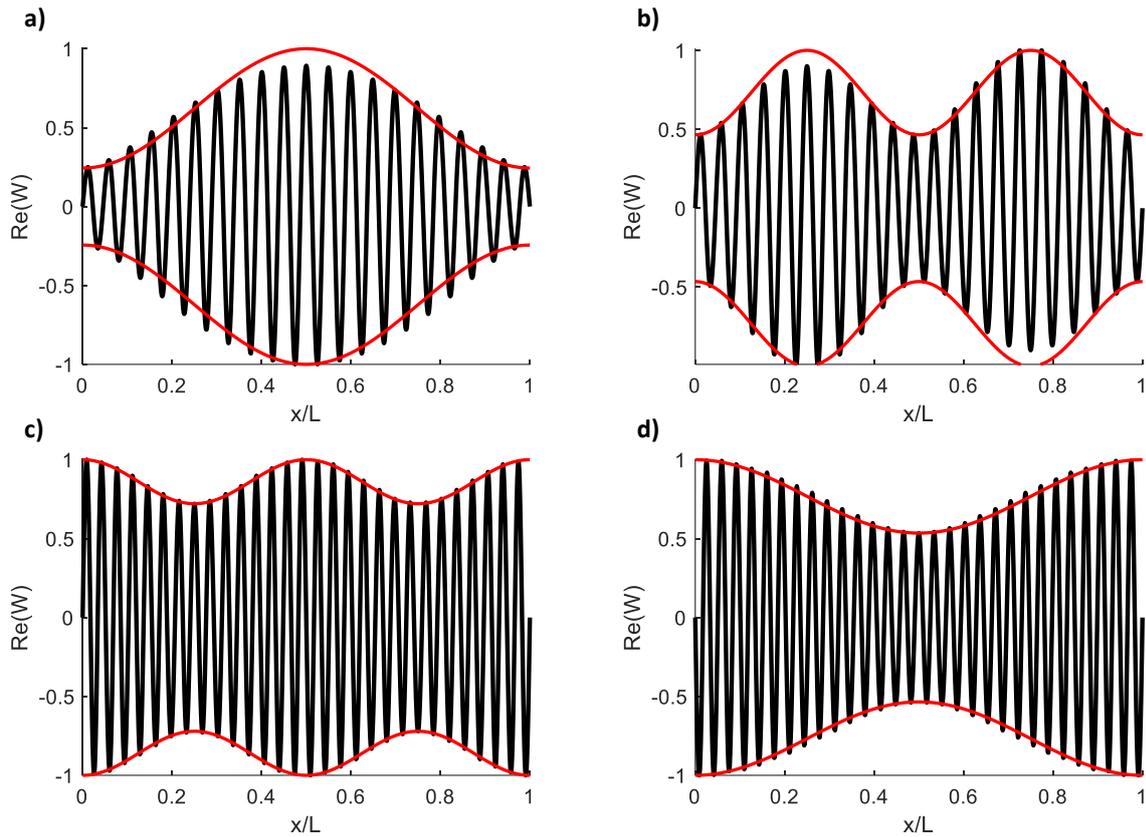


Figure 68 : Déformée modale du mode 41 (a), 42(b), 58 (c) et 59 (d)

III.5.4) Fréquences spatiales modulées

Il a été observé précédemment que les fréquences spatiales des enveloppes de modulation des modes propres étaient retrouvées de part et d'autre des paquets de modes propres. Pour s'intéresser davantage à ce phénomène, il est nécessaire de définir l'équation de la sinusoïde d'enveloppe. Cette dernière, appelée $E_n(x)$, peut être écrite sous la forme suivante.

$$E_n(x) = A_n \sin\left(k_n \frac{\pi x}{L} + \phi\right) \quad (\text{III-43})$$

où A_n représente l'amplitude de l'enveloppe du mode n , k_n la fréquence spatiale de cette enveloppe et ϕ un déphasage potentiel.

La distribution des valeurs de k_n observées est représentée sur la Figure 69. Ces valeurs présentent une périodicité tous les 20 modes et les modes les plus proches du début et de la fin du paquet de modes possèdent les fréquences spatiales de modulation les plus faibles.

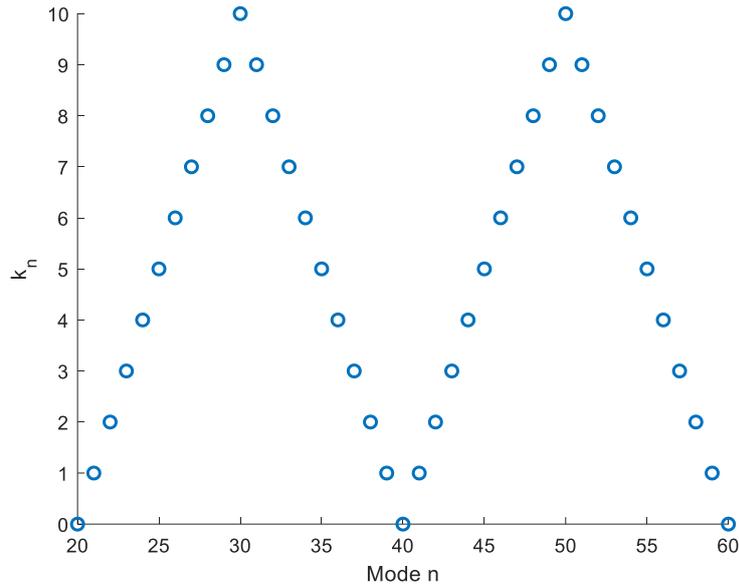


Figure 69 : Distribution des valeurs de fréquence spatiale du deuxième et troisième paquet de modes propres

III.5.5) Introduction d’appuis simples entre chaque motif périodique

Afin de forcer un autre type de modulation des modes propres, il est possible de contraindre les modes propres à avoir des nœuds de vibration à des endroits précis de la poutre. Pour cela, il suffit de placer des appuis simples aux endroits choisis. En plaçant ces appuis simples entre chaque motif périodique, la structure périodique précédente devient alors celle schématisée sur la Figure 70.

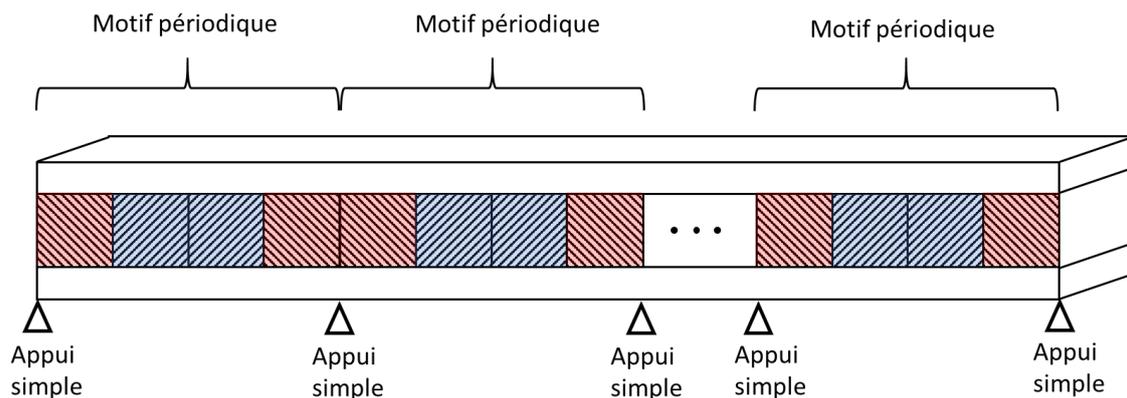


Figure 70 : Représentation schématique de la structure sandwich périodique de type ABBA avec des appuis simples entre chaque motif périodique

La distribution des modes propres, calculée numériquement, de cette structure est représentée en Figure 71. La structure présente également des propriétés filtrantes par la présence de Band Gaps. Cependant, contrairement à la structure sans les appuis simples, chaque paquet de mode présente bien 20 modes propres chacun.

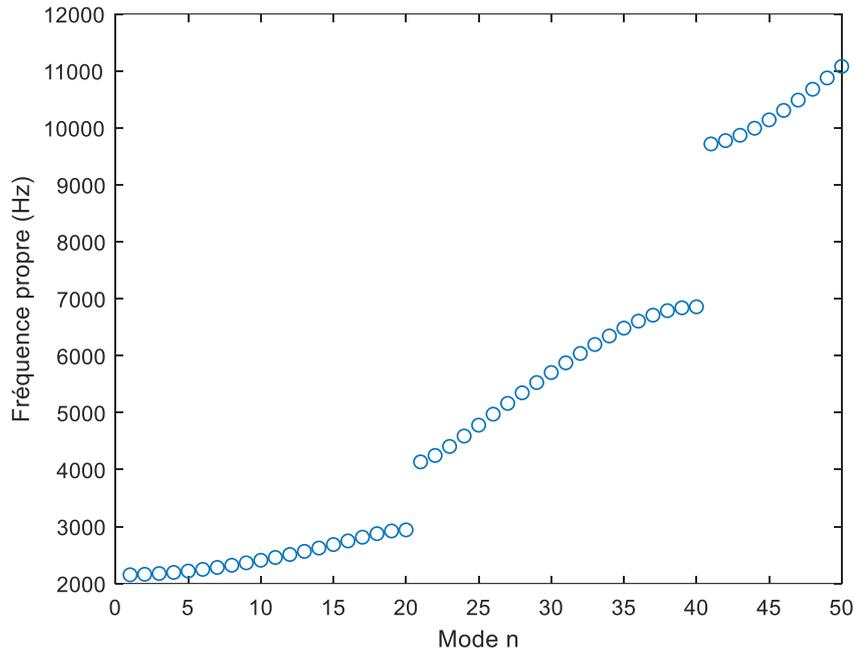


Figure 71 : Distribution des fréquences des fréquences propres de la structure sandwich symétrique avec des appuis simples entre chaque motif périodique

Une fois les fréquences propres calculées, nous nous intéressons à la déformée modale de ces modes propres. Les déformées modales des deux premiers et deux derniers modes du premier paquet de résonances sont illustrés sur la Figure 72. Une modulation de la forme des modes propres est également observable pour ce type de structure. Les fréquences spatiales suivent également la même distribution que précédemment (Figure 69). La totalité des modes propres de 1 à 50 sont illustrés en Annexe B.

Ces modes propres présentent la même déformée modale que la structure étudiée par Lougou *et al.* [102,106]. Cette structure présente également 19 appuis simples le long de la poutre pour créer 20 motifs périodiques. La seule différence étant que la couche centrale viscoélastique est homogène.

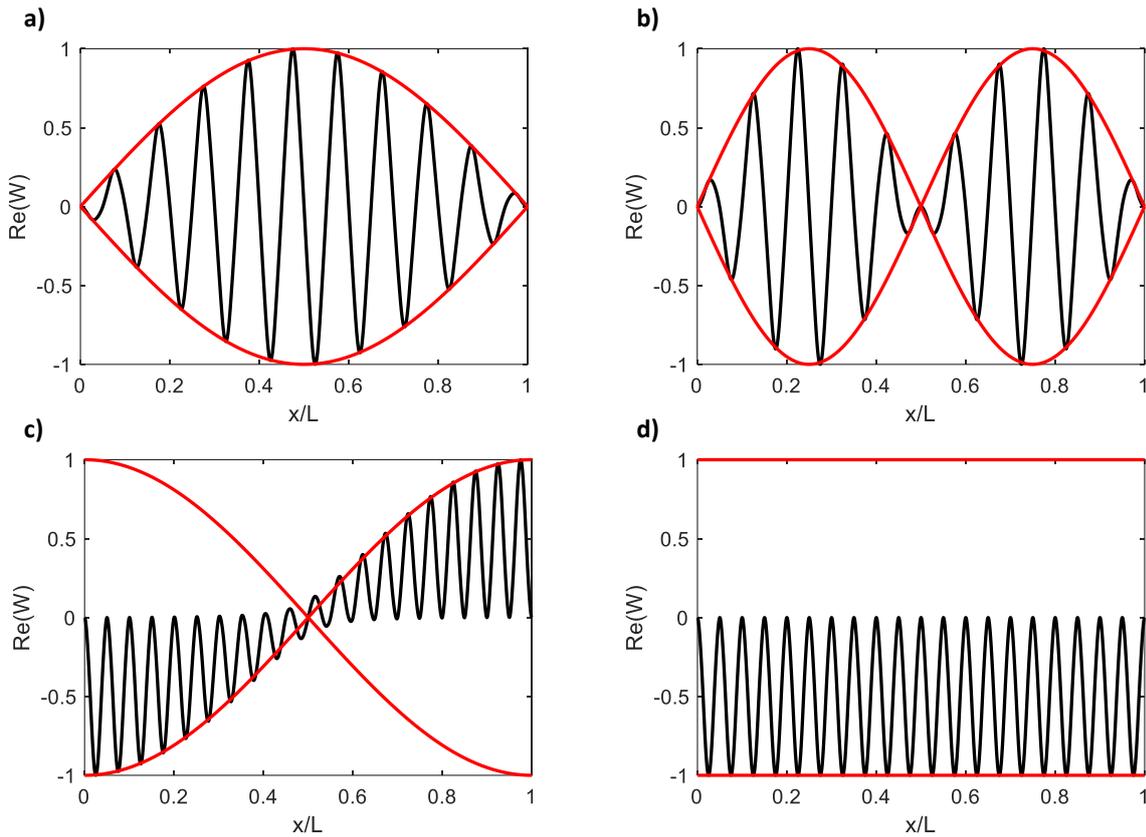


Figure 72 : Déformée modale du mode 1 (a), 2 (b), 19 (c) et 20 (d)

Cette analogie avec une structure homogène permet d'envisager l'utilisation de la méthode à double échelle pour une structure présentant deux matériaux viscoélastiques différents. Cette méthode à double échelle, permettant d'économiser du temps de calcul, consiste à ne calculer que la valeur propre d'une structure à un et deux répétitions du motif, puis d'en tirer les valeurs propres de début et fin de paquet de la structure à 20 motifs avec l'équation suivante :

$$\lambda = \lambda_0 + C_a(\lambda_0) \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \quad (\text{III-44})$$

où λ_0 est la valeur propre d'un motif périodique pour le calcul des modes de fin de paquet et de deux motifs périodiques pour des modes en début de paquet, $C_a(\lambda_0)$ est une constante complexe déterminée à partir des problèmes locaux. Cependant, la résolution des problèmes locaux est analytique. La présence de deux matériaux viscoélastiques distincts rend la résolution des problèmes locaux difficiles.

III.6) Conclusion

Dans ce chapitre, la description du modèle numérique pour le calcul des vibrations utilisé dans ce travail de thèse. Ce modèle a été développé à partir d'un modèle numérique pour des

structures sandwichs homogènes. Le passage d'une structure homogène à une structure périodique par alternance de matériau viscoélastique dans la couche centrale est effectué par la différentiation des matrices élémentaires du problème de vibrations en fonction des deux matériaux viscoélastiques différents. Puis, lors de la phase d'assemblage de ces matrices élémentaires, une dichotomie entre les deux matériaux permet de construire les matrices de rigidité et de masses globales.

Une fois ce modèle numérique décrit, ce dernier a été vérifié en considérant les propriétés des deux matériaux égales. Le résultat obtenu est équivalent à une structure homogène à un seul matériau viscoélastique. Des études de convergence ont également été menées pour définir que le nombre d'éléments nécessaire pour avoir une bonne convergence des résultats sans trop augmenter le temps de calcul nécessaire est de 600 éléments finis.

Dans un objectif d'optimisation de la conception des structures sandwichs à cœur périodique, des études paramétriques ont été menées sur le modèle numérique. Ces études paramétriques ont permis d'étudier l'influence de divers paramètres sur les propriétés filtrantes de la structure sandwich périodique. Ces paramètres sont le rapport entre les épaisseurs des faces élastiques et celle du cœur viscoélastique, le rapport entre les modules de cisaillement des deux matériaux viscoélastiques, leurs densités ainsi que leurs facteurs de perte.

Les résultats obtenus de ces études paramétriques permettent d'optimiser le contrôle passif des structures sandwichs périodiques. En effet, il existe un rapport entre les épaisseurs des faces et du cœur optimal pour chaque Band Gap. La présence des Band Gaps nécessite un facteur 100 entre les modules de cisaillement des deux matériaux viscoélastiques pour maximiser les propriétés filtrantes. Toujours dans cet optique, la masse volumique du cœur rigide doit être plus élevée que celle du matériau souple. Enfin, les facteurs de perte des deux matériaux viscoélastiques influent de manière légèrement différentes sur l'amortissement des différents modes propres.

Enfin, pour ouvrir de nouvelles perspectives d'études, une étude descriptive a été menée sur des structures beaucoup plus longues présentant un grand nombre de répétition du motif périodique. Ces structures présentant également des Band Gaps dans la distribution des fréquences propres, elles sont surtout intéressantes pour la présence d'une modulation de la déformée modale des modes propres.

Chapitre IV :
Modélisation
expérimentale des
vibrations des
sandwichs
viscoélastiques à
cœur périodique ;
Résultats et
Discussions

IV.1) Introduction

Le chapitre précédent a permis de décrire le modèle numérique développé permettant de prévoir les propriétés amortissantes et filtrantes des poutres sandwichs à cœur périodique. Si les études paramétriques menées sur le modèle numériques ont permis d'étudier l'impact de différents facteurs sur les propriétés vibratoires, une confrontation des résultats obtenus par le modèle numérique est nécessaire avec ceux expérimentaux.

Ainsi, ce chapitre traitera de la détermination expérimentale des propriétés vibratoires des poutres sandwich à cœur périodique. Dans un premier temps, une description du dispositif expérimental pour la détermination des propriétés vibratoires (fréquence de résonance et facteur de pertes) sera effectuée.

Ensuite, pour que la comparaison avec la modélisation numérique soit effective, des poutres sandwichs à cœur homogène seront mesurées afin de déterminer les comportements vibratoires des différents matériaux en conditionnement du sandwich via la méthode inverse présenté au chapitre 1.

Une fois cette caractérisation préliminaire effectuée, les poutres présentant une structure périodique au sein de la couche centrale viscoélastique seront caractérisées. Leurs comportements vibratoires seront déterminés expérimentalement et comparés à ceux obtenus avec la modélisation numérique présentée au chapitre précédent.

Considérant le contexte d'application (l'industrie automobile), l'influence de la température sera étudiée sur les propriétés vibratoires et en particulier sur les propriétés filtrantes. Une nouvelle caractérisation expérimentale du comportement vibratoire des structures sandwichs à cœur homogène ainsi que ceux à cœur périodique sera effectuée en faisant varier la température durant la caractérisation.

IV.2) Caractérisation des propriétés vibratoires d'une structure sandwich viscoélastique (à cœur homogène)

IV.2.1) Moyens expérimentaux pour les mesures vibratoires

Afin de mesurer la réponse vibratoire des différentes poutres sandwichs, un dispositif expérimental a été mis en place. Le spectre du déplacement est obtenu pour une poutre console (conditions aux limites : Encastré – Libre). Ce dispositif expérimental est détaillé dans la Figure 73.

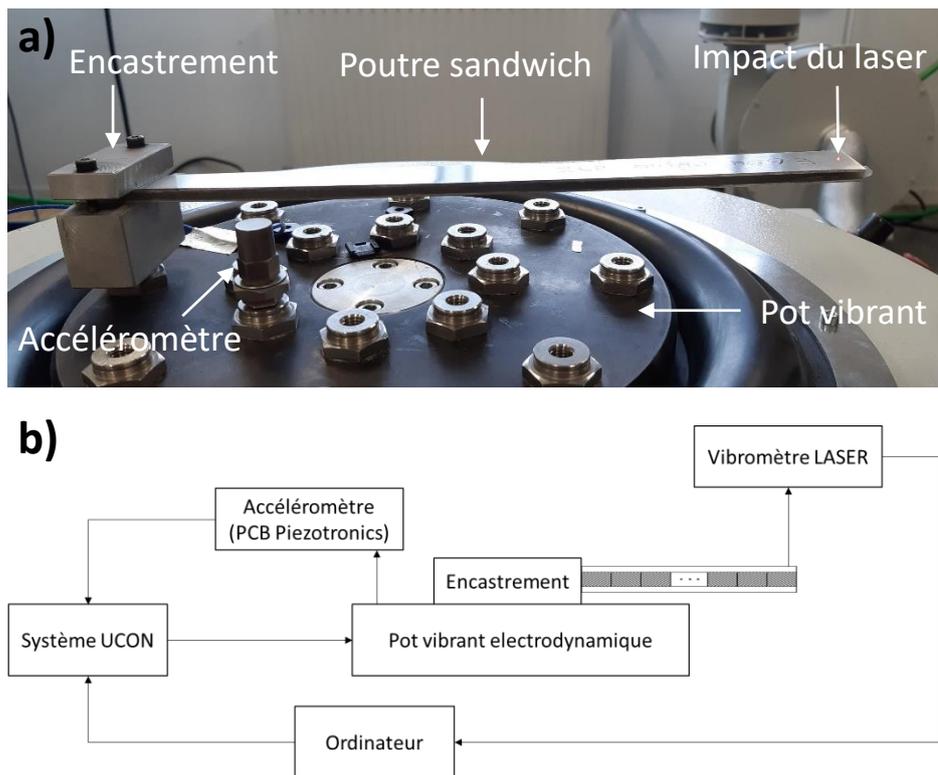


Figure 73 : Photographie du dispositif expérimental centrée sur la poutre et son encastrement (a), et représentation schématique de l'ensemble du montage (b)

La chaîne de mesure se constitue d'un système de génération et de contrôle des vibrations (Système Ucon), d'un pot vibrant et de deux moyens de mesures des vibrations (accéléromètre et vibromètre laser). L'échantillon, poutre sandwich, est directement fixé par une ses extrémités au pot vibrant (Figure 73.a) pour respecter la condition limite : Encastrement-Libre.

Les vibrations sont générées et contrôlées par une boucle de rétroaction grâce au système de contrôle et d'acquisition avec un profil défini. L'accéléromètre, directement visé sur le pot vibrant, assure la mesure vibratoire de cette boucle de rétroaction.

Les vibrations imposées suivent un balayage en fréquence allant de 10 à 3000 Hz. L'amplitude des vibrations sont choisies pour minimiser les vibrations non-linéaires. Ainsi, de 10 à 353 Hz, l'amplitude est fixée à 2 μm et de 353 à 3000 Hz, c'est l'accélération qui est fixée à 1 g. La valeur de 353 Hz est choisie car elle correspond à une amplitude de 2 μm et une accélération de 1 g. Ce profil d'excitation est illustré sur la Figure 74.

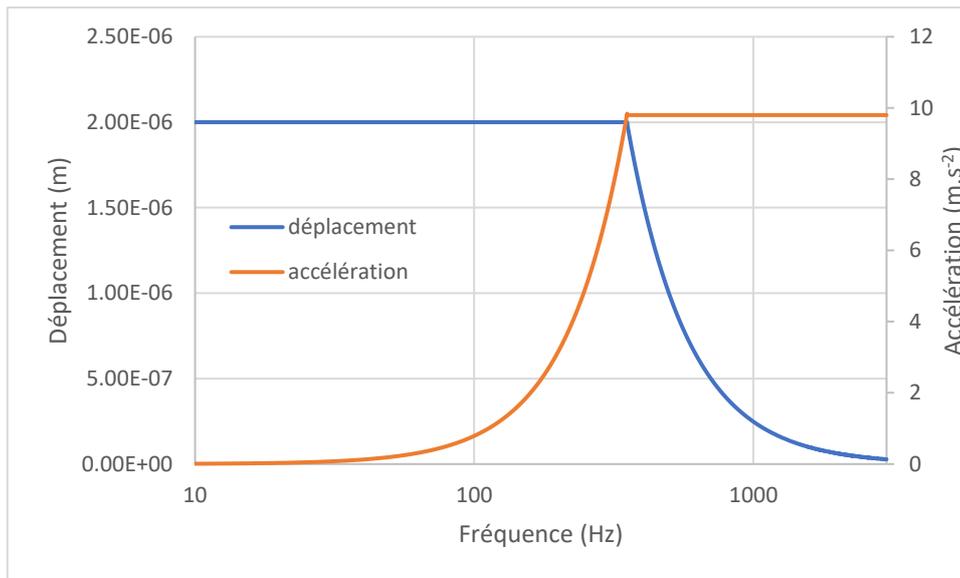


Figure 74 : Profil de l'excitation soumise à la poutre sandwich

Les vibrations transmises dans l'échantillon de la poutre sont mesurées par un vibromètre laser. Le vibromètre laser récupère le déplacement à l'extrémité libre de la poutre en fonction de la fréquence. Ainsi, il est possible d'extraire les fréquences de résonance et les facteurs de perte associés.

Le choix de la localisation de la mesure est prépondérant dans l'étude des vibrations. Dans cette étude, les échantillons sont des poutres, seuls les modes de flexion sont considérés. Les modes de flexions d'une poutre avec pour conditions limite : Encastré – Libre présentent tous un ventre (maximum de vibration) à l'extrémité de libre de l'échantillon. C'est pourquoi le vibromètre laser pointe à l'extrémité libre de la poutre. Quant à la position dans le sens de la largeur, afin de minimiser l'impact de potentiels modes de torsion, la mesure est effectuée au milieu de l'échantillon.

IV.2.2) Propriétés vibratoires : fréquence de résonance et facteur de perte

Le vibromètre laser récupère l'amplitude de déplacement de l'extrémité libre de l'échantillon pour chaque fréquence balayée permettant d'obtenir des spectres de vibrations (Figure 75). Ce spectre montre les 3 premiers modes de résonance de la poutre sandwich. Pour chaque mode de résonance, les propriétés vibratoires seront extraites : la fréquence de résonance f_0 et le facteur de perte η associé calculée par la méthode de la bande passante à -3 dB ; dont la formule est la suivante :

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_0} \quad (\text{IV-1})$$

Où Δf est la largeur du pic de résonance à une amplitude correspondant à l'amplitude maximale divisé par $\sqrt{2}$.

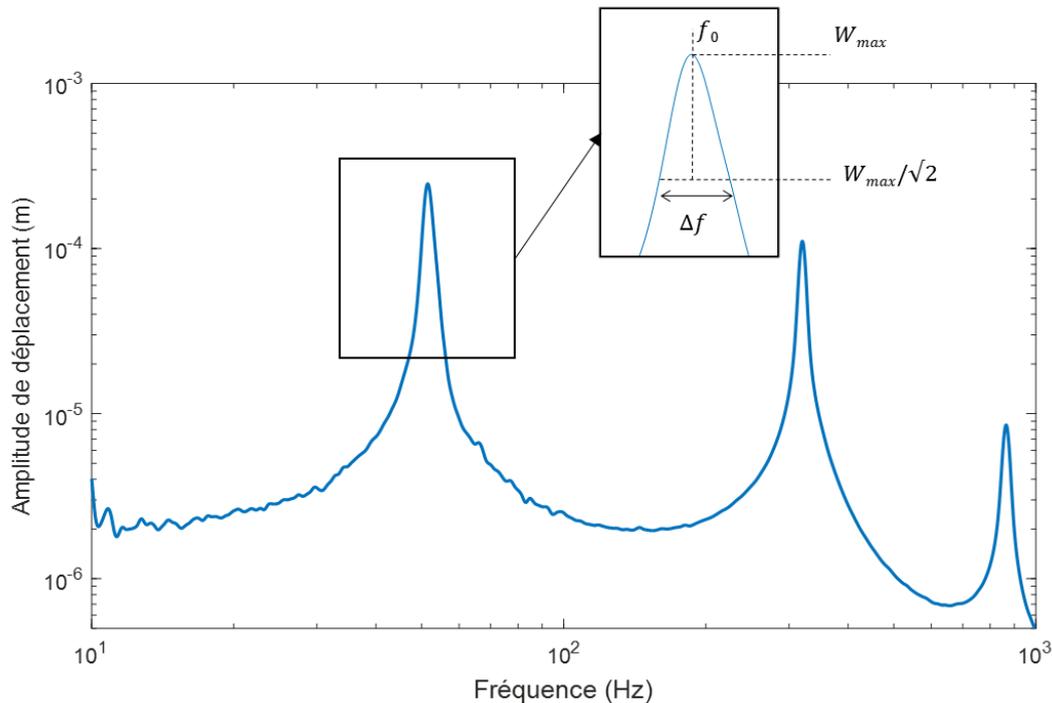


Figure 75 : Spectre vibratoire d'une poutre sandwich et schéma de la méthode de la bande passante à -3 dB

IV.2.3) Résultats expérimentaux des structure sandwichs à cœur homogène

Afin de modéliser les structures sandwichs à cœur périodique, il est nécessaire de réaliser une étude préliminaire sur les structures sandwich à cœur homogène. Cette étude préliminaire a pour but d'obtenir les propriétés matériaux (G_c, η_c) des différents cœurs viscoélastiques sous chargement fonctionnel par une méthode inverse. C'est pourquoi des caractérisations vibratoires ont été effectués sur des poutres sandwichs à cœur homogène où chaque couple de valeurs (f_n, η_n) permet d'obtenir un couple (G_c, η_c) à la fréquence donnée grâce à cette méthode inverse développée par Ledi et al [85].

Afin d'augmenter le nombre de résonances observées sur la plage de fréquence 10 – 3000 Hz, des échantillons de différentes longueurs ont été testés pour chacun des trois matériaux viscoélastiques. Les dimensions des poutres utilisées pour chaque matériau sont listées dans le Tableau 15.

Pour le cœur A, la rigidité du polymère implique un nombre faible de résonance, c'est pourquoi 3 échantillons de longueur différentes ont été étudiés. Quant aux deux autres cœurs viscoélastiques, leur faible rigidité permet d'obtenir de nombreux modes de résonance d'où l'utilisation de seulement 2 échantillons de longueurs différentes pour chaque matériau.

Tableau 15 : Dimensions des échantillons des différentes poutres sandwichs homogènes

Matériau	Cœur A			Cœur B		Cœur B bis	
	iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m			SEBS-g-MAH		EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m	
Longueur (mm)	274	214	164	274	215	274	213
Épaisseur moyenne du cœur (mm)	2.06	2.05	2.44	2.58	2.58	2.27	2.31
Écart type des mesures de l'épaisseur (mm)	0.135	0.138	0.198	0.096	0.051	0.116	0.080
Épaisseur des faces (mm)	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
Largeur (mm)	22.2	22.2	22.2	22.2	22.2	22.2	22.2

Dans une optique de répétabilité, pour chaque échantillon, 4 mesures ont été effectuées en inversant le côté d'encastrement et en le retournant. Une moyenne des 4 mesures est ensuite effectuée pour permettre de limiter l'impact des inhomogénéités résiduelles. Deux poutres sandwichs ont été réalisées pour chaque matériau. Les résultats de ces mesures sont montrés ci-dessous (Tableau 16 à Tableau 22).

Tableau 16 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur A : iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m ; L = 274 mm

Mode	1	2	3	4
Fréquence moyenne (Hz)	52.00	320.4	855.6	1689
Écart-type	0.54	3.11	14.53	23.15
Facteur de perte moyen	0.018	0.008	0.010	0.014
Écart-type	0.0007	0.0007	0.0026	0.0030

Tableau 17 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur A : iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m ; L = 214 mm

Mode	1	2	3	4
Fréquence moyenne (Hz)	79.98	494.7	1357	2547
Écart-type	0.48	2.43	0.71	14.76
Facteur de perte moyen	0.024	0.011	0.012	0.018
Écart-type	0.0030	0.0010	0.0012	0.0014

Tableau 18 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur A : iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m ; L = 164 mm

Mode	1	2	3
Fréquence moyenne (Hz)	141.6	878.9	2390
Écart-type	5.40	10.88	38.98
Facteur de perte moyen	0.021	0.013	0.019
Écart-type	0.0057	0.0012	0.0017

Tableau 19 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur B : SEBS-g-MAH ; L = 274 mm

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8
Fréquence moyenne (Hz)	32.06	154.2	341.4	529.1	795.5	1117	1490	1920
Écart-type	0.46	0.38	2.52	5.66	8.43	6.34	2.26	4.82
Facteur de perte moyen	0.033	0.060	0.054	0.046	0.041	0.036	0.026	0.027
Écart-type	0.0010	0.0276	0.0006	0.0001	0.0007	0.0001	0.0032	0.0052

Tableau 20 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur B : SEBS-g-MAH ; L = 215 mm

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Fréquence moyenne (Hz)	48.40	218.5	490.6	789.2	1179	1700	2290
Écart-type	1.14	1.92	2.05	9.18	7.46	9.41	6.77
Facteur de perte moyen	0.035	0.049	0.055	0.045	0.029	0.037	0.075
Écart-type	0.0032	0.0012	0.0012	0.0006	0.0029	0.0048	0.0905

Tableau 21 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur B bis : EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m ; L = 274 mm

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8
Fréquence moyenne (Hz)	36.17	210.9	454.4	740.7	1057	1410	1807	2267
Écart-type	0.66	2.47	2.94	4.15	13.60	30.82	40.20	195.06
Facteur de perte moyen	0.032	0.037	0.057	0.061	0.061	0.074	0.176	0.156
Écart-type	0.0006	0.0007	0.0010	0.0006	0.0045	0.0359	0.0439	0.0340

Tableau 22 : Résultats des essais vibratoires de la poutre cœur B bis : EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m ; L = 213 mm

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Fréquence moyenne (Hz)	56.17	308.6	646.0	1055	1523	2092	2765
Écart-type	0.38	0.77	7.21	6.84	10.22	15.25	13.77
Facteur de perte moyen	0.036	0.044	0.060	0.061	0.119	0.185	0.042
Écart-type	0.0018	0.0016	0.0015	0.0016	0.0583	0.0899	0.0041

Des différences entre les fréquences de résonance du cœur A et celles du cœur B et B bis sont observables pour des longueurs équivalentes. En effet, pour la longueur libre de 274 mm (Tableau 16), les fréquences de résonance du sandwich au cœur rigide sont plus élevées de 62 %, 108 % et 150 % que celles du cœur B et de 44 %, 52 % et 88 % que celles du cœur B bis. Ces différences sont dues au module élastique du cœur A qui est beaucoup plus élevé que celui du cœur B et B comme nous l'avons montré dans la caractérisation mécanique.

Entre les poutres sandwichs du cœur B et B bis, les différences sont bien plus réduites. Par exemple avec la longueur libre de 274 mm, les trois premières fréquences de résonance ont un écart relatif de 11 %, 27 % et 25 %.

IV.2.4) Identification des propriétés mécaniques par méthode inverse

Ces résultats vibratoires précédemment obtenus sont ensuite utilisés comme données d'entrée de la méthode d'indentification inverse développée par Ledi et al [85]. Pour chaque résonance du mode n de chaque échantillon, les couples (f_n, η_n) permettent d'obtenir les couples (G_c, η_c) du matériau de cœur à la fréquence f_n considérée.

Les résultats de cette identification sont donnés sur les graphiques ci-dessous (Figure 76 à Figure 78), où les marqueurs représentent la valeur moyenne accompagnés des valeurs minimales et maximales.

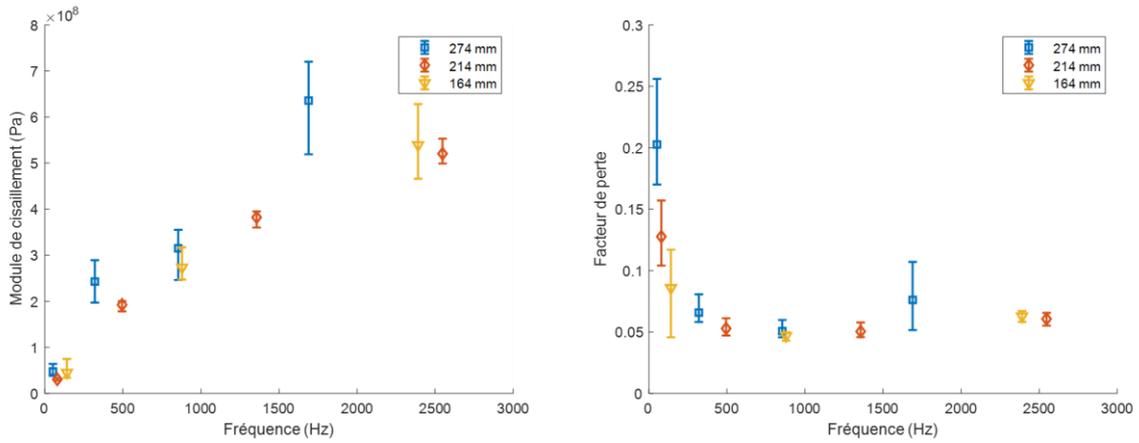


Figure 76 : Résultats d'identifications des propriétés vibratoires du cœur viscoélastique A (iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m)

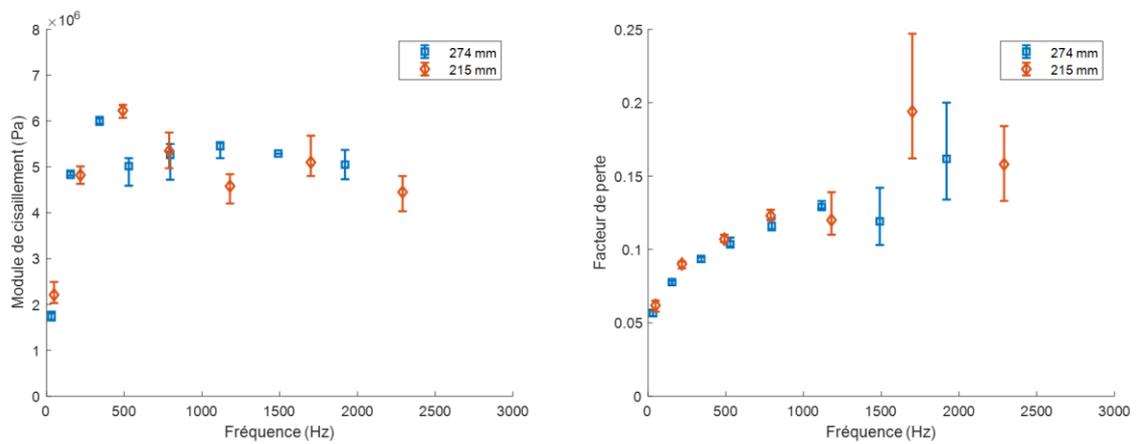


Figure 77 : Résultats d'identifications des propriétés vibratoires du cœur viscoélastique B (SEBS-g-MAH)

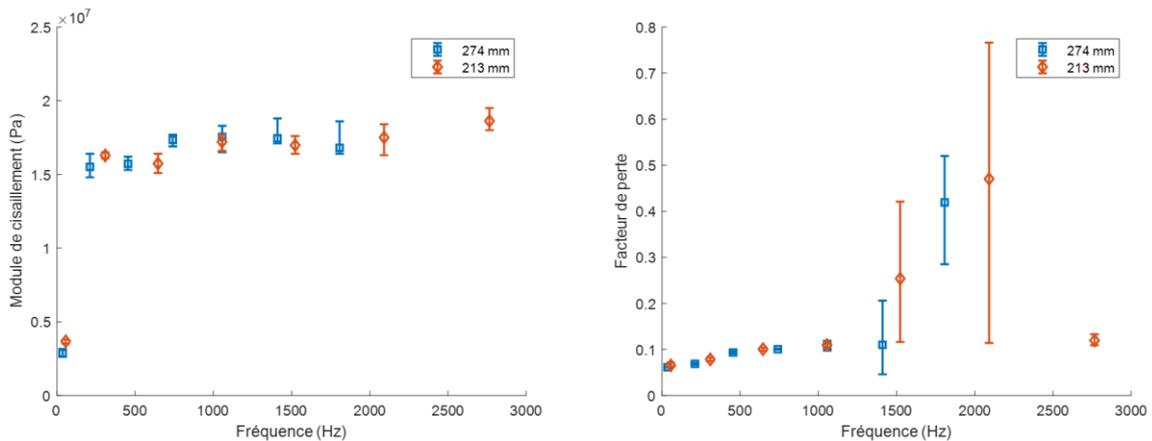


Figure 78 : Résultats d'identifications des propriétés vibratoires du cœur viscoélastique B bis (EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m)

Une grande dispersion sur les valeurs de facteur de perte est observée aux basses fréquences pour le cœur A et aux hautes fréquences pour les cœurs B et B bis. Cette dispersion est dû au bruit expérimental présent particulièrement sur ces bandes de fréquences du spectre vibratoire. Ainsi une faible variation sur le spectre vibratoire entraîne une forte variation du facteur de perte identifié.

Afin de réduire l'effet du bruit et des artefacts de mesure sur le spectre, des déconvolutions ont été effectuées sur les modes aux fréquences supérieures à 1500 Hz. Certaines valeurs seront cependant ignorées pour l'identification des paramètres des modèles rhéologiques.

Les résultats obtenus montrent un module élastique différent entre le cœur A et les cœurs B et B bis. Il est également observable que le module élastique du cœur A varie plus fortement avec l'augmentation de la fréquence de sollicitation que les modules des cœurs B et B bis qui atteignent rapidement un palier. Ces résultats sont en accord avec les résultats de DMA présentés dans le chapitre 2.

IV.2.5) Identification du modèle rhéologique à travers un modèle polynomial

Une fois les paramètres (G_c, η_c) identifiés pour les différentes fréquences, un modèle rhéologique peut être identifié pour décrire la dépendance en fréquence de ces propriétés mécaniques. Dans cette section, le modèle utilisé sera un modèle de type polynomial d'ordre 2 [81] dont les paramètres sont données par l'équation suivante :

$$\begin{cases} G(\omega) = a_1 + b_1\omega + c_1\omega^2 \\ \eta(\omega) = a_2 + \frac{b_2}{\omega} + \frac{c_2}{\omega^{0.25}} \end{cases} \quad (\text{IV-2})$$

L'identification s'effectue avec une méthode des moindres carrés et sur les données classées dans les tableaux de la section précédente. Les résultats sont présentés dans le Tableau 23.

Tableau 23 : Paramètres des lois polynomiales d'ordre 2 identifiées

Matériau	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2
Cœur A	9.25E+06	7.40E+04	-2.552	0.117	77.972	-0.661
Cœur B	5.14E+06	93.851	-0.010	0.267	24.992	-1.236
Cœur B bis	1.53E+07	327.636	-0.009	0.187	15.860	-0.749

Les figures suivantes (Figure 79 à Figure 81) montrent les lois polynomiales identifiées du module de cisaillement et du facteur de perte.

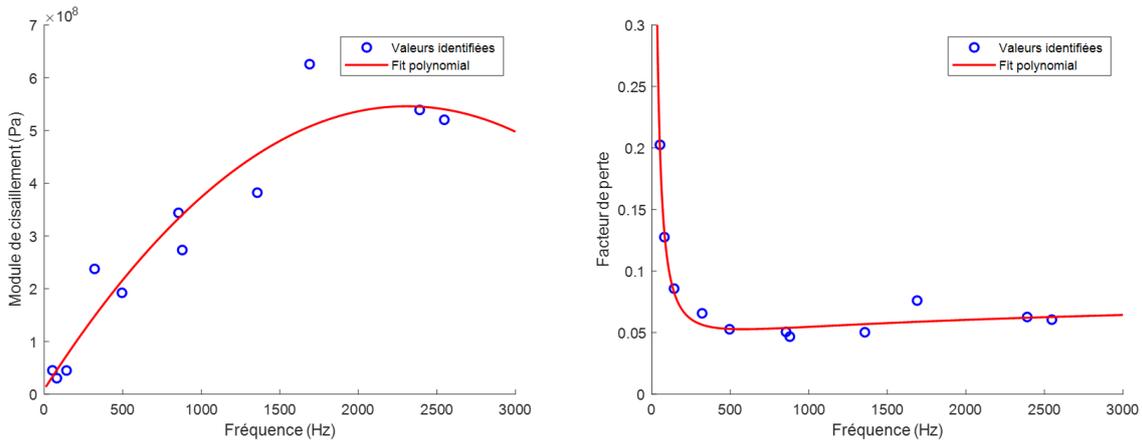


Figure 79 : Lois polynomiales d'ordre 2 d'identification du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) du cœur viscoélastique A (iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m)

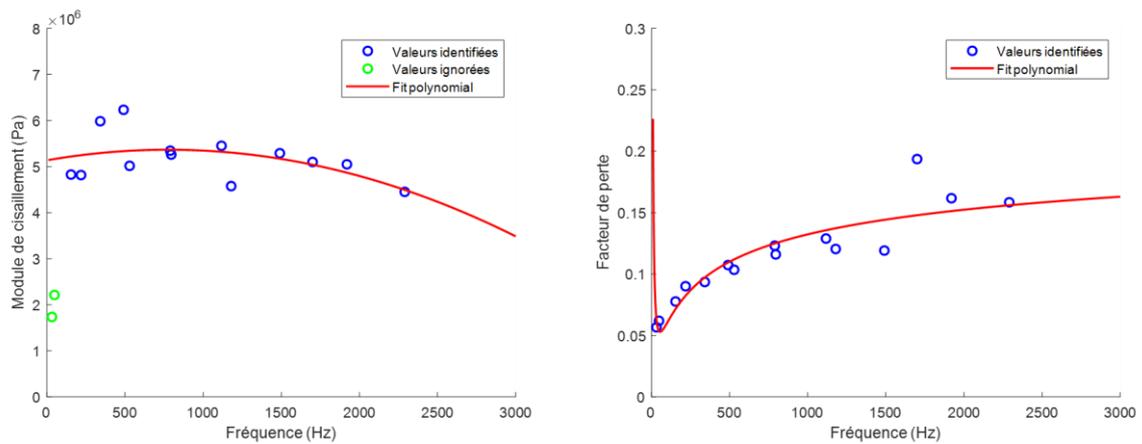


Figure 80 : Lois polynomiales d'ordre 2 d'identification du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) du cœur viscoélastique B (SEBS-g-MAH)

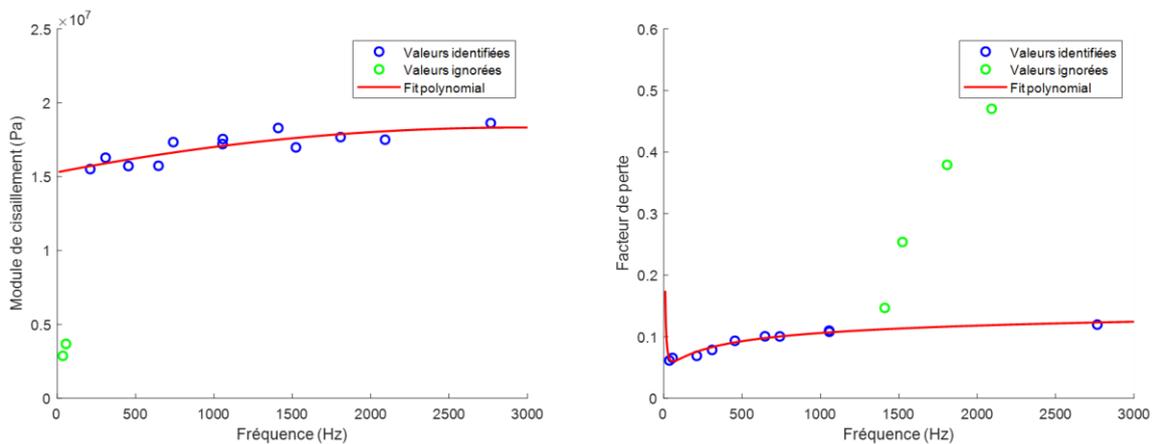


Figure 81 : Lois polynomiales d'ordre 2 d'identification du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) du cœur viscoélastique B bis (EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m)

Pour les deux matériaux souples, les valeurs de module de cisaillement des premiers modes de résonance ont été ignorées. Car ces valeurs sont beaucoup plus faibles qu'aux modes suivants. Pour le mélange EPDM/ iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m, certaines valeurs de facteur de perte à hautes fréquence ont été ignorées car trop bruitées.

IV.2.6) Identification des paramètres d'un modèle Maxwell généralisé

Afin d'obtenir des modèles rhéologiques plus présent dans la littérature, dans notre étude nous nous sommes focalisés sur le modèle de Maxwell généralisé [82], décrit par l'équation suivante :

$$G^*(\omega) = G_0 \left(1 + \sum_{k=1}^n \frac{\Delta_k \omega}{\omega - i\Omega_k} \right) \quad (\text{IV-3})$$

où G_0 représente le module de cisaillement d'élasticité retardée et $(\Delta_k; \Omega_k)$ les paramètres du modèle de Maxwell généralisé.

L'identification de ces paramètres (G_c, η_c) s'est effectuée avec une méthode des moindres carrés à coefficients réels en utilisant la fonction « lsqnonlin » sur Matlab. Pour chaque matériau, l'identification a été réalisée pour un nombre de séries allant de 1 à 5. Les tableaux ci-dessous (Tableau 24 à Tableau 26) récapitulent les paramètres du modèle pour les 3 matériaux.

Tableau 24 : Paramètres des lois de Maxwell généralisé identifiées pour le cœur A

	G_0 (Pa)	Δ_k	Ω_k (rad.s ⁻¹)
1 série	1×10^7	3.89E+01	1.83E+03
2 séries	1×10^7	3.10E+01	5.07E+03
		2.67E+01	-3.99E+03
3 séries	1×10^7	3.50E+01	2.05E+03
		4.19E+08	8.14E+07
		-2.61E+09	5.07E+08
4 séries	1×10^7	7.17E+04	-2.58E+03
		7.34E+04	-2.64E+03
		-1.45E+05	-2.61E+03
		3.02E+01	5.20E+03
5 séries	1×10^7	3.38E+05	-7.84E+01
		2.54E+01	-2.61E+03
		-1.49E+05	-7.71E+01
		-1.89E+05	-7.95E+01
		2.79E+01	3.63E+03

Tableau 25 : Paramètres des lois de Maxwell généralisé identifiées pour le cœur B

	G_0 (Pa)	Δ_k	Ω_k (rad.s ⁻¹)
1 série	4.15E+06	2.94E-01	1.32E+03
2 séries	4.79E+06	-2.95E-01	-1.28E+04
		1.66E-01	1.17E+03
3 séries	3.62E+00	-4.50E+05	-1.21E+04
		6.35E+05	6.04E+02
		9.39E+05	-2.53E+02
4 séries	2.21E+04	1.89E+07	-9.13E+02
		-1.89E+07	-9.13E+02
		-1.18E+02	-4.04E+03
		2.30E+02	2.26E+02
5 séries	3.87E+07	-6.37E+02	-4.62E+02
		6.37E+02	-4.63E+02
		-4.56E-02	-5.15E+03
		1.02E+03	2.23E+02
		-1.02E+03	2.23E+02

Tableau 26 : Paramètres des lois de Maxwell généralisé identifiées pour le cœur B bis

	G_0 (Pa)	Δ_k	Ω_k (rad.s ⁻¹)
1 série	1.56E+07	2.87E-01	8.44E+03
2 séries	2.17E+08	2.01E-02	9.19E+03
		-9.28E-01	-2.84E+00
3 séries	1.50E+07	4.93E-02	7.59E+02
		2.67E+00	8.09E+05
		2.33E-01	7.48E+03
4 séries	8.37E+07	-5.32E+01	-8.59E+01
		-7.05E-03	1.56E+03
		5.26E-02	7.91E+03
		5.24E+01	-8.70E+01
5 séries	8.74E+05	8.05E+00	4.85E+03
		-1.70E+04	6.43E+02
		-5.63E+04	5.42E+02
		2.00E+04	4.98E+02
		5.33E+04	5.91E+02

Pour le cœur A, la valeur de G_0 a été fixée à 10^7 Pa pour des raisons de convergence de l'algorithme. Pour le cœur B, les valeurs des premiers modes de résonance ont été ignorées. Quant au cœur B bis, les valeurs des premiers et certains modes de hautes fréquences ont été ignorées.

Les différents modèles de Maxwell identifiés avec un nombre de séries allant de 1 à 5 sont illustrés sur les figures suivantes pour, dans l'ordre, le mélange iPP / iPP-*g*-MAH 80 / 20 %m (cœur A), le SEBS-*g*-MAH (cœur B) et le mélange EPDM / iPP-*g*-MAH 95 / 5 %m (cœur B bis).

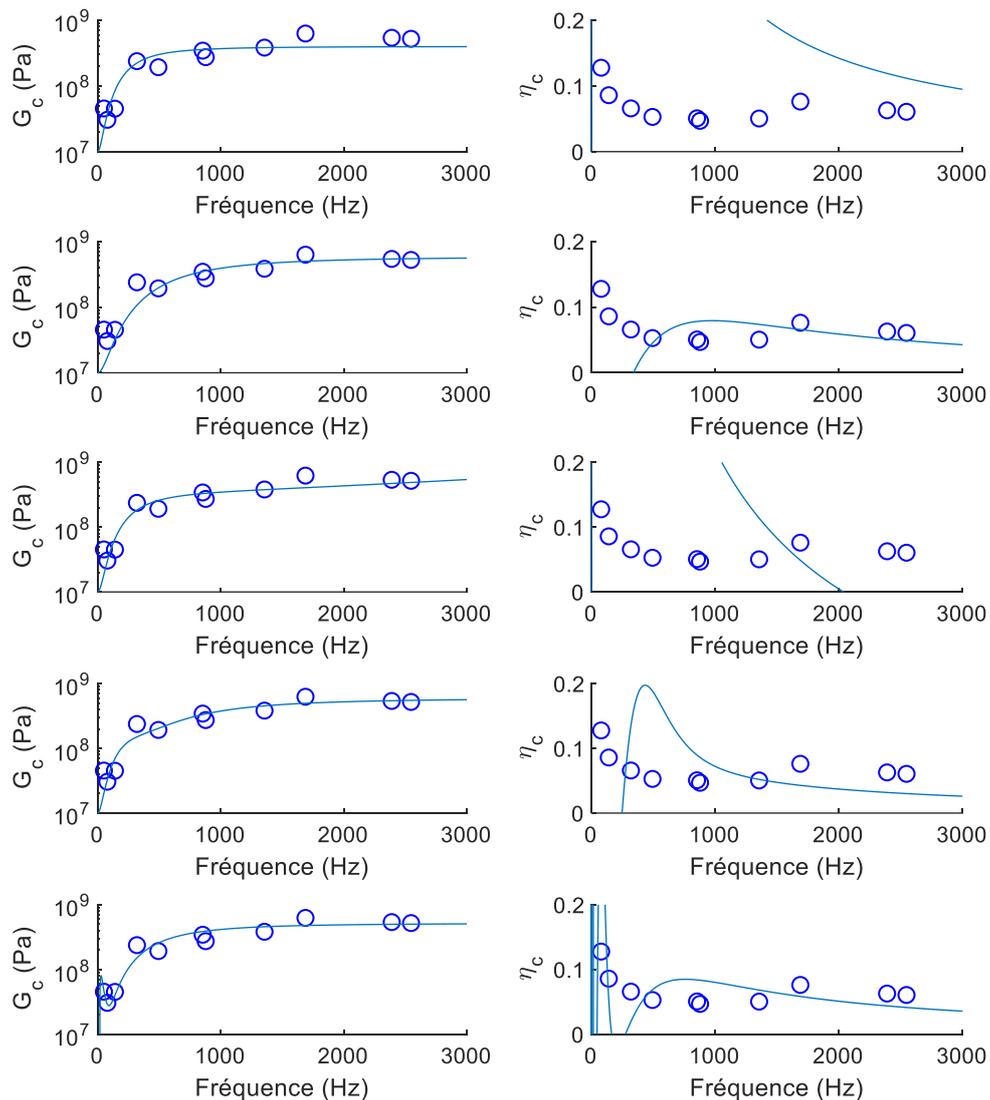


Figure 82 : Identification d'une loi Maxwell généralisé à 1, 2, 3, 4 et 5 termes du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) pour le cœur viscoélastique A (iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m)

La Figure 82 montre les courbes de modules élastiques et de facteurs de perte en fonction de la fréquence obtenues par identification d'une loi de Maxwell généralisé pour l'échantillon viscoélastique A (iPP / iPP-g-MAH 80 %m / 20 %m). Concernant l'identification du module élastique, un faible nombre de termes des séries de Maxwell est nécessaire pour identifier l'évolution du module de cisaillement en fréquence. Cependant, pour la partie visqueuse, l'écart relatif entre les valeurs expérimentales et l'identification est bien plus élevé pour un nombre de termes inférieur ou égal à 3. Cela est dû aux faibles valeurs d'amortissement du matériau qui engendre donc une plus grande variabilité.

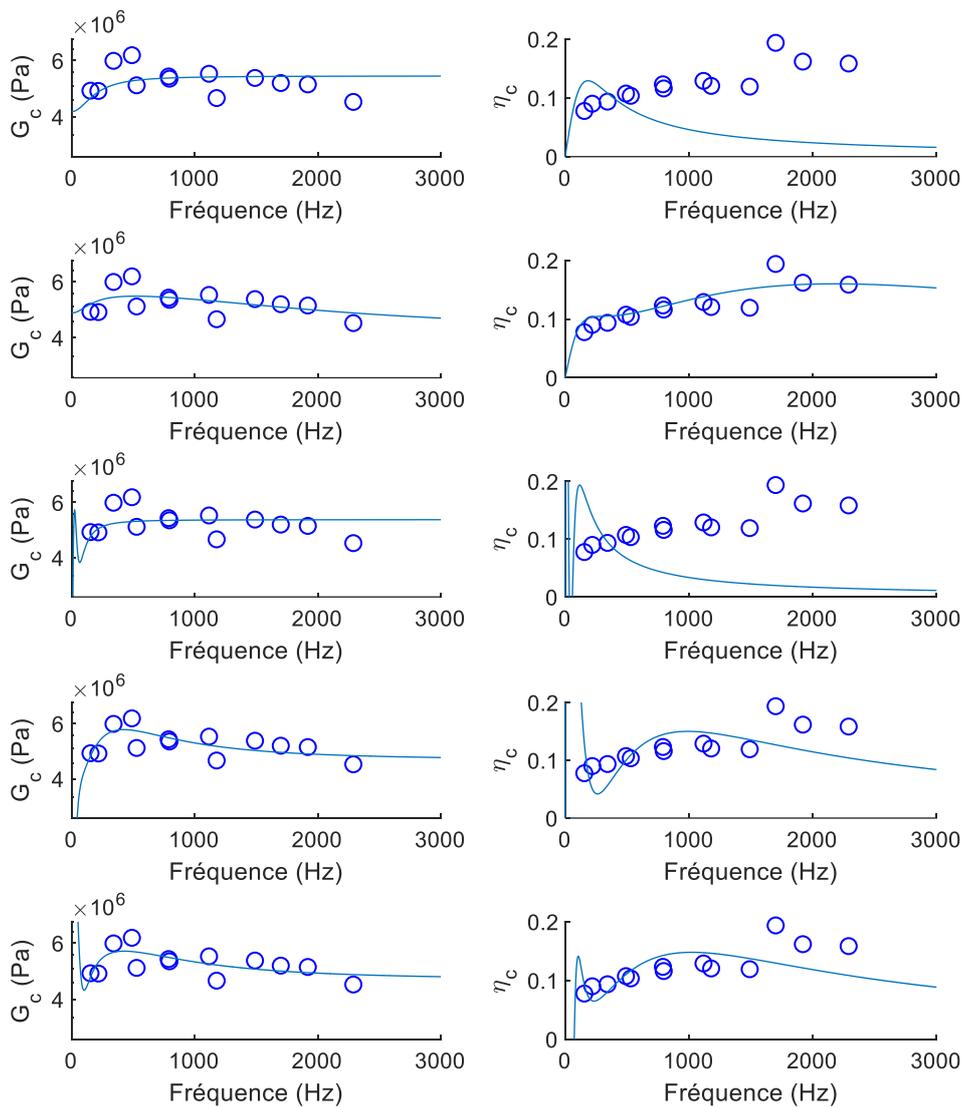


Figure 83 : Identification d'une loi Maxwell généralisé à 1, 2, 3, 4 et 5 termes du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) pour le cœur viscoélastique B (SEBS-g-MAH)

De la même façon, la Figure 83 montre les courbes de modules élastiques et de facteurs de perte en fonction de la fréquence obtenues par identification d'une loi de Maxwell généralisé pour l'échantillon viscoélastique B (SEBS-g-MAH). Pour ce matériau, il est observable que l'identification nécessite au moins 4 termes pour obtenir une courbe décrivant bien l'évolution des valeurs expérimentales que ce soit pour le module élastique ou bien le facteur de perte.

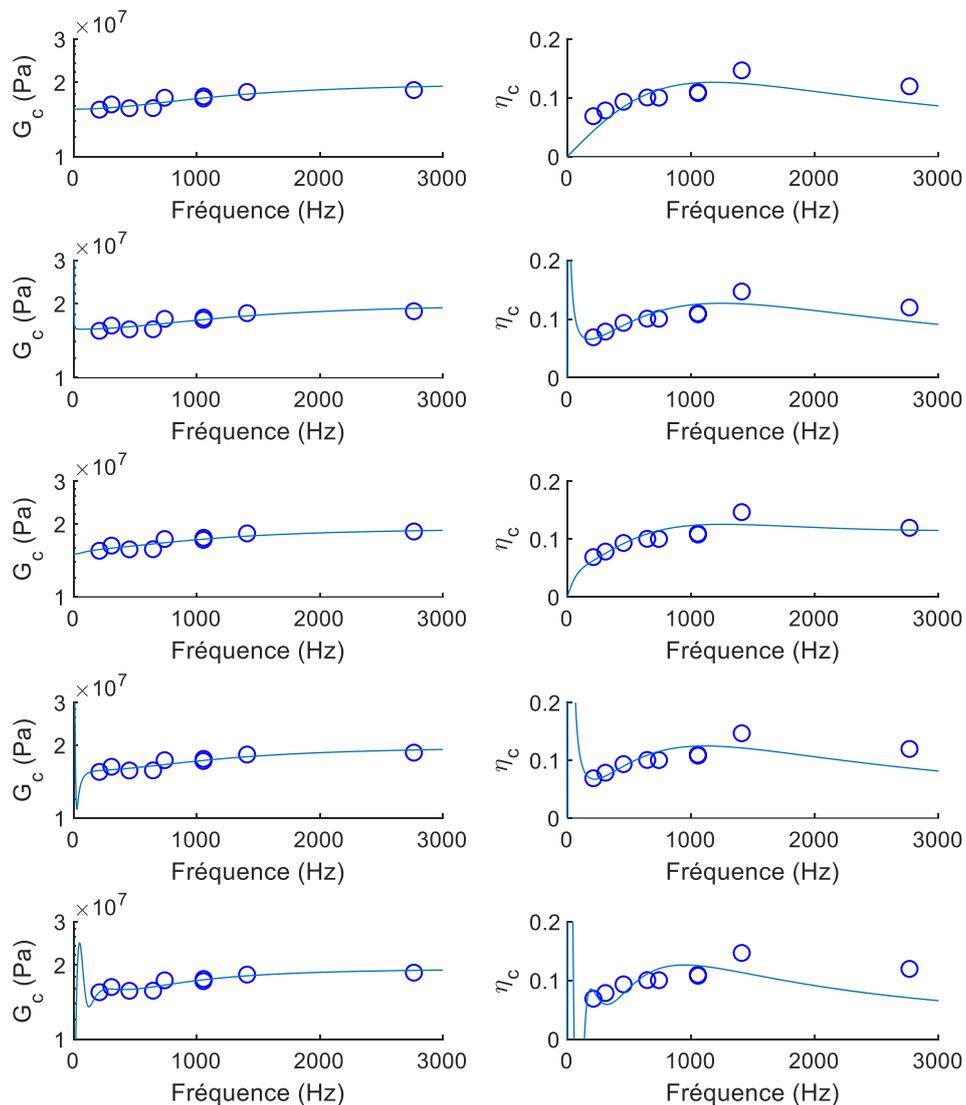


Figure 84 : Identification d'une loi Maxwell généralisé à 1, 2, 3, 4 et 5 termes du module de cisaillement (gauche) et du facteur de perte (droite) pour le cœur viscoélastique B bis (EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m)

Enfin, la Figure 84 montre l'identification pour le matériau B bis (EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m). Pour ce matériau, les valeurs expérimentales retenues évoluant peu en fréquence et étant en petit nombre, l'identification ne nécessite pas un nombre élevé de termes pour les séries de Maxwell.

Pour chaque matériau, les lois de comportement du modèle de Maxwell généralisé ont été déterminées pour un nombre de séries allant de 1 à 5. Cependant, la faible longueur utile des échantillons (inférieure à 28 cm) ne permet pas d'obtenir le comportement aux basses fréquences (inférieures à 50 Hz) mais aussi limite le nombre de résonances observables en dessous de 3000 Hz, la limite fixée par les conditions expérimentales. Ces deux facteurs nuisent à l'identification des modèles de Maxwell généralisés. C'est pour cette raison que,

pour la suite de cette étude, les modèles viscoélastiques utilisés seront les modèles polynomiaux identifiés précédemment.

Une perspective de cette étude serait alors d'améliorer cette identification des paramètres du modèle de Maxwell généralisé en utilisant des échantillons plus nombreux et avec une longueur utile plus grande afin d'avoir plus de modes de résonance sur le spectre et notamment à basses fréquences.

IV.3) Introduction des propriétés filtrantes à l'aide de la périodicité du cœur viscoélastique dans la structure sandwich

Afin d'ajouter des propriétés filtrantes à celles d'amortissement et d'allègement des structures sandwich, une périodicité dans le cœur viscoélastique est introduite. Dans cette étude, cette périodicité est une alternance de 2 matériaux viscoélastiques différents, l'un souple et l'autre rigide.

Une fois les propriétés vibratoires des différents cœurs viscoélastiques identifiés, les comportements vibratoires expérimentaux des poutres sandwichs périodiques peuvent être comparés à ceux obtenus numériquement avec les paramètres mécaniques identifiés et les propriétés géométriques de l'échantillon correspondant.

Dans un premier temps, l'analyse se focalisera sur une structure à 3 motifs périodiques afin de valider le modèle numérique par éléments finis avec les résultats expérimentaux. La reproductibilité de la fabrication des poutres sandwichs ainsi que leur caractérisation vibratoire sera ensuite étudiée. Le matériau souple sera ensuite remplacé par un second matériau souple afin d'étudier son impact sur les propriétés vibratoires.

Dans un second temps, la variation du nombre de motifs périodiques sera étudiée pour déterminer l'évolution des propriétés filtrantes avec le changement de périodicité.

Les différentes poutres sandwichs à structures périodiques utilisées dans cette section (ainsi que leurs paramètres géométriques) sont listées dans le Tableau 27.

Tableau 27 : Liste des différentes poutres sandwichs périodiques et leurs paramètres géométriques.

Dénomination de la poutre sandwich	Matériau Rigide	Matériau Souple	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Épaisseur du cœur (mm)	Écart type des mesures de l'épaisseur (mm)	Nombre de motifs périodiques
Poutre A/B 3m a	Cœur A	Cœur B	264	22	2,70	0,126	3
Poutre A/B 3m b	Cœur A	Cœur B	264	22	2,63	0,133	3
Poutre A/B 2m	Cœur A	Cœur B	264	22	2,54	0,176	2
Poutre A/B 4m	Cœur A	Cœur B	264	22	2,53	0,165	4
Poutre A/Bbis 2m	Cœur A	Cœur Bbis	176	22	2,36	0,164	2
Poutre A/Bbis 3m	Cœur A	Cœur Bbis	264	22	2,33	0,163	3

IV.3.1) Structures sandwichs à 3 motifs périodiques

Dans un premier temps, des structures périodiques à 3 répétitions du motif ont été choisies afin d'étudier la validité du modèle numérique tant sur la répétabilité des échantillons et des matériaux considérés. Le choix du nombre de motif périodique a été effectué pour avoir les propriétés filtrantes, à savoir le Band Gap, les plus larges pour des fréquences inférieures à 3000 Hz. A géométrie fixée, en augmentant le nombre de motif, on augmente la taille du Band Gap mais il s'opère un décalage vers les hautes fréquences. La bande passante d'investigation est limitée expérimentalement à des fréquences allant pas au-delà de 3000 Hz. Ainsi, une répétition de 3 du motif périodique a été choisie afin pouvoir observer 2 Band Gaps.

Dans une optique de comparaison des résultats obtenus expérimentalement avec ceux obtenus avec le calcul par éléments finis, il est nécessaire de normaliser les différents spectres en divisant leur amplitude par leur amplitude maximale. Cette normalisation n'affecte en rien la mesure des fréquences de résonance et des facteurs de perte associés mais facilite la comparaison visuelle des différents spectres.

IV.3.1.1) Validation du modèle numérique avec une structure périodique

Afin de valider le modèle numérique par éléments finis présenté dans le chapitre 3 avec des résultats expérimentaux, la poutre périodique *A/B 3m a* a été choisie. Des essais vibratoires sont menés et le spectre de l'amplitude de déplacement à l'extrémité de la poutre libre obtenu est illustré sur la Figure 85. Cette dernière présente également le spectre obtenu grâce au modèle numérique par éléments finis avec comme paramètres d'entrée la géométrie de l'échantillon et les paramètres mécaniques identifiés dans la section précédente pour chacun des deux motifs.

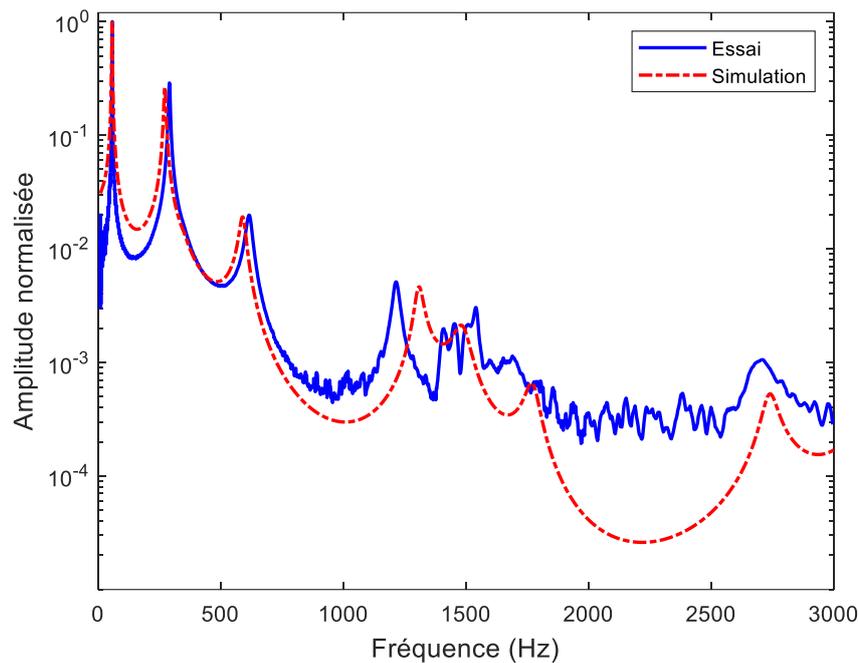


Figure 85 : Spectre de l'amplitude de déplacement de la poutre sandwich périodique A/B 3m a obtenu expérimentalement (bleu) et numériquement (rouge)

Le Tableau 28 présente, quant à lui, les différentes valeurs des fréquences de résonance et des facteurs de pertes associés aux différents modes propres obtenus expérimentalement et numériquement. Un écart relatif est également calculé entre les valeurs expérimentales et numériques.

Tableau 28 : Fréquences de résonance et facteurs de perte de la poutre périodique A/B 3m a obtenus expérimentalement et numériquement ainsi que leurs écarts relatifs

Fréquences de résonance (Hz) :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Essai expérimental	57.6	291	616	1215	1507	1691	2706
Calcul Numérique	56.8	272	589	1309	1480	1768	2741
Écart relatif	1.4%	6.4%	4.3%	7.7%	1.8%	4.5%	1.3%

Facteurs de perte :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Essai expérimental	0.018	0.021	0.040	0.021	0.020	0.032	0.036
Calcul Numérique	0.033	0.029	0.044	0.026	0.058	0.033	0.022
Écart relatif	85%	39%	10%	24%	185%	5%	39%

La première observation concerne les différences entre les résultats expérimentaux et numériques. Concernant les fréquences de résonance, l'écart relatif entre les valeurs expérimentales et les valeurs numériques est compris entre 1 % et 8 %. Cet écart relativement faible permet de confirmer la pertinence du modèle numérique par rapport aux essais expérimentaux concernant cet échantillon.

Au sujet de l'amortissement, les écarts relatifs entre les facteurs de perte obtenus expérimentalement et numériquement sont beaucoup plus inconstants. Les deux premiers modes possèdent des écarts relatifs élevés car la largeur des pics de résonance est faible, augmentant ainsi grandement l'impact des différentes incertitudes de mesures. A partir du mode 5, il est possible d'observer, sur le spectre expérimental illustré sur la Figure 85, une forte présence de bruit. L'amplitude des pics de résonance étant assez faible pour ces modes, ce bruit se superpose avec ces derniers biaisant la mesure du facteur de perte par la méthode de la bande passante ce qui explique les écarts relatifs très élevés.

Au vu des résultats obtenus sur cette poutre sandwich à structure périodique, il est possible de valider la pertinence du modèle numérique développé et présenté au chapitre 3.

Il est également possible d'observer la présence des propriétés filtrantes dues à l'introduction de la périodicité dans le cœur viscoélastique. En effet pour le spectre expérimental l'écart entre les fréquences de résonance des modes 3 et 4 est de 599 Hz alors qu'il n'est que 292 Hz entre les modes 4 et 5. Ce constat est aussi repéré dans les résultats numériques où l'écart est de 720 Hz entre les modes 3 et 4 et seulement de 171 Hz entre les modes 4 et 5.

Le regroupement des modes propres dans des bandes passantes crée ainsi des Band Gaps. En reprenant l'expression du rapport défini dans le chapitre 3 caractérisant la largeur relative de ces Band Gaps, on obtient une largeur relative de 4,2 pour les résultats numériques alors qu'elle n'est que de 2,0 pour le spectre obtenu expérimentalement. Les propriétés filtrantes mesurées expérimentalement sont donc moins grandes qu'à travers la simulation numérique. Cela est probablement dû aux interfaces entre les deux cœurs viscoélastiques considérées parfaites dans le modèle numérique.

IV.3.1.2) Reproductibilité du procédé de fabrication

Une fois la validation du modèle numérique effectuée, nous nous intéressons à la reproductibilité de ces résultats sur un échantillon identique obtenu avec le même procédé. La poutre périodique $A/B 3m$ est alors étudiée et comparée avec la poutre périodique $A/B 3m a$ présentée précédemment.

La poutre périodique $A/B 3m b$ est issue de la même méthode et processus d'élaboration que la poutre $A/B 3m a$. Cependant, une différence d'épaisseur existe et avec un faible écart de 70 μm due à la variabilité du processus de mise en forme présenté dans le chapitre 2. Cette différence géométrique est la seule prise en compte dans le modèle numérique, les autres imperfections dans la mise en forme (courbures, interfaces imparfaites, bulles d'air) ne sont pas prises en compte. L'objectif de l'étude de cet échantillon est justement l'impact de ces variabilités de la mise en forme sur les propriétés vibratoires.

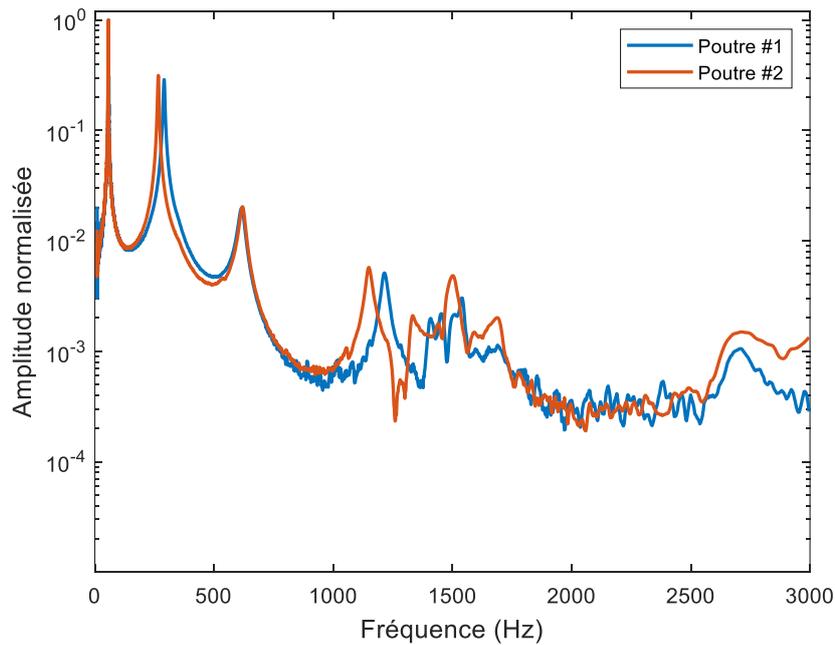


Figure 86 : Spectres vibratoires expérimentaux de la poutre périodique A/B 3m a (bleu) et la poutre périodique A/B 3m b (orange)

La Figure 86 montre les spectres vibratoires obtenus expérimentalement des deux poutres périodiques A/B 3m a et A/B 3m b. Quant aux différentes valeurs des fréquences de résonance et des facteurs de perte associés, elles sont énumérées dans le Tableau 29.

Tableau 29 : Fréquences de résonance et facteurs de perte des poutres périodique A/B 3m a et A/B 3m b ainsi que leurs écarts relatifs

Fréquences de résonance (Hz) :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
A/B 3m a	57.6	291	616	1215	1507	1691	2706
A/B 3m b	56.8	266	619	1149	1503	1688	2713
Écart relatif	1.4%	9.2%	0.6%	5.7%	0.2%	0.2%	0.3%

Facteurs de perte :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
A/B 3m a	0.018	0.021	0.040	0.021	0.020	0.032	0.036
A/B 3m b	0.018	0.018	0.038	0.022	0.027	0.057	0.078
Écart relatif	0%	14%	5%	5%	35%	78%	117%

Le spectre vibratoire expérimental de la poutre $A/B\ 3m\ b$ présente des fréquences de résonance proches du spectre de la poutre $A/B\ 3m\ a$. L'écart relatif entre les deux est inférieur à 5 % excepté pour les modes 2 et 4 où il est de 9,2 % et 5,7 % respectivement. Concernant l'amortissement, les deux poutres donnent des valeurs de facteurs de perte très similaires à basse fréquence. Pour le premier mode, les deux valeurs obtenues sont égales puis pour les modes 2 à 4, elles possèdent un écart relatif inférieur à 10 %. Pour les modes suivants, la faible intensité des pics de résonance entraîne un fort impact du bruit et des artefacts présents sur le spectre ce qui explique un biais dans le calcul de la bande passante à -3 dB et donc dans les valeurs de facteurs de perte.

Le Band Gap observé pour la poutre $A/B\ 3m\ a$ est situé entre 616 et 1215 Hz. La largeur du Band Gap est alors de 599 Hz. Quant à la poutre $A/B\ 3m\ b$, le Band Gap est situé entre 619 Hz et 1149 Hz, avec une valeur de largeur de Band Gap de 530 Hz (inférieure à la poutre $A/B\ 3m\ a$ de 10 %).

Il est donc possible de conclure que le procédé de mise en forme a un léger impact sur les propriétés vibratoires avec une légère diminution des propriétés filtrantes par rapport au modèle numérique idéal. Cette différence peut être expliquée par le faible écart d'épaisseur de cœur entre les échantillons en plus des incertitudes de mesures.

IV.3.2) Impact du nombre de motifs sur le Band Gap

Le modèle numérique étant validé sur une structure à 3 répétitions, une étude sur différentes périodicités peut être effectuée. La limitation de longueur des échantillons ajoutée à la limitation expérimentale à 3000 Hz impose la limite du nombre de répétitions du motif périodique maximum à 4.

Les poutres périodiques labélisées $A/B\ 2m$, $A/B\ 3m\ a$ et $A/B\ 4m$ sont étudiées dans cette section. La poutre $A/B\ 3m\ a$, déjà présenté précédemment est composée de 3 motifs périodiques. Quant aux poutres $A/B\ 2m$ et $A/B\ 4m$, elles possèdent un nombre de motifs périodiques de 2 et 4, respectivement. La structure périodique de ces échantillons sont schématisées en Figure 87. Le couple de matériau viscoélastique utilisé est le couple cœur A / cœur B. Ces échantillons ont des propriétés géométriques globales égales. La variation d'épaisseur est ici négligée. Seule la division en motifs périodiques diffère pour les 3 poutres. Les spectres vibratoires numériques et expérimentaux de ces échantillons sont montrés sur la Figure 88. Les fréquences de résonance obtenues expérimentalement et numériquement sont énumérées dans le Ces spectres d'amplitude de déplacement à l'extrémité libre de la poutre montrent que les Band Gaps diffèrent selon la périodicité de la structure. En conditions Encasté – Libre, le nombre de modes de résonance entre chaque Band Gaps correspond au nombre de motif répété, ici 2, 3 et 4, respectivement.

Tableau 30 et leurs facteurs de perte associés dans le Tableau 31.

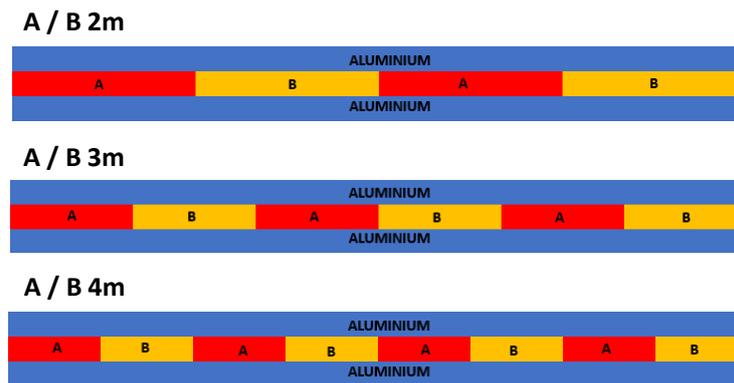


Figure 87 : Schémas de la structure périodique des poutres sandwichs A / B 2m, A / B 3m, A / B 4m

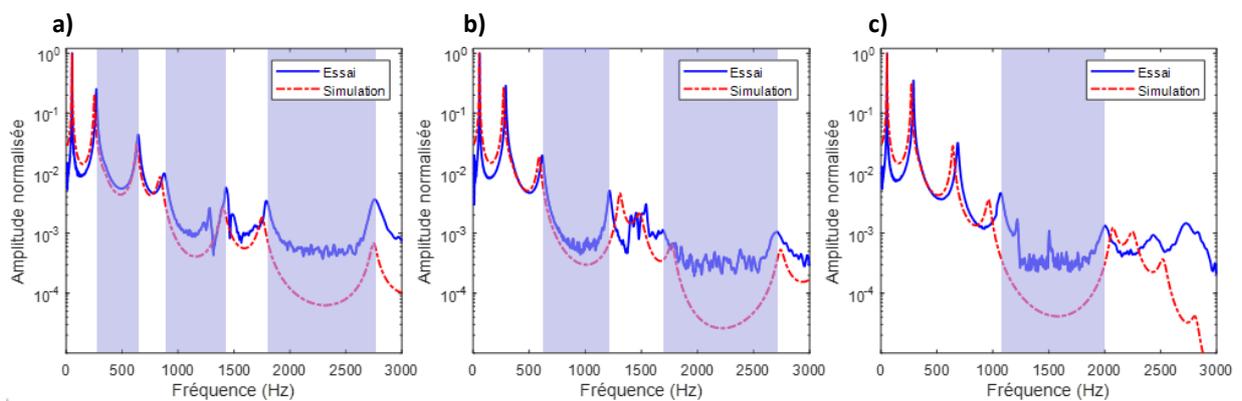


Figure 88 : Spectres d'amplitude de déplacement expérimentaux (bleus) et numérique (rouges) des poutre A/B 2m (a), A/B 3m (b) et A/B 4m (c) possédant respectivement 2, 3 et 4 motifs périodiques

Ces spectres d'amplitude de déplacement à l'extrémité libre de la poutre montrent que les Band Gaps diffèrent selon la périodicité de la structure. En conditions Encasturé – Libre, le nombre de modes de résonance entre chaque Band Gaps correspond au nombre de motif répété, ici 2, 3 et 4, respectivement.

Tableau 30 : Fréquences de résonance des échantillons de poutres sandwichs périodiques (cœur A / cœur B) à 2, 3 et 4 motifs périodiques

Poutre A/B 2m :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Essai expérimental	52.5	270	643	877	1428	1787	2756
Calcul Numérique	53.3	252	632	839	1403	1750	2747
Écart relatif	1.5%	6.7%	1.8%	4.3%	1.7%	2.1%	0.3%

Poutre A/B 3m a :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Essai expérimental	57.6	291	616	1215	1542	1691	2706
Calcul Numérique	56.8	272	589	1309	1503	1768	2741
Écart relatif	1.4%	6.4%	4.3%	7.7%	2.6%	4.5%	1.3%

Poutre A/B 4m :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Essai expérimental	54.1	290	686	1068	2003	2431	2729
Calcul Numérique	54.4	272	643	962	2074	2246	2518
Écart relatif	0.6%	6.3%	6.3%	9.9%	3.5%	7.6%	7.7%

Tableau 31 : Facteurs de perte des échantillons de poutres sandwichs périodiques (cœur A / cœur B) à 2, 3 et 4 motifs périodiques

Poutre A/B 2m :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Essai expérimental	0.019	0.026	0.032	0.055	0.018	0.024	0.027
Calcul Numérique	0.032	0.035	0.038	0.057	0.035	0.029	0.019
Écart relatif	63.8%	33.4%	18.6%	3.2%	92.5%	20.2%	27%

Poutre A/B 3m a :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Essai expérimental	0.018	0.021	0.040	0.021	0.020	0.032	0.036
Calcul Numérique	0.033	0.029	0.044	0.026	0.058	0.033	0.022
Écart relatif	85.1%	39.1%	9.5%	24.2%	185.2%	4.7%	39%

Poutre A/B 4m :

Mode	1	2	3	4	5	6	7
Essai expérimental	0.018	0.017	0.024	0.040	0.033	0.057	0.059
Calcul Numérique	0.035	0.025	0.030	0.043	0.027	0.035	0.029
Écart relatif	93.3%	49.7%	24.9%	5.8%	20.7%	38.3%	50.9%

Les écarts relatifs entre les fréquences de résonance des différentes poutres sandwichs étudiées ici sont tous inférieurs à 10 % confirmant ainsi la pertinence du modèle numérique pour un nombre de motifs périodiques différent.

Afin de comparer l'évolution des propriétés filtrantes des structures sandwichs périodiques, nous nous intéressons à l'évolution de la largeur des Band Gaps de chaque spectre. La Figure 89 montre l'évolution de la largeur spectrale des Band Gaps en fonction du nombre de motifs périodique. Le ratio de largeur relative R_{BG} ne sera pas étudiée ici car ce dernier n'est pas pertinent pour des périodicités différentes.

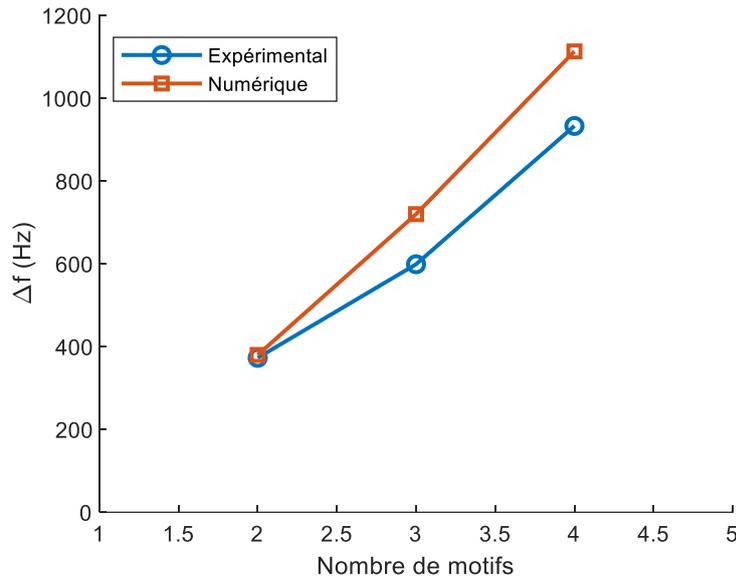


Figure 89 : Comparaison de la largeur du Band Gap Δf en fonction du nombre de motif périodique

Concernant les résultats expérimentaux, les fréquences de début et de fin du premier Band Gap sont de 270 à 643 Hz pour la structure à 2 motifs périodiques, de 616 à 1215 Hz pour la structure à 3 motifs et enfin de 1070 à 2003 Hz pour la structure à 4 motifs. Ce qui donne des largeurs de Band Gap Δf de 373 Hz, 599 Hz et 933 Hz, respectivement.

Cette tendance est similaire à celle observée pour les résultats numériques. En effet la largeur du Band Gap Δf croît de 380 Hz pour la structure à 2 motifs périodiques, à 720 Hz pour 3 motifs et enfin 1113 Hz pour 4 motifs périodiques. Comme observé en section IV.3.1.1), le calcul surestime les propriétés filtrantes de la structure. Ce phénomène est probablement dû aux imperfections présentes au niveau des différentes interfaces.

En conclusion, le nombre de motif présent dans le cœur viscoélastique de la structure sandwich influe fortement sur ses propriétés filtrantes. Quand le nombre de motifs augmente à géométrie fixée, les Band Gaps se déplacent vers les hautes fréquences et leurs largeurs relatives augmentent. Pour maximiser les propriétés filtrantes à basses fréquences, il est donc nécessaire de trouver un compromis pour le nombre de répétition du motif. Une valeur faible donne Band Gap présent à basses fréquences mais a une largeur spectrale faible. Un nombre élevé de motif permet d'obtenir des plages filtrées beaucoup plus large mais dans un domaine fréquentiel où l'amortissement passif suffit au contrôle des vibrations.

IV.3.3) Introduction d'un autre matériau souple

Remplaçons le matériau souple par un autre matériau élastomérique : le mélange EPDM / iPP-*g*-MAH 95 %m / 5 %m (désigné comme cœur B bis) vient donc remplacer le SEBS-*g*-MAH (désigné comme cœur B). Comme mesuré dans le chapitre 2 par la caractérisation mécanique ainsi que précédemment dans ce chapitre par l'identification des couples (G, η), le matériau à

base d'EPDM possède un module supérieur à celui du SEBS-*g*-MAH et est donc légèrement moins souple.

Deux poutres sandwichs sont étudiées avec cette combinaison de matériaux. Les propriétés géométriques de ces deux poutres sandwichs sont décrites sur le Tableau 27. Ces deux poutres sandwichs présentent des motifs périodiques de même longueur (88 mm) mais la première ne présente que 2 motifs périodiques pour une longueur totale de 176 mm et la deuxième en présente 3 pour une longueur totale de 264 mm. Ces deux poutres sandwichs sont respectivement nommées *Poutre A/Bbis 2m* et *Poutre A/Bbis 3m*.

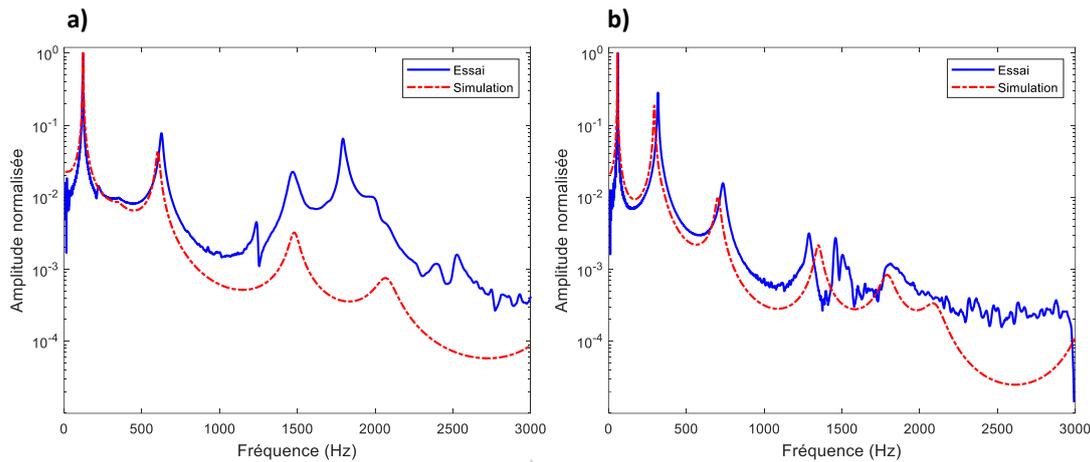


Figure 90 : Spectres d'amplitude de déplacement expérimentaux (bleus) et numériques (rouges) des deux poutres sandwichs périodiques *Poutre A/Bbis 2m* (a) et *Poutre A/Bbis 3m* (b)

La Figure 90 montre les spectres d'amplitude de déplacement des deux poutres sandwichs à structure périodique ayant comme matériaux viscoélastiques A et B bis. Les différents modes propres visibles sur le spectre de la structure sandwich *A/Bbis 2m* sont reportés sur le Tableau 32 tandis que ceux visibles sur le spectre de la structure sandwich *A/Bbis 3m* sont reportés sur le Tableau 33.

Tableau 32 : Fréquences de résonance et facteurs de perte de la poutre périodique A/Bbis 2m obtenus expérimentalement et numériquement ainsi que leurs écarts relatifs

Fréquences de résonance (Hz) :

Mode	1	2	3	4
Essai expérimental	121.0	626	1470	1995
Calcul Numérique	121.9	602	1480	2066
Écart relatif	0.7%	3.8%	0.7%	3.6%

Facteurs de perte :

Mode	1	2	3	4
Essai expérimental	0.018	0.029	0.036	0.022
Calcul Numérique	0.021	0.035	0.039	0.062
Écart relatif	13.5%	19.3%	8.1%	185.4%

Tableau 33 : Fréquences de résonance et facteurs de perte de la poutre périodique A/Bbis 3m obtenus expérimentalement et numériquement ainsi que leurs écarts relatifs

Fréquences de résonance (Hz) :

Mode	1	2	3	4	5
Essai expérimental	58.3	317	735	1288	1809
Calcul Numérique	56.4	293	702	1348	1790
Écart relatif	3.3%	7.5%	4.5%	4.7%	1.1%

Facteurs de perte :

Mode	1	2	3	4	5
Essai expérimental	0.018	0.018	0.038	0.020	0.062
Calcul Numérique	0.021	0.027	0.040	0.030	0.050
Écart relatif	17.7%	49.0%	6.3%	52.2%	19.7%

Concernant la poutre sandwich périodique A/Bbis 2m, les écarts relatifs entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par la modélisation numérique restent en dessous de la barre des 10 %. Sur le spectre expérimental, un pic apparaît à 1791 Hz. Vu le placement et l'amplitude de ce pic, ce dernier est considéré comme un artefact de mesure dû au dispositif expérimental.

Quant aux facteurs de perte de la structure, les écarts relatifs observés sont plus élevés mais restent en dessous des 20 % en ne prenant pas en compte le mode 4 biaisé par l'artefact de mesure.

De la même façon, concernant la poutre sandwich périodique A/Bbis 3m, il est possible d'observer que les écarts relatifs entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par la modélisation numérique restent également en dessous de la barre des 10 %. Ce faible écart relatif signifie ainsi que le modèle numérique est pertinent pour la détermination des fréquences propres également pour ce couple de matériaux de cœur.

Quant aux facteurs de perte de la poutre sandwich, les écarts relatifs observés sont plus élevés et atteignent les 50 %. Comme précédemment, cet écart est dû aux faibles valeurs de facteur de perte des matériaux viscoélastiques.

Il est ensuite possible de comparer les résultats obtenus avec le couple de matériau de cœur A/Bbis avec ceux obtenus avec le couple A/B. La Figure 91 regroupe les spectres vibratoires des poutres sandwichs périodiques A/B 3m a et A/Bbis 3m. Les différentes fréquences propres ainsi que facteurs de pertes associés sont également répertoriées dans le Tableau 34.

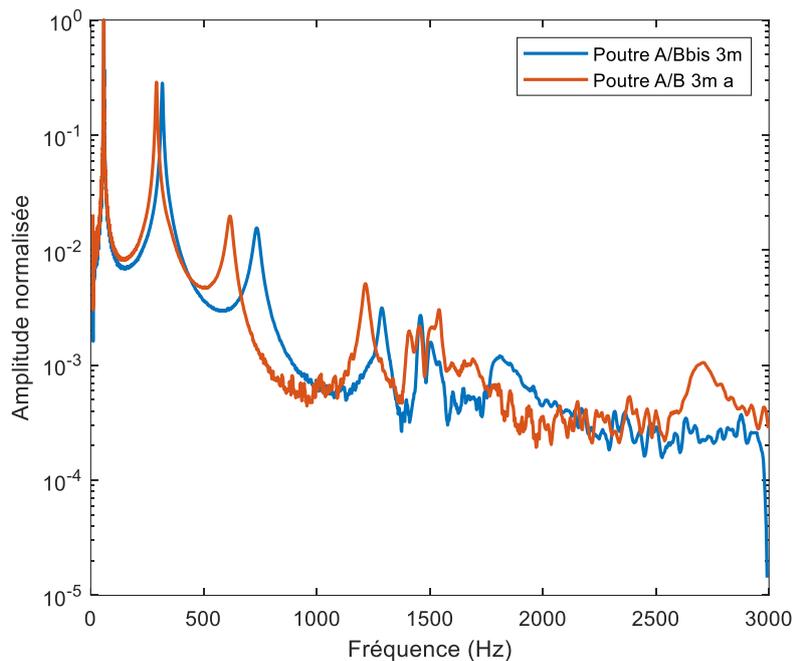


Figure 91 : Spectres d'amplitude de déplacement expérimentaux des poutres sandwichs périodiques A/B 3m a et A/Bbis 3m

Tableau 34 : Fréquences de résonance et facteurs de perte des poutres périodiques A/B 3m a et A/Bbis 3m obtenus expérimentalement ainsi que leurs écarts relatifs

Fréquences de résonance (Hz) :					
Mode	1	2	3	4	5
A/B 3m a	57.6	291	616	1215	1507
A/Bbis 3m	58.3	317	735	1288	1809
Écart relatif	1.3%	9.0%	19.4%	6.0%	20.1%

Facteurs de perte :					
Mode	1	2	3	4	5
A/B 3m a	0.018	0.021	0.040	0.021	0.020
A/Bbis 3m	0.018	0.018	0.038	0.020	0.062
Écart relatif	0.0%	13.3%	6.9%	6.7%	203.8%

La poutre A/Bbis 3m présentant le matériau à base d'EPDM possède des fréquences propres plus élevées que la poutre A/B 3m a. Cela est dû à la différence de rigidité entre les deux matériaux élastomériques. Le mélange EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m ayant un module élastique plus élevé que celui du SEBS-g-MAH, il est donc logique de retrouver ces différences dans les valeurs des fréquences de résonance malgré le fait que la poutre A/Bbis 3m ait une épaisseur de cœur plus faible (2,33 mm) par rapport à celle de la poutre A/B 3m a (2,70 mm).

Quant aux propriétés filtrantes, la largeur spectrale du Band Gap de la poutre A/Bbis 3m est de 553 Hz contre 599 Hz pour la poutre A/B 3m a. Cela signifie que malgré des fréquences propres plus élevées, la largeur de Band Gap de l'échantillon à base d'EPDM est plus faible que pour le Band Gap de l'échantillon à base de SEBS-g-MAH. Les propriétés filtrantes sont donc moindres pour les poutres utilisant le mélange EPDM / iPP-g-MAH 95 %m / 5 %m. Cela corrobore les conclusions de l'étude paramétrique portée dans le chapitre précédent (section III.4.2) sur la nécessité d'avoir un écart conséquent entre les modules de cisaillement du matériau rigide et du matériau souple pour maximiser les propriétés filtrantes de la structure.

IV.4) Variation de la température

Une fois les propriétés vibratoires des structures sandwichs périodiques déterminées à la fois expérimentalement et numériquement, il est intéressant d'étudier l'évolution de ces propriétés vibratoires en fonction de la température. Si des variations de température de l'ordre de quelques dizaines de degrés n'ont pas une grande influence sur l'aluminium, l'impact du passage à l'état vitreux influe fortement sur les propriétés vibratoires des

polymères viscoélastiques. Il semble alors pertinent de se demander si lors d'une chute de température d'une poutre sandwich périodique, les propriétés vibratoires et notamment filtrantes de la structure vont être impactées, et dans ce cas-là, s'il est possible de les prédire en étudiant les structures non périodiques à différentes températures.

IV.4.1) Adaptation du dispositif expérimental afin d'intégrer une chambre thermique

Afin de pouvoir effectuer des essais vibratoires à diverses températures, le dispositif expérimental présenté précédemment dans ce chapitre (section IV.2.1)) doit se voir évoluer afin d'y intégrer la variation en température. Pour cela, une enceinte thermique est installée au-dessus du pot vibrant permettant de conditionnement thermique des échantillons. La plage de température d'étude est de -60 °C à 50 °C .

Cependant, dans une telle enceinte, il y est impossible d'y insérer un vibromètre laser de la même façon que dans le dispositif expérimental présenté précédemment. Il faut donc un autre moyen de mesurer l'amplitude des vibrations transmises à l'extrémité libre de la poutre. La solution retenue ici consiste à remplacer le vibromètre laser par un accéléromètre collé sur l'extrémité libre de la poutre. Des photos du dispositif sont montrées sur la Figure 92.

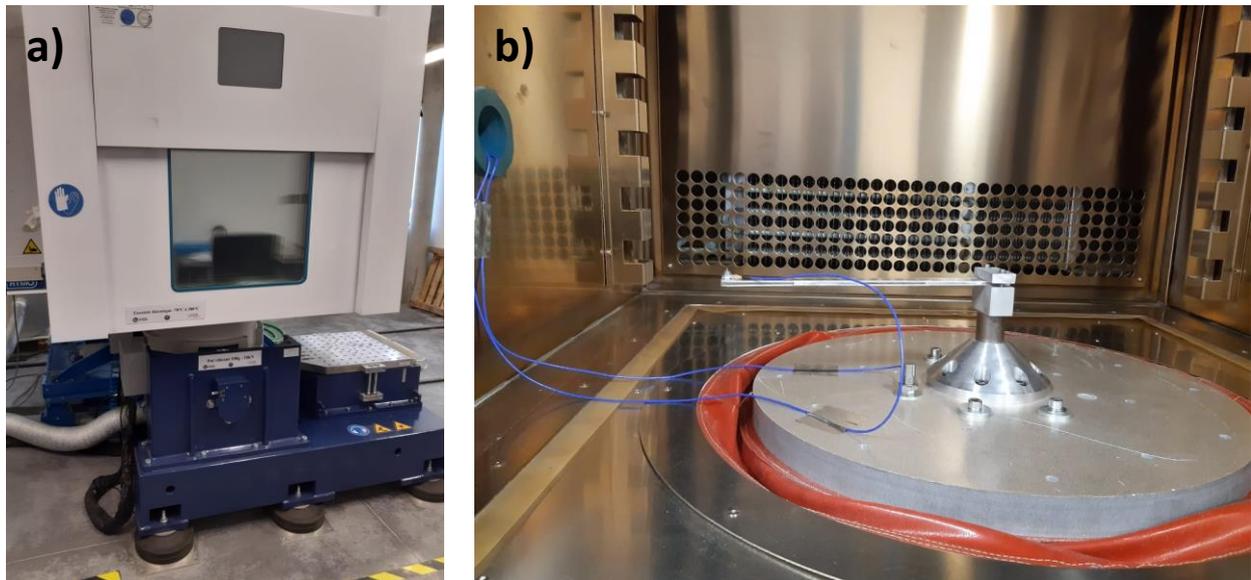


Figure 92 : Photos de l'enceinte thermique (a) et du dispositif expérimental à l'intérieur (b)

Comparé au vibromètre laser, l'accéléromètre peut être placé à l'intérieur de l'enceinte, cependant, l'inconvénient de cette solution est que l'accéléromètre qui est collé à l'échantillon, vient donc ajouter un poids léger au bout de la poutre ce qui en modifie légèrement les propriétés vibratoires. Après des tests dans les mêmes conditions avec le vibromètre laser et avec l'accéléromètre, l'impact de la présence de l'accéléromètre sur les fréquences de résonance est d'environ 4%. Cependant, la présence de l'accéléromètre provoque également l'apparition de nombreux artéfacts sur le spectre vibratoire et

notamment à haute fréquence, ce qui rend la lecture des spectres expérimentaux difficile au-delà de 1000 Hz.

Trois échantillons de poutres sandwichs sont utilisés pour cette étude en température. Un d'entre eux est périodique avec les cœurs A (iPP / iPP-*g*-MAH 80 %m / 20 %m) et B (SEBS-*g*-MAH). Il possède uniquement deux motifs périodiques répétés à cause des limitations expérimentales mentionnées précédemment et notamment la présence de nombreux artefacts au-delà de 1000 Hz. Les deux autres ne sont pas périodiques et sont respectivement avec les deux matériaux utilisés pour la structure périodique. La raison de ces structures non périodiques est d'étudier l'impact de la température sur les propriétés vibratoires des deux matériaux dans les mêmes conditions expérimentales que la structure périodique.

IV.4.2) Évolution des propriétés vibratoires des cœurs homogènes

Dans un premier temps, les poutres sandwichs non périodiques sont étudiés en température avec le dispositif décrit précédemment. Les deux échantillons présentant chacun cœur viscoélastique différent sont donc soumis à des vibrations tout en étant dans une enceinte dont la température varie de -60 °C à 40 °C. Les résultats de la structure ayant le cœur rigide (iPP / iPP-*g*-MAH 80 %m / 20 %m) sont illustrés sur la Figure 93.

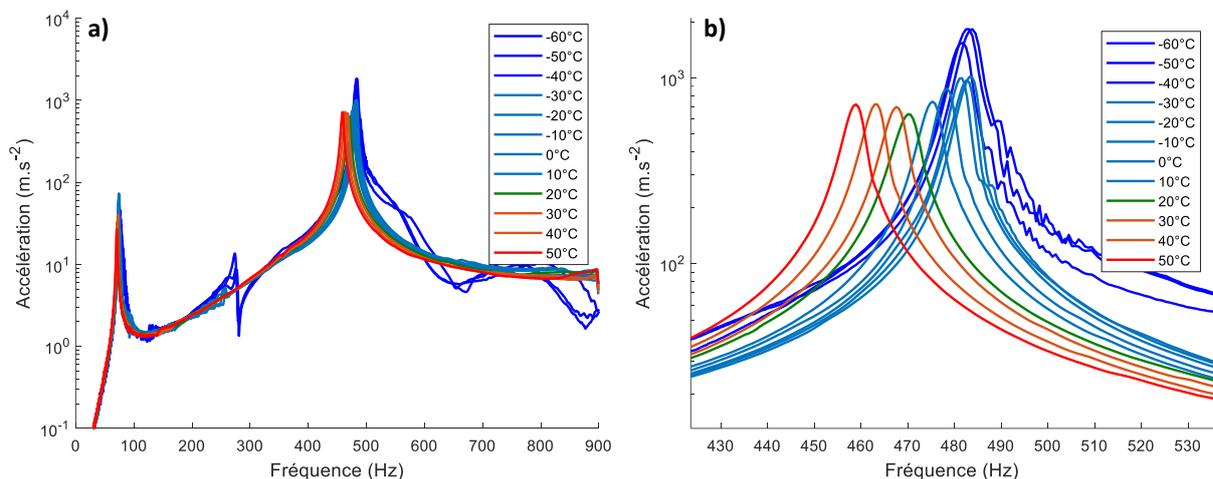


Figure 93 : Spectres vibratoires à différentes températures de la poutre sandwich homogène ayant comme cœur viscoélastique le cœur A (iPP / iPP-*g*-MAH 80 %m / 20 %m) (a) et un zoom autour du second mode propre (b)

Lors de la chute de température, les fréquences de résonance augmentent faiblement. De la température ambiante à la température de -60 °C, les fréquences des deux premiers modes de résonance augmente de 3%. Cette augmentation est liée à l'augmentation de la rigidité du polymère lorsque la température diminue. Cependant, le polymère étant déjà rigide à température ambiante, l'augmentation reste faible.

Concernant les 3 températures les plus basses, des différences peuvent être observées sur les spectres par rapport aux autres températures. Cela est expliqué par le fait que ces trois mesures n'ont pas été effectuées en même temps que les autres, et que les conditions opératoires peuvent avoir changé légèrement entre temps.

Dans un second temps, la poutre sandwich ayant comme cœur viscoélastique le matériau plus souple (SEBS-g-MAH) est testé dans les mêmes conditions et les résultats sont illustrés sur la Figure 94.

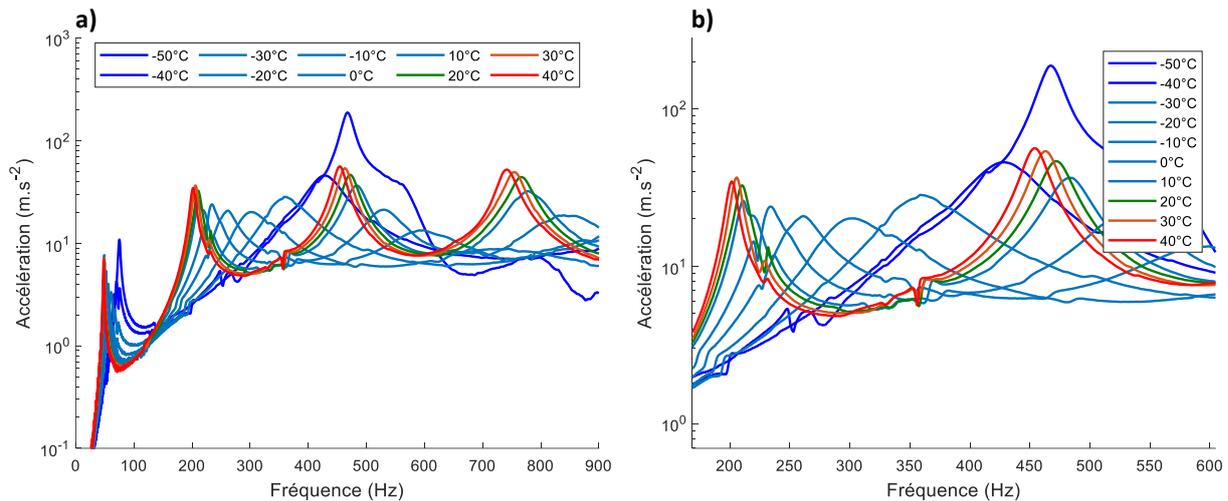


Figure 94 : Spectres vibratoires à différentes températures de la poutre sandwich homogène ayant comme cœur viscoélastique le cœur B (SEBS-g-MAH) (a) et un zoom autour du second mode propre (b)

Cette fois, les modes de résonance changent beaucoup plus que précédemment. En effet, de la température ambiante à une température de -50 °C, les fréquences de résonance augmentent respectivement de 56 %, 122 % et 173 % pour les trois premiers modes de résonance. Cela est dû également à l'augmentation de la rigidité du cœur viscoélastique lorsque la température diminue.

La Figure 95 montre la comparaison entre l'évolution en température des fréquences de résonance des deux poutres étudiés. Malgré l'augmentation de la rigidité des deux cœurs viscoélastiques, plus la température diminue, plus les fréquences de résonance se rapprochent l'une de l'autre, jusqu'à devenir quasiment égales à une température de -60 °C.

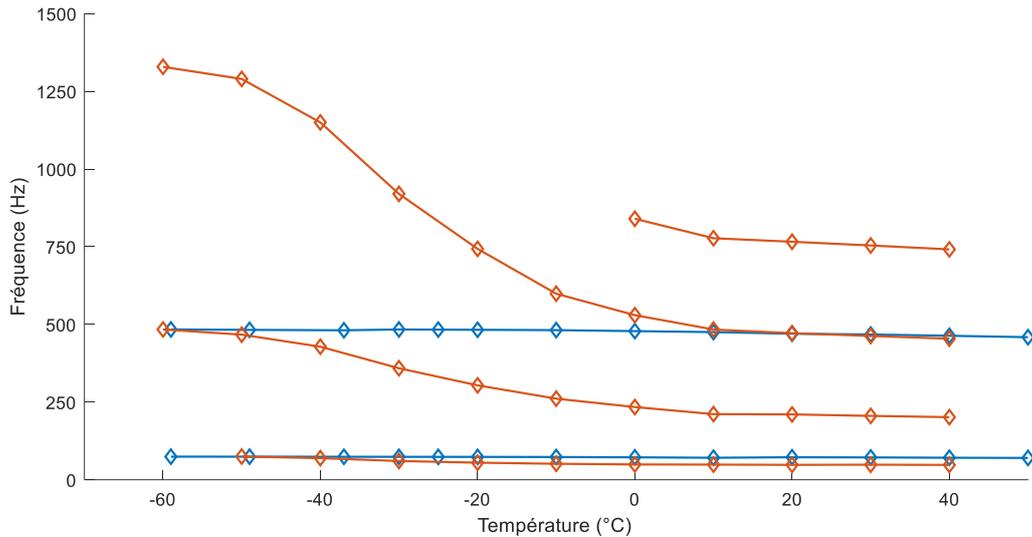


Figure 95 : Évolution des fréquences de résonance en fonction de la température de la structure homogène ayant le cœur A (bleu) et de la structure homogène ayant le cœur B (orange)

Concernant l’amortissement, les évolutions des facteurs de perte associé à chaque mode propre sont montrées sur la Figure 96. Pour le cœur rigide que le facteur de perte n’évolue que peu, restant inférieur à 0,03 mais avec un maximum entre 10 et 20 °C.

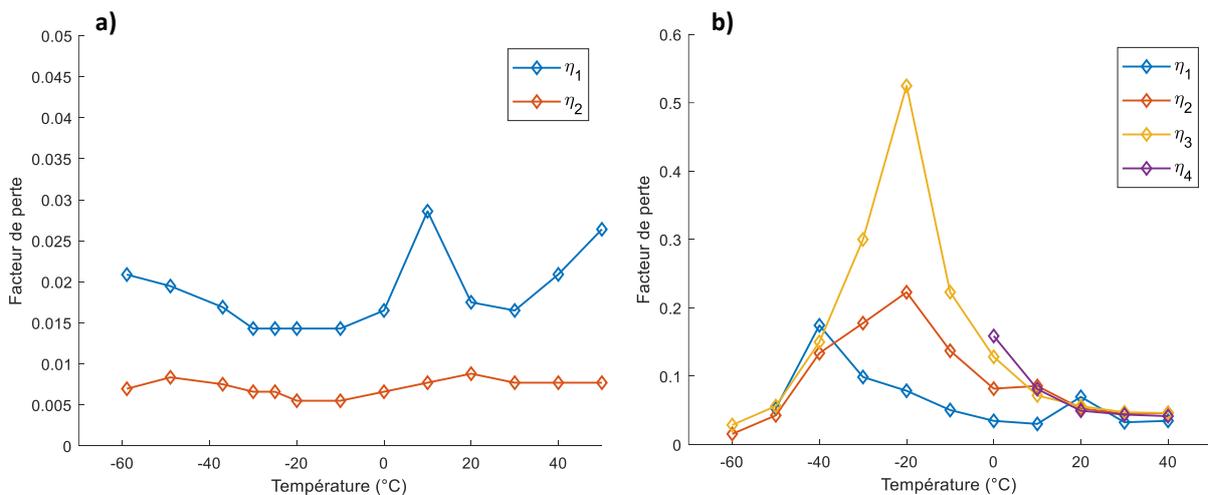


Figure 96 : Évolution des facteurs de perte des différents modes de résonance en fonction de la température de la structure homogène ayant le cœur A (a) et de la structure homogène ayant le cœur B (b)

Concernant le second matériau SEBS-g-MAH, une nette augmentation des facteurs de perte associés aux différents modes lorsque la température diminue jusqu’à atteindre un maximum au-delà de 0,2. Ce dernier est situé entre -20 et -40 °C et en augmentant le numéro du mode, ce maximum se décale vers les hautes températures. Pour des températures inférieures, les valeurs des différents facteurs de perte diminuent jusqu’à atteindre des valeurs comparables à celles à haute température, à savoir autour de 0,05.

IV.4.3) Comparaison des résultats avec ceux de la DMA

Maintenant que les comportements vibratoires des structures homogènes ont été étudiés sur la gamme de température retenue, la méthode inverse permet de remonter aux paramètres mécaniques des deux matériaux viscoélastiques les constituant. De la même façon que les identifications effectuées précédemment dans ce chapitre, pour chaque mode de résonance obtenu expérimentalement, un couple de valeur du module de cisaillement G_c et du facteur de perte η_c du matériau viscoélastique concerné est calculé. Ces valeurs peuvent ensuite être comparées aux valeurs obtenues précédemment par Analyse Mécanique Dynamique (DMA). Ces comparaisons sont illustrées sur la Figure 97 et sur la Figure 98.

Il est nécessaire de rappeler que les modules mesurés par DMA en flexion 3 points sont des modules d'élasticité alors que ceux identifiés par méthode inverse sont des modules de cisaillement. C'est pour cette raison, ainsi qu'à cause des différences des deux méthodes, que les valeurs obtenues sont différentes. Seules les évolutions des modules avec la température seront comparées ici.

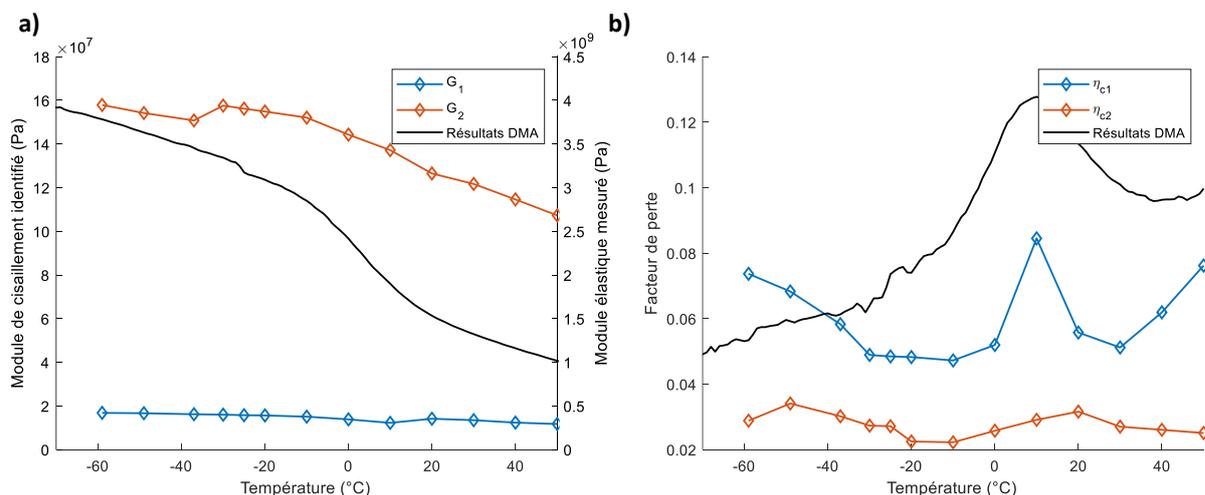


Figure 97 : Comparaison des résultats de l'identification des propriétés vibratoires grâce à la méthode inverse avec les résultats obtenus par DMA concernant le module de cisaillement (a) et le facteur de perte (b) du cœur A

Concernant le cœur A ((iPP / iPP-*g*-MAH 80 %m / 20 %m), le module de cisaillement identifié par la méthode inverse augmente avec la température qui diminue de la même façon que le module élastique mesuré par DMA. Cependant l'épaulement dû à la transition vitreuse observé en DMA n'est pas observé. Pour le facteur de perte du cœur viscoélastique, cette fois la même transition vitreuse qu'en DMA est plus facilement visible et les valeurs identifiées lors des essais vibratoires plus proches, même si celles identifiées par la méthode inverse sont légèrement inférieures à celles obtenues par DMA. Ainsi les évolutions en température des paramètres mécaniques du cœur viscoélastique dans la structure sandwich en conditions vibratoires sont similaires à celles obtenues avec le matériau seul en DMA.

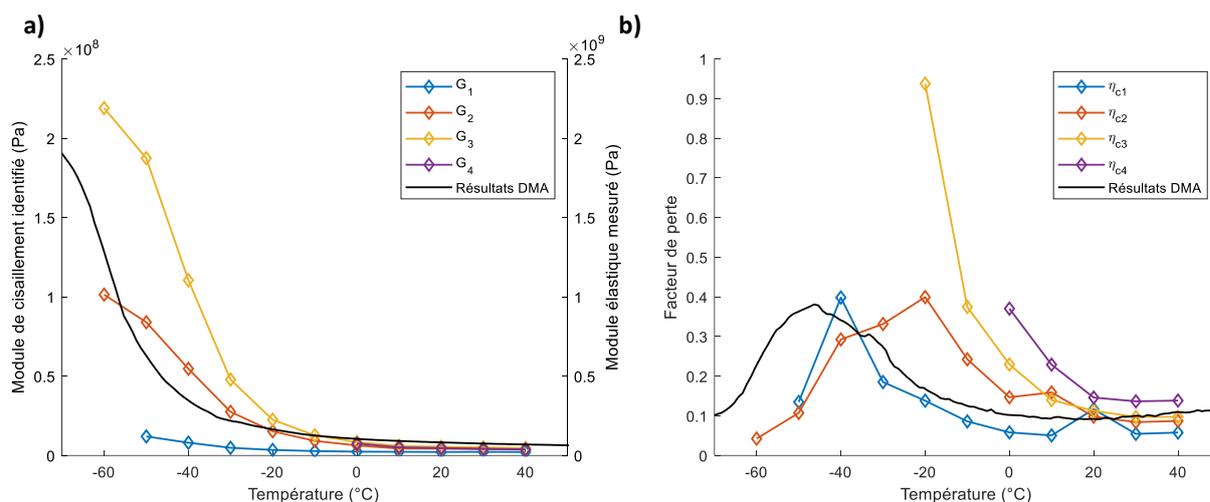


Figure 98 : Comparaison des résultats de l'identification des propriétés vibratoires grâce à la méthode inverse avec les résultats obtenus par DMA concernant le module de cisaillement (a) et le facteur de perte (b) du cœur B

Quant au second cœur viscoélastique, le SEBS-*g*-MAH, on peut observer que les variations du module de cisaillement identifié sont très proches de celle observée par DMA, à savoir des valeurs très faibles dans le domaine caoutchoutique (au-dessus de la température de transition vitreuse) suivi d'une forte augmentation passée la température de transition vitreuse dans le domaine vitreux. Les valeurs atteintes par le module de cisaillement du SEBS-*g*-MAH à basse température sont d'ailleurs du même ordre de grandeur que celle obtenues pour l'iPP / iPP-*g*-MAH 80 %m / 20 %m.

Pour ce qui est du facteur de perte, chaque courbe possède des allures similaires avec cependant un léger décalage en température. En effet la valeur maximum du facteur de perte correspondant à la transition vitreuse est atteinte pour une température plus faible en DMA qu'avec la méthode inverse sur les résultats vibratoires. En augmentant le numéro du mode, donc en augmentant la fréquence, cette température correspondant à la température de transition vitreuse se décale légèrement vers les hautes températures. Ce phénomène est expliqué par le principe d'équivalence temps-température des matériaux viscoélastiques. En effet augmenter la fréquence équivaut à augmenter la température. Les résultats de DMA obtenus avec une sollicitation de 1 Hz équivaut donc à une température plus faible que le premier mode de résonance observé entre 50 et 75 Hz qui lui-même équivaut à une température plus faible que les modes suivants ayant des fréquences propres plus élevées.

IV.4.4) Évolution des propriétés filtrantes

Une fois les propriétés vibratoires des deux structures homogènes étudiées en fonction de la température, il convient de s'intéresser à la structure périodique présentant une alternance des deux matériaux utilisés dans les structures homogènes. Cet échantillon est donc étudié dans les mêmes conditions expérimentales que les poutres à structures homogènes. De plus, étant donné que les paramètres vibratoires des deux cœurs viscoélastiques le composant ont été caractérisés sur la gamme de température retenue pour l'étude, il est possible de calculer

numériquement le comportement vibratoire à ces différentes températures de la structure périodique. Une comparaison des résultats expérimentaux et des résultats des calculs numériques est illustrée sur la Figure 99.

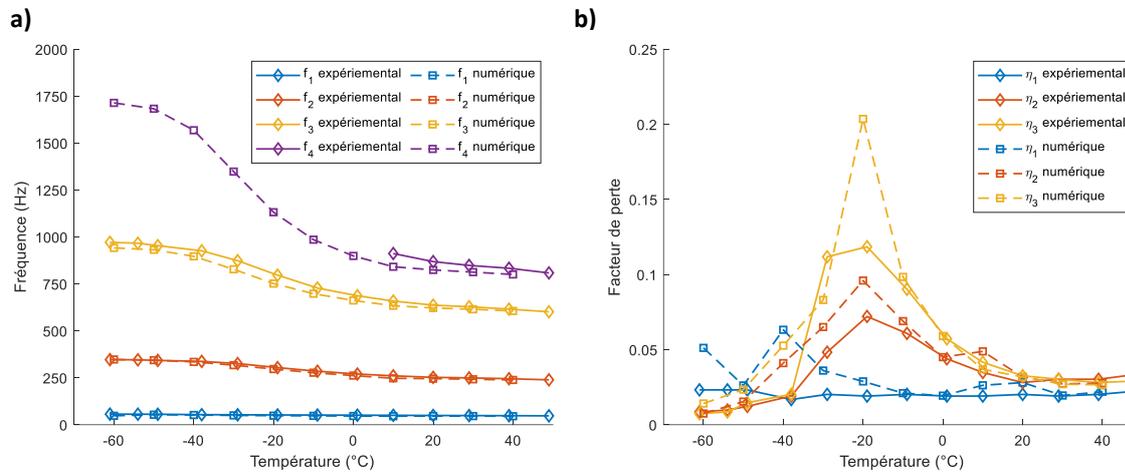


Figure 99 : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques des fréquences de résonance (a) et du facteur de perte (b) de la poutre sandwich périodique possédant 2 motifs périodiques composés des cœurs A et B

Les résultats expérimentaux comme les résultats des calculs numériques montrent la présence du Band Gap entre le mode 2 et le mode 3 car la structure périodique est constituée de deux motifs périodiques. Cependant, ce Band Gap tend à disparaître lorsque la température diminue, provoquant ainsi un comportement vibratoire proche d'une structure non périodique.

Quant à l'évolution de l'amortissement, on retrouve un maximum situé autour de -20 °C correspondant à la transition vitreuse du SEBS-*g*-MAH. Il est également à noter que les valeurs des facteurs de perte sont similaires qu'elles soient obtenues expérimentalement ou bien numériquement.

Afin de mieux comprendre l'impact de la diminution de la température sur les propriétés vibratoires de la structure sandwich périodique, il est nécessaire de le comparer avec les résultats obtenus sur les deux poutres homogènes possédant chacun un matériau du motif périodique. Pour des raisons techniques, les poutres non périodiques utilisés n'ont pas la même géométrie que celle de la poutre périodique. Ainsi, pour pouvoir faire des comparaisons entre eux, il est nécessaire de recalculer numériquement les résultats des structures non périodiques avec des paramètres géométriques égaux à ceux de la structure périodique. Les résultats sont illustrés sur la Figure 100.

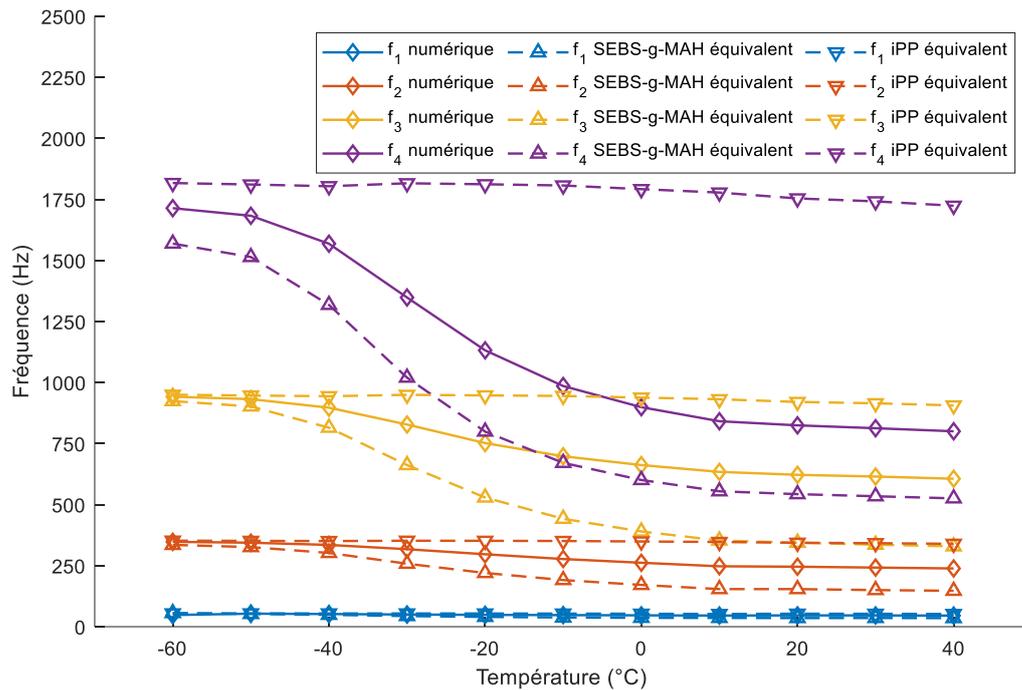


Figure 100 : Évolution en température des fréquences de résonance calculées numériquement de la structure périodique et de celles des deux structures homogènes équivalentes ayant les cœurs viscoélastiques A et B.

Les fréquences de résonance de la poutre sandwich périodique restent comprises entre les deux poutres sandwichs homogènes, plus élevées que le celui composé du cœur viscoélastique souple et plus faibles que celui composé du cœur viscoélastique rigide. A basse température (en dessous de la transition vitreuse du SEBS-*g*-MAH), le Band Gap entre le deuxième et troisième mode disparaît peu à peu. Cela implique que le comportement vibratoire de la structure sandwich périodique s'apparente à celui d'une structure non périodique. Ceci est dû au rapprochement des propriétés mécaniques des cœurs viscoélastiques.

Afin de pouvoir visualiser cette disparition du Band Gap et donc de la disparition des propriétés filtrantes du matériaux, on peut s'intéresser à l'évolution de la largeur relative de ce Band Gap. L'évolution du ratio R_{BG} , défini avec l'équation (III-41), en fonction de la température pour la poutre sandwich présentant une structure périodique est montrée sur la Figure 101.

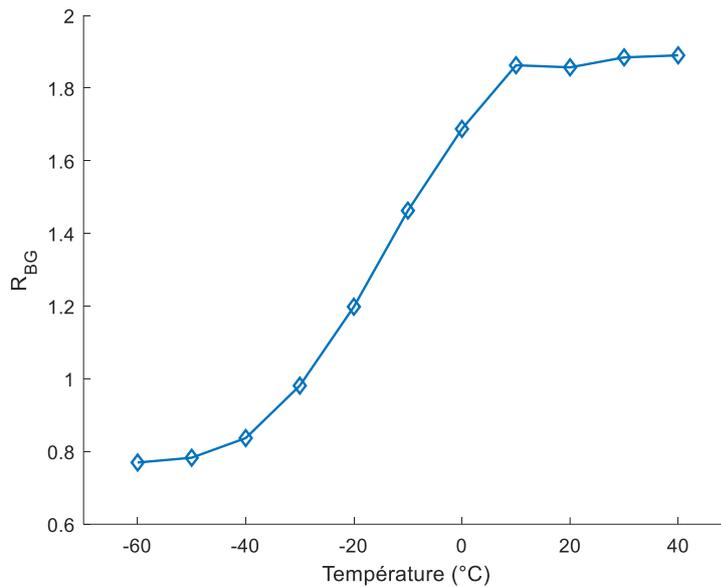


Figure 101 : Évolution de la largeur relative du Band Gap de la structure périodique calculée numériquement en fonction de la température

Il est possible d'observer que pour la structure périodique, la valeur du ratio est comprise entre 1,8 et 1,9 autour de la température ambiante. Lorsque la température diminue en dessous de 0 °C, la valeur de R_{BG} diminue également. Ce rapport passe d'ailleurs en dessous de 1 autour de -30 °C, donc au moment de la transition vitreuse du SEBS-*g*-MAH. Cela signifie la disparition du Band Gap et le passage à un comportement vibratoire analogue à celui d'une structure homogène ne présentant pas de périodicité dans le cœur viscoélastique.

En conclusion, une poutre sandwich périodique permet d'obtenir passivement des propriétés filtrantes à température ambiante. Ces propriétés disparaissent quand la température baisse et plus précisément lorsqu'elle atteint la température de transition vitreuse du matériau souple. Cependant lors de cette transition vitreuse, l'amortissement passif dû à la viscoélasticité du polymère est beaucoup plus élevée. Une fois la température inférieure à la transition vitreuse, la structure périodique perd totalement ses propriétés filtrantes et ses propriétés amortissantes retournent à une valeur normale. Ainsi la température de transition vitreuse du matériau constituant le cœur viscoélastique souple représente la température minimum d'utilisation des poutres sandwichs possédant une structure périodique.

IV.5) Conclusion

Dans ce chapitre, une identification des lois de comportement viscoélastique des différents matériaux de l'étude a été réalisée. Cette identification a été effectuée par une méthode inverse sur des résultats vibratoires expérimentaux sur des structures sandwichs homogènes non périodiques pour chaque matériau. Des modèles polynomiaux ainsi que des modèles de Maxwell généralisés ont été identifiés pour décrire la dépendance en fréquence des couples (G, η) pour chaque matériau. Cependant, le manque de mode propre observée ainsi que les

artefacts présents sur les spectres expérimentaux limitent l'utilisation de modèles de Maxwell généralisés. Les modèles polynomiaux ont alors été choisis pour les calculs numériques des propriétés vibratoires des structures périodiques.

Les perspectives seraient alors d'améliorer l'indentification des modèles de Maxwell généralisés par des études expérimentales approfondies sur les structures homogènes ; ou bien, l'utilisation d'autres modèles viscoélastiques plus appropriés aux données expérimentales.

La périodicité de la couche centrale viscoélastique a ensuite été étudiée afin de décrire l'impact de cette périodicité sur les propriétés vibratoires. La présence de Band Gaps a été observée aussi bien sur les résultats numériques que sur les résultats expérimentaux. Cela traduit des comportements filtrants de ce type de structure. L'intérêt de ces propriétés filtrantes se situe principalement à basse fréquence où l'amortissement passif des structures sandwich à cœur viscoélastique est le moins efficace.

Enfin, l'impact de la diminution de la température sur ces propriétés filtrantes a été étudié. Comme pour l'étude à température ambiante, une identification expérimentale a d'abord été effectuée sur les structures homogènes à différentes températures pour déterminer l'évolution des comportements vibratoires des différents matériaux viscoélastiques de l'étude. Une fois cette identification effectuée, la mesure des propriétés filtrantes à ces mêmes températures a permis de mettre en évidence la disparition des propriétés filtrantes lorsque la température diminue en dessous de la température de transition vitreuse du matériau souple.

Conclusion générale et perspectives

Les objectifs de ces travaux de thèse ont porté sur la conception de structures sandwichs à cœur viscoélastique alliant un amortissement passif des vibrations avec les propriétés filtrantes afin d'améliorer le contrôle des vibrations notamment à basses fréquences. De tels matériaux ont vocation à être utilisés dans un contexte industriel, notamment dans l'industrie automobile, car ils permettent un allègement des pièces structurantes tout en améliorant la fiabilité ainsi que le confort vibratoire. Les pièces exemples visées sont les châssis de véhicule. Cet enjeu d'allier l'allègement et l'augmentation des performances d'une part et le confort des passagers d'autre part est au cœur de la transition écologique pour tendre vers des véhicules consommant moins de carburant sans concession de performance ou de confort.

Pour ces travaux de thèse, des échantillons d'études sont des poutres sandwichs intégrant un cœur viscoélastique périodique. Ces poutres sont constituées de deux faces d'aluminium et d'un cœur composé de deux polymères viscoélastiques. Le premier polymère est un mélange d'iPP et d'iPP-*g*-MAH à 20 %m d'iPP-*g*-MAH. Ce mélange est élaboré pour obtenir des propriétés mécaniques proches de celles de l'iPP tout en assurant une bonne adhésion chimique à l'aluminium grâce aux groupements d'anhydride maléique de l'iPP-*g*-MAH. Le second polymère est un élastomère thermoplastique également présentant des groupements d'anhydride maléique : le SEBS-*g*-MAH. Son caractère élastomérique le rend beaucoup moins rigide que le mélange d'iPP et d'iPP-*g*-MAH. Cette différence de module élastique est nécessaire pour assurer un contraste favorable à l'apparition des propriétés filtrantes de la structure sandwich périodique.

En parallèle, un modèle numérique a été développé pour résoudre le problème aux valeurs propres de ces structures sandwichs présentant une périodicité au sein du cœur viscoélastique. Ce modèle numérique a été adapté d'un modèle numérique des propriétés vibratoires de structures sandwichs à cœur homogène. Il repose sur une résolution par éléments finis où les matrices de masse et de rigidité élémentaires changent en fonction du matériau lors de l'assemblage des matrices globales. Une fois le modèle développé, ce dernier a permis d'étudier l'impact de différents facteurs sur les propriétés filtrantes de la structure par des études paramétriques. Ces facteurs sont à la fois géométriques et mécaniques. Les résultats obtenus ont démontré la nécessité d'avoir un contraste en termes de modules élastiques et de densités pour les matériaux de cœur.

Enfin, une étude expérimentale a été menée et les résultats expérimentaux et numériques ont été comparés. Les paramètres mécaniques des différents cœurs viscoélastiques nécessaires au calcul numérique ont d'abord été obtenus séparément par une méthode inverse sur des structures sandwichs homogènes afin de déterminer ces propriétés mécaniques en prenant

en compte la fonctionnalisation en structure sandwich. Cette méthode permet également de prendre en compte la dépendance en fréquence de ces paramètres mécaniques.

A partir des paramètres identifiés, les calculs numériques permettent d'obtenir des résultats très similaires avec ceux obtenus expérimentalement pour des structures présentant une périodicité dans la couche centrale viscoélastique. Ces dernières présentent, en plus de l'amortissement passif, un regroupement des fréquences propres par paquets, laissant ainsi des plages de fréquences sans aucune résonance, appelées Band Gap. Ces Band Gaps ont alors été étudiés. Des tendances d'aide à la conception ont pu être identifiées. Augmenter le nombre de répétitions du motif périodique permet d'agrandir la largeur de ces Band Gaps avec un déplacement vers les hautes fréquences. Abaisser la température d'utilisation jusqu'à la température de transition vitreuse de l'élastomère a pour effet d'augmenter grandement la rigidité de ce dernier entraînant une disparition progressive des propriétés filtrantes de la structure périodique.

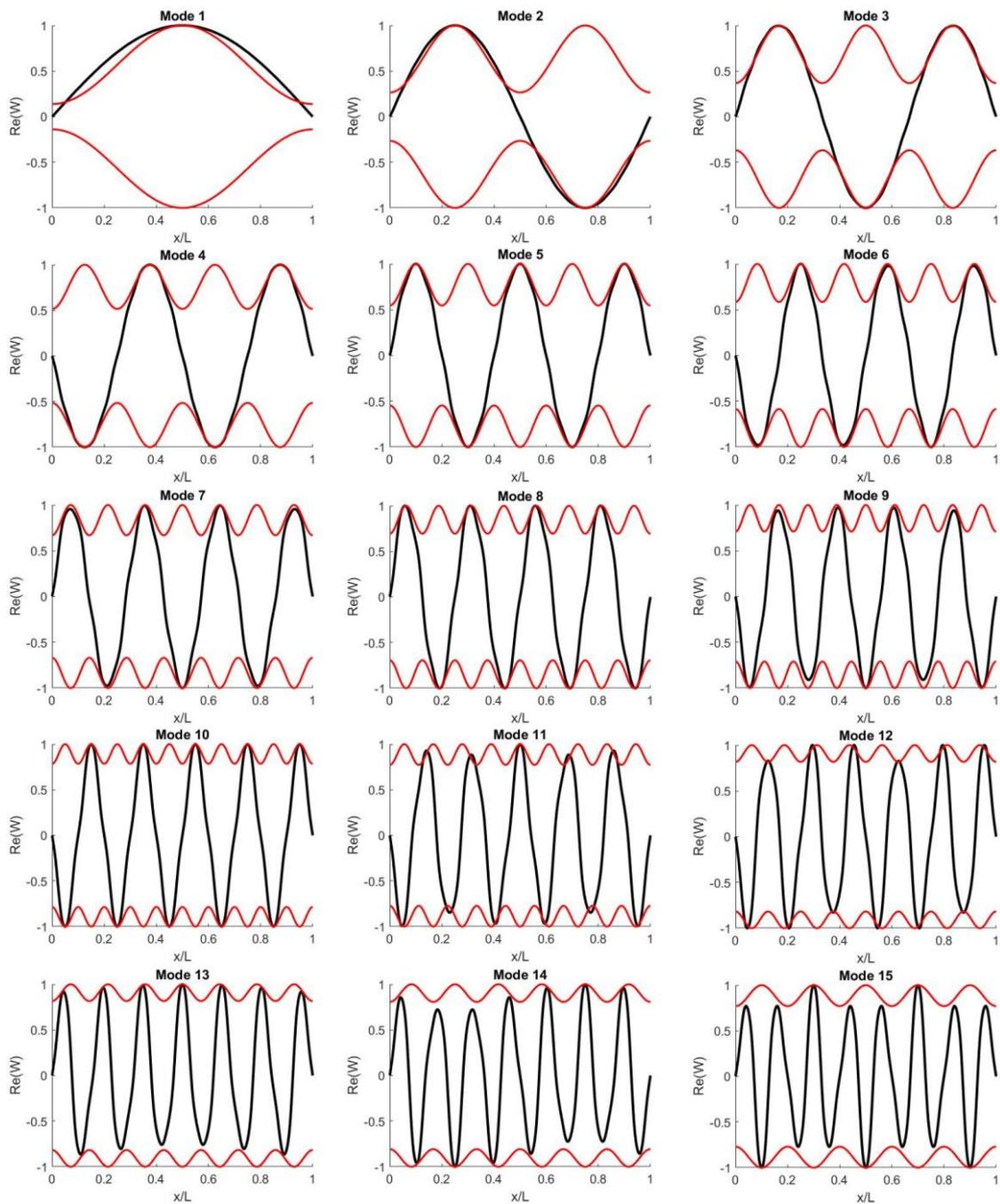
Dans une optique industrielle des structures sandwichs à cœur viscoélastique et périodique, il sera possible d'adapter la conception de la structure pour que le Band Gap soit situé sur une plage de fréquence particulière. Pour une structure à géométrie fixée et sollicitée par des vibrations en basses fréquences déterminées, il est possible d'identifier les modes propres et ainsi construire d'une périodicité rejetant les fréquences en dehors d'une bande interdite. La pièce mécanique subira alors moins de fatigue mécanique ainsi que produira moins de nuisance sonore améliorant significativement la fiabilité du véhicule ainsi que le confort des usagers.

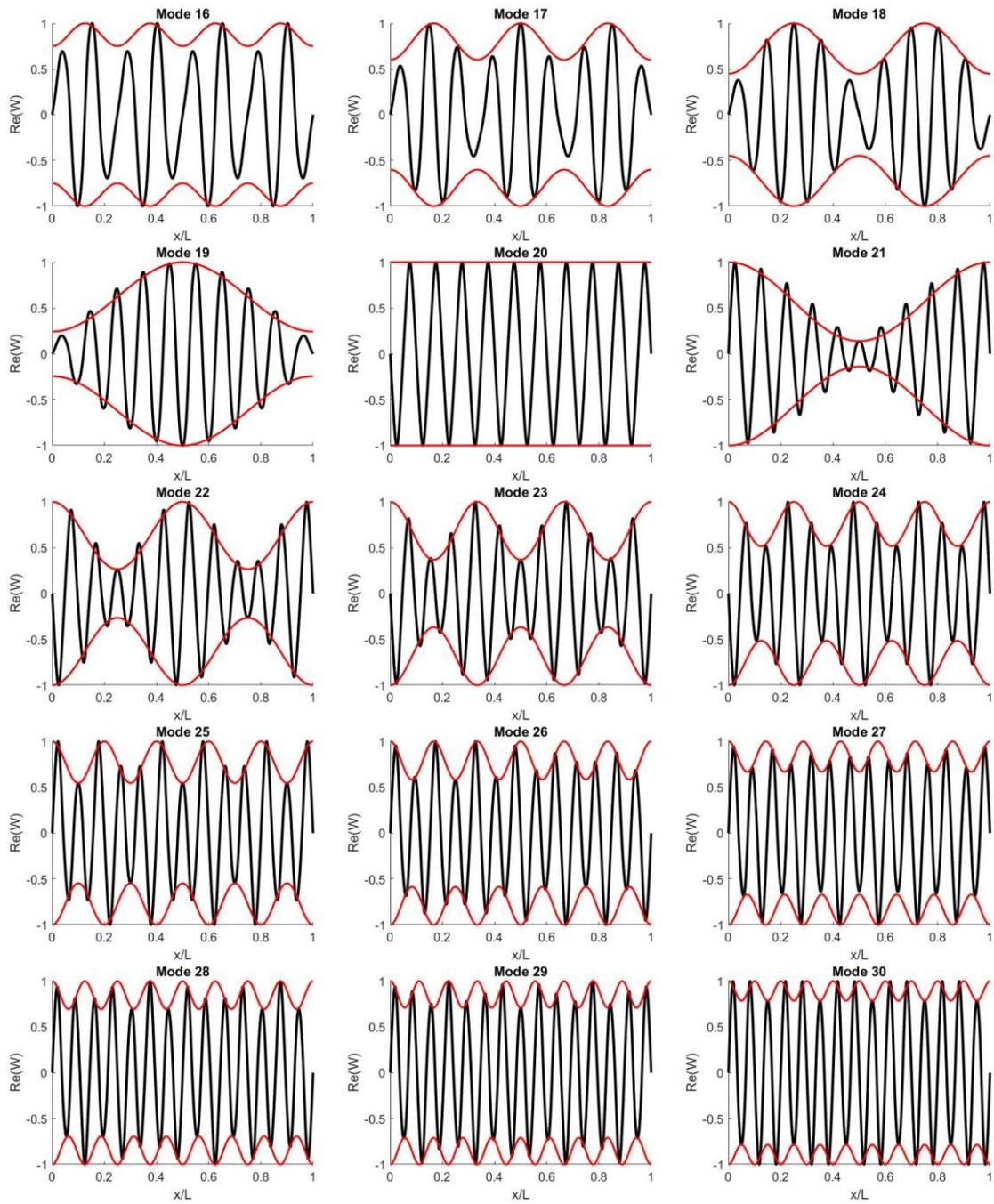
Ces travaux de recherche ouvrent la voie à diverses perspectives d'études. Si la périodicité étudiée dans cet ouvrage se situe dans la longueur de la structure, il est possible de considérer d'autres types de périodicité. En effet, des structures présentant des arrangements périodiques de différents matériaux viscoélastiques dans l'épaisseur ou bien dans la largeur pour des structures en plaques. Des structures complexes en 3D peuvent également être un axe de recherche potentiel. Ce type de structure, rendu accessible grâce à la fabrication additive, permet un allègement structurel conséquent notamment par des structures alvéolaires. Les outils numériques permettent d'adapter la conception de la structure pour obtenir les propriétés vibratoires désirées. Il est également possible de remplir les alvéoles de la couche centrale du sandwich par un matériau ayant un caractère très visqueux pour améliorer l'amortissement passif des vibrations.

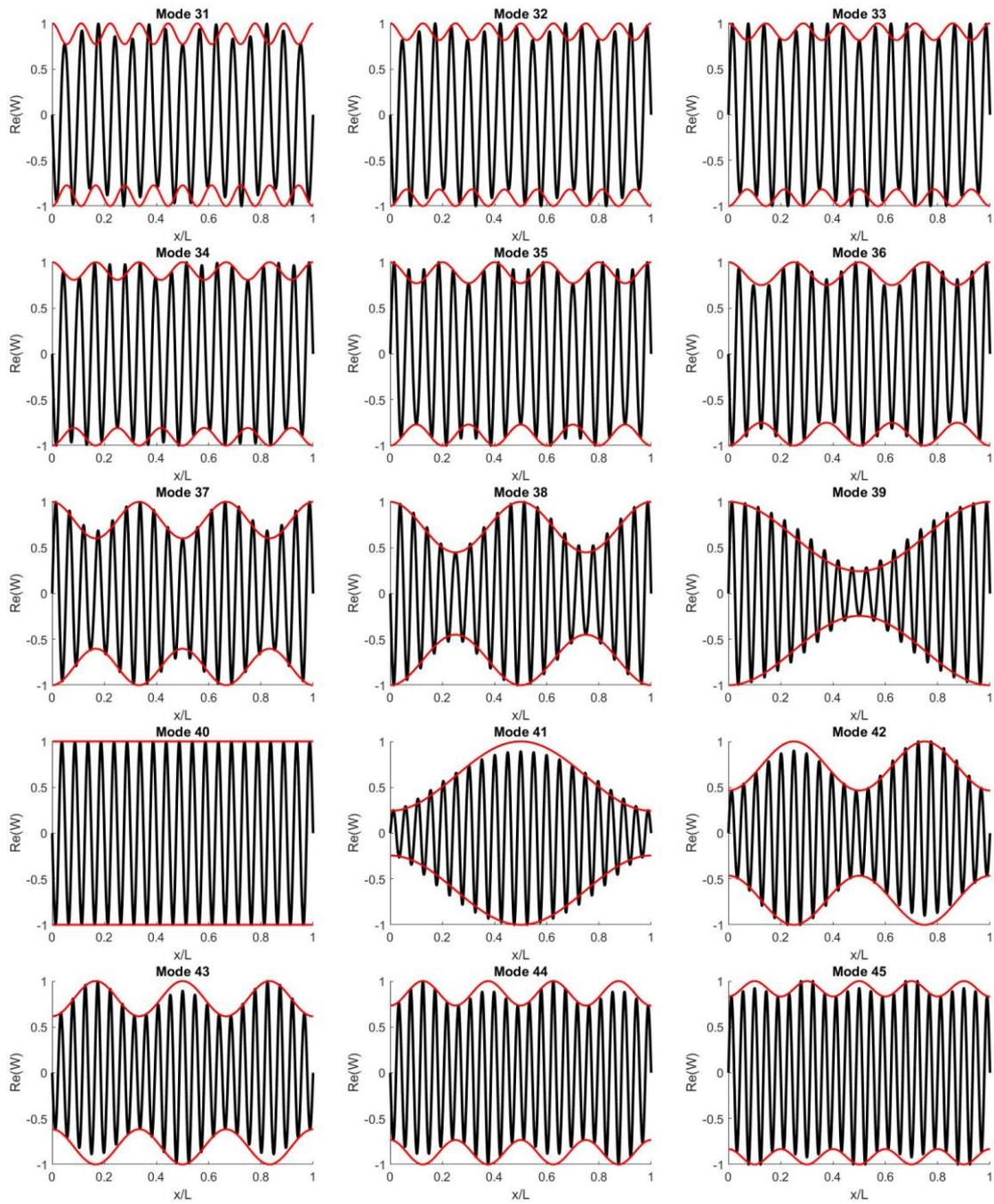
Un autre axe de travail potentiel se situe dans le choix des matériaux viscoélastiques. Les nombreux travaux sur le développement de matériaux composites à matrice polymère permet d'obtenir d'autres propriétés que la viscoélasticité des matériaux polymères. Ces propriétés vont de l'augmentation de la rigidité par l'ajout de différentes fibres mais encore l'apparition de propriétés diélectriques par l'ajout de nanoparticules de graphite ou de graphène.

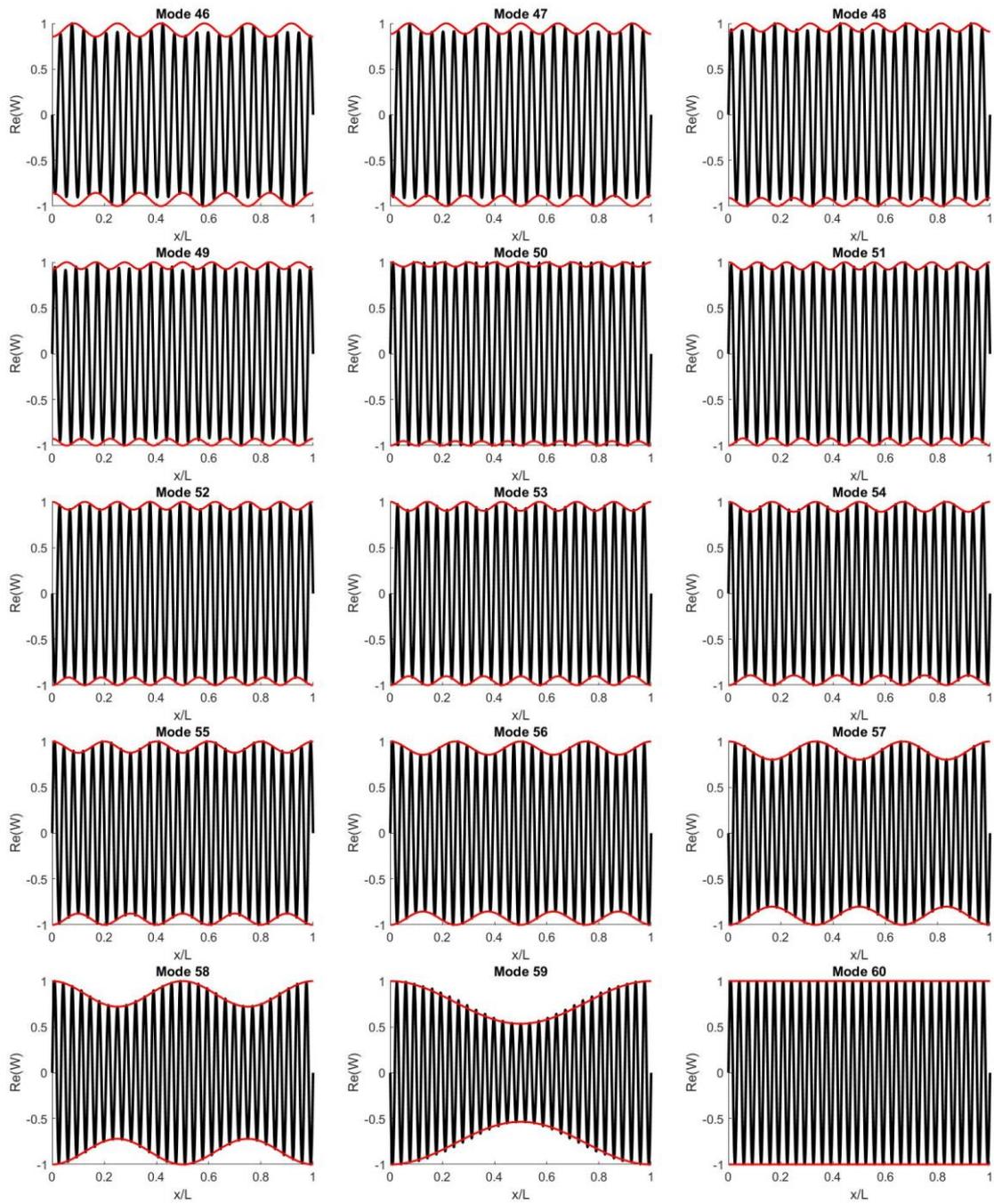
Annexe A

Modulation des modes propres de la structure de type « ABBA »



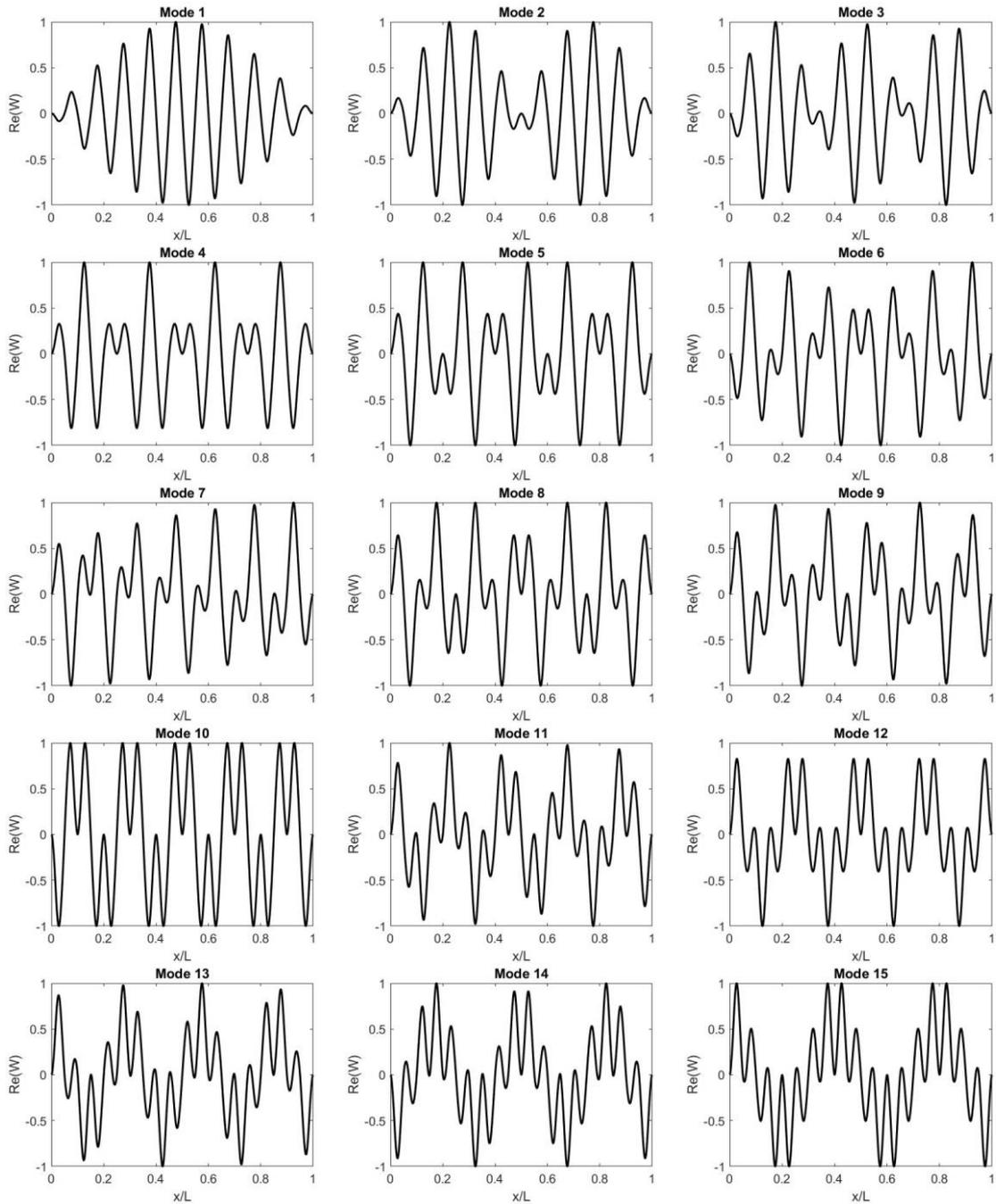


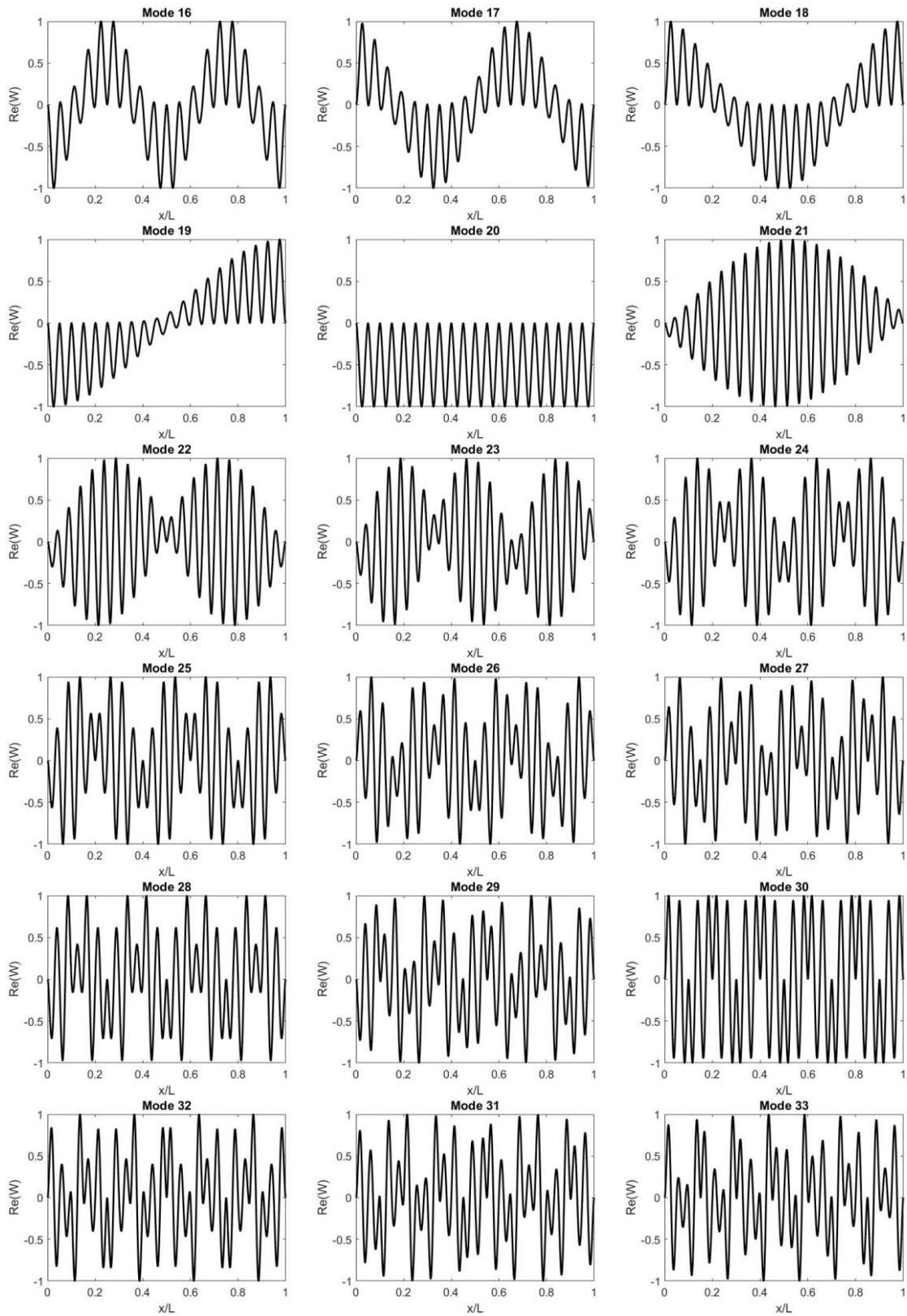


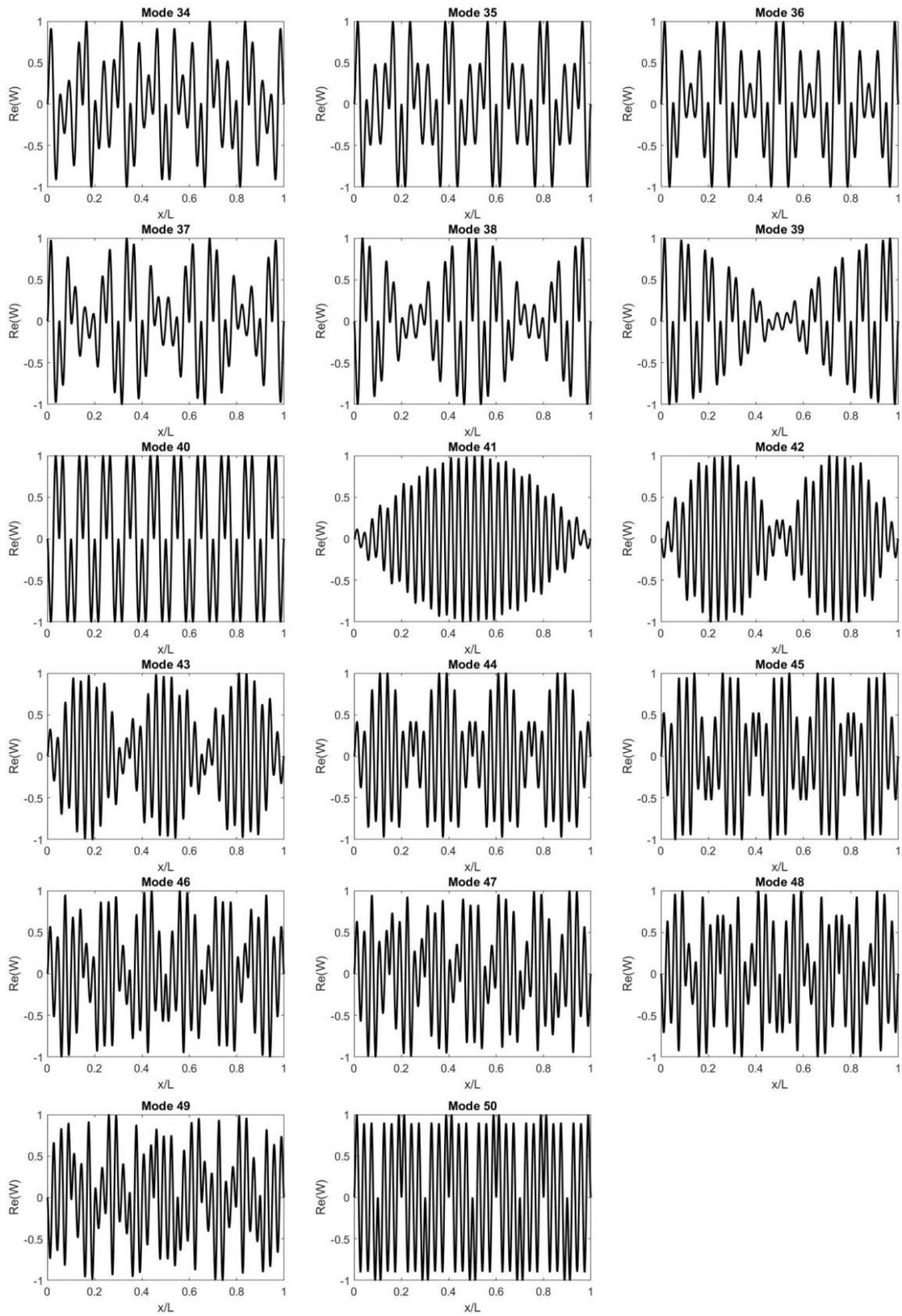


Annexe B

Modes propres de la structure de type « ABBA » avec des appuis simples entre chaque motif périodique







Bibliographie

- [1] M. Combe, L'industrie automobile peine à augmenter la quantité de plastique recyclé, *Techniques de l'Ingénieur*. (2020).
- [2] L. Nouvelle, 2021, année de la reprise pour l'industrie des plastiques, (2022).
- [3] G. Natta, P. Pino, P. Corradini, F. Danusso, E. Mantica, G. Mazzanti, G. Moraglio, Crystalline High Polymers of Alpha-Olefins, *J. Am. Chem. Soc.* 77 (1955) 1708–1710.
- [4] G. Natta, P. Corradini, Structure and Properties of Isotactic Polypropylene, in: G. Natta, F. Danusso (Eds.), *Stereoregular Polymers and Stereospecific Polymerizations*, Pergamon, 1967: pp. 743–746.
- [5] H.D. Keith, F.J. Padden, N.M. Walter, H.W. Wyckoff, Evidence for a Second Crystal Form of Polypropylene, *Journal of Applied Physics*. 30 (1959) 1485–1488.
- [6] A. Turner-Jones, A.J. Cobbold, The β crystalline form of isotactic polypropylene, *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Letters*. 6 (1968) 539–546.
- [7] S.V. Meille, D.R. Ferro, S. Brückner, A.J. Lovinger, F.J. Padden, Structure of β -isotactic polypropylene: a long-standing structural puzzle, *Macromolecules*. 27 (1994) 2615–2622.
- [8] B. Lotz, S. Kopp, D. Dorset, An original crystal-structure of polymers with ternary helices, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Serie II*. 319 (1994) 187–192.
- [9] B. Lotz, J.C. Wittmann, A.J. Lovinger, Structure and morphology of poly(propylenes): a molecular analysis, *Polymer*. 37 (1996) 4979–4992.
- [10] Y.-S. Jun, J. Um, G. Jiang, A. Yu, A study on the effects of graphene nano-platelets (GnPs) sheet sizes from a few to hundred microns on the thermal, mechanical, and electrical properties of polypropylene (PP)/GnPs composites., *Express Polymer Letters*. 12 (2018).
- [11] E.J. Addink, J. Beintema, Polymorphism of crystalline polypropylene, *Polymer*. 2 (1961) 185–193.
- [12] K. Mezghani, P.J. Phillips, The γ -phase of high molecular weight isotactic polypropylene. II: The morphology of the γ -form crystallized at 200 MPa, *Polymer*. 38 (1997) 5725–5733.
- [13] K. Mezghani, P.J. Phillips, γ -Phase in propylene copolymers at atmospheric pressure, *Polymer*. 36 (1995) 2407–2411.
- [14] R.J. Samuels, *Structured polymer properties*, Wiley, 1974.
- [15] S.V. Meille, S. Brückner, J.B. Lando, The structure of γ -polypivalolactone: a combined analysis of single-crystal electron diffraction data and powder X-ray diffraction profiles with the Rietveld method, *Polymer*. 30 (1989) 786–792.
- [16] P.S. Ravishankar, *Treatise on EPDM, Rubber Chemistry and Technology*. 85 (2012) 327–349.
- [17] C. Kartout, Vieillissement thermo-oxydant et rupture d'un EPDM, phdthesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2016.
- [18] R.A. Orza, P.C.M.M. Magusin, V.M. Litvinov, M. van Duin, M.A.J. Michels, Solid-State ^1H NMR Study on Chemical Cross-Links, Chain Entanglements, and Network Heterogeneity in Peroxide-Cured EPDM Rubbers, *Macromolecules*. 40 (2007) 8999–9008.

- [19] H.G. Dikland, Influence of chemical composition and molecular structure of EPDM on peroxide crosslinking efficiency, *Kautsch. Gummi Kunstst.* 49 (1996) 413–417.
- [20] A.K. Chakraborty, H.T. Davis, M. Tirrell, A molecular orbital study of the interactions of acrylic polymers with aluminum: Implications for adhesion, *J. Polym. Sci. A Polym. Chem.* 28 (1990) 3185–3219.
- [21] S. Thery, D. Jacquet, M. Mantel, A Study of Chemical Interactions at the Stainless Steel/Polymer Interface by Infrared Spectroscopy. Part 1: Interaction Mechanisms Between Succinic Anhydride and 304 Stainless Steel, *The Journal of Adhesion.* 56 (1996) 1–13.
- [22] Y. Minoura, M. Ueda, S. Mizunuma, M. Oba, The reaction of polypropylene with maleic anhydride, *J. Appl. Polym. Sci.* 13 (1969) 1625–1640.
- [23] R. Zhang, Y. Zhu, J. Zhang, W. Jiang, J. Yin, Effect of the initial maleic anhydride content on the grafting of maleic anhydride onto isotactic polypropylene, *Journal of Polymer Science Part A: Polymer Chemistry.* 43 (2005) 5529–5534.
- [24] S.H.P. Bettini, J. a. M. Agnelli, Grafting of maleic anhydride onto polypropylene by reactive extrusion, *Journal of Applied Polymer Science.* 85 (2002) 2706–2717.
- [25] D. Shi, J. Yang, Z. Yao, Y. Wang, H. Huang, W. Jing, J. Yin, G. Costa, Functionalization of isotactic polypropylene with maleic anhydride by reactive extrusion: mechanism of melt grafting, *Polymer.* 42 (2001) 5549–5557.
- [26] L. Cui, D.R. Paul, Evaluation of amine functionalized polypropylenes as compatibilizers for polypropylene nanocomposites, *Polymer.* 48 (2007) 1632–1640.
- [27] A. Létoffé, S. Hoppe, R. Lainé, N. Canilho, A. Pasc, D. Rouxel, R.J. Jiménez Riobóo, S. Hupont, I. Royaud, M. Ponçot, Resilience improvement of an isotactic polypropylene-g-maleic anhydride by crosslinking using polyether triamine agents, *Polymer.* 179 (2019) 121655.
- [28] A. Létoffé, S.M. García-Rodríguez, S. Hoppe, N. Canilho, O. Godard, A. Pasc, I. Royaud, M. Ponçot, Switching from brittle to ductile isotactic polypropylene-g-maleic anhydride by crosslinking with capped-end polyether diamine, *Polymer.* 164 (2019) 67–78.
- [29] A. Letoffe, M. Ponçot, T. Huchard, S. Hupont, S. Hoppe, I. Royaud, Real-time Raman spectroscopy measurements to monitor the effect of polypropylene crosslinking on its true mechanical behaviour, *Journal of Raman Spectroscopy.* n/a (2021).
- [30] A. Letoffe, Elaboration et caractérisation d'une matrice polypropylène chimiquement modifiée et chargée GNP/graphène fonctionnalisés, These en préparation, Université de Lorraine, 2016.
- [31] Y. Güldoğan, S. Eğri, Z.M.O. Rzaev, E. Pişkin, Comparison of maleic anhydride grafting onto powder and granular polypropylene in the melt by reactive extrusion, *Journal of Applied Polymer Science.* 92 (2004) 3675–3684.
- [32] M. Taşdemir, E. Uluğ, Mechanical, Morphological and Thermal Properties of SEBS, SIS and SBR-type Thermoplastic Elastomers Toughened High Impact Polystyrene, *Polymer-Plastics Technology and Engineering.* 51 (2012) 164–169.
- [33] A.J. Oshinski, H. Keskkula, D.R. Paul, Rubber toughening of polyamides with functionalized block copolymers: 1. Nylon-6, *Polymer.* 33 (1992) 268–283.
- [34] M. Modic, L. Pottick, Modification and Compatibilization of Nylon-6 with Functionalized Styrenic Block-Copolymers, *Polym. Eng. Sci.* 33 (1993) 819–826.
- [35] S. Horiuchi, N. Matchariyakul, K. Yase, T. Kitano, H.K. Choi, Y.M. Lee, Compatibilizing effect of a maleic anhydride functionalized SEBS triblock elastomer through a reaction

- induced phase formation in the blends of polyamide 6 and polycarbonate: 1. Morphology and interfacial situation, *Polymer*. 37 (1996) 3065–3078.
- [36] S. Horiuchi, N. Matchariyakul, K. Yase, T. Kitano, H.K. Choi, Y.M. Lee, Compatibilizing effect of maleic anhydride functionalized SEBS triblock elastomer through a reaction induced phase formation in the blends of polyamide6 and polycarbonate: 2. Mechanical properties, *Polymer*. 38 (1997) 59–78.
- [37] S. Horiuchi, N. Matchariyakul, K. Yase, T. Kitano, H.K. Choi, Y.M. Lee, Compatibilizing effect of a maleic anhydride functionalized SEBS triblock elastomer through a reaction induced phase formation in the blends of polyamide6 and polycarbonate—III. Microscopic studies on the deformation mechanism, *Polymer*. 38 (1997) 6317–6326.
- [38] Polystyrene-block-poly(ethylene-ran-butylene)-block-polystyrene-graft-maleic anhydride - Sigma Aldrich - <http://www.sigmaaldrich.com/>, (n.d.).
- [39] S. Bistac, M.F. Vallat, J. Schultz, Adhesion in Polymer/Steel Sandwiches, *The Journal of Adhesion*. 56 (1996) 205–215.
- [40] B. Schneider, O.-D. Hennemann, W. Possart, The Adhesion of Maleic Anhydride on Native Aluminum Oxide: An Approach by Infrared Spectroscopy and Quantum Mechanical Modeling, *The Journal of Adhesion*. 78 (2002) 779–797.
- [41] C.-S. Liang, Z.-F. Lv, Y. Bo, J.-Y. Cui, S.-A. Xu, Effect of modified polypropylene on the interfacial bonding of polymer–aluminum laminated films, *Materials & Design*. 81 (2015) 141–148.
- [42] J. Chen, K. Du, X. Chen, Y. Li, J. Huang, Y. Wu, C. Yang, X. Xia, Influence of surface microstructure on bonding strength of modified polypropylene/aluminum alloy direct adhesion, *Applied Surface Science*. 489 (2019) 392–402.
- [43] M.-A. Chen, H.-Z. Li, X.-M. Zhang, Improvement of shear strength of aluminium-polypropylene lap joints by grafting maleic anhydride onto polypropylene, *International Journal of Adhesion and Adhesives*. 27 (2007) 175–187.
- [44] Y. Liu, Y. Shigemoto, T. Hanada, T. Miyamae, K. Kawasaki, S. Horiuchi, Role of Chemical Functionality in the Adhesion of Aluminum and Isotactic Polypropylene, *ACS Appl. Mater. Interfaces*. 13 (2021) 11497–11506.
- [45] V. Astigarraga, K. Gondra, Á. Valea, G.P. Aurrekoetxea, Improvement of adhesive bonding of polypropylene and maleic anhydride grafted polypropylene blends to aluminium by means of addition of cyclic butylene terephthalate, *The Journal of Adhesion*. 95 (2019) 286–307.
- [46] E. Lafranche, S. Macedo, P. Ferreira, C.I. Martins, Thin wall injection-overmoulding of polyamide 6/polypropylene multilayer parts: PA6/PP-g-ma interfacial adhesion investigations, *Journal of Applied Polymer Science*. n/a (2020) 50294.
- [47] J. Mandel, Sur les corps viscoélastiques à comportement linéaire, *Compte Rendu de l'académie Des Sciences*. 241 (1955) 1920–1912.
- [48] R.M. Christensen, L.B. Freund, *Theory of viscoelasticity, an introduction*, (1984).
- [49] J. Salençon, *Viscoélasticité (Viscoelasticity)*, Presses de l'Ecole Nationale Des Ponts et Chaussées, Paris. (1983).
- [50] B. Persoz, *La rhéologie. Monographie*, Masson et Cie, éditeur, 1969.
- [51] M.A. Trindade, A. Benjeddou, R. Ohayon, Modeling of Frequency-Dependent Viscoelastic Materials for Active-Passive Vibration Damping, *J. Vib. Acoust.* 122 (2000) 169–174.
- [52] M.R. Haberman, *Design of High Loss Viscoelastic Composites through Micromechanical Modeling and Decision Based Materials Design*, Georgia Institute of Technology, 2007.

- [53] A.E. Love, A treatise on the mathematical theory of elasticity. 4-th edit, (1927).
- [54] E. Reissner, The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates, *Journal of Applied Mechanics*. 12 (1945) A69–A77.
- [55] R.D. Mindlin, Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates, *Journal of Applied Mechanics*. 18 (1951) 31–38.
- [56] J.N. Reddy, A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates, *Journal of Applied Mechanics*. 51 (1984) 745–752.
- [57] M. Touratier, An efficient standard plate theory, *International Journal of Engineering Science*. 29 (1991) 901–916.
- [58] D.K. Rao, Frequency and loss factors of sandwich beams under various boundary conditions, *Journal of Mechanical Engineering Science*. 20 (1978) 271–282.
- [59] M. Bilasse, Modélisation numérique des vibrations linéaires et non linéaires des structures sandwichs à âme viscoélastique, PhD Thesis, 2010.
- [60] H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry, E.M. Daya, Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites, *Composite Structures*. 84 (2008) 282–292.
- [61] E. Carrera, Historical review of Zig-Zag theories for multilayered plates and shells, *Applied Mechanics Reviews*. 56 (2003) 287–308.
- [62] H. Murakami, Laminated Composite Plate Theory With Improved In-Plane Responses, *Journal of Applied Mechanics*. 53 (1986) 661–666.
- [63] E.M. Kerwin, Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer, *The Journal of the Acoustical Society of America*. 31 (1959) 952–962.
- [64] D. ROSS, Damping of plate flexural vibrations by means of viscoelastic laminae, *Structural Damping*. (1959) 49–97.
- [65] E.E. Ungar, Loss Factors of Viscoelastically Damped Beam Structures, *The Journal of the Acoustical Society of America*. 34 (1962) 1082–1089.
- [66] E.E. Ungar, E.M. Kerwin, Loss Factors of Viscoelastic Systems in Terms of Energy Concepts, *The Journal of the Acoustical Society of America*. 34 (1962) 954–957.
- [67] Y.-Y. Yu, Damping of Flexural Vibrations of Sandwich Plates, *Journal of the Aerospace Sciences*. 29 (1962) 790–803.
- [68] R.A. DiTaranto, Theory of Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite-Length Beams, *Journal of Applied Mechanics*. 32 (1965) 881–886.
- [69] Y.P. Lu, J.W. Killian, G.C. Everstine, Vibrations of three layered damped sandwich plate composites, *Journal of Sound and Vibration*. 64 (1979) 63–71.
- [70] C.D. Johnson, D.A. Kienholz, Finite Element Prediction of Damping in Structures with Constrained Viscoelastic Layers, *AIAA Journal*. 20 (1982) 1284–1290.
- [71] M.L. Soni, Finite element analysis of viscoelastically damped sandwich structures, *Shock and Vibration Information Center The Shock and Vibration Bull*, Pt. 1 p 97-109. (1981).
- [72] E. mostafa Daya, M. Potier-Ferry, A shell finite element for viscoelastically damped sandwich structures, *Revue Européenne Des Éléments Finis*. 11 (2002) 39–56.
- [73] L. Duigou, E. Mostafa Daya, M. Potier-Ferry, Iterative algorithms for non-linear eigenvalue problems. Application to vibrations of viscoelastic shells, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 192 (2003) 1323–1335.
- [74] F. Abdoun, L. Azrar, E.M. Daya, M. Potier-Ferry, Forced harmonic response of viscoelastic structures by an asymptotic numerical method, *Computers & Structures*. 87 (2009) 91–100.
- [75] K.-J. Bathe, *Finite Element Procedures*, Klaus-Jurgen Bathe, 2006.

- [76] W.E. Arnoldi, The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem, *Quart. Appl. Math.* 9 (1951) 17–29.
- [77] B.-A. Ma, J.-F. He, A finite element analysis of viscoelastically damped sandwich plates, *Journal of Sound and Vibration.* 152 (1992) 107–123.
- [78] X. Chen, H.L. Chen, X.L. Hu, Damping Prediction of Sandwich Structures by Order-Reduction-Iteration Approach, *Journal of Sound and Vibration.* 222 (1999) 803–812.
- [79] E.M. Daya, M. Potier-Ferry, A numerical method for nonlinear eigenvalue problems application to vibrations of viscoelastic structures, *Computers & Structures.* 79 (2001) 533–541.
- [80] H. Voss, An Arnoldi Method for Nonlinear Eigenvalue Problems, *BIT Numerical Mathematics.* 44 (2004) 387–401.
- [81] E. Barkanov, E. Skukis, B. Petitjean, Characterisation of viscoelastic layers in sandwich panels via an inverse technique, *Journal of Sound and Vibration.* 327 (2009) 402–412.
- [82] I. Elkhaldi, I. Charpentier, E.M. Daya, A gradient method for viscoelastic behaviour identification of damped sandwich structures, *Comptes Rendus Mécanique.* 340 (2012) 619–623.
- [83] T. Wassereau, F. Ablitzer, C. Pézerat, J.-L. Guyader, Experimental identification of flexural and shear complex moduli by inverting the Timoshenko beam problem, *Journal of Sound and Vibration.* 399 (2017) 86–103.
- [84] W. Sun, Z. Wang, X. Yan, M. Zhu, Inverse identification of the frequency-dependent mechanical parameters of viscoelastic materials based on the measured FRFs, *Mechanical Systems and Signal Processing.* 98 (2018) 816–833.
- [85] K.S. Ledi, M. Hamdaoui, G. Robin, E.M. Daya, An identification method for frequency dependent material properties of viscoelastic sandwich structures, *Journal of Sound and Vibration.* 428 (2018) 13–25.
- [86] M. Hamdaoui, K.S. Ledi, G. Robin, E.M. Daya, Identification of frequency-dependent viscoelastic damped structures using an adjoint method, *Journal of Sound and Vibration.* 453 (2019) 237–252.
- [87] K.S. Ledi, Approche inverse pour l'identification des propriétés viscoélastiques de structures sandwichs amorties, PhD Thesis, Université de Lorraine, 2018.
- [88] A. Baz, J. Ro, Optimum Design and Control of Active Constrained Layer Damping, *Journal of Mechanical Design.* 117 (1995) 135–144.
- [89] H. Boudaoud, S. Belouettar, E.M. Daya, M. Potier-Ferry, A numerical method for nonlinear complex modes with application to active–passive damped sandwich structures, *Engineering Structures.* 31 (2009) 284–291.
- [90] J.S. Moita, A.L. Araújo, P. Martins, C.M. Mota Soares, C.A. Mota Soares, A finite element model for the analysis of viscoelastic sandwich structures, *Computers & Structures.* 89 (2011) 1874–1881.
- [91] N. Kumar, S.P. Singh, Vibration control of curved panel using smart damping, *Mechanical Systems and Signal Processing.* 30 (2012) 232–247.
- [92] P. Datta, M.C. Ray, Three-dimensional fractional derivative model of smart constrained layer damping treatment for composite plates, *Composite Structures.* 156 (2016) 291–306.
- [93] F.C. Bolat, S. Sivrioglu, Active Control of a Small-Scale Wind Turbine Blade Containing Magnetorheological Fluid, *Micromachines.* 9 (2018) 80.
- [94] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y.Y. Zhu, Z. Yang, C.T. Chan, P. Sheng, Locally Resonant Sonic Materials, *Science.* 289 (2000) 1734–1736.

- [95] H. Ammari, H. Kang, H. Lee, Asymptotic Analysis of High-Contrast Phononic Crystals and a Criterion for the Band-Gap Opening, *Arch Rational Mech Anal.* 193 (2009) 679–714.
- [96] X.-Z. Zhou, Y.-S. Wang, C. Zhang, Effects of material parameters on elastic band gaps of two-dimensional solid phononic crystals, *Journal of Applied Physics.* 106 (2009) 014903.
- [97] P.J. Wei, Y.P. Zhao, The Influence of Viscosity on Band Gaps of 2D Phononic Crystal, *Mechanics of Advanced Materials and Structures.* 17 (2010) 383–392.
- [98] R.P. Moiseyenko, V. Laude, Material loss influence on the complex band structure and group velocity in phononic crystals, *Phys. Rev. B.* 83 (2011) 064301.
- [99] J. Sánchez-Dehesa, V.M. Garcia-Chocano, D. Torrent, F. Cervera, S. Cabrera, F. Simon, Noise control by sonic crystal barriers made of recycled materials, *The Journal of the Acoustical Society of America.* 129 (2011) 1173–1183.
- [100] J. Hwan Oh, Y. Jae Kim, Y. Young Kim, Wave attenuation and dissipation mechanisms in viscoelastic phononic crystals, *Journal of Applied Physics.* 113 (2013) 106101.
- [101] M.I. Hussein, M.J. Leamy, M. Ruzzene, Dynamics of Phononic Materials and Structures: Historical Origins, Recent Progress, and Future Outlook, *Applied Mechanics Reviews.* 66 (2014).
- [102] K.G. Lougou, Méthodes multi-échelles pour la modélisation des vibrations de structures à matériaux composites viscoélastiques, *These de doctorat, Université de Lorraine,* 2015.
- [103] D.M. Mead, Wave Propagation in Continuous Periodic Structures: Research Contributions from Southampton, 1964–1995, *Journal of Sound and Vibration.* 190 (1996) 495–524.
- [104] E.M. Daya, K. Jeblaoui, M. Potier-Ferry, A two scale method for modulated vibration modes of large, nearly repetitive, structures, *Comptes Rendus Mécanique.* 331 (2003) 443–448.
- [105] E.M. Daya, B. Braikat, N. Damil, M. Potier-Ferry, Modelisation of modulated vibration modes of repetitive structures, *Journal of Computational and Applied Mathematics.* 168 (2004) 117–124.
- [106] K.G. Lougou, H. Boudaoud, E.M. Daya, L. Azrar, Vibration modeling of large repetitive sandwich structures with viscoelastic core, *Mechanics of Advanced Materials and Structures.* 23 (2016) 458–466.
- [107] B. Sharma, C.T. Sun, Local resonance and Bragg bandgaps in sandwich beams containing periodically inserted resonators, *Journal of Sound and Vibration.* 364 (2016) 133–146.
- [108] H. Badran, M. Tawfik, H. Negm, *Vibration Characteristics of Periodic Sandwich Beam,* (2008).
- [109] M. Sheng, Z. Guo, Q. Qin, Y. He, Vibration characteristics of a sandwich plate with viscoelastic periodic cores, *Composite Structures.* 206 (2018) 54–69.
- [110] Z. Guo, M. Sheng, J. Pan, Flexural wave attenuation in a sandwich beam with viscoelastic periodic cores, *Journal of Sound and Vibration.* 400 (2017) 227–247.
- [111] C. Jiang, Y. Xiang, P. He, H. He, Vibration attenuation behaviors of finite sandwich plates with periodic core, *Applied Acoustics.* 157 (2020) 107009.
- [112] A. Adessina, M. Hamdaoui, C. Xu, E.M. Daya, Damping properties of bi-dimensional sandwich structures with multi-layered frequency-dependent visco-elastic cores, *Composite Structures.* 154 (2016) 334–343.

- [113] A.L. Araújo, C.M. Mota Soares, C.A. Mota Soares, Finite Element Model for Hybrid Active-Passive Damping Analysis of Anisotropic Laminated Sandwich Structures, *Jnl of Sandwich Structures & Materials*. 12 (2010) 397–419.
- [114] S.-N. Nguyen, J. Lee, M. Cho, Efficient higher-order zig-zag theory for viscoelastic laminated composite plates, *International Journal of Solids and Structures*. 62 (2015) 174–185.
- [115] K. Akoussan, M. Hamdaoui, E.M. Daya, Improved layer-wise optimization algorithm for the design of viscoelastic composite structures, *Composite Structures*. 176 (2017) 342–358.
- [116] S. Pandey, S. Pradyumna, Free vibration of functionally graded sandwich plates in thermal environment using a layerwise theory, *European Journal of Mechanics - A/Solids*. 51 (2015) 55–66.
- [117] K. Koutoati, F. Mohri, E.M. Daya, Finite element approach of axial bending coupling on static and vibration behaviors of functionally graded material sandwich beams, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 0 (2019) 1–17.
- [118] D. Chen, S. Kitipornchai, J. Yang, Nonlinear free vibration of shear deformable sandwich beam with a functionally graded porous core, *Thin-Walled Structures*. 107 (2016) 39–48.
- [119] A. Dahoun, Comportement plastique et textures de déformation des polymères semi-cristallins en traction uniaxiale et en cisaillement simple, These de doctorat, Vandoeuvre-les-Nancy, INPL, 1992.
- [120] M. Aboulfaraj, B. Ulrich, A. Dahoun, C. G'Sell, Spherulitic morphology of isotactic polypropylene investigated by scanning electron microscopy, *Polymer*. 34 (1993) 4817–4825.
- [121] C. G'sell, V. Favier, J.M. Hiver, A. Dahoun, M.J. Philippe, G.R. Canova, Microstructure transformation and stress-strain behavior of isotactic polypropylene under large plastic deformation, *Polymer Engineering & Science*. 37 (1997) 1702–1711.
- [122] S. Butylina, M. Hyvärinen, T. Kärki, A study of surface changes of wood-polypropylene composites as the result of exterior weathering, *Polymer Degradation and Stability*. 97 (2012) 337–345.
- [123] R.M. Novais, J.A. Covas, M.C. Paiva, The effect of flow type and chemical functionalization on the dispersion of carbon nanofiber agglomerates in polypropylene, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 43 (2012) 833–841.
- [124] J.G. Drobny, *Handbook of Thermoplastic Elastomers*, Elsevier, 2014.
- [125] P. Mahallati, D. Rodrigue, Effect of Feeding Strategy on the Mechanical Properties of PP/Recycled EPDM/PP-G-MA Blends, *International Polymer Processing*. 29 (2014) 280–286.
- [126] J. Karger-Kocsis, *Polypropylene: An A-Z reference*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [127] M. Watari, Y. Ozaki, Prediction of Ethylene Content in Melt-State Random and Block Polypropylene by Near-Infrared Spectroscopy and Chemometrics: Comparison of a New Calibration Transfer Method with a Slope/Bias Correction Method, *Appl Spectrosc*. 58 (2004) 1210–1218.
- [128] J.-L. Philippart, C. Sinturel, R. Arnaud, J.-L. Gardette, Influence of the exposure parameters on the mechanism of photooxidation of polypropylene, *Polymer Degradation and Stability*. 64 (1999) 213–225.
- [129] L. Bing, T.C. Chung, Synthesis of long chain branched polypropylene with relatively well-defined molecular structure, *Macromolecules*. 32 (1999) 8678–8680.

- [130] P. Mirone, P. Chiorboli, Infrared and Raman spectra and vibrational assignment of maleic anhydride, *Spectrochimica Acta*. 18 (1962) 1425–1432.
- [131] A. Colbeaux, F. Fenouillot, J.-F. Gerard, M. Taha, H. Wautier, Diamine coupling of maleic-anhydride- modified polyethylene, *Polymer International*. 54 (2005) 692–697.
- [132] R.L. Scott, M. Magat, Thermodynamics of high-polymer solutions. III. Swelling of cross-linked rubber, *Journal of Polymer Science*. 4 (1949) 555–571.
- [133] M. Celina, G.A. George, Characterisation and degradation studies of peroxide and silane crosslinked polyethylene, *Polymer Degradation and Stability*. 48 (1995) 297–312.
- [134] P. Pasbakhsh, H. Ismail, M.N.A. Fauzi, A.A. Bakar, Influence of maleic anhydride grafted ethylene propylene diene monomer (MAH-g-EPDM) on the properties of EPDM nanocomposites reinforced by halloysite nanotubes, *Polymer Testing*. 28 (2009) 548–559.
- [135] N.B. Sanches, S. Navarro, M.F. Diniz, R. de C.L. Dutra, Characterization of additives typically employed in EPDM formulations by using FT-IR of gaseous pyrolyzates, *Polímeros*. 24 (2014) 269–275.
- [136] W. Feng, A.I. Isayev, In situ compatibilization of PP/EPDM blends during ultrasound aided extrusion, *Polymer*. 45 (2004) 1207–1216.
- [137] Y. Chen, H. Li, Phase morphology evolution and compatibility improvement of PP/EPDM by ultrasound irradiation, *Polymer*. 46 (2005) 7707–7714.
- [138] A. Shabani, Vieillissement thermique et radiochimique de matrices EPDM pures et chargées d'ATH : mise au point de relations structure/propriétés, phdthesis, Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2013.
- [139] B.A. Miller-Chou, J.L. Koenig, A review of polymer dissolution, *Progress in Polymer Science*. 28 (2003) 1223–1270.
- [140] B. De Roover, M. Sclavons, V. Carlier, J. Devaux, R. Legras, A. Momtaz, Molecular characterization of maleic anhydride-functionalized polypropylene, *Journal of Polymer Science Part A: Polymer Chemistry*. 33 (1995) 829–842.
- [141] M. Sclavons, P. Franquinet, V. Carlier, G. Verfaillie, I. Fallais, R. Legras, M. Laurent, F.C. Thyron, Quantification of the maleic anhydride grafted onto polypropylene by chemical and viscosimetric titrations, and FTIR spectroscopy, *Polymer*. 41 (2000) 1989–1999.
- [142] D.C. Bassett, R.H. Olley, On the lamellar morphology of isotactic polypropylene spherulites, *Polymer*. 25 (1984) 935–943.
- [143] A. Weidinger, P.H. Hermans, On the determination of the crystalline fraction of isotactic polypropylene from x-ray diffraction, *Die Makromolekulare Chemie*. 50 (1961) 98–115.
- [144] A. Galeski, A.S. Argon, R.E. Cohen, Deconvolution of x-ray diffraction data to elucidate plastic deformation mechanisms in the uniaxial extension of bulk nylon 6, *Macromolecules*. 24 (1991) 3945–3952.
- [145] B.E. Read, Mechanical relaxation in isotactic polypropylene, *Polymer*. 30 (1989) 1439–1445.
- [146] C. Jourdan, J.Y. Cavaille, J. Perez, Mechanical relaxations in polypropylene: A new experimental and theoretical approach, *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics*. 27 (1989) 2361–2384.
- [147] C. G'Sell, J.M. Hiver, A. Dahoun, A. Souahi, Video-controlled tensile testing of polymers and metals beyond the necking point, *J Mater Sci*. 27 (1992) 5031–5039.
- [148] C. G'Sell, J.M. Hiver, A. Dahoun, Experimental characterization of deformation damage in solid polymers under tension, and its interrelation with necking, *International Journal of Solids and Structures*. 39 (2002) 3857–3872.

- [149] S.I. Naqui, I.M. Robinson, Tensile dilatometric studies of deformation in polymeric materials and their composites, *Journal of Materials Science*. 28 (1993) 1421–1429.
- [150] C.B. Bucknall, D. Clayton, W. Keast, Rubber-toughening of plastics, *J Mater Sci*. 8 (1973) 514–524.
- [151] B. Pukánszky, M. Van Es, F.H.J. Maurer, G. Vörös, Micromechanical deformations in particulate filled thermoplastics: volume strain measurements, *JOURNAL OF MATERIALS SCIENCE*. 29 (1994) 2350–2358.
- [152] M.L. López-Quintanilla, S. Sánchez-Valdés, L.F. Ramos de Valle, R. Guedea Miranda, Preparation and mechanical properties of PP/PP-g-MA/Org-MMT nanocomposites with different MA content, *Polym. Bull*. 57 (2006) 385–393.
- [153] F.J. Plantema, Sandwich Construction—The Bending and Buckling of Sandwich Beams, Plates and Shells, *The Aeronautical Journal*. 71 (1967) 246.
- [154] H.G. Allen, Z. Feng, Classification of Structural Sandwich Panel Behaviour, in: A. Vautrin (Ed.), *Mechanics of Sandwich Structures*, Springer Netherlands, Dordrecht, 1998: pp. 1–12.
- [155] S. Sander Tavallaey, Towards an analytical model of wave propagation in sandwich beams, in: 1996: pp. 1349–1352.
- [156] E. Nilsson, A.C. Nilsson, Prediction and Measurement of some Dynamic Properties of Sandwich Structures with Honeycomb and Foam Cores, *Journal of Sound and Vibration*. 251 (2002) 409–430.
- [157] E.J. Kovac, W.J. Anderson, R.A. Scott, Forced non-linear vibrations of a damped sandwich beam, *Journal of Sound and Vibration*. 17 (1971) 25–39.
- [158] A.D. Nashif, D.I.G. Jones, J.P. Henderson, *Vibration Damping* | Wiley, Wiley, 1985.
- [159] F.S. Barbosa, M.C.R. Farage, A finite element model for sandwich viscoelastic beams: Experimental and numerical assessment, *Journal of Sound and Vibration*. 317 (2008) 91–111.
- [160] L.F. Kawashita, D.R. Moore, J.G. Williams, Comparison of Peel Tests for Metal–Polymer Laminates for Aerospace Applications, *The Journal of Adhesion*. 81 (2005) 561–586.
- [161] M. Bilasse, I. Charpentier, E.M. Daya, Y. Koutsawa, A generic approach for the solution of nonlinear residual equations. Part II: Homotopy and complex nonlinear eigenvalue method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 198 (2009) 3999–4004.
- [162] M. Bilasse, E.M. Daya, L. Azrar, Linear and nonlinear vibrations analysis of viscoelastic sandwich beams, *Journal of Sound and Vibration*. 329 (2010) 4950–4969.