



**HAL**  
open science

# Vers la caractérisation des séismes par renversement temporel : interprétation de la tache focale et impact de l'échantillonnage du miroir

Zoé Renat

► **To cite this version:**

Zoé Renat. Vers la caractérisation des séismes par renversement temporel : interprétation de la tache focale et impact de l'échantillonnage du miroir. Sciences de la Terre. Université de Lorraine, 2023. Français. NNT : 2023LORR0075 . tel-04466785

**HAL Id: tel-04466785**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-04466785v1>**

Submitted on 19 Feb 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**UNIVERSITÉ  
DE LORRAINE**

**BIBLIOTHÈQUES  
UNIVERSITAIRES**

## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact bibliothèque : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)  
*(Cette adresse ne permet pas de contacter les auteurs)*

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

Vers la caractérisation des séismes par  
renversement temporel:  
interprétation de la tache focale et impact de  
l'échantillonnage du miroir

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 9 Janvier 2023

Docteur de l'Université de Lorraine

Spécialité Géosciences

par

Zoé Renat

**Composition du jury :**

<i>Président du jury :</i>	Pr Luis RIVERA	Université de Strasbourg
<i>Rapporteurs :</i>	DR Hélène BARUCQ Pr Heiner IGEL	Inria Bordeaux Sud-Ouest Université Ludwig Maximilians Munich
<i>Examineurs :</i>	Asst. Prof Marine DENOLLE Pr Luis RIVERA	Université de Washington, USA Université de Strasbourg
<i>Directeur de thèse :</i>	Pr Guillaume CAUMON	Université de Lorraine
<i>Co-directeur de thèse :</i>	MCF Paul CUPILLARD	Université de Lorraine
<i>Invité :</i>	DR Yann CAPDEVILLE	Université de Nantes

---

**GeoRessources - UMR 7359**

Université de Lorraine – CNRS  
École Nationale Supérieure de Géologie  
2 rue du Doyen Marcel Roubault - BP 10162  
54505 Vandœuvre-lès-Nancy, FRANCE



# Résumé

---

La localisation et la caractérisation des événements sismiques sont essentielles pour comprendre l'origine des événements. Une fois l'origine des événements et leurs localisations déterminées, il est possible de déterminer le niveau de risque sismique dans certaines régions ou encore de comprendre l'impact de l'activité humaine. Il existe de nombreuses méthodes pour localiser les événements et elles utilisent les enregistrements sismiques (i.e. sismogrammes). Elles se basent soit sur les temps d'arrivées soit sur une partie ou la totalité du signal. Dans cette thèse, nous nous intéressons à une méthode en particulier qui est le renversement temporel ou *time reversal*.

C'est une méthode qui utilise la totalité du signal enregistré. Le principe est de rétropropager les signaux renversés temporellement, les ondes ainsi générées vont venir former une tache à la position de la source appelée tache focale. Le renversement temporel a des conditions d'application spécifique i) les récepteurs doivent former une surface fermée appelée miroir ii) celui ne doit pas impacter le trajet des ondes iii) le modèle de vitesse doit être connu iv) le milieu est non atténuant. Dans cette thèse, nous nous intéressons d'abord à l'interprétation théorique de la tache focale c'est-à-dire à son sens physique. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur un code de simulation d'onde existant (SPECFEM2D) et sur la théorie de l'homogénéisation du point source. Nous avons montré mathématiquement et numériquement sur plusieurs exemples que la tache focale est une somme de deux points sources homogénéisés. Ce résultat est la contribution principale de cette thèse et ouvre une perspective majeure qui est de déterminer les paramètres de la source en faisant un nouveau problème inverse avec comme données la tache focale.

Cependant, les conditions du renversement temporel rendent son application, dans des cas pratiques, difficile surtout le besoin d'un miroir fermé. Nous avons donc essayé de quantifier l'impact d'un miroir incomplet sur le renversement temporel en gardant en tête l'idée de l'application. Pour cela nous nous sommes placés dans un cas géologiquement réaliste : le champ de gaz de Groningen. Les résultats ont montré que le miroir incomplet a un impact important sur la simulation, mais dans tous les cas une tache focale plus ou moins déformée est obtenue. De plus, nous illustrons l'impact positif des hétérogénéités sur la reconstruction du champ d'onde par renversement temporel. Ces résultats ouvrent des perspectives sur l'intégration des données de surface pour améliorer la reconstruction du champ d'onde quand le miroir est incomplet ou encore sur la complétion du miroir.



# Abstract

---

The localization and the characterization of seismic events are essential to understand the origin of the earthquake. Once it has been determined, it is possible to generate maps of seismic risks of different areas and also to understand the impact of human activities. Several ways exist to locate seismic events, they use seismic recordings (i.e., seismograms). In those recordings, some methods use the time arrivals of particular waves and other parts or the entire signal. In this thesis, we are interested in one method : time reversal.

This method used the entire signal. The principle is to backpropagate the recordings reversed in time. The generated waves focus on the source location and create a focal spot. The time reversal has four terms of application i) the receivers form a closed surface, called time reversal mirror, ii) the time reversal mirror does not perturb the wave propagation, iii) the medium is well known. Errors on the velocity model or interface positions would generate modifications in the wave path as compared to the path in the forward process, iv) the anelasticity is negligible. Anelastic attenuation would make a first-order time derivative appear in the wave equation so that the time reversibility would not be verified. In this thesis, we are first interested in the theoretical interpretation of the focal spot, that is to say in its physical meaning. To do so, we have used an existing software of wave propagation (SPECFEM2D) and we lean on the theory of point source homogenization. We have shown mathematically and numerically in several examples that the focal spot is a sum of the displacement generated by two homogenized point sources. This result is the main contribution of the thesis and opens a significant perspective which is to determine the source parameters by doing an inverse problem with the focal spot as the input data.

However, the conditions of time reversal make its application difficult in practical cases. It is almost impossible to have a close mirror of receivers. We have tried to quantify the impact of an incomplete mirror on time reversal simulation. To do so, we use a realistic geological case : the Groningen gas field. The results show that the incomplete mirror has a huge impact on the time reversal wavefield but in every case, we tested, a focal spot is obtained. The focal spots are in these cases deformed. Therefore, we illustrate the positive impact of the heterogeneities on the wavefield reconstruction. These results open multiple perspectives such as the integration of surface data to improve the wavefield reconstruction when the mirror is open or such as the completion of the mirror.



# Remerciements

C'est le moment d'écrire les remerciements, et de mettre un point final à mes trois années de thèse. Alors merci à tous amis, famille d'être venus assister à ma thèse, de m'avoir envoyé des mots d'encouragements et de félicitations ! Merci à mes membres de jury, Luis Rivera, Marine Denolle, Heiner Igel et Helene Barucq, pour avoir accepté de faire partie de cette fin de voyage.

Merci à tous les thésards avec qui j'ai partagé ces trois années ceux qui restent Juan Sebastian, Guisi, Paul M, Augustin, Marius, Amandine, Julien, Fabrice et Enrico. Merci pour le soutien et tous les bons moments passés ensemble. Petite mention spéciale à Marius et Amandine, merci pour les parties de belote endiablées qui me manquent déjà ;). Merci à tous les anciens qui sont devenus docteurs durant ma thèse et de très bons amis : Paul B, Yves, Melchior, Coco, Nico. Merci pour l'accueil, le soutien dans la galère qu'est ADUM entre autre et merci pour les soirées au délirium, les belières, les tarouges et les codes names en ligne pendant les confinements. Merci Capucine pour ces trois années passées ensemble dans le bureau poney/ bureau harry potter / bureau de la playlist du vendredi/ bureau teams !

Merci Christine et Pauline pour toutes les pauses café du matin, vos oreilles toujours attentives et tous les bons conseils ! Merci François pour ton aide durant cette thèse (un jour j'arriverais à me servir de Git correctement ;). Merci aussi pour tous les bons moments passés chez toi avec toute ta famille. Merci Jérémie pour ta bonne humeur communicative ! Merci aussi à Christophe et Mustapha pour votre aide. Merci à Yann Capdeville, Yder Masson et Mirko van der Bann pour tous leurs conseils et leur soutien durant ces trois années !

Merci à Paul et Guillaume de m'avoir offert cette opportunité et de votre confiance. Merci pour ces années de sciences, de maths et de partie de tarot ! Merci aussi pour tous ce que vous m'avez transmis : le goût du travail bien fait, de la précision et de toujours aller chercher plus loin. Merci Paul de m'avoir refilé le virus du renversement temporel et de l'homogénéisation pendant mon master.

Merci Margaux de m'avoir accueilli à Pau pendant cette thèse et merci de m'avoir fait découvrir l'équipe RING pendant mon projet labo et merci pour ton soutien pendant la dernière ligne droite.

Merci Morgan de m'avoir accompagné et supporté pendant ce projet un peu fou, merci d'avoir relu de nombreuses fois mes papiers et ma thèse, d'avoir été le cobaye de mes présentations et pour tout le reste. Merci papa et maman de m'avoir fait confiance quand j'ai décidé encore une fois de retourner à la fac. Merci pour tout votre soutien pendant ces trois années un peu compliquées. Promis c'était

la dernière fois ;)

Merci à Christophe Zaroli de m'avoir donné goût à la modélisation numérique et à la recherche pendant mes années d'études à l'EOST.

Une dédicace spéciale à Noémie, Camille, Manon, Claire pour avoir partagé des weeks-end « vidage » de tête aux écuries.

Et enfin (et oui je vais le faire), merci à Cesar, Zerwin, Sonate, Patch, Donar et Horacio d'avoir été mes partenaires félidés et équidés pendant ces trois ans !

Ca y est c'est fini, la page se tourne ! Alors encore une fois un grand MERCI à tous (j'espère n'avoir oublié personne).

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 État de l’art : Localisation et caractérisation d’évènements sismiques</b>	<b>9</b>
1.1 Les données . . . . .	11
1.2 Méthodes basées sur les temps d’arrivées . . . . .	14
1.2.1 Triangulation graphique . . . . .	14
1.2.2 Les méthodes numériques . . . . .	15
1.2.2.1 La localisation absolue . . . . .	16
1.2.2.2 La localisation relative . . . . .	17
1.3 Méthodes basées sur les formes d’ondes complètes . . . . .	17
1.3.1 Inversion de la forme d’onde complète . . . . .	18
1.3.2 Imagerie de la source . . . . .	19
1.3.2.1 Partial waveform stacking . . . . .	19
1.3.2.2 Match field processing . . . . .	20
1.3.2.3 Back-projection . . . . .	21
1.3.2.4 Renversement temporel . . . . .	22
1.4 Conclusion . . . . .	23
<b>2 Le renversement temporel</b>	<b>25</b>
2.1 Introduction . . . . .	26
2.2 Description mathématique du renversement temporel . . . . .	27
2.3 Implémentation dans SPECFEM2D . . . . .	29
2.3.1 Rappel sur les éléments spectraux . . . . .	29
2.3.1.1 Discrétisation de la formulation faible du problème élastodynamique . . . . .	30
2.3.1.2 Discrétisation spatiale . . . . .	32
2.3.2 Implémentation du renversement temporel . . . . .	32
2.3.3 Mise en œuvre des expériences numériques de cette thèse . . . . .	34
2.4 Première expérience numérique . . . . .	35

2.4.1	Milieu de propagation & Paramètres de simulation . . . . .	35
2.4.2	Premières observations . . . . .	37
2.4.2.1	Monopôles et dipôles appliqués simultanément . . . . .	37
2.4.2.2	Monopôles et dipôles appliqués indépendamment . . . . .	37
2.4.3	Conclusion . . . . .	41
2.5	Que se passe-t-il au niveau de la source? . . . . .	41
2.5.1	Expérience numérique . . . . .	41
2.5.2	Vérification de l'équation (2.23) en 1D . . . . .	45
2.6	Conclusion . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Tache focale et point source homogénéisé</b>	<b>51</b>
3.1	Introduction . . . . .	52
3.2	L'homogénéisation non-périodique . . . . .	53
3.2.1	Homogénéisation des propriétés mécaniques . . . . .	53
3.2.1.1	Théorie . . . . .	53
3.2.1.2	Application au champ de gaz de Groningen . . . . .	55
3.2.2	Homogénéisation du point-source . . . . .	59
3.3	Point-source homogénéisé et renversement temporel . . . . .	63
3.4	Tests numériques . . . . .	64
3.4.1	Milieu homogène . . . . .	64
3.4.1.1	Cas d'une explosion . . . . .	64
3.4.1.2	Cas d'une source générant onde P et onde S . . . . .	64
3.4.1.3	Cas d'une source étendue . . . . .	66
3.4.2	Milieu hétérogène . . . . .	70
3.5	Discussion et Conclusion . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Renversement temporel et miroir incomplet</b>	<b>75</b>
4.1	Introduction . . . . .	76
4.2	Cas d'un milieu homogène . . . . .	77
4.2.1	Impact de l'échantillonnage du miroir . . . . .	77
4.2.1.1	Cas du miroir circulaire . . . . .	77
4.2.1.2	Cas du miroir en forme d'ellipse . . . . .	82
4.2.2	Impact d'un miroir ouvert . . . . .	89
4.2.3	Conclusion . . . . .	92
4.3	Cas d'un milieu hétérogène . . . . .	92
4.3.1	Méthode . . . . .	94
4.3.2	Résultats . . . . .	95
4.3.3	Conclusion . . . . .	99
4.4	Conclusion et Perspectives . . . . .	99
	<b>Conclusions</b>	<b>103</b>
<b>a</b>	<b>Construction du modèle de vitesse du champ de gaz de Groningen</b>	<b>107</b>
I	Modèles de vitesses initiaux . . . . .	107
*	Le modèle "SEG-Y" . . . . .	107

†	Le modèle "Horizons 3D" . . . . .	107
II	Le modèle final . . . . .	110
<b>Liste des Figures</b>		<b>121</b>
<b>Liste des Tables</b>		<b>123</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>125</b>



# Introduction

Le 29 février 1960 à 23h40, une secousse de magnitude 5,7 sur l'échelle de Richter secoue la ville d'Agadir au Maroc. Ce séisme cause la mort de 12 000 personnes, soit environ 1/3 de la population. On découvrira par la suite que l'hypocentre du séisme se situait sous la ville, ce qui explique l'importance des dégâts et conduisit à reconstruire la ville plus au sud. Entre 2000 et 2010, c'est plus 780.000 personnes qui ont été tuées directement ou indirectement par un tremblement de terre et plus de deux milliards de personnes qui ont été affectées. Dès l'Antiquité, les tremblements de terre sont décrits dans la littérature. Sénèque rapporte des propos sur les effets de la dilatation et du cisaillement : " les carreaux dont la salle était formée se séparaient puis se rapprochaient les uns des autres". Pline écrit "il n'y a jamais de secousses simples, mais oscillations et vibrations" pour décrire la complexité des ondes sismiques. Il faut attendre la fin du *XVIII<sup>e</sup>* pour trouver les premières descriptions précises d'événements sismiques comme avec Dolomieu [1784] qui décrit les tremblements ayant lieu en Calabre pendant l'année 1783. Plus d'un demi-siècle après, le premier catalogue d'événements sismiques est rédigé par Perrey [1847].

Les explications sur l'origine de ces mouvements ont évolué avec le temps et la recherche. À l'Antiquité, Aristote attribuait les tremblements de terre à la météo et pensait qu'il y avait un lien avec le vent ("le pneuma") alors que Sénèque de son côté pensait à la vapeur d'eau [Sénèque, *Questions Naturelles*, VI, 11]. À la Renaissance, la théorie parle plutôt d'explosion interne liée à la combustion de gaz. Le souffle de l'explosion serait alors à l'origine des secousses. Au *XVIII<sup>e</sup>* siècle, on pointe du doigt l'électricité comme étant à l'origine de séismes ayant secoués Londres en 1750. Il faut attendre le *XX<sup>e</sup>* siècle avec la découverte des ondes sismiques [Oldham, 1906] et de la tectonique des plaques [Wegener, 1912] pour que la définition d'un événement sismique et son origine se rapprochent de celle que l'on connaît aujourd'hui.

## Qu'est-ce qu'un tremblement de terre ?

Un tremblement de terre ou séisme est un mouvement du sous-sol lié à un brusque relâchement des contraintes accumulées dans ce dernier lors de mouvements d'origines diverses (e.g., la tectonique des plaques). Ce relâchement génère des ondes (Figure 1) qui se propagent dans le sous-sol en fonction des propriétés mécaniques des roches qui le composent. On distingue deux familles d'ondes : celles de volume et celles de surface.

Les ondes de volumes sont émises au moment de la rupture ; il y en a deux types :

- les ondes P sont des ondes de compression. Elles arrivent en premier et sont les

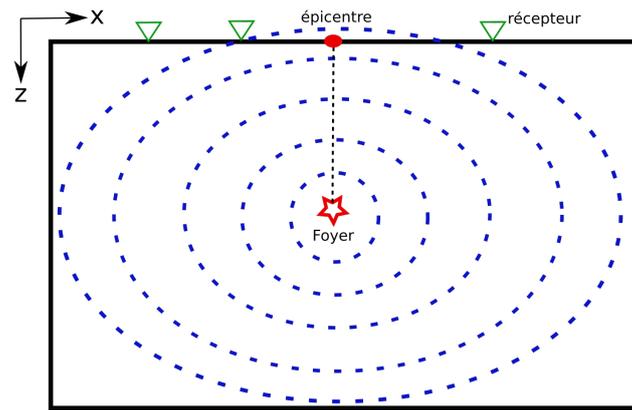


FIGURE 1 – Schéma d'un séisme. Le champ d'onde (pointillé bleu) se propage dans toutes les directions depuis le foyer ou hypocentre. Les ondes sont enregistrées en surface par des récepteurs (triangles verts).

plus rapides. Le mouvement du sol qu'elles impliquent est parallèle à la direction de propagation (Figure 2) ;

- les ondes S sont des ondes de cisaillements. Elles arrivent après les ondes P car leur vitesse est inférieure et nulle dans les fluides. Le mouvement du sol qu'elles impliquent est perpendiculaire à la direction de propagation (Figure 2).

Les ondes de surface, comme leur nom l'indique, naissent de l'interaction des ondes de volume et de la surface du sol. Leur propagation suit la surface du sol. Elles ont une vitesse plus faible que les ondes de volume, mais une amplitude souvent supérieure. Elles sont à l'origine des dégâts matériels observés. Il en existe deux types :

- les ondes de Love. Le déplacement du sol est cisailant comme pour les ondes S. Elles sont importantes pour dimensionner les structures parasismiques des bâtiments lors de leur construction ;
- les ondes de Rayleigh, qui génèrent un déplacement elliptique rétrograde.

## Pourquoi et comment localiser les séismes ?

**Qu'est-ce qui est à l'origine d'un tremblement de terre ?** On entend par origine le mécanisme responsable de l'accumulation des contraintes dont le relâchement brusque génère les ondes sismiques. Il existe une grande variété d'origines possibles pour un séisme comme la géologie c'est-à-dire l'histoire tectonique, la géométrie du sous-sol, sa composition (type de roches), ses propriétés.

Au premier ordre, on distingue les séismes naturels des séismes induits par l'activité humaine. À l'échelle globale, le moteur de l'accumulation pour les séismes naturels est la tectonique des plaques. Les séismes dits majeurs sont localisés au niveau des limites de plaques telles que la faille de San Andreas ou des failles intraplaques telles que la faille Maldeta-Besous dans les Pyrénées ou encore la faille d'Itoigawa-Shizuoka au Japon. À une échelle plus locale, les séismes peuvent être liés à une activité volcanique. Leur étude permet, par exemple, de suivre des mouvements de magma comme à Yellowstone [Farrell et al., 2014]. D'autres activités telles que les mouvements de glaciers [Larmat et al., 2008, Nanni et al., 2022] ou encore l'isostasie sont à l'origine de séismes.

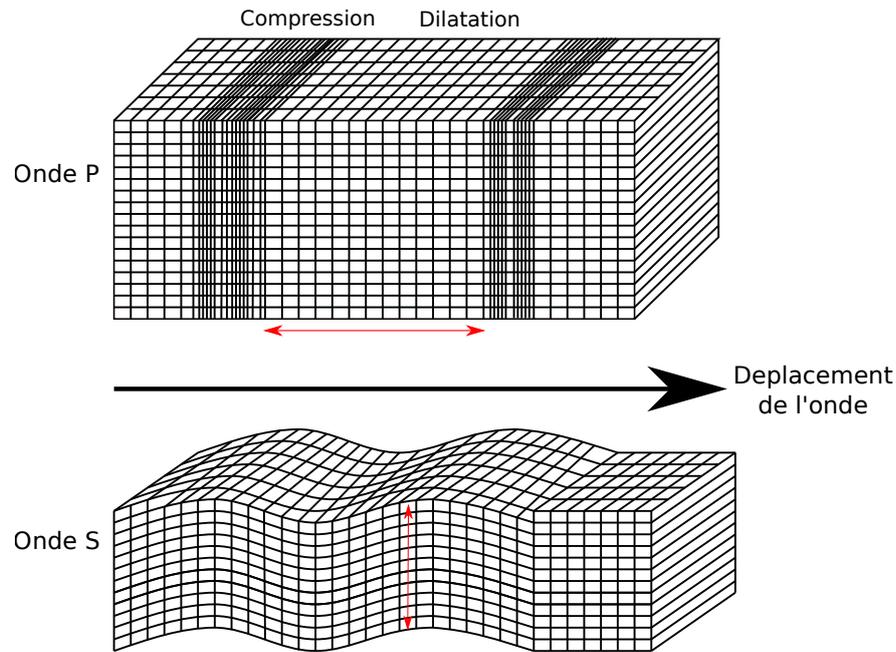


FIGURE 2 – Illustration du déplacement généré par les deux types d’ondes de volume. En haut, les ondes P et en bas les ondes S. La flèche rouge indique le sens de déplacement des particules induites par le déplacement de l’onde.

On appelle les séismes induits ceux dont l’origine est humaine, c’est-à-dire que l’accumulation de contraintes est due à une activité humaine. Par exemple, les tirs de carrières ou encore les essais nucléaires génèrent des ondes sismiques qui sont enregistrées comme des événements sismiques. C’est leur localisation qui permet de déterminer leur origine. Un autre exemple est l’exploitation du sous-sol comme l’extraction de pétrole ou de gaz, les forages, la géothermie, le stockage de  $\text{CO}_2$ ... Contrairement aux tirs de carrière, l’exploitation du sous-sol ne génère pas directement les ondes sismiques, mais modifie l’état de contraintes du sous-sol, ce qui entraîne l’activité sismique, comme à Groningen [Hettema et al., 2017], à Strasbourg [Schmittbuhl et al., 2022], ou encore en Oklahoma [Llenos et Michael, 2013, Langenbruch et Zoback, 2016].

**Pourquoi veut-on localiser précisément les séismes ?** Localiser précisément les séismes permet de :

- constituer des catalogues d’événements détaillés ;
- déterminer le niveau de risque sismique dans des régions ou zones définies [Gouache et al., 2021] ;
- comprendre les hétérogénéités du sous-sol et mettre à jour les modèles existants ;
- comprendre l’impact des activités humaines sur le sous-sol.

**Comment localiser des séismes ?** Pour localiser les séismes, il existe beaucoup de méthodes graphiques ou numériques (Chapitre 1). Toutes se basent sur les mêmes données d’entrée : les sismogrammes. Un sismogramme est un enregistrement des mouvements du sol au niveau d’une station sismique. La station enregistre le déplacement, la vitesse ou l’accélération dans les différentes directions (une composante verticale et

deux composantes horizontales). La qualité des signaux enregistrés est fonction du rapport entre l'amplitude des ondes sismiques et le bruit. Ces sismogrammes peuvent être utilisés de différentes manières pour localiser un ou plusieurs événements. Les méthodes permettent d'avoir accès à la localisation de l'événement, mais aussi, pour certaines, au mécanisme au foyer ou encore au modèle de vitesse près de la source.

La première manière d'utiliser un sismogramme est de pointer le temps d'arrivées des ondes caractéristiques (P,S,etc). Ces temps d'arrivées sont utilisés pour déterminer l'hypocentre ou l'épicentre de l'événement. Ces méthodes sont les plus utilisées car elles donnent des résultats rapidement. Cependant, elles n'utilisent qu'une petite partie des informations contenues dans les sismogrammes et dans le cas de séismes de faible magnitude le pointé peut être difficile car les signaux sont bruités. L'autre manière d'utiliser un sismogramme est de le considérer dans son intégralité donc toutes les informations sont utilisées. Ces données sont soit utilisées pour faire des comparaisons avec des sismogrammes générés à partir de sources synthétiques ou pour faire une "image de la source". Ces méthodes permettent en plus de la localisation d'avoir accès au mécanisme du séisme ou encore au glissement de la faille. Comme les méthodes qui utilisent les temps d'arrivées, certaines sont sensibles au bruit.

## Problématique

Dans le cadre de cette thèse, nous allons nous concentrer sur une méthode en particulier : le renversement temporel. C'est une méthode déjà utilisée dans plusieurs domaines tels que la médecine [Fink, 2015], la communication sous-marine [Kuperman et al., 1998] ou encore la localisation d'événements sismiques [Li et van der Baan, 2016]. Nous allons nous intéresser en particulier sur la compréhension du résultat de la méthode : la tache focale. Plusieurs questions se détachent :

- Qu'est-ce que la tache focale ?
- Quel est le lien entre la tache focale et la source ?
- Est-il possible d'appliquer nos résultats théoriques dans des cas pratiques ?

Pour répondre à ces questions, nous allons mener des tests numériques avec des sources synthétiques dans un modèle homogène et dans un modèle hétérogène. Pour ce dernier, nous avons choisi d'utiliser un modèle géologiquement réaliste : le modèle du champ de gaz de Groningen (Figure 3). Ce champ de gaz est situé au Pays-Bas et est connu pour sa sismicité induite. Les séismes sont de faible magnitude avec des signaux très bruités. Les localisations obtenues avec les différentes méthodes laissent des incertitudes sur les positions des sources [Smith et al., 2020].

## Contribution de la thèse

Les contributions de cette thèse sont :

- l'implémentation du renversement temporel dans le logiciel SPECFEM2D ;
- l'interprétation du renversement temporel par l'homogénéisation du point source. Cette analyse apporte un nouveau regard sur le résultat du renversement temporel (i.e. la tache focale) ainsi que sur le champ d'onde complet ;



FIGURE 3 – Carte des Pays-Bas avec en rouge la position de la province de Groningen [van der Voort et Vanclay, 2015].

- l'étude de l'influence des hétérogénéités géologiques et de la position et du nombre de récepteurs sur la qualité du renversement temporel.

## Publications

Notations : <sup>(a)</sup> article à comité de lecture , <sup>(c)</sup> article de conférence, <sup>(o)</sup> présentation orale, <sup>(p)</sup> poster, \* présentateur.

### Articles à comité de lecture

<sup>(a)</sup> Z. Renat, P. Cupillard, Y. Capdeville (2022) *Interpretation of time reversal focal spot based on point-source homogenization*, Geophysical Journal International, Vol. 3, Pages 1653–1671, <https://doi.org/10.1093/gji/ggac275>

### Résumé pour des conférences internationales

<sup>(c,o)</sup> Z. Renat \*, P. Cupillard, Y. Capdeville (2021) *Interpretation of the focal spot obtained with time reversal*, AGU 2021, Nouvelle-Orléans, USA

<sup>(c,o)</sup> Z. Renat \*, P. Cupillard, G. Caumon (2021) *Application of time reversal simulation with an homogenized velocity model : Case of Groningen gas field.* , IAMG 2022, Nancy, France

### Articles pour le RING meeting

<sup>(c,o)</sup> Z. Renat \*, P. Cupillard, G. Caumon (2022) *Application of time reversal simulation with a homogenized velocity model : Case of Groningen gas field*, 2022 RING meeting, Nancy, France

<sup>(c,o)</sup> Z. Renat \*, P. Cupillard, Y. Capdeville (2021) *Interpretation of the focal spot*

obtained with time reversal 2021 RING meeting, Nancy, France

<sup>(c,o)</sup> Z. Renat<sup>\*</sup>, G. Caumon, P. Cupillard (2022) *Synthetic seismic source location using a 2D time reversal implementation*, 2020 RING meeting, Nancy, France

### Autres contributions

<sup>(c,o)</sup> T. Leibel<sup>\*</sup>, V. Belin, A. Cormier, Z. Renat, P. Cupillard (2022) *Focus detection in time reversal simulation*, 2022 RING meeting, Nancy, France

<sup>(c,p)</sup> M. Rapenne<sup>\*</sup>, P. Anquez, P. Cupillard, Z. Renat (2021) *Quadrangular adaptive meshing for wave simulation in homogenized media*, 2020 RING meeting, Nancy, France

## Cadre de la thèse

### Cadre administratif

Cette thèse a été effectuée au sein du laboratoire GeoRessources qui est sous tutelle de l'université de Lorraine et du CNRS. Les équipes du laboratoire sont réparties selon trois axes de recherche :

- GéoModèles avec les équipes RING (Research for Integrative Numerical Geology) et HGM (Hydro-Géomécanique Multi-échelles)
- Matières premières avec les équipes "Ressources carbonées", "Ressources minérales" et "Valorisation des ressources et résidus".
- Géosystèmes avec les équipes "Stockages géologiques et la géothermie" et "Géomatériaux, Ouvrages et Risques"(GOR).

Ma thèse s'est déroulée dans l'équipe RING, spécialisée dans la géologie numérique. L'équipe travaille sur quatre thèmes de recherche : (a) la modélisation structurale et stratigraphique stochastique, (b) la description et la simulation d'objets sédimentaires et diagenétiques, (c) la gestion des échelles et le maillage adaptatif, (d) la simulation de processus physique. C'est dans ces deux derniers thèmes que s'inscrit ma thèse.

Cette thèse a été co-financée à 50% par la région Grand Est et à 50% par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la recherche et de l'innovation. Durant cette thèse, j'ai présenté mes travaux à l'AGU 2021, à l'IAMG 2022, lors de trois RING meetings (2020, 2021, 2022) annuellement organisés par l'équipe du même nom pour présenter les résultats de recherche aux membres du consortium RING-GOCAD, lors de séminaires internes au laboratoire GeoRessources et aussi de manière plus vulgarisée lors du séminaire de l'école doctorale SIRENA.

### Cadre académique

Les enseignants-chercheurs de l'équipe RING enseignent au sein de l'École Nationale Supérieure de Géologie (ENSG) ce qui offre l'opportunité aux doctorants de superviser des travaux dirigés à des étudiants allant du niveau L3 au M2. J'ai ainsi enseigné plusieurs matières variées : la programmation (C++), la géomodélisation (création d'un modèle structural à partir de données de terrain en utilisant le logiciel SKUA-Gocad), la gestion de projet et la géostatistique. La répartition de ces cours est résumée dans la Figure 4. En plus des heures de TD, j'ai proposé et encadré trois projets de recherche

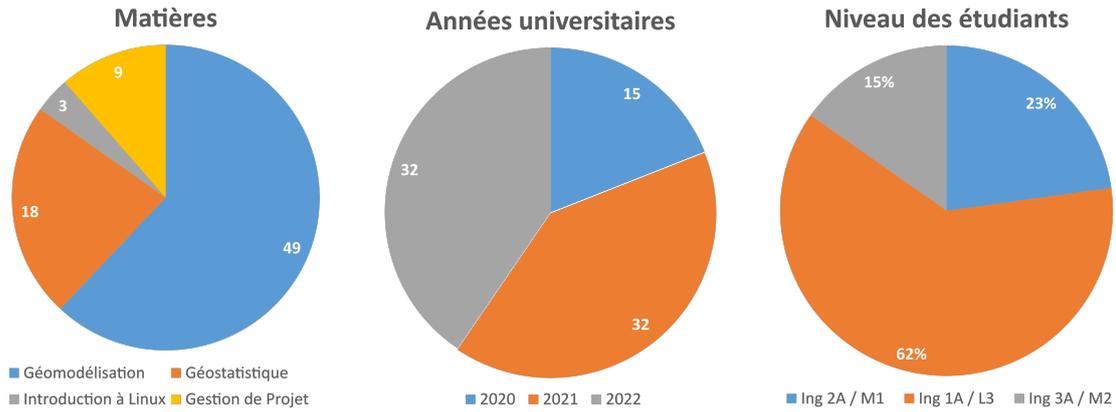


FIGURE 4 – Répartition des heures d’enseignement en fonction de la matière, du niveau des étudiants et de l’année universitaire.

Année	Etudiant	Niveau	Sujet
2020/2021	K. Richard	ENSG-3A / M2	Analyse de l’impact de la qualité du miroir du renversement temporel sur la tache focale
2020/2021	A. Cormier	ENSG-2A / M1	Localisation d’événements sismiques par rétropropagation
2020/2021	V. Belin	EOST-2A / M1	Etude de la qualité de la focalisation du renversement temporel dans un modèle à plusieurs sources : exemple d’une crise sismique
2021/2022	T. Leibel	ENSG-3A / M2	Détection des focalisations dans les simulations de renversement temporel

TABLE 1 – Projets de recherche supervisés durant les trois années de thèse.

avec des étudiants de l’ENSG ainsi et qu’un avec un étudiant venant de l’EOST (École et Observatoire des Sciences de la Terre à Strasbourg)(Tableau 1).

## Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est composé de quatre chapitres. Le premier chapitre présente l’état de l’art sur les méthodes utilisées pour la caractérisation et la localisation des séismes. Le deuxième se concentre sur le renversement temporel, ses principes mathématiques et son implémentation dans SPECFEM2D, et montre les premiers résultats. Le troisième chapitre fait le lien entre le renversement temporel et la théorie du point source homogénéisé avec une démonstration mathématique 1D et des tests numériques 2D. Le quatrième chapitre met en perspective les résultats théoriques obtenus dans les chapitres précédents. La dernière partie est une conclusion générale et des ouvertures sur les travaux présentés.



# Chapitre 1

## État de l'art : Localisation et caractérisation d'évènements sismiques

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Les données</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1.2</b>	<b>Méthodes basées sur les temps d'arrivées</b> . . . . .	<b>14</b>
1.2.1	Triangulation graphique . . . . .	14
1.2.2	Les méthodes numériques . . . . .	15
<b>1.3</b>	<b>Méthodes basées sur les formes d'ondes complètes</b> . . . . .	<b>17</b>
1.3.1	Inversion de la forme d'onde complète . . . . .	18
1.3.2	Imagerie de la source . . . . .	19
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>23</b>

---

**Résumé** Il existe de nombreuses méthodes pour localiser et caractériser un événement sismique. Toutes ces méthodes utilisent les sismogrammes enregistrés à des stations sismiques comme données d'entrées. La manière dont ceux-ci sont utilisés permet de distinguer deux familles de méthodes : celles qui utilisent les temps d'arrivées des différentes ondes et celles qui utilisent une partie ou la totalité des signaux. Les principales limites de ces méthodes sont la qualité du signal (le rapport signal sur bruit) et le choix du modèle initial quand celui-ci est nécessaire. Ce chapitre introduit le concept de sismogramme et de données ainsi que la définition mathématique d'une source sismique. Nous y présenterons certaines méthodes de localisation appartenant aux deux familles ainsi que les liens qui peuvent exister entre elles.

---

## Introduction : Description mathématique d'une source sismique

Le déplacement des ondes dans le sous-sol peut se décrire par l'équation des ondes élastiques. Dans le cas d'un milieu non atténuant, elle s'écrit (en utilisant l'indice de sommation de Einstein) :

$$\rho \ddot{u}_n - \partial_j (C_{njkl} \partial_k u_l) = f_n. \quad (1.1)$$

avec  $u_n$  la composante  $n$  du vecteur déplacement  $\mathbf{u}$ . Il est conditionné par les propriétés élastiques du sous-sol (i.e. la masse volumique  $\rho$  et la tenseur d'élasticité  $\mathbf{C}$ ) ainsi que par la force  $\mathbf{f}$  correspondant au séisme. C'est cette force ainsi que la position du foyer du séisme que l'on cherche à déterminer. Une source sismique représente un processus de rupture. Celle-ci a lieu le long d'un plan de faille. Une manière classique de représenter ce plan de faille est d'utiliser un point-source, c'est-à-dire que le plan est réduit à un seul point dans l'espace ou à une série de plusieurs points dans le cas d'une source étendue. Par conséquent, le séisme sera défini par une ou plusieurs positions. La force à une position  $\mathbf{x}_0$  peut être mathématiquement décrite par un vecteur simple  $\mathbf{F}$  ou par un tenseur des moments  $\mathbf{M}$  [Aki et Richards, 2002] :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{F} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) g(t), \quad (1.2)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = -\nabla \cdot [\mathbf{M} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) g(t)], \quad (1.3)$$

avec  $\delta$  la fonction de Dirac et  $g(t)$  une ondelette temporelle (Figure 1.1). Dans ces modèles de source, la discontinuité liée au processus de rupture est portée par une propriété du Dirac en  $\mathbf{x}_0$  qui est  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{x}) dx = 1$ . Le champ d'onde d'une source peut être

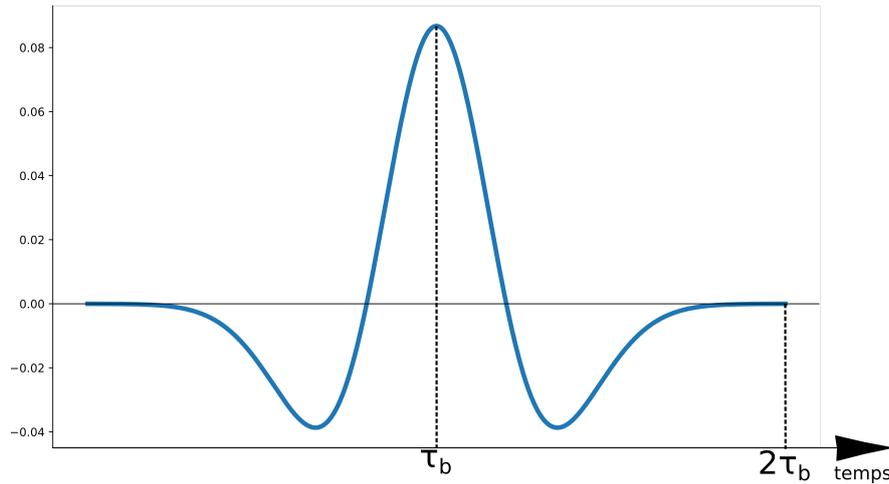


FIGURE 1.1 – Exemple d’une fonction de Ricker ou chapeau mexicain. L’ondelette de Ricker possède un temps caractéristique appelé "temps central"  $\tau_b$  qui correspond au temps pour lequel la fonction est maximum. Le support temporel de l’ondelette est égal à  $2\tau_b$  [Semblat et Pecker, 2009].

décomposé en deux champs : un champ proche et un champ lointain. Le champ lointain est celui qui est enregistré par les stations sismiques et qui contient les différents types d’ondes. Le champ proche lui n’existe que près de la source et correspond à une déformation permanente. Son amplitude décroît rapidement avec la distance à la source. Pour déterminer les paramètres d’un événement sismique que sont sa localisation et son mécanisme ( $\mathbf{f}$ ), les données utilisées sont les sismogrammes, enregistrés en différents endroits et suivant différents azimuts. Dans ce chapitre, nous allons d’abord nous intéresser aux données, puis aux méthodes de localisation les plus utilisées.

## 1.1 Les données

Pour localiser un séisme, les données disponibles sont les sismogrammes enregistrés par des sismomètres. Les sismomètres sont des capteurs qui enregistrent les mouvements du sous-sol en continu. Lors d’un événement sismique, le passage des ondes au niveau d’un sismomètre va provoquer un changement brusque dans l’enregistrement (Figure 1.2). Chaque type d’onde génère un déplacement caractéristique (Figure 2) dans des directions particulières. Par conséquent, il faut un sismomètre pour chaque composante de l’espace pour enregistrer de manière complète un champ d’onde. C’est pourquoi, une station sismique est composée de trois sismomètres différents avec des orientations précises : un vertical et deux horizontaux orientés nord-sud et est-ouest. La quantité enregistrée peut être différente d’un capteur à l’autre : il est possible d’enregistrer le déplacement, la vitesse de déplacement ou encore l’accélération du sol. Un sismogramme (Figure 1.2) représente l’évolution temporelle de l’une de ces quantités. La Figure 1.2 présente deux sismogrammes (composante verticale) pour un même événement de magnitude 8.2, enregistré à deux stations différentes. Sur ces enregistrements, il est possible de pointer les premières arrivées des différents types d’ondes de volume (P en vert et S en bleu). Le séisme ayant une forte magnitude, les ondes ont généré des déplacements d’une amplitude nettement supérieure au bruit ambiant enregistré en continu par les

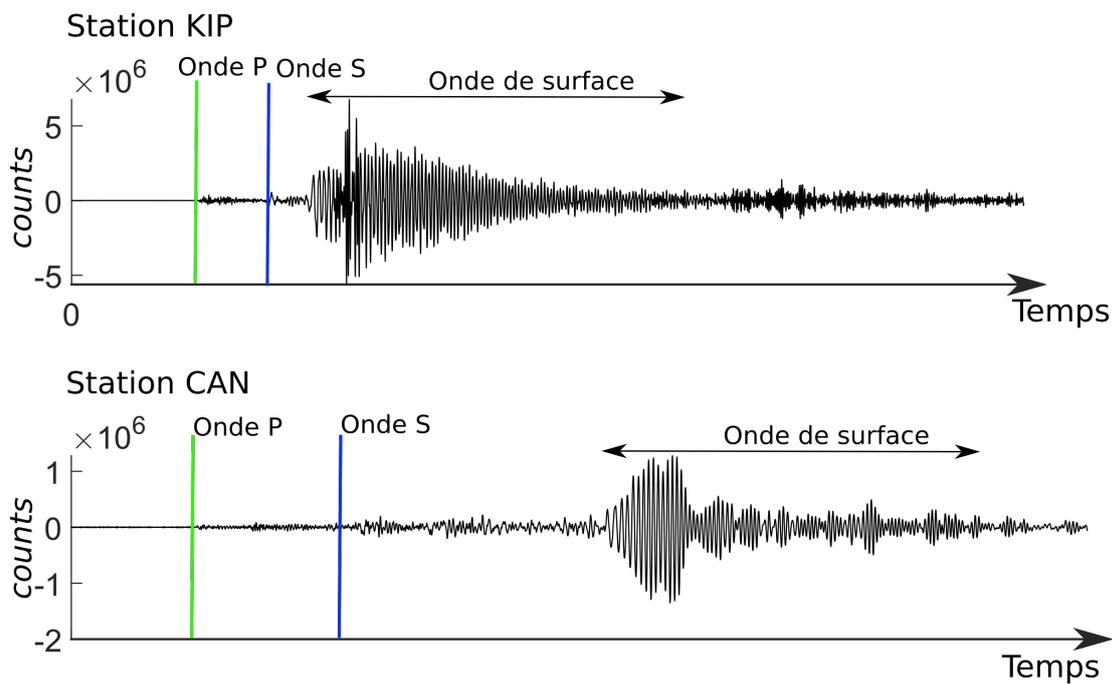


FIGURE 1.2 – Exemple de deux sismogrammes (composante verticale) obtenus pour un séisme de magnitude 8.2 ayant eu lieu le 29/07/2021 en Alaska à 35 km de profondeur (<https://ds.iris.edu/wilber3/>). Les deux stations choisies appartiennent au réseau Geoscope [Institut de physique du globe de Paris (IPGP) et École et Observatoire des Sciences de la Terre de Strasbourg (EOST), 1982] et sont positionnées à Hawaï pour KIP et en Australie pour CAN.

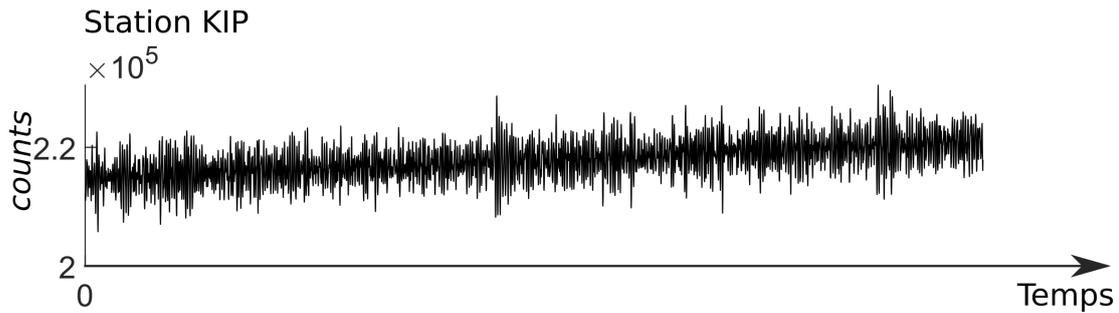


FIGURE 1.3 – Exemple d’un sismogramme (composante verticale) obtenu pour un séisme de magnitude 3.1 ayant eu lieu le 01/07/2022 à Hawaï à 33 km de profondeur (<https://ds.iris.edu/wilber3/>). La station utilisée, déjà considérée à la Figure 1.2, est KIP.

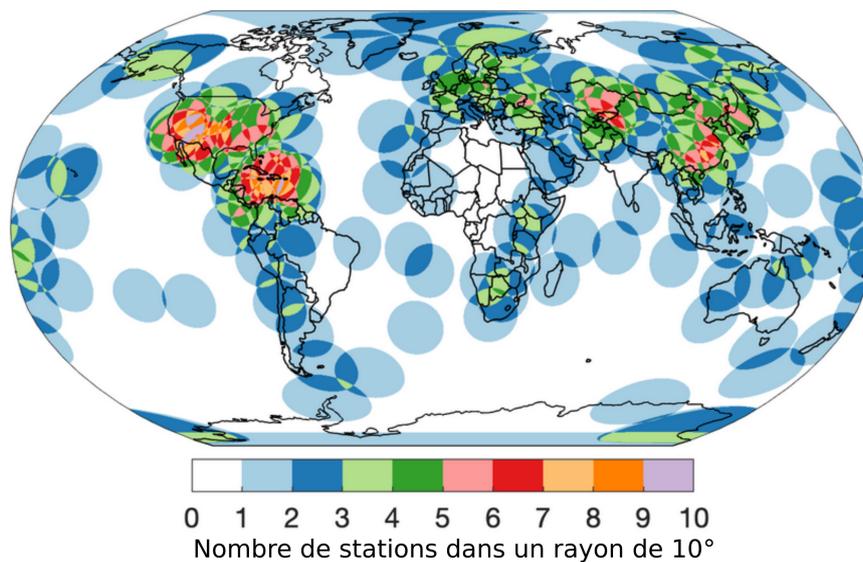


FIGURE 1.4 – Carte représentant la densité de stations pour le réseau GSN (Global seismic network) proposée par IRIS (<https://www.iris.edu/hq/programs/gsn/maps>).

stations. Dans le cas de séismes de plus faible magnitude, il est en revanche difficile de distinguer les trains d’ondes du bruit ambiant (Figure 1.3). Il est donc important de noter que la lisibilité des enregistrements est liée à l’amplitude des séismes et au bruit ambiant. Cela aura forcément un impact sur le résultat de la localisation.

La quantité (i.e. le nombre d’enregistrements) et la qualité des données disponibles dépendent de la position et de la magnitude du séisme, car :

- un séisme de faible magnitude sera enregistré mais les amplitudes seront plus basses que celles du bruit ambiant,
- les stations sismiques ne sont pas régulièrement réparties à la surface de la Terre (Figure 1.4).

À partir de ces enregistrements et d’un modèle de vitesses, il est possible de localiser et de caractériser les événements sismiques. Pour cela, on peut distinguer deux grandes familles de méthodes : les méthodes basées sur les temps d’arrivées et celles basées sur

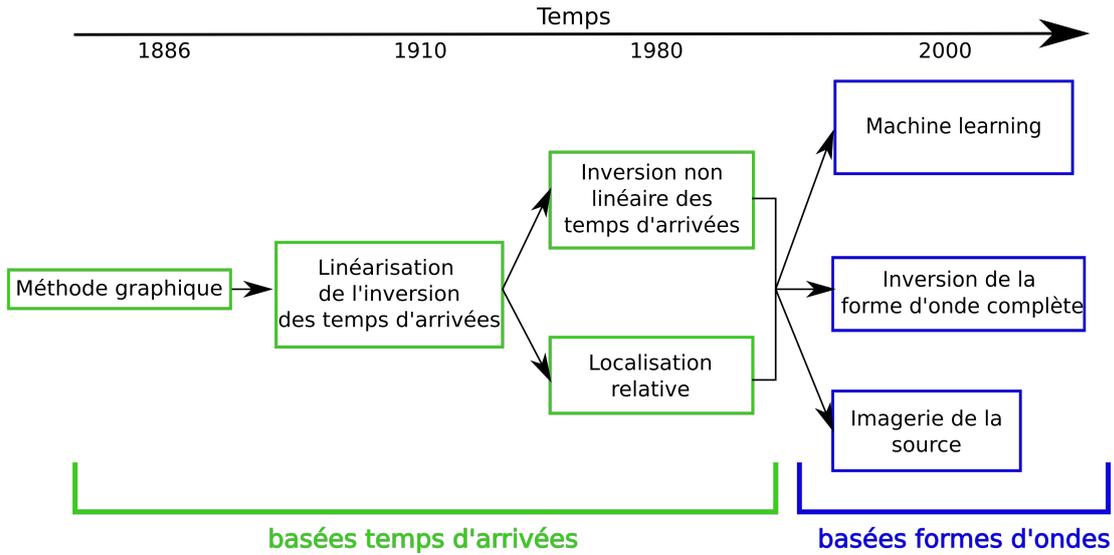


FIGURE 1.5 – Évolution des méthodes de localisation des séismes avec le temps en distinguant deux grandes familles : les méthodes basées temps d'arrivées et les méthodes basées formes d'ondes [Li et al., 2020a].

la forme d'onde complète (Figure 1.5).

## 1.2 Méthodes basées sur les temps d'arrivées

Ces méthodes utilisent les valeurs de temps d'arrivées des différents types d'ondes (P,S,...) obtenues sur plusieurs sismogrammes enregistrés par différentes stations. La première méthode développée par Milne [1886] est graphique et se base sur la triangulation en deux dimensions (Section 1.2.1). Ensuite, avec la démocratisation des ordinateurs, de nouvelles méthodes ont vu le jour. Elles sont basées sur la résolution de problèmes inverses (Section 1.2.2).

### 1.2.1 Triangulation graphique

La méthode graphique fut la première méthode utilisée pour localiser l'épicentre d'un séisme [Milne, 1886]. Elle est basée sur l'approximation des vitesses de propagation d'onde constantes. À partir de cette approximation, les temps d'arrivées des ondes P et S peuvent s'écrire

$$t_p = t_0 + \frac{d}{V_p} \quad (1.4)$$

et

$$t_s = t_0 + \frac{d}{V_s}, \quad (1.5)$$

avec  $t_s$  et  $t_p$  les temps d'arrivées des différentes ondes à une station donnée,  $t_0$  le temps origine du séisme,  $d$  la distance entre l'épicentre et la station,  $V_p$  et  $V_s$  les vitesses des différentes ondes. En calculant la différence, entre (1.4) et (1.5), la distance  $d$  est exprimée uniquement en fonction des vitesses des ondes et des temps d'arrivées :

$$d = (t_p - t_s)(V_p - V_s). \quad (1.6)$$

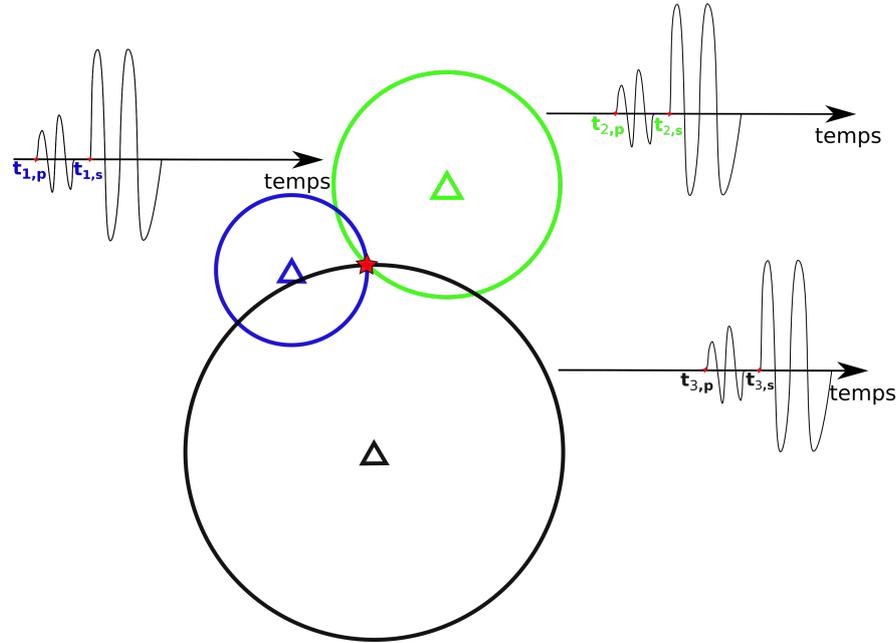


FIGURE 1.6 – Illustration de la méthode graphique de localisation avec trois stations sismiques (triangles). Pour chaque station, le cercle correspond à la solution de Eq.1.6 avec les valeurs de temps lues sur les sismogrammes. L'étoile rouge correspond à l'intersection des trois cercles et, donc, à la position de l'épicentre.

Cette équation permet de définir un cercle autour de la station où se situe l'épicentre du séisme c'est-à-dire une infinité de positions possibles. Pour obtenir une unique position de l'épicentre, il faut au moins trois stations. La résolution de l'équation 1.6 pour trois stations donne trois cercles et l'épicentre de l'évènement se trouve à leur intersection (Figure 1.6).

### 1.2.2 Les méthodes numériques

Dans un milieu hétérogène, il n'y a pas de relation linéaire entre les coordonnées du séisme et les temps d'arrivées. La localisation d'un séisme est donc un problème inverse hautement non linéaire. C'est un problème à quatre inconnues : les coordonnées de l'évènement  $(x, y, z)$  et le temps d'origine  $t_0$ . Pour le résoudre, les méthodes numériques cherchent à minimiser une fonction objectif qui dépend des temps d'arrivées pointés sur les sismogrammes  $t^{obs}$  et des temps d'arrivées synthétiques calculés  $t^{syn}$ . L'ensemble des temps d'arrivées observés sont appelés données observées  $\mathbf{d}^{obs}$  et les temps d'arrivées synthétiques sont appelés données synthétiques  $\mathbf{d}^{syn}$ .

Pour calculer les données synthétiques, la théorie des rais peut être utilisée [Aki et Richards, 2002]. Un rai sismique correspond à la propagation d'un front d'onde entre la source et un récepteur et est décrit par l'équation suivante [Waldhauser et Ellsworth, 2000] :

$$t_j^i = t_0^i + \int_i^j u dl, \quad (1.7)$$

avec  $t_j^i$  le temps d'arrivée synthétique pour un séisme  $i$  à la station  $j$ ,  $t_0^i$  le temps origine de ce séisme et  $u$  la lenteur du milieu de propagation (qui correspond à l'inverse de

la vitesse). Dans le cas d'un seul séisme enregistré à plusieurs stations, les  $N$  temps d'arrivées observés peuvent se ranger dans  $\mathbf{d}^{obs}$  :

$$\mathbf{d}^{obs} = (t_1^{obs}, \dots, t_i^{obs}, \dots, t_N^{obs})^T. \quad (1.8)$$

Les inconnues de notre problème se rangent elles aussi dans un vecteur  $\mathbf{m} = \{x, y, z, t_0\}^T$ . L'équation (1.7) peut donc être résumée par

$$\mathbf{d}^{syn} = \mathbf{g}(\mathbf{m}), \quad (1.9)$$

avec  $\mathbf{g}$  une fonction non linéaire qui fournit les temps d'arrivées des ondes pour un modèle donné. Dans le cas présent  $\mathbf{g}$  correspond à un tracé de rais sismiques.

### 1.2.2.1 La localisation absolue

La localisation absolue est basée sur l'algorithme pionnier de Geiger [1912]. À partir d'un modèle a priori  $\mathbf{m}_0 = (x_0, y_0, z_0, t_0)$  qui correspond à une première idée de la localisation du séisme, le modèle est mis à jour pour donner un modèle  $\mathbf{m}_1$  tel que

$$\mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_0 + \delta\mathbf{m}_0. \quad (1.10)$$

En appliquant cette équation et en supposant que  $\mathbf{m}_1$  explique parfaitement les données observées, on obtient

$$\mathbf{d}^{obs} = \mathbf{g}(\mathbf{m}_0 + \delta\mathbf{m}_0). \quad (1.11)$$

Si  $\mathbf{m}_0$  est suffisamment proche de  $\mathbf{m}_1$ , alors  $\mathbf{g}(\mathbf{m}_0 + \delta\mathbf{m}_0)$  peut s'écrire sous forme d'une série de Taylor à l'ordre 1, si bien que

$$\delta\mathbf{d} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{m}} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0} \delta\mathbf{m}_0, \quad (1.12)$$

avec  $\delta\mathbf{d} = \mathbf{d}^{obs} - \mathbf{d}^{syn}$ . Dans ce problème linéarisé, la différence entre les données observées et les données synthétiques est linéairement liée aux variations du modèle  $\delta\mathbf{m}_0$ . L'équation (1.12) peut se réécrire

$$\delta\mathbf{d} = \mathbf{G}\delta\mathbf{m}_0, \quad (1.13)$$

où  $\mathbf{G}$  une matrice qui contient les dérivés partielles de  $\mathbf{g}$  (i.e.,  $G_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial m_j}$ ). Le problème se ramène donc à un problème de moindres carrés. Pour obtenir le meilleur modèle, les paramètres sont mis à jour itérativement, comme explicité dans l'équation suivante :

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \delta\mathbf{m}_k. \quad (1.14)$$

Cette méthode est simple à implémenter et de nombreux algorithmes ont été développés [e.g., Lin et Shearer, 2006, Lienert et al., 1986, Pavlis et al., 2004]. Cependant, elle est dépendante du modèle initial choisi. Si celui-ci est trop éloigné du minimum global, la solution peut converger vers un minimum local. De plus, cette méthode est sensible à la qualité des données (i.e. le rapport signal sur bruit), à la répartition des stations sismiques ainsi qu'à la connaissance du modèle de vitesse. Pour s'affranchir d'une

bonne connaissance du modèle de vitesse, la méthode de localisation relative peut être utilisée.

### 1.2.2.2 La localisation relative

Contrairement à la localisation absolue qui traite les évènements un par un, la localisation relative permet de gérer les évènements simultanément pour obtenir une position relative. La méthode la plus connue est la méthode de la double différence [Waldhauser et Ellsworth, 2000, Lin et Shearer, 2005]. L'hypothèse faite ici est que les ondes émises par deux évènements  $i$  et  $k$  proches dans l'espace vont suivre le même chemin jusqu'à une station  $j$  donnée. Les ondes suivant le même chemin, le milieu de propagation impacte peu la différence entre les deux temps d'arrivées  $(t_j^i - t_j^k)^{obs}$ . Une équation équivalente à l'équation (1.12) permet de définir la relation entre cette différence et les variations du modèle  $\mathbf{m}$  :

$$\frac{\partial t_j^{i,k}}{\partial \mathbf{m}} \Delta \mathbf{m}^{i,k} = \delta d_j^{i,k}, \quad (1.15)$$

avec  $\Delta \mathbf{m}^{i,k}$  les changements relatifs des paramètres du modèle entre les deux évènements et  $\frac{\partial t_j^{i,k}}{\partial \mathbf{m}}$  les dérivées partielles de la différence des temps d'arrivées par rapport à  $\mathbf{m}$ .  $\delta d_j^{i,k}$  correspond au résidu entre les différences de temps d'arrivées observée et théorique :

$$\delta d_j^{i,k} = (t_j^i - t_j^k)^{obs} - (t_j^i - t_j^k)^{syn}. \quad (1.16)$$

L'équation (1.15) n'est valide que si la vitesse est constante d'un rai à l'autre, c'est-à-dire que les évènements sont suffisamment proches l'un de l'autre. Si deux évènements sont trop éloignés et que l'hypothèse de même vitesse n'est plus valide, il faut adapter (1.15) en utilisant la vitesse et le temps d'origine de chaque évènement :

$$\frac{\partial t_j^{i,k}}{\partial \mathbf{m}} \Delta \mathbf{m}^i - \frac{\partial t_j^{i,k}}{\partial \mathbf{m}} \Delta \mathbf{m}^k = \delta d_j^{i,k}. \quad (1.17)$$

Comme pour la méthode de localisation absolue, le problème peut s'écrire sous forme matricielle (1.13) avec  $\mathbf{G}$  la matrice des dérivées partielles,  $\delta \mathbf{d}$  le vecteur de données qui contient les résidus (1.16),  $\Delta \mathbf{m}$  le vecteur d'inconnues qui contient les variations des paramètres  $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t_0$ . Une matrice diagonale  $\mathbf{W}$  peut être ajoutée à la formulation pour pondérer chaque équation telle que (1.13) devient

$$\mathbf{W} \mathbf{G} \Delta \mathbf{m} = \mathbf{W} \delta \mathbf{d}. \quad (1.18)$$

La matrice  $\mathbf{W}$  correspond, selon Waldhauser et Ellsworth [2000], à une qualité des données *a priori*.

## 1.3 Méthodes basées sur les formes d'ondes complètes

Ces méthodes, contrairement à celles présentées dans la section précédente, ne se basent pas sur un pointé de temps d'arrivées, mais sur la totalité ou une partie des

sismogrammes. Cette grande famille de méthodes peut être décomposée en deux sous-familles (Figure 1.5) :

- l'inversion de la forme d'onde complète,
- les méthodes d'imagerie de la source.

### 1.3.1 Inversion de la forme d'onde complète

L'inversion de la forme d'onde complète est une méthode inverse utilisée en sismologie pour déterminer les paramètres élastiques du sous-sol [e.g., Fichtner et al., 2009, 2013, Beller et al., 2018, Brossier et al., 2009, 2015, Operto et al., 2015] ou des paramètres de sources sismiques [e.g., Kim et al., 2011, Willacy et al., 2019, Liu et al., 2004, Somala et al., 2018]. Le point de départ est un jeu de données  $\mathbf{d}^{obs}$  composé de sismogrammes, et un modèle  $\mathbf{m}_0$  de propriétés élastiques ou de source. Le but, comme précédemment, est de déterminer un modèle  $\mathbf{m}$  qui permet de générer des données synthétiques aussi proches que possible des données observées.

**Principe :** Il s'agit de minimiser une fonction d'erreur ou fonction objectif  $\chi(\mathbf{m})$ . Par exemple,  $\chi$  peut être  $\|\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{g}(\mathbf{m})\|_2^2$ . À chaque itération, le modèle  $\mathbf{m}$  est mis à jour en lui appliquant une perturbation  $\delta\mathbf{m}$ . La fonction d'erreur du nouveau modèle s'écrit  $\chi(\mathbf{m} + \delta\mathbf{m})$ . Tape et al. [2007] montrent alors que

$$\chi(\mathbf{m} + \delta\mathbf{m}) \approx \chi(\mathbf{m}) + \mathbf{G}(\mathbf{m})^T \delta\mathbf{m} + \frac{1}{2} \delta\mathbf{m}^T \mathbf{H}(\mathbf{m}) \delta\mathbf{m} \quad (1.19)$$

avec  $\mathbf{G}(\mathbf{m})$  le gradient de la fonction erreur par rapport au modèle :

$$\mathbf{G}(\mathbf{m}) = \frac{\partial \chi}{\partial \mathbf{m}}, \quad (1.20)$$

et  $\mathbf{H}(\mathbf{m})$  le hessien :

$$\mathbf{H}(\mathbf{m}) = \frac{\partial^2 \chi}{\partial \mathbf{m} \partial \mathbf{m}}. \quad (1.21)$$

Le gradient de (1.19) s'écrit selon Tape et al. [2007] comme

$$\mathbf{G}(\mathbf{m} + \delta\mathbf{m}) \approx \mathbf{G}(\mathbf{m}) + \mathbf{H}(\mathbf{m}) \delta\mathbf{m}. \quad (1.22)$$

Cette dernière équation est égale à zéro quand on obtient un minimum local de (1.19)

$$\mathbf{H}(\mathbf{m}) \delta\mathbf{m} = -\mathbf{G}(\mathbf{m}). \quad (1.23)$$

Donc pour chaque itération, il faut calculer le gradient et l'inverse de l'hessien. En pratique, l'inverse de l'hessien est rarement calculé de manière exacte, car son coût de calcul est trop important. Il est alors souvent remplacé par un hessien approché [e.g., Fichtner et Trampert, 2011, Choi et al., 2008]. Le gradient, lui, peut être calculé efficacement à chaque itération grâce à la méthode de l'adjoint. Si ces deux quantités sont calculées, la perturbation peut être calculée en se basant sur (1.23) et dans ce cas l'approche est appelée méthode de Newton. Quand seul le gradient est utilisé, la perturbation est calculée par des méthodes itératives telles que la méthode du gradient conjugué ou la descente de gradient.

**Méthode de l'adjoint :** Elle permet de calculer efficacement le gradient d'une fonction erreur [e.g., Fichtner et al., 2006a,b, Lailly et Bednar, 1983, Liu et Gu, 2012, Tarantola, 1988, 1984, Tromp et al., 2005, Tape et al., 2007, Talagrand et Courtier, 1987]. Elle consiste à générer un champ d'onde adjoint qui se propage des récepteurs à la source. Dans le cas où la fonction objectif est  $\|\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{g}(\mathbf{m})\|_2^2$ , le signal injecté aux récepteurs est le résidu c'est-à-dire la différence entre les données  $d^{obs}$  et les synthétiques  $d^{synth}$ . Le gradient est alors obtenu en calculant la corrélation entre le champ adjoint et le champ direct. En pratique, il y a deux façons de calculer cette corrélation :

1. Deux simulations d'ondes par source et par itération sont effectuées : une pour le champ direct et une pour le champ adjoint. Mais cela implique que le champ direct doit être stocké dans son intégralité.
2. On crée un contour fermé purement "artificiel" sur lequel on enregistre le champ direct. Celui-ci est ensuite reconstruit par la méthode du renversement temporel [Fink, 1992] en même temps que le champ adjoint, ce qui évite le stockage complet du champ direct, mais implique trois simulations par source et par itération.

### 1.3.2 Imagerie de la source

Toutes les méthodes appartenant à la famille de l'imagerie de la source cherchent à concentrer l'énergie enregistrée aux récepteurs à la position de la source ou de reconstruire directement le champ d'onde à la source. Ces méthodes nécessitent en général un ou plusieurs réseaux denses de récepteurs.

#### 1.3.2.1 Partial waveform stacking

Comme son nom l'indique, il s'agit d'une méthode qui n'utilise qu'une partie de la forme d'onde (les premières phases par exemple). L'idée générale est de concentrer l'énergie sismique à la position de la source en utilisant un opérateur de sommation  $\mathbf{Z}$  [Li et al., 2020b] :

$$S(\mathbf{x}, t_0) = \sum_N f(t) \cdot \mathbf{Z}(t), \quad (1.24)$$

avec  $S(\mathbf{x}, t_0)$  la valeur de l'image pour la coordonnée  $\mathbf{x}$  et le temps d'origine théorique  $t_0$ ,  $N$  le nombre de récepteurs,  $f(t)$  une fonction caractéristique et  $t$  indiquant l'échantillonnage temporel. Cette dernière prend en entrée le sismogramme et sort une valeur telle que l'enveloppe, la semblance, etc. Il existe deux types de *partial waveform stacking* : l'un basé sur la diffraction [e.g., Kao et Shan, 2004, Gajewski et al., 2007] et l'autre basé sur la corrélation (i.e. l'interférométrie) [e.g., Schuster et al., 2004].

Le principe du *partial waveform stacking* basé sur la diffraction est de discrétiser le sous-sol et de considérer chaque point comme une potentielle position de la source. Pour chaque point, la valeur théorique du temps d'arrivée des ondes est calculée. Une fois cette valeur déterminée, les sismogrammes sont sommés sur cette ligne de temps de manière à obtenir une valeur par position. L'équation (1.24) se réécrit alors

$$S(\mathbf{x}, t_0) = \sum_N f^i(t) \cdot \delta[t - (t_0 - t_{i,\mathbf{x}})], \quad (1.25)$$

avec  $t_{i,\mathbf{x}}$  le temps d'arrivée prédit pour le récepteur  $i$  [Li et al., 2020b] et  $f^i$  la fonction

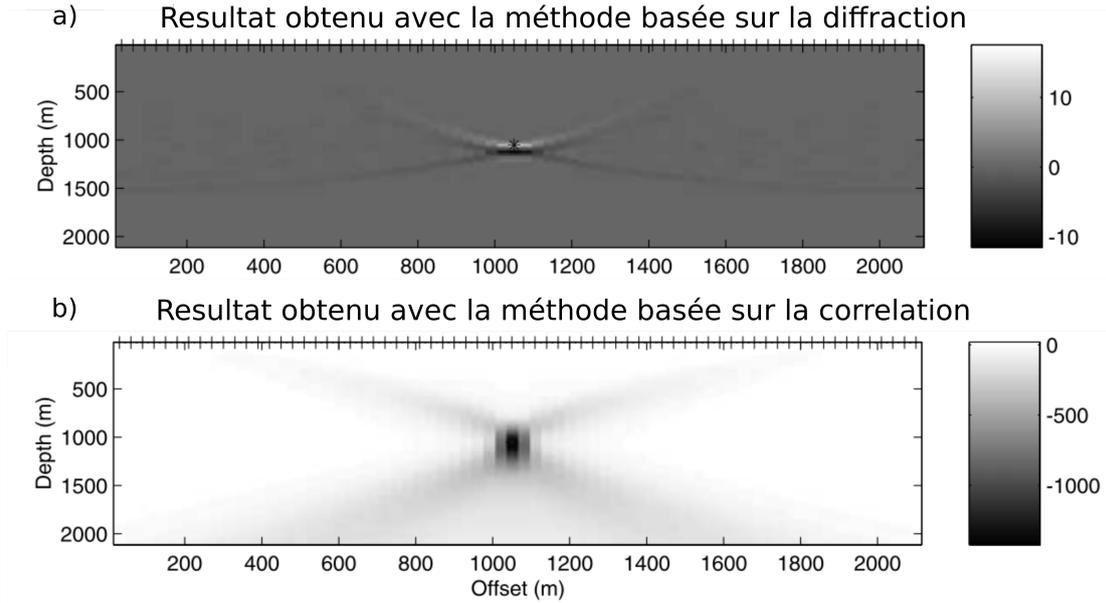


FIGURE 1.7 – Résultats obtenus par [Schuster et al. \[2004\]](#) pour la localisation d'un point diffractant dans un cas synthétique. La fréquence est de  $30\text{ Hz}$  pour une source positionnée à  $1050\text{ m}$  de profondeur. a) présente le résultat obtenu avec la diffraction. b) présente le résultat obtenu avec la corrélation.

caractéristique à ce même récepteur. Finalement, le résultat de l'équation (1.25) est une fonction image qui représente la probabilité d'avoir une source en chaque point. La position de la source correspond au maximum de cette fonction (Figure 1.7 a). Cette méthode détermine simultanément le temps d'origine et la position.

Le principe est le même pour le *partial waveform stacking* basé sur la corrélation sauf que ce ne sont pas directement les sismogrammes qui sont sommés, mais la corrélation croisée entre les sismogrammes voisins :

$$S(\mathbf{x}) = \sum_{i,j}^N \sum_{t=0}^{T_{max}} C^{ij}(t) \cdot \delta[t - (t_{i,\mathbf{x}} - t_{j,\mathbf{x}})], \quad (1.26)$$

avec  $t_{i,\mathbf{x}}$  et  $t_{j,\mathbf{x}}$  les temps d'arrivées pour les stations  $i$  et  $j$  et  $C^{ij}$  la corrélation des fonctions caractéristiques [[Li et al., 2020b](#)]. Le résultat de l'équation (1.26) est une image migrée de la source. [Schuster et al. \[2004\]](#) comparent les résultats de la localisation pour les deux techniques (Figure 1.7). Les méthodes localisent correctement la source, mais la résolution n'est pas la même. La tache obtenue avec la corrélation est plus étendue spatialement que celle obtenue avec la diffraction. Cela est dû au fait que la corrélation croisée d'une trace avec une autre entraîne un étalement du signal source et, par conséquent, un étalement du résultat [[Schuster et al., 2004](#)]. En revanche en utilisant la corrélation, l'extremum de la fonction image obtenue est bien plus élevé.

### 1.3.2.2 Match field processing

Le principe de cette méthode est de générer une carte ou un cube de probabilité de la position de la source. Pour cela, l'espace est discrétisé, et en chaque point de l'espace

est placée une source-test de laquelle un champ d'onde est simulé. Ce champ d'onde est enregistré aux mêmes positions que les données observées pour pouvoir les comparer. Cette comparaison se fait classiquement dans le domaine fréquentiel pour des raisons de coût de calcul [Michalopoulou et Porter, 1996, Debever et Kuperman, 2007]. Elle repose sur un calcul de corrélation ou sur la minimisation de la variance [Jensen et al., 1995, Lee et al., 1999]. Dans les deux cas, la première étape consiste à calculer la matrice de densité de corrélation spectrale  $\mathbf{K}$  entre les données observées :

$$\mathbf{K}_{jk}(\omega) = \mathbf{d}^*(\omega, \mathbf{x}_j) \mathbf{d}(\omega, \mathbf{x}_k), \quad (1.27)$$

avec  $\mathbf{d}(\omega, \mathbf{x}_j)$  le vecteur de données à la position  $\mathbf{x}_j$ , l'étoile indiquant le complexe conjugué. " $\mathbf{K}$  contient donc toutes les données ainsi que leur cohérence entre les stations" [Schippkus et Hadziioannou, 2022]. La deuxième étape consiste à calculer la carte de probabilité. Dans le cas de la corrélation, le résultat s'exprime comme [Schippkus et Hadziioannou, 2022] :

$$S(\mathbf{x}_s) = \sum_{\omega} \sum_j \sum_{k \neq j} s_j^*(\omega, \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_s) \mathbf{K}_{jk} s_k(\omega, \mathbf{x}_k, \mathbf{x}_s). \quad (1.28)$$

avec  $s$  les spectres des données synthétiques. Cette méthode est appliquée dans plusieurs domaines tels que l'exploration [Corciulo et al., 2012], la géophysique hydrothermale [Cros et al., 2011, Vandemeulebrouck et al., 2013] et la microsismicité [Gerstoft et Tanimoto, 2007, Neale et al., 2017].

### 1.3.2.3 Back-projection

La méthode de *back-projection* est une méthode très proche des méthodes de renversement temporel décrites dans le paragraphe suivant ainsi que des méthodes précédentes. Par exemple, le *partial wave form stacking* peut être vu comme un *back-projection* pondéré du champ d'onde le long d'une surface isochrone [Li et al., 2020a]. Elle consiste à tester des positions de source potentielles autour d'une première localisation déterminée par une méthode basée sur les temps d'arrivées [Kiser et al., 2011]. Le principe est de sommer les enregistrements le long d'une courbe de temps d'arrivées [Yao et al., 2012]. Pour chaque position de source  $j$ , la somme  $s_j^{BP}$  de la totalité ou d'une partie des sismogrammes est calculée [Fukahata et al., 2014] :

$$s_j^{BP}(t) = \sum_k c_k \mathbf{u}_k(t - t_{jk}^P), \quad (1.29)$$

avec  $k$  l'indice de la station,  $\mathbf{u}_k$  le sismogramme de la station  $k$ ,  $t_{jk}^P$  le temps d'arrivée théorique de l'onde P entre la source  $j$  et la station  $k$ , et  $c_k$  un facteur de normalisation. Dans la pratique,  $\mathbf{u}_k$  contient uniquement le début du signal, i.e. l'onde P [Ishii et al., 2007, Fukahata et al., 2014]. Cela permet d'obtenir une carte dynamique des amplitudes sommées (Figure 1.8). Une variante de la *back-projection*, nommée *hybrid back-projection*, a été développée par Yagi et al. [2012] et Fukahata et al. [2014]. Elle utilise la corrélation croisée entre le sismogramme et la fonction de Green plutôt que le

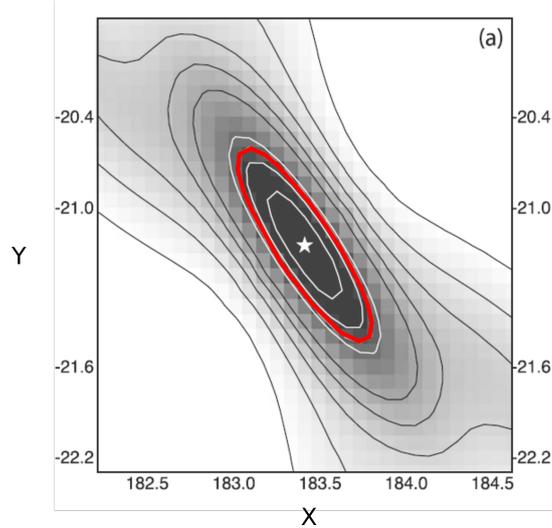


FIGURE 1.8 – Exemple de carte des amplitudes sommées obtenue par *back-projection* pour une source ponctuelle synthétique (étoile blanche) [Kiser et al., 2011]. Ici, la méthode a été appliquée uniquement avec les ondes P enregistrées sur 776 récepteurs. La ligne rouge représente 75% des amplitudes sommées et c'est à partir de celle-ci qu'il est possible de déterminer la zone de glissement [Kiser et al., 2011].

sismogramme :

$$s_j^{HBP}(t) = \sum_k c'_k(\mathbf{u}_k \hat{\times} \mathbf{G}_{kj})(t), \quad (1.30)$$

avec  $\mathbf{G}_{kj}$  la fonction de Green entre la source  $j$  et le récepteur  $k$ , et  $\hat{\times}$  le symbole de la corrélation croisée. La présence explicite de la fonction de Green dans (1.30) permet de faire un lien physique explicite entre l'image obtenue et le glissement. L'image représente, en effet, la vitesse de glissement de la faille pour des données de déplacement  $\mathbf{u}$ , ou l'accélération de glissement si ce sont des données de vitesse qui sont utilisées [Fukahata et al., 2014]. L'équation (1.29) peut être vu comme une *hybrid back-projection* avec une corrélation croisée entre les données et une fonction de Dirac translatée en temps.

#### 1.3.2.4 Renversement temporel

Ce terme recouvre deux méthodes dans la littérature : le *reverse-time modeling* et le *time reversal*. Dans les deux cas, le principe est le même : renverser temporellement les signaux enregistrés et les rétropropager dans le milieu de façon numérique. Les ondes générées vont alors venir se focaliser à la position de la source, créant une tache. La différence entre les deux méthodes porte sur leurs conditions d'applications et leurs fondements théoriques.

Le *reverse-time* est basé sur la *reverse time migration* (RTM) ou *wavefield extrapolation*. En se basant sur les travaux de Larmat et al. [2006] et de Kawakatsu et Montagner [2008], Fukahata et al. [2014] décrit le *reverse time* comme une sommation de corrélations croisées entre les données et la fonction de Green  $\tilde{\mathbf{G}}$  renversée temporellement :

$$s_j^{TR}(t) = \sum_k c_k''(\mathbf{u}_k \hat{\times} \tilde{\mathbf{G}}_{kj})(t_0 - t). \quad (1.31)$$

avec  $t_0$  un temps de référence arbitraire. En comparant cette équation à (1.30), on voit qu'il y a un lien entre le *reverse time* et l'*hybrid back projection* :  $t_{HBP} = t_0 - t_{TR}$  [Fukahata et al., 2014].

Le *reverse time* est appliqué pour la première fois à la localisation d'événements sismiques par McMechan [1982]. À sa suite, le *reverse time* a permis de localiser des séismes majeurs [e.g, Larmat et al., 2006], des séismes glaciaires [e.g, Larmat et al., 2008], des microséismes [e.g, Yang et Zhu, 2019, Finger et Saenger, 2021], des *tremors* [Steiner et al., 2008] et des répliques [e.g, Rietbrock et Scherbaum, 1994, Finger et Saenger, 2021].

Le *time-reversal* est basé sur les travaux de Mathias Fink [Fink, 1992, 1999, Fink et al., 2000, 2003, Fink, 2006, 2015]. D'un point de vue théorique, les récepteurs doivent former une surface fermée appelée miroir (Chapitre 2). Bien que cette condition ne soit jamais vérifiée en sismologie, le *time reversal* reste applicable à la localisation d'événements [e.g., Li et van der Baan, 2016]. Il permet aussi de détecter des points diffractants dans un milieu donné [e.g., Shustak et Landa, 2017, Rabinovich et al., 2018, Givoli et Turkel, 2012]. De plus, le *time reversal* peut être utilisé pour reconstruire entièrement un champ d'onde [e.g., van Manen et al., 2006, Masson et al., 2014, Masson et Romanowicz, 2017]. Ainsi peut-il servir à reconstruire le champ d'onde direct à corrélérer au champ adjoint dans l'inversion de formes d'onde complète [e.g., Kim et al., 2011].

## 1.4 Conclusion

Il existe de nombreuses méthodes pour localiser des événements sismiques. Certaines utilisent soit les temps d'arrivées des différentes ondes (P,S,...), soit une partie ou la totalité de la forme d'onde. Ces méthodes permettent de localiser des événements sismiques et, parfois, de déterminer les mécanismes au foyer. Les méthodes basées sur les temps d'arrivées s'appuient en général sur la théorie des rais pour résoudre un problème inverse. Dans les méthodes basées sur la forme d'onde, l'inversion de formes d'onde complètes est aussi un problème inverse. Par ailleurs, les méthodes d'imagerie de la source consistent à sommer des données ou une valeur calculée à partir des données. Cette sommation permet d'obtenir des cartes de probabilité dans le cas du *match field processing* ou des cartes dynamiques d'amplitudes dans la *back-projection*.

Les deux limites principales de ces méthodes sont la qualité du signal (i.e. le rapport signal sur bruit) et le choix du modèle initial. Un signal très bruité rend difficile la détection d'un événement et le pointé des temps d'arrivées. Cela est souvent le cas pour des événements de faible magnitude. Des méthodes de *machine learning* ont donc été proposées pour détecter des événements de faible magnitude et pour déterminer les temps d'arrivées [e.g., Akram et al., 2017, Zhu et Beroza, 2019, Brown et al., 2008, Mousavi et al., 2020, Münchmeyer et al., 2022]. Par exemple, la méthode du *template matching* d'abord utilisée en traitement d'image a pour but de trouver dans une image des sous-parties qui correspondent à un modèle. Dans le cadre de la sismologie, l'image correspond à un enregistrement ou à une métrique appliquée à celui-ci (par exemple

l’enveloppe [Matoza et al., 2013]) et le modèle correspond à un catalogue d’enregistrements déjà localisés et caractérisés [e.g., Gibbons et Ringdal, 2006, Shelly et al., 2007, Shelly et Hill, 2011, Benz et al., 2015]. Dans le cas des méthodes d’imagerie de la source (Section 1.3.2), la sommation des données est d’une certaine façon une manière de réduire le bruit. Pour le modèle initial, des solutions existent pour échantillonner l’espace des paramètres, ce qui évite de tomber dans un minimum local. Il s’agit par exemple des algorithmes de *Grid search* [e.g., Kao et Shan, 2004, Shearer, 1997] ou des algorithmes d’optimisation globale [e.g., Sambridge et Mosegaard, 2002].

Dans le cadre de cette thèse, nous allons nous intéresser à la méthode du *time reversal*, qui sera appelée renversement temporel dans les chapitres suivants, sauf exception. Nous nous concentrons sur cette méthode, car elle est connue pour être moins sensible au bruit [Gajewski et al., 2007]. De plus, elle n’implique ni processus itératifs ni tests de plusieurs positions de sources possibles, et elle ne dépend pas d’un modèle initial de source.

# Chapitre 2

## Le renversement temporel

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>26</b>
<b>2.2</b>	<b>Description mathématique du renversement temporel</b>	<b>27</b>
<b>2.3</b>	<b>Implémentation dans SPECSEM2D</b>	<b>29</b>
2.3.1	Rappel sur les éléments spectraux	29
2.3.2	Implémentation du renversement temporel	32
2.3.3	Mise en œuvre des expériences numériques de cette thèse	34
<b>2.4</b>	<b>Première expérience numérique</b>	<b>35</b>
2.4.1	Milieu de propagation & Paramètres de simulation	35
2.4.2	Premières observations	37
2.4.3	Conclusion	41
<b>2.5</b>	<b>Que se passe-t-il au niveau de la source ?</b>	<b>41</b>
2.5.1	Expérience numérique	41
2.5.2	Vérification de l'équation (2.23) en 1D	45
<b>2.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>48</b>

---

**Résumé** Le renversement temporel est une méthode qui utilise la totalité des signaux enregistrés par les récepteurs. Le champ d'onde généré par le renversement temporel peut être décrit en se basant sur le théorème de représentation. À partir de là, l'application du renversement est régie par quatre conditions : i) le miroir doit être fermé ii) celui-ci ne doit pas impacter le trajet des ondes iii) le modèle de vitesse doit être connu et identique iv) le milieu est non atténuant. Ainsi la reconstruction du champ d'onde peut être décrite comme le champ d'onde généré par deux types de sources : les monopôles et les dipôles. C'est à partir de celles-ci que le renversement temporel a été implémenté dans le logiciel SPEC-FEM2D. À partir de ce code, un premier test numérique dans un milieu homogène a été effectué et confirme que le renversement temporel reconstruit le champ lointain, mais pas le champ proche. Le champ reconstruit au niveau de la source forme une tache focale qui est lisse contrairement au champ direct qui lui est discontinu. En partant du théorème de représentation, il est possible de montrer que le champ du renversement est la combinaison de deux champs discontinus, le champ direct renversé temporellement et le siphon. Nous avons démontré mathématiquement en 1D que l'interaction de deux champs discontinus donne un champ continu, ce qui explique la formation de la tache focale. Dans ce chapitre sont présentés des résultats mathématiques et numériques préliminaires sur le renversement temporel qui nous ont permis de poser la problématique de cette thèse.

---

## 2.1 Introduction

Le renversement temporel fait partie de la famille des méthodes basées sur la forme d'onde complète, et plus précisément, de la sous-famille de l'imagerie de la source. Cette technique a été développée par Mathias Fink dans les années 90 [Fink, 1992] dans le cadre des ultrasons et étendue aux cas élastiques par Draeger et Fink [1997]. Cette méthode consiste à renverser temporellement les signaux enregistrés et à les rétropropager à partir des récepteurs. Ainsi les récepteurs sont transformés en sources (Figure 2.1). Les ondes générées par la rétropropagation suivent alors le chemin inverse de celui de la propagation directe. Si les propriétés du milieu sont les mêmes que celle de la propagation directe, les ondes viennent se concentrer à la position de la source. Le principe de cette méthode se justifie par l'invariabilité du champ d'onde quand on applique l'opérateur du renversement temporel. L'équation d'onde, dans un milieu non atténuant, présente une dérivée seconde en temps et aucune dérivée première (1.1) donc  $f(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, -t)$ , car  $t^2 = (-t)^2$ . Le résultat de la convergence des ondes est une tache à la position de la source, appelée tache focale. Cette tache indique la position de la source et contient aussi des informations sur le mécanisme au foyer du séisme ainsi que sur les hétérogénéités proches de la source.

Pour appliquer le renversement temporel, quatre hypothèses doivent être satisfaites :

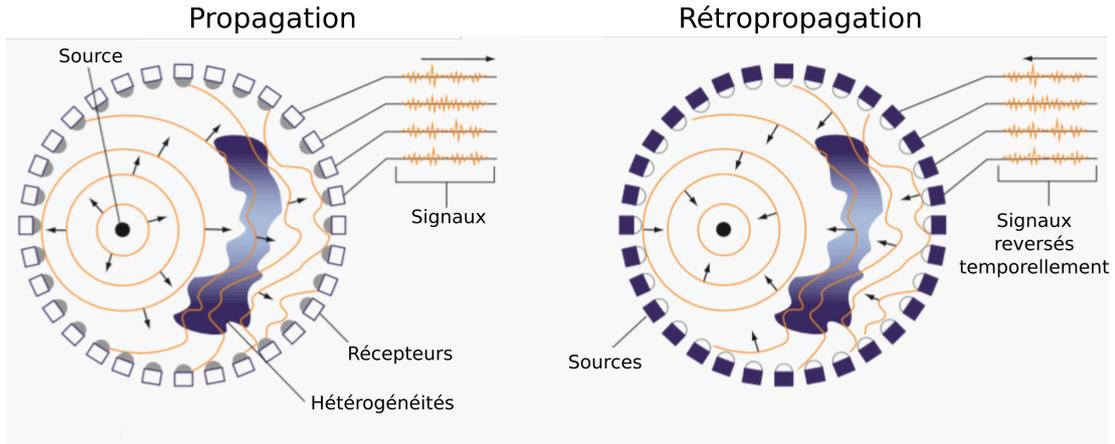


FIGURE 2.1 – Schématisation du renversement temporel modifiée à partir de Fink [1992]. La première étape correspond à la propagation d'onde depuis une source (réelle ou synthétique, ultrasonore ou sismique, etc.). Les ondes générées par la source sont enregistrées par des récepteurs qui forment une surface fermée. La seconde étape consiste à rétropropager les signaux depuis les récepteurs qui agissent comme des sources. Préalablement, les signaux enregistrés sont renversés temporellement.

- i Les récepteurs doivent former une surface fermée, appelée miroir. La forme de ce miroir n'a pas d'importance ; elle peut être complexe [e.g., Masson et al., 2014].
- ii Le miroir ne doit pas perturber le champ d'onde, c'est-à-dire que le champ ne doit pas être modifié quand il passe au niveau des récepteurs. Par extension, cela signifie qu'une surface libre (i.e. la surface de la Terre) peut faire partie du miroir, mais qu'il n'y a pas besoin d'avoir des récepteurs sur ce morceau du miroir.
- iii Le milieu de rétropropagation doit être identique à celui de la propagation directe, tant au niveau des valeurs des propriétés élastiques que des positions des interfaces. Des différences dans les propriétés ou dans les positions des interfaces entraîneraient des différences entre les champs d'onde direct et rétropropagé.
- iv Le milieu doit être non atténuant. Dans un milieu atténuant, l'équation d'onde fait apparaître une dérivée première en temps, si bien que la réversibilité temporelle de l'équation d'onde n'est plus vérifiée.

Dans ce chapitre, nous allons commencer par décrire mathématiquement le renversement temporel. À partir de cette description, l'implémentation dans le logiciel SPEC-FEM2D est décrite puis une première expérience numérique est réalisée pour contrôler l'implémentation et comprendre l'impact des différents termes mathématiques sur la reconstruction du champ d'onde. Une partie des résultats présentés dans la Section 2.4 ont été utilisés dans l'article Renat et al. [2022] publié dans GJI.

## 2.2 Description mathématique du renversement temporel

En se basant sur les quatre conditions précédentes, le déplacement du renversement temporel peut être décrit mathématiquement dans l'ensemble du sous-domaine  $V$  (Figure 2.2). En partant du théorème de représentation [de Hoop, 1958, Aki et Richards, 2002, Snieder, 2002], le déplacement dans le domaine fréquentiel en tout point  $\mathbf{x}$  de

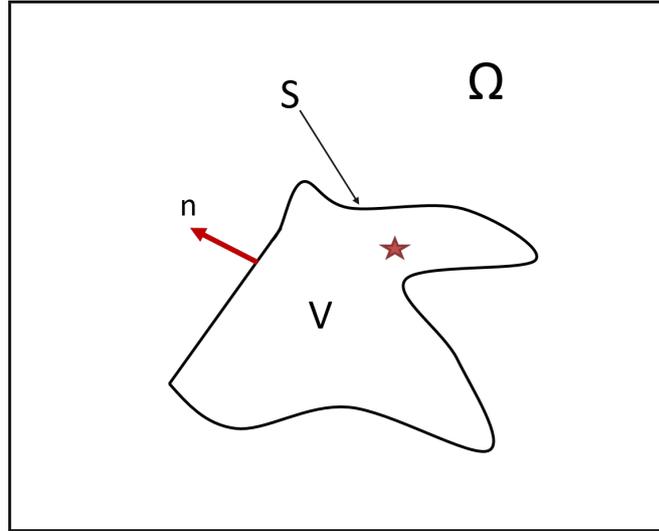


FIGURE 2.2 – Configuration du théorème de représentation. L'étoile représente un point-source.  $\mathbf{n}$  correspond au vecteur normal à la surface fermée  $S$ . Le théorème permet le calcul du déplacement en chaque point du sous-volume  $V$  appartenant au domaine  $\Omega$ .

l'espace s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned}
 u_i(\mathbf{x}) &= \int_V G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') f_n(\mathbf{x}') dV' \\
 &+ \oint_S G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') n_j C_{njkl} \partial'_k u_l(\mathbf{x}') dS' \\
 &- \oint_S u_n(\mathbf{x}') n_j C_{njkl} \partial'_k G_{il}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dS',
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

avec  $G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  la composante *in* de la fonction de Green  $\mathbf{G}$  entre les points  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$ ,  $\mathbf{n}$  le vecteur normal à la surface fermée  $S$  et  $V$  le volume à l'intérieur de la surface  $S$  (Figure 2.2). Ce théorème établit le déplacement en toute position à partir de trois termes :

- une intégrale de volume qui dépend d'une force de volume  $\mathbf{f}$ ,
- une première intégrale de surface qui dépend de la traction  $T_n = n_j C_{njkl} \partial'_k u_l$  à la surface  $S$ ,
- une deuxième intégrale de surface qui dépend du tenseur des moments  $M_{kl} = u_n n_j C_{njkl}$  à la surface  $S$ .

Dans le cadre du renversement temporel, nous nous intéressons au déplacement renversé temporellement. Dans le domaine fréquentiel, renverser le temps est équivalent à prendre le complexe conjugué, noté  $*$ . En prenant le complexe conjugué de (2.1) et en utilisant la propriété de réciprocity de la fonction de Green, le déplacement du

renversement temporellement s'écrit :

$$\begin{aligned}
 u_i^*(\mathbf{x}) &= \int_V G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') f_n^*(\mathbf{x}') dV' \\
 &+ \oint_S G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') n_j C_{njkl} \partial'_k u_l^*(\mathbf{x}') dS' \\
 &- \oint_S u_n^*(\mathbf{x}') n_j C_{njkl} \partial'_k G_{il}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dS'.
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Cette dernière équation peut être réécrite en fonction d'un vecteur de densité de traction  $\mathbf{T}^*$  et d'un tenseur de densité de moment  $\mathbf{M}^*$  tel que :

$$\begin{aligned}
 u_i^*(\mathbf{x}) &= \int_V G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') f_n^*(\mathbf{x}') dV' \\
 &+ \oint_S G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') T_n^*(\mathbf{x}') dS' \\
 &- \oint_S M_{kl}^*(\mathbf{x}') \partial'_k G_{il}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dS'.
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

C'est à partir de cette dernière équation que l'implémentation a été faite dans SPECFEM2D.

## 2.3 Implémentation dans SPECFEM2D

Le renversement temporel a été implémenté dans un code de propagation des ondes basé sur la méthode des éléments spectraux [Komatitsch et Vilotte, 1998, Komatitsch et Tromp, 1999] et nommé SPECFEM2D.

### 2.3.1 Rappel sur les éléments spectraux

Les phénomènes physiques statiques ou dynamiques tels que le transfert de chaleur, la réponse mécanique d'un matériau, les écoulements de fluides ou encore la propagation des ondes sont décrits par des équations aux dérivés partielles (EDP). Ces équations ne possèdent pas de solutions analytiques hors de milieux très simples (e.g., homogènes, infinis ou semi-infini). Il est donc nécessaire de les résoudre en utilisant des méthodes numériques. Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre numériquement les EDP dont les principales sont :

- les différences finies,
- les volumes finis,
- les éléments finis.

Le problème de la propagation des ondes, ou problème élastodynamique, peut être exprimé à partir de la seconde loi de Newton (2.4) et de l'équation de Hooke (2.5) :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = \rho \ddot{\mathbf{u}}, \tag{2.4}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \nabla \mathbf{u}, \tag{2.5}$$

avec  $\mathbf{u}$  le déplacement,  $\boldsymbol{\sigma}$  la contrainte,  $\mathbf{f}$  une force externe,  $\rho$  la masse volumique et  $\mathbf{C}$  le tenseur d'élasticité. Les équations (2.4) et (2.5) forment ce que l'on appelle la formulation forte du problème élastodynamique. À ces équations, il faut ajouter des conditions aux limites sur les bords  $\Gamma$  du domaine d'étude  $\Omega$ . Ces conditions peuvent être

- de Dirichlet. Il s'agit alors d'une condition en déplacement.
- de Neumann. Il s'agit alors d'une condition en traction.

Pour résoudre numériquement les équations (2.4) et (2.5) munies de conditions aux limites, la première méthode qui a été développée fut les différences finies [e.g., [Alterman et Karal, 1968](#), [Kelly et al., 1976](#), [Boore, 1972](#), [Virieux, 1984](#)]. Cette méthode est basée sur la formulation forte du problème élastodynamique et sur une discrétisation spatiale régulière du milieu élastique. Il est donc difficile de gérer les discontinuités de géométries non planes avec la méthode des différences finies, en particulier la topographie de la surface terrestre.

Contrairement à la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis [e.g., [Zienkiewicz, 1972](#), [Hughes, 2012](#), [Dhatt et al., 1984](#), [Lysmer et Drake, 1972](#), [Drake, 1972](#)] ne résout pas directement les équations (2.4) et (2.5), mais se base sur la formulation faible, ou formulation variationnelle, du problème (2.9). Contrairement à la méthode précédente, la discrétisation spatiale utilisée pour cette méthode peut honorer des géométries complexes. Ainsi cette méthode semble telle mieux adaptée à une prise en compte correcte de la géologie. Cependant, l'ordre d'approximation faible ( $\leq 3$ ) utilisée dans cette méthode donne des résultats trop imprécis pour le problème élastodynamique [[Marfurt, 1984](#)]. C'est pourquoi les éléments spectraux ont été développés [e.g., [Faccioli et al., 1996](#), [Priolo et al., 1994](#), [Komatitsch et Vilotte, 1998](#), [Komatitsch et Tromp, 1999](#)].

### 2.3.1.1 Discrétisation de la formulation faible du problème élastodynamique

Pour écrire la formulation faible du problème, il faut d'abord définir sur le domaine d'étude  $\Omega$ , un espace Sobolev d'ordre 1 noté  $H^1$  [[Brezis et Browder, 1979](#)]. L'espace de Sobolev est défini par

$$H^1(\Omega) = \left\{ \mathbf{u} \in L^2(\Omega), \exists g_1, \dots, g_d \in L^2(\Omega) \text{ tel que} \right. \\ \left. \forall \phi \in C^\infty(\Omega), \int_{\Omega} u \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}_i} = - \int_{\Omega} g_i \phi \right\}. \quad (2.6)$$

Ensuite deux espaces de fonctions  $V$  et  $V_0$  sont définis tels que

$$V = \{ \mathbf{u} : (\Omega, T) \rightarrow \mathbb{R}^3 \mid \forall t \in T, u_i(t) \in H^1(\Omega), u_i(t) = g_i(t) \text{ sur } \Gamma_D \} \quad (2.7)$$

et

$$V_0 = \{ \mathbf{u} : (\Omega, T) \rightarrow \mathbb{R}^3 \mid \forall t \in T, u_i(t) \in H^1(\Omega), u_i(t) = 0 \text{ sur } \Gamma_D \} \quad (2.8)$$

avec  $T$  la durée de la simulation et  $g_i(t)$  une fonction quelconque de l'espace de Sobolev. En utilisant ces espaces de fonctions, la forme faible du problème élastodynamique

s'écrit :

Déterminer  $\mathbf{u} \in V$  tel que

$$\forall \mathbf{v} \in V_0, \forall t \in T, \int_{\Omega} \mathbf{v} \cdot [\nabla \cdot (\mathbf{C} : \nabla \mathbf{u})] d\mathbf{x} + \int_{\Omega} \mathbf{v} \cdot \mathbf{f} d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \mathbf{v} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} d\mathbf{x}. \quad (2.9)$$

Finalement, il est possible de faire apparaître la condition de Neumann  $\mathbf{h}$  dans (2.9) en appliquant le théorème de la divergence. La formulation faible devient alors

Déterminer  $\mathbf{u} \in V$  tel que

$$\forall \mathbf{v} \in V_0, \forall t \in T, \underbrace{\int_{\Omega} \nabla \mathbf{v} : \mathbf{C} : \nabla \mathbf{u} d\mathbf{x}}_{a(\mathbf{v}, \mathbf{u})} + \underbrace{\int_{\Omega} \mathbf{v} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} d\mathbf{x}}_{(\mathbf{v}, \rho \ddot{\mathbf{u}})} = \underbrace{\int_{\Omega} \mathbf{v} \cdot \mathbf{f} d\mathbf{x}}_{(\mathbf{v}, \mathbf{f})} + \underbrace{\int_{\Gamma_N} \mathbf{v} \cdot \mathbf{h} d\Gamma}_{(\mathbf{v}, \mathbf{h})_{\Gamma}}. \quad (2.10)$$

Dans cette dernière équation sont introduites la notation  $a(\cdot, \cdot)$  pour la forme bilinéaire que constitue la première intégrale et la notation  $(\cdot, \cdot)$  pour le produit scalaire que constituent les trois intégrales.

Pour résoudre numériquement (2.10), il est nécessaire de discrétiser l'espace, c'est-à-dire de trouver une approximation  $\mathbf{u}^d$  de la solution  $\mathbf{u}$  dans un sous-espace de  $V$  appelé  $V^d$ , qui lui, est de dimension finie. C'est l'approximation Galerkin. Elle permet de réécrire (2.10) :

$$\begin{aligned} &\text{Déterminer } \mathbf{u}^d \in V^d \text{ tel que :} \\ &\forall \mathbf{v} \in V_0^d, \forall t \in T, a(\mathbf{v}^d, \mathbf{u}^d) + (\mathbf{v}^d, \rho \ddot{\mathbf{u}}^d) = (\mathbf{v}^d, \mathbf{f}) + (\mathbf{v}^d, \mathbf{h})_{\Gamma}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Il reste donc à définir  $N$  fonctions de bases  $\Psi_a$  de l'espace  $V^d$  tel que

$$\mathbf{u}^d(\mathbf{x}, t) = \sum_{a=1}^N \mathbf{u}^d(\mathbf{x}_a, t) \Psi_a(\mathbf{x}). \quad (2.12)$$

Dans les éléments spectraux, nous verrons que ces fonctions sont construites à partir de  $N$  points de Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) définis sur les éléments d'un maillage quadrangulaire en 2D ou hexaédrique en 3D.

En combinant les équations (2.11) et (2.12), la formulation faible peut être exprimée sous forme matricielle en fonction du déplacement et de la dérivée seconde du déplacement en chaque point de GLL et pour chaque pas de temps  $t$  :

$$\mathbb{K}\mathbf{U}(t) + \mathbb{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) = \mathbf{F}(t), \quad (2.13)$$

avec  $\mathbf{U}$  un vecteur qui contient les composantes du déplacement aux GLL,  $\mathbb{K}$  la matrice de rigidité,  $\mathbb{M}$  la matrice de masse et  $\mathbf{F}$  un vecteur qui contient les contributions des forces externes ainsi que des conditions aux limites. Les matrices  $\mathbb{K}$ ,  $\mathbb{M}$  et  $\mathbf{F}$  peuvent se décomposer sur chaque élément du maillage, si bien que le système (2.13) peut se résoudre sur chaque élément  $e$  :

$$K^e \mathbf{U}(t) + M^e \ddot{\mathbf{U}}(t) = \mathbf{F}^e(t). \quad (2.14)$$

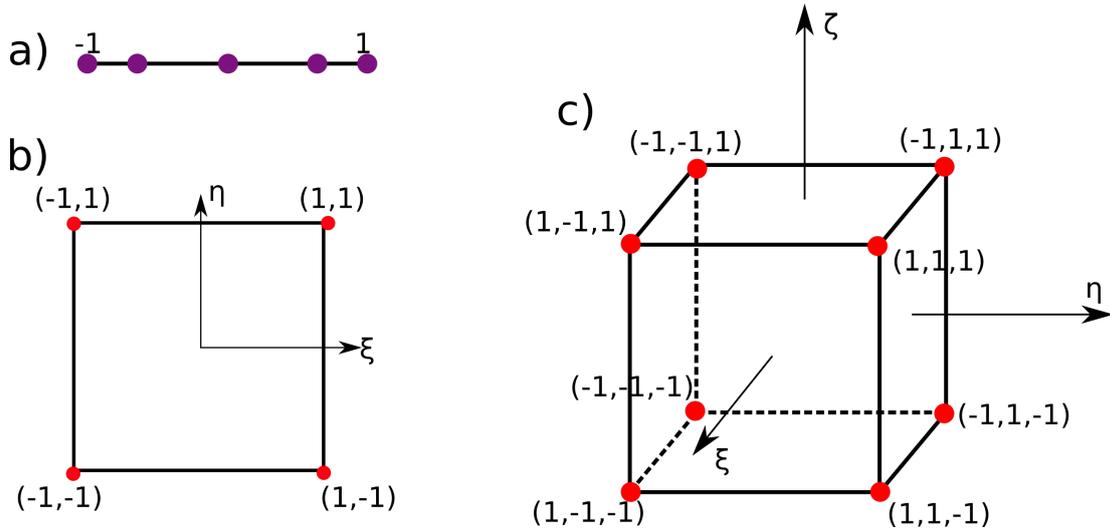


FIGURE 2.3 – a) Exemple de 5 GLL sur le segment  $[-1, 1]$ . Ces points permettent de définir 5 polynômes de Lagrange de degré 4. En dimension 1, ces polynômes sont tensorisés pour former les fonctions de bases de la méthode des éléments spectraux. Ainsi l'élément de référence en 2D est un carré (b) et en 3D un cube (c).

### 2.3.1.2 Discrétisation spatiale

Une des spécificités de la méthode des éléments spectraux est le choix des fonctions de base  $\Psi_a$ . Celles-ci sont en effet construites à partir des polynômes de Lagrange définis grâce aux points de GLL sur le segment  $[-1, 1]$  (Figure 2.3a). En 2D, ces polynômes sont tensorisés sur l'élément de référence  $[-1, 1] \times [-1, 1]$  (Figure 2.3b) ; en 3D ces polynômes sont tensorisés sur  $[-1, 1] \times [-1, 1] \times [-1, 1]$  (Figure 2.3c). Ainsi la méthode des éléments spectraux requiert un maillage quadrangulaire en 2D et hexaédrique en 3D du domaine d'étude  $\Omega$ . Les fonctions  $\Psi_a$  ainsi que leurs dérivés spatiales s'expriment alors dans chaque élément grâce à une transformation géométrique depuis l'élément de référence.

Pour évaluer les intégrales du problème, une quadrature de Gauss-Lobatto-Legendre est utilisée. Ainsi, les points d'interpolation et les points de quadrature sont colocalisés. Une conséquence directe de ce choix est que la matrice de masse  $\mathbb{M}$  est diagonale. Si bien que l'inversion de la matrice de masse est triviale, ce qui permet d'utiliser un schéma temporel explicite (e.g., un schéma temporel de Newmark). Une autre propriété des éléments spectraux, appelée "précision spectrale", est la convergence exponentielle de la solution. Cette convergence provient du choix d'une base polynomiale de Lagrange définie sur des GLL et de la quadrature. Elle signifie que l'erreur d'*aliasing* décroît exponentiellement avec l'augmentation du degré polynomial. Ainsi les éléments spectraux permettent l'utilisation de degrés élevés pour obtenir une solution très précise du problème élastodynamique.

### 2.3.2 Implémentation du renversement temporel

Le renversement temporel est régi par l'équation (2.3). Le principe de son implémentation numérique est de discrétiser la surface  $S$  pour exprimer la force du miroir comme une somme de plusieurs sources. Les intégrales de surface sont approchées grâce

à une quadrature de sorte que

$$\int_S f(\mathbf{x}) dS \approx \sum_{j=1}^P \alpha_j f(\mathbf{x}_j), \quad (2.15)$$

où  $P$  correspond aux nombres de points de quadrature,  $\alpha_j$  le poids de la quadrature au point de quadrature  $\mathbf{x}_j$ . Les poids de la quadrature correspondent à la longueur des segments de la surface discrétisée en 2D et aux volumes des éléments utilisés pour la discrétisation en 3D [Masson et al., 2014]. En introduisant (2.15) dans (2.3), le déplacement du renversement temporel peut être approché par :

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{x}) &\approx \int_V G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') f_n^*(\mathbf{x}) dV' \\ &+ \sum_{j=1}^P \alpha_j G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) T_n^*(\mathbf{x}_j) \\ &+ \sum_{j=1}^P \alpha_j M_{kn}^*(\mathbf{x}_j) \partial'_k G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Pour faire apparaître des forces de volume dans l'équation précédente, utilisons la définition du Dirac qui est  $f(\mathbf{x}), f(\mathbf{x}) = \int_V f(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dV'$  pour une fonction donnée. Le déplacement  $u_i(\mathbf{x})$  peut alors se réécrire :

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{x}) &\approx \int_V G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') f_n^*(\mathbf{x}) dV' \\ &+ \sum_{j=1}^P \int_V \alpha_j T_n^*(\mathbf{x}') G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \delta(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_j) dV' \\ &+ \sum_{j=1}^P \int_V \alpha_j G_{in}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \partial'_k M_{kn}^*(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_j) dV' \end{aligned} \quad (2.17)$$

Cette dernière équation montre que le champ d'onde du renversement temporel peut se construire numériquement à partir de

- ▶ une force de volume renversée temporellement  $\mathbf{f}^*$ , ce qui correspond à un siphon,
- ▶ des monopôles définis par une traction renversée temporellement  $\mathbf{T}^*$  à chaque récepteur positionné en  $\mathbf{x}_j$  :

$$\mathbf{f}_j^m(\mathbf{x}) = \mathbf{T}^*(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \alpha_j. \quad (2.18)$$

- ▶ des dipôles obtenus par la dérivation du tenseur des moments à chaque récepteur positionné en  $\mathbf{x}_j \mathbf{x}_r$  :

$$\mathbf{f}_j^d(\mathbf{x}) = -\nabla \cdot [\mathbf{M}^*(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)] \alpha_j. \quad (2.19)$$

Ce sont ces trois termes que nous avons implémentés dans SPEC-FEM2D. Associés à ces termes, nous avons créé un nouveau type dans le logiciel : le renversement temporel. Au lieu d'avoir une seule source comme dans les simulations directes, plusieurs sources

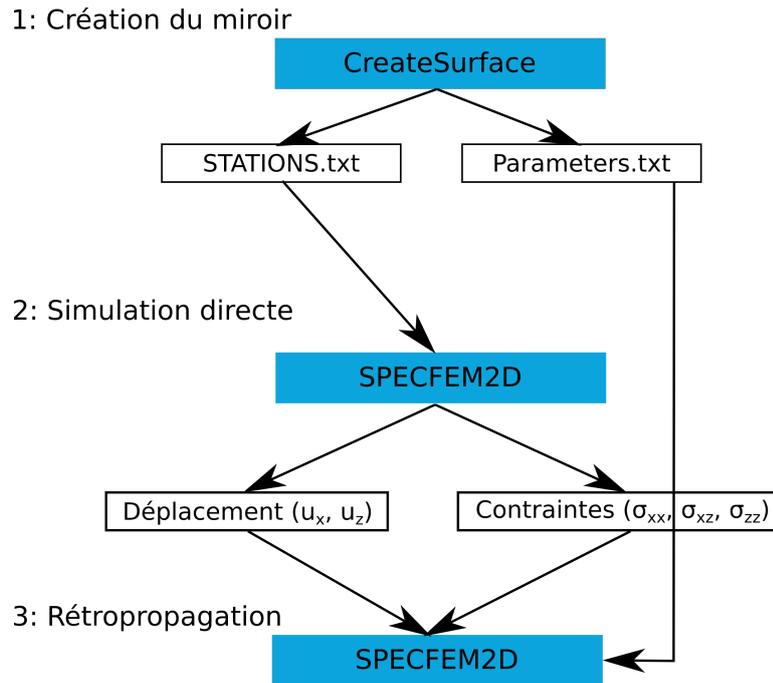


FIGURE 2.4 – Mise en œuvre des expériences numériques menées dans cette thèse. Les encadrés bleus représentent les codes ou logiciels utilisés à chaque étape. Les encadrés blancs représentent les fichiers d’entrées ou de sortie de chaque logiciel.

sont mises en jeu. Elles correspondent aux récepteurs du miroir fermé et ont comme fonction source les sismogrammes enregistrés lors d’une simulation directe. Plus précisément, le déplacement direct permet de calculer les dipôles, et la contrainte directe de calculer les monopôles. Il est important de noter que dans un cas réel, les sismomètres enregistrent le déplacement, mais jamais la contrainte donc seules les forces de dipôles pourront être calculées.

Dans des cas synthétiques, la discrétisation de la surface est conditionnée par le nombre de récepteurs que l’on souhaite utiliser. Il est évident que le choix du nombre de récepteurs ainsi que la répartition ont un impact sur la simulation. Il est donc important de se demander combien faut-il de récepteurs pour que le théorème de représentation soit respecté (Chapitre 4). Pour les simulations synthétiques suivantes, nous allons considérer que pour échantillonner correctement le champ d’onde direct, il faut au moins 4 récepteurs par longueur d’onde.

### 2.3.3 Mise en œuvre des expériences numériques de cette thèse

Les expériences numériques de cette thèse sont synthétiques et constituées de plusieurs étapes. Nous détaillerons ici les trois étapes des expériences numériques de renversement temporel qui vont être menées dans le cadre de ce travail.

La première étape est la création du miroir (Figure 2.4-1). La géométrie de sa surface peut être complexe. Tant qu’elle est fermée et proprement discrétisée, elle n’a aucun impact sur le résultat du renversement temporel [Masson et al., 2014]. Le cas de surfaces ouvertes ou grossièrement échantillonnées sera abordé dans le Chapitre 4. Quoi qu’il en soit, la surface peut être générée mathématiquement via l’équation d’un cercle ou d’une

ellipse ou numériquement (grâce à des logiciels tels que GMSH ou Gocad, par exemple). En 2D, cette surface sera une ligne. Une fois générée, sa discrétisation conduit aux éléments suivants pour calculer les différentes forces : la position des récepteurs, les poids de la quadrature, les vecteurs normaux en chaque récepteur. Une fois la position des récepteurs déterminée, les valeurs du tenseur élastique  $\mathbf{C}$  à ces positions précises sont calculées. À partir de ces éléments, deux fichiers d'entrée sont créés :

- un fichier STATIONS.txt qui contient les positions des récepteurs sur le miroir. Il sera utilisé dans la deuxième étape de la *workflow*, pour la simulation directe
- un fichier Parameters.txt qui contient les paramètres nécessaires au renversement temporel : la normale, les valeurs du tenseur élastique et le poids de la quadrature en chaque point du miroir.

La seconde étape (Figure 2.4-2) consiste à faire une simulation directe en enregistrant le déplacement et la contrainte en chaque récepteur du miroir.

La dernière étape (Figure 2.4-3) consiste à renverser temporellement les signaux enregistrés et à utiliser SPEC-FEM2D pour la rétropropagation. Les dipôles et monopôles sont calculés directement dans le code à partir des enregistrements.

## 2.4 Première expérience numérique

Pour valider l'implémentation du renversement temporel dans SPEC-FEM2D et comprendre les contributions des trois termes de l'équation (2.17), un premier test synthétique a été mené.

### 2.4.1 Milieu de propagation & Paramètres de simulation

Nous considérons un milieu 2D homogène et isotrope de  $10\text{ km} \times 10\text{ km}$  (Figure 2.5). Ce modèle peut être considéré comme infini, car tous les bords sont absorbants c'est-à-dire qu'aucune onde n'est réfléchi aux bords du domaine.

Les propriétés constantes du milieu ( $V_p$ ,  $V_s$  et  $\rho$ ) ont été choisies aléatoirement en respectant le coefficient de Poisson  $\nu = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\frac{V_p^2}{V_s^2} - 1} \right]$  qui doit être positif. La vitesse des ondes P est de  $3200\text{ m/s}$ , des ondes S  $2000\text{ m/s}$  et la masse volumique  $2200\text{ kg/m}^3$ . La source de la simulation directe est placée au centre du domaine. Pour cette première expérience, une explosion  $\mathbf{M} = \mathbf{I}$  a été choisie, afin de ne générer qu'un champ d'onde P extrêmement simple à analyser. Pour la partie temporelle de la source, nous considérons une ondelette de Ricker [Semblat et Pecker, 2009] avec une fréquence dominante de  $10\text{ Hz}$ .

En ce qui concerne le miroir, un cercle centré sur la position de la source est utilisé. L'utilisation d'un cercle permet d'avoir une expression analytique de la normale en chaque récepteur. Ici, un récepteur est positionné à tous les  $0,1^\circ$ . Avec cette répartition, il y a un récepteur tous les  $7\text{ m}$  environ, cela permet d'avoir plus de quatre récepteurs par longueur d'onde donc le champ d'onde sera correctement enregistré et reconstruit. L'impact du nombre de récepteurs et de leur répartition sera discuté dans le Chapitre 4.

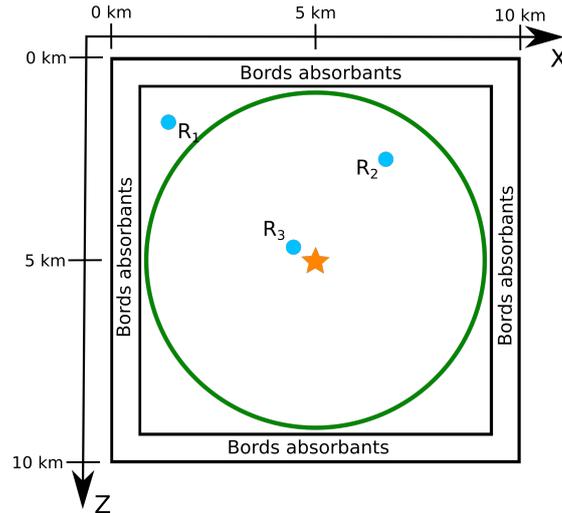


FIGURE 2.5 – Configuration de notre première expérience numérique. Le milieu est homogène, isotrope, avec  $V_p = 3200 \text{ m/s}$ ,  $V_s = 2000 \text{ m/s}$ ,  $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ . La source est représentée par l'étoile orange. Elle est le centre d'un cercle de récepteurs (en vert) sur lequel le signal est enregistré pendant la simulation directe. Le milieu est entouré de bords absorbants de manière à ce qu'aucune énergie ne soit réfléchié à l'intérieur du domaine. Les points bleus indiquent les positions des récepteurs sur lesquels les champs d'onde direct et rétropropagé seront enregistrés pour effectuer des comparaisons.

Vitesse des ondes P	$3200 \text{ m/s}$
Vitesse des ondes S	$2000 \text{ m/s}$
Densité $\rho$	$2200 \text{ kg/m}^3$
longueur d'onde minimale	$67 \text{ m}$
longueur des arêtes du maillage	$53 \text{ m}$
$\Delta t$	$0.5e^{-3} \text{ s}$
Nombre de pas de temps	4500

TABLE 2.1 – Résumé des paramètres de la première expérience numérique.

Bien que seule une onde P est générée dans notre expérience, nous dimensionnons notre maillage en fonction de la longueur d'onde S minimum  $\lambda_{min}$  :

$$\lambda_{min} = \frac{V_s}{f_{max}} \approx 67 \text{ m}. \quad (2.20)$$

De cette longueur d'onde, nous déduisons la longueur des arêtes d'un maillage quadrangulaire régulier :  $d = 0,8\lambda_{min} \approx 53 \text{ m}$  pour des éléments de degré 4. Une fois le maillage défini, nous déterminons le pas de temps  $\Delta t$  selon la condition de stabilité (CFL)

$$\Delta t < C \left[ \frac{\Delta x}{V_p} \right]_{max}, \quad (2.21)$$

avec  $C$  une heuristique fixée à 0,6 dans SPECFEM2D et  $\Delta x$  la distance entre deux points de GLL adjacents. L'ensemble des paramètres de simulation calculés à partir de (2.20) et (2.21) est résumé dans le tableau 2.1.

## 2.4.2 Premières observations

### 2.4.2.1 Monopôles et dipôles appliqués simultanément

Pour un premier temps, monopôles et dipôles (2.18) et (2.19) sont appliqués simultanément lors de la rétropropagation. La Figure 2.6 montre des images des champs d'onde direct  $\mathbf{u}$  et du renversement temporel  $\mathbf{u}^{tr}$  à différents pas de temps. Dans la simulation du renversement temporel, on observe qu'aucune onde n'est générée en dehors de la surface fermée  $S$ . Au contraire, dans le volume  $V$  inscrit dans la surface  $S$ , un champ d'onde est généré. Celui-ci converge vers la position de la source où il forme une tache focale. Aux temps  $t_4, t_3, t_2$ , ce champ d'onde est identique au champ d'onde direct  $\mathbf{u}$ . Toutefois après le temps  $t_2$  (dans la simulation renversée temporellement), le champ  $\mathbf{u}^{tr}$  diverge et ne correspond donc plus au champ direct. Si le terme de siphon avait été introduit, l'énergie aurait été absorbée au niveau de la source et le champ d'onde renversé temporellement aurait correspondu au champ direct en tout temps [Masson et al., 2014]. Nous verrons que l'absence de ce terme siphon est à l'origine de la tache focale.

Pour une analyse plus fine, les déplacements  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{u}^{tr}$  ont été comparés en trois positions spécifiques (Figure 2.7) : en dehors de la surface fermée, dans le volume  $V$  loin de la position de la source, et dans le volume  $V$  près de la position de la source (Figure 2.5).

Quand le récepteur est en dehors du volume  $V$  (Figure 2.7, première ligne), le déplacement du renversement temporel est nul, c'est-à-dire que le déplacement généré par les dipôles est l'opposé du déplacement généré par les monopôles.

Quand le récepteur est éloigné de plus d'une longueur d'onde de la source, mais dans le volume  $V$  (Figure 2.7, deuxième ligne), le déplacement du renversement temporel correspond parfaitement au déplacement de la simulation directe.

Enfin, quand le récepteur est proche de la source, à moins d'une longueur d'onde (Figure 2.7, troisième ligne), le déplacement du renversement temporel est différent de celui de la simulation directe. Il y a une tache focale à la place du point source. Aux temps négatifs, on observe que le déplacement de la simulation directe est nul alors que le déplacement du renversement temporel ne l'est pas. Cela est dû à la divergence de  $\mathbf{u}^{tr}$  après sa convergence, ou focalisation, à la position de la source.

### 2.4.2.2 Monopôles et dipôles appliqués indépendamment

Dans des cas d'applications pratiques, il est quasiment impossible d'avoir accès à la fois au déplacement et à la contrainte au niveau des récepteurs. Par conséquent, il est impossible d'avoir à la fois les termes de dipôles et monopôles sur le miroir. Dans cette partie, nous regardons donc ce qu'il se passe lorsqu'une seule des deux familles de source est appliquée sur le miroir. La Figure 2.8 montre des images des simulations de renversement temporel avec les dipôles et monopôles appliqués indépendamment. Dans les deux cas (deuxième et troisième colonne), deux champs d'onde sont générés : un qui diverge à l'extérieur du volume  $V$  et un qui converge à l'intérieur. La polarisation du champ à l'extérieur de  $V$  s'inverse d'un cas à l'autre, ce qui explique que leur somme soit nulle (première colonne). En revanche, le champ intérieur reste identique d'un cas à l'autre. Ce champ d'onde intérieur converge vers la position de la source et forme une

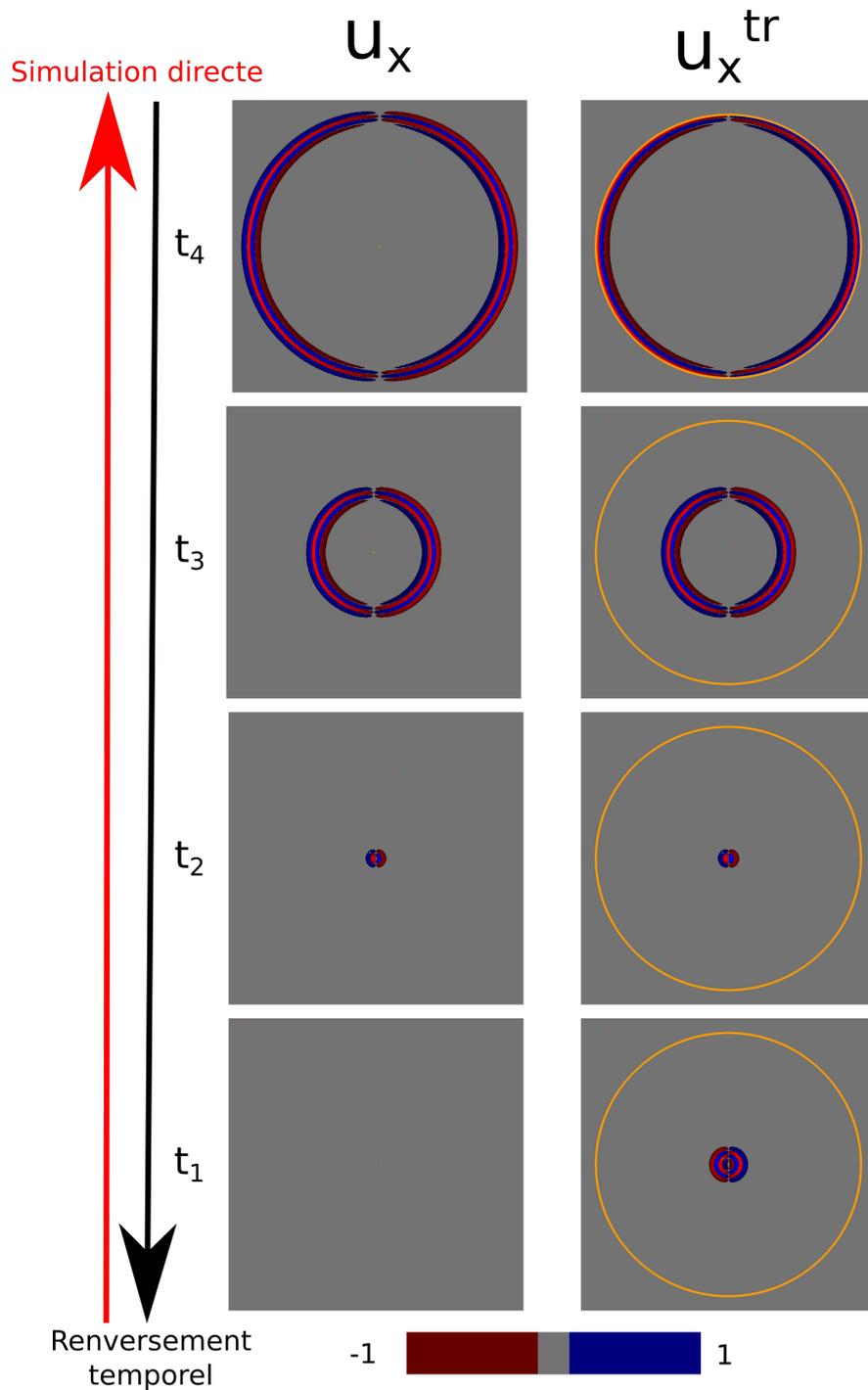


FIGURE 2.6 – Images de la composante  $x$  du déplacement  $\mathbf{u}$  normalisé. La colonne de gauche correspond au déplacement obtenu avec la simulation directe et la colonne de droite à celui obtenu avec le renversement temporel sans le terme siphon. Le cercle orange représente le miroir.

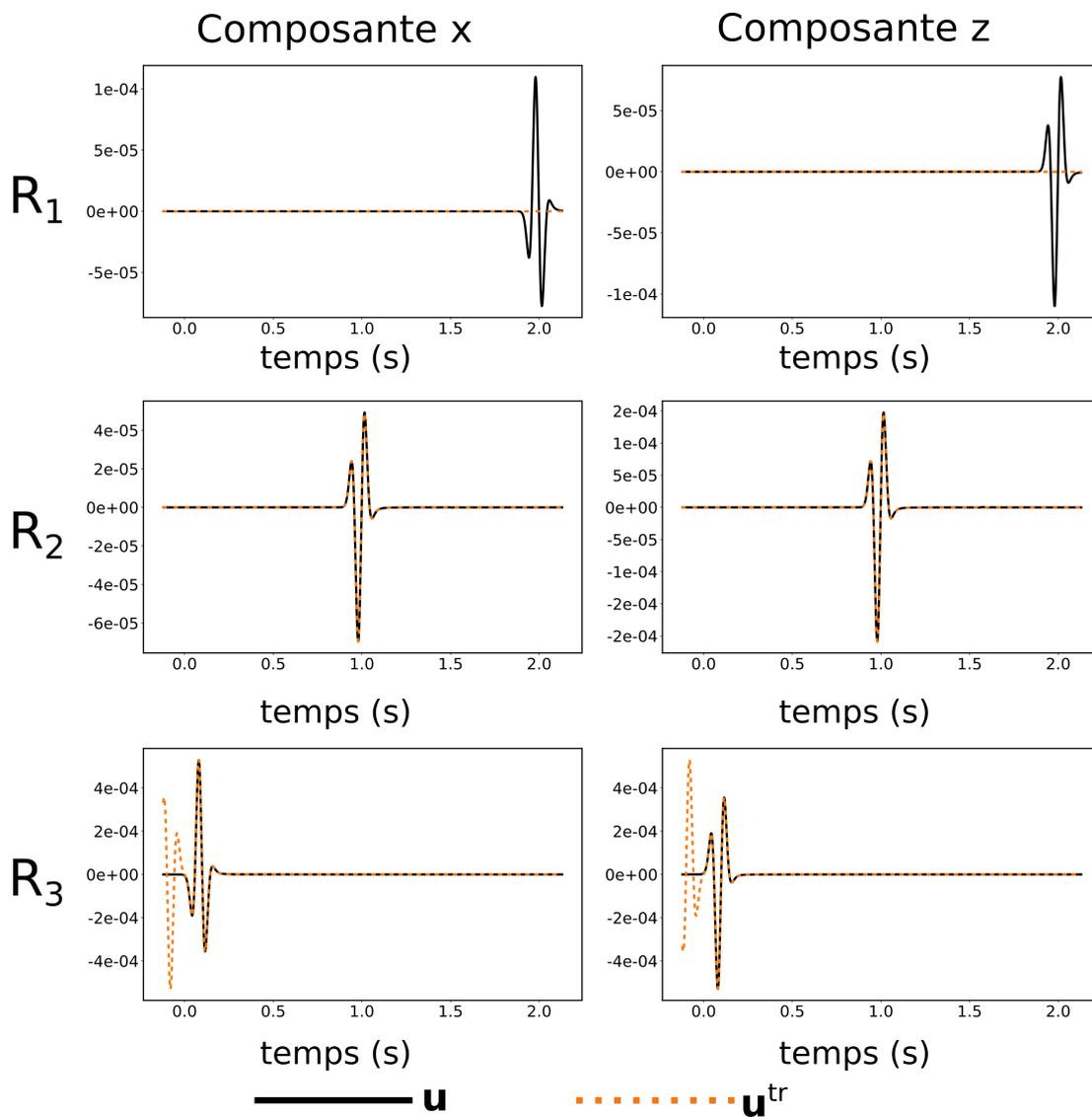


FIGURE 2.7 – Comparaison des déplacements obtenus dans la simulation directe et dans le renversement temporel aux trois récepteurs indiqués sur la Figure 2.5. La colonne de gauche correspond à la composante  $x$  du déplacement et la colonne de droite à la composante  $z$ . Le déplacement de référence (i.e. la simulation directe) est représenté en noir et le déplacement du renversement temporel est représenté en pointillés orange.

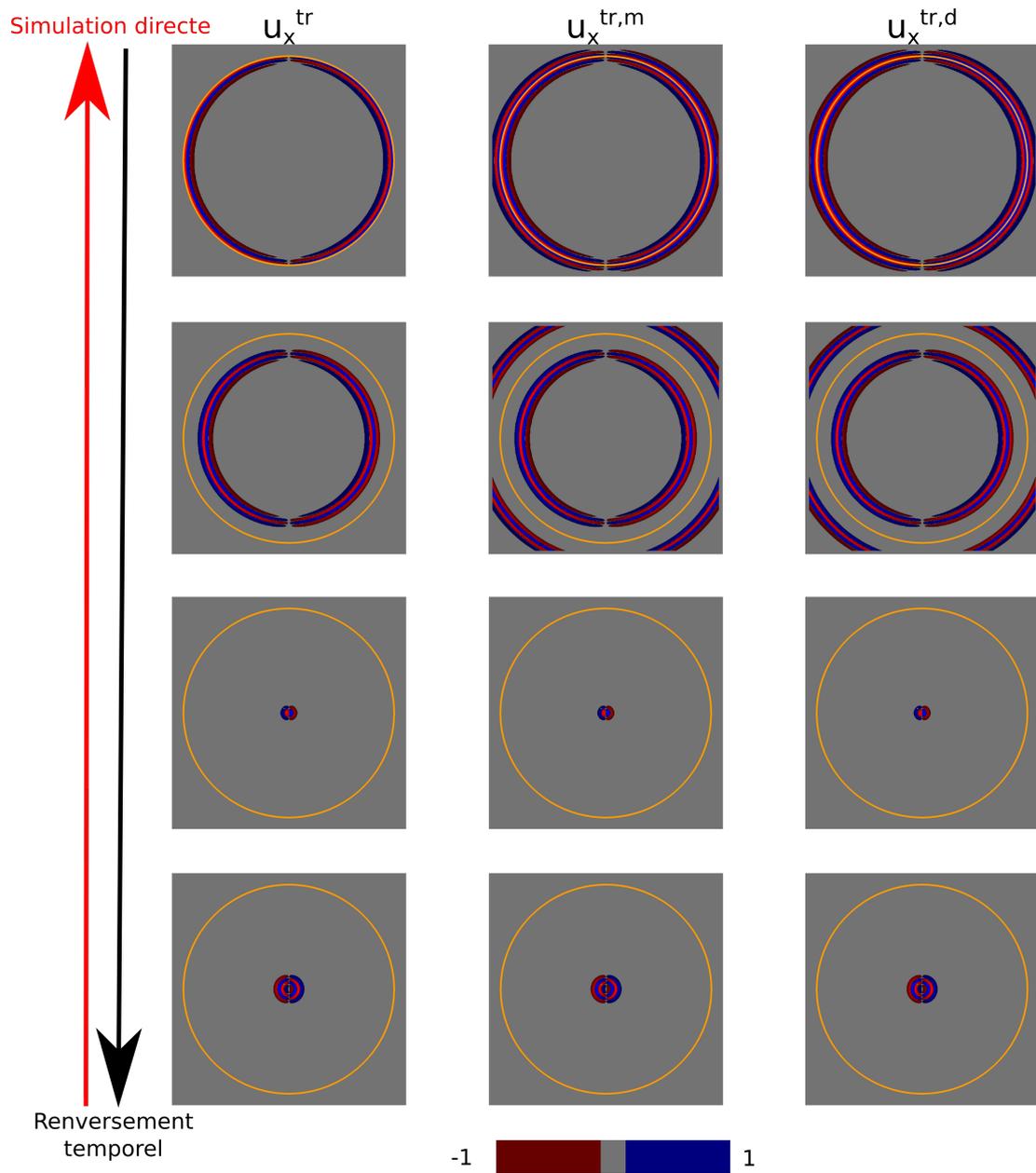


FIGURE 2.8 – Images de la composante  $x$  du déplacement normalisé. La première colonne correspond au déplacement  $\mathbf{u}^{tr}$  obtenu avec les monopôles et les dipôles simultanément. La deuxième colonne correspond au déplacement  $\mathbf{u}^{tr,m}$  obtenu avec uniquement les monopôles. La troisième colonne correspond au déplacement  $\mathbf{u}^{tr,d}$  obtenu avec uniquement les dipôles. Le cercle orange correspond au miroir.

tache focale semblable à celle obtenue quand les deux termes sont utilisés simultanément. Pour mieux comprendre ces champs et analyser leurs différences, regardons les enregistrements aux récepteurs indiqués (Figure 2.5). Quand le récepteur est en dehors du volume  $V$  (Figure 2.9, première ligne), nous observons à nouveau que le déplacement issu des monopôles  $\mathbf{u}^{tr,m}$  est l'opposé de celui issu des dipôles  $\mathbf{u}^{tr,d}$ , ce qui explique que le déplacement  $\mathbf{u}^{tr}$  complet soit nul en dehors du volume défini par le miroir.

Quand le récepteur est dans le volume  $V$  à plus d'une longueur d'onde de la source, les déplacements  $\mathbf{u}^{tr,d}$  et  $\mathbf{u}^{tr,m}$  sont identiques. Par rapport au déplacement  $\mathbf{u}^{tr}$ , ces déplacements ont exactement la même forme d'onde, mais une amplitude divisée par deux. Quand le récepteur est proche de la source, on observe la même chose : le déplacement généré par les dipôles d'une part et par les monopôles d'autre part demeure identique est égale à  $\mathbf{u}^{tr}$  divisé par deux.

La division d'amplitude par deux vient du fait que moitié moins d'énergie est injectée dans le système au niveau du miroir. Quel que soit le milieu de propagation, l'utilisation d'un seul terme source entraîne l'injection de la moitié de l'énergie. Cependant, en injectant que la moitié de l'énergie, un champ d'onde est généré en dehors du miroir (Figure 2.8) donc d'un cas hétérogène des ondes parasites pourraient être générées à l'extérieur du miroir et donc modifier la reconstruction à l'intérieur du miroir.

### 2.4.3 Conclusion

Dans cette première expérience numérique, un milieu homogène avec un miroir circulaire et une source au centre ont été considérés pour vérifier l'implémentation du renversement temporel dans SPECSEM2D et faire de premières observations sur la reconstruction du champ d'onde. Dans une simulation de renversement temporel, deux termes sources différents sont nécessaires pour reconstruire le champ d'ondes : les monopôles, qui dépendent du déplacement enregistré pendant la simulation directe, et les dipôles, qui dépendent de la traction. Lorsque ces deux termes sont utilisés dans la simulation, le champ lointain est parfaitement reconstruit et aucune énergie n'est propagée à l'extérieur du volume  $V$  délimité par le miroir. Quand un seul de ces deux termes est utilisé, la forme du champ lointain est reproduite, mais avec une amplitude divisée par 2, et de l'énergie se propage à l'extérieur du volume  $V$ . Ce résultat est intéressant dans la perspective d'applications réelles, car généralement la contrainte n'est pas enregistrée au niveau des récepteurs, donc seuls les monopôles pourront être calculés. Que les deux termes sources soient appliqués simultanément ou non, le renversement temporel ne reproduit pas le champ d'onde près de la source (i.e. le champ proche). Une tache apparaît à la position de la source : la tache focale. C'est cette tache qui nous intéresse, car elle contient des informations non seulement sur la position de la source, mais aussi sur son mécanisme et sur les hétérogénéités du milieu présentes près la source.

## 2.5 Que se passe-t-il au niveau de la source ?

### 2.5.1 Expérience numérique

Pour mieux comprendre ce qu'il se passe au niveau de la source, le déplacement est enregistré le long d'une ligne de récepteurs positionnés à la profondeur de la source

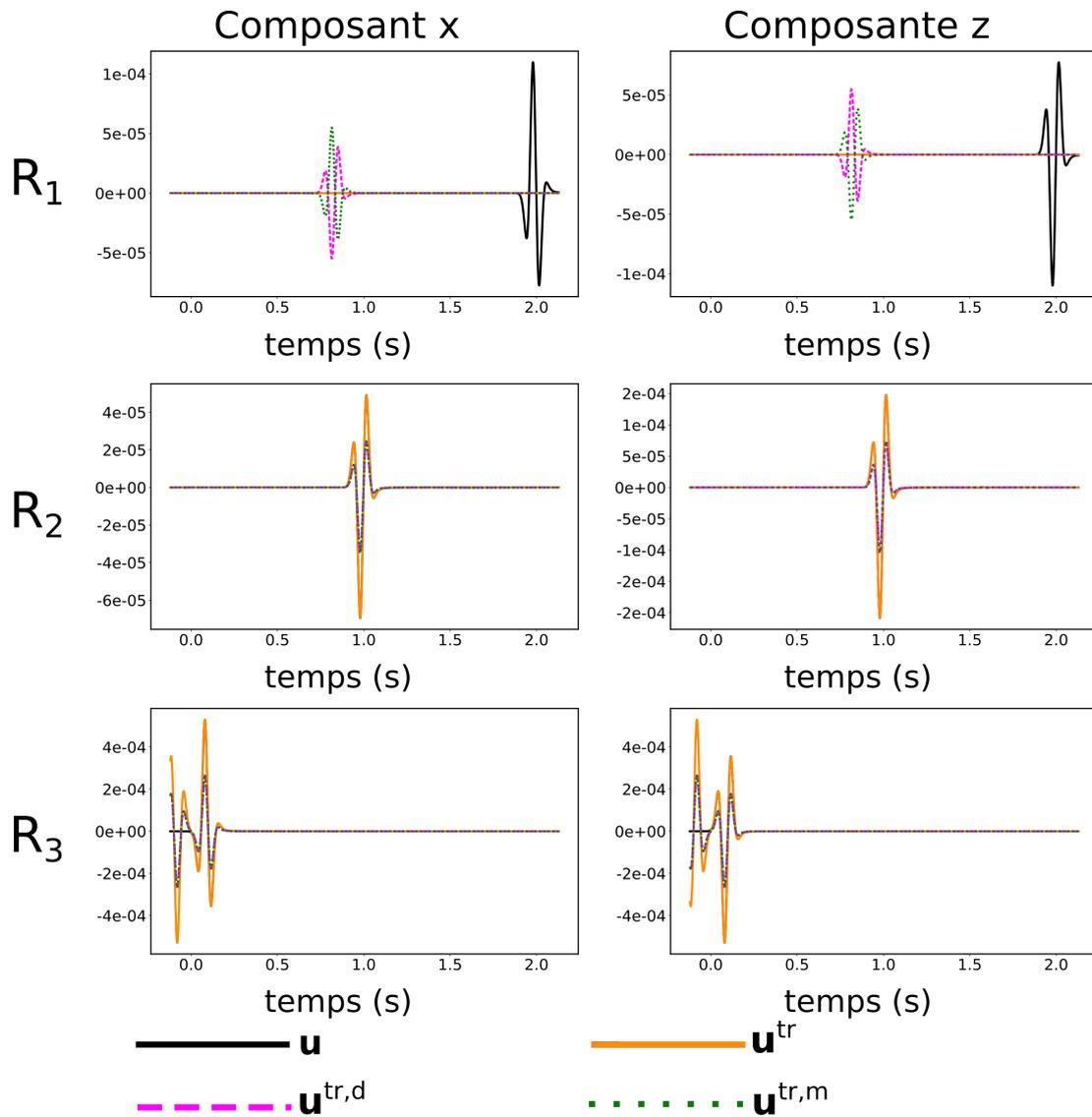


FIGURE 2.9 – Comparaison du déplacement  $\mathbf{u}$  obtenu dans la simulation directe et les déplacements  $\mathbf{u}^{tr}$ ,  $\mathbf{u}^{tr,d}$  et  $\mathbf{u}^{tr,m}$  obtenus par renversement temporel avec dipôles et monopôles simultanément, dipôles seuls et monopôles seuls, respectivement. Les trois récepteurs considérés sont ceux indiqués dans la Figure 2.5.

pendant la simulation directe et pendant le renversement temporel. Ces déplacements sont présentés à quatre pas de temps différents dans la Figure 2.10. Ces quatre temps ont été choisis pour montrer les différents moments caractéristiques du renversement temporel. Ces moments sont définis par rapport au temps central  $\tau_b$  de la fonction source (Figure 1.1). La première ligne de la Figure 2.10 correspond à un temps où la source a fini d'émettre dans le temps de la simulation directe, c'est-à-dire que l'on se trouve avant la focalisation dans le temps du renversement temporel. Cela permet de confirmer les résultats obtenus dans la section précédente : le renversement temporel reproduit bien le champ lointain.

Les deuxième et troisième lignes correspondent à des temps pour le renversement temporel tel que  $0 < t < 2\tau_b$  c'est-à-dire à des temps pendant lesquels la source émet de l'énergie durant la simulation directe (Figure 1.1). Dans ce cas, les déplacements  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{u}^{tr}$  ne correspondent pas. Le déplacement du renversement temporel est plus lisse que le déplacement de la simulation directe qui, lui, présente une discontinuité à la source. En théorie (i.e équation (1.3)), la discontinuité est encore plus franche que celle observée ici, car la simulation est limitée par la résolution du maillage choisie ici qui est déjà plus fine que nécessaire [Capdeville, 2021]. Ce moment de la simulation du renversement temporel est appelé la focalisation. C'est à ce moment que le champ d'onde  $\mathbf{u}^{tr}$  forme une tache qui est appelée tache focale. Elle peut être définie comme tout point  $(\mathbf{x}, t)$  de l'espace 4D tel que  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  avec  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \neq 0$ .

La dernière ligne correspond à des temps négatifs, soit des temps où la simulation directe n'a pas encore commencé. Dans ce cas  $\mathbf{u}$  est nul et  $\mathbf{u}^{tr}$  est non nul. Cela correspond à la divergence quand le terme siphon n'est pas implémenté.

Dans un milieu lisse comme le milieu homogène qui est considéré ici, le caractère lisse de la tache focale est facilement explicable par le fait que  $\mathbf{u}^{tr}$  est généré à partir de deux forces lisses dans le temps (2.18) et (2.19), donc  $\mathbf{u}^{tr,m}$  et  $\mathbf{u}^{tr,d}$  sont lisses. Dans le cas d'un milieu plus complexe qui contiendrait des hétérogénéités de petite échelle, le caractère lisse du renversement temporel pourrait être expliqué par la limite de diffraction. Cette limite est de  $\lambda_{min}/2$  [Cassereau et Fink, 1992]. Néanmoins, quand des points diffractants sont présents à proximité de la source, cette limite peut être dépassée : c'est la super-résolution [de Rosny et Fink, 2002, Borcea et al., 2003, Fink, 2006, Lerosey et al., 2007, Gelius et Asgedom, 2011, Schuster et al., 2012, Zhao et al., 2016]. Dans les travaux présentés dans cette thèse, nous ne considérons que des cas où la super-résolution n'est pas de mise.

Il est possible d'écrire une version condensée de (2.3) :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, T - t) = \mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{u}^s(\mathbf{x}, t) \quad (2.22)$$

où  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, T - t)$  est le déplacement de la simulation directe renversé temporellement ( $T$  étant la durée de la simulation),  $\mathbf{u}^{tr} = \mathbf{u}^{tr,m} + \mathbf{u}^{tr,d}$  le déplacement généré par le renversement temporel à partir de la surface fermée et  $\mathbf{u}^s$  le déplacement généré par le siphon. À partir de cette équation, le déplacement du renversement temporel s'exprime ainsi :

$$\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, T - t) - \mathbf{u}^s(\mathbf{x}, t), \quad (2.23)$$

Cette dernière équation montre que le déplacement du renversement temporel peut être

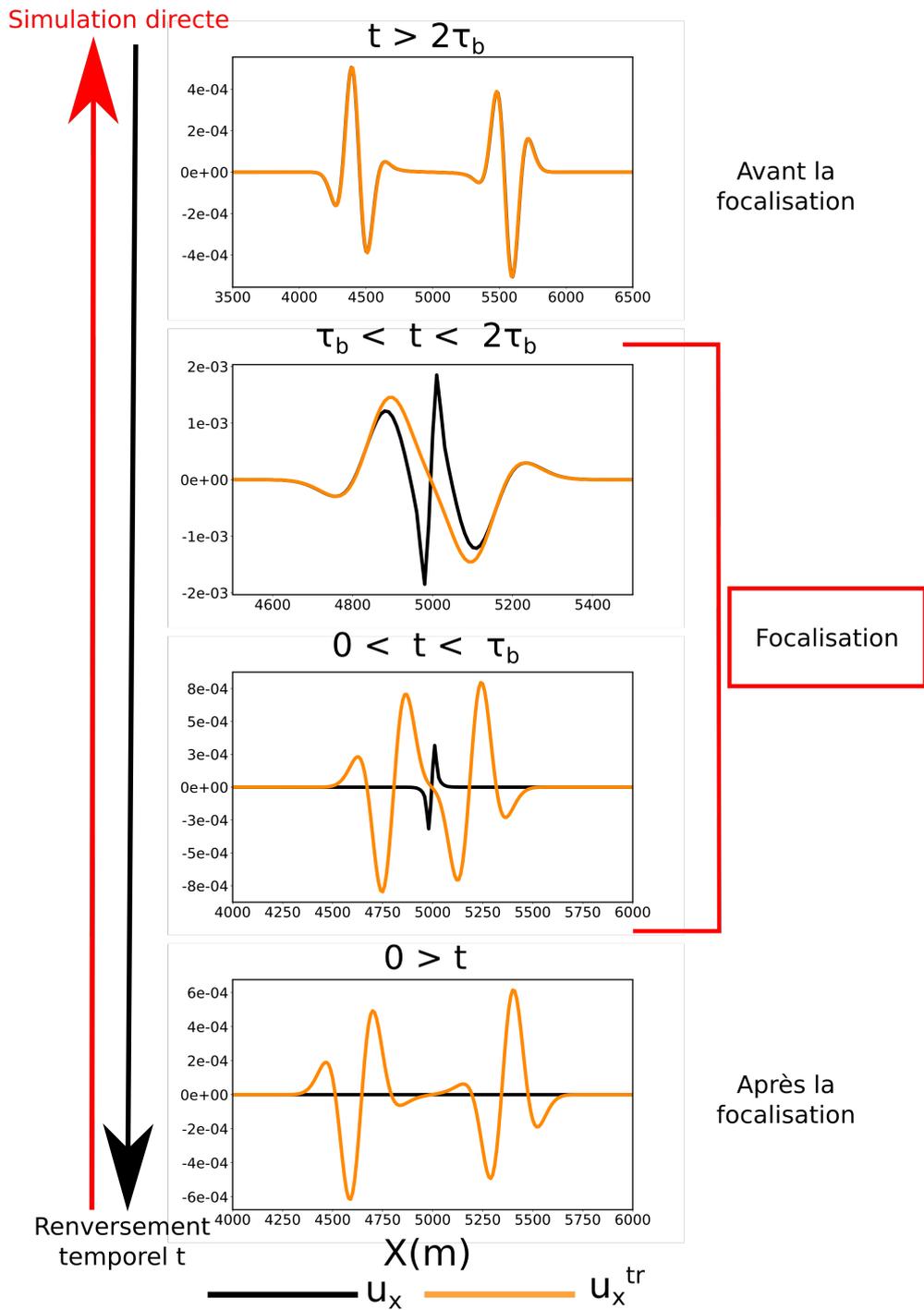


FIGURE 2.10 – Comparaison de la composante  $x$  du déplacement le long d'une ligne de récepteurs positionnés à la profondeur de la source. La courbe noire représente le déplacement de la simulation directe  $u_x$  et la courbe bleue, celui du renversement temporel  $u_x^{tr}$ . Les quatre pas de temps ont été choisis pour illustrer plusieurs moments caractéristiques du renversement temporel. Ces moments sont définis par rapport à la durée  $T$  de la simulation directe et au "temps central" de la source  $\tau_b$  (Figure 1.1).

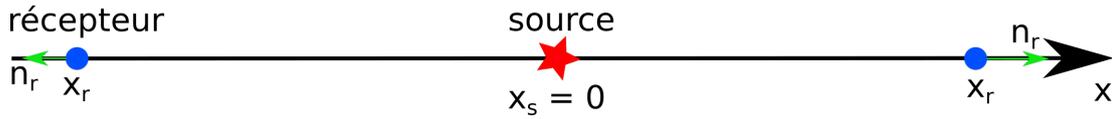


FIGURE 2.11 – Configuration 1D utilisée pour déterminer une expression analytique du déplacement du renversement temporel. Le milieu est homogène et infini. La source est positionnée en  $x = 0$  et les récepteurs sont de part et d'autre, en  $\pm x_r$ . Les paramètres comme la normale  $n_r$  et  $\alpha$  le poids de la quadrature sont considérés comme unitaires.

vu comme une somme de deux champs discontinus : le déplacement direct et le déplacement généré par le siphon. Ce n'est pas trivial de prouver qu'une telle combinaison peut générer un champ continu. Dans la section suivante, nous vérifions cette relation analytiquement dans un milieu 1D homogène.

### 2.5.2 Vérification de l'équation (2.23) en 1D

Dans le cas particulier d'un milieu 1D homogène (Figure 2.11), il est possible de démontrer analytiquement que la somme de deux champs discontinus générés par une source et un siphon, tous les deux de type (1.3) peut donner un champ continu (le déplacement du renversement temporel).

Pour cela, on utilise la fonction de Green en 1D. La fonction de Green  $G$  est la solution de l'équation d'onde dans le cas d'une source impulsive en espace et en temps (i.e. un Dirac  $\delta$ ). Dans le cas d'un milieu infini, non atténuant et homogène, il existe une expression analytique de la fonction de Green [voir par exemple Polyanin et Nazaikinskii, 2015] :

$$G(x, t) = \frac{1}{2\rho V_p} H\left(t - \left|\frac{x}{V_p}\right|\right), \quad (2.24)$$

où  $V_p$  correspond à la vitesse des ondes P,  $H$  à la fonction de Heaviside et  $\rho$  à la masse volumique. En utilisant la fonction de Green (2.24), le déplacement peut être exprimé comme :

$$u(x, t) = G(x, t) *_{x,t} f(x, t), \quad (2.25)$$

où  $*$  est l'opérateur de convolution et  $f(x, t)$  la force externe qui génère le déplacement  $u$ . Une particularité de la fonction de Green (2.24) est qu'elle est causale, si bien que le déplacement est nul pour tout  $t < 0$ . On va utiliser les équations (2.24) et (2.25) pour exprimer les déplacements  $u$ ,  $u^s$  et  $u^{tr}$  et montrer que la somme de  $u$  et  $u^s$  est lisse et égale à  $u^{tr}$ . Dans un premier temps, on va s'intéresser au calcul de la solution analytique de  $u$  et  $u^s$ . Ces deux expressions permettent d'obtenir la partie droite de l'équation (2.23). Dans un deuxième temps, nous allons utiliser la définition du monopôle et du dipôle pour déterminer la solution analytique de  $u^{tr}$ . Enfin, nous allons comparer les deux expressions obtenues.

La force qui génère le champ de déplacement  $u$  est telle que  $f(x, t) = -M\partial_x\delta(x)g(t)$  avec  $M$  un tenseur des moments scalaire et  $g$  une fonction source temporelle. En introduisant cette expression ainsi que (2.24) dans (2.25), on obtient

$$u(x, t) = \frac{M}{2\rho V_p^2} \text{sgn}(x) H\left(t - \left|\frac{x}{V_p}\right|\right) *_{x,t} \partial_x\left(\delta(x)g(t)\right). \quad (2.26)$$

Le déplacement  $u(x, t)$  peut alors s'écrire

$$u(x, t) = \begin{cases} \frac{M}{2\rho V_p^2} \operatorname{sgn}(x) g\left(t - \left|\frac{x}{V_p}\right|\right) & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases} . \quad (2.27)$$

La discontinuité spatiale du champ d'onde se trouve à la position de la source (i.e.,  $x = 0$ ) et elle est représentée dans (2.27) par la fonction signe  $\operatorname{sgn}$ .

Pour le terme siphon  $u^s$ , la force associée est  $f(x, t) = -M\partial_x\delta(x)g(T-t)$ . Par conséquent, le déplacement lié au siphon s'exprime par :

$$u^s(x, t) = \begin{cases} \frac{M}{2\rho V_p^2} \operatorname{sgn}(x) g\left(T - t + \left|\frac{x}{V_p}\right|\right) & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases} . \quad (2.28)$$

Dans (2.23), le déplacement direct est renversé temporellement, donc (2.27) devient

$$u(x, T-t) = \begin{cases} \frac{M}{2\rho V_p^2} \operatorname{sgn}(x) g\left(T - t - \left|\frac{x}{V_p}\right|\right) & \text{si } t \leq T \\ 0 & \text{si } t > T \end{cases} . \quad (2.29)$$

En combinant (2.29) et (2.28), on obtient une expression du déplacement du renversement temporel :

$$u^{tr}(x, t) = \begin{cases} \frac{M}{2\rho V_p^2} \operatorname{sgn}(x) \left[ g\left(T - t - \left|\frac{x}{V_p}\right|\right) - g\left(T - t + \left|\frac{x}{V_p}\right|\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq T \\ -\frac{M}{2\rho V_p^2} \operatorname{sgn}(x) g\left(T - t + \left|\frac{x}{V_p}\right|\right) & \text{si } t > T. \end{cases} \quad (2.30)$$

L'équation (2.30) ne fait pas apparaître explicitement le caractère lisse du champ de déplacement du renversement temporel à la source. En observant les figures de la première expérience (e.g., Figure 2.10), on peut supposer que le caractère lisse du renversement temporel à un spectre qui ne contient pas les petits nombres d'onde à l'origine de la discontinuité dans le champ direct. Pour faire apparaître cette particularité, il faut travailler dans le domaine de Fourier. En se basant sur (2.26) et en utilisant la propriété de commutativité de la convolution, le déplacement direct peut s'écrire comme

$$u(x, t) = \frac{M}{2\rho V_p^2} \operatorname{sgn}(x) \partial_x H\left(t - \left|\frac{x}{V_p}\right|\right) *_{x,t} \delta(x) g(t). \quad (2.31)$$

En appliquant successivement la transformée de Fourier spatiale et temporelle à l'équation précédente, le déplacement s'exprime comme :

$$u(k, t) = \frac{M}{2\rho V_p} H(t) \left( e^{-ikV_p t} - e^{ikV_p t} \right) *_{t} g(t) \quad (2.32)$$

$$u(k, \omega) = \frac{M}{4\rho V_p} \left( \delta(\omega + kV_p) - \delta(\omega - kV_p) + \frac{2ikV_p}{\pi(\omega^2 - k^2V_p^2)} \right) g(\omega), \quad (2.33)$$

où  $k$  correspond au nombre d'onde,  $\omega$  la fréquence et  $g(\omega)$  la transformé de Fourier de

$g(t)$ . Dans (2.23), le déplacement de la simulation directe est renversé temporellement. Dans le domaine fréquentiel, cela se traduit par :

$$TF_{x,t}(u(x, T - t)) = u(k, -\omega)e^{-i\omega T}, \quad (2.34)$$

donc

$$u(k, \omega) = \frac{M}{4\rho V_p} \left( \delta(\omega - kV_p) - \delta(\omega + kV_p) + \frac{2ikV_p}{\pi(\omega^2 - k^2V_p^2)} \right) g(-\omega)e^{-i\omega T} \quad (2.35)$$

Pour le déplacement du siphon, on obtient

$$u^s(k, \omega) = \frac{M}{4\rho V_p} \left( \delta(\omega + kV_p) - \delta(\omega - kV_p) + \frac{2ikV_p}{\pi(\omega^2 - k^2V_p^2)} \right) g(-\omega)e^{-i\omega T}. \quad (2.36)$$

Dans les deux dernières équations (2.35) et (2.36), la discontinuité est supportée par le terme  $\frac{2ikV_p}{\pi(\omega^2 - k^2V_p^2)}$ . En combinant ces deux équations comme dans (2.23), les termes s'annulent :

$$u^{tr}(k, \omega) = \frac{M}{2\rho V_p} \left( \delta(\omega - kV_p) - \delta(\omega + kV_p) \right) g(-\omega)e^{-i\omega T}. \quad (2.37)$$

Grâce à (2.37), on montre que la combinaison de deux champs d'ondes discontinus donne un champ d'onde continu. Il reste à montrer que ce champ d'onde est le champ d'onde du renversement temporel.

Pour déterminer l'expression du déplacement du renversement temporel, on va partir des dipôles et de monopôles pour déterminer séparément le déplacement  $u^{tr,m}(x, t)$  et le déplacement  $u^{tr,d}(x, t)$ . Le monopôle au récepteur  $r$  s'écrit

$$f_r^m(x, t) = T_r(t)\delta(x - x_r)n_r\alpha_r \quad (2.38)$$

avec  $T_r$  la traction enregistrée au récepteur  $r$ ,  $n_r$  la normale,  $\alpha_r$  le poids de discrétisation. Le monopôle peut donc être réécrit en fonction du déplacement de la simulation directe :

$$f_r^m(x, t) = \frac{M}{\rho} \partial_x u(x, T - t)|_{x_r} \delta(x - x_r) n_r \alpha_r. \quad (2.39)$$

En résolvant (2.25) avec le monopôle, on obtient

$$u_r^{tr,m}(x, t) = \frac{M}{2\rho V_p^2} \operatorname{sgn}(x_r) \operatorname{sng}(x - x_r) g \left( T - t + \frac{|x - x_r|}{V_p} - \frac{|x_r|}{V_p} \right). \quad (2.40)$$

Le dipôle au récepteur  $r$  s'écrit

$$f_r^d(x, t) = -\nabla \cdot [M_r(t)\delta(x - x_r)]\alpha_r, \quad (2.41)$$

avec  $M_r$  le tenseur des moments au récepteur  $r$ . En exprimant  $M_r$  en fonction du déplacement, on obtient

$$f_r^d(x, t) = -\frac{M}{\rho} \partial_x [u(x, T - t)|_{x_r} \delta(x - x_r)]\alpha_r. \quad (2.42)$$

En résolvant (2.25) avec le dipôle, on obtient

$$u_r^{tr,d}(x, t) = \frac{M}{2\rho V_p^2} \text{sgn}(x_r) \text{sgn}(x - x_r) g\left(T - t + \frac{|x - x_r|}{V_p} - \frac{|x_r|}{V_p}\right). \quad (2.43)$$

En combinant (2.40) et (2.43) dans la disposition présentée dans le schéma (Figure 2.11), il est possible de s'affranchir de la position des récepteurs  $x_r$ . Le déplacement du renversement temporel  $u^{tr}$  s'écrit

$$u^{tr}(x, t) = \frac{M}{2\rho V_p^2} \left( g\left(T - t - \frac{x}{V_p}\right) - g\left(T - t + \frac{x}{V_p}\right) \right). \quad (2.44)$$

L'équation (2.44) est visuellement lisse : il n'y a pas la fonction  $\text{sgn}$  (signe) qui est à l'origine de la discontinuité dans le champ direct.

Cependant les expressions (2.30) et (2.44) ne sont pas identiques. Mais puisque l'on a montré le caractère lisse de (2.30), elle peut être simplifiée en se basant sur le schéma. Pour  $0 < t < T$  :

$$u^{tr}(x, t) = \frac{M}{2\rho V_p^2} \left[ g\left(T - t - \frac{x}{V_p}\right) - g\left(T - t + \frac{x}{V_p}\right) \right] \quad (2.45)$$

Pour  $T < t$  :

$$u^{tr}(x, t) = \begin{cases} \frac{M}{2\rho V_p^2} g\left(T - t - \frac{x}{V_p}\right) & \text{si } x < 0 \\ -\frac{M}{2\rho V_p^2} g\left(T - t + \frac{x}{V_p}\right) & \text{si } x > 0. \end{cases} \quad (2.46)$$

Finalement (2.45) correspond parfaitement à (2.44) pour  $0 < t < T$ . Pour  $T < t$ , c'est moins évident, mais dans (2.44) un terme se simplifie, car la fonction  $g$  vaut 0 pour toutes valeurs négatives et donc on obtient bien une égalité entre (2.44) et (2.46) quel que soit la position  $x$  ou le temps  $t$ .

Nous avons démontré dans un cas homogène 1D que l'interaction de deux champs d'ondes discontinus (le champ direct et le siphon) génère un champ continu qui est exactement le champ d'onde du renversement temporel dans le cas d'un miroir parfait. Faire la même démonstration dans des cas plus complexes (2D, 3D, milieu hétérogène) est plus difficile, car les solutions analytiques n'existent pas.

## 2.6 Conclusion

Le renversement temporel est une méthode basée sur la forme d'onde. Le principe est d'enregistrer sur un contour fermé (i.e. un miroir) le champ de déplacement et le champ de contraintes générés par une source présente à l'intérieur de ce contour. Ensuite pour localiser la source, le miroir se transforme en source et réémet dans le milieu les enregistrements renversés temporellement. Cette étape se fait via le biais de types de forces : les dipôles qui dépendent des enregistrements de la contrainte et les monopôles qui dépendent des déplacements enregistrés. Pour reconstruire parfaitement le champ d'onde directe durant le renversement temporel, les deux forces doivent être appliquées en même temps. Si elles ne le sont pas, le champ d'onde reconstruit a la forme du champ d'onde directe, mais avec une amplitude divisée par 2. Dans les deux cas de figure, seul

le champ lointain est correctement reconstruit. Le champ proche de la source n'est pas correctement reconstruit, d'où la formation d'une tache focale à la position de la source en espace et en temps. Cette tache focale est lisse, contrairement à la source qui présente une discontinuité. Nous avons démontré en une dimension comment l'interaction de deux champs discontinus (le champ direct et le siphon) génère un champ continu (le renversement temporel), mais c'est beaucoup plus difficile quand on augmente les dimensions ou que l'on ajoute des hétérogénéités dans le milieu. Cependant comprendre quelles sont les interactions entre ces champs permettrait de comprendre ce que contient la tache focale en termes d'information sur la source initiale (le mécanisme au foyer par exemple). Pour cela, dans le chapitre suivant, nous allons utiliser le principe de l'homogénéisation du point-source [Capdeville, 2021].



# Chapitre 3

## Tache focale et point source homogénéisé

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>52</b>
<b>3.2</b>	<b>L'homogénéisation non-périodique</b>	<b>53</b>
3.2.1	Homogénéisation des propriétés mécaniques	53
3.2.2	Homogénéisation du point-source	59
<b>3.3</b>	<b>Point-source homogénéisé et renversement temporel</b>	<b>63</b>
<b>3.4</b>	<b>Tests numériques</b>	<b>64</b>
3.4.1	Milieu homogène	64
3.4.2	Milieu hétérogène	70
<b>3.5</b>	<b>Discussion et Conclusion</b>	<b>72</b>

---

**Résumé** Dans ce chapitre nous nous intéressons à l'interprétation de la tache focale à l'aide de la théorie de l'homogénéisation du point source. Cette théorie permet de calculer une source effective lisse à partir d'un point-source. Cette source effective ne contient pas de discontinuité spatiale. Nous avons démontré mathématiquement que le champ d'onde du renversement temporel dans son ensemble est une somme de deux champs d'onde obtenus à partir d'un point source homogénéisé. Ce résultat mathématique à l'avantage de ne pas dépendre des hétérogénéités du milieu, de la dimension du problème et du nombre de sources. Pour confirmer ce résultat, des tests numériques avec différentes configurations de sources et dans des milieux de propagation homogène et hétérogène ont été menés.

---

### 3.1 Introduction

La simulation de la propagation d'ondes sismiques nécessite, quelle que soit l'échelle d'étude, une certaine connaissance et une modélisation du sous-sol. La modélisation du sous-sol passe par la construction d'un modèle structural. Une fois ce modèle généré, il est nécessaire de créer un modèle volumique en le discrétisant : cette étape correspond à la création du maillage. C'est ce maillage qui sera support des simulations. Les structures géologiques peuvent être complexes (e.g., présence de couches fines, de contacts tangentiels, etc.) et les propriétés mécaniques associées peuvent présenter de forts contrastes. Tous ces éléments ayant un impact non négligeable sur le trajet des ondes, ils doivent être pris en compte autant que faire se peut. Cette prise en compte des structures varie en fonction de la méthode numérique utilisée dans le simulateur. Dans le cas des différences finies qui nécessitent un maillage régulier, une discrétisation très fine du modèle est requise pour capturer proprement la géométrie des structures et obtenir un résultat de simulation précis (Section 2.3.1), ce qui entraîne un coût de calcul important. Dans le cas des éléments finis et des éléments spectraux, il est possible d'utiliser comme support de simulation un maillage non cartésien c'est-à-dire qui s'adapte à la géométrie du sous-sol. Lors de la création du maillage, il faudra que celui-ci honore toutes les discontinuités tout en limitant la présence de petits éléments. De plus, la modélisation de sources sismiques nécessite d'être capable de modéliser le champ proche et le champ lointain et donc d'avoir un maillage très fin près de la source pour capter la discontinuité spatiale du champ d'onde. Cependant, cette discontinuité n'est pas présente dans la tache focale obtenue avec le renversement temporel. Le déplacement est plus lisse et semble contenir moins de petites longueurs d'onde (Figure 2.10). C'est pour cela que nous avons choisi d'essayer de lier la tache focale avec la théorie de l'homogénéisation.

Dans ce chapitre, nous allons présenter la théorie de l'homogénéisation appliquée aux propriétés ainsi qu'au point source. Ensuite nous allons démontrer le lien entre l'homogénéisation du point source et le renversement temporel mathématiquement et

numériquement avec différentes sources. Ces résultats ont aussi été publiés dans l'article de GJI [Renat et al., 2022].

## 3.2 L'homogénéisation non-périodique

Pour passer au-dessus de ces difficultés, des travaux ont été effectués dans le but de changer d'échelle c'est-à-dire de calculer des propriétés équivalentes ou effectives grossières à partir d'une description plus fine (*upscaling*). Le travail a été initié par Backus [1962] pour des milieux périodiques. Par la suite, de nombreux auteurs ont proposé des méthodes de mise à l'échelle des propriétés élastiques. Par exemple, Sayers et Kachanov [1991], Schoenberg et Sayers [1995], Grechka [2007], Carcione et al. [2012] ont étudié les propriétés effectives des milieux fracturés. Par ailleurs, Capdeville et Marigo [2008], Fichtner et Igel [2008], Lekić et al. [2010] ont développé des techniques dans le cadre de l'*upscaling* des modèles de croûte terrestre pour la simulation des ondes de surfaces de longues périodes. Plus récemment, Capdeville et al. [2010, 2015], Cupillard et Capdeville [2018] ont proposé une méthode pour mettre à l'échelle n'importe quel modèle élastique, sans la moindre hypothèse sur la forme et l'intensité des contrastes de propriétés élastiques. Cette méthode est basée sur la théorie de l'homogénéisation développée dans les années 1970 en micro-mécanique pour les micro-structures périodiques [Bensoussan et al., 1978]. Cette méthode est adaptée aux milieux géologiques et a pris le nom de *homogénéisation non périodique*.

L'homogénéisation a été récemment appliquée au modèle du point source (1.2) et (1.3) pour aider à la modélisation du champ proche sans avoir besoin d'un maillage très fin [Capdeville, 2021].

### 3.2.1 Homogénéisation des propriétés mécaniques

#### 3.2.1.1 Théorie

L'homogénéisation a pour but d'enlever les éléments de fine échelle présents dans un milieu élastique donné. Par éléments de fine échelle, on entend les hétérogénéités du sous-sol qui sont plus petites qu'une certaine longueur d'onde  $\lambda_0$  telle que :

$$\lambda_0 = \varepsilon_0 \lambda_{min}, \quad (3.1)$$

où  $\lambda_{min}$  correspond à la longueur d'onde minimale d'un champ d'onde à propager et  $\varepsilon_0 < 1$  un paramètre défini par l'utilisateur et appelé *paramètre d'échelle*. La suppression des petites échelles se fait grâce à un filtre passe-bas  $\mathcal{F}^{\lambda_0}$  (Figure 3.1). Pour éviter que le filtre  $\mathcal{F}^{\lambda_0}$  soit une ondelette filtre à support infini dans le domaine spatial, une zone de transition définie par un *cosine taper* est utilisée. Cela permet d'avoir une transition lisse entre 0,  $5k_0$  et  $k_0$ .

La question au centre des problèmes d'*upscaling* est " Sur quelle quantité physique le filtre passe-bas doit-il être appliqué ? ". Dans le cadre de l'homogénéisation, la réponse se décompose en trois étapes :

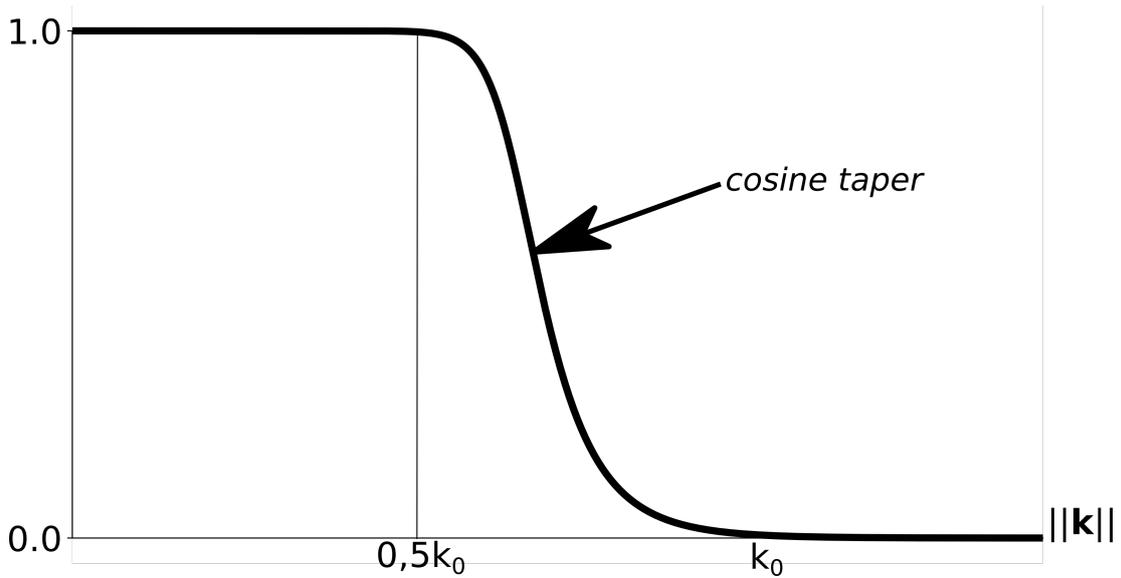


FIGURE 3.1 – Spectre d’amplitude du filtre passe-bas  $\mathcal{F}^{\lambda_0}$  représenté en fonction de la norme du vecteur d’onde  $\|\mathbf{k}\|$ . Au-delà du nombre d’onde  $k_0 = \frac{1}{\lambda_0}$ , le spectre vaut 0, c’est-à-dire que le filtre supprime toutes les échelles plus petites que  $\lambda_0$ .

1. Résoudre l’équation aux dérivées partielles suivante :

$$\nabla \cdot \left\{ \mathbf{C} : \left[ \mathbf{I} + \frac{1}{2} (\nabla \chi + {}^t \nabla \chi) \right] \right\} = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

avec des conditions périodiques sur les bords du domaine. Dans (3.2),  $\mathbf{C}$  correspond au tenseur d’élasticité d’ordre 4 du milieu à lisser,  $\mathbf{I}$  au tenseur identité d’ordre 4 et  $\chi$  au correcteur. Cette dernière quantité est la solution de l’équation aux dérivées partielles. Il s’agit un tenseur d’ordre 3 qui peut être vu comme la réponse statique du milieu à une déformation unitaire locale exprimée par le tenseur identité  $\mathbf{I}$ .

2. Calculer les concentrateurs de contraintes et de déformations associés au correcteur :

$$\mathbf{G} = \mathbf{I} + \frac{1}{2} (\nabla \chi + {}^t \nabla \chi), \quad (3.3)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{C} : \mathbf{G} \quad (3.4)$$

3. Filtrer les quantités  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{H}$  pour construire le tenseur élastique effectif (ou *upscaled*, ou homogénéisé) :

$$\mathbf{C}^{\lambda_0} = \mathcal{F}^{\lambda_0} \{ \mathbf{H} \} : \left[ \mathcal{F}^{\lambda_0} \{ \mathbf{G} \} \right]^{-1}. \quad (3.5)$$

Pour obtenir la masse volumique effective  $\rho^{\lambda_0}$ , il suffit de filtrer la masse volumique originale :

$$\rho^{\lambda_0} = \mathcal{F}^{\lambda_0} \{ \rho \}. \quad (3.6)$$

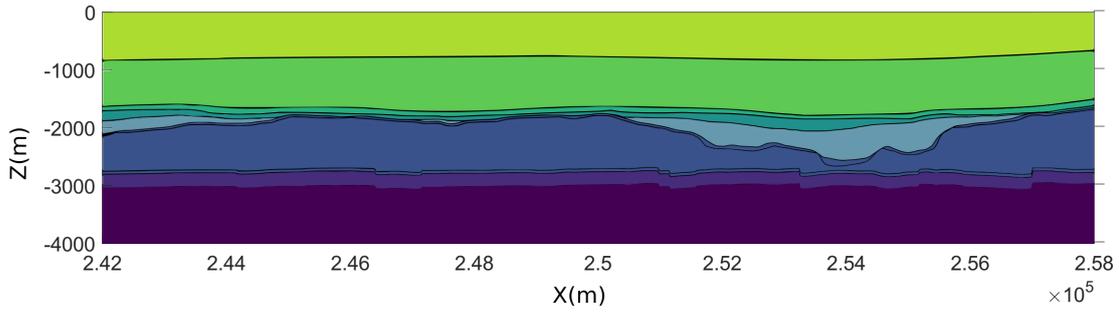


FIGURE 3.2 – Coupe dans le modèle stratigraphique 3D de Groningen [e.g., Spetzler et Dost, 2017, van Dalfsen et al., 2006]. La lithologie est décrite dans le Tableau 3.1.

Color map	Formation	Age	Lithology
	North Sea (NS)	Cenozoic	Argiles, sables, grés
	Chalk (CK)	Late Cretaceous	Calcaires
	Rinjland (RN)	Early Cretaceous	Bancs de grés et dépôts argileux
	Altena (AL)	Jurassic	Dépôts argileux
	Trias (TR)	Triassic	S Sables, grés, carbonates, argiles
	Zechstein (Ze)	Permian	Sel et carbonates
	Rotliegend (Ro)	Permian	Grés poreux
	Limburg Group (DC)	Carboniferous	Sédiments silicatés et veine de charbon

TABLE 3.1 – Lithologie du modèle de Groningen [e.g., Spetzler et Dost, 2017, van Dalfsen et al., 2006].

Quand on homogénéise un modèle, l'étape la plus complexe est la résolution de (3.2). Pour résoudre efficacement cette équation, il existe à ce jour deux méthodes : la méthode classique des éléments finis [e.g., Cupillard et Capdeville, 2018] et une méthode basée sur la transformation de Fourier rapide (FFT) [Capdeville et al., 2015]. Le résultat de l'homogénéisation est un modèle élastique complètement anisotrope même si le modèle initial est isotrope [Cupillard et al., 2020]. Dans le modèle homogénéisé, une simulation d'onde peut se faire avec un maillage régulier dont la taille des éléments est uniquement fonction de  $\lambda_0$  et non plus des structures géologiques initialement présentes. Le résultat de la simulation dans ce maillage sera identique, à  $\mathcal{O}(\varepsilon_0)$  près, à celui qui aurait été obtenu en maillant directement le modèle initial [e.g., Capdeville et al., 2015, 2010, Cupillard et Capdeville, 2018].

### 3.2.1.2 Application au champ de gaz de Groningen

Dans cette thèse, nous utilisons un cas géologiquement réaliste qui est le champ de gaz de Groningen situé au Pays-Pas (Figure 3) et s'étend sur environ  $1000 \text{ km}^2$ . Le réservoir de Groningen correspond au dépôt sableux du Rotliegend. La profondeur du haut du réservoir varie en  $2600 \text{ m}$  et  $3200 \text{ m}$  (Figure 3.2). La roche de couverture est composée d'évaporites (dépôts de sel) et de carbonates qui forment la formation du Zechstein. La zone sur laquelle nous avons des données est grande  $44 \times 16 \times 4 \text{ km}$ . La stratigraphie complète du champ de gaz est décrite dans le tableau (Tableau 3.1) et sa géométrie dans la Figure 3.2. Le milieu présente à certains endroits des couches très

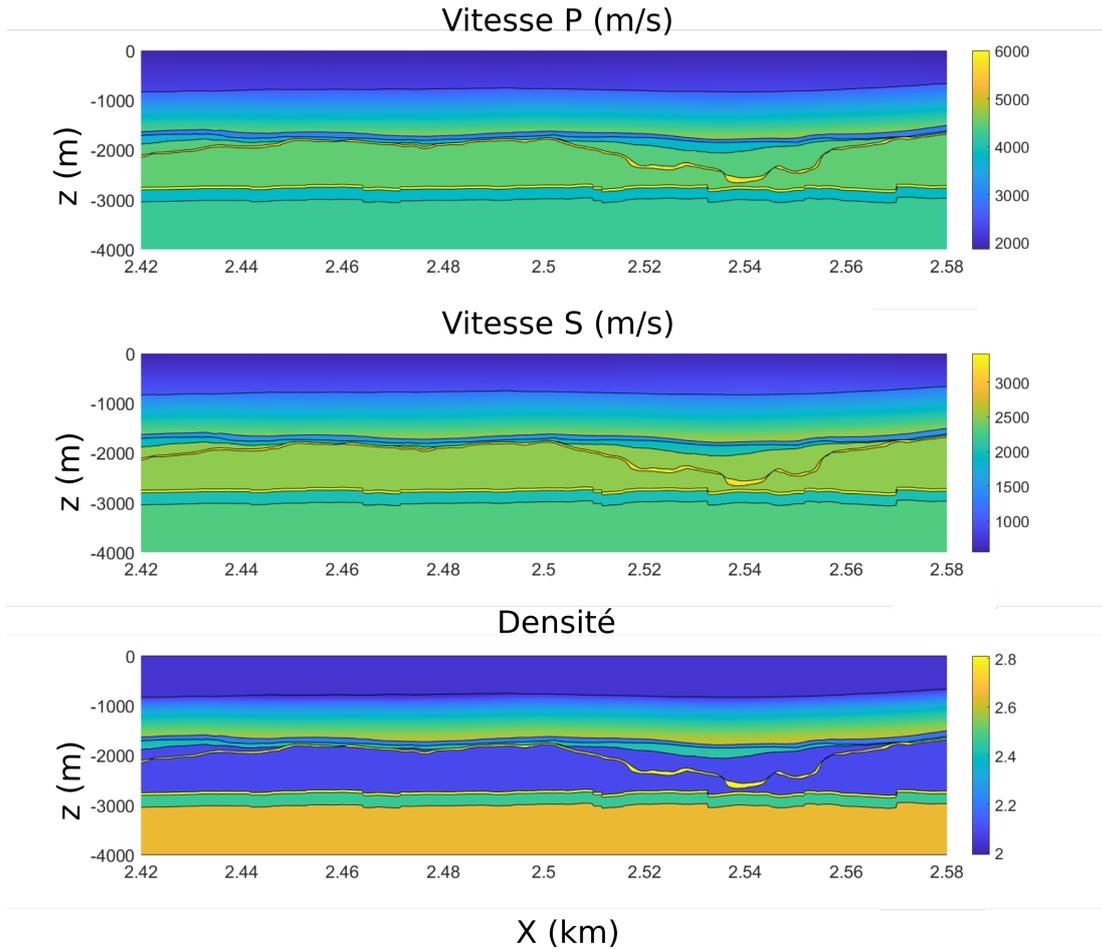


FIGURE 3.3 – Section dans le modèle final de Groningen des paramètres élastiques décrit dans l’annexe a.

fines avec une épaisseur d’environ  $10\text{ m}$  voir  $1\text{ m}$ . De plus, les propriétés élastiques du milieu présentent de forts contrastes de vitesse et de densité (Figure 3.3). Ce modèle est basé sur plusieurs modèles existants fournis par la société Magnitude ainsi que sur les travaux de Romijn [2017] et Tolsma [2014]. Les détails de la construction du modèle et des différents modèles de vitesse initiaux sont présentés dans l’annexe a. La Figure 3.3 montre une section dans le modèle final de Groningen. Évidemment, c’est un modèle parmi d’autres.

Pour faire des simulations dans ce modèle en 3D ou en 2D, il est nécessaire de prendre en compte les hétérogénéités. Pour cela, il faut un maillage adapté aux structures géologiques. Par conséquent, il y aura à certains endroits des mailles de  $1\text{ m}$  qui auraient un fort impact sur le temps de simulation et sur la qualité du résultat [e.g. Legentil et al., 2022] (dans le cadre d’un maillage triangulaire). Pour cette raison, nous avons utilisé l’homogénéisation non-périodique (Section 3.2.1) pour lisser le milieu de manière à pouvoir utiliser un maillage dont la taille est fonction de la longueur d’onde et non des structures.

Le premier paramètre à définir pour l’homogénéisation de Groningen est la longueur minimum qui sera propagée dans le milieu. Dans notre cas, on souhaite se rapprocher d’un cas d’application réaliste. Nous avons donc choisi  $\lambda_{min} = 100\text{ m}$ , ce qui correspond

Paramètres	Cas 1	Cas 2
$\lambda_{min}$	100 <i>m</i>	100 <i>m</i>
$\varepsilon_0$	0,5	1
$\lambda_0$	50 <i>m</i>	100 <i>m</i>
$k_0$	0,02 <i>m</i> <sup>-1</sup>	0,01 <i>m</i> <sup>-1</sup>
échantillonnage d’entrée	5 <i>m</i>	10 <i>m</i>
temps de calcul	58 <i>h</i>	10 <i>h</i>
échantillonnage de sortie	12,5 <i>m</i>	25 <i>m</i>
taille du modèle	232 <i>GB</i>	28 <i>GB</i>

TABLE 3.2 – Valeurs des paramètres d’entrée et de sortie pour l’homogénéisation de Groningen. Deux cas sont calculés ici : le premier avec  $\varepsilon_0 = 0,5$  et le deuxième avec  $\varepsilon_0 = 1$ . Les temps de calcul correspondent à des calculs effectués sur 12 Intel Xeon X5680 processeurs (6 cores, 3.33 GHz, 96GB RAM, 12MB Cache).

à une onde S de fréquence 15 *Hz* qui se propage dans le bas de la couche NS, vers 1 *km* de profondeur, à 1500 *m/s* (Figure 3.2). Cette valeur de fréquence correspond aussi à la fréquence maximum estimée dans la littérature pour les événements sismiques ayant eu lieu à Groningen [Willacy et al., 2019]. Nous proposons deux homogénéisations : une assez détaillée en utilisant  $\varepsilon_0 = 0,5$  (donc  $\lambda_0 = 50$  *m*) et une plus lisse en utilisant  $\varepsilon_0 = 1$  (donc  $\lambda_0 = 100$  *m*). Le Tableau 3.2 résume les valeurs des paramètres les plus importants dans ces deux cas. Comme le modèle de Groningen est grand (44 *km*) et que l’homogénéisation génère 4 points par  $\lambda_0$  pour capturer correctement toutes les variations spatiales de modèle effectif, nous avons un grand nombre de points dans le modèle final. De plus, le tenseur élastique effectif est anisotropique, il y a donc 21 valeurs en plus de la densité à stocker en chaque point. Cela fait que les fichiers d’entrée sont gros : 232 *GB* in case 1 ( $\varepsilon_0 = 0,5$ ) and 29 *GB* in case 2 ( $\varepsilon_0 = 1$ ). Une conséquence directe est que le modèle effectif obtenu dans le cas 1 est complexe à utiliser. On préfère donc utiliser le résultat obtenu avec le cas 2 pour les simulations d’onde même s’il contient moins de détails.

La première ligne de la Figure 3.4 montre une coupe de la première composante du tenseur effectif  $C_{xxxx}$  obtenue dans le cas 1, en utilisant  $\varepsilon_0 = 0,5$ . Les motifs géologiques sont similaires à ceux du modèle initial (Figure 3.3) et sont clairement visibles, mais il n’y a plus de discontinuités. La deuxième ligne montre la même coupe dans le cas 2, utilisant  $\varepsilon_0 = 1$ . Comme attendu, l’image est plus lisse, car il y a deux fois moins de détails dans ce cas. Les modèles peuvent être utilisés comme données pour une simulation d’onde. Dans le cas 2, un maillage grossier (e.g., 100 × 100 × 100 *m*<sup>3</sup> hexaèdres pour une simulation avec des éléments spectraux d’ordre 6) peut être utilisé. Le cas 1 fournirait des sismogrammes un peu plus précis, mais il requerrait un maillage plus fin (e.g., 50 × 50 × 50 *m*<sup>3</sup> hexaèdres) et donc un coût de calcul plus important.

La dernière étape serait de comparer les résultats d’une simulation de propagation d’onde dans chaque modèle. Pour cela, il faudrait définir un maillage de référence : soit en maillant les interfaces et les couches soit en utilisant un maillage cartésien suffisamment fin [Cupillard et al., 2020]. Le Tableau 3.3 résume la taille des éléments du maillage, le nombre d’éléments ainsi que le pas de temps pour faire des simulations avec les différents modèles en 2D. On voit donc que l’homogénéisation permet donc

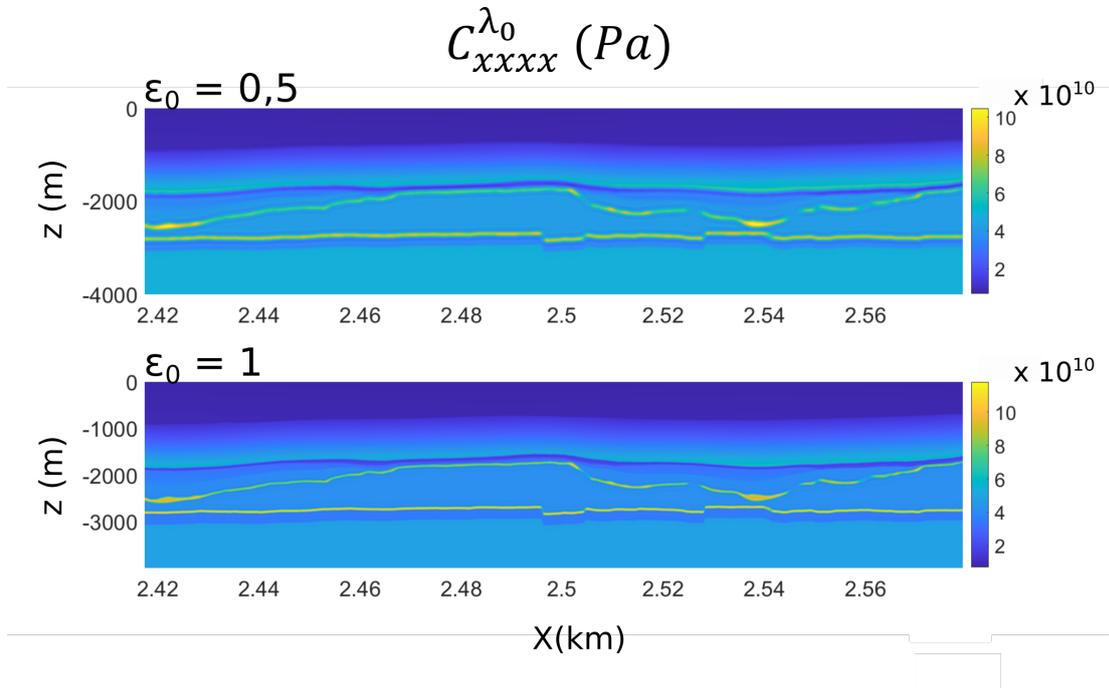


FIGURE 3.4 – Coupe dans le tenseur élastique effectif 3D de Groningen. La première ligne représente la première composante du tenseur élastique effectif pour  $\epsilon_0 = 0,5$  et la deuxième ligne pour  $\epsilon_0 = 1$ .

	Modèle initial	Modèle homogénéisé $\epsilon_0 = 0.5$	Modèle homogénéisé $\epsilon_0 = 1$
Taille d'une arête	1 m	50 m	100 m
Nombre d'éléments	64000000	25600	6400
pas de temps maximal	0,00001 s	0,0007 s	0,001 s

TABLE 3.3 – Comparaison de différents paramètres d'un maillage cartésien pour les différents modèles de Groningen : le modèle initial et les deux modèles homogénéisés.

de réduire drastiquement le nombre d'éléments dans le maillage ainsi que d'augmenter le pas de temps tout en permettant d'obtenir le même résultat de propagation d'onde [e.g., Cupillard et al., 2020, Capdeville et al., 2015]. Dans la suite de cette thèse, c'est le modèle homogénéisé avec  $\varepsilon_0 = 1$  qui sera utilisé pour avoir des simulations rapides.

### 3.2.2 Homogénéisation du point-source

Capdeville [2021] a récemment réussi à appliquer la théorie de l'homogénéisation à un point-source. L'idée générale est proche de celle déjà mise en place pour les propriétés élastiques : filtrer les grands nombres d'onde contenus dans un point source pour construire une source effective lisse. À cette fin, l'homogénéisation sépare explicitement les petites échelles (notées sous la variable  $\mathbf{y}$ ) et les grandes échelles (notées sous la variable  $\mathbf{x}$ ) dans les champs de déplacement et de contrainte. Ainsi l'homogénéisation pose-t-elle le problème élastodynamique avec  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$  et  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ . Par ailleurs, la méthode se base sur l'expansion asymptotique en  $\varepsilon_0$  de ces deux champs :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) + \varepsilon_0 \mathbf{u}_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) + \varepsilon_0^2 \mathbf{u}_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) + \dots, \quad (3.7)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \boldsymbol{\sigma}_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) + \varepsilon_0 \boldsymbol{\sigma}_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) + \varepsilon_0^2 \boldsymbol{\sigma}_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) + \dots, \quad (3.8)$$

où les deux variables spatiales  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  sont liées par le paramètre d'échelle  $\varepsilon_0$  tel que  $\mathbf{y} = \frac{\mathbf{x}}{\varepsilon_0}$ .

Dans cette thèse, on se concentre sur l'homogénéisation d'un point-source de type double-couple (1.3), mais l'homogénéisation d'un point-source de type force simple (1.2) est très similaire [Capdeville, 2021]. La première étape de l'homogénéisation d'un point-source consiste à décomposer la fonction de Dirac. Pour séparer les petites et les grandes échelles contenues dans un Dirac, on applique le filtre  $\mathcal{F}^{\varepsilon_0}$  tel que

$$\delta(\mathbf{x}) = \mathcal{F}^{\varepsilon_0}[\delta(\mathbf{x})] + (\mathbf{I} - \mathcal{F}^{\varepsilon_0})[\delta(\mathbf{x})]. \quad (3.9)$$

On définit ensuite un filtre  $F$ , identique à  $\mathcal{F}^{\varepsilon_0}$ , mais pour la variable  $\mathbf{y}$ . Autrement dit, pour toutes fonctions  $h(\mathbf{x})$  et  $\bar{h}(\mathbf{y}) = h(\varepsilon_0 \mathbf{y})$ , on définit  $F$  tel que

$$\mathcal{F}^{\varepsilon_0}[h(\mathbf{x})] = F[h(\mathbf{x}/\varepsilon_0)]. \quad (3.10)$$

En appliquant cette égalité dans (3.9), celle-ci devient

$$\delta(\mathbf{x}) = \mathcal{F}^{\varepsilon_0}[\delta(\mathbf{x})] + (\mathbf{I} - F)[\delta(\varepsilon_0 \mathbf{y})]. \quad (3.11)$$

Finalement, en utilisant la propriété du Dirac qui dit que  $\delta(\varepsilon_0 \mathbf{y}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \delta(\mathbf{y})$ , la décomposition du Dirac s'écrit

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{1}{\varepsilon_0} (\mathbf{I} - F)[\delta(\mathbf{y})] + \mathcal{F}^{\varepsilon_0}[\delta(\mathbf{x})], \quad (3.12)$$

avec  $\mathcal{F}^{\varepsilon_0}$  le filtre passe-bas pour la variable  $\mathbf{x}$  (qui filtre les nombres d'onde supérieurs à  $\frac{1}{\lambda_0}$ ) et  $F$  le filtre passe-bas pour la variable  $\mathbf{y}$  (qui filtre les nombres d'onde supérieurs à  $\frac{1}{\lambda_{min}}$ ).

En se basant sur (3.12), faisons l'hypothèse que le double-couple (1.3) peut se décomposer comme

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\varepsilon_0} \boldsymbol{\tau}_{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y})g(t) + \boldsymbol{\tau}_0(\mathbf{x}, \mathbf{y})g(t). \quad (3.13)$$

Il nous faut alors déterminer les coefficients  $\boldsymbol{\tau}_{-1}$  et  $\boldsymbol{\tau}_0$ . Pour cela, introduisons les développements (3.7), (3.8) et (3.13) dans l'équation d'onde et la loi de Hooke, ce qui donne

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}_i - \nabla_x \cdot \boldsymbol{\sigma}_i + \nabla_y \cdot \boldsymbol{\sigma}_{i+1} = \mathbf{0}, \quad (3.14)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_i = \mathbf{C} : \left( \nabla_x(\mathbf{u}_i) + \nabla_y(\mathbf{u}_{i+1}) \right) - \boldsymbol{\tau}_i. \quad (3.15)$$

L'indice  $i$  indique l'ordre dans les développements. Pour simplifier la présentation de la méthode, on fait l'hypothèse que  $\mathbf{C}$  est lisse, c'est-à-dire que  $\mathbf{C} = \mathbf{C}(\mathbf{x})$ . Les solutions pour gérer les petites échelles des propriétés mécaniques lors de l'homogénéisation du point-source sont données dans Capdeville [2021] (sections 2.4 et 3.4). En résolvant les équations (3.14) et (3.15) pour chaque valeur de  $i$ , on obtient l'équation suivante :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, t) + \boldsymbol{\theta}(\mathbf{y})g(t) + \mathcal{O}(\varepsilon_0). \quad (3.16)$$

$\boldsymbol{\theta}(\mathbf{y})$  est appelé correcteur ; il contient uniquement des petites échelles. C'est l'équivalent du correcteur  $\chi$  dans l'homogénéisation des propriétés. L'équation (3.16) montre que le champ d'onde peut être décomposé en un champ d'onde lisse  $\mathbf{u}_0$  qui se propage dans le milieu et en une partie  $\boldsymbol{\theta}$  qui contient les grands nombres d'onde et qui n'est pas contrainte par la relation de dispersion. Le correcteur satisfait l'équation statique aux dérivées partielles suivantes :

$$\nabla_y \cdot \mathbf{C} : \nabla_y(\boldsymbol{\theta}) = \nabla_y \cdot \boldsymbol{\tau}_{-1}, \quad (3.17)$$

avec des conditions périodiques sur les bords. De même, le déplacement à l'ordre zéro  $\mathbf{u}^0(\mathbf{x}, t)$  est solution du problème élastodynamique effectif :

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}_0 - \nabla_x \cdot \boldsymbol{\sigma}_0 = \mathbf{0}, \quad (3.18)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_0 = \mathbf{C} : \nabla_x(\mathbf{u}_0) - \boldsymbol{\tau}_0. \quad (3.19)$$

Pour déterminer les coefficients  $\boldsymbol{\tau}_0$  et  $\boldsymbol{\tau}_{-1}$ , il nous faut tout d'abord résoudre (3.17). En pratique, ce n'est pas le correcteur qui est directement calculé, mais le *correcteur initial*  $\boldsymbol{\theta}_s$ . Pour obtenir celui-ci, (3.17) est résolue en supposant que la *contrainte initiale*  $\boldsymbol{\tau}_{-1,s} = \mathbf{M}\delta(\mathbf{y})$  et que toutes les variations du tenseur d'élasticité  $\mathbf{C}$  sont petites, c'est-à-dire que  $\mathbf{C} = \mathbf{C}(\mathbf{y})$ . Cela permet d'obtenir le *correcteur initial*  $\boldsymbol{\theta}_s(\mathbf{y})$ . C'est en séparant les petites et grandes échelles dans ce *correcteur initial* que sont obtenus le correcteur  $\boldsymbol{\theta}$  contenant les petites échelles et le potentiel de la source  $\boldsymbol{\psi}$  contenant les grandes échelles :

$$\boldsymbol{\theta}(\mathbf{y}) = (\mathbf{I} - \mathbf{F})[\boldsymbol{\theta}_s(\mathbf{y})], \quad (3.20)$$

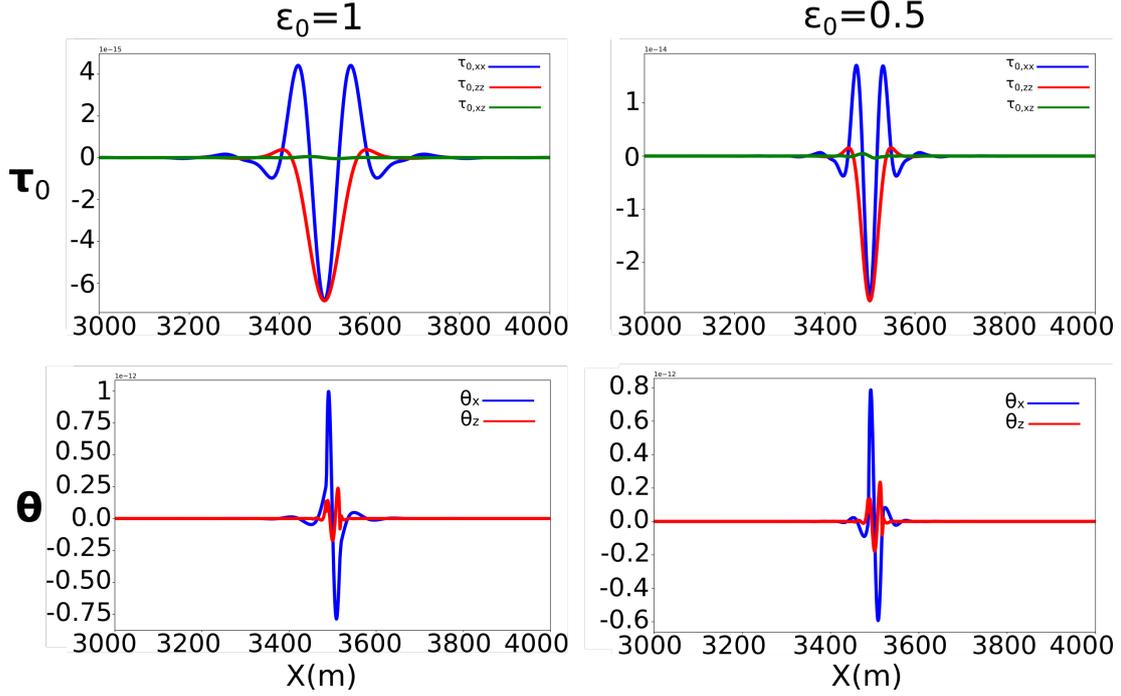


FIGURE 3.5 – Exemple de l’homogénéisation d’un point source à  $x = 3500$  m dans un milieu homogène en 2D. Le tenseur des moments correspond au tenseur identité. Deux valeurs différentes de  $\epsilon_0$  sont présentées : 1 (à gauche) et 0,5 (à droite). La première ligne montre le coefficient  $\tau_0$  et la seconde montre le correcteur  $\theta$  le long de l’axe X.

$$\psi(\mathbf{x}) = \mathcal{F}^{\epsilon_0} \left[ \theta_s \left( \frac{\mathbf{x}}{\epsilon_0} \right) \right]. \quad (3.21)$$

À partir du correcteur  $\theta$  (3.20) et du potentiel  $\psi$  (3.21), on détermine les coefficients  $\tau_0$  et  $\tau_{-1}$  :

$$\tau_{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{C}(\mathbf{x}) : \nabla_{\mathbf{y}}(\theta(\mathbf{y})), \quad (3.22)$$

$$\tau_0(\mathbf{x}) = \mathbf{C}(\mathbf{x}) : \nabla_{\mathbf{x}}(\psi(\mathbf{x})). \quad (3.23)$$

À partir de  $\tau_0$ , la force effective  $\mathbf{f}_0$  peut être dérivée puis utilisée dans (3.18) et (3.19) pour calculer  $\mathbf{u}_0$ . En introduisant (3.23) dans (3.19) et puis (3.19) dans (3.18), on montre en effet que

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}_0 - \mathbf{C} : \nabla(\mathbf{u}_0) = \mathbf{f}_0, \quad (3.24)$$

avec  $\mathbf{f}_0 = -\nabla \cdot \tau_0(\mathbf{x})g(t)$ . La Figure 3.5 montre  $\tau_0$  et  $\theta$  pour une explosion  $\mathbf{M} = \mathbf{I}$  avec une ondelette de Ricker dans un cas 2D homogène. Deux valeurs du paramètre  $\epsilon_0$  sont testées : 1 pour observer ce qu’il se passe  $\lambda_0 = \lambda_{min}$ , et 0,5 car cela correspond à la limite de diffraction. La première ligne montre que l’expansion latérale du double-couple effectif décroît avec la valeur de  $\epsilon_0$ . De plus, la figure illustre le fait que le potentiel  $\psi$  contient uniquement des grandes échelles contrairement au correcteur  $\theta$  qui contient uniquement des petites échelles.

La Figure 3.6 met en évidence le rôle du correcteur  $\theta$ . Quand la source émet de l’énergie (première ligne), le correcteur permet de retrouver la discontinuité à la source.

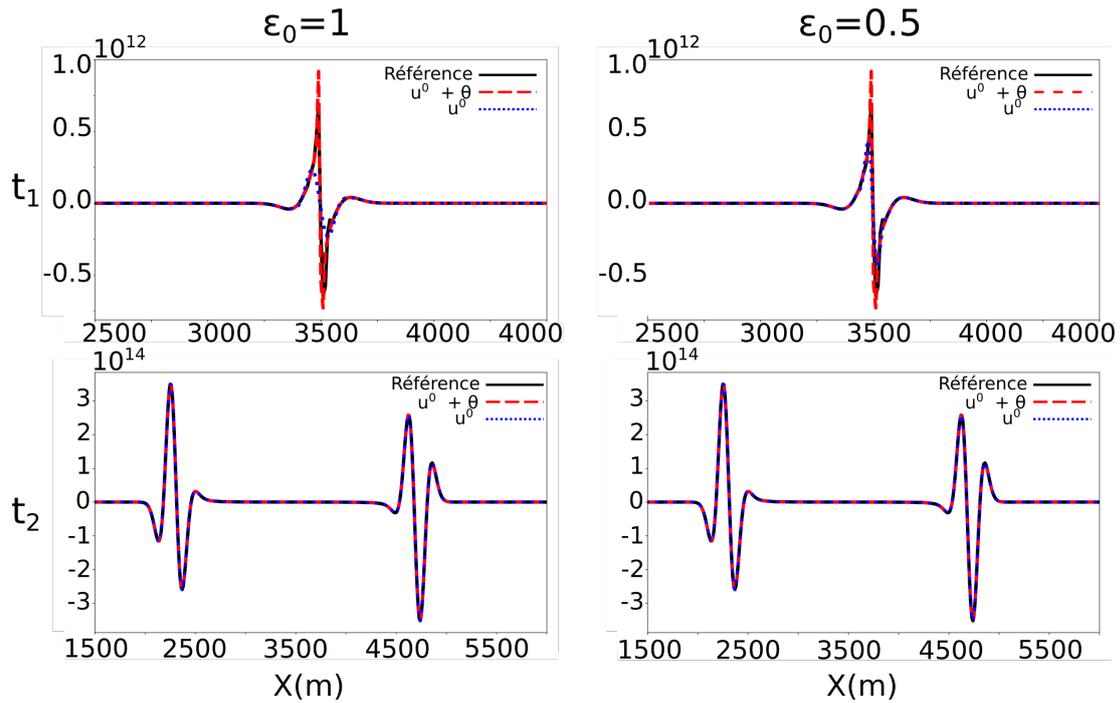


FIGURE 3.6 – Comparaison du déplacement généré par un point-source homogénéisé avec un déplacement de référence. La simulation est effectuée dans le modèle présenté dans le chapitre précédent (Figure 2.5). La source est une explosion positionnée à  $x = 3500\text{ m}$  avec une ondelette de Ricker ayant pour fréquence maximum  $10\text{ Hz}$ . Ici encore, deux valeurs de  $\varepsilon_0$  sont testées. Le déplacement est représenté le long de l’axe  $x$  à deux temps différents :  $t_1$  lors de l’explosion de la source et  $t_2$  lorsque celle-ci a fini d’émettre. La courbe noire représente le déplacement de référence, la courbe tireté le déplacement d’ordre zéro avec la contribution du correcteur, et la courbe en pointillés bleue le déplacement d’ordre zéro seul.

Quand la source a fini d'émettre (seconde ligne), il n'y a plus de différences entre la référence et le déplacement à l'ordre zéro.

En somme, l'homogénéisation d'un point-source nécessite de résoudre l'équation statique (3.17), mais une simulation numérique de la propagation d'onde ne requiert ensuite aucun élément de petite taille à la source pour capturer la discontinuité du déplacement. Le point-source homogénéisé est en effet libre de toutes les petites échelles, et c'est le correcteur qui vient modéliser la discontinuité. La méthode d'homogénéisation du point-source permet ainsi de modéliser précisément le champ proche ainsi que le champ lointain sans avoir à utiliser un maillage très fin qui entraînerait un important coût de calcul [Capdeville, 2021].

### 3.3 Point-source homogénéisé et renversement temporel

Pour faire le lien entre le renversement temporel et la théorie du point-source homogénéisé, on utilise la version condensée (2.23) du théorème de représentation :

$$\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, T - t) - \mathbf{u}^s(\mathbf{x}, t). \quad (3.25)$$

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, le déplacement peut se décomposer d'après (3.16). En reversant le temps dans cette équation, le premier terme du membre de droite de (3.25) peut se réécrire

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, T - t) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, T - t) + \boldsymbol{\theta}(\mathbf{y})g(T - t) + \mathcal{O}(\varepsilon_0). \quad (3.26)$$

Pour le second terme du membre de droite (le déplacement issu du siphon), la force de volume qui le génère s'écrit

$$\mathbf{f}^s(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{M} \cdot \nabla \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)g(T - t). \quad (3.27)$$

En utilisant à nouveau (3.16), le déplacement issu du siphon peut se réécrire

$$\mathbf{u}^s(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = \mathbf{u}_0^s(\mathbf{x}, t) + \boldsymbol{\theta}^s(\mathbf{y})g(T - t) + \mathcal{O}^s(\varepsilon_0). \quad (3.28)$$

En introduisant (3.26) et (3.28) dans (3.25), le déplacement du renversement temporel devient

$$\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, T - t) + \boldsymbol{\theta}(\mathbf{y})g(T - t) + \mathcal{O}(\varepsilon_0) - \mathbf{u}_0^s(\mathbf{x}, t) - \boldsymbol{\theta}^s(\mathbf{y})g(T - t) - \mathcal{O}^s(\varepsilon_0). \quad (3.29)$$

Les forces (3.27) et (1.3) qui génèrent le déplacement direct et le siphon ont exactement le même contenu spatial. Par conséquent, les correcteurs  $\boldsymbol{\theta}$  et  $\boldsymbol{\theta}^s$  obtenus lors de l'homogénéisation du point-source sont égaux. Donc, (3.29) se réduit à

$$\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, T - t) - \mathbf{u}_0^s(\mathbf{x}, t) + \mathcal{O}'(\varepsilon_0). \quad (3.30)$$

Cette dernière équation est le résultat majeur de cette thèse. Elle démontre d'une nouvelle manière l'absence de discontinuité dans le champ de déplacement du renversement temporel et, par conséquent, le caractère lisse de la tache focale. L'équation (3.30) indique que le champ d'onde rétropropagé peut être vu comme une somme de deux champs

à faibles nombres d'onde. Ces champs sont le résultat de l'homogénéisation du point-source initial. Autrement dit, le point-source homogénéisé est la force équivalente pour produire le champ d'onde du renversement temporel, dont la tache focale. Ce résultat est général : il ne fait aucune hypothèse sur la dimension du problème, sur les propriétés élastiques du milieu.

## 3.4 Tests numériques

Pour mieux comprendre comment fonctionne l'équation (3.30), nous avons effectué quatre tests numériques. Les trois premiers ont été effectués en milieu homogène avec les paramètres élastiques utilisés dans le Chapitre 2. Le miroir est également le même, seule la position de la source a été modifiée pour éviter de présenter un cas particulier : ces coordonnées  $(x, z)$  ont été choisies arbitrairement. Ce premier lot de tests a pour but d'étudier différents types de sources : une explosion, une source générant des ondes P et S, et une source étendue. Le quatrième test, quant à lui, considère un milieu hétérogène géologiquement réaliste (le milieu homogénéisé obtenu dans la Section 3.2.1.2).

### 3.4.1 Milieu homogène

#### 3.4.1.1 Cas d'une explosion

La source utilisée ici est une explosion, c'est-à-dire  $\mathbf{M} = \mathbf{I}$ . La fréquence dominante est de 10 Hz et l'ondelette est un Ricker. Cette source a été homogénéisée en utilisant  $\varepsilon_0 = 0.5$  et toutes les simulations de propagation d'ondes sont ensuite réalisées avec le même maillage. La colonne de gauche de la Figure 3.7 montre trois graphiques avec les déplacements  $\mathbf{u}_0$ ,  $\mathbf{u}_0^s$ ,  $\mathbf{u}_0 - \mathbf{u}_0^s$  et  $\mathbf{u}^{tr}$  le long de la ligne horizontale qui passe par la position de la source.

Pour un temps  $t < T - 2\tau_b$  (première ligne), le siphon n'a pas encore commencé à agir, si bien que  $\mathbf{u}_0^s(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0}$  et que le déplacement du renversement temporel  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t)$  est égal au déplacement d'ordre zéro de la simulation directe  $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, T - t)$ .

Pour un temps  $t > T$  (dernière ligne),  $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, T - t)$  est nul et le déplacement du renversement temporel  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t)$  est donc l'opposé du déplacement d'ordre zéro du siphon  $-\mathbf{u}_0^s(\mathbf{x}, t)$ .

La ligne du milieu montre que dans l'intervalle de temps  $T - 2\tau_b < t < T$ , qui correspond à la focalisation, le déplacement du renversement temporel est une combinaison des deux déplacements d'ordre zéro  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{u}_0^s$ . Cet exemple numérique illustre (3.30).

De plus, il nous permet de définir la tache focale comme un objet étendu à la fois en espace et en temps. La tache focale commence quand le déplacement du renversement temporel devient différent de celui de la simulation directe et se termine quand ce déplacement devient l'opposé du déplacement du siphon.

#### 3.4.1.2 Cas d'une source générant onde P et onde S

Dans ce test, nous ajoutons les ondes S à l'expérience décrite dans le paragraphe précédent, en prenant  $\mathbf{M} \neq \mathbf{I}$ . Nous considérons en effet un tenseur des moments choisi

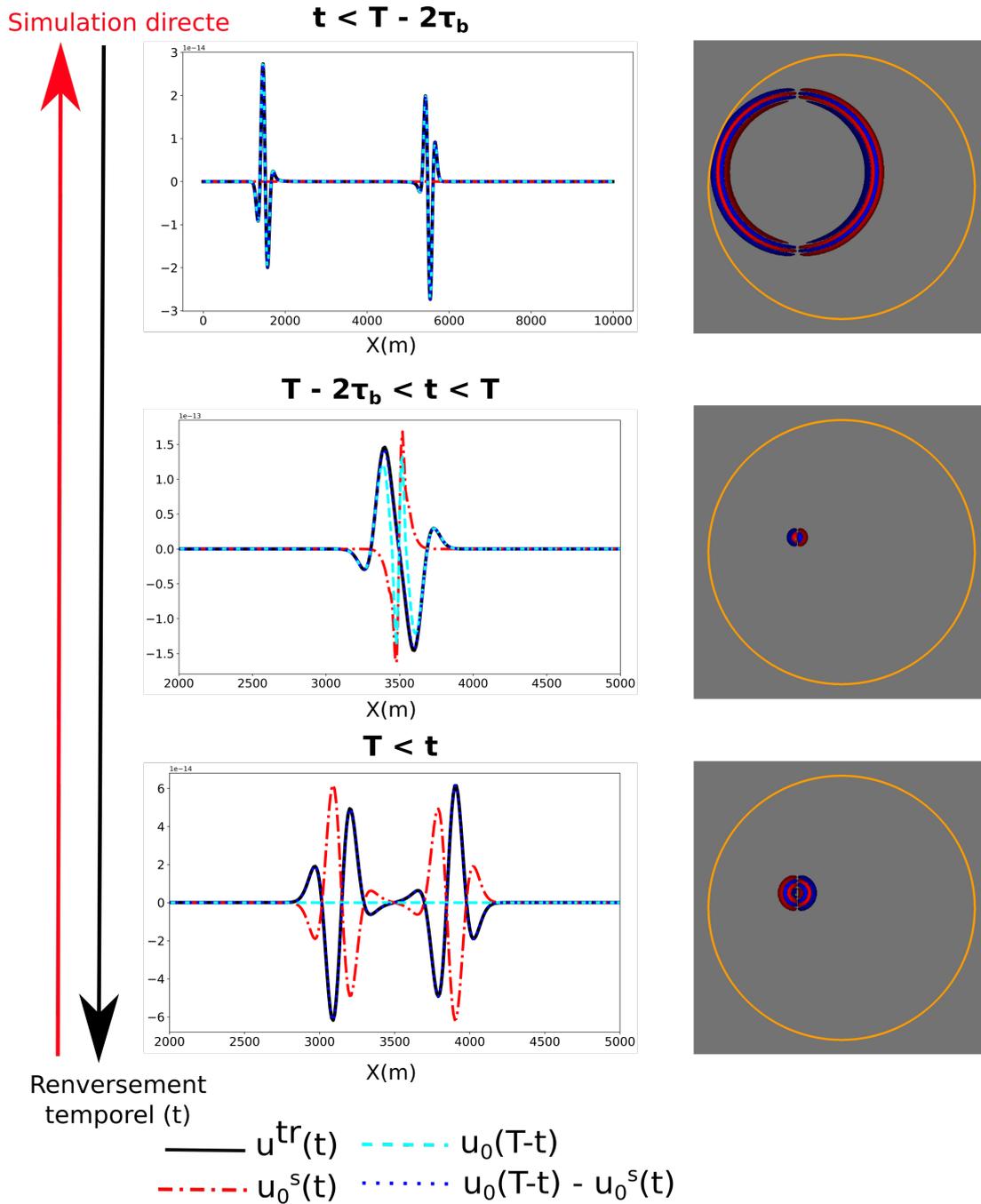


FIGURE 3.7 – Comparaison du déplacement du renversement temporel  $u^{tr}$  avec la différence entre les deux déplacements d'ordre zéro  $u_0$  et  $u_0^s$ . Les courbes (colonne gauche) et les images du champ d'onde du renversement temporel (colonne droite) représentent la composante  $x$  du déplacement à trois temps  $t$  différents durant le renversement temporel.  $T$  est la durée totale de la simulation directe et  $\tau_b$  est le "temps central" de la source.

arbitrairement :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

L'ondelette  $g(t)$  est toujours un Ricker de fréquence dominante  $10\text{ Hz}$ , ce qui produit une longueur d'onde minimale de  $67\text{ m}$  (Tableau 2.1).

La Figure 3.8 compare le renversement temporel  $\mathbf{u}^{tr}$  avec la simulation directe  $\mathbf{u}$ . Les deux premières colonnes montrent des images des deux champs d'ondes à 4 temps distincts. La troisième colonne présente une comparaison des deux déplacements le long d'une ligne horizontale à ces 4 mêmes temps. Comme prévu, l'ajout d'une onde S ne modifie pas les conclusions du Chapitre 2. Le renversement temporel réussit toujours à reconstruire le champ lointain (e.g., à  $t_3$  et  $t_4$ ). Au contraire, dans l'intervalle de temps correspondant à la focalisation (e.g., à  $t_2$ ), le déplacement du renversement temporel ne correspond plus au déplacement de la simulation directe (troisième colonne) même si les champs d'onde semblent identiques sur les images (deux premières colonnes). Le déplacement de la simulation directe présente une discontinuité là où le déplacement du renversement temporel est lisse. La dernière ligne de la figure ( $t_1$ ) montre aussi cette différence et illustre ce qu'il se passe quand le siphon n'est pas implémenté. Dans ce cas, le champ d'onde du renversement temporel diverge à partir de la position de la source quand le champ d'ondes direct se réduit jusqu'à former un point puis à disparaître.

La dernière colonne de la Figure 3.8 permet de faire la même observation que dans le paragraphe précédent : la différence entre les deux déplacements d'ordre zéro correspond en tout temps au déplacement du renversement temporel. Cette observation confirme que (3.30) ne dépend pas du type d'ondes émises par la source. La même observation aurait pu être faite en utilisant la composante  $z$  du déplacement.

### 3.4.1.3 Cas d'une source étendue

Les sources étendues sont utilisées pour simuler la rupture de failles finies. Ces failles peuvent être discrétisées dans l'espace par des surfaces élémentaires  $dS_i$  en une position  $\mathbf{x}_i$  [e.g., [Yue et Lay, 2020](#)]. Dans ce cas, la force qui dirige la rupture s'écrit

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \sum_i \mathbf{f}_i(\mathbf{x}, t), \quad (3.32)$$

avec

$$\mathbf{f}_i(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{M}_i \cdot \nabla \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) g_i(t) dS_i, \quad (3.33)$$

où  $\mathbf{M}_i$  est le tenseur des moments du  $i^{\text{ème}}$  point-source positionné en  $\mathbf{x}_i$  [[Aki et Richards, 2002](#)]. Pour dériver notre résultat majeur (3.30) dans le cas d'une source étendue discrétisée par un ensemble de points-sources, il faut réécrire (3.25) comme

$$\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t) = \sum_i \mathbf{u}_i(\mathbf{x}, T - t) - \sum_i \mathbf{u}_i^s(\mathbf{x}, t), \quad (3.34)$$

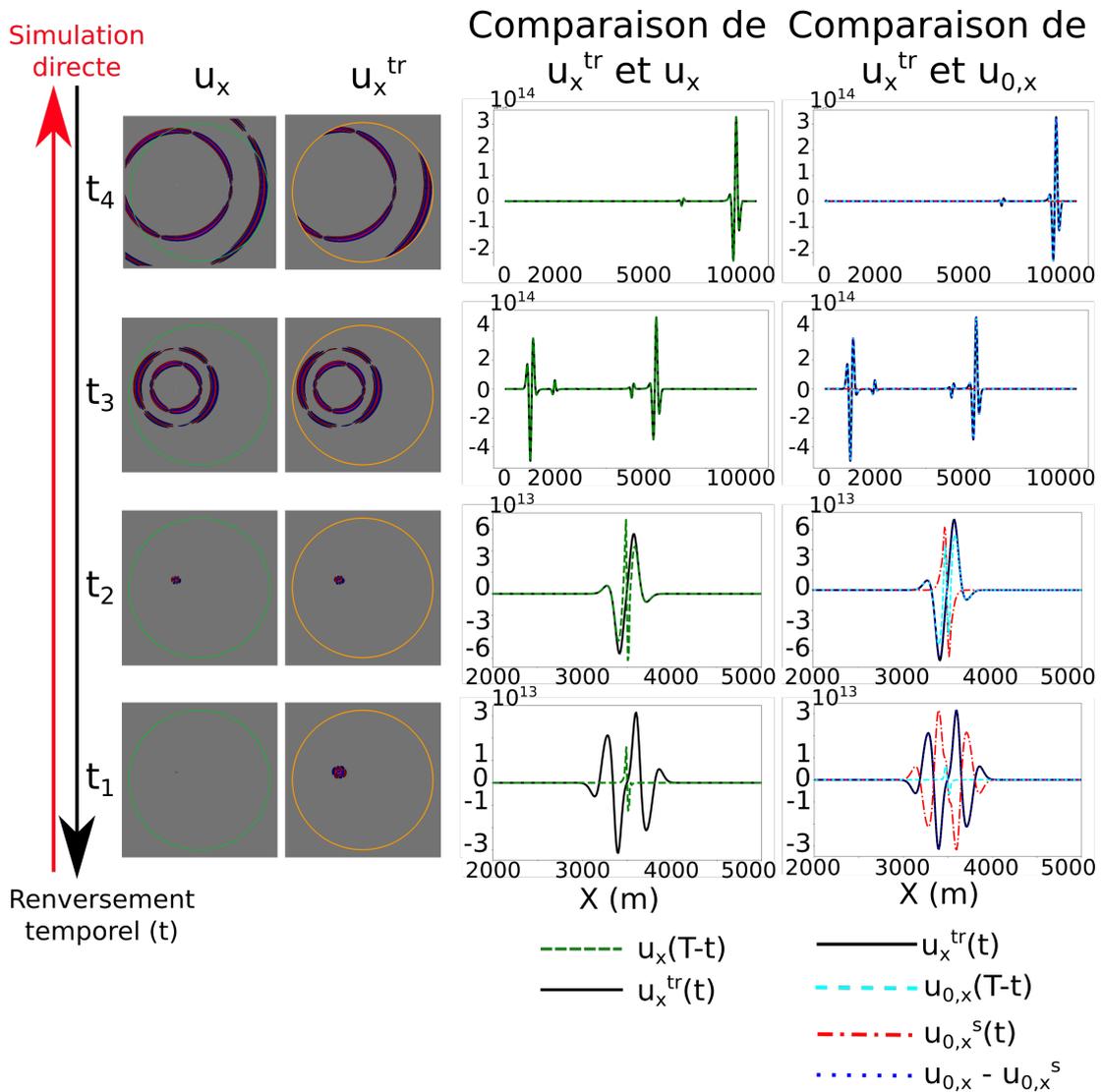


FIGURE 3.8 – Comparaison de la composante  $x$  du déplacement du renversement temporel  $\mathbf{u}^{tr}$  avec le déplacement de la simulation directe  $\mathbf{u}$  et avec le résultat de l'homogénéisation du point-source  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{u}_0^s$ . Les deux premières colonnes montrent les champs d'ondes de la simulation directe et du renversement temporel à quatre pas de temps différents. Les points oranges représentent les sources et les points verts les récepteurs. La colonne centrale présente les déplacements du renversement temporel et de la simulation directe le long de la ligne de récepteurs positionnés à la profondeur de la source. La colonne de droite montre les deux déplacements d'ordre zéro  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{u}_0^s$ , et compare leur différence  $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, T - t) - \mathbf{u}_0^s(\mathbf{x}, t)$  avec le déplacement du renversement temporel, ce qui correspond à (3.30).

où  $\mathbf{u}_i$  et  $\mathbf{u}_i^s$  sont les réponses à  $\mathbf{f}_i$  et  $\mathbf{f}_i^s = \mathbf{f}_i(\mathbf{x}, T - t)$ , respectivement. En utilisant la décomposition du déplacement (3.16) pour chaque déplacement, (3.34) devient :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t) = & \sum_i \left( \mathbf{u}_{0,i}(\mathbf{x}, T - t) + \boldsymbol{\theta}_i(\mathbf{y})g_i(T - t) \right) \\ & - \sum_i \left( \mathbf{u}_{0,i}^s(\mathbf{x}, t) + \boldsymbol{\theta}_i^s(\mathbf{y})g_i(T - t) \right) + \mathcal{O}'(\epsilon_0). \end{aligned} \quad (3.35)$$

Comme dans le cas d'un seul point-source, les correcteurs  $\boldsymbol{\theta}_i$  et  $\boldsymbol{\theta}_i^s$  du  $i^{\text{ème}}$  point-source sont égaux. L'équation (3.35) devient donc

$$\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}, t) = \sum_i \left( \mathbf{u}_{0,i}(\mathbf{x}, T - t) \right) - \sum_i \left( \mathbf{u}_{0,i}^s(\mathbf{x}, t) \right) + \mathcal{O}'(\epsilon_0). \quad (3.36)$$

Cette dernière équation est équivalente à (3.30) dans le cas de plusieurs points-sources.

Pour illustrer (3.36), nous avons fait un test numérique dans le milieu homogène de 10 km par 10 km qui a été utilisé pour les tests précédents. Dans ce milieu, une faille horizontale finie est insérée. Celle-ci est discrétisée avec quatre points-sources. Chaque point-source a le même tenseur des moments :  $\forall i, \mathbf{M}_i = \mathbf{M}$ , où  $\mathbf{M}$  est choisi arbitrairement :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.56 & 1 \\ 1 & 2.56 \end{bmatrix}. \quad (3.37)$$

Les ondelettes de chaque point-source  $g_i$  sont des Ricker. Elles sont décalées temporellement selon le "temps central"  $\tau_i$  pour que la rupture se propage dans le sens croissant du numéro des points :  $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4$ . De plus, il faut que les déplacements sur les segments de faille aient un certain recouvrement en temps. Pour cela, un intervalle de temps  $\Delta\tau$  est défini tel que  $\Delta\tau = \tau_{i+1} - \tau_i = T_w/2$ , avec  $T_w$  le support temporel de l'ondelette. Enfin, nous faisons l'hypothèse que la vitesse de rupture est égale à  $V_s$  ; la longueur de chaque segment est alors calculée telle que  $dS = V_s \Delta\tau$ .

La Figure 3.9 montre que la tache focale obtenue dans le cas d'une source étendue est plus complexe que celle obtenue dans le cas d'un seul point source. Malgré cette complexité, notre théorie est toujours valide. Dans la dernière colonne de la Figure 3.9, l'équation (3.36) est confirmée à trois temps différents de la focalisation : la différence entre les deux déplacements d'ordre zéro correspond en tout temps au déplacement du renversement temporel.

De plus, en observant plus en détail, le graphique central de la troisième colonne Figure 3.10, on voit qu'il présente les trois moments caractéristiques du renversement temporel. À droite, c'est la convergence (avant la focalisation), car le déplacement du siphon est nul et le déplacement du renversement temporel est égal au déplacement de la simulation directe. À gauche, c'est la divergence (après la focalisation), car le déplacement du siphon est non nul et est l'opposé du déplacement du renversement temporel. Finalement, au milieu, c'est la focalisation, car le déplacement de la simulation directe et le déplacement du siphon sont non nuls.

La seule différence avec le cas d'un seul point source est dans la simulation pour obtenir  $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, t)$  et  $\mathbf{u}_0^s(\mathbf{x}, t)$ . Contrairement au cas d'un seul point-source, où une seule simulation est nécessaire pour calculer ces deux déplacements, les deux déplacements sont ici

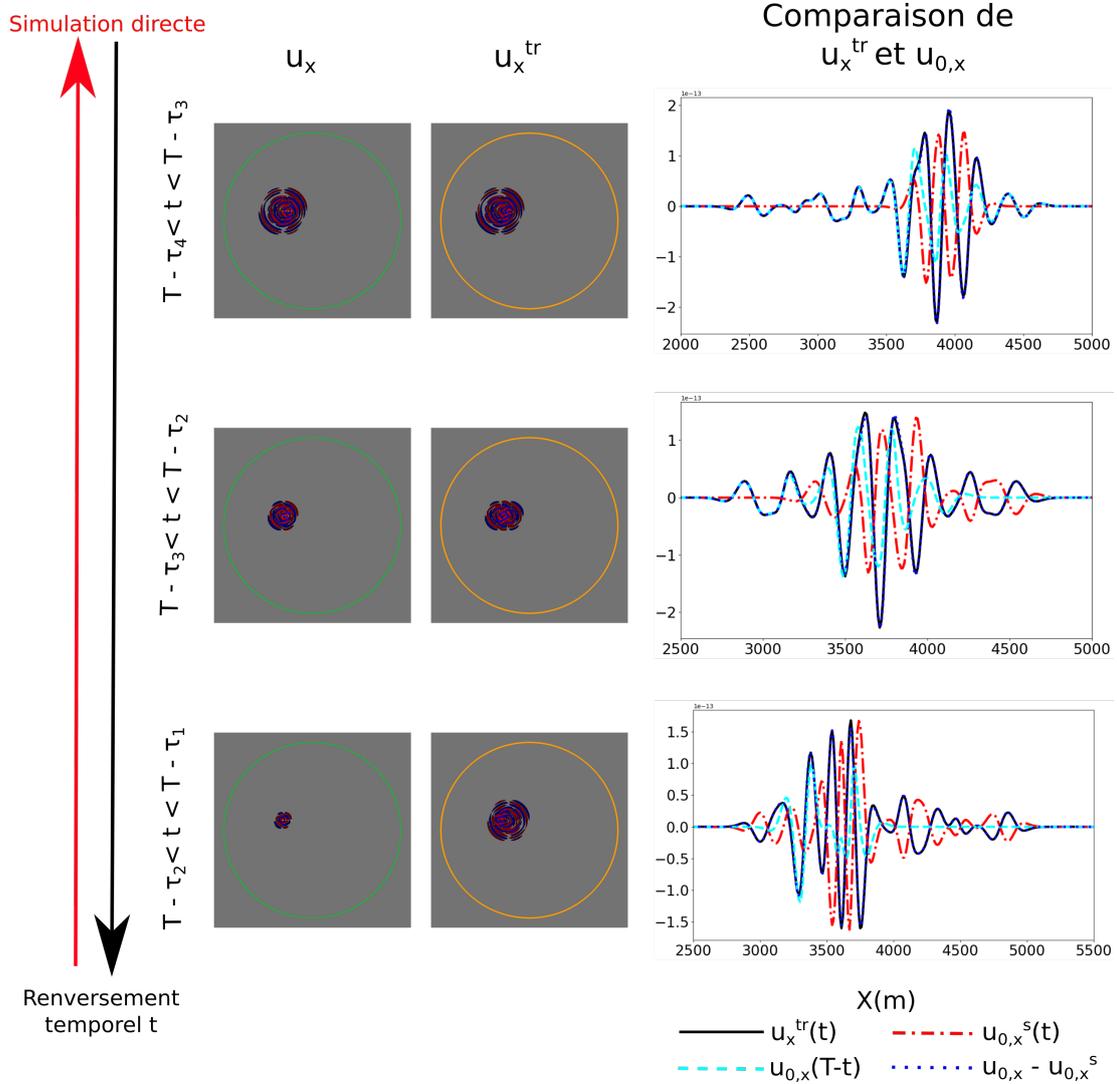


FIGURE 3.9 – Comparaison du déplacement du renversement temporel avec les déplacements d’ordre zéro dans le cas d’une source étendue. Les deux premières colonnes montrent les champs d’onde de la simulation directe et du renversement temporel pour une source étendue composée de quatre points-sources. Les trois pas de temps présentés appartiennent à la focalisation. La troisième colonne compare les composantes  $x$  du déplacement du renversement temporel avec les déplacements d’ordre zéro  $u_0$  et  $u_0^s$  obtenus par homogénéisation des quatre points-sources.

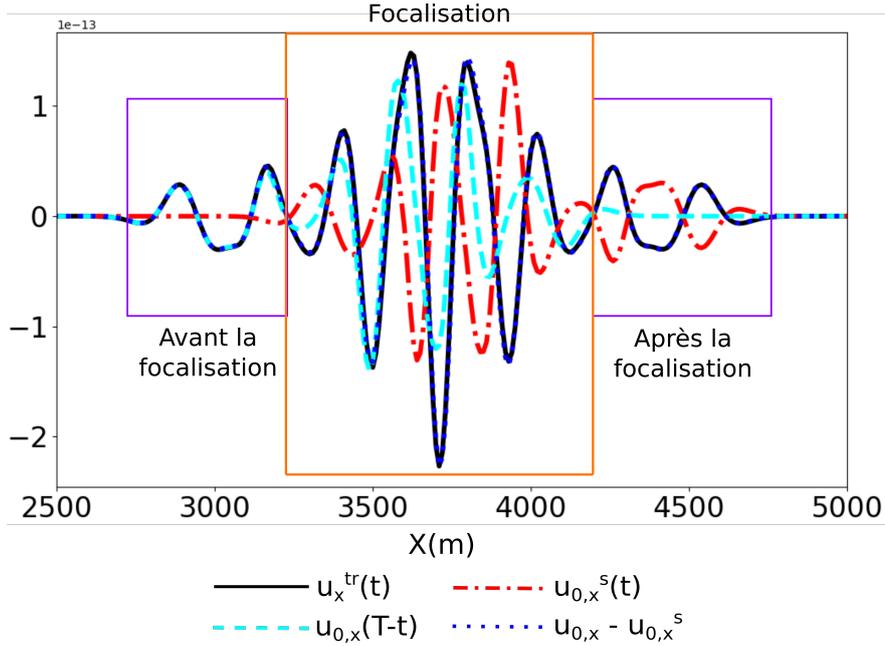


FIGURE 3.10 – Zoom sur le graphique central de la Figure 3.9. Comparaison du déplacement du renversement temporel avec les déplacements d'ordre zéro dans le cas d'une source étendue pour un temps  $T - \tau_3 < t < T - \tau_2$ . Les trois moments caractéristiques du renversement temporel sont observés à un temps  $t$  : à gauche, on est avant la focalisation (les ondes convergent), au centre c'est la focalisation et à droite, on est après la focalisation (les ondes divergent).

calculés à partir de deux simulations différentes :  $\mathbf{u}_0$  est simulé avec les sources dans l'ordre croissant  $(\mathbf{x}_1, \tau_1), (\mathbf{x}_2, \tau_2), \dots, (\mathbf{x}_n, \tau_n)$  alors que  $\mathbf{u}_0^s$  est simulé avec les sources dans l'ordre inverse  $(\mathbf{x}_n, \tau_1), (\mathbf{x}_{n-1}, \tau_2), \dots, (\mathbf{x}_1, \tau_n)$ .

### 3.4.2 Milieu hétérogène

Pour illustrer le fait que le résultat (3.30) est valide pour les milieux hétérogènes, nous l'appliquons ici à un cas géologiquement réaliste : le champ de gaz de Groningen. Afin d'éviter un coût de calcul important, nous allons utiliser le résultat de l'homogénéisation des propriétés élastiques de Groningen présenté dans la Section 3.2.1.2.

Pour simuler des ondes dans ce milieu hétérogène, le tenseur des moments utilisé est le même que celui utilisé dans le paragraphe (3.4.1.2). La source a été placée dans la couche la plus épaisse, à une profondeur de 2200 m. L'ondelette est un Ricker avec une fréquence maximum de  $15 \text{ Hz}$ , ce qui correspond à une fréquence réaliste à Groningen [Spetzler et Dost, 2017, Willacy et al., 2019]. La complexité du modèle conduit à un champ d'onde complexe. Malgré cette complexité, la tache focale peut une nouvelle fois être décrite comme la somme de deux champs issus de points-sources homogénéisés. La Figure 3.11 montre en effet que la présence d'hétérogénéités dans le milieu n'altère pas notre résultat théorique (3.30). En particulier, la colonne de droite montre que le renversement temporel  $\mathbf{u}^{tr}$  à la focalisation est bien une somme des déplacements  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{u}_0^s$ . Dans le cas présenté ici, il n'y a pas d'hétérogénéités à la source. S'il y en avait, le résultat (3.30) serait toujours valable à la condition qu'elles soient prises

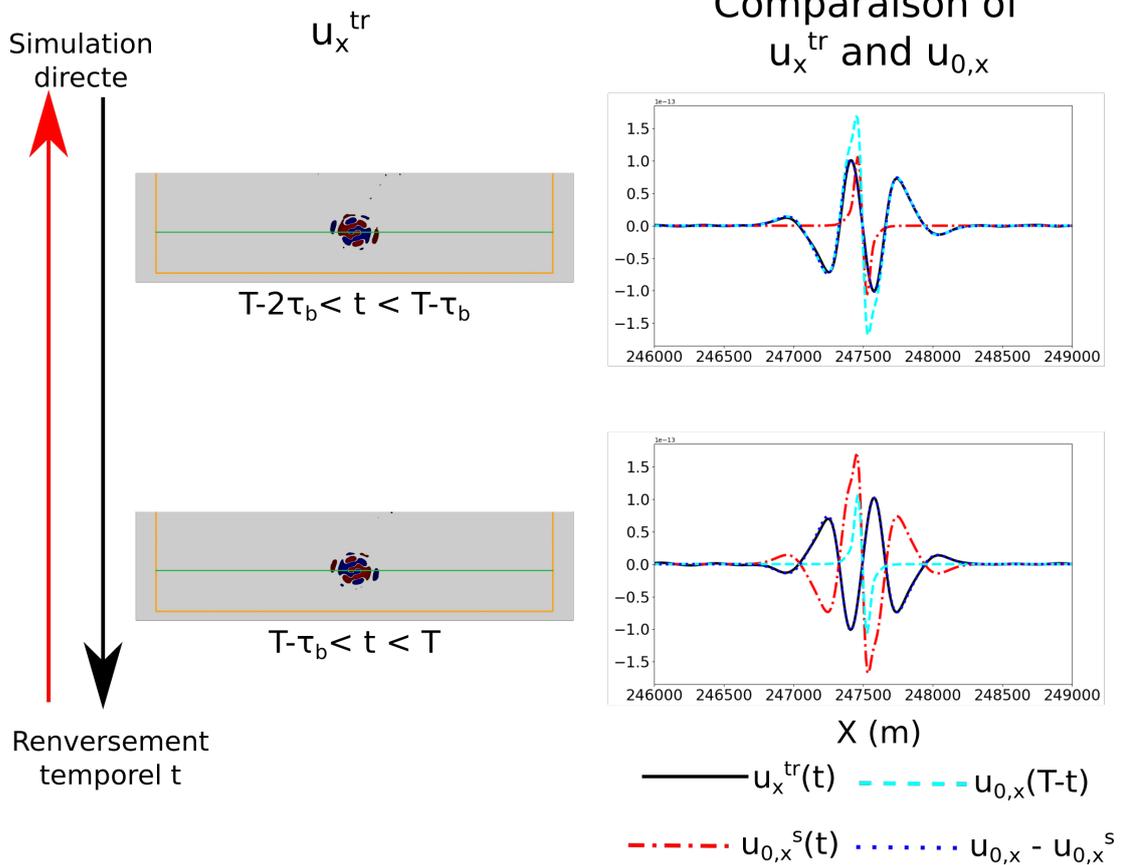


FIGURE 3.11 – Comparaison de la composante  $x$  de déplacement du renversement temporel  $u^{tr}$  avec les résultats de l’homogénéisation de point-source  $u_0$  et  $u_0^s$ . La colonne de gauche montre le champ d’onde du renversement temporel à deux temps différents de la focalisation. Les points orange représentent les sources et les verts la ligne de récepteurs utilisés pour la comparaison des déplacements présentée dans la colonne de droite. Cette colonne de droite montre les déplacements à l’ordre zéro  $u_0$  et  $u_0^s$  et compare le déplacement du renversement temporel avec la différence  $u_0(x, T-t) - u_0^s(x, t)$ .

en compte dans l'homogénéisation des propriétés comme dans l'homogénéisation du point-source [Capdeville, 2021]. Pour prendre en compte les hétérogénéités à la source dans le cas d'un modèle élastique homogénéisé, la source doit être prise en compte dès l'homogénéisation non-périodique des propriétés : "Cela est nécessaire pour garantir la conservation de l'énergie émise par la source dans le modèle original" [Capdeville et al., 2010]. Pour cela il faut déterminer le tenseur des moments  $\mathbf{M}^{\varepsilon_0}$  tel que

$$\mathbf{M}^{\varepsilon_0} = \mathbf{G}_0^\varepsilon(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0/\varepsilon) : \mathbf{M}, \quad (3.38)$$

avec  $\mathbf{G}_0^\varepsilon$  la solution de (3.3) et  $\mathbf{x}_0$  la position de la source. Une fois ce tenseur déterminé, c'est lui qui est utilisé dans l'homogénéisation du point-source.

### 3.5 Discussion et Conclusion

Comme décrit par de nombreux travaux dans le passé, le champ d'onde du renversement temporel est lisse au niveau de la source, contrairement au champ d'onde généré par un séisme qui présente une discontinuité spatiale. En nous basant sur le théorème de représentation et la théorie de l'homogénéisation du point-source, nous avons démontré qu'il existait une relation directe entre le champ d'onde du renversement temporel et celui généré par un point-source homogénéisé (3.30). Homogénéiser un point-source signifie trouver la source effective à partir de la théorie de l'homogénéisation développée par Capdeville [2021]. La relation (3.30) est vraie à tous les temps de la simulation, y compris à la focalisation. Cela permet d'avoir une nouvelle interprétation de la tache focale : elle peut être vue comme la somme de deux déplacements d'ordre zéro générés par une source lisse effective.

Tandis que de nombreux travaux proposent de compresser la tache focale pour la rapprocher d'un point-source [e.g., Kiser et al., 2011, Fukahata et al., 2014, Douma et Snieder, 2014, Anderson et al., 2015, Bazargani et Snieder, 2016, Nakata et Beroza, 2016], nous ne touchons pas, dans notre travail, à la tache focale et proposons de travailler sur le modèle de source dans le but d'obtenir des déplacements lisses qui correspondent à la tache focale. Une fois ce processus d'*upscaling* connu, la question du *downscaling* se pose : à partir de la tache focale peut-on estimer les paramètres (localisation, mécanisme, voire même fonction temps) de la source. L'inversion des formes d'ondes complètes a fait ses preuves dans la détermination du tenseur des moments [Liu et al., 2004]. Pour la localisation en revanche, le problème est hautement non linéaire [Kim et al., 2011] ce qui rend l'Inversion très coûteuse en temps de calcul. De plus, il s'agit d'une méthode déterministe nécessitant un modèle initial et dont résulte une seule solution qui correspond au minimum de la fonction coût. L'*upscaling* proposé ici ouvre la porte à une inversion bayésienne qui permettrait de dépasser ces limites. Dans une telle inversion, la tache focale serait la donnée et l'homogénéisation d'un problème direct, la seconde étape étant la simulation des premiers pas de temps pour obtenir les deux champs d'onde d'ordre zéro. Cette seconde étape consiste en une seule simulation dans le cas d'un unique point-source et en deux simulations dans le cas de plusieurs points-sources. Le principal avantage d'utiliser un point-source homogénéisé plutôt qu'un point-source classique est que le maillage peut être grossier et, donc, le coût de simulation est plus faible. Ce processus de *downscaling* s'inspire de Hedjazian et al. [2021] qui ont développé

une méthode pour estimer les propriétés élastiques à petite échelle de façon bayésienne.

Notre résultat théorique (3.30) a été illustré par des tests numériques en 2D dans un milieu homogène et dans un milieu géologiquement réaliste. Le résultat théorique est aussi valide en 3D. Cependant, pour appliquer ce résultat à des cas réels, les hypothèses du renversement temporel présentées dans le Chapitre 2 sont plus difficiles à mettre en place : i) le miroir complet est impossible à obtenir, ii) le modèle de vitesse n'est jamais complètement connu, il y a toujours des incertitudes, iii) il y a de l'atténuation. Dans le prochain chapitre, nous allons discuter l'application du renversement temporel dans un cas réaliste en nous concentrant sur les points i) et ii). Nous ne parlerons pas de l'atténuation, car elle est négligée dans la majorité des méthodes de localisation et de nouvelles solutions mathématiques et numériques existent pour la prendre en compte [e.g., [Zhu, 2014](#), [Bai et al., 2019](#)].



# Chapitre 4

## Renversement temporel et miroir incomplet

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>76</b>
<b>4.2</b>	<b>Cas d'un milieu homogène</b>	<b>77</b>
4.2.1	Impact de l'échantillonnage du miroir	77
4.2.2	Impact d'un miroir ouvert	89
4.2.3	Conclusion	92
<b>4.3</b>	<b>Cas d'un milieu hétérogène</b>	<b>92</b>
4.3.1	Méthode	94
4.3.2	Résultats	95
4.3.3	Conclusion	99
<b>4.4</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>99</b>

---

**Résumé** Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l’impact d’un miroir incomplet sur la reconstruction du champ d’onde. Nous définissons un miroir incomplet comme un miroir fermé sous-échantillonné ou un miroir ouvert. Dans une première partie, nous montrons, dans un milieu homogène, qu’un miroir incomplet dégrade la reconstruction de champ d’onde, mais une tache focale est quand même obtenue. En calculant l’erreur entre les simulations de renversement temporel et la simulation directe, on observe que celui-ci diminue avec la distance à la source et que le minimum est toujours atteint au niveau de la tache focale. Ces résultats sont le résumé des travaux effectués par Kylian Richard durant son projet de recherche (Tableau 1). Dans une seconde partie, nous étudions l’impact d’un miroir ouvert dans un cas hétérogène (le champ de gaz de Groningen). Nous testons plusieurs positions de sources et montrons que la qualité du renversement temporel dépend de la profondeur de la source et des hétérogénéités mise en jeu.

---

## 4.1 Introduction

La limitation principale du renversement temporel pour l’application à des données réelles est la condition de miroir fermé. Dans la réalité, il est impossible de mettre des récepteurs sous terre excepté dans les puits de forage, donc cette condition n’est jamais réalisée. De nombreux travaux ont été faits pour surmonter cette difficulté. Par exemple, [Cassereau et Fink \[1992\]](#) ont développé un modèle mathématique pour le renversement temporel avec un miroir plan dans le cadre d’ondes acoustiques. Pour la localisation d’événements sismiques, [Li et van der Baan \[2016\]](#) ont montré que des microséismes peuvent être localisés à partir d’un seul puits comme miroir. Pour améliorer ces résultats, [Bazargani et Snieder \[2016\]](#) ont proposé une version optimisée du renversement temporel qui atténue le miroir incomplet. La première question à se poser est qu’est-ce qu’un miroir incomplet ? Il est possible de distinguer trois catégories de miroir. La première est le miroir complet : il forme une surface fermée et l’échantillonnage est optimal (Figure 4.1 a). Une distance optimale est d’environ  $\lambda_{min}/4$  de manière à avoir 4 récepteurs par longueur d’onde. Une deuxième catégorie est un miroir qui forme une surface fermée, mais sous-échantillonnée (Figure 4.1 b). La troisième catégorie est le miroir ouvert c’est-à-dire que les récepteurs ne forment pas une surface fermée et bien sûr ce miroir peut être sous échantillonné (Figure 4.1 c). Ces deux dernières catégories forment la catégorie des miroirs incomplets.

Dans une première partie, nous allons nous placer dans un cas homogène pour comprendre comment ces différentes catégories de miroir peuvent affecter le renversement temporel. Dans une deuxième partie, nous nous intéresserons au cas d’un miroir ouvert dans un cas hétérogène géologiquement réaliste : le champ de gaz de Groningen. Les travaux présentés dans la première partie s’appuient sur les résultats obtenus par Kylian Richard durant son projet de laboratoire (Tableau 1).

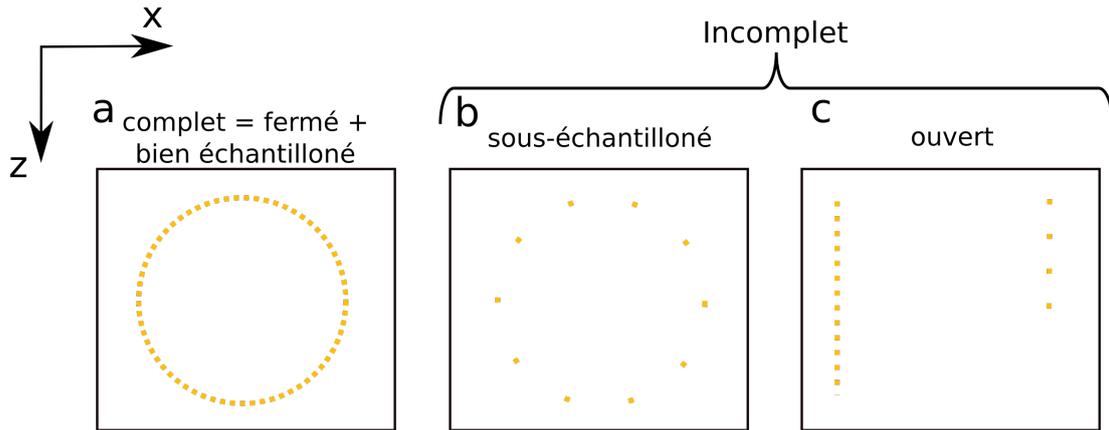


FIGURE 4.1 – Les différentes catégories de miroir : a) ce schéma présente un miroir complet avec des récepteurs régulièrement répartis et proches les uns des autres. b) C'est un miroir qui forme une surface fermée, mais qui est sous-échantillonné. c) C'est un miroir ouvert. Ces deux derniers sont ce que l'on peut appeler des miroirs incomplets.

## 4.2 Cas d'un milieu homogène

### 4.2.1 Impact de l'échantillonnage du miroir

Pour étudier l'impact du nombre et de la répartition des récepteurs sur le résultat du renversement temporel, nous utilisons des miroirs qui forment une surface fermée et faisons varier ces deux paramètres. Pour cela, trois géométries de miroir sont considérées : un cercle, une ellipse peu aplatie et une très aplatie (Figure 4.2). Le milieu de propagation ainsi que la source sont identiques à ceux utilisés dans le Chapitre 2.

#### 4.2.1.1 Cas du miroir circulaire

Dans une première expérience, le miroir circulaire est échantillonné régulièrement de manière fine avec un récepteur tous les degrés (soit 360 récepteurs) et de manière grossière avec un récepteur tous les 15 degrés (soit 24 récepteurs). La Figure 4.3 montre les résultats obtenus aux six stations indiquées sur la Figure 4.2 a).

Les résultats obtenus avec l'échantillonnage fin du miroir sont semblables à ceux obtenus dans le Chapitre 2. Pour les stations les plus éloignées (c'est-à-dire au-delà du miroir), le déplacement du renversement temporel (courbe bleue) est nul, aucune énergie n'est émise à l'extérieur du miroir. Pour les stations à l'intérieur du miroir, mais éloignées de plus d'une longueur d'onde de la source, le renversement temporel reconstruit bien le champ direct : la courbe bleue et la courbe noire sont superposées excepté pour les faibles temps. Pour ces temps, le déplacement du renversement temporel est non nul, cela correspond à l'enregistrement du champ d'onde divergent généré après la focalisation en absence du terme siphon. Enfin, pour les stations plus proches de la source, le déplacement obtenu reproduit une partie du déplacement du champ direct. La partie non reconstruite correspond à la tache focale. Faisons maintenant la même analyse pour les résultats obtenus avec le miroir échantillonné grossièrement. Pour les stations à l'extérieur du miroir, le déplacement obtenu (courbe orange) est non nul et bruité : il y a donc de l'énergie qui est émise à l'extérieur du miroir. Pour les stations à l'intérieur du

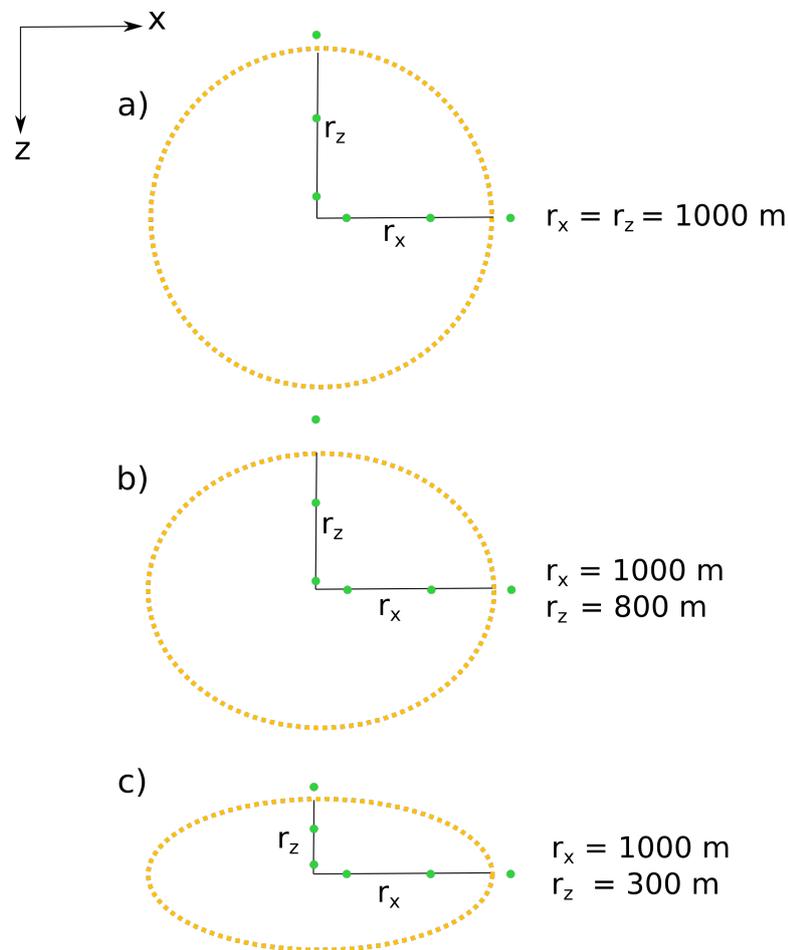


FIGURE 4.2 – Schéma des trois miroirs qui sont utilisés pour étudier l'influence de l'échantillonnage du miroir. a) un cercle de rayon  $1000\text{ m}$ , b) une première ellipse de rayon maximal  $1000\text{ m}$  et de rayon minimal  $800\text{ m}$ , c) une deuxième ellipse de rayon maximal  $1000\text{ m}$  et de rayon minimal  $300\text{ m}$ . Les cercles verts indiquent les stations sur lesquelles les champs d'ondes vont être enregistrés pour être comparés. Dans les tests numériques suivants, en plus de la géométrie du miroir, ce sont le nombre de récepteurs formant le miroir ainsi que leur répartition qui vont varier.

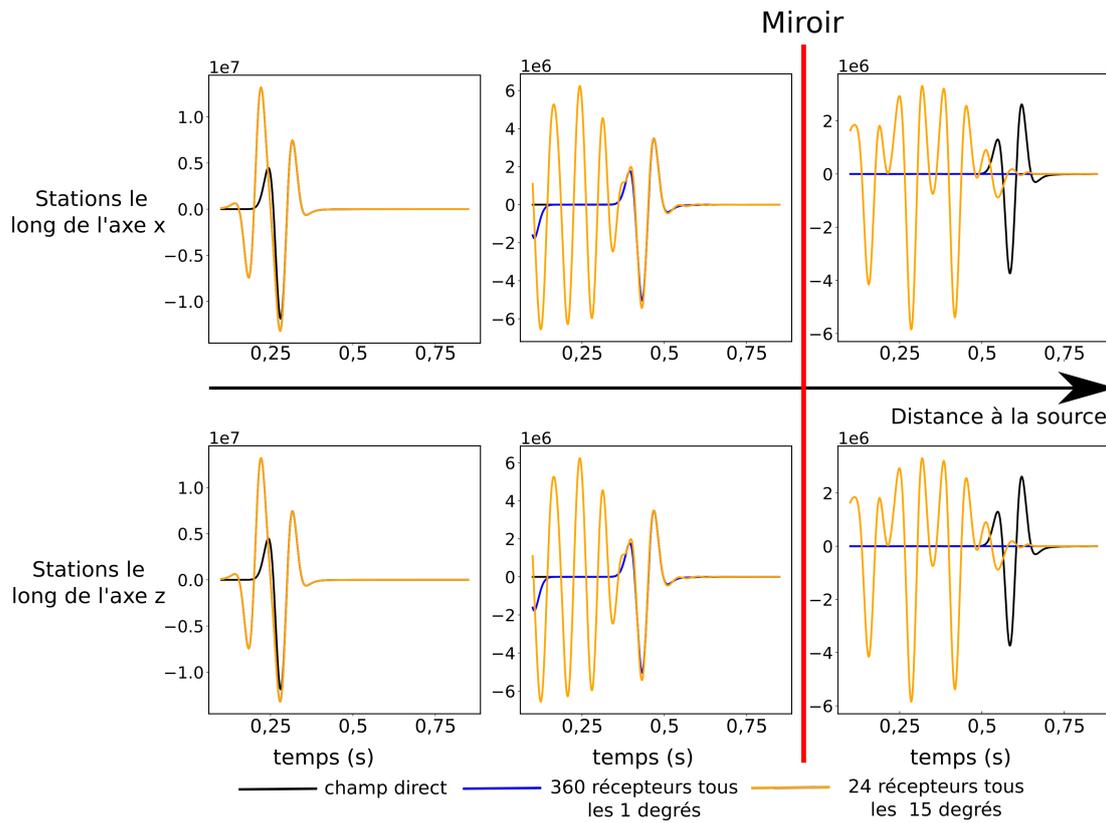


FIGURE 4.3 – Comparaison des déplacements obtenus pour un miroir circulaire échantillonné tous les degrés (courbe bleue) et tous les 15 degrés (courbe orange) avec le déplacement du champ direct (courbe noire). La première ligne montre la composante  $x$  du déplacement aux trois stations réparties le long de l'axe  $x$  et la deuxième ligne montre la composante  $z$  aux trois stations réparties le long de l'axe  $z$  (Figure 4.2 a)). Dans cette expérience, les deux lignes sont indiquées, car le milieu est homogène et les récepteurs sont positionnés à la même distance de la source horizontalement et verticalement.

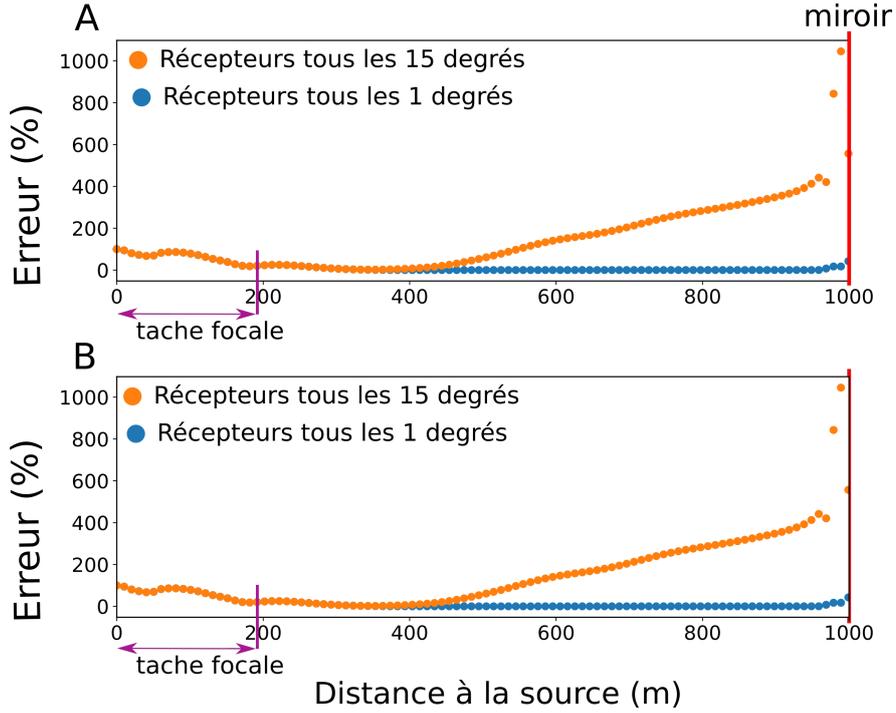


FIGURE 4.4 – Comparaison de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{u}^{tr}$  via l'erreur (4.1) dans le cas d'un miroir circulaire de 1000 m de rayon échantillonné par un récepteur tous les degrés (en bleu) et par un récepteur tous les 15 degrés (en orange). La sous-figure A montre l'erreur calculée le long d'une ligne horizontale de stations espacées de 10 m et la sous-figure B le long d'une ligne verticale de stations avec le même espacement. Le résultat est le même que l'on regarde le déplacement sur l'axe vertical et l'axe horizontal ce qui correspond aux sismogrammes de la Figure 4.3. La flèche violette indique la tache focale de référence obtenue avec le miroir circulaire échantillonné finement. Elle est définie comme la distance à partir de laquelle l'erreur augmente, car cela signifie que  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)$ .

miroir, mais éloignées de plus d'une longueur d'onde de la source, le déplacement obtenu reproduit une partie du champ direct, mais bruité pour les pas de temps faibles. Pour les stations proches de la source, le déplacement reproduit une partie du champ direct. Pour ces stations, les déplacements obtenus avec les deux miroirs coïncident pour tous les temps. On remarque donc que quand le miroir est sous échantillonné (un récepteur tous les 15 degrés), la qualité du résultat du renversement temporel semble dépendre de la distance à la source.

Pour analyser quantitativement les champs d'onde, ceux-ci ont été enregistrés sur deux lignes de stations centrées sur la source, l'une verticale et l'autre horizontale. À chacune des stations, l'erreur entre le champ renversé temporellement et le champ direct est calculée :

$$\delta_r = \left( \frac{\int_0^T \|\mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t) - \mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t)\|_2^2 dt}{\int_0^T \|\mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)\|_2^2 dt} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.1)$$

La Figure 4.4 montre cette erreur pour les deux échantillonnages de notre miroir circulaire : un récepteur tous les degrés et un récepteur tous les 15 degrés. Dans le premier cas, la valeur de l'erreur est proche de zéro, excepté dans la tache focale, par définition,

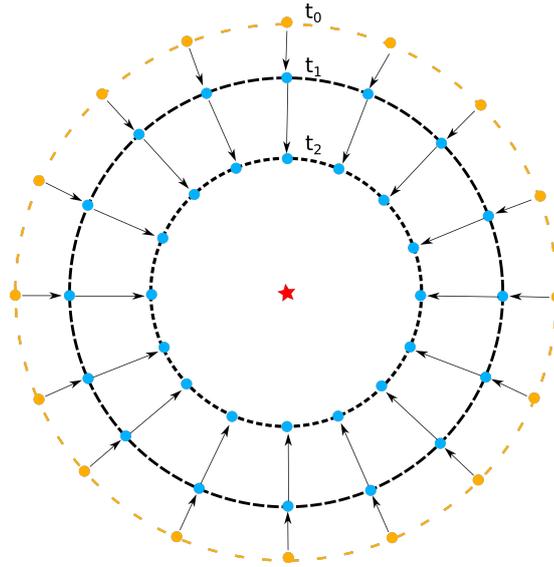


FIGURE 4.5 – Schéma de la convergence du front d'onde. Le premier cercle orange présente le miroir circulaire grossièrement échantillonné avec les points orange qui sont les récepteurs. Les cercles noirs montrent l'évolution du front d'onde du renversement temporel à différents temps avec sur les points bleus qui montrent la projection des récepteurs du miroir. La source est représentée par une étoile rouge.

cela confirme numériquement les résultats du Chapitre 2. C'est à partir de ces valeurs non nulles que l'on définit la tache focale de référence. Pour définir la tache focale de référence indiquée sur la figure, nous avons utiliser sa définition et donc elle commence à la distance à partir de laquelle l'erreur augmente, car  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)$ . Quand le miroir est plus grossièrement échantillonné, l'erreur n'est pas proche de zéro pour toutes les distances. Elle décroît avec la distance à la source et finit par être proche de zéro comme pour le cas finement échantillonné, excepté dans la tache focale. Dans les deux cas, la tache focale commence à la même distance et est donc identique. Pour expliquer ce comportement, il faut déjà noter que la distance entre deux récepteurs pour le miroir finement échantillonné est de  $17m$  alors qu'elle est de  $262m$  pour le miroir grossièrement échantillonné. De plus, la longueur minimale des ondes P est de  $320m$ . On voit donc que dans le premier cas, l'échantillonnage est très inférieur à  $\lambda_{min}$  ce qui explique que l'erreur soit proche de zéro sauf dans la tache focale. Par contre, dans le deuxième cas, l'échantillonnage est légèrement inférieur à  $\lambda_{min}$  et supérieur à  $\lambda_{min}/2$  ce qui explique que l'erreur soit élevée au niveau du miroir : l'enregistrement du champ d'onde n'est pas complet au niveau du miroir. Cependant cette erreur diminue avec la distance à la source. Il est possible de lier ce phénomène à la convergence des ondes. La distance entre deux récepteurs est définie par la formule suivante

$$dist = \frac{2\pi r\theta}{360} \quad (4.2)$$

avec  $r$  le rayon du cercle,  $\theta$  l'angle qui nous a permis de définir la position des récepteurs. Au fur et à mesure de la simulation, le champ d'onde converge vers la source, donc le rayon décroît (Figure 4.5). La Figure 4.5 montre que le front d'onde circulaire décroît quand il converge vers la source et donc quand on projette les récepteurs sur ce

front d'onde, la distance entre eux diminue. Cette observation est confirmée par l'équation (4.2). Dans notre cas, si on calcule la distance entre deux récepteurs pour un rayon de  $400m$  dans le cas où le miroir est grossièrement échantillonné, elle est de  $104m$  donc inférieur à  $\lambda_{min}/2$ . C'est pourquoi à partir de cette distance à la source, l'erreur est proche de zéro. Cela signifie que même si les récepteurs sont trop éloignés sur le miroir pour former une surface fermée, la convergence des ondes fait qu'à partir d'une certaine distance les interactions entre les ondes forment un miroir fermé qui permet la reconstruction du champ d'onde.

#### 4.2.1.2 Cas du miroir en forme d'ellipse

Afin d'analyser l'impact d'une répartition irrégulière des récepteurs qui composent le miroir, des simulations vont maintenant être menées avec les ellipses (Figure 4.2 b) et c)). Ainsi, quand les récepteurs sont positionnés tous les  $n$  degrés, l'échantillonnage du miroir est fin au niveau des pôles pour devenir plus grossier au niveau de l'équateur. Plus l'ellipse est aplatie, plus cette répartition irrégulière est renforcée. Pour chacune des deux ellipses, quatre simulations vont être faites : deux avec une répartition par degré (1 et 15) et deux avec une répartition régulière (avec 24 et 360 récepteurs).

**Ellipse peu aplatie** La Figure 4.6 montre les sismogrammes obtenus pour l'ellipse peu aplatie (Figure 4.2b). La première chose à noter est que contrairement au cas du cercle, les deux axes ne présentent pas les mêmes résultats.

Intéressons-nous d'abord aux cas finement échantillonnés. Il n'y a pas de différences entre le déplacement du renversement temporel obtenu avec la répartition tous les degrés ou la répartition régulière. À l'extérieur du miroir, le résultat est semblable à celui obtenu avec le cercle : le déplacement du renversement temporel est nul. À l'intérieur du miroir, pour la station éloignée de la source, la forme du déplacement du renversement temporel est identique à celle du déplacement direct, mais les amplitudes ne sont pas parfaitement identiques. Pour les temps faibles, on observe que la station a enregistré la divergence du champ d'onde du renversement temporel. Pour la station près de la source, le comportement observé pour les miroirs finement échantillonnés sont semblables à ceux observés dans le paragraphe précédent : les déplacements obtenus par renversement temporel sont identiques seulement sur une partie et sont différents de celui de la simulation directe pour les temps faibles ce qui correspond à la focalisation. Si nous regardons maintenant les cas grossièrement échantillonnés, il y a de légères différences d'amplitudes dans les déplacements obtenus par renversement temporel. La différence majeure est par rapport aux déplacements obtenus avec les cas finement échantillonnés. Les déplacements obtenus sont plus bruités : ils sont non nuls à l'extérieur du miroir. À l'intérieur du miroir, ils sont aussi bruités sur la deuxième station, mais comme pour les miroirs finement échantillonnés, la forme des déplacements du renversement temporel correspond à celle de la simulation directe avec quelques différences dans les amplitudes. Pour la station près de la source, le même comportement que pour les miroirs finement échantillonnés est observé. Dans le cas de cette ellipse peu aplatie, la répartition des récepteurs ne semble pas avoir d'influence que le miroir soit finement échantillonné ou non.

Comme pour le cas du miroir circulaire, nous allons quantifier la différence entre le

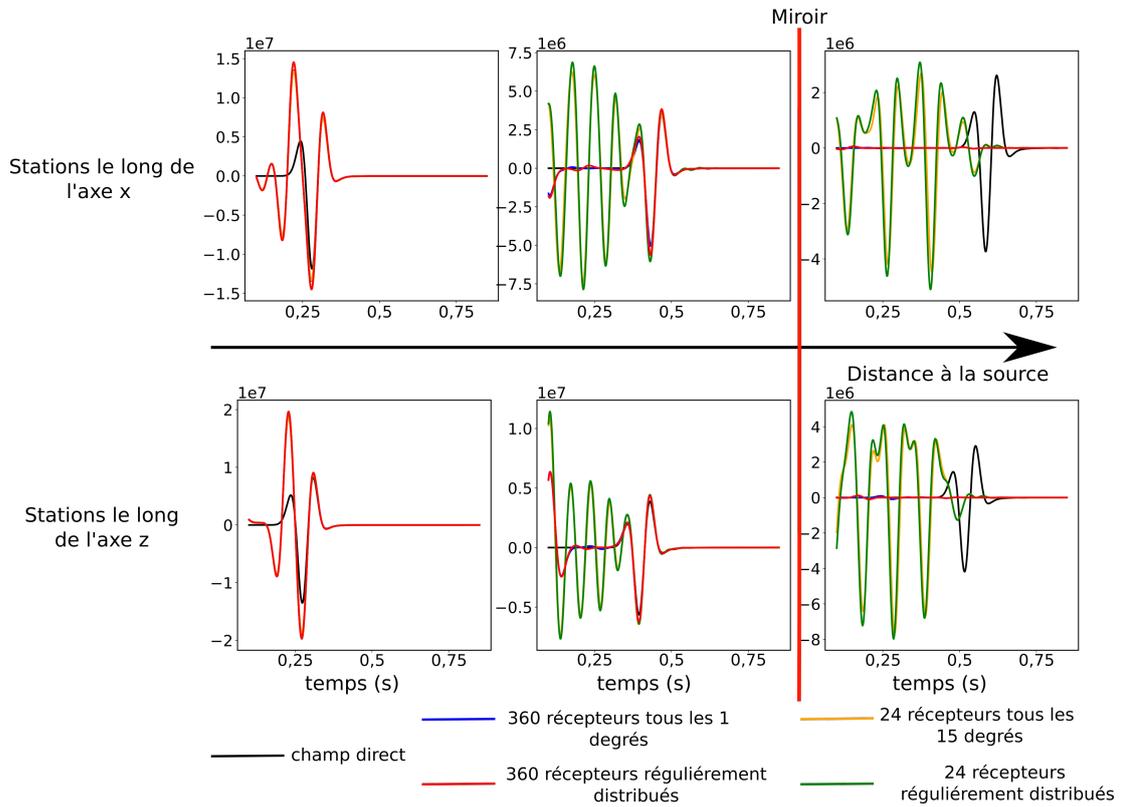


FIGURE 4.6 – Comparaison des déplacements obtenus pour quatre échantillonnages différents de l'ellipse peu aplatie avec le déplacement du champ direct. La première ligne montre la composante  $x$  du déplacement aux trois stations réparties le long de l'axe  $x$  et la deuxième ligne montre la composante  $z$  aux trois stations réparties le long de l'axe  $z$  (Figure 4.2 b)). La courbe noire est la référence (i.e. le champ direct) ; la bleue représente les résultats de l'échantillonnage tous les degrés ; la orange les résultats de l'échantillonnage tous les 15 degrés ; la courbe verte les résultats pour 24 récepteurs régulièrement répartis ; la courbe rouge les résultats pour 360 récepteurs régulièrement répartis.

déplacement direct et les différents déplacements du renversement temporel (Figure 4.7).

Comme précédemment, nous nous intéressons d'abord aux cas où les miroirs sont finement échantillonnés (Figure 4.7 courbe bleu et rouge). Excepté près de la source, l'erreur est proche de zéro. Il y a une légère différence entre les deux courbes quand on regarde l'axe horizontal qui s'explique par les différences d'amplitude observées sur les sismogrammes. On peut donc confirmer que dans le cas d'une ellipse peu aplatie et finement échantillonnée, la répartition des récepteurs n'a pas d'influence majeure sur la reconstruction du champ d'onde.

Pour les cas où le miroir est sous-échantillonné, on observe une tendance semblable à celle observée dans le cas du cercle : l'erreur est importante près du miroir et décroît ensuite pour finir par être proche de zéro. On peut observer que la distance à laquelle l'erreur est proche de zéro n'est pas la même selon l'axe que l'on considère. Elle est d'environ  $400\text{ m}$  pour l'axe horizontal (c'est la même valeur que pour le miroir circulaire sous-échantillonné) et  $350\text{ m}$  pour l'axe vertical. Cette différence s'explique par le fait que le miroir soit une ellipse. Pour ces deux simulations, on peut faire la même remarque sur l'impact de la répartition des récepteurs. Quel que soit l'échantillonnage de l'ellipse peu aplatie utilisé, cela n'a pas d'impact sur la tache focale.

**Ellipse très aplatie** Dans le cas de l'ellipse très aplatie (Figure 4.2 c), l'impact de l'ellipticité est plus important. En effet, la différence entre les déplacements d'un axe à l'autre et d'une distribution à l'autre est plus importante (Figure 4.8). Si on regarde d'abord les cas finement échantillonnés (courbe rouge et bleue), on voit que pour les stations à l'extérieur du miroir le résultat est le même que pour les expériences précédentes : le déplacement du renversement temporel est nul, quelle que soit la configuration des récepteurs. Quand on regarde les stations les plus éloignées de la source à l'intérieur du miroir, des différences entre les deux configurations de récepteurs apparaissent. Pour la station positionnée sur l'axe horizontal, les déplacements obtenus par renversement temporel sont confondus sauf pour les temps faibles. Ces déplacements ont la même forme que celui de la simulation directe, mais les amplitudes sont un peu différentes. Pour la station positionnée sur l'axe vertical, les déplacements du renversement temporel ont la même forme, mais des amplitudes différentes. C'est le déplacement obtenu avec le miroir où les récepteurs sont régulièrement distribués qui correspond le mieux au déplacement de la simulation directe. Enfin, pour les stations qui sont les plus proches de la source, le résultat est différent pour chacune d'entre elles. Pour celle le long de l'axe horizontal, les deux déplacements ont la même forme, mais des amplitudes différentes. C'est le déplacement obtenu avec le miroir avec les récepteurs régulièrement distribués qui est le plus proche de celui de la simulation directe, mais comme pour les autres expériences, ils ne sont pas égaux partout (c'est la focalisation). Pour la station le long de l'axe vertical, il n'y a pas de différences entre les deux configurations. Le résultat est semblable à celui obtenu pour les expériences précédentes.

Si on s'intéresse maintenant au cas où le miroir est grossièrement échantillonné (courbe orange et verte), on voit que les résultats sont différents même à l'extérieur du miroir. À l'extérieur du miroir, le déplacement du renversement temporel enregistré à la station le long de l'axe horizontal est bruité. De plus, contrairement aux déplacements obtenus

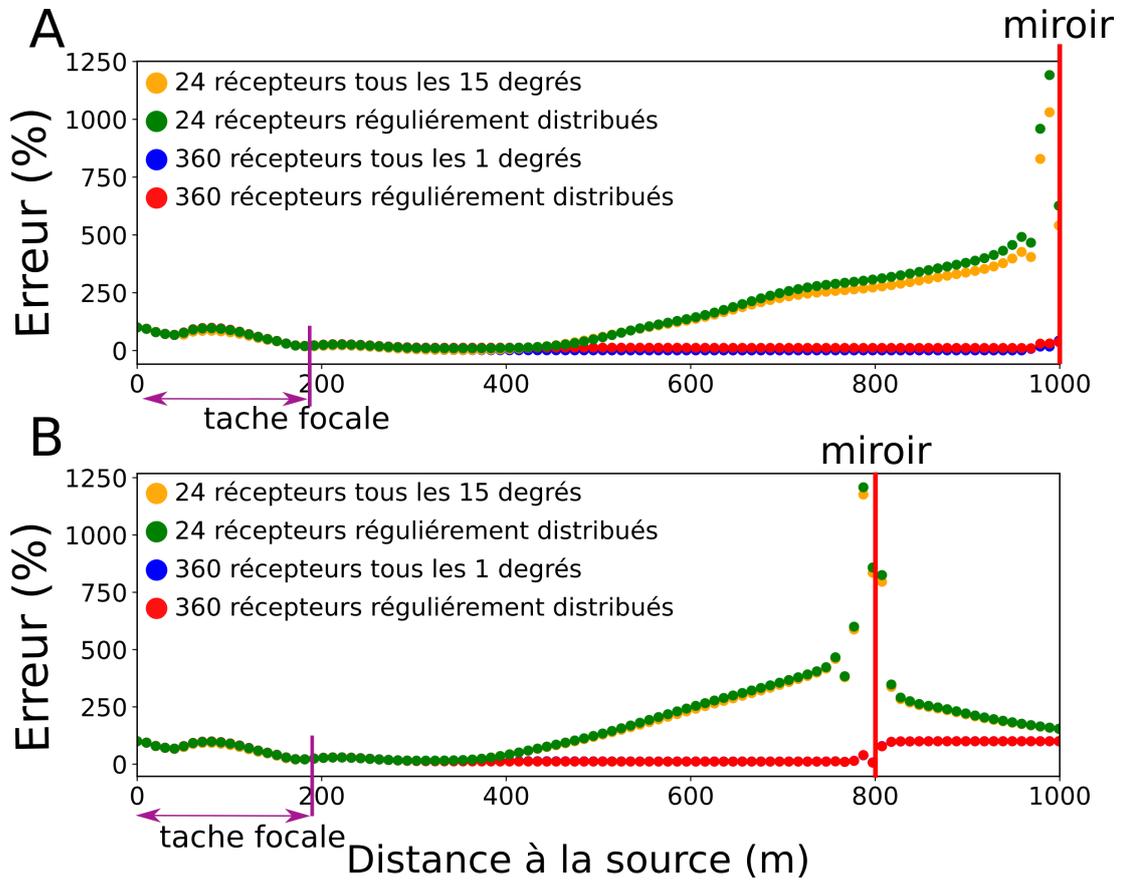


FIGURE 4.7 – Comparaison de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{u}^{tr}$  via l'erreur (4.1) dans le cas d'une ellipse peu aplatie (Figure 4.2 b)) de  $1000\text{ m}$  de rayon maximal et  $800\text{ m}$  de rayon minimal pour quatre échantillonnages différents : 360 récepteurs tous les degrés (en bleu) ; 24 récepteurs tous les 15 degrés (en orange) ; 360 récepteurs régulièrement répartis (en rouge) ; 24 récepteurs régulièrement répartis (en vert). La sous-figure A montre l'erreur calculée le long d'une ligne horizontale de stations espacées de  $10\text{ m}$  et la sous-figure B le long d'une ligne verticale de stations avec le même espacement. Contrairement au cas du miroir circulaire, le résultat est différent selon l'axe que l'on considère ce qui confirme les observations faites sur les sismogrammes (Figure 4.6). La flèche violette indique la tache focale de référence obtenue avec le miroir circulaire échantillonné finement. Elle est définie comme la distance à partir de laquelle l'erreur augmente, car cela signifie que  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)$ .

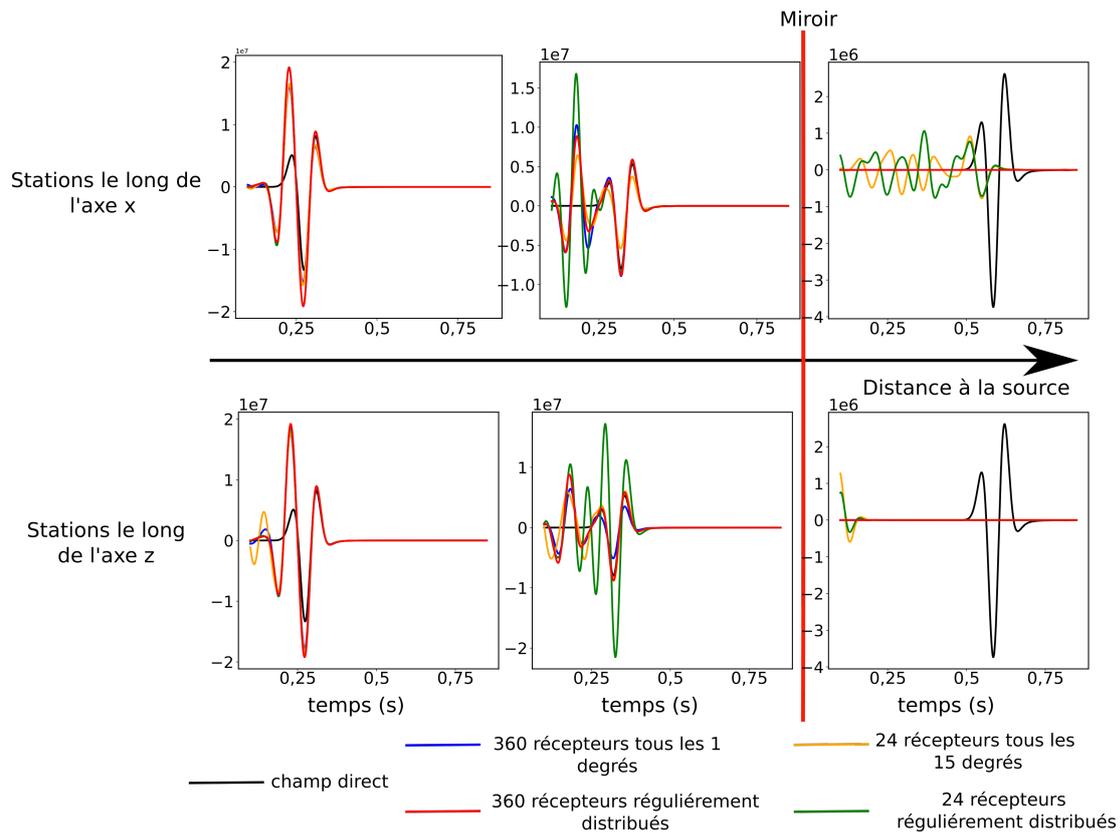


FIGURE 4.8 – Comparaison des déplacements obtenus pour quatre échantillonnages différents de l'ellipse peu aplatie avec le déplacement du champ direct. La première ligne montre la composante  $x$  du déplacement aux trois stations réparties le long de l'axe  $x$  et la deuxième ligne montre la composante  $z$  aux trois stations réparties le long de l'axe  $z$  (Figure 4.2 c)). La courbe noire est la référence (i.e. le champ direct) ; la bleue représente les résultats de l'échantillonnage tous les degrés ; la orange les résultats de l'échantillonnage tous les 15 degrés ; la courbe verte les résultats pour 24 récepteurs régulièrement répartis ; la courbe rouge les résultats pour 360 récepteurs régulièrement répartis.

pour l'ellipse peu aplatie, les déplacements obtenus avec configuration sont différents et sont déphasés. Pour la station le long de l'axe  $z$ , les déplacements sont nuls en dehors du miroir. Pour les temps faibles on observe la divergence du renversement temporel, les déplacements ont des formes identiques quelle que soit la configuration, mais des amplitudes différentes. Pour la station à l'intérieur du miroir, mais loin de la source, on observe deux comportements différents en fonction de la position de la station. Lorsque la station est le long de l'axe  $x$ , c'est le déplacement obtenu à partir du miroir avec les récepteurs régulièrement répartis qui correspond le mieux avec le déplacement de la simulation direct même si celui obtenu avec les récepteurs répartis tous les 15 degrés à la même forme, mais une amplitude différente. Pour la station positionnée le long de l'axe  $z$ , c'est le résultat inverse. Pour les stations proches de la source, les résultats sont semblables à ceux des expériences précédentes. Pour la station de l'axe horizontal, c'est le déplacement obtenu avec la répartition régulière qui correspond le mieux au déplacement de la simulation directe. Quand la répartition est faite tous les 15 degrés, le déplacement a la bonne forme, mais une amplitude plus faible et il correspond au déplacement obtenu avec le miroir finement échantillonné tous les degrés. Pour la station le long de l'axe  $z$ , toutes les courbes sont confondues et on a un résultat similaire aux expériences précédentes. Dans le cas d'une ellipse très aplatie, la répartition des récepteurs a un impact sur la reconstruction du champ d'onde  $y$  compris à la source et cela dépend de l'axe que l'on regarde.

Pour quantifier cet impact, nous avons calculé l'erreur en utilisant l'équation (4.1) sur deux lignes de stations centrées sur la source, l'une verticale et l'autre horizontale (Figure 4.8). Le comportement est différent selon l'axe que l'on regarde  $y$  compris au niveau de la tache focale ce qui n'était pas le cas pour les deux miroirs précédemment testés. Pour l'axe horizontal (Figure 4.9 A), il y a une différence nette même quand le miroir est finement échantillonné, ce qui n'était pas le cas dans l'expérience précédente. L'erreur est proche de zéro quand les récepteurs sont régulièrement distribués (courbe rouge) et elle est légèrement plus élevée quand ils sont répartis tous les degrés. Il y a aussi une différence plus importante quand le miroir est grossièrement échantillonné. L'erreur est plus faible quand les récepteurs sont régulièrement distribués et elle diminue avec la distance à la source. Dans toutes les configurations, l'erreur est minimale juste avant la tache focale. Cependant, contrairement aux expériences précédentes, les comportements au niveau de la tache focale sont différents, ce qui signifie que la tache focale pourrait être altérée surtout dans les cas où le miroir est grossièrement échantillonné. Pour l'axe vertical (Figure 4.9 B), le comportement est très différent. Il n'y a peu de différences dans les cas où le miroir est finement échantillonné : les erreurs sont faibles excepté dans la tache focale. Dans les cas où le miroir est grossièrement échantillonné, on observe un comportement inverse à celui observé sur l'axe horizontal. Quand le miroir est échantillonné, tous les 15 degrés, l'erreur décroît très rapidement pour ensuite avoir un comportement semblable à celui des cas finement échantillonnés. Cela est dû à l'échantillonnage qui est plus fin au niveau des pôles. Quand les récepteurs sont régulièrement répartis, le comportement est semblable à celui observé pour le cercle : l'erreur diminue presque linéairement avec la distance à la source. Contrairement à ce qu'on observe sur l'axe horizontal, toutes les erreurs ont le même comportement au niveau de la tache focale, elle ne sera donc pas altérée. Avec cette expérience, nous

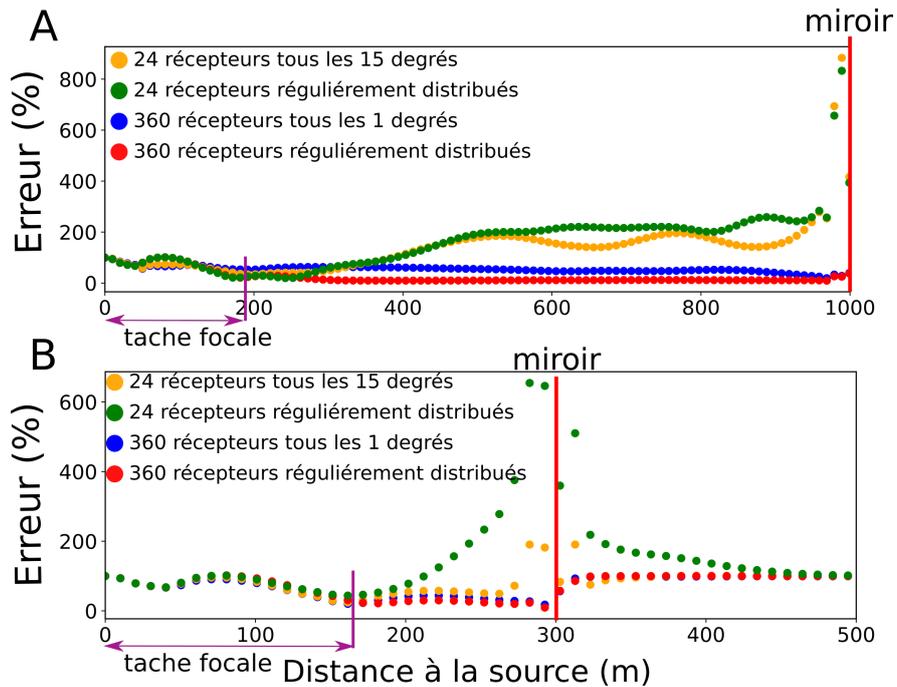


FIGURE 4.9 – Comparaison de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{u}^{tr}$  via l'erreur (4.1) dans le cas d'une ellipse très aplatie (Figure 4.2 c)) de  $1000\text{ m}$  de rayon maximal et  $300\text{ m}$  de rayon minimal pour quatre échantillonnages différents : 360 récepteurs tous les degrés (en bleu) ; 24 récepteurs tous les 15 degrés (en orange) ; 360 récepteurs régulièrement répartis (en rouge) ; 24 récepteurs régulièrement répartis (en vert). La sous-figure A montre l'erreur calculée le long d'une ligne horizontale de stations espacées de  $10\text{ m}$  et la sous-figure B le long d'une ligne verticale de stations avec le même espacement. La flèche violette indique la tache focale de référence obtenue avec le miroir circulaire échantillonné finement. Elle est définie comme la distance à partir de laquelle l'erreur augmente, car cela signifie que  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)$ .

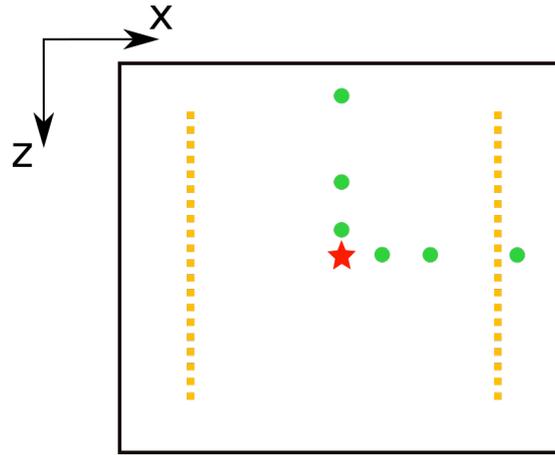


FIGURE 4.10 – Schéma du miroir ouvert considéré dans la Section 4.2.2. Celui-ci est composé de deux lignes de récepteurs semblables à des puits comprenant chacun 304 récepteurs répartis régulièrement. Les points verts représentent les stations sur lesquelles le déplacement du renversement temporel est enregistré pour le comparer ensuite au déplacement de la simulation direct.

avons vu que l'impact de la répartition des récepteurs est importante et surtout qu'il dépend de l'axe que l'on regarde.

Ces résultats montrent que plus l'échantillonnage du miroir est important, plus l'erreur est proche de zéro et elle ne varie pas avec la distance à la source. Quand le miroir est sous-échantillonné, nous avons montré que la répartition peut avoir un impact sur la qualité de la reconstruction. Mais dans tous les cas, l'erreur est minimale au niveau de la tache focale. De plus, l'erreur décroît avec la distance à la source et c'est lié à la convergence du champ d'onde (Figure 4.5). Ces résultats sont donc encourageants dans l'idée de localiser un évènement sismique avec un miroir sous-échantillonné.

#### 4.2.2 Impact d'un miroir ouvert

Nous nous intéressons maintenant à l'impact d'un miroir ouvert sur la qualité du renversement temporel. Pour tester cet impact, nous considérons un miroir composé de deux lignes de récepteurs (Figure 4.10). La position de la source ainsi que le modèle de vitesse sont les mêmes que ceux utilisés dans la section précédente. Le champ d'onde direct et le champ d'onde renversé temporellement sont enregistrés aux six stations présentées dans la Figure 4.10. La Figure 4.11 montre que la reconstruction du champ d'onde est différente selon l'axe que l'on regarde. Pour les stations les plus éloignées, le déplacement du renversement temporel n'est pas nul comme il est avec un miroir complet. Le long de l'axe horizontal, quand la station est proche de la source, la forme d'onde est plus complexe que celle du champ direct, mais une partie du déplacement correspond à celui de la simulation directe avec une amplitude supérieure. La partie du déplacement qui ne correspond pas (pour des temps inférieurs à 0,25 s) peut être due à une mauvaise interaction du champ due au caractère ouvert du miroir. Pour le second récepteur, on observe un schéma similaire, seule une partie du déplacement du renversement temporel correspond à celui de la simulation directe avec des amplitudes plus proche. L'onde enregistrée pour les temps inférieurs à 0,25 s, est la trace de la

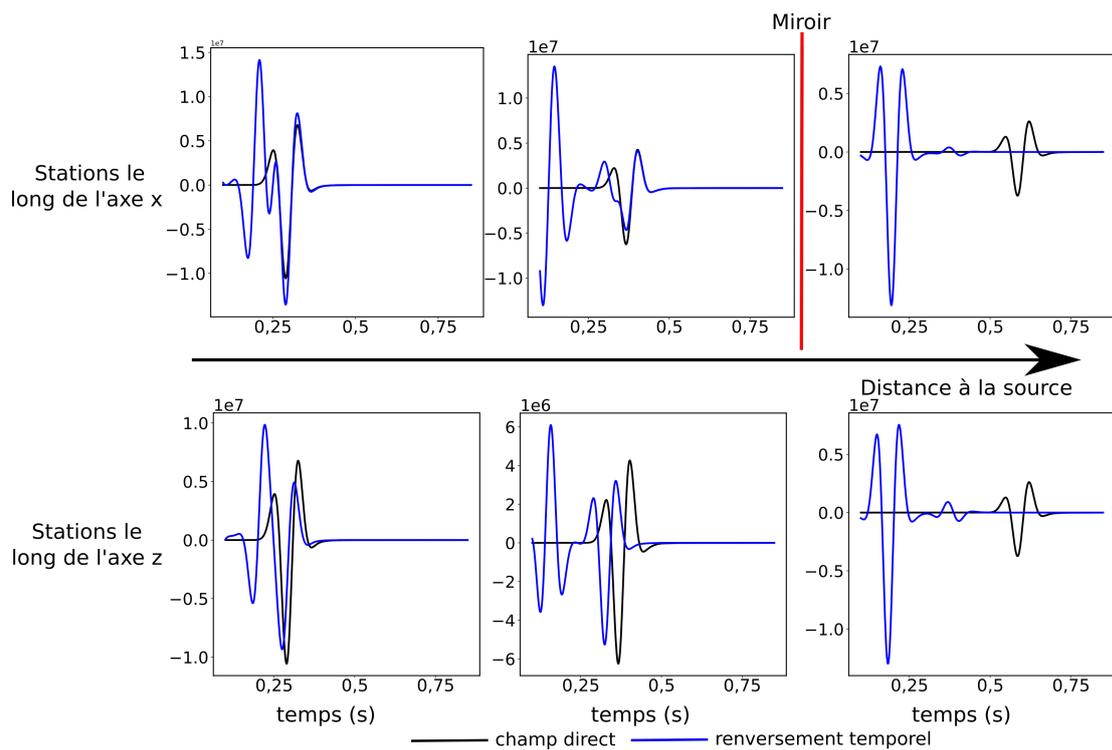


FIGURE 4.11 – Comparaison des déplacements obtenus avec le miroir incomplet et le champ direct. La première ligne montre la composante x du déplacement le long de trois récepteurs horizontaux et la deuxième ligne la composante z du déplacement le long de trois récepteurs verticaux (Figure 4.10). La courbe noire représente le champ direct et la bleue le champ renversé temporellement.

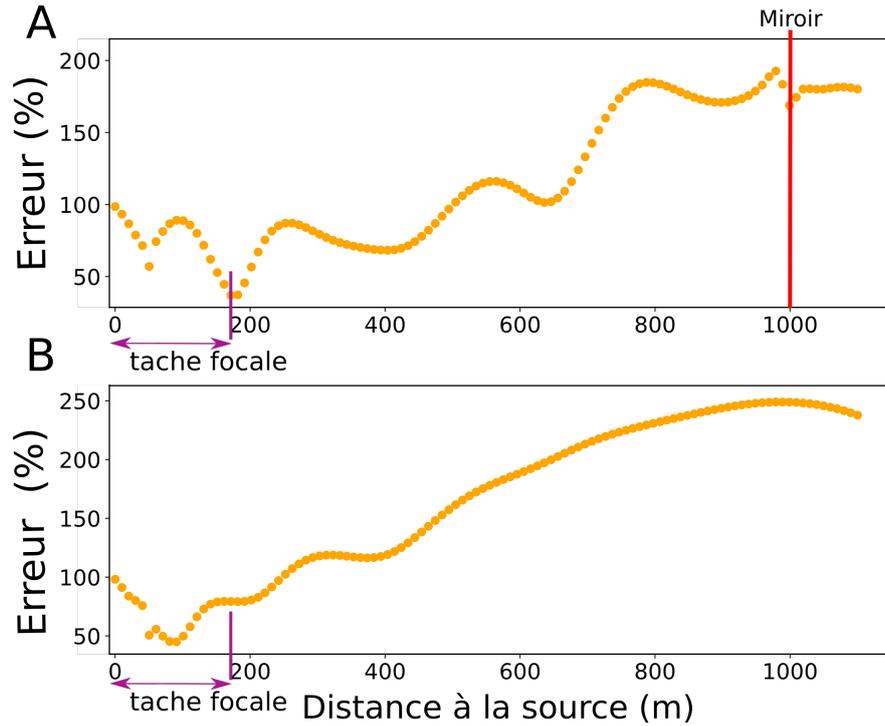


FIGURE 4.12 – Norme L2 calculée entre le champ du renversement temporel et le champ direct dans le cas des deux lignes verticales de récepteurs. Les courbes orange présentent les résultats pour le miroir avec 304 récepteurs. La sous-figure A montre la norme L2 calculée sur une ligne de récepteurs horizontaux espacés de 10 m et la sous-figure B sur une ligne verticale de récepteurs avec le même espacement. La flèche violette indique la tache focale de référence obtenue avec le miroir circulaire échantillonné finement. Elle est définie comme la distance à partir de laquelle l'erreur augmente, car cela signifie que  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)$ .

divergence du renversement temporel après la focalisation. Le long l'axe vertical, les résultats sont moins bons que ceux de l'axe horizontal. Cela est cohérent, car le miroir est composé de deux lignes verticales. Pour le second récepteur, le déplacement obtenu par renversement temporel montre un important déphasage avec le champ direct, mais la forme semble cohérente avec celle du déplacement de la simulation directe. Comme pour la station le long de l'axe horizontal, on observe le trace de la divergence. Ce déphasage diminue en se rapprochant de la source, mais est toujours présent au niveau de la station proche de la source. Cela veut donc dire que la tache focale obtenue ne sera pas la même que celle obtenue avec un miroir complet. Le déphasage observé pour les stations positionnées le long de l'axe vertical peut être dû au fait que les interactions à l'origine de ces ondes ont lieu plus tard, car l'énergie vient uniquement des deux lignes verticales.

Pour quantifier l'impact du miroir ouvert sur la reconstruction du champ d'onde, l'erreur a été calculée (4.1) comme dans les tests numériques de la partie précédente. La Figure 4.12 montre l'erreur selon l'axe horizontal et l'axe vertical. Le long de l'axe horizontal (Figure 4.12 A), l'erreur décroît avec la distance à la source comme dans les expériences précédentes. Contrairement aux expériences précédentes, l'erreur n'est jamais proche de zéro, mais le minimum est atteint au niveau de la distance qui cor-

respond à la tache focale de référence définie à partir d'un miroir complet et circulaire. Les oscillations de l'erreur dans la tache sont probablement dues à l'onde observée pour la première station de la Figure 4.11. Les oscillations de l'erreur pour les distances plus grandes peuvent aussi être cohérentes avec le fait que seule une partie du déplacement correspond au déplacement de la simulation directe et que du bruit est présent dans la simulation du renversement temporel. Des oscillations de moindres envergures peuvent être observées dans le cas de l'ellipse très aplatie (Figure 4.9, courbe orange). Dans la direction verticale, l'erreur décroît aussi avec la distance à la source, mais présente moins d'oscillations. Le minimum de l'erreur est atteint pour une distance beaucoup plus faible que le long de l'axe horizontal. Une explication possible est que la tache focale soit translatée en espace et décalée en temps. Cela voudrait dire que les stations ne seraient plus alignées sur la tache focale, ce qui expliquerait les différences observées selon les différents axes. Cependant le fait que l'erreur minimale soit atteinte dans la tache focale de référence est encourageant. Cela veut dire que même avec un miroir ouvert, la tache focale peut être détectée en appliquant une métrique adaptée.

### 4.2.3 Conclusion

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à l'impact d'un miroir incomplet (Figure 4.1) dans un cas homogène sur la reconstruction du champ d'onde lors du renversement temporel. Nous avons illustré le résultat que la forme du miroir n'a pas d'impact sur la reconstruction lorsque le miroir est complet [Masson et al., 2014] mais c'est l'échantillonnage ainsi que la fermeture ou non du miroir qui ont un impact. Dans tous les cas de figure, une tache focale est obtenue à la position de la source, mais le champ de déplacement dans la tache peut varier par rapport au champ de référence obtenu avec un miroir complet. Nous avons montré qu'avec un miroir incomplet, la qualité de la reconstruction dépend de la distance à la source. Plus on est proche de la source, plus la reconstruction est bonne. La différence est importante au niveau du miroir et décroît ensuite pour atteindre un minimum au niveau de la tache focale. Lorsque la répartition des récepteurs n'est pas régulière, cela entraîne une différence de reconstruction selon l'axe que l'on regarde (Figure 4.9). Cette décroissance de la différence peut être expliquée par le fait que lorsque les ondes convergent, le front d'onde forme un "miroir" de plus en plus petit et donc l'effet du sous-échantillonnage se réduit, car la distance entre deux ondes qui interagissent diminue (Figure 4.5). Par conséquent, quand cette distance est suffisamment réduite (inférieure à  $\lambda_{min}/2$ ), le champ d'onde est parfaitement reconstruit. Pour aller plus loin, nous allons maintenant nous intéresser à l'impact d'un miroir ouvert dans un cas hétérogène.

## 4.3 Cas d'un milieu hétérogène

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à l'impact d'un miroir ouvert dans un cadre géologiquement réaliste : le champ de gaz de Groningen. La géologie et la géométrie de ce champ ont été présentées dans la Section 3.2.1.2. Nous nous intéressons à ce champ en particulier, car il est connu pour sa sismicité induite. La production a commencé en 1986 et depuis 1995, le nombre et la magnitude des séismes locaux ont augmenté (Figure 4.13). Hettema et al. [2017] corrélaient cette augmentation à l'augmentation de la

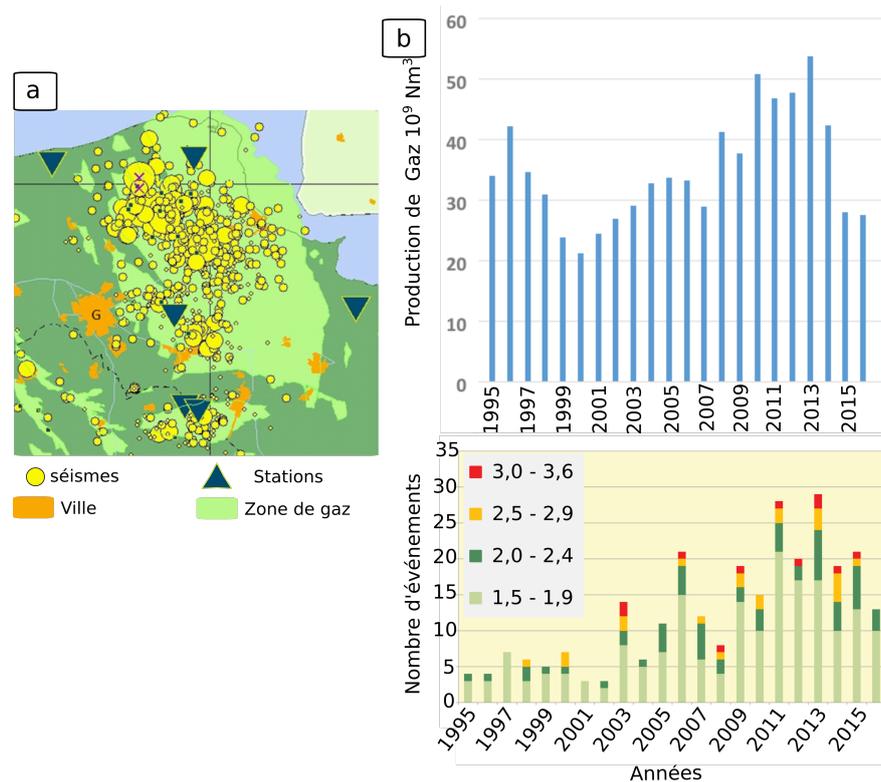


FIGURE 4.13 – a) Carte des épïcêtres des évènements sismiques dans la province de Groningen enregistrés entre 1990 et 2013 [van der Voort et Vanclay, 2015]. Ces épïcêtres ont été déterminés avec les six stations indiquées. b) Comparaison de la production de gaz par an avec le nombre de sismes par an dans la région [Hetteema et al., 2017].

production de gaz (Figure 4.13b). Cette augmentation entraînait l'augmentation des risques pour la population, il a donc été nécessaire de localiser précisément les événements pour en comprendre l'origine. De nombreuses techniques de localisation ont été appliquées pour localiser précisément les événements et déterminer leurs mécanismes. Dans un premier temps, ce sont les méthodes basées sur les temps d'arrivées qui ont été utilisées. La première étude du *Royal Netherlands Meteorological Institute* a permis une localisation des épïcêtres, mais pas des hypocentres (la profondeur ayant été fixée arbitrairement à 3 km), avec un faible nombre de stations. Spetzler et Dost [2017] ont utilisé une méthode de la famille de la double différence (Section 1.2.2.2) avec de nouvelles stations de surfaces ainsi que des données de puits. Cela a permis de mettre à jour la localisation en profondeur des événements et a confirmé que la majorité des sismes avait lieu à la profondeur du réservoir. Smith et al. [2020], quant à eux, se sont basés sur la méthode eikonale et ont confirmé les résultats précédents tout en expliquant que la compaction était à l'origine de l'activité sismique. Willacy et al. [2019] ont utilisé l'inversion des formes d'onde complètes (Section 1.3.1) pour déterminer à la fois la position et le mécanisme des événements. Les résultats obtenus sont consistants avec ceux des précédentes études. Cependant, des incertitudes existent toujours sur la position verticale et cela est dû à la complexité des enregistrements sismiques qui est elle-même due aux hétérogénéités du milieu géologique [Spetzler et Dost, 2017, van Dalfsen et al., 2006].

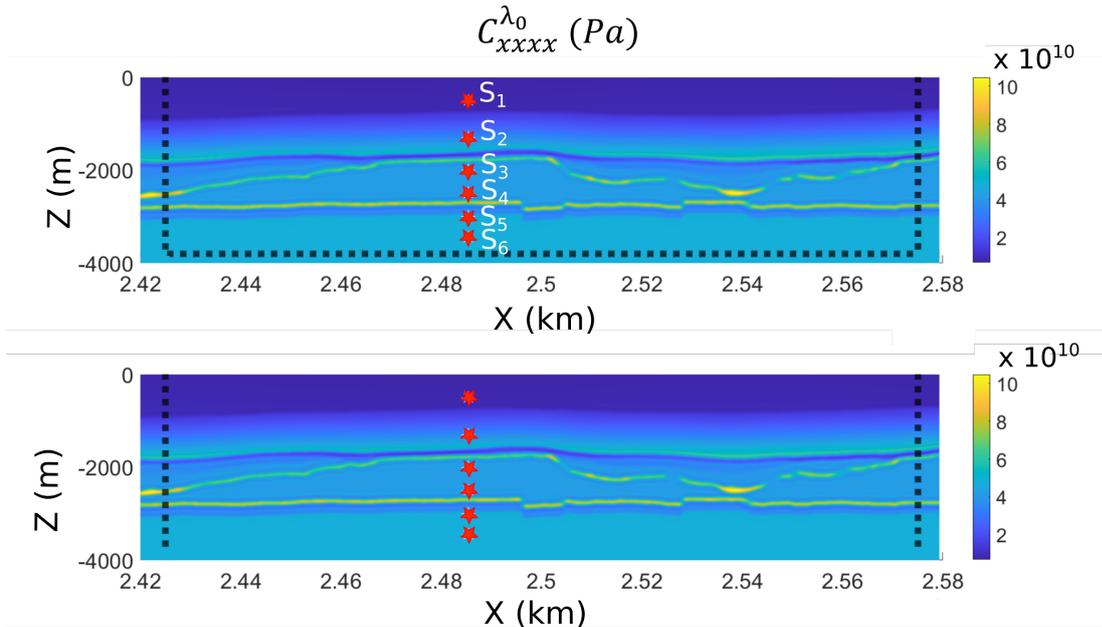


FIGURE 4.14 – Géométrie des deux miroirs. Sur la première ligne, le miroir complet est composé de 1129 récepteurs espacés de 20 m. Sur la deuxième ligne, le miroir ouvert est composé de deux puits verticaux de 189 récepteurs espacés de 20 m. Les étoiles blanches représentent les six sources qui vont être testées.

Nous allons nous servir de ce cas d'étude pour tester l'influence du miroir ouvert dans un cas géologiquement réaliste. Pour réduire les temps de calcul, nous allons utiliser le modèle homogénéisé (Figure 3.4) obtenu dans la section Section 3.2.1.2. Le modèle de vitesse construit à partir des données fournies par l'entreprise Magnitude est présenté dans l'annexe a.

### 4.3.1 Méthode

Le renversement temporel proposé par Fink [1992] fait l'hypothèse que le champ d'onde doit être enregistré par une surface fermée de récepteurs, si bien que le déplacement peut être décrit à l'aide du théorème de représentation (Section 2). Dans des cas réels en sismologie, une surface fermée de récepteurs est impossible à obtenir. Heureusement, les hétérogénéités du milieu peuvent combler en partie le manque de récepteurs, car elles agissent comme des miroirs imparfaits (i.e. réfléchissant une partie de l'énergie sismique). Notre but, dans cette partie, est d'illustrer cet effet dans le cas d'un miroir ouvert au sein de Groningen. Pour cela, nous procédons d'abord à une simulation avec un miroir complet (Figure 4.14, première ligne). Ce miroir est composé de 1129 récepteurs espacés de 20 m. L'objectif de cette simulation est de fournir une simulation de renversement temporel de référence qui reconstruit le champ direct en espace et en temps (sauf à la tache focale). Ensuite, des simulations de renversement temporel sont effectuées avec le miroir ouvert (Figure 4.14, seconde ligne). Ce miroir est composé de deux puits verticaux de 189 récepteurs espacés de 20 m. Pour comprendre l'impact des hétérogénéités sur le renversement temporel et leur capacité à "compléter" le miroir, six positions pour de source différentes vont être testées (Figure 4.14). La position horizontale de la source est fixée à  $x_s = 248,532 \text{ km}$  et la profondeur varie entre  $z = -500 \text{ m}$

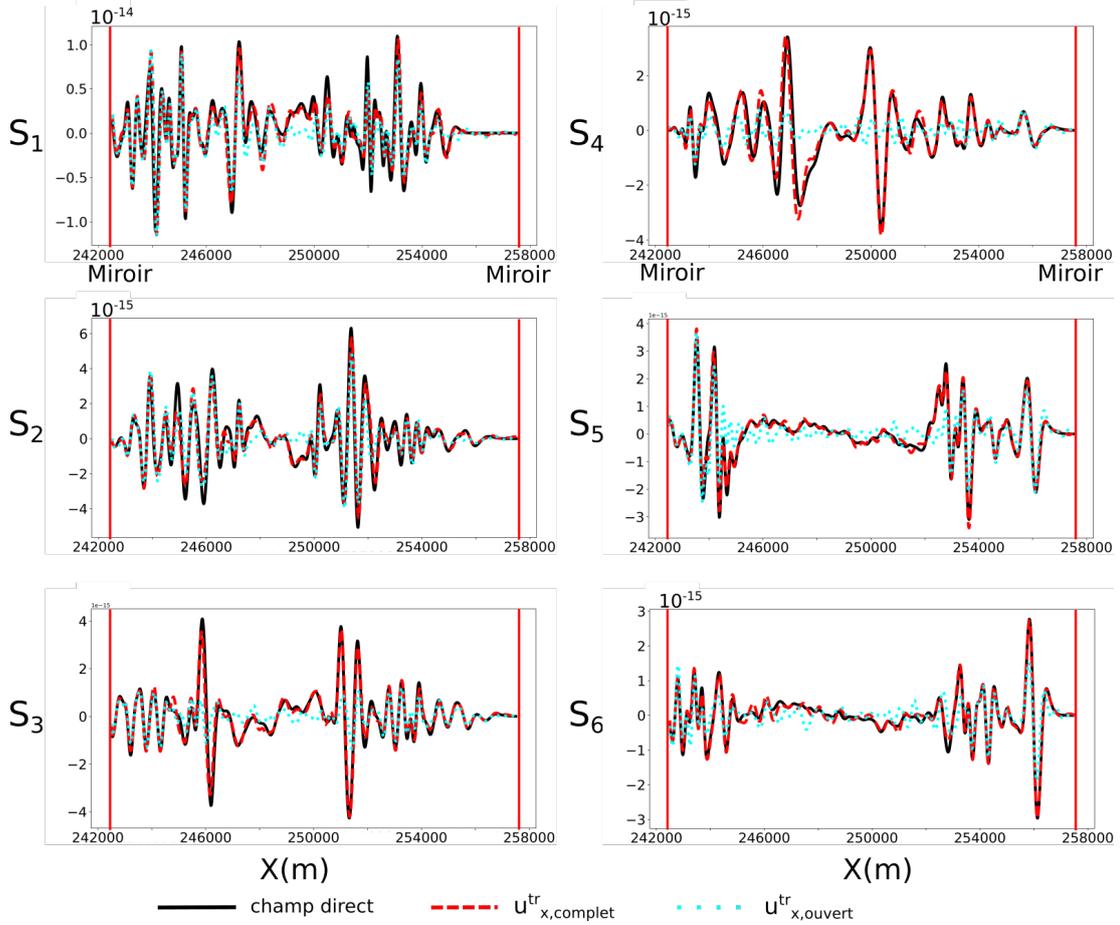


FIGURE 4.15 – Comparaison de la composante  $x$  du déplacement à un temps de 2 s le long d'une ligne de stations positionnée à la profondeur de la source. La colonne de gauche représente les sources 1 à 3 et celle de droite les sources 4 à 6. La courbe noire représente le déplacement direct, la courbe tireté rouge le déplacement du renversement temporel obtenu avec le miroir complet  $\mathbf{u}_{complete}^{tr}$  et celle en pointillée bleu le déplacement obtenu avec le miroir incomplet  $\mathbf{u}_{ouvert}^{tr}$ . Les lignes rouges représentent le miroir.

et  $z = -3500 m$ . Pour chaque source, le champ de déplacement obtenu avec le miroir complet  $\mathbf{u}_{complete}^{tr}$  et celui obtenu avec le miroir ouvert  $\mathbf{u}_{ouvert}^{tr}$  sont comparés en utilisant l'erreur :

$$\delta_r = \left( \frac{\int_0^T \|\mathbf{u}_{complete}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) - \mathbf{u}_{ouvert}^{tr}(\mathbf{x}_r, t)\|_2^2 dt}{\int_0^T \|\mathbf{u}_{complete}^{tr}(\mathbf{x}_r, t)\|_2^2 dt} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.3)$$

où  $T$  est la durée d'un sismogramme. Les sources sont des explosions. La durée des simulations est de 7,5 s, soit 15 000 pas de temps avec  $\Delta = 0.0005 s$ . Le modèle est limité par des bords absorbants (PML) sur les côtés droit, gauche et inférieur ; le haut du modèle est une surface libre.

### 4.3.2 Résultats

Pour représenter visuellement les résultats, le champ de déplacement est enregistré le long d'une ligne horizontale positionnée à la profondeur de la source. Pour les

grandes valeurs de temps (Figure 4.15), le champ d’onde obtenu avec le miroir complet correspond au champ direct. De légères différences d’amplitude sont observées, car la simulation directe est arrêtée alors qu’il y a toujours un peu d’énergie dans le milieu ; cette énergie n’étant pas enregistrée par les récepteurs, la simulation du renversement temporel a une amplitude légèrement plus faible que la simulation directe. Une solution pour avoir une reconstruction parfaite serait de commencer la simulation de renversement temporel avec l’énergie restante de la simulation directe comme condition initiale. Dans un cas réel, ce problème d’énergie restante n’est pas censé survenir, car les récepteurs enregistrent l’intégralité des ondes, donc nous ne nous attarderons pas davantage sur cet aspect.

La qualité de la reconstruction obtenue avec le miroir complet ne dépend pas de la profondeur de la source. Pour le miroir ouvert en revanche, la reconstruction semble dépendre de la profondeur de la source. Par ailleurs, à toutes les stations proches du miroir, on observe que le déplacement est proche du déplacement obtenu avec le miroir complet. Par exemple, pour la source  $S_6$ , seule une petite partie du déplacement généré par le miroir ouvert correspond au déplacement obtenu avec le miroir complet, contrairement à ce qui est observé pour la source  $S_1$  où les deux déplacements sont proches sur la majeure partie de la ligne de stations.

À la focalisation (Figure 4.16), les taches focales obtenues avec le miroir complet présentent les mêmes caractéristiques pour toutes les sources et correspondent au résultat attendu : le déplacement est plus lisse que celui de la simulation directe (Chapitre 2). Par contre, dans le cas du miroir ouvert, les taches focales diffèrent d’une source à l’autre et leur qualité semble dépendre de la profondeur. Les images du déplacement (Figure 4.16) montrent que les taches focales sont bruitées et allongées dans la hauteur, mais elles sont malgré cela visibles dans le champ d’onde.

Pour quantifier ces observations et déterminer s’il y a une corrélation entre la profondeur de la source et la qualité de la reconstruction, nous calculons la moyenne de l’erreur  $\delta_r$  (4.3) sur la ligne de station. La Figure 4.17 montre cette moyenne pour chaque source. Globalement, la moyenne croît avec la profondeur de la source, de 38,34 % pour la plus superficielle à 79,83 % pour la plus profonde. Ce comportement peut être expliqué par l’absence de miroir artificiel (i.e. de récepteurs) ou naturel (i.e. d’hétérogénéités) au bas du modèle dans le cas du miroir ouvert si bien qu’une grande partie de l’énergie est perdue quand la source est profonde. Le bon résultat obtenu pour les sources  $S_1$  et  $S_2$  s’explique par les faibles valeurs des vitesses des ondes P et des ondes S dans les deux premières couches (Figure 3.3) ainsi que par la présence de la surface libre qui est un miroir naturel parfait. Grâce à ces faibles vitesses, les ondes sont guidées dans ces couches si bien qu’une grande quantité d’énergie est enregistrée par les récepteurs présents. La valeur anormale faible de l’erreur observée pour la source  $S_5$  est due au même phénomène. La source est positionnée proche d’une interface entre une couche à faible vitesse et une à forte vitesse. Par conséquent, une onde guidée est générée et enregistrée par les récepteurs (Figure 4.18). Willacy et al. [2019] observent aussi une onde guidée dans le réservoir lors des simulations directes pour l’inversion de la forme d’onde complète. Cette onde n’existe pas pour les sources  $S_6$  et  $S_4$ , c’est pourquoi la reconstruction de leur champ d’onde respectif est moins bonne. Ces résultats montrent clairement l’impact des hétérogénéités sur la qualité du renversement temporel.

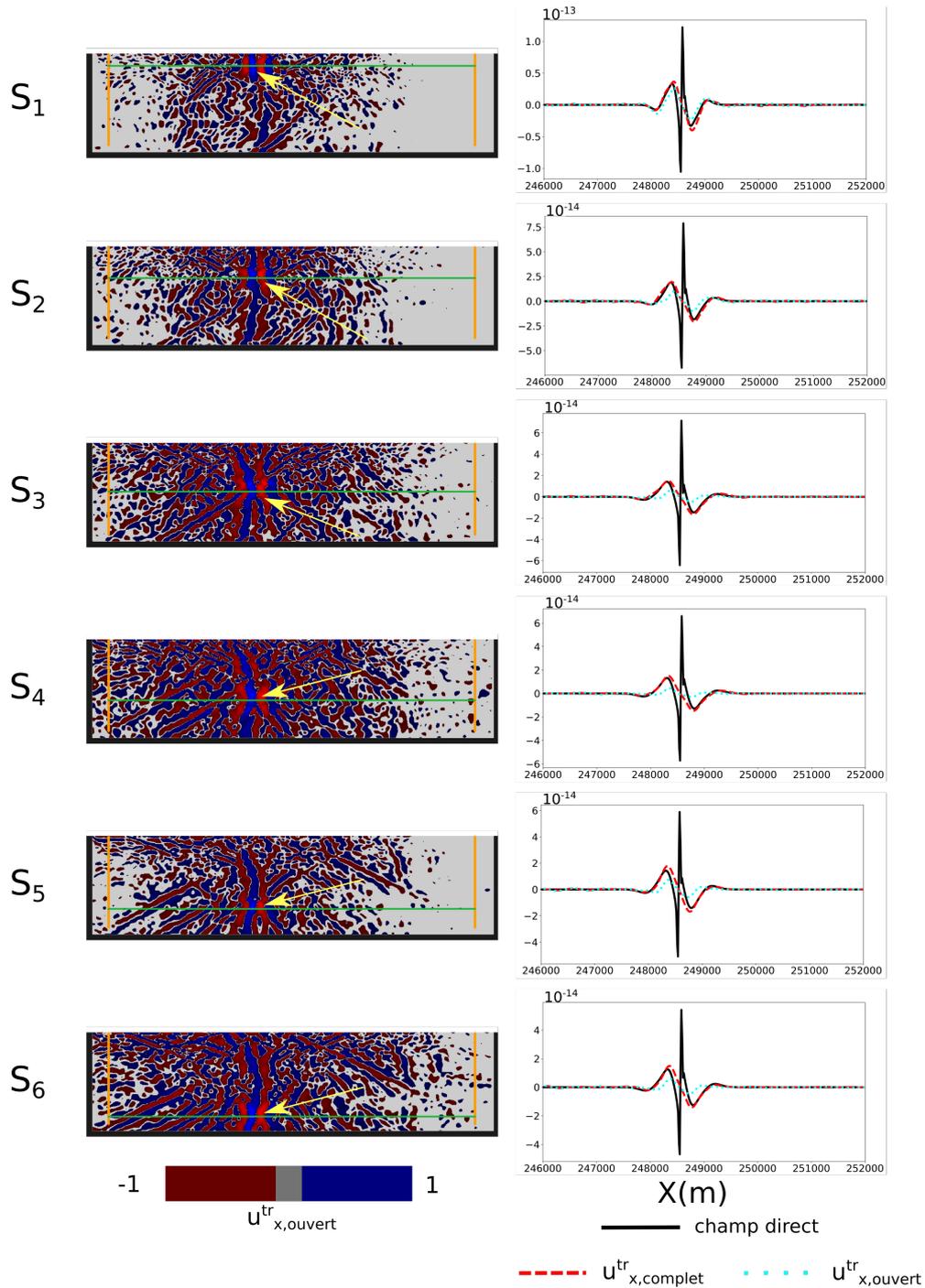


FIGURE 4.16 – Comparaison de la composante  $x$  du déplacement à un temps  $3\text{ s}$  (i.e. lors de la focalisation) le long d'une ligne de stations positionnées à la profondeur de la source. La colonne de droite représente la composante  $x$  du déplacement enregistré le long de la ligne de récepteurs. La courbe noire représente le déplacement direct, la courbe tireté rouge le déplacement du renversement temporel obtenu avec le miroir complet  $\mathbf{u}_{complete}^{tr}$  et celle en pointillée bleu le déplacement obtenu avec le miroir incomplet  $\mathbf{u}_{open}^{tr}$ . La colonne de gauche montre une image de ce dernier du déplacement, la flèche jaune indiquant la tache focale.

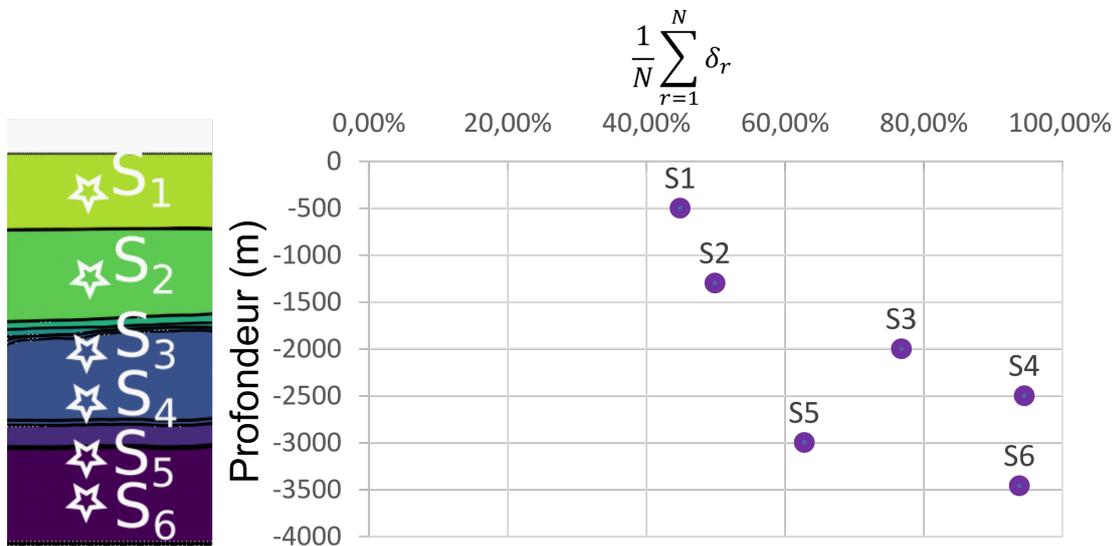


FIGURE 4.17 – Moyenne de l'erreur  $\delta_r$  le long d'une ligne de stations à la profondeur de chaque source.

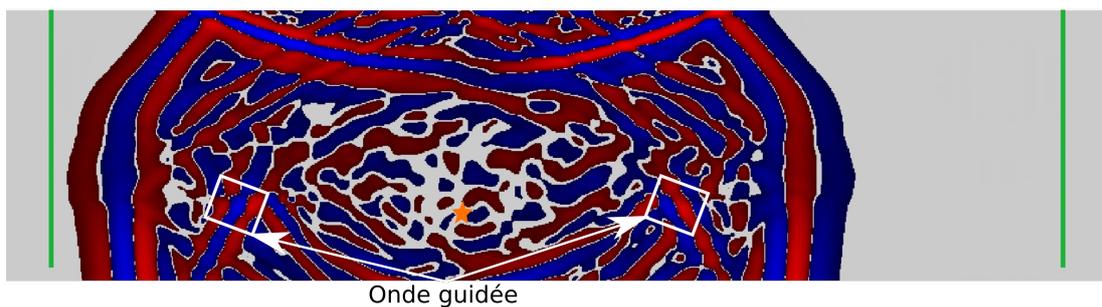


FIGURE 4.18 – Image de champ d'onde de la simulation directe pour la source  $S_5$ . Les carrés blancs indiquent l'onde guidée qui est à l'origine de la bonne reconstruction observée pour cette source.

### 4.3.3 Conclusion

Dans cette partie, des simulations de renversement temporel synthétiques ont été réalisées dans un cadre géologique dans le but de comprendre l'impact d'un miroir ouvert et le rôle des hétérogénéités. Nous avons montré que les hétérogénéités ont un impact sur la qualité du renversement temporel et qu'elles permettent, dans certains cas, de compenser le manque de récepteurs. De plus, les taches focales sont visibles sur les images pour des événements synthétiques avec un miroir ouvert. Une poursuite de ce travail pourra consister à calculer l'erreur de manière plus locale spatialement et temporellement pour comprendre l'influence du miroir ouvert sur la tache focale.

## 4.4 Conclusion et Perspectives

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux conséquences qu'un miroir incomplet peut avoir sur la reconstruction du champ d'onde. Dans un cas homogène, nous avons montré qu'un miroir grossièrement échantillonné (i.e. dont la répartition et le nombre de récepteurs sont insuffisant pour capter l'intégralité du flux qui le traverse) a un impact sur la reconstruction du champ d'onde. La reconstruction n'est plus exacte partout dans le domaine, mais une tache focale identique à celle obtenue avec le miroir complet peut être obtenue. Dans le cas d'un miroir ouvert, la reconstruction du champ d'onde n'est plus exacte, mais une tache focale est obtenue même si elle est déformée par rapport à celle avec un miroir complet.

Nous nous sommes ensuite intéressés à un modèle géologiquement réaliste (le champ de gaz de Groningen) pour étudier l'impact des hétérogénéités quand le miroir est ouvert. Les résultats montrent que, quelle que soit la position de la source, une tache focale est obtenue (Figure 4.16). Cependant, la reconstruction du champ d'onde dépend de la profondeur de la source et des hétérogénéités mise en jeu.

À partir des résultats présentés, plusieurs questions restent à soulever :

- Quels sont les impacts des incertitudes du modèle de vitesse sur la localisation de l'évènement et sur l'interprétation de la tache focale ?
- Que faire des données de surface ?
- Est-il possible et y a-t-il besoin de compléter le miroir ?

**Incertitudes sur le modèle de vitesse** La connaissance de la géométrie du sous-sol et de ses propriétés est une des clés pour localiser précisément la source d'un tremblement de terre. Cependant, dans la pratique, il y a toujours des incertitudes sur les structures présentes dans le sous-sol et sur les vitesses des ondes qui se propagent. Par exemple, dans le champ de gaz de Groningen, les incertitudes les plus importantes se situent dans une formation très épaisse et particulièrement cruciale dans l'exploitation de la ressource : le Zechstein, qui est la roche couverture. La différence de la vitesse des ondes P entre deux modèles dans cette formation (Figure 4.19) peut avoir un grand impact sur le champ d'onde et, par conséquent, sur la localisation des événements. Une solution pour quantifier les incertitudes serait d'utiliser le renversement temporel pour un événement donné et faire des simulations dans des modèles de vitesses différents.

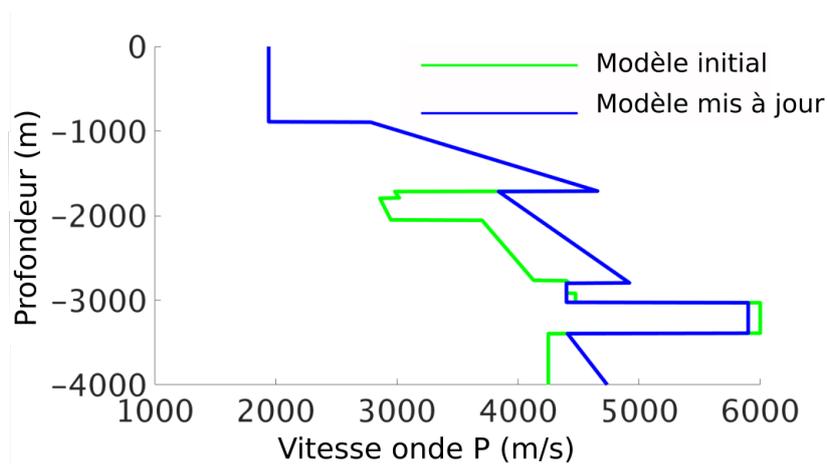


FIGURE 4.19 – Profil de la vitesse des ondes P avant (courbe verte) et après (courbe bleue) la mise à jour de Romijn [2017]. Les incertitudes les plus grandes se situent au niveau de la formation du Zechstein, entre 2000 m et 3000 m de profondeur.

Cela permettrait de quantifier l’impact des incertitudes sur la localisation de l’évènement (la position de la tache focale). Dans ce cas de figure, il sera nécessaire d’utiliser une métrique pour localiser précisément l’évènement en espace et en temps pendant la simulation de renversement temporel. Il existe de nombreuses métriques telles que l’énergie cinétique [Koo et al., 2016], l’énergie élastique [Rabinovich et al., 2018], la corrélation d’onde [Nakata et Beroza, 2016, Solano et al., 2017] ou encore la variance [Wang et Alkhalifah, 2017].

Des travaux ont été faits pour estimer l’impact des incertitudes sur la localisation de la source en espace et en temps. Par exemple, dans un cas acoustique, Gajewski et Tessmer [2005] ont effectué une étude de sensibilité dans un modèle 2D (1500 m × 600 m). En utilisant deux jeux de données synthétiques (un obtenu avec le vrai modèle et l’autre obtenu avec un milieu aléatoire qui contient le même interval de vitesse), ils ont montré que la tache focale obtenue avec le deuxième jeu de données est positionnée à 20 m au-dessus de la vraie position et 8 ms après le temps d’origine. Ils ont aussi mené une série de tests similaires avec un milieu lisse semblable à ceux obtenus par tomographie. Dans ce cas, la tache focale est seulement décalée temporellement, d’un temps inférieur à la période dominante. Bazargani et Snieder [2016] ont effectué le même genre d’expériences et confirmé les résultats obtenus par Gajewski et Tessmer [2005]. Ils ont aussi comparé l’impact des incertitudes avec l’optimisation du renversement temporel qu’ils proposent. Entre les deux méthodes, le renversement temporel classique est moins sensible aux incertitudes sur la vitesse. Cependant, dans le cas du champ de gaz de Groningen, les incertitudes ne conservent pas l’intervalle de vitesse, donc nous pouvons supposer que l’impact sur la position tache focale en espace et en temps pourrait être plus significatif que celui obtenu par Gajewski et Tessmer [2005] et Bazargani et Snieder [2016]. De plus, ces deux travaux ne s’intéressent pas à l’impact des incertitudes du modèle de vitesse sur le champ d’onde de la tache focale. Similairement aux résultats obtenus en examinant l’impact d’un miroir incomplet dans ce chapitre, le résultat présenté dans le Chapitre 3 serait dégradé si le modèle de vitesse s’éloignait significativement du modèle vrai. En particulier, il n’y a aucune garantie que la tache focale obtenue garderait la forme de la

somme de deux champs d'ondes obtenus à partir d'un point-source homogénéisé.

**Que faire des données de surface ?** Dans les travaux présentés dans cette thèse, les données de surface (celles enregistrées à la surface libre) ont été mises de côté, car en théorie et en se basant sur le théorème de représentation, elles ne sont pas nécessaires dans le cadre du vrai renversement temporel, car la surface libre est un miroir naturel. Cela constitue le point de différence majeur entre le *time reversal* traité dans cette thèse et le *reverse time* basé sur le concept de rétromigration ou RTM [McMechan, 1982]. L'ajout de données de surface dans le cadre du *time reversal* basé sur le théorème de représentation entraîne une redondance des données si le miroir est complet. En effet, toutes les réflexions à la surface libre et les ondes de surface sont déjà enregistrées par le miroir complet. Cette redondance peut générer du bruit dans la reconstruction du champ d'onde, dans la localisation d'événements et dans l'interprétation qui peut être faite de la tache focale. Il serait cependant intéressant d'inclure les données de surface disponibles dans le cas d'un miroir incomplet, car une partie des ondes réfléchies par la surface libre et les ondes de surface ne sont pas enregistrées par le miroir. Pour intégrer les données de surface, deux options sont possibles :

- positionner les sources juste au-dessous de la surface libre,
- Réfléter les propriétés élastiques au-delà de la surface libre et positionner les sources au niveau de l'axe de symétrie. Dans cette seconde option, il est possible qu'une deuxième tache focale apparaisse symétriquement à la première [Li et van der Baan, 2016].

**Complétion du miroir** Actuellement, quand le miroir est incomplet, seules les données récoltées sont utilisées, c'est-à-dire que nous ne cherchons pas à compléter le miroir. Des forces non nulles sont appliquées au niveau des récepteurs, et zéro partout ailleurs. Nous avons montré dans ce chapitre qu'un miroir incomplet peut reconstruire une partie du champ d'onde (Figure 4.15) et aboutir à une tache focale (Figure 4.16). Il est donc important de noter qu'avec une métrique adaptée l'absence de miroir complet n'est pas un frein à la localisation d'un événement. Dans un cas 3D cependant, un miroir est "plus incomplet" qu'en 2D, donc il serait très intéressant de compléter judicieusement le miroir. Une autre raison pour compléter le miroir est que le champ d'onde reconstruit à la source pour un miroir incomplet est différent de celui reconstruit par un miroir complet. Par conséquent, la relation que nous avons obtenue dans le Chapitre 3 n'est plus valable et les paramètres de source qui seraient déterminés à partir de cette tache seraient éloignés de ceux de la vraie source.



# Conclusions

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à la méthode du renversement temporel utilisée dans de nombreux domaines, en particulier en géosciences pour localiser des événements sismiques. C'est une méthode basée sur la forme d'onde, c'est-à-dire que la totalité des sismogrammes peut être employée. Ici, nous nous sommes plus particulièrement attachés à interpréter le résultat du renversement temporel dans un cadre théorique puis à dégrader ce cadre pour se rapprocher de ce qui arrive dans une application réelle.

## Contributions principales

### Implémentation du renversement temporel

Une contribution technique de la thèse est l'implémentation du renversement temporel dans le code SPECFEM2D. Il s'agit d'un simulateur d'onde basé sur la méthode des éléments spectraux [Komatitsch et Vilotte, 1998, Komatitsch et Tromp, 1999]. L'implémentation est basée sur le théorème de représentation et sur une discrétisation du miroir. La méthode choisie pour l'implémentation est dite "brute force" [Masson et al., 2014], c'est-à-dire que les forces appliquées sur le miroir sont explicitement exprimées dans le code.

### Interprétation de la tache focale

La contribution majeure de cette thèse est une nouvelle interprétation de la tache focale basée sur la théorie du point-source homogénéisé (Chapitre 3). Nous avons démontré mathématiquement que le champ d'onde du renversement temporel (tache focale incluse) est une combinaison de deux champs d'onde générés par un point-source homogénéisé. Cette relation permet d'expliquer la totalité du champ d'onde, y compris la tache focale. Elle permet aussi de redéfinir la tache focale comme étant un objet à la fois spatial et temporel. Ce résultat est vrai, quelles que soient la dimension du problème, les propriétés du milieu ou encore la complexité de la source (à condition que celle-ci puisse être exprimée comme un ou plusieurs points-sources). Des tests numériques avec différents types de sources et différents milieux ont confirmé ce résultat. Cette relation est valable dans le cadre strict du renversement temporel au sens de celui proposé par Fink [1992, 1999], c'est-à-dire avec un miroir fermé.

## Étude de l'influence de la qualité du miroir et des hétérogénéités

Dans le but de comprendre ce que pourrait devenir la contribution précédente dans un cadre plus réaliste de localisation d'évènements sismiques, il est nécessaire de comprendre comment un miroir incomplet impacte le renversement temporel (Chapitre 4). Pour cela, des tests numériques ont mené afin de pour comprendre l'influence du nombre et de la répartition des récepteurs ainsi que des hétérogénéités du milieu sur la reconstruction du champ d'onde par renversement temporel. Les premiers résultats montrent que le nombre et la répartition des récepteurs impactent la reconstruction du champ d'onde, mais une tache focale apparaît au niveau de la source dans tous nos tests. De plus, c'est au niveau de la tache focale que la différence entre le champ reconstruit et le champ direct est la plus faible, même avec un miroir ouvert. Pour étudier l'impact des hétérogénéités, nous avons réalisé des tests synthétiques dans un modèle géologiquement réaliste (le champ de gaz de Groningen). Ces tests numériques ont permis de montrer que les hétérogénéités du milieu permettent, dans une certaine mesure, de compenser le manque de récepteurs.

## Perspectives

### Downscaling de la tache focale

Le temps  $t_0$  et la position  $\mathbf{x}_0$  d'une source peuvent être déduits de la tache focale en utilisant une des nombreuses métriques proposées dans la littérature [e.g., Koo et al., 2016, Rabinovich et al., 2018, Nakata et Beroza, 2016, Solano et al., 2017, Wang et Alkhalifah, 2017, Levi et al., 2015]. La détermination du tenseur des moments  $\mathbf{a}$ , elle, été étudiée [e.g., Finger et Saenger, 2021]. Dans le Chapitre 3 de ce travail de thèse, nous avons montré que la tache focale est une combinaison de deux champs d'onde générés par un point source homogénéisé, ce qui constitue un nouveau lien direct entre les paramètres de la source ( $\mathbf{x}_0, t_0, \mathbf{M}$ ) et la tache focale. Ainsi est-il envisageable de proposer un nouveau problème inverse pour déterminer ces paramètres. En s'inspirant d'Hedjazian et al. [2021], la tache focale serait la donnée observée, et les données synthétiques seraient calculées à partir des modèles de source possibles en deux étapes : 1) homogénéisation du point source, 2) simulation des premiers pas de temps du champ d'onde.

Évidemment, un tel problème direct n'a de sens que dans le cas d'une tache focale parfaite, ce qui est très délicat à obtenir en pratique en raison de l'incomplétude du miroir. Pour cette raison, de plus amples travaux sur la complétion du miroir [e.g., Barucq et al., 2012] demandent à être menés.

### Prise en compte des données de surface

Une suite naturelle à ce travail de thèse est de considérer l'ajout de données de surface. Pour cela, il est nécessaire de faire le lien entre le renversement temporel tel qu'il est défini par Fink [1999] (*time reversal*) et celui défini par McMechan [1982] et McMechan et al. [1985] (*reverse time*). Cette seconde méthode est basée sur le principe de rétromigration et s'applique en pratique à des données de surface. De la même manière que dans le renversement temporel de Fink, les données sont rétropropagées et les

ondes générées se concentrent à la position de la source en formant une tache focale. Établir un lien mathématique clair entre ces deux méthodes permettrait de comprendre comment bénéficier de ces données de surface dans les simulations de renversement temporel. Cela permettrait sans doute d'améliorer la tache focale dans des cas réels où la majorité des données sont en surface. D'ailleurs, une manière d'utiliser les données de surface serait peut-être de les employer à la complétion du miroir ?

### **Vers l'application à des cas réels**

Les deux perspectives précédentes sont les premières étapes pour pouvoir appliquer le renversement temporel à un cas réel. Mais il reste encore de nombreuses études de sensibilité à effectuer pour évaluer l'impact des incertitudes sur les données (bruits dans les données, modèle de vitesse...) sur la focalisation et la tache focale. De premiers tests sur l'impact des miroirs incomplets ont été effectués en 2D dans le Chapitre 4 dans un cas 2D simple et un autre géologiquement réaliste. Il faudrait poursuivre ces tests pour déterminer plus précisément l'impact sur la tache focale. Ensuite des tests semblables pourront être faits pour déterminer l'impact des incertitudes sur le modèle de vitesse. Pour cela, il faut faire la simulation directe dans le modèle de référence puis faire les simulations de renversement temporel dans des modèles différents comme l'on fait [Gajewski et Tessmer \[2005\]](#) ou encore [Bazargani et Snieder \[2016\]](#). Une fois ces impacts quantifiés en 2D, des expériences similaires (au moins pour le miroir incomplet) devraient être effectuées en 3D, car les données disponibles en 3D sont encore plus éparses.



## Annexe a

# Construction du modèle de vitesse du champ de gaz de Groningen

Le modèle de vitesse ( $V_p, V_s$  et  $\rho$ ) a été créé à partir deux modèles. Ces deux modèles sont proches et mettent en évidence la complexité de la géologie dans la région. Les données initiales ont été fournies par l'entreprise Magnitude.

## I Modèles de vitesses initiaux

### \* Le modèle "SEG-Y"

Ce modèle est décrit par des profils de vitesse verticaux régulièrement espacés dans le plan horizontal. Plus précisément, il y a un profil tous les 100 m dans les directions X et Y. L'échantillonnage vertical est de 8 m. Les profils ne décrivent que la vitesse des ondes P avec des valeurs comprises entre 2000 m/s dans la couche North Sea et 6000 m/s dans la couche de sel du Zechstein (Figure a.1). La vitesse des ondes S est calculée en utilisant les relations linéaires suivantes :

- entre la surface topographique et le haut du Chalk

$$V_s = 1.0618V_p - 1432.2 \quad (\text{a.1})$$

- entre le haut du Chalk et le bas du modèle

$$V_s = 0.6389V_p - 418.6. \quad (\text{a.2})$$

La principale limite de ce modèle est l'espacement latéral grossier des données, qui implique des incertitudes latérales significatives. De plus, ce modèle ne fournit pas de données pour la densité.

### † Le modèle "Horizons 3D"

Ce modèle est basé sur des horizons pointés sur des données sismiques (Figure a.2). Il y a 11 horizons discrétisés sur une grille de 25 x 25 m dans le plan (X,Y). La Figure a.2 montre un exemple d'horizon et met en évidence la forte topographie des horizons. Avec

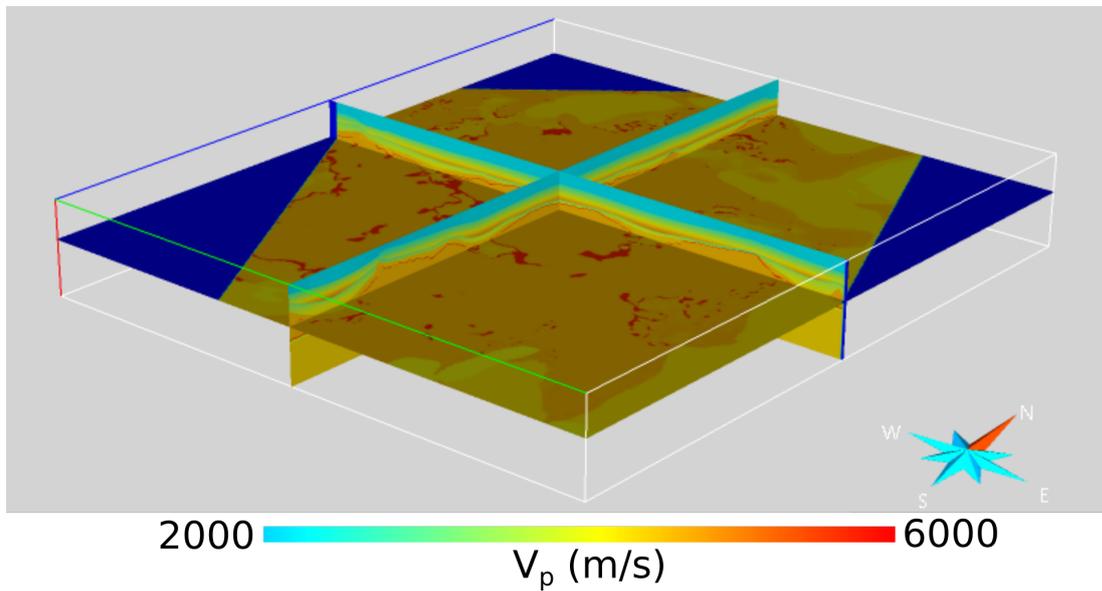


FIGURE A.1 – Vitesse des ondes P dans le modèle SEG-Y. L'extension du modèle est d'environ 38 km au maximum dans la direction X (W-E), de 44 km dans la direction Y (N-S) et de 4 km dans la direction verticale.

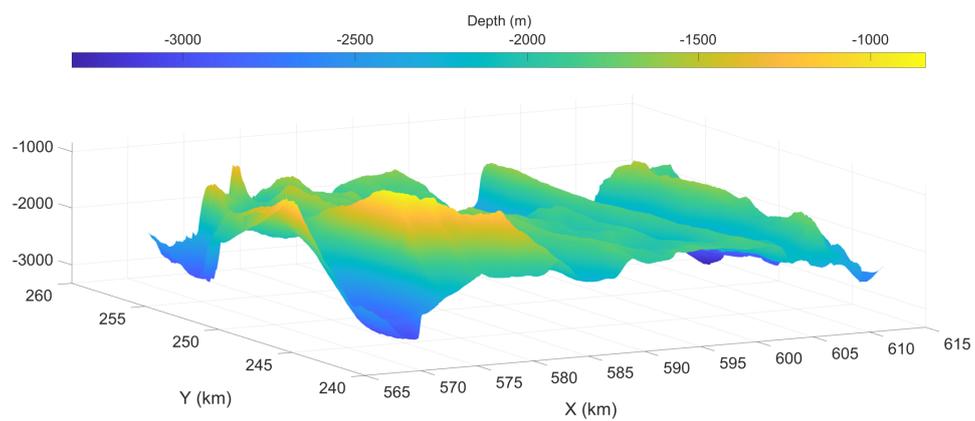


FIGURE A.2 – Exemple d'un horizon : le haut de la formation Zechstein.

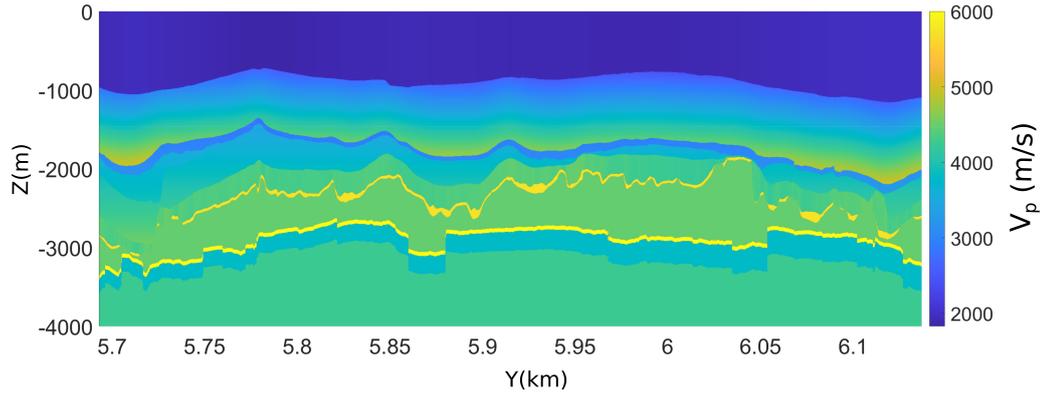


FIGURE A.3 – Vitesse des ondes P dans le modèle "Horizons 3D". La première couche (NS) présente un gradient uniquement latéral.

la surface libre considérée comme plane, les 11 horizons permettent de définir 12 couches. Une couche L donnée est définie par :

- deux horizons : le haut  $L_T$  et le bas  $L_B$
- une loi de vitesse pour  $V_p$  et une pour  $V_s$ . Il y a quatre types de lois :
  - une valeur constante :  $V_p = V_p^0$  et  $V_s = V_s^0$
  - un gradient vertical :  $V_p(z) = V_p^0 + zk_p$  et  $V_s(z) = V_s^0 + zk_s$
  - un gradient latéral :  $V_p(x, y) = V_p^0(x, y)$  et  $V_s(x, y) = V_s^0(x, y)$
  - un gradient latéral et vertical :  $V_p(x, y, z) = V_p^0(x, y) + zk_p$  et  $V_s(x, y, z) = V_s^0(x, y) + zk_s$

avec  $V_p^0$  et  $V_s^0$  les vitesses des ondes en haut de la couche,  $z$  la profondeur,  $k_p$  et  $k_s$  les gradients verticaux pour les vitesses P et S.

La Figure a.3 présente une section dans le modèle "Horizons 3D". Comme pour le modèle "SEG-Y", les valeurs sont comprises entre  $2000 \text{ m/s}$  et  $6000 \text{ m/s}$ . En revanche, la couche NS et la couche se sel du Zechstein présentent un gradient latéral uniquement, ce qui n'est pas géologiquement plausible. Quant à la géométrie des structures, elle est similaire à celle présente dans le modèle "SEG-Y", mais ce second modèle contient une couche extrêmement fine d'environ  $1 \text{ m}$  à environ  $2 \text{ km}$  de profondeur qui crée une forte variation de vitesse d'environ  $2000 \text{ m/s}$ .

En 2017, Romijn [2017] a proposé une version mise à jour de ce modèle de vitesse en se basant sur des logs. Pour chaque couche, une loi pour la vitesse des ondes P et la densité est utilisée, puis la vitesse des ondes S est déterminée en utilisant un rapport  $V_p/V_s$ . Ce modèle ne considère pas exactement les mêmes horizons que "Horizons 3D". Par exemple, les trois couches entre la couche CK et le haut du Zechstein sont considérées comme étant une seule couche. De plus, la couche supérieure (NS) est divisée en deux avec une interface aux alentours de  $400 \text{ m}$  ce qui corrige le gradient latéral des ondes P mais génère des incohérences dans la vitesse des ondes S. Pour se débarrasser des incohérences géologiques, nous avons choisi de construire notre propre modèle à partir de toutes ces données.

Couche	Vitesse onde P ( $m.s^{-1}$ )	Vitesse onde S ( $m.s^{-1}$ )	Densité
Top : Z=0m			
NS	$V^0(x, y) + 0.25 \times z$	$1.0618 \times V_p - 1432.2$	2.04
NS_B			
CK	$V^0(x, y) + 2.3 \times z$	$V^0(x, y) + 1.469 \times z$	$-0.01076/V_p + 3.305$
CK_B			
KN	$2125 + 0.5 \times z$	$939 + 0.319 \times z$	$-0.01/V_p + 3.3$
KN_B			
AT	$2222 + 0.355 \times z$	$1001 + 0.227 \times z$	$-0.01/V_p + 3.3$
AT_B			
unknown 1	$2470 + 0.6 \times z$	$1159.5 + 0.383 \times z$	$-0.01/V_p + 3.3$
RNR01_T			
RNR01	$2295 + 0.76 \times z$	$1047.7 + 0.486 \times z$	$-0.01/V_p + 3.3$
ZE_T			
ZE	4400	2496	2.09
ZEZ3A_T			
ZEZ3A + ZEZ3C	5729	3241	2.81
ZEZ3C_B			
ZEZ2H	4475	2496	2.09
ZEZ2A_T			
ZEZ2A	6000	3414.8	2.81
RO_T			
RO	3800	2009.2	2.46
DC_T			
DC	4250	2296.7	2.65

TABLE A.1 – Description des paramètres élastiques du modèle final de Groningen ( $V_p, V_s, \rho$ ). La vitesse  $V_p$  utilisée pour calculer la densité est en pied par mètre [Romijn, 2017].

## II Le modèle final

Ce modèle est une combinaison des modèles élastiques présentés dans les paragraphes précédents. Il est composé de 11 horizons qui proviennent du modèle "Horizons 3D", ce qui forme 12 couches. Dans la majorité des couches, nous utilisons les lois de vitesse de "Horizons 3D". Pour les couches NS et Ze en revanche, nous ajustons les lois pour supprimer les incohérences géologiques. Pour NS, nous utilisons la vitesse des ondes P proposée par Romijn [2017] et la vitesse du modèle "SEG-Y" pour les ondes S. Pour la couche Ze, le gradient latéral est remplacé par une valeur constante qui est cohérente avec le modèle de Romijn et l'étude de Tolsma [2014] sur la formation du Zechstein. Pour la densité, c'est le modèle de Romijn [2017] qui est utilisé pour toutes les couches. Le Tableau a.1 résumé des différentes lois utilisées pour le calcul des vitesses et de la densité.

La Figure a.4 montre une section dans le modèle final de Groningen. Évidemment, c'est un modèle parmi d'autres. Nous l'avons construit pour obtenir des variations de vitesse réalistes, mais il reste des incertitudes significatives (Figure 4.19) surtout dans la couche du Zechstein.

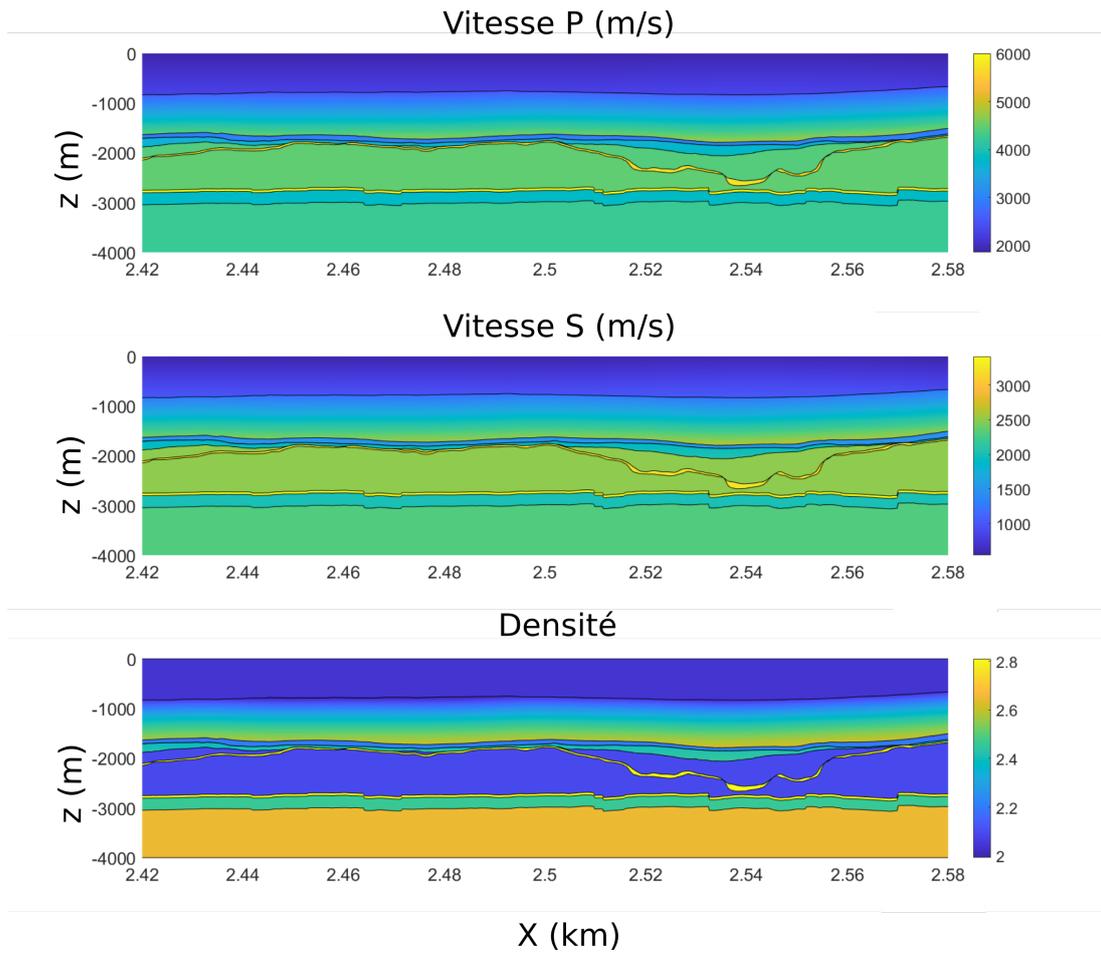


FIGURE A.4 – Section dans le modèle final de Groningen des paramètres élastiques.



# Liste des Figures

1	Schéma d'un séisme. Le champ d'onde (pointillé bleu) se propage dans toutes les directions depuis le foyer ou hypocentre. Les ondes sont enregistrées en surface par des récepteurs (triangles verts). . . . .	2
2	Illustration du déplacement généré par les deux types d'ondes de volume. En haut, les ondes P et en bas les ondes S. La flèche rouge indique le sens de déplacement des particules induites par le déplacement de l'onde. . . . .	3
3	Carte des Pays-Bas avec en rouge la position de la province de Groningen [van der Voort et Vanclay, 2015]. . . . .	5
4	Répartition des heures d'enseignement en fonction de la matière, du niveau des étudiants et de l'année universitaire. . . . .	7
1.1	Exemple d'une fonction de Ricker ou chapeau mexicain. L'ondelette de Ricker possède un temps caractéristique appelé "temps central" $\tau_b$ qui correspond au temps pour lequel la fonction est maximum. Le support temporel de l'ondelette est égal à $2\tau_b$ [Semblat et Pecker, 2009]. . . . .	11
1.2	Exemple de deux sismogrammes (composante verticale) obtenus pour un séisme de magnitude 8.2 ayant eu lieu le 29/07/2021 en Alaska à 35 km de profondeur ( <a href="https://ds.iris.edu/wilber3/">https://ds.iris.edu/wilber3/</a> ). Les deux stations choisies appartiennent au réseau Geoscope [Institut de physique du globe de Paris (IPGP) et École et Observatoire des Sciences de la Terre de Strasbourg (EOST), 1982] et sont positionnées à Hawaï pour KIP et en Australie pour CAN. . . . .	12
1.3	Exemple d'un sismogramme (composante verticale) obtenu pour un séisme de magnitude 3.1 ayant eu lieu le 01/07/2022 à Hawaï à 33 km de profondeur ( <a href="https://ds.iris.edu/wilber3/">https://ds.iris.edu/wilber3/</a> ). La station utilisée, déjà considérée à la Figure 1.2, est KIP. . . . .	13
1.4	Carte représentant la densité de stations pour le réseau GSN (Global seismic network) proposée par IRIS ( <a href="https://www.iris.edu/hq/programs/gsn/maps">https://www.iris.edu/hq/programs/gsn/maps</a> ). . . . .	
1.5	Évolution des méthodes de localisation des séismes avec le temps en distinguant deux grandes familles : les méthodes basées temps d'arrivées et les méthodes basées formes d'ondes [Li et al., 2020a]. . . . .	14

1.6	Illustration de la méthode graphique de localisation avec trois stations sismiques (triangles). Pour chaque station, le cercle correspond à la solution de Eq.1.6 avec les valeurs de temps lues sur les sismogrammes. L'étoile rouge correspond à l'intersection des trois cercles et, donc, à la position de l'épicentre. . . . .	15
1.7	Résultats obtenus par Schuster et al. [2004] pour la localisation d'un point diffractant dans un cas synthétique. La fréquence est de $30\text{ Hz}$ pour une source positionnée à $1050\text{ m}$ de profondeur. a) présente le résultat obtenu avec la diffraction. b) présente le résultat obtenu avec la corrélation. . . . .	20
1.8	Exemple de carte des amplitudes sommées obtenue par <i>back-projection</i> pour une source ponctuelle synthétique (étoile blanche) [Kiser et al., 2011]. Ici, la méthode a été appliquée uniquement avec les ondes P enregistrées sur 776 récepteurs. La ligne rouge représente 75% des amplitudes sommées et c'est à partir de celle-ci qu'il est possible de déterminer la zone de glissement [Kiser et al., 2011]. . . . .	22
2.1	Schématisation du renversement temporel modifiée à partir de Fink [1992]. La première étape correspond à la propagation d'onde depuis une source (réelle ou synthétique, ultrasonore ou sismique, etc.). Les ondes générées par la source sont enregistrées par des récepteurs qui forment une surface fermée. La seconde étape consiste à rétropropager les signaux depuis les récepteurs qui agissent comme des sources. Préalablement, les signaux enregistrés sont renversés temporellement. . . . .	27
2.2	Configuration du théorème de représentation. L'étoile représente un point-source. $\mathbf{n}$ correspond au vecteur normal à la surface fermée $S$ . Le théorème permet le calcul du déplacement en chaque point du sous-volume $V$ appartenant au domaine $\Omega$ . . . . .	28
2.3	a) Exemple de 5 GLL sur le segment $[-1, 1]$ . Ces points permettent de définir 5 polynômes de Lagrange de degré 4. En dimension 1, ces polynômes sont tensorisés pour former les fonctions de bases de la méthode des éléments spectraux. Ainsi l'élément de référence en 2D est un carré (b) et en 3D un cube (c). . . . .	32
2.4	Mise en œuvre des expériences numériques menées dans cette thèse. Les encadrés bleus représentent les codes ou logiciels utilisés à chaque étape. Les encadrés blancs représentent les fichiers d'entrées ou de sortie de chaque logiciel. . . . .	34

- 2.5 Configuration de notre première expérience numérique. Le milieu est homogène, isotrope, avec  $V_p = 3200 \text{ m/s}$ ,  $V_s = 2000 \text{ m/s}$ ,  $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ . La source est représentée par l'étoile orange. Elle est le centre d'un cercle de récepteurs (en vert) sur lequel le signal est enregistré pendant la simulation directe. Le milieu est entouré de bords absorbants de manière à ce qu'aucune énergie ne soit réfléchié à l'intérieur du domaine. Les points bleus indiquent les positions des récepteurs sur lesquels les champs d'onde direct et rétropropagé seront enregistrés pour effectuer des comparaisons. . . . . 36
- 2.6 Images de la composante  $x$  du déplacement  $\mathbf{u}$  normalisé. La colonne de gauche correspond au déplacement obtenu avec la simulation directe et la colonne de droite à celui obtenu avec le renversement temporel sans le terme siphon. Le cercle orange représente le miroir. . . . . 38
- 2.7 Comparaison des déplacements obtenus dans la simulation directe et dans le renversement temporel aux trois récepteurs indiqués sur la Figure 2.5. La colonne de gauche correspond à la composante  $x$  du déplacement et la colonne de droite à la composante  $z$ . Le déplacement de référence (i.e. la simulation directe) est représenté en noir et le déplacement du renversement temporel est représenté en pointillés orange. . . . . 39
- 2.8 Images de la composante  $x$  du déplacement normalisé. La première colonne correspond au déplacement  $\mathbf{u}^{tr}$  obtenu avec les monopôles et les dipôles simultanément . La deuxième colonne correspond au déplacement  $\mathbf{u}^{tr,m}$  obtenu avec uniquement les monopôles. La troisième colonne correspond au déplacement  $\mathbf{u}^{tr,d}$  obtenu avec uniquement les dipôles. Le cercle orange correspond au miroir. . . . . 40
- 2.9 Comparaison du déplacement  $\mathbf{u}$  obtenu dans la simulation directe et les déplacements  $\mathbf{u}^{tr}$ ,  $\mathbf{u}^{tr,d}$  et  $\mathbf{u}^{tr,m}$  obtenus par renversement temporel avec dipôles et monopôles simultanément, dipôles seuls et monopôles seuls, respectivement. Les trois récepteurs considérés sont ceux indiqués dans la Figure 2.5. . . . . 42
- 2.10 Comparaison de la composante  $x$  du déplacement le long d'une ligne de récepteurs positionnés à la profondeur de la source. La courbe noire représente le déplacement de la simulation directe  $u_x$  et la courbe bleue, celui du renversement temporel  $u_x^{tr}$ . Les quatre pas de temps ont été choisis pour illustrer plusieurs moments caractéristiques du renversement temporel. Ces moments sont définis par rapport à la durée  $T$  de la simulation directe et au "temps central" de la source  $\tau_b$  (Figure 1.1). . . . . 44

2.11	Configuration 1D utilisée pour déterminer une expression analytique du déplacement du renversement temporel. Le milieu est homogène et infini. La source est positionnée en $x = 0$ et les récepteurs sont de part et d'autre, en $\pm x_r$ . Les paramètres comme la normale $n_r$ et $\alpha$ le poids de la quadrature sont considérés comme unitaires. . . . .	45
3.1	Spectre d'amplitude du filtre passe-bas $\mathcal{F}^{\lambda_0}$ représenté en fonction de la norme du vecteur d'onde $\ \mathbf{k}\ $ . Au-delà du nombre d'onde $k_0 = \frac{1}{\lambda_0}$ , le spectre vaut 0, c'est-à-dire que le filtre supprime toutes les échelles plus petites que $\lambda_0$ . . . . .	54
3.2	Coupe dans le modèle stratigraphique 3D de Groningen [e.g., <a href="#">Spetzler et Dost, 2017</a> , <a href="#">van Dalfsen et al., 2006</a> ]. La lithologie est décrite dans le Tableau 3.1. . . . .	55
3.3	Section dans le modèle final de Groningen des paramètres élastiques décrit dans l'annexe a. . . . .	56
3.4	Coupe dans le tenseur élastique effectif 3D de Groningen. La première ligne représente la première composante du tenseur élastique effectif pour $\varepsilon_0 = 0,5$ et la deuxième ligne pour $\varepsilon_0 = 1$ . . . . .	58
3.5	Exemple de l'homogénéisation d'un point source à $x = 3500 m$ dans un milieu homogène en 2D. Le tenseur des moments correspond au tenseur identité. Deux valeurs différentes de $\varepsilon_0$ sont présentées : 1 (à gauche) et 0,5 (à droite). La première ligne montre le coefficient $\tau_0$ et la seconde montre le correcteur $\theta$ le long de l'axe X. . . . .	61
3.6	Comparaison du déplacement généré par un point-source homogénéisé avec un déplacement de référence. La simulation est effectuée dans le modèle présenté dans le chapitre précédent (Figure 2.5). La source est une explosion positionnée à $x = 3500 m$ avec une ondelette de Ricker ayant pour fréquence maximum $10 Hz$ . Ici encore, deux valeurs de $\varepsilon_0$ sont testées. Le déplacement est représenté le long de l'axe $x$ à deux temps différents : $t_1$ lors de l'explosion de la source et $t_2$ lorsque celle-ci a fini d'émettre. La courbe noire représente le déplacement de référence, la courbe tireté le déplacement d'ordre zéro avec la contribution du correcteur, et la courbe en pointillés bleue le déplacement d'ordre zéro seul. . . . .	62
3.7	Comparaison du déplacement du renversement temporel $\mathbf{u}^{tr}$ avec la différence entre les deux déplacements d'ordre zéro $\mathbf{u}_0$ et $\mathbf{u}_0^s$ . Les courbes (colonne gauche) et les images du champ d'onde du renversement temporel (colonne droite) représentent la composante $x$ du déplacement à trois temps $t$ différents durant le renversement temporel. $T$ est la durée totale de la simulation directe et $\tau_b$ est le "temps central" de la source. . . . .	65

- 3.8 Comparaison de la composante  $x$  du déplacement du renversement temporel  $\mathbf{u}^{tr}$  avec le déplacement de la simulation directe  $\mathbf{u}$  et avec le résultat de l'homogénéisation du point-source  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{u}_0^s$ . Les deux premières colonnes montrent les champs d'ondes de la simulation directe et du renversement temporel à quatre pas de temps différents. Les points oranges représentent les sources et les points verts les récepteurs. La colonne centrale présente les déplacements du renversement temporel et de la simulation directe le long de la ligne de récepteurs positionnés à la profondeur de la source. La colonne de droite montre les deux déplacements d'ordre zéro  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{u}_0^s$ , et compare leur différence  $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, T - t) - \mathbf{u}_0^s(\mathbf{x}, t)$  avec le déplacement du renversement temporel, ce qui correspond à (3.30) 67
- 3.9 Comparaison du déplacement du renversement temporel avec les déplacements d'ordre zéro dans le cas d'une source étendue. Les deux premières colonnes montrent les champs d'onde de la simulation directe et du renversement temporel pour une source étendue composée de quatre points-sources. Les trois pas de temps présentés appartiennent à la focalisation. La troisième colonne compare les composantes  $x$  du déplacement du renversement temporel avec les déplacements d'ordre zéro  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{u}_0^s$  obtenus par homogénéisation des quatre points-sources. . . . . 69
- 3.10 Zoom sur le graphique central de la Figure 3.9. Comparaison du déplacement du renversement temporel avec les déplacements d'ordre zéro dans le cas d'une source étendue pour un temps  $T - \tau_3 < t < T - \tau_2$ . Les trois moments caractéristiques du renversement temporel sont observés à un temps  $t$  : à gauche, on est avant la focalisation ( les ondes convergent), au centre c'est la focalisation et à droite, on est après la focalisation (les ondes divergent). . . . . 70
- 3.11 Comparaison de la composante  $x$  de déplacement du renversement temporel  $\mathbf{u}^{tr}$  avec les résultats de l'homogénéisation de point-source  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{u}_0^s$ . La colonne de gauche montre le champ d'onde du renversement temporel à deux temps différents de la focalisation. Les points orange représentent les sources et les verts la ligne de récepteurs utilisés pour la comparaison des déplacements présentée dans la colonne de droite. Cette colonne de droite montre les déplacements à l'ordre zéro  $\mathbf{u}_0$  et  $\mathbf{u}_0^s$  et compare le déplacement du renversement temporel avec la différence  $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, T - t) - \mathbf{u}_0^s(\mathbf{x}, t)$ . . . 71
- 4.1 Les différentes catégories de miroir : a) ce schéma présente un miroir complet avec des récepteurs régulièrement répartis et proches les uns des autres. b) C'est un miroir qui forme une surface fermée, mais qui est sous-échantillonné. c) C'est un miroir ouvert. Ces deux derniers sont ce que l'on peut appeler des miroirs incomplets. . . . 77

- 4.2 Schéma des trois miroirs qui sont utilisés pour étudier l'influence de l'échantillonnage du miroir. a) un cercle de rayon  $1000\text{ m}$ , b) une première ellipse de rayon maximal  $1000\text{ m}$  et de rayon minimal  $800\text{ m}$ , c) une deuxième ellipse de rayon maximal  $1000\text{ m}$  et de rayon minimal  $300\text{ m}$ . Les cercles verts indiquent les stations sur lesquelles les champs d'ondes vont être enregistrés pour être comparés. Dans les tests numériques suivants, en plus de la géométrie du miroir, ce sont le nombre de récepteurs formant le miroir ainsi que leur répartition qui vont varier. . . . . 78
- 4.3 Comparaison des déplacements obtenus pour un miroir circulaire échantillonné tous les degrés (courbe bleue) et tous les 15 degrés (courbe orange) avec le déplacement du champ direct (courbe noire). La première ligne montre la composante  $x$  du déplacement aux trois stations réparties le long de l'axe  $x$  et la deuxième ligne montre la composante  $z$  aux trois stations réparties le long de l'axe  $z$  (Figure 4.2 a)). Dans cette expérience, les deux lignes sont indiquées, car le milieu est homogène et les récepteurs sont positionnés à la même distance de la source horizontalement et verticalement. 79
- 4.4 Comparaison de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{u}^{tr}$  via l'erreur (4.1) dans le cas d'un miroir circulaire de  $1000\text{ m}$  de rayon échantillonné par un récepteur tous les degrés (en bleu) et par un récepteur tous les 15 degrés (en orange). La sous-figure A montre l'erreur calculée le long d'une ligne horizontale de stations espacées de  $10\text{ m}$  et la sous-figure B le long d'une ligne verticale de stations avec le même espacement. Le résultat est le même que l'on regarde le déplacement sur l'axe vertical et l'axe horizontal ce qui correspond aux sismogrammes de la Figure 4.3. La flèche violette indique la tache focale de référence obtenue avec le miroir circulaire échantillonné finement. Elle est définie comme la distance à partir de laquelle l'erreur augmente, car cela signifie que  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)$ . . . . . 80
- 4.5 Schéma de la convergence du front d'onde. Le premier cercle orange présente le miroir circulaire grossièrement échantillonné avec les points orange qui sont les récepteurs. Les cercles noirs montrent l'évolution du front d'onde du renversement temporel à différents temps avec sur les points bleus qui montrent la projection des récepteurs du miroir. La source est représentée par une étoile rouge. 81

- 4.6 Comparaison des déplacements obtenus pour quatre échantillonnages différents de l'ellipse peu aplatie avec le déplacement du champ direct. La première ligne montre la composante  $x$  du déplacement aux trois stations réparties le long de l'axe  $x$  et la deuxième ligne montre la composante  $z$  aux trois stations réparties le long de l'axe  $z$  (Figure 4.2 b)). La courbe noire est la référence (i.e. le champ direct) ; la bleue représente les résultats de l'échantillonnage tous les degrés ; la orange les résultats de l'échantillonnage tous les 15 degrés ; la courbe verte les résultats pour 24 récepteurs régulièrement répartis ; la courbe rouge les résultats pour 360 récepteurs régulièrement répartis. . . . . 83
- 4.7 Comparaison de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{u}^{tr}$  via l'erreur (4.1) dans le cas d'une ellipse peu aplatie (Figure 4.2 b)) de 1000  $m$  de rayon maximal et 800  $m$  de rayon minimal pour quatre échantillonnages différents : 360 récepteurs tous les degrés (en bleu) ; 24 récepteurs tous les 15 degrés (en orange) ; 360 récepteurs régulièrement répartis (en rouge) ; 24 récepteurs régulièrement répartis (en vert). La sous-figure A montre l'erreur calculée le long d'une ligne horizontale de stations espacées de 10  $m$  et la sous-figure B le long d'une ligne verticale de stations avec le même espacement. Contrairement au cas du miroir circulaire, le résultat est différent selon l'axe que l'on considère ce qui confirme les observations faites sur les sismogrammes (Figure 4.6). La flèche violette indique la tache focale de référence obtenue avec le miroir circulaire échantillonné finement. Elle est définie comme la distance à partir de laquelle l'erreur augmente, car cela signifie que  $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)$ . . . . . 85
- 4.8 Comparaison des déplacements obtenus pour quatre échantillonnages différents de l'ellipse peu aplatie avec le déplacement du champ direct. La première ligne montre la composante  $x$  du déplacement aux trois stations réparties le long de l'axe  $x$  et la deuxième ligne montre la composante  $z$  aux trois stations réparties le long de l'axe  $z$  (Figure 4.2 c)). La courbe noire est la référence (i.e. le champ direct) ; la bleue représente les résultats de l'échantillonnage tous les degrés ; la orange les résultats de l'échantillonnage tous les 15 degrés ; la courbe verte les résultats pour 24 récepteurs régulièrement répartis ; la courbe rouge les résultats pour 360 récepteurs régulièrement répartis. . . . . 86

4.9	Comparaison de $\mathbf{u}$ et $\mathbf{u}^{tr}$ via l'erreur (4.1) dans le cas d'une ellipse très aplatie (Figure 4.2 c)) de 1000 m de rayon maximal et 300 m de rayon minimal pour quatre échantillonnages différents : 360 récepteurs tous les degrés (en bleu) ; 24 récepteurs tous les 15 degrés (en orange) ; 360 récepteurs régulièrement répartis (en rouge) ; 24 récepteurs régulièrement répartis (en vert). La sous-figure A montre l'erreur calculée le long d'une ligne horizontale de stations espacées de 10 m et la sous-figure B le long d'une ligne verticale de stations avec le même espacement. La flèche violette indique la tache focale de référence obtenue avec le miroir circulaire échantillonné finement. Elle est définie comme la distance à partir de laquelle l'erreur augmente, car cela signifie que $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)$ . . . . .	88
4.10	Schéma du miroir ouvert considéré dans la Section 4.2.2. Celui-ci est composé de deux lignes de récepteurs semblables à des puits comprenant chacun 304 récepteurs répartis régulièrement. Les points verts représentent les stations sur lesquelles le déplacement du renversement temporel est enregistré pour le comparer ensuite au déplacement de la simulation direct. . . . .	89
4.11	Comparaison des déplacements obtenus avec le miroir incomplet et le champ direct. La première ligne montre la composante x du déplacement le long de trois récepteurs horizontaux et la deuxième ligne la composante z du déplacement le long de trois récepteurs verticaux (Figure 4.10). La courbe noire représente le champ direct et la bleue le champ renversé temporellement. . . . .	90
4.12	Norme L2 calculée entre le champ du renversement temporel et le champ direct dans le cas des deux lignes verticales de récepteurs. Les courbes orange présentent les résultats pour le miroir avec 304 récepteurs. La sous-figure A montre la norme L2 calculée sur une ligne de récepteurs horizontaux espacés de 10 m et la sous-figure B sur une ligne verticale de récepteurs avec le même espacement. La flèche violette indique la tache focale de référence obtenue avec le miroir circulaire échantillonné finement. Elle est définie comme la distance à partir de laquelle l'erreur augmente, car cela signifie que $\mathbf{u}^{tr}(\mathbf{x}_r, t) \neq \mathbf{u}(\mathbf{x}_r, t)$ . . . . .	91
4.13	a) Carte des épicentres des événements sismiques dans la province de Groningen enregistrés entre 1990 et 2013 [van der Voort et Vancley, 2015]. Ces épicentres ont été déterminés avec les six stations indiquées. b) Comparaison de la production de gaz par an avec le nombre de séismes par an dans la région [Hettema et al., 2017]. . . . .	93
4.14	Géométrie des deux miroirs. Sur la première ligne, le miroir complet est composé de 1129 récepteurs espacés de 20 m. Sur la deuxième ligne, le miroir ouvert est composé de deux puits verticaux de 189 récepteurs espacés de 20 m. Les étoiles blanches représentent les six sources qui vont être testées. . . . .	94

4.15	Comparaison de la composante $x$ du déplacement à un temps de $2 s$ le long d'une ligne de stations positionnée à la profondeur de la source. La colonne de gauche représente les sources 1 à 3 et celle de droite les sources 4 à 6. La courbe noire représente le déplacement direct, la courbe tireté rouge le déplacement du renversement temporel obtenu avec le miroir complet $\mathbf{u}_{complete}^{tr}$ et celle en pointillée bleu le déplacement obtenu avec le miroir incomplet $\mathbf{u}_{open}^{tr}$ . Les lignes rouges représentent le miroir. . . . .	95
4.16	Comparaison de la composante $x$ du déplacement à un temps $3 s$ (i.e. lors de la focalisation) le long d'une ligne de stations positionnées à la profondeur de la source. La colonne de droite représente la composante $x$ du déplacement enregistré le long de la ligne de récepteurs. La courbe noire représente le déplacement direct, la courbe tireté rouge le déplacement du renversement temporel obtenu avec le miroir complet $\mathbf{u}_{complete}^{tr}$ et celle en pointillée bleu le déplacement obtenu avec le miroir incomplet $\mathbf{u}_{open}^{tr}$ . La colonne de gauche montre une image de ce dernier du déplacement, la flèche jaune indiquant la tache focale. . . . .	97
4.17	Moyenne de l'erreur $\delta_r$ le long d'une ligne de stations à la profondeur de chaque source. . . . .	98
4.18	Image de champ d'onde de la simulation directe pour la source $S_5$ . Les carrés blancs indiquent l'onde guidée qui est à l'origine de la bonne reconstruction observée pour cette source. . . . .	98
4.19	Profil de la vitesse des ondes P avant (courbe verte) et après (courbe bleue) la mise à jour de Romijn [2017]. Les incertitudes les plus grandes se situent au niveau de la formation du Zechstein, entre $2000 m$ et $3000 m$ de profondeur. . . . .	100
a.1	Vitesse des ondes P dans le modèle SEG-Y. L'extension du modèle est d'environ $38 km$ au maximum dans la direction X (W-E), de $44 km$ dans la direction Y (N-S) et de $4 km$ dans la direction verticale.	108
a.2	Exemple d'un horizon : le haut de la formation Zechstein. . . . .	108
a.3	Vitesse des ondes P dans le modèle "Horizons 3D". La première couche (NS) présente un gradient uniquement latéral. . . . .	109
a.4	Section dans le modèle final de Groningen des paramètres élastiques.	111



# Liste des Tables

1	Projets de recherche supervisés durant les trois années de thèse. . . . .	7
2.1	Résumé des paramètres de la première expérience numérique. . . . .	36
3.1	Lithologie du modèle de Groningen [e.g., <a href="#">Spetzler et Dost, 2017</a> , <a href="#">van Dalfsen et al., 2006</a> ]. . . . .	55
3.2	Valeurs des paramètres d'entrée et de sortie pour l'homogénéisation de Groningen. Deux cas sont calculés ici : le premier avec $\varepsilon_0 = 0,5$ et le deuxième avec $\varepsilon_0 = 1$ . Les temps de calcul correspondent à des calculs effectués sur 12 Intel Xeon X5680 processeurs (6 cores, 3.33 GHz, 96GB RAM, 12MB Cache). . . . .	57
3.3	Comparaison de différents paramètres d'un maillage cartésien pour les différents modèles de Groningen : le modèle initial et les deux modèles homogénéisés. . . . .	58
a.1	Description des paramètres élastiques du modèle final de Gronin- gen ( $V_p, V_s, \rho$ ). La vitesse $V_p$ utilisée pour calculer la densité est en pied par mètre [ <a href="#">Romijn, 2017</a> ]. . . . .	110



# Bibliographie

- K. Aki et P. G. Richards. *Quantitative seismology*. University Science Books, 2nd edition, 2002. ISBN 0-935702-96-2. (Cité p. 10, 15, 27, 66)
- J. Akram, O. O. Ovcharenko, et D. B. Peter. A robust neural network based approach for microseismic event detection. *SEG Tech. Progr. Expand. Abstr.*, p. 2929–2933, 2017. ISSN 19494645. doi: 10.1190/segam2017-17761195.1. (Cité p. 23)
- Z. Alterman et F. C. Karal. Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58(1) : 367–398, 1968. ISSN 0037-1106. doi: 10.1785/BSSA0580010367. (Cité p. 30)
- B. E. Anderson, J. Douma, T. Ulrich, et R. Snieder. Improving spatio-temporal focusing and source reconstruction through deconvolution. *Wave Motion*, 52 : 151–159, 2015. ISSN 01652125. doi: 10.1016/j.wavemoti.2014.10.001. (Cité p. 72)
- G. E. Backus. Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering. *J. Geophys. Res.*, 67(11) : 4427–4440, 1962. ISSN 01480227. doi: 10.1029/JZ067i011p04427. (Cité p. 53)
- T. Bai, T. Zhu, et I. Tsvankin. Attenuation compensation for time-reversal imaging in VTI media. *Geophysics*, 84(4) : C205–C216, 2019. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/geo2018-0532.1. (Cité p. 73)
- H. Barucq, C. Bekkey, et R. Djellouli. Full aperture reconstruction of the acoustic far-field pattern from few measurements. *Commun. Comput. Phys.*, 11(2) : 647–659, 2012. ISSN 18152406. doi: 10.4208/cicp.281209.150610s. (Cité p. 104)
- F. Bazargani et R. Snieder. Optimal source imaging in elastic media. *Geophys. J. Int.*, 204(2) : 1134–1147, 2016. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggv494. (Cité p. 72, 76, 100, 105)
- S. Beller, V. Monteiller, L. Combe, S. Operto, et G. Nolet. On the sensitivity of teleseismic full-waveform inversion to earth parametrization, initial model and acquisition design. *Geophys. J. Int.*, 212(2) : 1344–1368, 2018. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggx480. (Cité p. 18)
- A. Bensoussan, J.-L. Lions, et G. Papanicolau. *Asymptotic analysis for periodic structures*. Elsevier, 1978. (Cité p. 53)
- H. M. Benz, N. D. McMahon, R. C. Aster, D. E. McNamara, et D. B. Harris. Hundreds of Earthquakes per Day : The 2014 Guthrie, Oklahoma, Earthquake Sequence. *Seismol.*

- Res. Lett.*, 86(5) : 1318–1325, 2015. ISSN 0895-0695. doi: 10.1785/0220150019. (Cité p. 24)
- D. M. Boore. Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials. *Methods in computational physics*, 11 : 1–37, 1972. (Cité p. 30)
- L. Borcea, G. Papanicolaou, et C. Tsogka. Theory and applications of time reversal and interferometric imaging. *Inverse Probl.*, 19(6) : S139–S164, 2003. ISSN 0266-5611. doi: 10.1088/0266-5611/19/6/058. (Cité p. 43)
- H. Brezis et F. Browder. A property of sobolev spaces. *Commun. Partial Differ. Equations*, 4(9) : 1077–1083, 1979. ISSN 0360-5302. doi: 10.1080/03605307908820120. (Cité p. 30)
- R. Brossier, S. Operto, et J. Virieux. Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion. *Geophysics*, 74(6) : WCC105–WCC118, 2009. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/1.3215771. (Cité p. 18)
- R. Brossier, S. Operto, et J. Virieux. Velocity model building from seismic reflection data by full-waveform inversion. *Geophys. Prospect.*, 63(2) : 354–367, 2015. ISSN 00168025. doi: 10.1111/1365-2478.12190. (Cité p. 18)
- J. R. Brown, G. C. Beroza, et D. R. Shelly. An autocorrelation method to detect low frequency earthquakes within tremor. *Geophys. Res. Lett.*, 35(16) : 1–5, 2008. ISSN 00948276. doi: 10.1029/2008GL034560. (Cité p. 23)
- Y. Capdeville. Homogenization of seismic point and extended sources. *Geophys. J. Int.*, 226(2) : 1390–1416, 2021. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggab178. (Cité p. 43, 49, 53, 59, 60, 63, 72)
- Y. Capdeville et J. J. Marigo. Shallow layer correction for Spectral Element like methods. *Geophys. J. Int.*, 172(3) : 1135–1150, 2008. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2007.03703.x. (Cité p. 53)
- Y. Capdeville, L. Guillot, et J. J. Marigo. 2-D non-periodic homogenization to upscale elastic media for P-SV waves. *Geophys. J. Int.*, 182(2) : 903–922, 2010. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2010.04636.x. (Cité p. 53, 55, 72)
- Y. Capdeville, M. Zhao, et P. Cupillard. Fast Fourier homogenization for elastic wave propagation in complex media. *Wave Motion*, 54 : 170–186, 2015. ISSN 01652125. doi: 10.1016/j.wavemoti.2014.12.006. (Cité p. 53, 55, 59)
- J. M. Carcione, S. Picotti, et J. E. Santos. Numerical experiments of fracture-induced velocity and attenuation anisotropy. *Geophys. J. Int.*, 191(3) : 1179–1191, 2012. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2012.05697.x. (Cité p. 53)
- D. Cassereau et M. Fink. Time-Reversal of Ultrasonic Fields—Part III : Theory of the Closed Time-Reversal Cavity. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 39(5) : 579–592, 1992. ISSN 08853010. doi: 10.1109/58.156176. (Cité p. 43, 76)

- Y. Choi, D.-J. Min, et C. Shin. Frequency-Domain Elastic Full Waveform Inversion Using the New Pseudo-Hessian Matrix : Experience of Elastic Marmousi-2 Synthetic Data. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 98(5) : 2402–2415, 2008. ISSN 0037-1106. doi: 10.1785/0120070179. (Cité p. 18)
- M. Corciulo, P. Roux, M. Campillo, D. Dubucq, et W. A. Kuperman. Multiscale matched-field processing for noise-source localization in exploration geophysics. *Geophysics*, 77(5) : KS33–KS41, 2012. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/geo2011-0438.1. (Cité p. 21)
- E. Cros, P. Roux, J. Vandemeulebrouck, et S. Kedar. Locating hydrothermal acoustic sources at Old Faithful Geyser using Matched Field Processing. *Geophys. J. Int.*, 187(1) : 385–393, 2011. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2011.05147.x. (Cité p. 21)
- P. Cupillard et Y. Capdeville. Non-periodic homogenization of 3-D elastic media for the seismic wave equation. *Geophys. J. Int.*, 213(2) : 983–1001, 2018. ISSN 1365246X. doi: 10.1093/gji/ggy032. (Cité p. 53, 55)
- P. Cupillard, W. Mulder, P. Anquez, A. Mazuyer, et J. Barthélémy. The Apparent Anisotropy of the SEG-EAGE Overthrust Model. In *EAGE 2020 Annu. Conf. Exhib. Online*, number December 2020, p. 1–5, 2020. doi: 10.3997/2214-4609.202011955. (Cité p. 55, 57, 59)
- A. T. de Hoop. *Representation Theorems for the Displacements in an Elastic Solid and Their Application To Elastodynamic Diffraction Theory*. PhD thesis, 1958. (Cité p. 27)
- J. de Rosny et M. Fink. Overcoming the Diffraction Limit in Wave Physics Using a Time-Reversal Mirror and a Novel Acoustic Sink. *Phys. Rev. Lett.*, 89(12) : 124301, 2002. ISSN 0031-9007. doi: 10.1103/PhysRevLett.89.124301. (Cité p. 43)
- C. Debever et W. A. Kuperman. Robust matched-field processing using a coherent broadband white noise constraint processor. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(4) : 1979–1986, 2007. ISSN 0001-4966. doi: 10.1121/1.2769830. (Cité p. 21)
- G. Dhatt, G. Touzot, et G. Cantin. The finite element method displayed, 1984. (Cité p. 30)
- D. G. Dolomieu. *Mémoire sur les tremblemens de terre de la Calabre pendant l'année 1783*. 1784. (Cité p. 1)
- J. Douma et R. Snieder. Focusing of elastic waves for microseismic imaging. *Geophys. J. Int.*, 200(1) : 390–401, 2014. ISSN 1365-246X. doi: 10.1093/gji/ggu398. (Cité p. 72)
- C. Draeger et M. Fink. One-Channel Time Reversal of Elastic Waves in a Chaotic 2D-Silicon Cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 79 : 407–410, 1997. ISSN 0031-9007. doi: 10.1103/PhysRevLett.79.407. (Cité p. 26)
- L. A. Drake. Love and rayleigh waves in nonhorizontally layered media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 62(5) : 1241–1258, 1972. (Cité p. 30)

- E. Faccioli, F. Maggio, A. Quarteroni, et A. Taghan. Spectral-domain decomposition methods for the solution of acoustic and elastic wave equations. *Geophysics*, 61(4) : 1160–1174, 1996. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/1.1444036. (Cité p. 30)
- J. Farrell, R. B. Smith, S. Husen, et T. Diehl. Tomography from 26 years of seismicity revealing that the spatial extent of the Yellowstone crustal magma reservoir extends well beyond the Yellowstone caldera. *Geophys. Res. Lett.*, 41(9) : 3068–3073, 2014. ISSN 00948276. doi: 10.1002/2014GL059588. (Cité p. 2)
- A. Fichtner et H. Igel. Efficient numerical surface wave propagation through the optimization of discrete crustal models—a technique based on non-linear dispersion curve matching (DCM). *Geophys. J. Int.*, 173(2) : 519–533, 2008. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2008.03746.x. (Cité p. 53)
- A. Fichtner et J. Trampert. Resolution analysis in full waveform inversion. *Geophys. J. Int.*, 187(3) : 1604–1624, 2011. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2011.05218.x. (Cité p. 18)
- A. Fichtner, H.-P. Bunge, et H. Igel. The adjoint method in seismology : I- Theory. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 157(1-2) : 105–123, 2006a. ISSN 00319201. doi: 10.1016/j.pepi.2006.03.018. (Cité p. 19)
- A. Fichtner, H.-P. Bunge, et H. Igel. The adjoint method in seismology :II- Applications traveltimes and sensitivity fonctionnal. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 157(1-2) : 86–104, 2006b. ISSN 00319201. doi: 10.1016/j.pepi.2006.03.016. (Cité p. 19)
- A. Fichtner, B. L. N. Kennett, H. Igel, et H.-P. Bunge. Full seismic waveform tomography for upper-mantle structure in the Australasian region using adjoint methods. *Geophys. J. Int.*, 179(3) : 1703–1725, 2009. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04368.x. (Cité p. 18)
- A. Fichtner, E. Saygin, T. Taymaz, P. Cupillard, Y. Capdeville, et J. Trampert. The deep structure of the North Anatolian Fault Zone. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 373 : 109–117, 2013. ISSN 0012821X. doi: 10.1016/j.epsl.2013.04.027. (Cité p. 18)
- C. Finger et E. H. Saenger. Determination of the time-dependent moment tensor using time reverse imaging. *Geophysics*, 86(2) : KS63–KS77, 2021. ISSN 19422156. doi: 10.1190/geo2020-0348.1. (Cité p. 23, 104)
- M. Fink. Time Reversal of Ultrasonic Fields—Part I : Basic Principles. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 39(5) : 555–566, 1992. ISSN 08853010. doi: 10.1109/58.156174. (Cité p. 19, 23, 26, 27, 94, 103, 114)
- M. Fink. Time-reversed acoustics, 1999. (Cité p. 23, 103, 104)
- M. Fink. Time-reversal acoustics in complex environments. *Geophysics*, 71(4) : SI151–SI164, 2006. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/1.2215356. (Cité p. 23, 43)
- M. Fink. Acoustic imaging with time reversal methods : From medicine to NDT. p. 13–23, 2015. doi: 10.1063/1.4914591. (Cité p. 4, 23)

- M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tanter, J.-L. Thomas, et F. Wu. Time-reversed acoustics. *Reports Prog. Phys.*, 63(12) : 1933, 2000. ISSN 0034-4885. doi: 10.1088/0034-4885/63/12/202. (Cité p. 23)
- M. Fink, G. Montaldo, et M. Tanter. Time-Reversal Acoustics in Biomedical Engineering. *Annu. Rev. Biomed. Eng.*, 5(1) : 465–497, 2003. ISSN 1523-9829. doi: 10.1146/annurev.bioeng.5.040202.121630. (Cité p. 23)
- Y. Fukahata, Y. Yagi, et L. Rivera. Theoretical relationship between back-projection imaging and classical linear inverse solutions. *Geophys. J. Int.*, 196(1) : 552–559, 2014. ISSN 1365-246X. doi: 10.1093/gji/ggt392. (Cité p. 21, 22, 23, 72)
- D. Gajewski et E. Tessmer. Reverse modelling for seismic event characterization. *Geophys. J. Int.*, 163(1) : 276–284, 2005. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02732.x. (Cité p. 100, 105)
- D. Gajewski, D. Anikiev, B. Kashtan, E. Tessmer, et C. Vanelle. Localization of seismic events by diffraction stacking. *Soc. Explor. Geophys. - 77th SEG Int. Expo. Annu. Meet. SEG 2007*, p. 1287–1291, 2007. (Cité p. 19, 24)
- L. Geiger. Probability method for the determination of earthquake epicenters from the arrival time only. *Bull. St. Louis*, 8, 1912. (Cité p. 16)
- L.-J. Gelius et E. Asgedom. Diffraction-limited imaging and beyond - the concept of super resolution†. *Geophys. Prospect.*, 59(3) : 400–421, 2011. ISSN 00168025. doi: 10.1111/j.1365-2478.2010.00928.x. (Cité p. 43)
- P. Gerstoft et T. Tanimoto. A year of microseisms in southern California. *Geophys. Res. Lett.*, 34(20) : L20304, 2007. ISSN 0094-8276. doi: 10.1029/2007GL031091. (Cité p. 21)
- S. J. Gibbons et F. Ringdal. The detection of low magnitude seismic events using array-based waveform correlation. *Geophys. J. Int.*, 165(1) : 149–166, 2006. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2006.02865.x. (Cité p. 24)
- D. Givoli et E. Turkel. Time reversal with partial information for wave refocusing and scatterer identification. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 213-216 : 223–242, 2012. ISSN 00457825. doi: 10.1016/j.cma.2011.12.005. (Cité p. 23)
- C. Gouache, F. Bonneau, P. Tinard, et J. M. Montel. Estimation of main shock frequency–magnitude distributions by adapting the inter-event time method for low-to-moderate seismicity areas : application to French mainland. *J. Seismol.*, 25(3) : 771–782, 2021. ISSN 1383-4649. doi: 10.1007/s10950-021-10001-8. (Cité p. 3)
- V. Grechka. Multiple cracks in VTI rocks : Effective properties and fracture characterization. *SEG Tech. Progr. Expand. Abstr.*, 26(1) : 89–93, 2007. ISSN 10523812. doi: 10.1190/1.2792388. (Cité p. 53)
- N. Hedjazian, Y. Capdeville, et T. Bodin. Multiscale seismic imaging with inverse homogenization. *Geophysical Journal International*, 226(1) : 676–691, 2021. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggab121. (Cité p. 72, 104)

- M. H. Hettema, B. Jaarsma, B. M. Schroot, et G. C. Van Yperen. An empirical relationship for the seismic activity rate of the Groningen gas field. *Geol. en Mijnbouw/Netherlands J. Geosci.*, 96(5) : s149–s161, 2017. ISSN 15739708. doi: 10.1017/njg.2017.18. (Cité p. 3, 92, 93, 120)
- T. J. Hughes. *The finite element method : linear static and dynamic finite element analysis*. Courier Corporation, 2012. (Cité p. 30)
- Institut de physique du globe de Paris (IPGP) et École et Observatoire des Sciences de la Terre de Strasbourg (EOST). Geoscope, french global network of broad band seismic stations, 1982. (Cité p. 12, 113)
- M. Ishii, P. M. Shearer, H. Houston, et J. E. Vidale. Teleseismic P wave imaging of the 26 December 2004 Sumatra-Andaman and 28 March 2005 Sumatra earthquake ruptures using the Hi-net array. *J. Geophys. Res.*, 112(B11) : B11307, 2007. ISSN 0148-0227. doi: 10.1029/2006JB004700. (Cité p. 21)
- F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, H. Schmidt, et S. McKay. Computational Ocean Acoustics. *Comput. Phys.*, 9(1) : 55, 1995. ISSN 08941866. doi: 10.1063/1.4823373. (Cité p. 21)
- H. Kao et S.-J. Shan. The Source-Scanning Algorithm : mapping the distribution of seismic sources in time and space. *Geophys. J. Int.*, 157(2) : 589–594, 2004. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2004.02276.x. (Cité p. 19, 24)
- H. Kawakatsu et J.-P. Montagner. Time-reversal seismic-source imaging and moment-tensor inversion. *Geophys. J. Int.*, 175(2) : 686–688, 2008. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2008.03926.x. (Cité p. 22)
- K. R. Kelly, R. W. Ward, S. Treitel, et R. M. Alford. Synthetic seismograms : a finite-difference approach. *Geophysics*, 41(1) : 2–27, 1976. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/1.1440605. (Cité p. 30)
- Y. Kim, Q. Liu, et J. Tromp. Adjoint centroid-moment tensor inversions. *Geophys. J. Int.*, 186(1) : 264–278, 2011. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2011.05027.x. (Cité p. 18, 23, 72)
- E. Kiser, M. Ishii, C. H. Langmuir, P. M. Shearer, et H. Hirose. Insights into the mechanism of intermediate-depth earthquakes from source properties as imaged by back projection of multiple seismic phases. *J. Geophys. Res.*, 116(B6) : B06310, 2011. ISSN 0148-0227. doi: 10.1029/2010JB007831. (Cité p. 21, 22, 72, 114)
- D. Komatitsch et J. Tromp. Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation. *Geophys. J. Int.*, 139(3) : 806–822, 1999. ISSN 0956540X. doi: 10.1046/j.1365-246X.1999.00967.x. (Cité p. 29, 30, 103)
- D. Komatitsch et J.-P. Vilotte. The spectral element method : An efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 88(2) : 368–392, 1998. ISSN 0037-1106. (Cité p. 29, 30, 103)

- S. Koo, P. M. Karve, et L. F. Kallivokas. A comparison of time-reversal and inverse-source methods for the optimal delivery of wave energy to subsurface targets. *Wave Motion*, 67 : 121–140, 2016. ISSN 01652125. doi: 10.1016/j.wavemoti.2016.07.011. (Cité p. 100, 104)
- W. A. Kuperman, W. S. Hodgkiss, H. C. Song, T. Akal, C. Ferla, et D. R. Jackson. Phase conjugation in the ocean : Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror. *J. Acoust. Soc. Am.*, 103(1) : 25–40, 1998. ISSN 0001-4966. doi: 10.1121/1.423233. (Cité p. 4)
- P. Lailly et J. Bednar. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations. p. 206–220, 1983. (Cité p. 19)
- C. Langenbruch et M. D. Zoback. How will induced seismicity in Oklahoma respond to decreased saltwater injection rates? *Sci. Adv.*, 2(11), 2016. ISSN 2375-2548. doi: 10.1126/sciadv.1601542. (Cité p. 3)
- C. Larmat, J. P. Montagner, M. Fink, Y. Capdeville, A. Tourin, et E. Clévéde. Time-reversal imaging of seismic sources and application to the great Sumatra earthquake. *Geophys. Res. Lett.*, 33(19) : 0–3, 2006. ISSN 00948276. doi: 10.1029/2006GL026336. (Cité p. 22, 23)
- C. Larmat, J. Tromp, Q. Liu, et J. P. Montagner. Time reversal location of glacial earthquakes. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 113(9) : 1–9, 2008. ISSN 21699356. doi: 10.1029/2008JB005607. (Cité p. 2, 23)
- N. Lee, L. M. Zurk, et J. Ward. Evaluation of reduced-rank, adaptive matched field processing algorithms for passive sonar detection in a shallow-water environment. *Conf. Rec. 33rd Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput.*, 2 : 876–880, 1999. doi: 10.1109/ACSSC.1999.831835. (Cité p. 21)
- C. Legentil, J. Pellerin, P. Cupillard, A. Froehly, et G. Caumon. Testing scenarios on geological models : Local interface insertion in a 2D mesh and its impact on seismic wave simulation. *Comput. Geosci.*, 159 : 105013, 2022. ISSN 00983004. doi: 10.1016/j.cageo.2021.105013. (Cité p. 56)
- V. Lekić, M. Panning, et B. Romanowicz. A simple method for improving crustal corrections in waveform tomography. *Geophys. J. Int.*, 182(1) : 265–278, 2010. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2010.04602.x. (Cité p. 53)
- G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, et M. Fink. Focusing Beyond the Diffraction Limit with Far-Field Time Reversal. *Science (80-. )*, 315(5815) : 1120–1122, 2007. ISSN 0036-8075. doi: 10.1126/science.1134824. (Cité p. 43)
- I. Levi, E. Turkel, et D. Givoli. Time Reversal for Elastic Wave Refocusing and Scatterer Location Recovery. *J. Comput. Acoust.*, 23(01) : 1450013, 2015. ISSN 0218-396X. doi: 10.1142/S0218396X14500131. (Cité p. 104)
- L. Li, J. Tan, B. Schwarz, F. Staněk, N. Poiata, P. Shi, L. Diekmann, L. Eisner, et D. Gajewski. Recent Advances and Challenges of Waveform-Based Seismic Location

- Methods at Multiple Scales. *Rev. Geophys.*, 58(1) : 1–47, 2020a. ISSN 8755-1209. doi: 10.1029/2019RG000667. (Cité p. 14, 21, 113)
- L. Li, Y. Xie, et J. Tan. Application of waveform stacking methods for seismic location at multiple scales, 2020b. ISSN 19961073. (Cité p. 19, 20)
- Z. Li et M. van der Baan. Microseismic event localization by acoustic time reversal extrapolation. *GEOPHYSICS*, 81(3) : KS123–KS134, 2016. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/geo2015-0300.1. (Cité p. 4, 23, 76, 101)
- B. R. Lienert, E. Berg, et L. N. Frazer. HYPOCENTER : An earthquake location method using centered, scaled, and adaptively damped least squares. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 76(3) : 771–783, 1986. ISSN 1943-3573. doi: 10.1785/BSSA0760030771. (Cité p. 16)
- G. Lin et P. Shearer. Tests of relative earthquake location techniques using synthetic data. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 110(B4) : 1–14, 2005. ISSN 01480227. doi: 10.1029/2004JB003380. (Cité p. 17)
- G. Lin et P. Shearer. The COMPLOC Earthquake Location Package. *Seismol. Res. Lett.*, 77(4) : 440–444, 2006. ISSN 0895-0695. doi: 10.1785/gssrl.77.4.440. (Cité p. 16)
- Q. Liu et Y. Gu. Seismic imaging : From classical to adjoint tomography. *Tectonophysics*, 566-567 : 31–66, 2012. ISSN 00401951. doi: 10.1016/j.tecto.2012.07.006. (Cité p. 19)
- Q. Liu, J. Polet, D. Komatitsch, et J. Tromp. Spectral-Element Moment Tensor Inversions for Earthquakes in Southern California. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 94(5) : 1748–1761, 2004. ISSN 0037-1106. doi: 10.1785/012004038. (Cité p. 18, 72)
- A. L. Llenos et A. J. Michael. Modeling Earthquake Rate Changes in Oklahoma and Arkansas : Possible Signatures of Induced Seismicity. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 103(5) : 2850–2861, 2013. ISSN 0037-1106. doi: 10.1785/0120130017. (Cité p. 3)
- J. Lysmer et L. A. Drake. A finite element method for seismology. *Methods in computational physics*, 11 : 181–216, 1972. (Cité p. 30)
- K. J. Marfurt. Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations. *GEOPHYSICS*, 49(5) : 533–549, 1984. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/1.1441689. (Cité p. 30)
- Y. Masson et B. Romanowicz. Fast computation of synthetic seismograms within a medium containing remote localized perturbations : a numerical solution to the scattering problem. *Geophys. J. Int.*, 208(2) : 674–692, 2017. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggw412. (Cité p. 23)
- Y. Masson, P. Cupillard, Y. Capdeville, et B. Romanowicz. On the numerical implementation of time-reversal mirrors for tomographic imaging. *Geophys. J. Int.*, 196(3) : 1580–1599, 2014. ISSN 1365-246X. doi: 10.1093/gji/ggt459. (Cité p. 23, 27, 33, 34, 37, 92, 103)

- R. S. Matoza, P. M. Shearer, G. Lin, C. J. Wolfe, et P. G. Okubo. Systematic relocation of seismicity on Hawaii Island from 1992 to 2009 using waveform cross correlation and cluster analysis. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 118(5) : 2275–2288, 2013. ISSN 21699313. doi: 10.1002/jgrb.50189. (Cit e p. 24)
- G. McMechan, J. H. Luetgert, et W. D. Mooney. Imaging of earthquake sources in Long Valley Caldera, California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 75(4) : 1005–1020, 1985. (Cit e p. 104)
- G. A. McMechan. Determination of source parameters by wavefield extrapolation. *Geophys. J. Int.*, 71(3) : 613–628, 1982. ISSN 0956-540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.1982.tb02788.x. (Cit e p. 23, 101, 104)
- Z.-H. Michalopoulou et M. Porter. Matched-field processing for broad-band source localization. *IEEE J. Ocean. Eng.*, 21(4) : 384–392, 1996. ISSN 03649059. doi: 10.1109/48.544049. (Cit e p. 21)
- J. Milne. *Earthquakes and other earth movements*, vol. 56. 1886. (Cit e p. 14)
- S. M. Mousavi, W. L. Ellsworth, W. Zhu, L. Y. Chuang, et G. C. Beroza. Earthquake transformer—an attentive deep-learning model for simultaneous earthquake detection and phase picking. *Nat. Commun.*, 11(1) : 3952, 2020. ISSN 2041-1723. doi: 10.1038/s41467-020-17591-w. (Cit e p. 23)
- J. M unchmeyer, J. Woollam, A. Rietbrock, F. Tilmann, D. Lange, T. Bornstein, T. Diehl, C. Giunchi, F. Haslinger, D. Jozinovi c, A. Michelini, J. Saul, et H. Soto. Which Picker Fits My Data? A Quantitative Evaluation of Deep Learning Based Seismic Pickers. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 127(1), 2022. ISSN 2169-9313. doi: 10.1029/2021JB023499. (Cit e p. 23)
- N. Nakata et G. C. Beroza. Reverse time migration for microseismic sources using the geometric mean as an imaging condition. *Geophysics*, 81(2) : KS51–KS60, 2016. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/geo2015-0278.1. (Cit e p. 72, 100, 104)
- U. Nanni, P. Roux, F. Gimbert, et A. Lecointre. Dynamic Imaging of Glacier Structures at High-Resolution Using Source Localization With a Dense Seismic Array. *Geophys. Res. Lett.*, 49(6), 2022. ISSN 0094-8276. doi: 10.1029/2021GL095996. (Cit e p. 2)
- J. Neale, N. Harmon, et M. Srokosz. Monitoring remote ocean waves using P-wave microseisms. *J. Geophys. Res. Ocean.*, 122(1) : 470–483, 2017. ISSN 21699275. doi: 10.1002/2016JC012183. (Cit e p. 21)
- R. D. Oldham. The Constitution of the Interior of the Earth, as Revealed by Earthquakes. *Q. J. Geol. Soc.*, 62(1-4) : 456–475, 1906. ISSN 0370-291X. doi: 10.1144/GSL.JGS.1906.062.01-04.21. (Cit e p. 1)
- S. Operto, A. Miniussi, R. Brossier, L. Combe, L. M etivier, V. Monteiller, A. Ribodetti, et J. Virieux. Efficient 3-D frequency-domain mono-parameter full-waveform inversion of ocean-bottom cable data : application to Valhall in the visco-acoustic vertical transverse isotropic approximation. *Geophys. J. Int.*, 202(2) : 1362–1391, 2015. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggv226. (Cit e p. 18)

- G. L. Pavlis, F. Vernon, D. Harvey, et D. Quinlan. The generalized earthquake-location (GENLOC) package : an earthquake-location library. *Comput. Geosci.*, 30(9-10) : 1079–1091, 2004. ISSN 00983004. doi: 10.1016/j.cageo.2004.06.010. (Cité p. 16)
- A. Perrey. *Memoire sur les tremblements de terre dans le bassin du Rhin*. 1847. (Cité p. 1)
- A. D. Polyaniin et V. E. Nazaikinskii. *Handbook of Linear Partial Differential Equations for Engineers and Scientists*. Chapman and Hall/CRC, 2015. ISBN 9780429166464. doi: 10.1201/b19056. (Cité p. 45)
- E. Priolo, J. M. Carcione, et G. Seriani. Numerical simulation of interface waves by high-order spectral modeling techniques. *J. Acoust. Soc. Am.*, 95(2) : 681–693, 1994. ISSN 0001-4966. doi: 10.1121/1.408428. (Cité p. 30)
- D. Rabinovich, E. Turkel, et D. Givoli. An augmented time reversal method for source and scatterer identification. *J. Comput. Phys.*, 375(August) : 99–119, 2018. ISSN 00219991. doi: 10.1016/j.jcp.2018.08.026. (Cité p. 23, 100, 104)
- Z. Renat, P. Cupillard, et Y. Capdeville. Interpretation of time reversal focal spots based on point-source homogenization. *Geophys. J. Int.*, 231(3) : 1653–1671, 2022. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggac275. (Cité p. 27, 53)
- A. Rietbrock et F. Scherbaum. Acoustic imaging of earthquake sources from the Chalfant Valley, 1986, aftershock series. *Geophys. J. Int.*, 119(1) : 260–268, 1994. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.1994.tb00926.x. (Cité p. 23)
- R. Romijn. Groningen Velocity Model 2017 - Groningen full elastic velocity model September 2017. 2017. (Cité p. 56, 100, 109, 110, 121, 123)
- M. Sambridge et K. Mosegaard. Monte Carlo methods in geophysical inverse problems. *Rev. Geophys.*, 40(3) : 3–1–3–29, 2002. ISSN 87551209. doi: 10.1029/2000RG000089. (Cité p. 24)
- C. Sayers et M. Kachanov. A simple technique for finding effective elastic constants of cracked solids for arbitrary crack orientation statistics. *Int. J. Solids Struct.*, 27(6) : 671–680, 1991. ISSN 00207683. doi: 10.1016/0020-7683(91)90027-D. (Cité p. 53)
- S. Schippkus et C. Hadziioannou. Matched field processing accounting for complex Earth structure : method and review. *Geophys. J. Int.*, 231(2) : 1268–1282, 2022. ISSN 1365246X. doi: 10.1093/gji/ggac240. (Cité p. 21)
- J. Schmittbuhl, S. Lambotte, O. Lengliné, M. Grunberg, H. Jund, J. Vergne, F. Cornet, C. Doubre, et F. Masson. Induced and triggered seismicity below the city of Strasbourg, France from November 2019 to January 2021. *Comptes Rendus. Géoscience*, 353(S1) : 561–584, 2022. ISSN 1778-7025. doi: 10.5802/crgeos.71. (Cité p. 3)
- M. Schoenberg et C. M. Sayers. Seismic anisotropy of fractured rock. *Geophysics*, 60(1) : 204–211, 1995. ISSN 00168033. doi: 10.1190/1.1443748. (Cité p. 53)

- G. T. Schuster, J. Yu, J. Sheng, et J. Rickett. Interferometric/daylight seismic imaging. *Geophys. J. Int.*, 157(2) : 838–852, 2004. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2004.02251.x. (Cité p. 19, 20, 114)
- G. T. Schuster, S. Hanafy, et Y. Huang. Theory and feasibility tests for a seismic scanning tunnelling macroscope. *Geophys. J. Int.*, 190(3) : 1593–1606, 2012. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2012.05564.x. (Cité p. 43)
- J. Semblat et A. Pecker. Waves and vibrations in soils. *Earthquakes, traffic, shocks*, 13, 2009. (Cité p. 11, 35, 113)
- P. M. Shearer. Improving local earthquake locations using the L1 norm and waveform cross correlation : Application to the Whittier Narrows, California, aftershock sequence. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 102(B4) : 8269–8283, 1997. ISSN 01480227. doi: 10.1029/96JB03228. (Cité p. 24)
- D. R. Shelly et D. P. Hill. Migrating swarms of brittle-failure earthquakes in the lower crust beneath Mammoth Mountain, California. *Geophys. Res. Lett.*, 38(20) : 1–6, 2011. ISSN 00948276. doi: 10.1029/2011GL049336. (Cité p. 24)
- D. R. Shelly, G. C. Beroza, et S. Ide. Non-volcanic tremor and low-frequency earthquake swarms. *Nature*, 446(7133) : 305–307, 2007. ISSN 14764687. doi: 10.1038/nature05666. (Cité p. 24)
- M. Shustak et E. Landa. Time reversal based detection of subsurface scatterers. In *SEG Tech. Progr. Expand. Abstr. 2017*, p. 969–973, 2017. doi: 10.1190/segam2017-17640587.1. (Cité p. 23)
- J. D. Smith, R. S. White, J. P. Avouac, et S. Bourne. Probabilistic earthquake locations of induced seismicity in the Groningen region, the Netherlands. *Geophys. J. Int.*, 222(1) : 507–516, 2020. ISSN 1365246X. doi: 10.1093/GJI/GGAA179. (Cité p. 4, 93)
- R. Snieder. General Theory of Elastic Wave Scattering. In *Scattering*, p. 528–542. Elsevier, 2002. doi: 10.1016/B978-012613760-6/50027-9. (Cité p. 27)
- E. A. Solano, V. Hjørleifsdóttir, et Q. Liu. Full-waveform detection of non-impulsive seismic events based on time-reversal methods. *Geophys. J. Int.*, 211(3) : 1396–1413, 2017. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggx372. (Cité p. 100, 104)
- S. N. Somala, J.-P. Ampuero, et N. Lapusta. Finite-fault source inversion using adjoint methods in 3-D heterogeneous media. *Geophys. J. Int.*, 214(1) : 402–420, 2018. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggy148. (Cité p. 18)
- J. Spetzler et B. Dost. Hypocentre estimation of induced earthquakes in Groningen. *Geophys. J. Int.*, 209(1) : 453–465, 2017. ISSN 1365246X. doi: 10.1093/gji/ggx020. (Cité p. 55, 70, 93, 116, 123)
- B. Steiner, E. H. Saenger, et S. M. Schmalholz. Time reverse modeling of low-frequency microtremors : Application to hydrocarbon reservoir localization. *Geophys. Res. Lett.*, 35(3) : 1–7, 2008. ISSN 00948276. doi: 10.1029/2007GL032097. (Cité p. 23)

- O. Talagrand et P. Courtier. Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equation. i : Theory. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 113(478) : 1311–1328, 1987. (Cité p. 19)
- C. Tape, Q. Liu, et J. Tromp. Finite-frequency tomography using adjoint methods - Methodology and examples using membrane surface waves. *Geophys. J. Int.*, 168(3) : 1105–1129, 2007. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2006.03191.x. (Cité p. 18, 19)
- A. Tarantola. Inversion of Seismic Reflection Data in the Acoustic Approximation. *Geophysics*, 49(8) : 1259–1266, 1984. ISSN 00168033. doi: 10.1190/1.1441754. (Cité p. 19)
- A. Tarantola. Theoretical Background for the Inversion of Seismic Waveforms, Including Elasticity and Attenuation. In *Scatt. Attenuations Seism. Waves, Part I*, p. 365–399. Birkhäuser Basel, Basel, 1988. doi: 10.1007/978-3-0348-7722-0\_19. (Cité p. 19)
- S. Tolsma. Seismic characterization of the Zechstein carbonates in the Dutch northern offshore. Technical report, 2014. (Cité p. 56, 110)
- J. Tromp, C. Tape, et Q. Liu. Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels. *Geophys. J. Int.*, 160(1) : 195–216, 2005. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2004.02453.x. (Cité p. 19)
- W. van Dalen, J. C. Doornenbal, S. Dortland, et J. L. Gunnink. A comprehensive seismic velocity model for the Netherlands based on lithostratigraphic layers. *Geol. en Mijnbouw/Netherlands J. Geosci.*, 85(4) : 277–292, 2006. ISSN 00167746. doi: 10.1017/S0016774600023076. (Cité p. 55, 93, 116, 123)
- N. van der Voort et F. Vanclay. Social impacts of earthquakes caused by gas extraction in the Province of Groningen, The Netherlands. *Environ. Impact Assess. Rev.*, 50 : 1–15, 2015. ISSN 01959255. doi: 10.1016/j.eiar.2014.08.008. (Cité p. 5, 93, 113, 120)
- D.-J. van Manen, A. Curtis, et J. O. Robertsson. Interferometric modeling of wave propagation in inhomogeneous elastic media using time reversal and reciprocity. *GEO-PHYSICS*, 71(4) : SI47–SI60, 2006. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/1.2213218. (Cité p. 23)
- J. Vandemeulebrouck, P. Roux, et E. Cros. The plumbing of Old Faithful Geyser revealed by hydrothermal tremor. *Geophys. Res. Lett.*, 40(10) : 1989–1993, 2013. ISSN 00948276. doi: 10.1002/grl.50422. (Cité p. 21)
- J. Virieux. SH -wave propagation in heterogeneous media : Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 49(11) : 1933–1942, 1984. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/1.1441605. (Cité p. 30)
- F. Waldhauser et W. L. Ellsworth. A Double-Difference Earthquake Location Algorithm : Method and Application to the Northern Hayward Fault, California. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 90(6) : 1353–1368, 2000. ISSN 0037-1106. doi: 10.1785/0120000006. (Cité p. 15, 17)

- H. Wang et T. Alkhalifah. Time Reversal Migration for Passive Sources Using a Maximum Variance Imaging Condition. 2017. doi: 10.3997/2214-4609.201701262. (Cité p. 100, 104)
- A. Wegener. Die entstehung der kontinente. *Geologische Rundschau*, 3(4) : 276–292, 1912. (Cité p. 1)
- C. Willacy, E. van Dedem, S. Minisini, J. Li, J.-W. Blokland, I. Das, et A. Droujinine. Full-waveform event location and moment tensor inversion for induced seismicity. *Geophysics*, 84(2) : KS39–KS57, 2019. ISSN 0016-8033. doi: 10.1190/geo2018-0212.1. (Cité p. 18, 57, 70, 93, 96)
- Y. Yagi, A. Nakao, et A. Kasahara. Smooth and rapid slip near the Japan Trench during the 2011 Tohoku-oki earthquake revealed by a hybrid back-projection method. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 355-356 : 94–101, 2012. ISSN 0012821X. doi: 10.1016/j.epsl.2012.08.018. (Cité p. 21)
- J. Yang et H. Zhu. Locating and monitoring microseismicity, hydraulic fracture and earthquake rupture using elastic time-reversal imaging. *Geophys. J. Int.*, 216(1) : 726–744, 2019. ISSN 0956-540X. doi: 10.1093/gji/ggy460. (Cité p. 23)
- H. Yao, P. M. Shearer, et P. Gerstoft. Subevent location and rupture imaging using iterative backprojection for the 2011 Tohoku M w 9.0 earthquake. *Geophys. J. Int.*, 190(2) : 1152–1168, 2012. ISSN 0956540X. doi: 10.1111/j.1365-246X.2012.05541.x. (Cité p. 21)
- H. Yue et T. Lay. Resolving Complicated Faulting Process Using Multi-Point-Source Representation : Iterative Inversion Algorithm Improvement and Application to Recent Complex Earthquakes. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 125(2) : 1–24, 2020. ISSN 21699356. doi: 10.1029/2019JB018601. (Cité p. 66)
- M. Zhao, Y. Capdeville, et H. Zhang. Direct numerical modeling of time-reversal acoustic subwavelength focusing. *Wave Motion*, 67 : 102–115, 2016. ISSN 01652125. doi: 10.1016/j.wavemoti.2016.07.010. (Cité p. 43)
- T. Zhu. Time-reverse modelling of acoustic wave propagation in attenuating media. *Geophys. J. Int.*, 197(1) : 483–494, 2014. ISSN 0956540X. doi: 10.1093/gji/ggt519. (Cité p. 73)
- W. Zhu et G. C. Beroza. PhaseNet : A deep-neural-network-based seismic arrival-time picking method. *Geophys. J. Int.*, 216(1) : 261–273, 2019. ISSN 1365246X. doi: 10.1093/gji/ggy423. (Cité p. 23)
- O. C. Zienkiewicz. *Finite Element Method in Engineering Science*. McGraw-Hill Inc.,US, 1972. ISBN 0070941386. (Cité p. 30)





## Vers la caractérisation des séismes par renversement temporel : interprétation de la tache focale et impact de l'échantillonnage du miroir

**Résumé :** La localisation et la caractérisation des événements sismiques sont essentielles pour comprendre l'origine des événements. Une fois l'origine des événements et leur localisation déterminés, il est possible de déterminer le niveau de risque sismique dans certaines régions ou encore de comprendre l'impact de l'activité humaine. Il existe de nombreuses méthodes pour localiser les événements et elles utilisent les enregistrements sismiques (i.e., sismogrammes). Elles se basent soit sur les temps d'arrivées soit sur une partie ou la totalité du signal. Dans cette thèse, nous nous intéressons à une méthode en particulier qui est le renversement temporel ou *time reversal*.

C'est une méthode qui utilise la totalité du signal enregistré. Le principe est de rétropropager les signaux renversés temporellement, les ondes ainsi générées vont venir former une tache à la position de la source appelée tache focale. Le renversement temporel a des conditions d'application spécifique i) les récepteurs doivent former une surface fermée appelée miroir ii) celui ne doit pas impacter le trajet des ondes iii) le modèle de vitesse doit être connu iv) le milieu est non atténuant. Dans cette thèse, nous nous intéressons d'abord à l'interprétation théorique de la tache focale c'est-à-dire à son sens physique. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur

un code de simulation d'onde existant (SPECFEM2D) et sur la théorie de l'homogénéisation du point source. Nous avons montré mathématiquement et numériquement sur plusieurs exemples que la tache focale est une somme de deux points-sources homogénéisés. Ce résultat est la contribution principale de cette thèse et ouvre une perspective majeure qui est de déterminer les paramètres de la source en faisant un nouveau problème inverse avec comme données la tache focale.

Cependant les conditions du renversement temporel rendent son application dans des cas pratiques difficiles, surtout le besoin d'un miroir fermé. Nous avons donc essayé de quantifier l'impact d'un miroir incomplet sur le renversement temporel en gardant en tête l'idée de l'application. Pour cela nous nous sommes placés dans un cas géologiquement réaliste : le champ de gaz de Groningen. Les résultats ont montré que le miroir incomplet a un impact important sur la simulation, mais dans tous les cas une tache focale plus ou moins déformée est obtenue. De plus, nous nous illustrons l'impact positif des hétérogénéités sur la reconstruction du champ d'onde par renversement temporel. Ces résultats ouvrent des perspectives sur l'intégration des données de surface pour améliorer la reconstruction du champ d'onde quand le miroir est incomplet ou encore sur la complétion du miroir.

**Mots-clés :** renversement temporel, tache focale, séisme, propagation des ondes, homogénéisation

---

## Towards the characterization of earthquakes using time reversal : interpretation of focal spot and impact the mirror sampling

**Abstract :** The localization and the characterization of seismic events are essential to understand the origin of the earthquake. Once it has been determined, it is possible to generate maps of seismic risks of different areas and also to understand the impact of human activities. Several ways exist to locate seismic events, they use seismic recordings (i.e., seismograms). In those recordings, some methods use the time arrivals of particular waves and other parts or the entire signal. In this thesis, we are interested in one method : time reversal.

This method used the entire signal. The principle is to backpropagate the recordings reversed in time. The generated waves focus on the source location and create a focal spot. The time reversal has four terms of application i) the receivers form a closed surface, called time reversal mirror, ii) the time reversal mirror does not perturb the wave propagation, iii) the medium is well known. Errors on the velocity model or interface positions would generate modifications in the wave path as compared to the path in the forward process, iv) the anelasticity is negligible. Anelastic attenuation would make a first-order time derivative appear in the wave equation so that the time reversibility would not be verified. In this thesis, we are first interested in the theoretical interpretation of

the focal spot, that is to say in its physical meaning. To do so, we have used an existing software of wave propagation (SPECFEM2D) and we lean on the theory of point source homogenization. We have shown mathematically and numerically in several examples that the focal spot is a sum of the displacement generated by two homogenized point sources. This result is the main contribution of the thesis and opens a significant perspective which is to determine the source parameters by doing an inverse problem with the focal spot as the input data.

However, the conditions of time reversal make its application difficult in practical cases. It is almost impossible to have a close mirror of receivers. We have tried to quantify the impact of an incomplete mirror on time reversal simulation. To do so, we use a realistic geological case : the Groningen gas field. The results show that the incomplete mirror has a huge impact on the time reversal wavefield but in every case, we tested, a focal spot is obtained. The focal spots are in these cases deformed. Therefore, we illustrate the positive impact of the heterogeneities on the wavefield reconstruction. These results open multiple perspectives such as the integration of surface data to improve the wavefield reconstruction when the mirror is open or such as the completion of the mirror.

**Keywords :** time reversal, focal spot, earthquake , wave propagation, homogenization