



HAL
open science

Étalement de dispersions granulaires sous vibrations

Ghita Marouazi

► **To cite this version:**

Ghita Marouazi. Étalement de dispersions granulaires sous vibrations. Physique [physics]. Université de Lorraine, 2023. Français. NNT : 2023LORR0307 . tel-04583602

HAL Id: tel-04583602

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-04583602>

Submitted on 22 May 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**UNIVERSITÉ
DE LORRAINE**

**BIBLIOTHÈQUES
UNIVERSITAIRES**

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact bibliothèque : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr
(Cette adresse ne permet pas de contacter les auteurs)

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



**UNIVERSITÉ
DE LORRAINE**



SIMPPÉ



lemta
Laboratoire Énergies &
Mécanique Théorique et Appliquée

THÈSE

Présentée par **Ghita MAROUAZI**

Étalement de dispersions granulaires sous vibrations

Pour l'obtention du grade de :

Docteur de l'Université de Lorraine

Mention : **Énergie et Mécanique** École doctorale : **SIMPPÉ**

Préparée au Laboratoire LEMTA, UMR 7563

Soutenue publiquement le 14 Novembre 2023

Devant le jury composé de :

Blaise NSOM

Professeur à l'Université de Bretagne occidentale, Rapporteur

Renaud DELANNAY

Professeur à l'Université de Rennes, Rapporteur

Claire GAIANI

Professeur à l'Université de Lorraine, Présidente du jury, Examineur

Agathe CHOUIPPE

Maître de Conférences à l'Université de Strasbourg, Examineur

Sébastien KIESGEN DE RICHTER

Maître de Conférences à l'Université de Lorraine, Directeur de thèse

Mathieu JENNY

Maître de Conférences à l'Université de Lorraine, Co-directeur de thèse

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers plusieurs personnes qui ont contribué de manière significative à la réalisation de ce mémoire de thèse.

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur de thèse, Sébastien KIESGEN DE RICHTER. Votre mentorat, votre expertise et votre soutien indéfectible ont été les piliers de ce projet. Merci d'avoir cru en moi et en mes capacités. Je mesure la chance que j'ai eue de travailler sous votre direction, et je tiens à vous remercier du fond du cœur pour avoir été un guide exceptionnel tout au long de ce voyage académique.

Je tiens également à remercier mon co-encadrant, Mathieu JENNY. Votre expertise complémentaire et votre engagement dans ce travail ont été inestimables. Vos précieux conseils et vos discussions éclairées ont élargi mes horizons académiques. Votre collaboration, et votre dévouement ont joué un rôle essentiel dans ce travail de recherche.

Je souhaite également exprimer ma reconnaissance envers tout le personnel du laboratoire LEMTA. Votre environnement de travail favorable et les ressources mises à disposition ont grandement facilité mes recherches.

À mes collègues Shirin, Nicolo, Jean et Justine, je tiens à vous remercier pour les échanges fructueux, les discussions stimulantes et le soutien amical. Votre présence a rendu cette aventure académique encore plus enrichissante.

Je n'oublierai jamais l'amitié et le soutien de mon meilleur ami et collègue, Kamal. Tes encouragements inébranlables et nos moments de détente bien mérités ont été essentiels pour maintenir mon équilibre.

Je souhaite également exprimer ma gratitude envers ma tata Khadija pour son soutien et ses encouragements constants. Ta bienveillance a été précieuse pour moi.

Un immense merci à mon mari Jad et sa famille, pour leur compréhension et leur soutien infinis. Jad, ta patience et ton écoute attentive ont été des facteurs clés de mon bien-être mental et émotionnel. Les moments de doute et de stress auraient été bien plus difficiles à traverser sans toi. Tu as su créer un environnement propice à ma réussite, et je suis profondément reconnaissante de ta bienveillance et de ton amour. Sans toi, rien de tout cela ne serait possible.

Je tiens à adresser mes plus sincères remerciements à ma famille, en particulier à mes parents et à ma petite sœur Aliaa, pour leur amour, leur soutien et leur encouragement tout au long de mon parcours académique et de la rédaction de cette thèse. Leur confiance en moi, même dans les moments les plus difficiles, a été une source inestimable de motivation. Je suis profondément reconnaissante pour tout ce qu'ils ont fait pour moi, et cette thèse est aussi le résultat de leur amour et de leur investissement dans mon éducation. Maman, Papa et Aloush ces travaux vous sont dédiés.

Ces remerciements sont une humble expression de ma reconnaissance envers tous ceux qui ont joué un rôle crucial dans cette thèse, et je suis profondément reconnaissante pour leur présence dans ma vie.

Table des matières

Introduction	1
I État de l’art	5
1 Généralités sur les milieux granulaires	6
1.1 Définition	6
1.2 Contexte et enjeux	7
1.2.1 Enjeux industriels	8
1.2.2 Enjeux théoriques	9
1.3 Les interactions dans les milieux granulaires	11
1.3.1 Interactions standards entre particules	11
1.3.2 Contacts collisionnels	12
1.3.3 Contacts lubrifiés	12
1.3.4 Cohésion capillaire	13
1.3.5 Réseau de chaînes de forces	14
2 Rhéologie des écoulements granulaires	15
2.1 Les écoulements granulaires	15
2.2 Rhéologie et écoulement	17
2.2.1 Le nombre inertiel	17
2.2.2 La loi $\mu(I)$	18
2.2.3 Limitation du modèle	19
2.3 Les milieux granulaires sous vibrations	20
2.3.1 Intérêt des milieux granulaires sous vibrations	20
2.3.2 Influence des vibrations sur les milieux granulaires	21
2.3.3 Exemple d’un écoulement vibré	22
3 L’étalement des milieux granulaires	24
3.1 Introduction et applications	24
3.2 L’étalement des fluides newtoniens	25
3.3 L’étalement des fluides non-newtoniens	28
3.3.1 Morphologie du tas	29
3.3.2 La dynamique d’étalement du tas	31
3.4 Effet des vibrations	33
4 Objectifs de la thèse	38

II	Étalement d'un tas granulaire sec	39
5	Étalement d'un tas granulaire sec à masse constante	40
5.1	Dispositif expérimental	41
5.2	Protocole et outils de mesure	44
5.3	Résultats et discussion	46
5.3.1	Morphologie du tas	47
5.3.2	Effet des vibrations	49
	Conclusion	62
6	Étalement d'un tas granulaire sec à masse variable	64
6.1	Dispositif expérimental	64
	Protocole et outils de mesure	66
6.2	Résultats et discussion	68
	Influence de la taille des particules	81
	Influence la rugosité	83
	Conclusion	84
7	Ouverture à la modélisation de l'étalement d'un tas granulaire sec	85
7.1	Modèles BCRE et BDG	85
7.2	Hypothèses et simplifications	87
7.3	Prédictions et discussion	90
III	Étalement d'une pâte granulaire	93
8	Étude expérimentale de l'étalement d'une pâte granulaire	94
8.1	Dispositif expérimental	95
8.1.1	Les techniques iso-indice et fluorescence induite par laser	98
8.2	Résultats et discussion	102
	En l'absence des vibrations ($\sigma_v = 0$)	103
	En présence des vibrations ($\sigma_v \neq 0$)	105
	Effet du fluide interstitiel sur le comportement rhéologique d'une suspension granulaire	106
	Effet de la dilatance	108
	Effet de la taille des particules	114
8.3	Ouverture sur la dynamique d'étalement d'une colonne de pâte granulaire	117
8.4	Dispositif expérimental	117
8.5	Résultats et discussion	119
	Conclusion	125
	Conclusion générale et perspectives	127

A Ouverture sur l'étude numérique de l'étalement granulaire	130
A.1 Simulations numériques en DEM	130
A.1.1 Algorithme et initialisation	131
A.2 Étude DEM de l'étalement d'un tas granulaire	134
A.2.1 Géométrie du système	134
A.2.2 Résultats et discussion	135
Bibliographie	137
Abstract	146

Notations usuelles

Lettres grecques

Γ	Accélération adimensionnelle des vibrations
η	Viscosité dynamique (Pa.s)
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement (s^{-1})
ρ	Masse volumique (kg/m^3)
σ	Contrainte de cisaillement (Pa)
ϕ	Fraction volumique
μ	Coefficient de friction
ω	Pulsation des vibrations (s^{-1})
Ω	Fréquence relative des vibrations

Lettres latines

A	Amplitude (m)
g	Accélération de la gravité (m/s^2)
m	Masse (Kg)
P	Pression (Pa)
t	Temps (s)
E	Module d'Young (Pa)
d	Diamètre des grains (m)
f	Fréquence (Hz)
I	Nombre inertiel
F	Force (N)

Table des figures

1	Exemples de milieux divisés dans la nature et l'industrie : avalanches, dunes de sable, blé, comprimé pharmaceutique, poudre cosmétique, coulée de lave, anneaux de Saturne. Images extraites de : www.mcgill.ca , www.linflux.com , www.salamandre.org	2
1.1	Classification des milieux granulaires en fonction de la taille des éléments qui les constituent : les colloïdes (ex : le lait), les poudres (ex : le café moulu) et les milieux granulaires (ex : le sable). Images extraites de : www.futura-sciences.com , www.lactalisingredients.com	7
1.2	Exemples des milieux granulaires dans différents secteurs industriels. Images extraites de : www.andre-laurent.fr , https://pixers.fr , https://mrmondialisation.org	8
1.3	Diagramme de phase hypothétique pour la transition de jamming proposé par Liu and Nagel [63]. Augmenter les contraintes et diminuer la densité permet de mettre en écoulement les milieux granulaires, mousses et émulsions, tandis qu'augmenter la température permet aux solides vitreux de passer à l'état liquide.	10
1.4	Contact élastique de Hertz entre deux sphères [48].	11
1.5	(a) Contact entre deux particules rugueuses. Le contact est réalisé au niveau des aspérités de surface. (b) Lois de Coulomb pour le frottement entre deux surfaces solides. Pour qu'il y ait mouvement relatif, la force tangentielle F_f doit être égale à μN avec μ le coefficient de friction et N la force normale. Le coefficient de friction a un rôle fondamental pour rendre compte de la dynamique d'écoulement, il peut dépendre de la nature des particules et de leurs interactions [48].	12
1.6	Représentation d'un contact lubrifié [48].	13
1.7	Géométrie d'un pont capillaire.	13
1.8	Images d'un réseau de contacts obtenues grâce à la technique de photoélasticimétrie d'un cisaillement uniforme de disques : (a) état fragile, (b) état proche du jamming (blocage), et (c) état complètement bloqué, loin de la transition de jamming, selon Behringer [8].	14
2.1	Évolution de la contrainte de cisaillement, notée ici τ , et de la viscosité du fluide η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ [83].	16

2.2	Schéma du cisaillement plan d'un fluide : la paroi supérieure impose une pression de confinement P et subit une contrainte de cisaillement σ , la faisant se déplacer à la vitesse v . La paroi basse reste immobile, ce qui crée un gradient de vitesse dans le fluide, et donc un taux de cisaillement $\dot{\gamma}$	17
2.3	Coefficient de friction en fonction du nombre inertiel I [4] [91].	19
2.4	Schémas d'écoulements granulaires dans lesquels la loi $\mu(I)$ est applicable : (a) écoulement sur un plan incliné, (b) écoulement dans un Couette cylindrique, (c) écoulement le long d'un tas granulaire. (Images extraites de [83]).	20
2.5	Réorganisation des particules lors de l'application des vibrations au béton frais. Images extraites de : <i>www.concretetknow-how.com</i>	21
2.6	Évolution de la compacité du milieu en fonction de l'accélération des vibrations Γ [80].	22
2.7	(a) Schéma de la cellule utilisée par le groupe de Kiesgen De Richter et al. [49] [39] pour caractériser la rhéologie de milieux granulaires vibrés. (b) La viscosité η en fonction de la contrainte appliquée σ d'un milieu granulaire composé de billes de verres sèches.	23
3.1	Schéma du test de Slump en 5 étapes. Images extraites de [81].	25
3.2	Géométrie pour l'étude du déplacement de l'interface d'une goutte et d'un solide plan horizontal totalement mouillable, en tenant compte du film précurseur. Images extraites de [28].	26
3.3	Schéma montrant la vitesse U de la ligne de contact [11].	26
3.4	Le rayon R de la goutte en fonction du temps selon la loi de Tanner équation 3.4 [11].	27
3.5	Dispositif expérimental de l'étude de E. Lajeunesse et al [57].	28
3.6	Profils successifs $h(r, t)$, du tas, normalisé par le rayon du cylindre R_i . (a) Régime 1, $a = 0.56$, $M = 950$ g, $R_i = 70.5$ mm. (b) Régime 1, $a = 0.8$, $M = 1450$ g, $R_i = 70.5$ mm. (c) Régime 2, $a = 5.4$, $M = 600$ g, $R_i = 28$ mm. (Images extraites de [57]).	29
3.7	(a) Hauteur normalisée H_f/R_i en fonction de a . (b) Rayon normalisé R_f/R_i en fonction de a . (Courbes extraites de [57]).	30
3.8	Évolution temporelle de $r_f(t)$ pour $d = 350$ μm , $a = 5.4$, $M = 600$ g, $R_i = 28$ mm (courbe extraite de [57]).	31
3.9	(a) La vitesse d'étalement normalisée par $\sqrt{gR_i}$ en fonction de a . (b) L'énergie dissipée lors de l'étalement $\epsilon = \frac{\Delta E}{E_i}$ en fonction de a . (Courbes extraites de [57]).	32
3.10	(a) Schéma du dispositif expérimental de Sanchez et al [88]. (b) Évolution du profil du tas granulaire sous vibrations. (c) Les forces présentes dans une coupe verticale du tas. (d) Analogie du tas avec un glissement solide sur une surface vibrée. (Images extraites de [88]).	33

3.11	(a) Évolution de β en fonction de Γ/μ . Cette fonction permet de mesurer une friction effective μ à partir de la dynamique d'étalement. (b) Évolution du coefficient de frottement μ en fonction de la hauteur pour différentes configurations et pour différentes surfaces. (c) Friction effective μ_∞ en fonction de la vitesse des vibrations adimensionnée, ici $I = a\omega/\sqrt{gd}$. (d) Dépendance de la hauteur sur la friction effective extraite de l'ajustement parabolique des données. (Images extraites de [88]).	35
3.12	Pour une pâte granulaire de $d=50 \mu\text{m}$ et $\eta_f=5.9 \text{ mPa.s}$: (a) Tracé Log-Log de l'évolution temporelle du rayon normalisé $R(t)/R_0$. Les données sont ajustées par l'équation 3.25 (ligne continue). (b) Évolution du coefficient β et de l'exposant m en fonction de la contrainte de vibrations σ_v . (Courbes extraites de [36]).	35
3.13	Pour différentes valeurs de la contrainte des vibrations σ_v , du diamètre des billes d et de la viscosité du fluide interstitiel η_f : (a) Tracé logarithmique de la viscosité η_0 en fonction du nombre Pe_{lub} . (b) Tracé logarithmique de η_0/η_f en fonction de Pe_{lub} . (Courbes extraites de [36]).	36
5.1	(a) Un tas granulaire est placé sur une plaque de plexiglas rugueuse, liée à un pot vibrant assurant des vibrations verticales sinusoïdales, par une boucle fermée grâce à un amplificateur et un contrôleur. L'expérience est enregistrée par une caméra CCD qui filme simultanément le tas sur le coté et par le haut grâce à un miroir amovible orienté à 45° de la plaque. Des panneaux LEDs et un éclairage sont mis en place afin d'avoir un contraste rendant possible l'extraction de données. (b) Visualisation de l'étalement du tas granulaire.	41
5.2	Fonction de densité de probabilité en diamètre pour un échantillon de billes de verre $d = 400\text{-}600 \mu\text{m}$	42
5.3	Schéma de principe de la boucle de rétroaction contrôlant les vibrations : nous rentrons sur l'ordinateur un type de vibrations (forme, fréquence, amplitude...) et le contrôleur LDS crée un signal de vibration qui est ensuite amplifié pour alimenter le pot. L'accélération des vibrations engendrée par le pot est mesurée par l'accéléromètre et transmise au contrôleur LDS qui modifie le signal en conséquence pour respecter la consigne imposée [83].	43
5.4	(a) Vérification du mouvement sinusoïdal du tas grâce à la transformée de Fourier. (b) Vérification de la consigne du pot vibrant pour une fréquence de 45 Hz et une amplitude de 100 μm	43
5.5	Protocole expérimental du dépôt du milieu granulaire grâce à un entonnoir afin de retrouver une condition initiale reproductible du tas granulaire.	44
5.6	Illustration des différentes étapes réalisées par le logiciel Fiji [90] pour obtenir la variation de la hauteur et du rayon dans le temps. Les étapes consistent à ouvrir l'image brute sur le logiciel, rogner la zone d'intérêt, binariser l'image rognée grâce à un seuil adéquat, éliminer les parties parasites, détecter le contour du tas et finalement l'extraction des coordonnées x et y	45

5.7	Profil du tas sur le plan horizontal après 140s d'étalement de billes de verre $d = 400-600 \mu\text{m}$	46
5.8	(a) Aperçu de l'évolution de la hauteur $h(t)$ et du rayon $R(t)$ sous vibrations. h_0 et R_0 sont les valeurs initiales de la hauteur et du rayon respectivement. (b) La forme du tas à différents instants t de l'étalement. Lors de l'application des vibrations, le tas granulaire passe d'une forme conique à $t = 0$ s et $t = 5.8$ s à une forme de calotte sphérique au cours du temps ($t = 65.8$ s et $t = 125.8$ s). . .	47
5.9	Pour $f = 30$ Hz et $d_1 = 400-600 \mu\text{m}$, (a) Conservation du volume du tas granulaire. (b) Profils adimensionnés du tas à différents instants t . La ligne noire continue représente un tracé parabolique basé sur les travaux de Sanchez et al [88].	48
5.10	Diagramme de phase de l'étalement pour des billes de verre $d = 400-600 \mu\text{m}$: La zone en rouge correspond au cas où l'étalement est bloqué. La zone en vert correspond à la transition solide/liquide où le tas granulaire s'étale sous vibrations. La zone jaune correspond à la transition liquide-gaz où les grains rebondissent sur le plan. Les points (croix, cercles et étoiles) correspondent aux mesures effectuées pour déterminer la limite entre le blocage, l'étalement et le rebondissement. Les expériences ont été réalisées trois fois afin de déterminer ces différentes transitions.	49
5.11	(a) Évolution temporelle de la hauteur pour différentes amplitudes et une fréquence $f = 30$ Hz. (b) Évolution temporelle du rayon sous différentes amplitudes et une fréquence $f = 30$ Hz.	51
5.12	Évolution de $R(t)/R_0$ au cours du temps pour une fréquence $f = 30$ Hz. (a) Représentation semi-logarithmique et ajustement par une loi de puissance $R(t) \propto t^m$ en fonction du temps mettant en évidence l'existence de deux régimes. (b) Identification du point de transition entre les deux régimes et ajustement de $R(t)/R_0$ par une loi de puissance $R(t) \propto t^m$ dans chacun des deux régimes. . . .	53
5.13	Mise en évidence du point de transition entre les deux régimes pour l'évolution de $h(t)/h_0$ en fonction du temps.	54
5.14	Extraction du coefficient β et l'exposant m de la loi de Tanner $\frac{R(t)}{R_0} = \beta t^m$ par ajustement des courbes d'étalement : (a) Évolution du coefficient β en fonction de différentes amplitudes et fréquences. (b) Évolution de l'exposant m en fonction de différentes amplitudes et fréquences.	56
5.15	Extraction du coefficient β en fonction de la contrainte des vibrations σ_v	57
5.16	Extraction du coefficient β et l'exposant m de la loi de Tanner $\frac{R(t)}{R_0} = \beta t^m$ (a) Évolution du coefficient β en fonction de l'accélération Γ . (b) Évolution de l'exposant m en fonction de l'accélération Γ	58

5.17	(a) Évolution de $R(t)^3 - R(t_0)^3$ en fonction du temps l'étalement. (b) Tracé logarithmique du Rayon en fonction du temps selon le modèle de Khefif et al [56] pour une accélération $\Gamma = 1.35$, suggérant l'existence de deux régimes d'étalement.	60
5.18	(a) Extraction de l'exposant m_k en fonction de l'accélération Γ selon le modèle de Khefif et al [56]. La courbe noire représente la moyenne de l'exposant tel que $m_k = 0.5510$. (b) Extraction du coefficient a_k en fonction de l'accélération Γ selon le modèle de Khefif et al [56]. La courbe noire représente un ajustement par $a_k = c\Gamma + d$ où $c = 0.552$ et $d = -0.4815$	61
5.19	Tracé semi-logarithmique de la viscosité adimensionnée η_0/η_{ref} en fonction de l'accélération adimensionnée ajustée par une exponentielle $\eta_0/\eta_{ref} \sim \exp(-\Gamma/\Gamma_0)$ où $\Gamma_0 = 1.2352$	62
6.1	Le tas granulaire est placé sur un disque de surface rugueuse, lié à un pot vibratoire assurant des vibrations verticales sinusoïdales, par une boucle fermée grâce à un amplificateur et un contrôleur. L'expérience est enregistrée par une caméra CCD haute résolution qui mesure la hauteur et l'angle de talus. Des panneaux LEDs sont mis en place afin d'avoir un contraste rendant possible l'extraction de données.	65
6.2	Image de la surface rugueuse de $D = 3$ cm et $\lambda = 1.5$ mm.	66
6.3	Aperçu de l'évolution de la hauteur et de l'angle de talus du tas granulaire pour $f = 40$ Hz et $A = 180$ μ m. h_0 et R_0 sont respectivement la hauteur et le rayon initiales du tas.	67
6.4	Fonction de densité de probabilité en diamètre pour différents échantillons de billes de verre.	67
6.5	Illustration des différentes étapes réalisées par le logiciel Fiji [90] pour obtenir la variation temporelle de la hauteur. Les étapes consistent à ouvrir l'image brute sur le logiciel, rogner la zone d'intérêt, binariser l'image rognée grâce à un seuil adéquat, éliminer les parties parasites, détecter le contour du tas et finalement l'extraction des coordonnées x et y	67
6.6	Diagramme de phase de l'étalement : La zone en rouge correspond au cas où l'on a un étalement bloqué. La zone en vert correspond à la transition solide/liquide où le tas granulaire s'étale sous vibrations. La zone jaune correspond à la transition liquide-gaz où les grains rebondissent sur le plan. Les points (croix, cercles et étoiles) correspondent aux mesures effectuées pour déterminer la limite entre le blocage, l'étalement et le rebondissement.	68
6.7	Schéma illustrant la transition liquide-gaz dans laquelle les vibrations sont tellement fortes qu'elles engendrent des rebondissement des particules.	69

6.8	(a) Profils du tas granulaire à différents instants t pour $f=30$ Hz, $A = 150$ μm et $d = 400\text{-}600$ μm . (b) Profils adimensionnés du tas à différents instants t pour $f = 30\text{Hz}$, $A = 150$ μm et $d = 400\text{-}600$ μm . La ligne noire continue représente un tracé parabolique des données expérimentales de Sanchez et al. [88].	70
6.9	Analogie avec la loi de Coulomb [45] [99].	71
6.10	Comparaison de deux méthodes de préparation distinctes du tas granulaire pour $A = 120$ μm , $f = 30$ Hz, et $d = 400\text{-}600$ μm . Les deux protocoles sont décrits dans la section 6.1.	72
6.11	(a) Évolution de $\tan(\theta)$ en fonction du volume perdu du tas granulaire pour $A=80$ μm $f = 30$ Hz, et $d = 400\text{-}600$ μm . (b) Évolution de $\tan(\theta)/\tan(\theta_0)$ en fonction du temps pour plusieurs amplitudes, $f = 30$ Hz, et $d = 400\text{-}600$ μm	73
6.12	Exemple d'une vibration faible permettant la fluidisation que de quelques couches superficielles situées au voisinage de la surface du tas pour $A = 60$ μm , $f = 30$ Hz et $d = 400\text{-}600$ μm	74
6.13	(a) Évolution de l'angle final de repos en fonction de l'amplitude pour $d=400\text{-}600$ μm et $D=3$ cm. (b) Évolution de l'angle final de repos en fonction de la fréquence pour $d=400\text{-}600$ μm et $D=3$ cm.	75
6.14	Évolution de l'angle final de repos en fonction de la fréquence pour $A = 80$ μm , $d = 400\text{-}600$ μm et $D = 3, 5$ cm.	76
6.15	Évolution de l'angle final de talus en fonction du paramètre de contrôle σ_v des vibrations pour $d = 400\text{-}600$ μm et plusieurs fréquences et amplitudes.	77
6.16	Évolution de l'angle final de talus en fonction de l'accélération Γ pour $d = 400\text{-}600$ μm et plusieurs fréquences et amplitudes.	77
6.17	(Gauche) Évolution de l'angle de talus adimensionné par l'angle initial θ_0 en fonction du temps pour différents σ_v . La ligne blanche est l'ajustement par l'équation 6.2. (Droite) Évolution temporelle de l'angle de repos normalisé, $(\tan(\theta) - \tan(\theta_0))/(\tan(\theta_0) - \tan(\theta_f))$, pour $d = 400\text{-}600$ μm , et différentes valeurs de σ_v . La ligne bleu est un ajustement exponentiel par $y = \exp(-t/\tau)$, avec $\tau = 10$ s.	78
6.18	Évolution du temps caractéristique τ de l'avalanche en fonction de σ_v pour $d = 400\text{-}600$ μm	79
6.19	(a) Évolution de l'angle final de repos $\tan(\theta_f)$ fourni par le modèle en fonction de σ_v pour $d = 400\text{-}600$ μm . (b) Comparaison de l'évolution de $\tan(\theta_f)$ fourni par le modèle et $\tan(\theta_f)$ obtenu par les expériences.	80
6.20	(a) Évolution de l'angle de repos final en fonction de σ_v pour $f = 30$ Hz et plusieurs tailles de particules. (b) Évolution du coefficient de friction μ_s assimilé à l'angle de repos final en fonction de σ_v pour plusieurs tailles de particules et différentes fréquences et amplitudes. Les données sont ajustées par une fonction exponentielle de la forme $\mu_s = \mu_0 \exp(-\sigma_v/\sigma_{v,c})$ avec $\mu_0=0.6$ et $\sigma_{v,c}=0.8$	82

6.21	Évolution de l'angle de repos en fonction de σ_v pour $d = 400-600 \mu\text{m}$ et différentes rugosités λ	83
7.1	Schéma représentant une pente granulaire avec une couche statique surmontée d'une couche en écoulement. $h(x, t)$ et $R(x, t)$ sont respectivement la hauteur de la couche statique et l'épaisseur de la couche mobile, à la position x et au temps t . L'angle local θ_l est défini comme la pente locale de la couche statique telle que $\tan \theta_l = \partial h / \partial x$	86
7.2	(Gauche) Prédiction de la version simplifiée du modèle BCRE donné par l'équation 7.21 pour l'érosion d'un tas soumis à des vibrations ($v_0 = 0.02$). (Droite) Évolution de l'angle final $\tan(\theta_f)$ prédit par le modèle en fonction de la valeur de l'angle neutre $\tan(\theta_n)$, et ajustement linéaire.	90
7.3	(Gauche) Ajustement des données expérimentales par le modèle BCRE simplifié pour l'érosion d'un tas soumis à des vibrations ($\sigma_v = 0.64 \text{ Pa}$, $\tan(\theta_n) = 0.39$). (Droite) Évolution de l'angle réduit et normalisé au cours du temps pour l'ensemble des données expérimentales, et leur ajustement par les différents modèles.	91
7.4	(Gauche) Prédiction de la version simplifiée du modèle BCRE donné par l'équation 7.20 pour l'étalement d'un tas soumis à des vibrations ($v_0 = 0.006$). (Droite) Évolution du rayon final normalisé par le rayon initial s_f/s_0 prédit par le modèle en fonction de la valeur de l'angle neutre $\tan(\theta_n)$, et ajustement linéaire.	92
8.1	(a) Dispositif expérimental : une suspension granulaire est placée sur un pot vibrant appliquant des vibrations verticales sinusoïdale. Un faisceau laser est dirigé vers un miroir incliné, où il est réfléchi de manière à former une nappe lumineuse dans l'échantillon. Ce dernier est placé sur un rhéomètre permettant la mesure et l'étude rhéologiques. (b) Schéma du dispositif expérimental d'une suspension granulaire en géométrie de type Couette sous vibrations. La zone verte représente la nappe générée par le laser.	96
8.2	(a) Constante d'étalonnage K_γ , d'après Choplin et al [20], en fonction de la position dans le gap r pour différentes valeurs de l'indice n . (b) Profils des vitesses théoriques adimensionnés $v_\theta/R_i\dot{\theta}$ en fonction de la position dans le gap r/R_e [48]	98
8.3	(a) Exemple d'une image brute récupérée par la caméra de l'échantillon où le miroir est placé devant le vane. (b) Exemple d'une image brute récupérée par la caméra de l'échantillon où le miroir est placé au même niveau que le vane.	100
8.4	(a) Schéma du dispositif où le miroir est placé devant le vane. (b) Schéma du dispositif où le miroir est placé au même niveau que le vane.	100
8.5	Aperçu de la diminution de la hauteur du liquide surnageant grâce à une pipette afin de changer la fraction volumique de l'échantillon. h_0 est la hauteur du surnageant de la fraction volumique initiale, pour une coupe de caméra centrale et transversale.	101

8.6	(a) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour différentes valeurs de contrainte de vibrations σ_v et $\phi = 0.61$ pour un mélange de billes de PMMA immergées dans du tritonx100. (b) Évolution de la contrainte de cisaillement σ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour différentes valeurs de contrainte de vibrations σ_v et $\phi = 0.61$ pour un mélange de billes de PMMA immergées dans du tritonx100.	103
8.7	Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et mise en évidence d'un plateau de viscosité η_0 à bas cisaillement pour des billes de PMMA de 600 μm immergées dans du tritonx100.	105
8.8	Viscosité η_f en fonction de la contrainte de cisaillement σ pour différentes valeurs de contrainte de vibrations σ_v pour des billes de PMMA de 600 μm immergées dans du tritonx100 ($\phi = 0.61$).	105
8.9	(a) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ sans vibrations pour des billes PMMA de 600 μm , différentes viscosités de fluide interstitiel. (b) Évolution de la viscosité η en fonction de la contrainte de cisaillement σ sans vibrations pour des billes PMMA de 600 μm , différentes viscosités de fluide interstitiel.	108
8.10	(a) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour différentes fractions volumiques ϕ . (b) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour deux fractions volumiques $\phi = 0.54, 0.61$	109
8.11	Aperçu d'une coupe globale de l'effet de la dilatance pour des billes PMMA de 600 μm immergées dans du tritonx100 pour $\phi = 0.54$. La première image est prise pour $\dot{\gamma} = 0.012 \text{ s}^{-1}$ et la deuxième pour $\dot{\gamma} = 5.011 \text{ s}^{-1}$	110
8.12	Aperçu d'une coupe globale de l'effet de la dilatance pour des billes PMMA de 600 μm immergées dans du triton x100 pour $\phi = 0.58$. La première image est prise pour $\dot{\gamma} = 0.012 \text{ s}^{-1}$ et la deuxième pour $\dot{\gamma} = 5.011 \text{ s}^{-1}$	110
8.13	(a) Évolution de la viscosité η en fonction de la contrainte de cisaillement σ pour différentes fractions volumiques ϕ . (b) Évolution de la contrainte de cisaillement σ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour différentes fractions volumiques ϕ	112
8.14	Schéma illustrant la dilatance et l'expansion des particules horizontalement.	112
8.15	Évolution de la position x_c en fonction du taux de cisaillement sans vibrations pour différentes fractions volumiques. Cette position se propage de manière progressive et horizontale au fil du temps et du cisaillement. En augmentant la fraction, la position initiale de x_c ne reste plus la même vu que nous nous approchons d'une pâte saturée, et donc les particules occupent de plus en plus la zone proche du vane représentant la position initiale.	113
8.16	Aperçu de la dilatance du mélange et de la position x_c particules sous une coupe centrale et transversale.	113

8.17	(a) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour des fractions volumiques importantes montrant une fracturation du mélange à haut cisaillement. (b) Zoom sur la fracturation du mélange à haut cisaillement.	114
8.18	(a) Évolution de la viscosité apparente η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ de 10^{-2} à 10 pour différentes tailles de billes de PMMA. (b) Évolution de la viscosité apparente η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ de 10 à 10^{-2} pour différentes tailles de billes de PMMA.	115
8.19	(a) Dispositif expérimental de l'étalement d'une colonne de pâte granulaire. (b) Schéma du dispositif.	117
8.20	Schéma explicatif de la préparation de la colonne granulaire. Pendant que la pâte granulaire saturée est confinée grâce à une raclette, nous ajoutons quelques gouttes de triton mélangé avec du pyrromethene afin de former une couche mince de liquide qui permettra par la suite l'étalement de la colonne granulaire.	119
8.21	Aperçu de la colonne granulaire sous une nappe laser à $t = 0s$	119
8.22	Aperçu de l'évolution de l'étalement de la colonne granulaire pour une amplitude $A = 150 \mu m$ et une fréquence de $f = 50 Hz$. x_p est la position des particules.	119
8.23	Profil de la colonne granulaire pour une fréquence de $f = 50 Hz$ et une amplitude de $A = 150 \mu m$ à $t = 0s$	120
8.24	Profil de la colonne granulaire pour une fréquence de $f = 50 Hz$ et une amplitude de $A = 150 \mu m$ à $t = 3400 s$	121
8.25	Évolution temporelle de la migration des particules de la pâte granulaire dans le film précurseur pour différentes amplitudes et une fréquence fixe de $f = 50 Hz$	122
8.26	Évolution temporelle de la migration des particules de la pâte granulaire dans le film précurseur pour différentes fréquences et une amplitude fixe de $A = 110 \mu m$	122
8.27	Évolution temporelle de la position finale $x_{pf}(t)/x_{pf}(t_0)$ de la migration des particules de la pâte granulaire dans le film précurseur pour différentes amplitudes et une fréquence fixe de $f = 50 Hz$	123
8.28	Schéma de l'installation expérimentale : Une colonne granulaire saturée de tritonx100, définie par sa longueur initiale L_i et sa hauteur initiale H_i , initialement située du côté droit d'une raclette coulissante, est libérée dans l'air et finit par former un dépôt caractérisé par une longueur d'étalement finale L_f et une hauteur finale H_f	123
8.29	Le rapport de la longueur finale sur la longueur initiale de la colonne granulaire L_f/L_i en fonction de rapport a pour différentes vibrations.	124
8.30	Évolution de la longueur de la colonne granulaire L en fonction du temps pour différentes amplitudes et une fréquence fixe de $f = 50 Hz$	125
A.1	Exemples de simulations d'écoulements d'un milieu granulaire par DEM (a) dans une cellule de Couette cylindrique, (b) sur un plan incliné vibré, (c) dans un tambour tournant. (Images extraites de [68] et [37]).	131

A.2	Modélisation numérique du contact entre deux grains : (a) contact et déformation de deux particules i et j lors d'une collision. (b) Modélisation de ce contact par deux ressorts amortis dont les raideurs sont respectivement k_n et k_t . (Images extraites de [83]).	132
A.3	Visualisation et maillage du tas granulaire.	134
A.4	Dépôt des grains pour l'obtention de la condition initiale du tas granulaire.	134
A.5	Étalement obtenu par DEM en fonction du temps pour différentes amplitudes de vibrations et une fréquence de $f = 50$ Hz. (a) Évolution de la hauteur normalisée par sa valeur initiale. (b) Évolution de la masse du tas granulaire.	135
A.6	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux.	136
A.7	Exemple d'une coupe du tas granulaire.	136

Liste des tableaux

8.1	Présentation des propriétés de la suspension granulaire étudiée : type de billes, fluide interstitiel et colorant fluorescent.	99
8.2	Présentation des propriétés des suspensions utilisées pour étudier l'influence de la viscosité du fluide interstitiel.	101
8.3	Présentation des propriétés des suspensions utilisées pour étudier l'influence de la taille des particules.	101
A.1	Propriétés de contact des particules et des parois utilisées lors des simulations. Le module de Young est réduit d'un facteur de 100 par rapport aux propriétés physiques pour augmenter l'intervalle de temps de DEM. Les frottements de glissement et de roulement sont élevés en raison de la non-idéalité des particules sphériques.	133

INTRODUCTION

Les milieux granulaires occupent une place très importante dans de nombreux secteurs industriels et environnementaux. Ils sont rencontrés par exemple en génie civil (ballasts des voies ferrées, sables, ciments, bétons,...), mécanique des sols et des roches (glissements de terrains, avalanches, minerais,...), dans l'industrie pharmaceutique, cosmétique et chimique (poudres de lessives, engrais,...), ou encore dans le secteur agro-alimentaire (céréales, farines, blé,...).

Les matériaux granulaires se retrouvent également dans de nombreux cas géophysiques allant de la formation des dunes dans le désert, aux blocs de glace qui composent les anneaux de Saturne, en passant par les glissements de terrain, les tempêtes de sable et les éruptions volcaniques. Il est alors primordial d'essayer de comprendre comment s'écoule un milieu formé de particules ainsi que les contraintes mises en jeu de manière à prévoir et à éviter certaines catastrophes naturelles et industrielles [4] [77].

La dynamique des milieux granulaires présente beaucoup de facettes distinctes. C'est un domaine de recherche très actif actuellement de par la représentativité de ces milieux dans la nature et l'industrie (Fig.1). L'optimisation de leur transport, de leur stockage et de leur mélange nécessite une compréhension approfondie de leur rhéologie.

La description et le comportement des milieux granulaires est relativement complexe, même si leur physique est de mieux en mieux comprise. Comprendre leur réponse à des sollicitations rapides et cycliques telles que les vibrations est encore moins aisé, car l'énergie qui sera transférée aux particules va dépendre en grande partie des caractéristiques des vibrations et la restitution de cette énergie, ainsi que des caractéristiques des particules composant le milieu granulaire.



Figure 1 Exemples de milieux divisés dans la nature et l'industrie : avalanches, dunes de sable, blé, comprimé pharmaceutique, poudre cosmétique, coulée de lave, anneaux de Saturne. Images extraites de : www.mcgill.ca, www.linflux.com, www.salamandre.org.

Ces matériaux granulaires présentent des caractéristiques fascinantes et complexes. Ils peuvent s'écouler comme des fluides lorsqu'ils sont suffisamment sollicités, formant des avalanches, des écoulements de grains ou des effondrements de tas. Cependant, ils peuvent également se comporter comme des solides rigides, formant des empilements ou des structures granulaires stables. Il n'existe pas de loi de comportement unique et intrinsèque au matériau, mais plutôt toute une panoplie de lois qui peuvent être pertinentes selon les échelles de temps et d'espace considérées.

Pendant longtemps, l'étude de la matière en grains est restée l'apanage des ingénieurs et des géologues. Malgré leurs nombreuses applications industrielles et géophysiques, les milieux granulaires résistent encore sur bien des points à notre compréhension, et leur description fait l'objet d'intenses recherches.

Cette thèse porte sur l'étude des propriétés d'étalement des dispersions granulaires. Ce sujet revêt une importance significative dans divers domaines de la science et de l'ingénierie en raison des nombreux défis fondamentaux et des applications pratiques qu'elle englobe (transport, stockage et mise en forme des poudres). L'objectif est en particulier de comprendre comment l'application de vibrations mécaniques permet de contrôler les propriétés d'étalement de ces matériaux à travers une modification de leurs propriétés rhéologiques. Ce sujet s'inscrit dans la continuité de précédentes études menées au LEMTA sur l'influence de vibrations sur les lois de comportement apparentes pour des écoulements dits "rhéométriques". En particulier,

les vibrations agissent comme un réservoir d'énergie permettant une réorganisation locale des particules. Nous montrerons dans la suite de ce manuscrit que cette propriétés peut être utilisée pour optimiser l'étalement de dispersions granulaires et analyserons l'influence de la composition du milieu (taille des particules, présence ou non d'un fluide interstitiel,...) sur ce mécanisme.

Première partie

État de l'art

CHAPITRE 1

GÉNÉRALITÉS SUR LES MILIEUX GRANULAIRES

Sommaire

1.1	Définition	6
1.2	Contexte et enjeux	7
1.2.1	Enjeux industriels	8
1.2.2	Enjeux théoriques	9
1.3	Les interactions dans les milieux granulaires	11
1.3.1	Interactions standards entre particules	11
1.3.2	Contacts collisionnels	12
1.3.3	Contacts lubrifiés	12
1.3.4	Cohésion capillaire	13
1.3.5	Réseau de chaînes de forces	14

1.1 Définition

Qu'est-ce qu'un milieu granulaire ?

La matière solide peut se présenter sous diverses formes. La forme granulaire en est une. Sous cette forme, la matière est composée de nombreuses unités solides : les grains. Tout objet solide, une fois brisé, devient granulaire. Chaque fois que l'on entasse plusieurs centaines de milliers d'objets et que les interactions entre ces objets sont semblables à celles qui existent entre des blocs durs, nous avons affaire à un matériau granulaire. Un milieu granulaire est défini comme un ensemble de particules solides macroscopiques, de taille typiquement supérieure à 100 μm . Pour des particules entre 1 et 100 μm , nous parlons de poudres, dans lesquelles les interactions

de Van Der Waals, l'humidité et l'air jouent un rôle important. Enfin, nous parlerons de colloïdes dans le cas de particules de taille inférieure à $1\ \mu\text{m}$, pour lesquelles l'agitation thermique n'est plus négligeable.

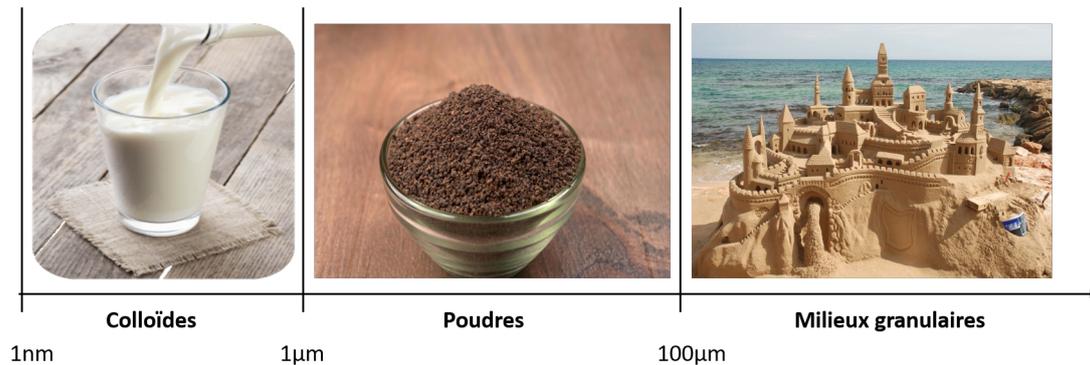


Figure 1.1 Classification des milieux granulaires en fonction de la taille des éléments qui les constituent : les colloïdes (ex : le lait), les poudres (ex : le café moulu) et les milieux granulaires (ex : le sable). Images extraites de : www.futura-sciences.com, www.lactalisingredients.com.

En plus de ces particularités sur la taille, il faut aussi prendre en compte la présence éventuelle d'un fluide interstitiel entre les grains. Nous avons affaire à des milieux granulaires secs, lorsque l'effet de ce fluide sur les grains peut être négligé. À l'inverse, nous parlerons de milieux granulaires mouillés, ou suspensions, lorsque les grains sont immergés dans un liquide où les forces hydrodynamiques ne sont plus négligeables.

Un paramètre important pour caractériser un milieu divisé est la fraction volumique, ϕ , définie par le rapport entre le volume occupé par l'ensemble des grains sur le volume total du milieu :

$$\phi = \frac{\text{Volume des grains}}{\text{Volume total}} \quad (1.1)$$

Cette fraction est donc comprise entre 0 (minimum de compaction) et 1 (maximum de compaction). Dans le cas d'un empilement 3D de sphère, la fraction volumique maximale atteignable est $\phi = 0.74$, ce qui correspond au cas d'un empilement ordonné hexagonal ou cubique faces centrées. Ce type d'empilement, dit cristallin, est néanmoins extrêmement difficile à atteindre en pratique.

Dans le cas d'un empilement créé aléatoirement, nous aurons : $0.55 < \phi < 0.64$. Le cas $\phi = 0.64$ correspond à l'empilement aléatoire le plus dense qu'il est possible d'obtenir. À l'inverse, le cas $\phi = 0.55$ correspond à l'empilement aléatoire le plus lâche tout en restant capable de supporter les contraintes liées au poids de l'empilement [69][83].

1.2 Contexte et enjeux

Comme mentionné précédemment, les milieux granulaires sont au coeur de nombreux enjeux dans divers domaines. Leur comportement complexe et leurs propriétés uniques présentent des défis et des opportunités aussi bien dans le domaine industriel que dans la recherche scientifique. Leurs propriétés uniques et leurs comportements complexes en font des sujets

d'étude fascinants, offrant des opportunités pour résoudre des problèmes technologiques, approfondir notre compréhension des systèmes physiques et développer des solutions novatrices pour relever les défis de notre monde en constante évolution.

1.2.1 Enjeux industriels

D'une part, l'extraction de ressources énergétiques fossiles nécessite une panoplie de connaissances sur les propriétés du sol en tant que milieu granulaire, et se trouve face à plusieurs problématiques scientifiques et environnementales : forages pétroliers, ancrage et sécurité des équipements d'extraction offshore, fracturation hydraulique pour l'extraction de gaz de schistes [33][77]. Les matériaux granulaires sont également d'une très grande importance dans la transition énergétique : fondations des éoliennes et hydroliennes, filtration des particules fines issues des combustibles fossiles.

D'autre part, l'extraction de matière première dans les mines souterraines fait face à plusieurs problématiques telle que la stabilité de ces mines ou de leur parois, le comportement à l'explosif, la résistance à l'attaque des outils de coupe, l'optimisation du stockage (stabilité et encombrement des tas), ainsi que le comportement au concassage et au broyage...



Figure 1.2 Exemples des milieux granulaires dans différents secteurs industriels. Images extraites de : www.andre-laurent.fr, <https://pixers.fr>, <https://mrmondialisation.org>.

L'industrie agro-alimentaire est l'une des principales productrices de matière en grains : céréales, fruits, poudres (sucre, farine)... Cette production fait face à des problématiques mécaniques liées au stockage, au transport, et au conditionnement. L'industrie pharmaceutique également traite essentiellement les matériaux granulaires à deux échelles : les principes actifs et

les excipients sont généralement à l'état de poudres fines, qui subissent des opérations contrôlées de broyage, de mélanges de précision, et de compaction [27]. Dans l'industrie chimique, les matériaux granulaires sont souvent utilisés lors de réactions solides-solides, vu leur grande surface d'échange. Nous pouvons citer les exemples des filtres à charbons actifs utilisés dans les masques à gaz, des combustibles solides (le propergol utilisé par l'industrie spatiale), de l'industrie cosmétique, et des réacteurs à lit fluidisé.

Comprendre le comportement des milieux granulaires est donc un point d'optimisation majeur dans ces industries.

1.2.2 Enjeux théoriques

Les propriétés des milieux granulaires diffèrent de celles des corps continus de part le caractère discret des particules en interactions. Ces aspects, d'ordres géométriques, mécaniques et physico-chimiques, sont à l'origine des propriétés les plus intéressantes de ces matériaux mais aussi des difficultés que l'on rencontre quand on essaie de les modéliser.

Généralement, un matériau classique est décrit par des modèles mathématiques et physiques sur lesquels on peut s'appuyer pour la majorité des situations pratiques. Par exemple, d'une part, la loi de Hooke décrit le comportement mécanique des solides élastiques, et permet de fermer le système des équations gouvernant la déformation d'un matériau donné en fonction d'un nombre réduit de paramètres faciles à déterminer. En mécanique des fluides, l'équation de Navier-Stokes qui gouverne l'écoulement associée à la loi de comportement des fluides newtoniens permet de prédire par calcul numérique l'écoulement dans de très nombreuses configurations différentes [4][13].

Pour les milieux granulaires, aucune loi ou théorie universelle n'arrive pour le moment à décrire leur comportement. On se contente généralement des lois phénoménologiques fondées sur l'expérience (géométrie particulière, régime particulier d'écoulement, type particulier de matériau granulaire). Ces lois sont très pratiques sur leur champ d'application, mais moins efficace face à une situation inconnue.

Il est difficile de suivre chaque particule et étudier son mouvement, vu le grand nombre de particules que contient un milieu granulaire. Les matériaux granulaires sont aussi parfois appelés "solides divisés", car ils sont composés d'un grand nombre de solides. Pour étudier le comportement de chaque solide, nous utilisons la mécanique des solides. La loi fondamentale de la dynamique permet de décrire le mouvement de chaque particule. La difficulté réside dans le grand nombre de particules et la modélisation des différentes interactions entre particules. Le processus d'homogénéisation [46] n'est pas toujours possible, notamment lorsque des chaînes de forces se forment entre les particules à travers leurs contacts.

Dans les milieux non colloïdaux, les fluctuations thermiques sont négligeables devant l'énergie potentielle, vu que les grains sont trop gros pour présenter un mouvement brownien $mgd \gg k_b T$, où m est la masse, g la gravité, T la température absolue et K_b la constante de Boltzmann. En d'autres termes, les grains restent piégés dans une multitude d'états métastables. Les milieux granulaires font partie alors de la classe des systèmes dits athermiques, des systèmes

désordonnés contenant un grand nombre de particules dont les sources de fluctuations sont purement géométriques et mécaniques.

La mécanique des contacts et la tribologie sont deux domaines d'études riches et complexes intervenant lors des contacts interparticulaires. Les interactions granulaires sont très complexes, de sorte qu'entre deux particules on aura plusieurs phénomènes triviaux et non linéaires (friction, chocs élastiques, forces hydrodynamiques ...).

Un réseau de contact dans un milieu granulaire dépend fortement des contraintes extérieures appliquées [48]. Celui-là attribue des propriétés dynamiques au milieu lors de l'application d'un cisaillement ou des vibrations en passant du comportement solide à celui liquide, comme le montre la Fig.1.3.

Le jamming est une propriété partagée par d'autres systèmes comme les mousses, les émulsions ou les systèmes vitreux. Tous ces systèmes ont une particularité en commun qui est que leur dynamique sous sollicitation est hors équilibre. Cette similarité de comportement a été mise en évidence par un diagramme de phase (Fig.1.3), de Liu et Nagel[59] [63], où la phase bloquée correspond aux faibles valeurs de température et de contrainte et aux grandes valeurs de densité.

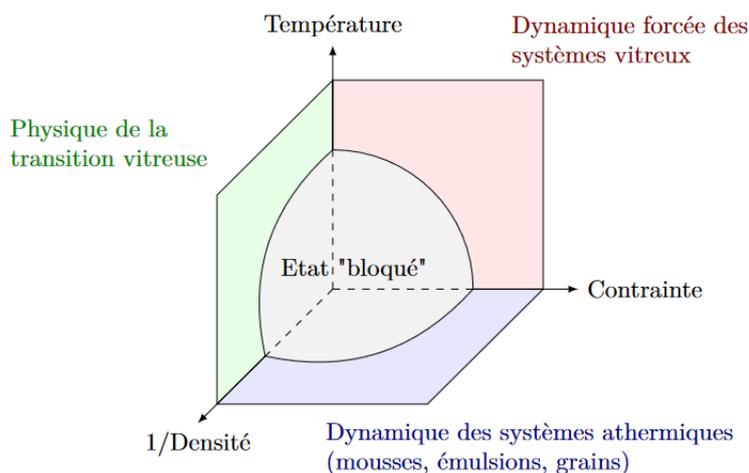


Figure 1.3 Diagramme de phase hypothétique pour la transition de jamming proposé par Liu and Nagel [63]. Augmenter les contraintes et diminuer la densité permet de mettre en écoulement les milieux granulaires, mousses et émulsions, tandis qu'augmenter la température permet aux solides vitreux de passer à l'état liquide.

Les milieux granulaires peuvent exister sous plusieurs états : solide, liquide ou gaz. Par exemple, un ensemble de grains sur une table peut former un tas statique. Malgré des contraintes de cisaillement présentes dans le tas, le milieu reste sans mouvement et se comporte donc comme un solide [4]. Si ces particules sont mises en mouvement, cela provoque leur écoulement, nous nous trouvons face à un liquide. Maintenant, des secousses énergiques peuvent provoquer la mise en suspension et l'envol des grains qui interagissent alors par collisions binaires, et nous nous trouvons face à un gaz.

1.3 Les interactions dans les milieux granulaires

Un matériau granulaire concentre un grand nombre de particules en son sein pouvant interagir entre elles. De nombreuses forces peuvent agir sur ces interactions, de diverses manières et à différentes échelles. Cependant les particules sont assez grosses pour ne pas être tributaires de l'agitation thermique brownienne. L'effet des forces répulsives électrostatiques dues à la présence d'ions à la surface des particules, ainsi que celui attractif des forces de Van Der Waals sont négligeables dans le cas des granulaires étudié ici. Dans les milieux granulaires secs étudiés, seules les forces frictionnelles et collisionnelles sont significatives. En présence d'un fluide interstitiel autre que l'air, nous avons des interactions de contacts indirects de type lubrifiées, ou encore des forces cohésives dues aux ponts liquides lorsque le milieu n'est pas saturé.

1.3.1 Interactions standards entre particules

Contacts élastiques

A faible déformation, l'interaction entre deux grains est modélisée par la loi de Hertz :

$$F_{Hertz} \sim E\sqrt{R}\delta_e^{3/2} \quad (1.2)$$

où E est le module d'Young, R le rayon des particules et δ_e le recouvrement des particules qui contrôle la dynamique du réseau de contact (Fig.1.4). Aux très faibles déformations, la force de répulsion tend vers la loi de Hooke :

$$F_{Hooke} \sim k_n\delta_e \quad (1.3)$$

avec k_n une fonction du rayon des grains et du module d'Young.

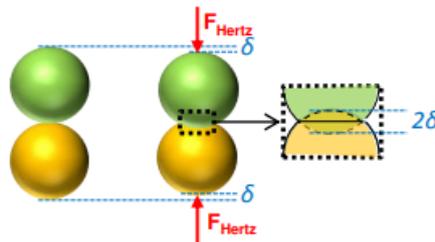


Figure 1.4 Contact élastique de Hertz entre deux sphères [48].

Contacts frictionnels

Nous parlons de contact frictionnel lorsque le contact est maintenu entre les surfaces de deux particules en mouvement relatif l'une par rapport à l'autre [12][48]. Leur surface rentre alors en contact en quelques points (Fig.1.5(a)). Les contacts frictionnels peuvent être modélisés par les lois de Coulomb, qui s'énonce comme suit (Fig.1.5(b)) : lorsque deux corps glissent l'un sur l'autre, la norme de la force de frottement F_f est proportionnelle à la norme de la force normale

N qui s'exerce entre les deux corps, elle est indépendante de l'aire apparente de contact, de la vitesse de déplacement relatif des objets en contact, et ne dépend que de la nature des matériaux en présence [48]. Nous avons alors :

$$F_f = \mu N \quad (1.4)$$

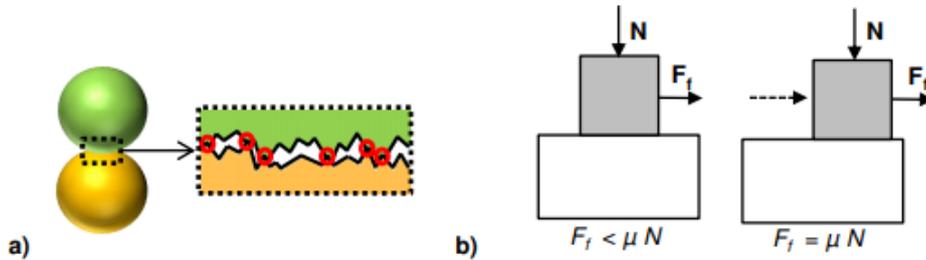


Figure 1.5 (a) Contact entre deux particules rugueuses. Le contact est réalisé au niveau des aspérités de surface. (b) Lois de Coulomb pour le frottement entre deux surfaces solides. Pour qu'il y ait mouvement relatif, la force tangentielle F_f doit être égale à μN avec μ le coefficient de friction et N la force normale. Le coefficient de friction a un rôle fondamental pour rendre compte de la dynamique d'écoulement, il peut dépendre de la nature des particules et de leurs interactions [48].

1.3.2 Contacts collisionnels

Lorsque le contact est très bref entre deux particules, les transmissions par contact frictionnel sont négligeables devant les échanges par quantité de mouvement, et les contacts se font sous forme d'une collision[65]. Lors de ces collisions, les particules vont se déformer plus ou moins selon leurs vitesses. Cette déformation engendre une répulsion élastique, et donc un rebond des deux particules. Considérons deux particules sphériques identiques de rayon R et de masse m_p entrant en collision frontale avec une vitesse de rapprochement $v = R\dot{\gamma}$, où $\dot{\gamma}$ est le cisaillement. L'énergie cinétique initiale des deux particules $E_c = 2 \times (1/2mv^2)$ est convertie en énergie élastique $E_{el} = 2F_{Hertz}\delta_e$. La durée d'un contact collisionnel t_c , très faible devant la durée d'un contact frictionnel t_f , est alors évaluée comme suit :

$$t_c \sim \frac{\delta_e}{v} \sim \left(\frac{m_p^2}{E^2 R v} \right)^{1/5} = \left(\frac{m_p^2}{E^2 R^2 \dot{\gamma}} \right)^{1/5} \quad (1.5)$$

1.3.3 Contacts lubrifiés

On parle de contacts lubrifiés (Fig.1.6) lorsque le mouvement des particules immergées dans un fluide engendre des interactions hydrodynamiques [48]. Celles-là sont séparées par une fine couche de fluide appelée fluide interstitiel. Dans le cas de particules sphériques, l'interaction entre les deux particules peut être évaluée à l'aide de l'approximation de lubrification. Le rapprochement des particules engendre une surpression entraînant une force répulsive sur chaque particule s'écrivant sous la forme :

$$F_{lub} = \frac{3\pi}{2} \eta_f R^2 \frac{V}{h} \quad (1.6)$$

Où η_f est la viscosité du fluide, R le rayon de la particule, V la vitesse relative des particules et h la distance les séparant.

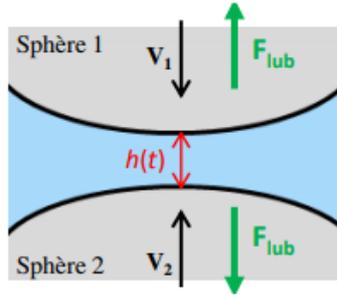


Figure 1.6 Représentation d'un contact lubrifié [48].

En analysant la formule de la force de lubrification, celle-ci diverge quand la distance h entre les particules tend vers zéro, ce qui implique que les particules ne peuvent jamais rentrer en contact.

Cette divergence ne s'applique qu'en théorie dans le cas des sphères parfaitement lisses. Dans le cas réel, les surfaces des particules sont rugueuses, ce qui laisse toujours une distance entre les grains de l'ordre de leur rugosité. Ainsi en pratique, les particules peuvent se toucher et frotter l'une sur l'autre malgré la présence d'un fluide interstitiel.

1.3.4 Cohésion capillaire

Dans le cas d'un milieu granulaire humide non-saturé, des efforts attractifs se développent entre les grains du à la présence de ponts capillaires[40].

Dans le cas très simplifié (Fig.1.7) de deux sphères indéformables de rayon R en contact avec un fluide parfaitement mouillant de tension superficielle τ , l'expression de la force attractive est :

$$F_{capillaire} = \frac{2\pi R\tau}{1 + \tan(\theta/2)} \quad (1.7)$$

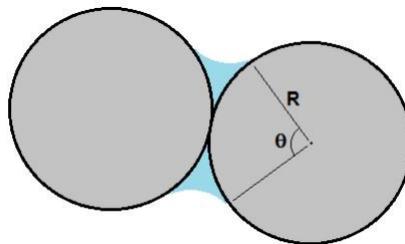


Figure 1.7 Géométrie d'un pont capillaire.

Les châteaux de sable, par exemple, tiennent grâce aux forces capillaires entre grains, liés par des ponts capillaires dus à la tension superficielle du liquide. Il est impossible de réaliser un château de sable avec du sable sec, ce dernier ne présente aucune cohésion. Pour réussir il faut ajouter de l'eau qui confère une certaine cohésion au sable et permet, à partir d'un ensemble

divisé, d'obtenir un matériau cohésif. Il existe une teneur en eau optimale pour laquelle le sable mouillé est particulièrement cohésif. Au-delà de cette valeur optimale, la cohésion s'écroule rapidement pour finalement disparaître lorsque le sable est saturé d'eau [3]. Ces forces peuvent se retrouver aussi dans la terre et dans le béton où elles jouent un rôle prépondérant.

1.3.5 Réseau de chaînes de forces

Dans un ensemble dense de grains, certains efforts se transmettent par contact entre grains. Cette transmission de proche en proche constitue alors un réseau de «chaînes de forces». Dans certains cas, plusieurs grains en contact forment une voûte et abritent de petits espaces vides au sein de la matière. Ils empêchent alors les empilements de se placer dans une configuration plus compacte, et donc de se comprimer. Ces réseaux sont à l'origine des phénomènes de blocage (jamming) dans les milieux granulaires. Il est important de comprendre l'influence du désordre des forces à l'échelle de la particule sur les propriétés d'équilibre mécanique à l'échelle macroscopique [98]. Il est possible d'observer ces réseaux de forces grâce à la «photoélasticimétrie». Placé dans un faisceau d'une lumière polarisée, un matériau photoélastique change en effet de couleur quand on lui impose une contrainte. Sous l'effet d'une contrainte, le milieu devient biréfringent et un réseau enchevêtré de lignes lumineuses apparaît, d'autant plus intense que les forces sont importantes. La Fig.1.8 représente les images de réseaux de contacts obtenues par photoélasticimétrie lors d'un cisaillement uniforme de disques photoélastiques.

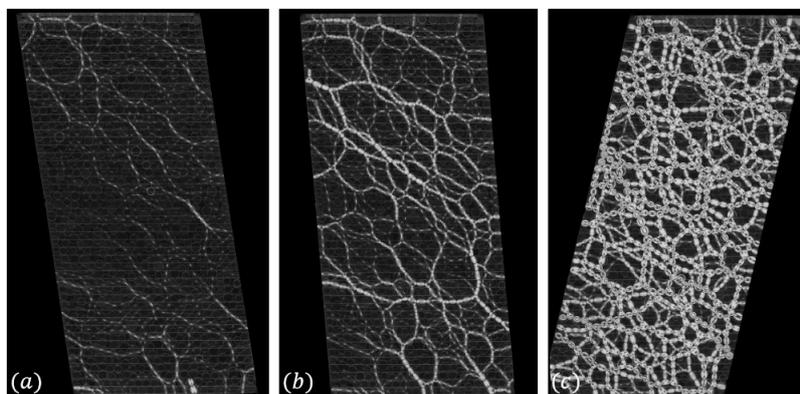


Figure 1.8 Images d'un réseau de contacts obtenues grâce à la technique de photoélasticimétrie d'un cisaillement uniforme de disques : (a) état fragile, (b) état proche du jamming (blocage), et (c) état complètement bloqué, loin de la transition de jamming, selon Behringer [8].

La présence de ces chaînes entraînent des corrélations à longue portée qui rendent difficile la modélisation des milieux granulaires par des lois locales. Des approches non locales ont été proposées par Kamrin et al [54] pour rendre compte de ces couplages multi-échelles. Un exemple d'une approche non locale est le modèle NGF (Nonlocal Granular Fluidity) adapté dans le cas d'écoulement en géométrie de Couette, où une longueur de corrélation semble exister, créant ainsi des bandes de cisaillement.

CHAPITRE 2

RHÉOLOGIE DES ÉCOULEMENTS GRANULAIRES

Sommaire

2.1	Les écoulements granulaires	15
2.2	Rhéologie et écoulement	17
2.2.1	Le nombre inertiel	17
2.2.2	La loi $\mu(I)$	18
2.2.3	Limitation du modèle	19
2.3	Les milieux granulaires sous vibrations	20
2.3.1	Intérêt des milieux granulaires sous vibrations	20
2.3.2	Influence des vibrations sur les milieux granulaires	21
2.3.3	Exemple d'un écoulement vibré	22

2.1 Les écoulements granulaires

La rhéologie est la science qui étudie les comportements mécaniques des matériaux et vise à établir leurs lois de comportement [7]. La loi de comportement d'un fluide décrit la relation entre le taux de vitesse de déformation et la contrainte. Cette relation peut être non-linéaire dans le cas d'un fluide complexe (non-newtonien) [43].

Un fluide est appelé non-newtonien lorsque la contrainte σ ne dépend pas linéairement du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, contrairement aux fluides dits newtoniens, comme l'eau ou l'air (voir Fig.2.1). La viscosité η est définie comme le rapport entre la contrainte et le taux de cisaillement :

$$\eta = \sigma / \dot{\gamma} \tag{2.1}$$

La viscosité d'un fluide newtonien est donc constante tandis que la viscosité effective des fluides non-newtoniens ne l'est pas [21]. Le ketchup, le dentifrice et la Maïzena sont des exemples de fluides non-newtoniens.

On peut distinguer quatre comportements différents des fluides non-newtoniens :

- Le comportement rhéofluidifiant dont la viscosité diminue avec le taux de cisaillement. Dans ce cas, plus le cisaillement est important, plus le système devient fluide.
- Le comportement rhéoépaississant, inverse à la rhéofluidification, est assez rare. La viscosité augmente lorsque le taux de cisaillement augmente.
- Le comportement viscoplastique où l'écoulement n'a lieu qu'au-delà d'une certaine valeur de contrainte appliquée sur le fluide, dite contrainte seuil. Au-delà, nous retrouvons en général un comportement de type rhéofluidifiant.
- Le comportement thixotrope dans lequel la viscosité diminue ou augmente respectivement avec le temps. Ce phénomène est dû à la réorganisation de la structure du fluide lors du cisaillement et au repos.

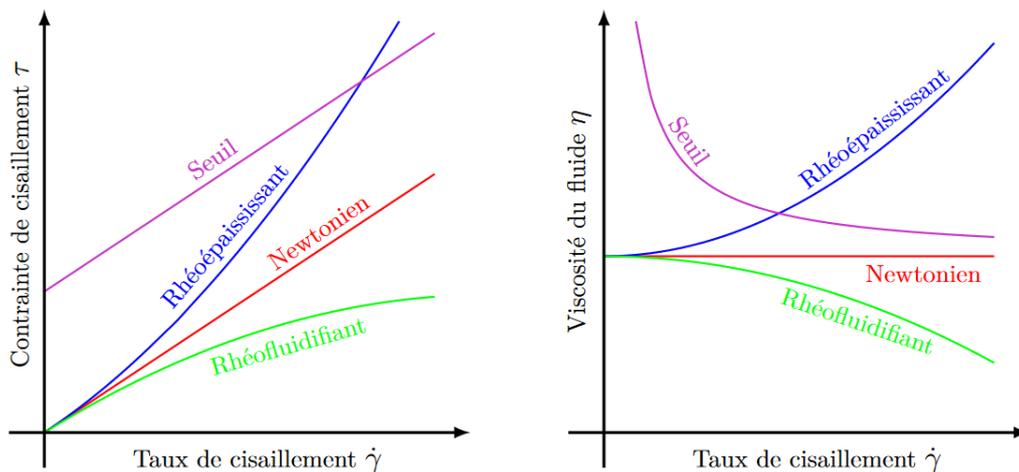


Figure 2.1 Évolution de la contrainte de cisaillement, notée ici τ , et de la viscosité du fluide η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ [83].

Il n'existe pas encore d'équation constitutive permettant de décrire et modéliser tous les écoulements granulaires. Les écoulements granulaires quant à eux dépendent fortement de la géométrie de l'écoulement [83]. Cette dernière aura un impact majeur sur la manière dont le milieu granulaire s'écoule. Ils peuvent être des fluides à seuil, d'où leur dualité solide/liquide, comme ils peuvent présenter certains des comportements mentionnés, viscoplastiques, rhéofluidifiant, rhéoépaississant voir thixotropes. En effet, la vidange d'un silo sera bien différente d'un écoulement de grains sur un plan incliné ou de l'étalement d'un tas de sable sur une surface plane.

2.2 Rhéologie et écoulement

L'étude des milieux granulaires présente des défis particuliers, notamment la nécessité de prendre en compte l'échelle microscopique du matériau qui est intrinsèquement liée à l'écoulement global. Cette complexité rend la compréhension de ces milieux plus difficile [83]. De ce fait, il n'existe pas de lois universelles décrivant le comportement des milieux granulaires, mais il existe des lois empiriques ou semi-empiriques permettant la prédiction du comportements de ces écoulements dans des cas particuliers. Parmi ces lois, nous retrouvons la loi $\mu(I)$ basée sur les travaux de Pouliquen et al [17] [84] qui s'est montrée capable de décrire les écoulements granulaires dans multiples situations. Cette loi lie la friction à un nombre sans dimension I , appelé nombre inertiel.

2.2.1 Le nombre inertiel

Considérons un écoulement de cisaillement plan (Fig.2.2) avec une couche de grains sphériques de diamètre d , et masse volumique ρ_p confinée entre deux parois rugueuses [77].

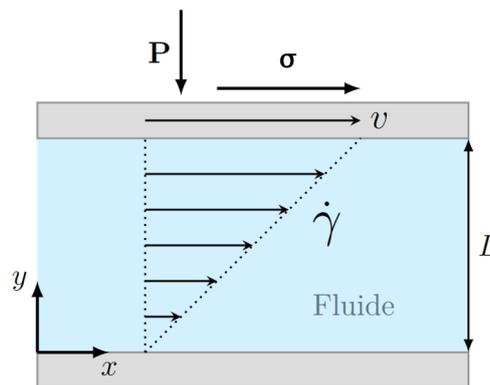


Figure 2.2 Schéma du cisaillement plan d'un fluide : la paroi supérieure impose une pression de confinement P et subit une contrainte de cisaillement σ , la faisant se déplacer à la vitesse v . La paroi basse reste immobile, ce qui crée un gradient de vitesse dans le fluide, et donc un taux de cisaillement $\dot{\gamma}$.

Dans le cas du cisaillement plan, seulement quatre paramètres de contrôles apparaissent : le diamètre des grains d , leur masse volumique ρ_p , le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et la pression de confinement P . L'analyse dimensionnelle nous indique que le système est contrôlé par un seul nombre sans dimension.

$$I = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{P/\rho_p}} \quad (2.2)$$

Ce nombre adimensionné I est communément appelé le nombre inertiel, introduit par Iordanooff et Khonsari [52] et da Cruz et al. [25]. Il peut être interprété d'un point de vue physique comme le rapport entre un temps microscopique de réarrangement lié à la pression de confinement t_{micro} et un temps macroscopique lié au cisaillement moyen t_{macro} :

$$I = \frac{t_{micro}}{t_{macro}} \quad (2.3)$$

En considérant la loi de Coulomb, la contrainte tangentielle σ doit être proportionnelle à la contrainte normale P , nous retrouvons :

$$\sigma = \mu(I)P \quad (2.4)$$

Ce nombre permet de classer les différents régimes d'écoulements granulaires :

- Pour de faibles valeurs de I (généralement inférieure à 10^{-3}), nous avons un régime quasi-statique, dans lequel les déformations macroscopiques sont lentes par rapport au temps de réarrangement des grains.
- Pour de grandes valeurs de I (supérieure ou égale à 0.1), nous avons un régime rapide dilué.
- Le régime dense est entre les deux valeurs précédentes.

En conclusion, afin de passer du régime quasi-statique au régime liquide puis gazeux, il est équivalent d'augmenter le taux de cisaillement ou de diminuer la pression de confinement.

2.2.2 La loi $\mu(I)$

De nombreuses études se sont concentrées sur la rhéologie des écoulements denses dans une période récente, regroupées dans [75]. Ces travaux ont démontré que le nombre inertiel I joue un rôle crucial dans la rhéologie des écoulements denses.

La rhéologie dite $\mu(I)$, ou loi de mu, qui a été ensuite introduite par da Cruz et al [25] s'est révélée très efficace dans la description de ces écoulements. Elle propose une relation donnant le coefficient de friction μ en fonction uniquement du nombre inertiel I , et des constantes du matériau comme suit [91] :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{(I_0/I) + 1} \quad (2.5)$$

μ_s est le coefficient de friction statique du matériau, μ_2 est la valeur maximale du coefficient de friction, et I_0 une constante définie par ajustement des résultats [4]. La fonction est représentée sur la Fig.2.3. Cette relation fournit une équation constitutive du matériau, qui caractérise le milieu en fonction de l'unique paramètre I .

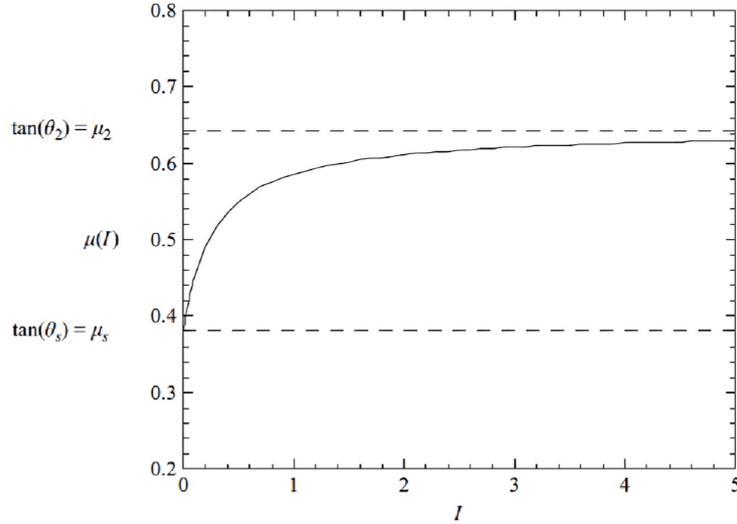


Figure 2.3 Coefficient de friction en fonction du nombre inertiel I [4] [91].

De manière analogue, il a été montré par Cassar et al. [18] que la rhéologie des milieux granulaires saturés en fluide est gouvernée par une loi de friction visqueuse telle que :

$$\sigma = \mu(I_v)P \text{ et } I_v = \frac{|\dot{\gamma}(z)|\eta_f}{P(z)} \quad (2.6)$$

où η_f est la viscosité du fluide interstitiel et I_f est le nombre inertiel visqueux interprété physiquement par le ratio entre le temps microscopique $t_{micro} = \eta_f/P$ et un temps macroscopique lié au cisaillement moyen $t_{macro} = 1/\dot{\gamma}$.

2.2.3 Limitation du modèle

La validité de la rhéologie $\mu(I)$ a été confirmée expérimentalement et numériquement pour de nombreuses géométries. Elle décrit généralement très bien les écoulements uniformes et stationnaires. Nous pouvons en particulier citer les écoulements de Couette cylindrique, les écoulements sur tas ainsi que les écoulements sur plan incliné. Cependant, cette approche possède ses limites et ne permet pas de décrire n'importe quel type d'écoulement. En effet, pour de très faibles valeurs de I , les déformations macroscopiques sont lentes comparées aux fluctuations à l'échelle des grains. Cela fait apparaître des inhomogénéités dans le champ de contrainte, rendant la rhéologie non locale. La rhéologie $\mu(I)$ est une approche continue incapable de décrire des phénomènes discrets dans les écoulements granulaires. En cas de phénomènes complexes ou instationnaires, en particulier pour les cas proches du seuil d'écoulement, où la transition solide/liquide intervient, la rhéologie $\mu(I)$ ne rend pas compte de la transition à l'état initial et montre une hystérésis associée au changement de l'état de la contrainte. De plus, lors de cette transition, l'écoulement passe par un régime quasi-statique qui est mal décrit par la rhéologie $\mu(I)$.

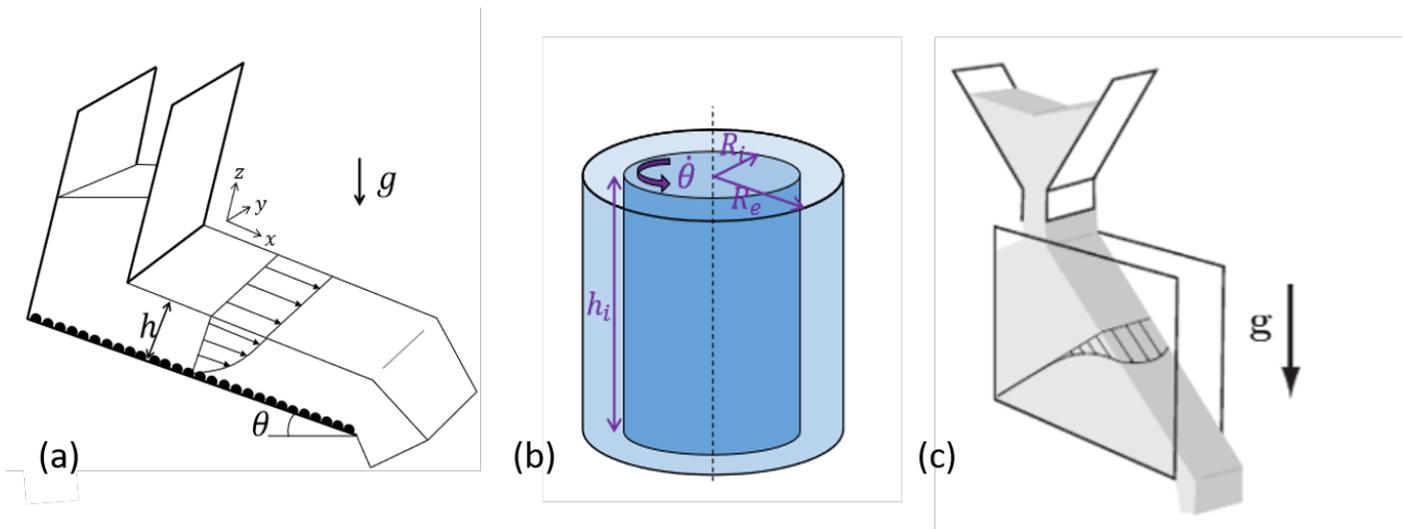


Figure 2.4 Schémas d'écoulements granulaires dans lesquels la loi $\mu(I)$ est applicable : (a) écoulement sur un plan incliné, (b) écoulement dans un Couette cylindrique, (c) écoulement le long d'un tas granulaire. (Images extraites de [83]).

2.3 Les milieux granulaires sous vibrations

Le contrôle des écoulements est un domaine de la mécanique des fluides qui étudie les possibilités d'action sur les écoulements dans le but de les améliorer relativement à divers objectifs [2][41]. Les bénéfices portent généralement sur l'augmentation des performances, et la réduction de la consommation d'énergie qui en découlent. Un exemple de ce contrôle des écoulements est l'application des vibrations à des milieux granulaires. La présence de ces vibrations peut alors changer complètement le comportement du milieu, en lui permettant par exemple de s'écouler en delà de son seuil d'écoulement.

2.3.1 Intérêt des milieux granulaires sous vibrations

Les vibrations appliquées aux systèmes mécaniques peuvent les stabiliser ou les déstabiliser [10][34]. Nous pouvons citer l'exemple du béton frais : sous l'effet de la vibration, le béton se liquéfie ce qui permet une meilleure mise en place dans les coffrages, un remplissage intégral des coffrages et des moules, un parfait enrobage des armatures et une adhérence optimale entre le béton et les armatures[26].

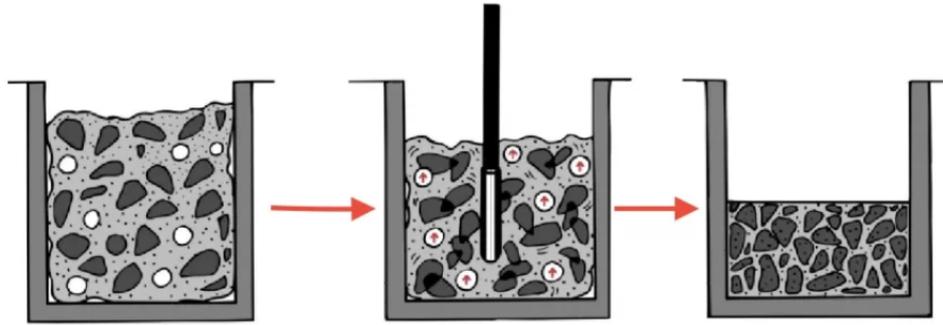


Figure 2.5 Réorganisation des particules lors de l'application des vibrations au béton frais. Images extraites de : *www.concretknow-how.com*.

La présence de ces vibrations rajoute néanmoins une complexité supplémentaire aux écoulements granulaires. En effet, tous les milieux granulaires ne réagiront pas de la même façon aux vibrations selon leurs propriétés. Les effets des vibrations dans les fluides hétérogènes sont nombreux et complexes, induisant de la convection, déplaçant et déformant interfaces et inclusions, modifiant la dynamique et la morphologie des transitions de phase [44].

2.3.2 Influence des vibrations sur les milieux granulaires

La réponse d'un milieu granulaire soumis à des vibrations [9] [51] [74] [101], est dépendante directement de l'orientation de vibrations appliquées horizontales ou verticales, l'accélération et la fréquence. Cette réponse sera spécifique à la configuration définie par la taille du récipient, la hauteur du lit de particules et sa densité initiale.

À cause de ces nombreux paramètres, les résultats de la littérature peuvent paraître parfois contradictoires. Les vibrations, par exemple, peuvent conduire à fluidiser le milieu granulaire ou au contraire à le densifier.

Sous faibles perturbations vibratoires, le milieu granulaire se comporte comme un solide, les grains ont tous le même mouvement, sans mouvement relatif. En augmentant l'intensité des vibrations, les grains commencent à se déplacer les uns par rapport aux autres[100].

Les équipes de l'Institut James Franck et du Département de Physique de l'Université de Chicago [53] [80] mettent en évidence une évolution réversible et une évolution non réversible sous vibration de la compacité du milieu en fonction de la valeur de l'accélération des vibrations Γ (voir Fig.2.6). Le milieu granulaire est déversé de manière à obtenir une faible fraction volumique d'environ 59 %. Les vibrations conduisent à une augmentation de la compacité d'autant plus importante que l'accélération est grande. Le milieu se réarrange et la fraction volumique tend vers un seuil de compacité de 64 % pour des accélérations supérieures à $4g$ (4 fois l'accélération de la gravité). Dans cet état stationnaire, lorsque l'accélération diminue en dessous d'environ $4g$, la compacité augmente jusqu'à atteindre la valeur de 65.7 %.

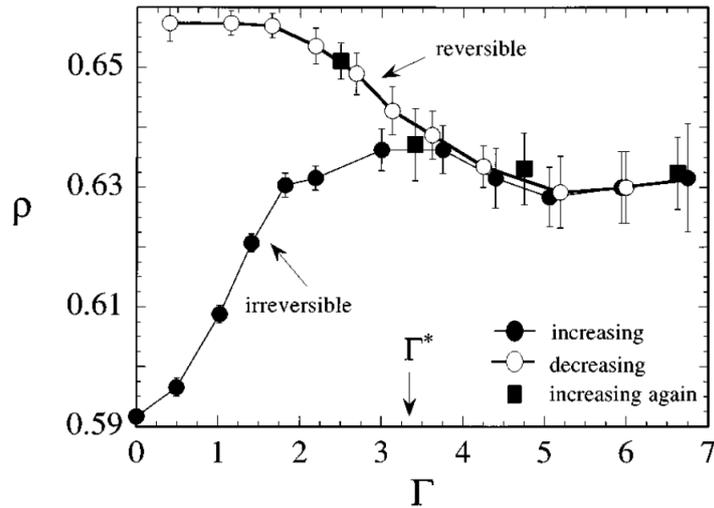


Figure 2.6 Évolution de la compacité du milieu en fonction de l'accélération des vibrations Γ [80].

Plusieurs points peuvent être conclus de la Fig.2.6 :

- L'évolution de la compacité d'un milieu granulaire soumis à des vibrations dépend de son état initial. Il convient donc de bien le connaître et en particulier de savoir s'il est proche de la compacité apparente ou tassée du milieu granulaire.
- L'augmentation de l'accélération des vibrations permet de balayer une large gamme de compacité en atteignant une valeur seuil pour des accélérations supérieures à une valeur critique.
- Lorsque le milieu granulaire n'est plus agité, la compacité finale est supérieure à la compacité initiale. Et, lorsque le milieu granulaire est à nouveau perturbé par des vibrations, l'empilement se dilate, la compacité diminue et aboutit au même empilement que précédemment lorsque l'accélération est supérieure à $4g$.

2.3.3 Exemple d'un écoulement vibré

De nombreuses études ont été menées pour caractériser cet effet de fluidisation des vibrations sur la rhéologie des milieux granulaires. Prenons l'exemple de la cellule utilisée par le groupe de Kiesgen De Richter et al [39] [49] présentée sur la Fig.2.7. Il s'agit d'une cellule de poudre où le cylindre externe possède des chicanes, alors que le cylindre interne est composé d'ailettes nommées vane. La cellule est placée sur un pot vibrant appliquant des vibrations verticales sinusoïdales, et liée à un rhéomètre permettant d'imposer une contrainte σ et mesurer le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ ou inversement [49].

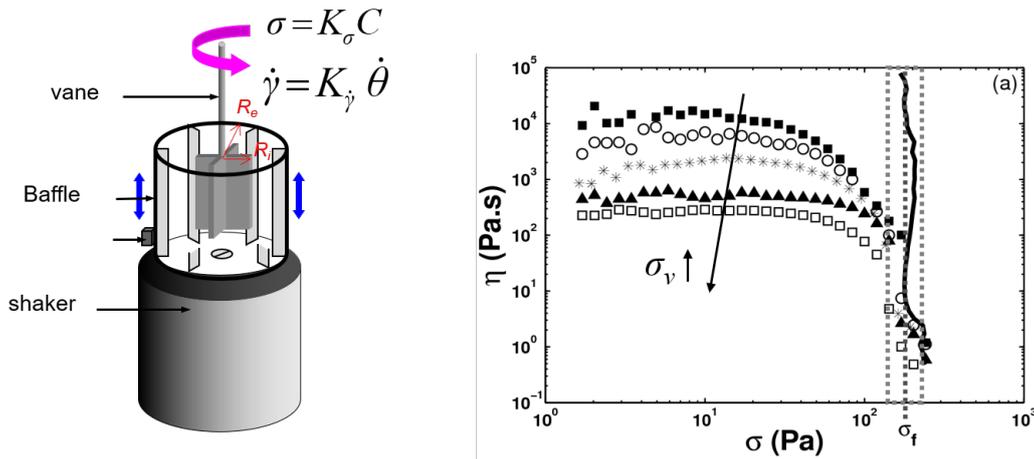


Figure 2.7 (a) Schéma de la cellule utilisée par le groupe de Kiesgen De Richter et al. [49] [39] pour caractériser la rhéologie de milieux granulaires vibrés. (b) La viscosité η en fonction de la contrainte appliquée σ d'un milieu granulaire composé de billes de verres sèches.

Sans vibrations (Fig.2.7, ligne continue), nous observons un comportement d'un fluide à seuil avec une viscosité qui diverge à la contrainte seuil σ_f . En appliquant les vibrations, le milieu adopte un comportement de type newtonien avec l'apparition d'un plateau de viscosité. La viscosité diminue en augmentant la contrainte des vibrations σ_v , donnée par :

$$\sigma_v = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \quad (2.7)$$

où A est l'amplitude des vibrations, f la fréquence des vibrations et $\omega = 2\pi f$.

Au-delà de la contrainte seuil et d'une vibration critique, les résultats ne dépendent plus des vibrations appliquées et convergent vers une même courbe [70]. Nous pouvons citer deux régimes d'écoulement sous vibrations :

- Pour de faibles contraintes ($\sigma < \sigma_f$), nous avons un régime visqueux contrôlé par les vibrations. Ces derniers créent des fluctuations et organisations entre les grains à l'échelle microscopique, donnant lieu à un écoulement similaire à celui d'un fluide visqueux.
- Pour de fortes contraintes ($\sigma > \sigma_f$), l'écoulement est contrôlé cette fois-ci par la contrainte de cisaillement et les vibrations. Nous parlons de régime frictionnel, vu que la contrainte de cisaillement est seule capable de briser les contacts granulaires et mettre le milieu en écoulement.

Dans cette thèse, nous cherchons à comprendre et à discuter si le comportement newtonien observé à faible contrainte permet de rendre compte de certaines propriétés d'étalement à surface libre de la matière granulaire vibrée.

CHAPITRE 3

L'ÉTALEMENT DES MILIEUX GRANULAIRES

Sommaire

3.1	Introduction et applications	24
3.2	L'étalement des fluides newtoniens	25
3.3	L'étalement des fluides non-newtoniens	28
3.3.1	Morphologie du tas	29
3.3.2	La dynamique d'étalement du tas	31
3.4	Effet des vibrations	33

3.1 Introduction et applications

L'étalement des milieux granulaires, avec ou sans vibrations, sert de test rhéologique pour de nombreuses applications. Les caractéristiques rhéologiques sont primordiales pour le transport du matériaux et tous les procédés nécessitant sa manipulation. Parmi ces procédés, l'étalement en lui-même présente donc un intérêt particulier.

L'étalement d'un liquide sur une surface solide, par exemple, a de nombreuses implications pratiques telles que la lubrification, le revêtement du verre, le traitement des plantes, les filets à brouillard pour la collecte de l'eau, le séchage des textiles ou l'ingénierie du revêtement des ailes en aéronautique [22][44].

Par exemple, dans le bâtiment, les mécanismes d'étalement d'une pâte granulaire sont importants lors de la production de coulis de mortier ou de béton. Les techniques à base de mortiers ou de bétons contribuent à la réalisation d'un grand nombre d'ouvrages souterrains. Elles sont utilisées soit pour permettre ou faciliter la réalisation des ouvrages, soit pour constituer le revêtement définitif des tunnels, des galeries et des espaces souterrains. Lors de sa

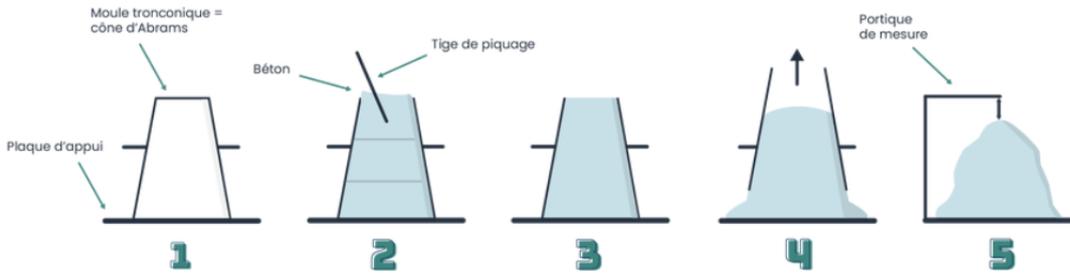


Figure 3.1 Schéma du test de Slump en 5 étapes. Images extraites de [81].

mise en œuvre, le béton est soumis à quelques tests d'étalement notamment appelé l'étalement au cône d'Abrams Fig.3.1, qui est très souvent utilisé sur les chantiers car il est facilement réalisable et peu coûteux [81].

Cela étant, il est nécessaire de mieux comprendre les phénomènes en jeu et leurs relations avec le comportement mécanique du milieu pendant l'étalement pour pouvoir en faire un moyen de caractériser la rhéologie du milieu.

Il est nécessaire que le béton ait une certaine plasticité lui permettant de remplir les coffrages et d'enrober les armatures. Le béton est ainsi qualifié d'ouvrable. Grâce aux tests d'étalement, il est possible de surveiller si la consistance du béton est conforme aux conditions de mise en œuvre, car le cas contraire peut induire la présence de vides, de nids de cailloux ou de phénomènes de ségrégation, affectant les caractéristiques du béton durci et sur le long terme, sa durabilité [81].

3.2 L'étalement des fluides newtoniens

Des études approfondies ont été consacrées à la dynamique d'étalement et de mouillage des fluides newtoniens depuis plusieurs années. L'étalement d'une goutte newtonienne implique trois surfaces de contact, ce qui fait intervenir trois paramètres de tension de surface [60] : γ_{SL} , γ_{SV} et γ_{LV} , la tension superficielle à l'interface solide-liquide, solide-vapeur et liquide-vapeur respectivement. Pour une petite goutte posée sur une surface solide, dans le régime dit "capillaire", sa capacité à s'étaler ou non peut être caractérisée par un paramètre d'étalement S :

$$S = \gamma_{SV} - (\gamma_{SL} + \gamma_{LV}) \quad (3.1)$$

Ce paramètre représente la différence d'énergie par unité de surface entre solide sec et solide recouvert d'un film liquide [28] [60].

- Si $S < 0$: le liquide perlera, formant une goutte n'adhérant pas ou peu à la surface, on parle alors de mouillage partiel. L'angle de contact résulte de l'équilibre des tensions de surfaces et est donné par la loi de Young-Dupré : $\cos(\theta) = \frac{\gamma_{SV} - \gamma_{SL}}{\gamma_{LV}}$.
- Si $S > 0$: la goutte s'étale et adhère totalement à la surface, on parle de mouillage ou étalement total. L'angle de contact est alors nul.

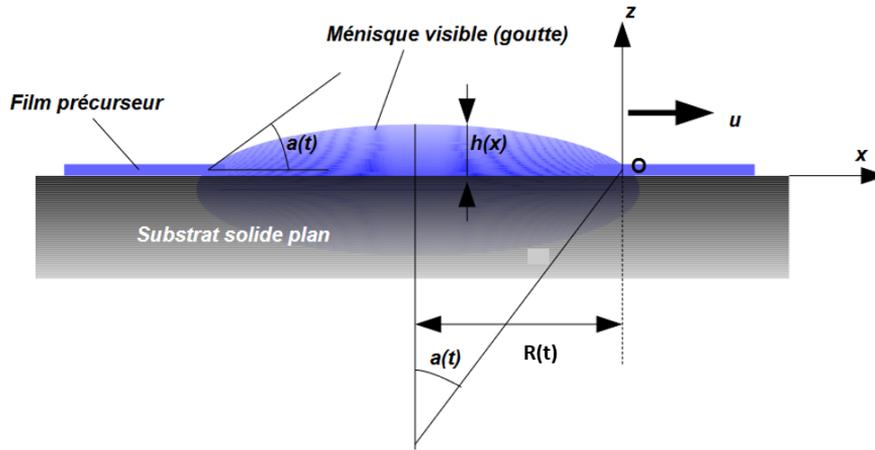


Figure 3.2 Géométrie pour l'étude du déplacement de l'interface d'une goutte et d'un solide plan horizontal totalement mouillable, en tenant compte du film précurseur. Images extraites de [28].

La dynamique d'étalement d'une goutte sur une surface plane horizontale complètement mouillable a été observée pour la première fois par un ingénieur britannique L. Tanner [93]. Il s'est intéressé à l'angle de contact entre une surface solide horizontale et le profil de la goutte déposée sur ce substrat (Fig.3.2). Le but de cette étude était de comprendre l'évolution de l'angle de contact au cours du temps lorsque cette goutte s'étale [28] [93].

En supposant que c'est un mouillage total, Tanner [93] a assimilé la goutte à une calotte sphérique, correspondant à un équilibre liquide-vapeur au niveau de la surface de la goutte, dont l'angle de contact avec le substrat est plus petit que 90° . Ceci est justifié puisque le rapport entre force visqueuse et tension superficielle, donné par le nombre capillaire $Ca = \frac{U\eta}{\gamma}$, est très petit ($Ca \sim 10^{-5} - 10^{-3}$), ce qui est le cas pour la majorité des expériences d'étalement [11].

Par réflexion optique, Tanner a constaté que cet angle de contact décroît très lentement avec le temps selon la loi [28] :

$$a = cste \times t^{-\frac{3}{10}} \quad (3.2)$$

où a est l'angle de mouillage, et t le temps d'étalement. Tant que le mouillage est total ($S > 0$), cette loi est universelle, elle s'applique à tous les liquides non visco-élastiques, l'angle de mouillage a étant indépendant du paramètre d'étalement S [28].

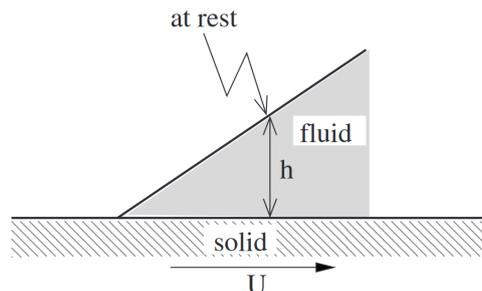


Figure 3.3 Schéma montrant la vitesse U de la ligne de contact [11].

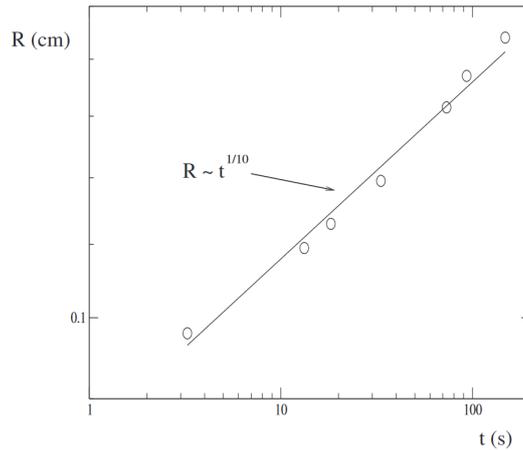


Figure 3.4 Le rayon R de la goutte en fonction du temps selon la loi de Tanner équation 3.4 [11].

Nous avons aussi $U = \dot{R}$ qui est la vitesse la ligne de contact (Fig.3.3) et η est la viscosité du liquide. Par conséquent, sauf pour des régions très proches de la ligne de contact, l'interface n'est pas influencée par les forces visqueuses [11]. Une fois que la goutte est devenue suffisamment plane ($h' \ll 1$), son épaisseur $h(r, t)$ peut être donnée par [11] [93] :

$$h(r) = \frac{2V}{\pi R^2} \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right] \quad (3.3)$$

Pour un volume donné, la forme de la goutte est déterminée par l'angle de contact apparent θ_{ap} entre la calotte sphérique et la surface solide. Et pour des gouttes fines [$-h'(R) = \tan(\theta_{ap}) \sim \theta_{ap}$], nous obtenons [11] $\theta_{ap} = 4V/\pi R^3$. Cela implique que l'angle de contact tend vers 0 quand la goutte s'étale à l'infini. La Fig.3.4 montre l'évolution logarithmique de l'étalement de la goutte en fonction du temps, donnée par l'équation suivante [11] :

$$R(t) = \left[\frac{10\gamma}{9B\eta} \left(\frac{4V}{\pi} \right)^3 \right]^{1/10} \propto t^n \quad (3.4)$$

où B est une constante ($B^{1/10} = 1.186$), V est le volume de la goutte, η est la viscosité du liquide et γ est la tension superficielle. L'exposant $n = 1/10$ pour l'étalement des gouttes fines a été validé par la suite dans multiples expériences [19] [61].

Cette loi ne peut être valide si l'on considère uniquement le ménisque de la goutte au contact de la surface (Fig.3.2). En effet, la frontière de la goutte n'est pas limitée au ménisque mais s'étend plus loin sous la forme d'un film d'épaisseur plus faible que le micron qu'on appelle film précurseur [28]. L'angle de mouillage a est alors un angle apparent avec la partie visible de la calotte sphérique, et l'avancée de ce périmètre visible résulte de la contribution de la force par unité de longueur, le paramètre d'étalement S , à la formation du film précurseur [28] [93].

Pour les grandes gouttes, la vitesse de l'étalement est contrôlée par l'équilibre de l'énergie gravitationnelle et la dissipation, qui est souvent localisée à la ligne de contact (Fig.3.3). Si la goutte est petite, seule l'énergie de la surface est prise en compte :

$$F_S = 4V^2 \frac{\gamma}{\pi R^2} - \pi S_i R^2 \quad (3.5)$$

S_i est défini comme le paramètre d'étalement initial [11].

Le premier terme de l'équation 3.5 est engendré par l'interface supplémentaire liquide-vapeur qui apparaît du fait de la courbure de la goutte. Alors que le deuxième terme provient de la base de la surface de la goutte couverte par le fluide. A partir de l'équation 3.5, nous pourrions dire que pour $S_i > 0$, l'étalement est favorisé, puisque toute augmentation du rayon entraîne une diminution de l'énergie de surface proportionnelle à $S_i R dR$. Cependant ce n'est pas le cas, vu que dans la pratique, l'énergie $\pi S_i R^2$ ne peut pas être convertie en mouvement macroscopique de la goutte. En termes d'échelle temporelle, le coefficient d'étalement se réduit à sa valeur d'équilibre $S_{eq} = 0$, et une augmentation de l'énergie de surface ne favorise pas spécialement l'augmentation de la vitesse d'étalement. En effet, quand le coefficient d'étalement S_i décroît, la diminution de F_s devient très faible si le rayon de la goutte R est grand, ce qui explique pourquoi l'étalement devient très lent vers la fin. Ceci peut être traduit par l'exposant très faible ($n = 1/10$) dans l'équation 3.4.

3.3 L'étalement des fluides non-newtoniens

La plupart des études expérimentales consacrées aux écoulements granulaires se sont concentrées sur l'écoulement d'un matériau granulaire le long d'un plan incliné dont l'angle est plus grand que l'angle de repos du matériau [38]. Dans ce cas, l'écoulement est entraîné par la composante de la gravité le long de la direction de la pente, et l'épaisseur de l'écoulement est généralement suffisamment faible pour utiliser des modèles hydrodynamiques [57].

La majorité des études réalisées ont utilisé des équations constitutives simples, se basant sur le comportement rhéofluidifiant ou rhéoépaississant du matériau [85]. Seules quelques études théoriques et expérimentales ont exploré comment les fluides non-newtoniens se propagent sur des substrats solides.

Parmi ces études, nous retrouvons celle de E. Lajeunesse et al [57] qui analyse l'étalement d'un tas granulaire sec sur un plan horizontal en fonction de sa masse M , la rugosité du substrat, la taille des grains et le rapport initial $a = \frac{H_i}{R_i}$ du cylindre de confinement (Fig.3.5).

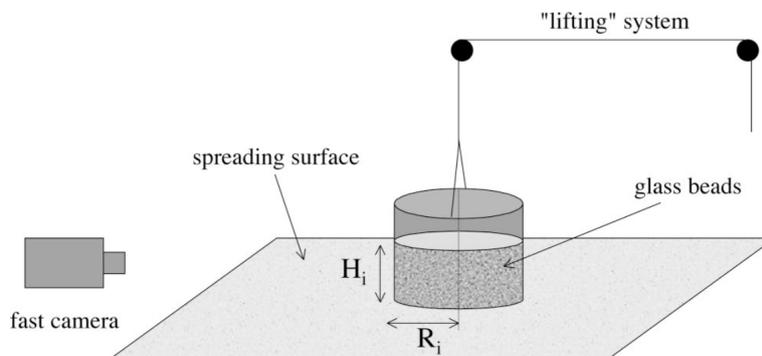


Figure 3.5 Dispositif expérimental de l'étude de E. Lajeunesse et al [57].

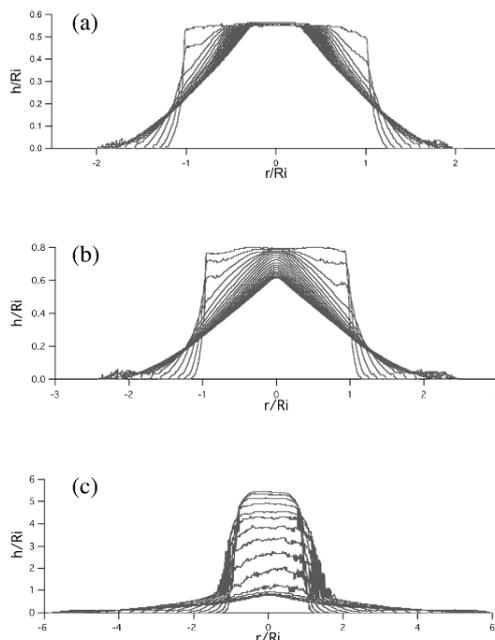


Figure 3.6 Profils successifs $h(r, t)$, du tas, normalisé par le rayon du cylindre R_i . (a) Régime 1, $a = 0.56$, $M = 950$ g, $R_i = 70.5$ mm. (b) Régime 1, $a = 0.8$, $M = 1450$ g, $R_i = 70.5$ mm. (c) Régime 2, $a = 5.4$, $M = 600$ g, $R_i = 28$ mm. (Images extraites de [57]).

3.3.1 Morphologie du tas

En fonction de la valeur du rapport initial a de la masse granulaire déposée, nous obtenons deux régimes dynamiques distincts conduisant à trois morphologies de dépôt [57]. Ces morphologies dynamiques et leurs profils successifs sont présentés dans la Fig.3.6.

- Premier régime ($a < 3$) : La masse granulaire s'étale par une avalanche en ne dissipant qu'une fraction de l'énergie gravitationnelle initiale. Dans ce premier régime, nous pouvons distinguer deux morphologies selon la valeur de a . Pour $a < 0.74$, l'écoulement s'arrête complètement avant que la région centrale soit entièrement consommée par l'avalanche Fig.3.6(a). Par conséquent, la morphologie finale ressemble à un cône tronqué de hauteur $H_f = H_i$. Pour $0.74 < a < 3$, l'avalanche consomme complètement la zone centrale Fig.3.6(b). Dans ce cas, l'état final a une forme conique de hauteur $H_f < H_i$.
- Deuxième régime ($a > 3$) : En retirant le cylindre, toute la surface supérieure de la colonne granulaire commence à s'écouler instantanément. Un front d'écoulement se développe au bord du tas granulaire et se propage radialement vers l'extérieur, alors que la surface supérieure conserve sa forme initiale en s'étalant Fig.3.6(c).

Dans le premier régime ($a < 3$), la courbure du profil du tas est positive tout le long du profil, contrairement au deuxième régime ($a > 3$). Celui-ci est caractérisé par la présence d'un point d'inflexion séparant la zone extérieur dont la courbure est négative, à la zone intérieur du tas dont la courbure est positive [57]. Par conséquent, ce point d'inflexion est souvent le critère adopté pour distinguer les deux régimes. Cependant, dans la pratique, la présence de ce point d'inflexion est parfois difficile à détecter, de sorte que la transition entre les deux régimes n'est déterminée qu'approximativement lorsque le rapport a est proche de 3.

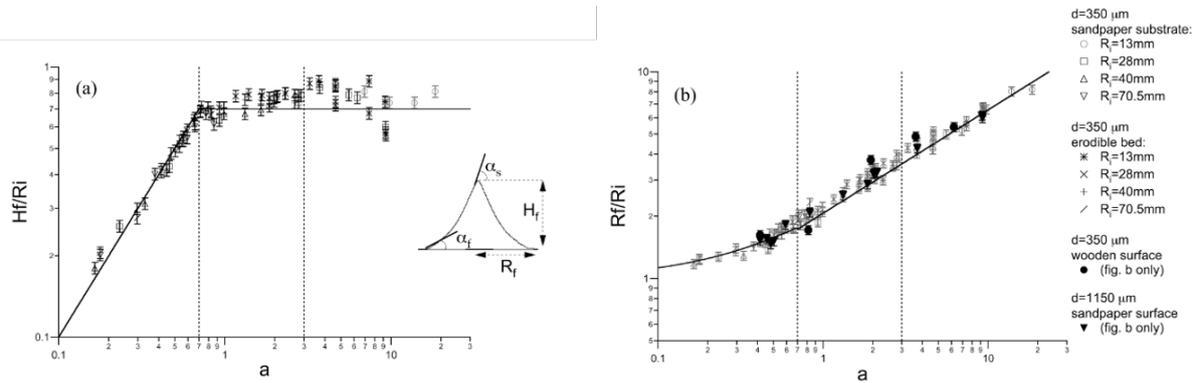


Figure 3.7 (a) Hauteur normalisé H_f/R_i en fonction de a . (b) Rayon normalisé R_f/R_i en fonction de a . (Courbes extraites de [57]).

Selon E. Lajeunesse et al [57], pour une rugosité et une taille de grains données, la morphologie du tas est complètement indépendante de la masse du tas M et dépend uniquement du rapport a . Le rayon final du tas normalisé R_f/R_i dépend également du rapport a selon la Fig.3.7(b), ainsi que la hauteur finale du tas normalisé H_f/R_i (Fig.3.7).

Pour $a < 0.74$, H_f/R_i augmente linéairement avec a , comme H_f/H_i dans le cas d'un cône tronqué [57]. Alors que pour $a > 0.74$, H_f/R_i semble saturer à une valeur de 0.74, ce qui donne les deux équations suivantes :

$$a < 0.74, \quad H_f = H_i \quad (3.6)$$

$$a > 0.74, \quad H_f \sim 0.74R_i \quad (3.7)$$

En se basant sur le principe de la conservation de la masse, et les équations 3.6 et 3.7, il est possible de tenir compte de la variation de H_f/R_i en fonction de a . En effet, pour $a < 0.74$, le tas prend la forme d'un cône tronqué de hauteur $H_f = H_i$ et un angle plus ou moins égal à l'angle de repos des billes θ_r . Le volume du tas est alors donné par [57] :

$$V_f = \pi H_i^3 \left(\frac{1}{3\mu_r^2} - \frac{R_f}{\mu_r H_i} + \left(\frac{R_f}{H_i} \right)^2 \right) \quad (3.8)$$

où $\mu_r = \tan(\theta_r)$. Et selon le principe de la conservation de la masse, le volume final doit être égal au volume initial confiné dans le cylindre $V_i = \pi R_i^2 H_i$, ce qui donne :

$$a < 0.74, \quad \frac{R_f}{R_i} = \frac{1}{2\mu_r} \left(a + \sqrt{4\mu_r^2 - a^2} \right) \quad (3.9)$$

Pour $a > 0.74$, le volume du tas peut être estimé par le volume d'un cône $\pi H_f R_f^2/3$, et en remplaçant H_f par l'équation 3.7 :

$$a > 0.74, \quad \frac{R_f}{R_i} = \sqrt{\frac{3a}{0.74}} \quad (3.10)$$

Ces équations semi-empiriques 3.9 et 3.10 ont été vérifiées par Lajeunesse et al (Fig.3.7, ligne

continue) et sont en bon accord avec les données expérimentales.

3.3.2 La dynamique d'étalement du tas

La dynamique de l'écoulement a été étudiée en suivant l'évolution temporelle de $r_f(t)$ comme le montre la Fig.3.8 [57]. Sauf une accélération transitoire au début et une décélération transitoire rapide vers la fin de l'écoulement, le tas se déplace à une vitesse de propagation V presque constante pendant un intervalle de temps relativement long.

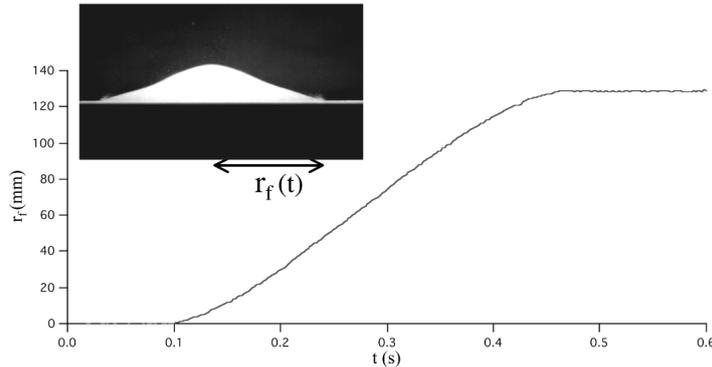


Figure 3.8 Évolution temporelle de $r_f(t)$ pour $d=350 \mu\text{m}$, $a=5.4$, $M=600 \text{ g}$, $R_i=28 \text{ mm}$ (courbe extraite de [57]).

Lajeunesse et al ont mesuré cette vitesse d'étalement (Fig.3.9(a)), et ont montré qu'elle pouvait être ajustée par une loi linéaire de $r_f(t)$ au voisinage du point d'inflexion. Une fois de plus, la vitesse d'étalement ne dépend ni de la masse du tas, ni de la rugosité mais uniquement du rapport $a = \frac{H_i}{R_i}$.

L'ajustement des données (ligne continue Fig.3.9) mène à $V/\sqrt{gR_i} = 0.57\sqrt{a}$ tant qu'on est dans le premier régime ($a < 3$). Pour le deuxième régime ($a > 3$), $V/\sqrt{gR_i}$ reste constante à l'ordre de 0.94. En d'autres termes, la vitesse d'étalement est proportionnelle à H_i dans le premier régime, et à R_i dans le deuxième [57] :

$$a < 3, \quad V = 0.57\sqrt{gH_i} \quad (3.11)$$

$$a > 3, \quad V = 0.94\sqrt{gR_i} \quad (3.12)$$

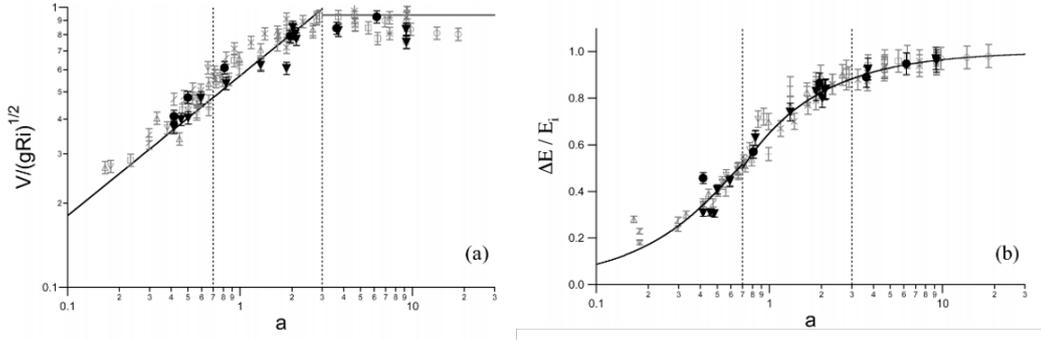


Figure 3.9 (a) La vitesse d'étalement normalisée par $\sqrt{gR_i}$ en fonction de a . (b) L'énergie dissipée lors de l'étalement $\epsilon = \frac{\Delta E}{E_i}$ en fonction de a . (Courbes extraites de [57]).

Un autre paramètre caractérisant la dynamique d'étalement est l'énergie dissipée $\epsilon = \frac{\Delta E}{E_i}$ lors de l'étalement, où E_i est l'énergie potentielle gravitationnelle initiale de la colonne granulaire, et selon le principe de conservation de l'énergie $\Delta E = E_i - E_f$ est l'énergie perdue pendant l'écoulement [57] :

$$E_i = \frac{MgH_i}{2} = \frac{\pi}{2}\rho_0\phi g R_i^2 H_i^2 \quad (3.13)$$

$$E_f = 2\pi\rho_0\phi g \left[\int_0^{R_f} dr \right] \left[\int_0^{h(r)} rz dz \right] \quad (3.14)$$

ϵ augmente en fonction de a dans le premier régime jusqu'à ce qu'elle sature à une valeur proche de 1 qui représente le deuxième régime. En effet, presque toute l'énergie potentielle gravitationnelle initiale est dissipée par l'étalement dans le deuxième régime. Il est possible également d'estimer la variation de ϵ en fonction de a en utilisant les équations 3.6, 3.7, 3.9, 3.10.

Pour $a < 0.74$, l'énergie gravitationnelle du dépôt granulaire est celle d'un cône tronqué comme vu précédemment de hauteur $H_f = H_i$:

$$E_f = \frac{\pi}{4}H_i^4 \left(\frac{1}{\mu_r^2} + \frac{R_f}{H_i} \left(\frac{R_f}{H_i} + \frac{8}{3\mu_r} \right) \right) \quad (3.15)$$

L'équation 3.9 permet d'éliminer le terme R_f de l'équation 3.15 et donne :

$$a < 0.74, \quad \epsilon = \frac{a}{6\sqrt{3}\mu_r^2} \sqrt{12\mu_r^2 - a^2} \quad (3.16)$$

Pour $a > 0.74$, en supposant que le dépôt granulaire a la forme d'un cône de hauteur H_f et rayon R_f , l'énergie gravitationnelle finale prend la forme de $E_f = \pi H_f^2 R_f^2 / 12$. En remplaçant H_f de l'équation 3.7 et R_f de l'équation 3.10 :

$$a > 0.74, \quad \epsilon = 1 - \frac{0.74}{2a} \quad (3.17)$$

3.4 Effet des vibrations

Les études précédentes de Lajeunesse et al [57] ont été réalisées dans le cas d'un écoulement induit par la gravité dans le régime inertiel. Pour un empilement initialement au repos, l'écoulement peut être induit par des vibrations mécaniques qui vont le débloquent. L'étalement d'un milieu granulaire nécessite en général une excitation mécanique externe afin de vaincre la force de frottement solide et permettre une meilleure réorganisation des particules à l'échelle microscopique [36]. Un grand nombre d'études ont été menées sur les systèmes granulaires vibrants, mais dans des géométries confinées [79]. Seules quelques études ont abordé le sujet de la dynamique d'étalement d'un dépôt granulaire libre sur une surface vibrée [36] [88], notamment l'étude de Sanchez et al dans laquelle les auteurs se concentrent sur l'étalement d'un film granulaire sous des vibrations horizontales sinusoïdales dont la fréquence angulaire est $\omega = 2\pi f$ et l'accélération $\Gamma = a\omega^2/g$, avec f et g la fréquence et la pesanteur respectivement (Fig.3.10).

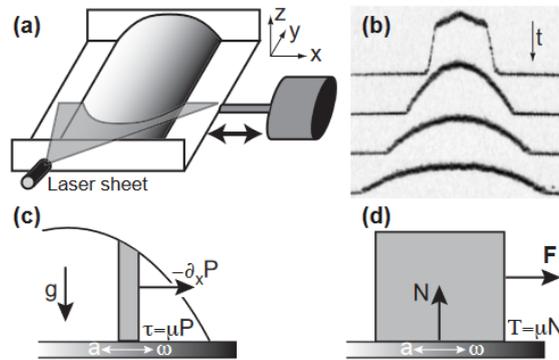


Figure 3.10 (a) Schéma du dispositif expérimental de Sanchez et al [88]. (b) Évolution du profil du tas granulaire sous vibrations. (c) Les forces présentes dans une coupe verticale du tas. (d) Analogie du tas avec un glissement solide sur une surface vibrée. (Images extraites de [88]).

Considérons la dynamique d'une tranche verticale du tas granulaire de largeur dx , de longueur L_y et de hauteur $h(x, t)$ (Fig.3.10(c)). Dans la direction verticale, la pression P s'équilibre avec la gravité g et donne $P = \rho g(h - z)$, où ρ est la densité du matériau, et le gradient de pression induit une force motrice $-L_y dx \rho g h \partial_x h$ [88]). Le plateau exerce sur le bloc une force de résistance $-L_y dx \sigma$ (Fig.3.10(c)), où σ est la contrainte de cisaillement.

Le problème est alors complètement similaire à celui d'un solide sur un plateau oscillant, soumis à une force motrice F et une force normale $N = mg$ (Fig.3.10(d)), et l'analogie est établie par le paramètre adimensionnel $F/N = -\partial_x h$. Lors du glissement, l'équation régissant l'évolution de la différence de vitesse sans dimension v entre le solide et le plateau est alors donnée par :

$$\Gamma \dot{v} = \sin(t) - \mu \frac{v}{|v|} + \frac{F}{N} \quad (3.18)$$

où μ est le coefficient de friction. Le mouvement est bloqué à $v = 0$ et commence quand $|\sin(t)| = \mu/\Gamma$. La vitesse moyenne est donnée également sous la forme de $\bar{v} = \frac{\beta(\Gamma/\mu) F}{\mu N}$ [88].

Sanchez et al ont mis en évidence deux régimes d'étalement β (Fig.3.11) dépendant de la valeur Γ/μ :

- Un régime de glissement continu pour les grandes accélérations Γ :

$$\beta = \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \frac{\pi^2 \mu^2}{4\Gamma^2}} \quad (3.19)$$

- Un régime Stop/Start pour les faibles accélérations Γ :

$$\beta = \frac{\mu(\phi - \arcsin(\mu/\Gamma))^2}{2\pi\Gamma} \quad (3.20)$$

où ϕ est la racine de l'équation $\cos(\phi) - \sqrt{1 - (\mu/\Gamma)^2} + \mu/\Gamma(\phi - \arcsin(\mu/\Gamma)) = 0$ [88].

En supposant que la densité ρ reste constante, le flux de grains sur une section verticale du tas peut être approximé par $a\omega\bar{v}h$, et en utilisant la formule de la vitesse moyenne, la loi de conservation de masse donne l'équation de diffusion non linéaire (Fig.3.10) [88] :

$$\partial_t h = \partial_x(U\partial_x h^2) \quad \text{avec} \quad U = \frac{a\omega\beta(\Gamma/\mu)}{2\mu} \quad (3.21)$$

En supposant, que U ne dépend pas de la hauteur du tas h , Sanchez et al ont proposé une solution parabolique à l'équation Fig.3.21 sous la forme :

$$h(x, t) = \frac{3S}{2W(t)} \left[1 - \left(\frac{2x}{W(t)} \right)^2 \right] \quad (3.22)$$

où S est la surface de la section transversale, W est la largeur transversale et t est le temps, avec une dynamique d'étalement qui s'écrit sous la forme :

$$W(t)^3 = W(0)^3 + 72SUt \quad (3.23)$$

En utilisant les équations 3.21 et 3.23, la relation entre W^3 et le temps peut être retrouvée :

$$\frac{dW^3}{dt} = \frac{18gS\Gamma}{\pi f \mu} \beta(\Gamma/\mu) \quad (3.24)$$

Cette équation 3.24 obtenue par Sanchez et al [88] caractérise l'étalement et permet d'obtenir une valeur efficace du coefficient de frottement μ comme le montre la Fig.3.11. En effet cette expérience d'étalement peut servir comme une sorte de tribomètre granulaire retrouvant le frottement effectif d'une couche granulaire.

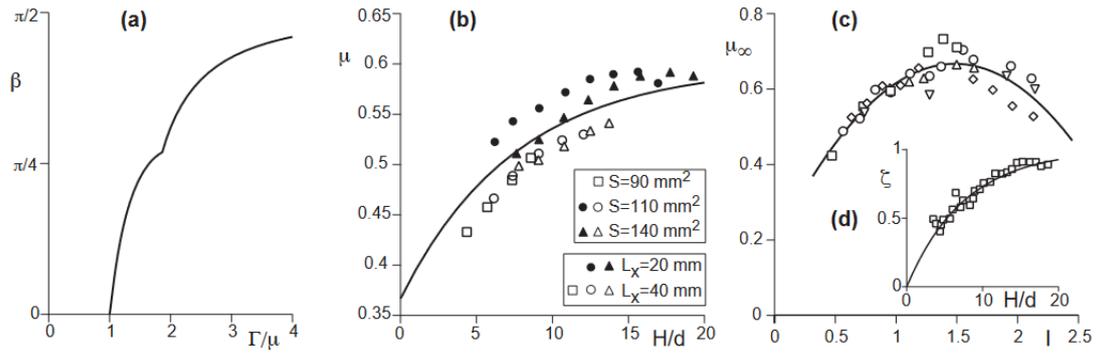


Figure 3.11 (a) Évolution de β en fonction de Γ/μ . Cette fonction permet de mesurer une friction effective μ à partir de la dynamique d'étalement. (b) Évolution du coefficient de frottement μ en fonction de la hauteur pour différentes configurations et pour différentes surfaces. (c) Friction effective μ_∞ en fonction de la vitesse des vibrations adimensionnée, ici $I = a\omega/\sqrt{gd}$. (d) Dépendance de la hauteur sur la friction effective extraite de l'ajustement parabolique des données. (Images extraites de [88]).

Une autre étude de N. Gaudel et al [36] abordant l'étalement d'une pâte granulaire sous vibrations verticales sinusoïdales vient compléter l'étude de Sanchez et al. Cette étude s'intéresse à l'évolution temporelle du rayon et de la hauteur d'une pâte granulaire, et elle montre que l'application des vibrations à un milieu granulaire change la viscosité apparente et fait apparaître un régime newtonien [36] [93] sous la forme de $R(t) \propto t^{1/8}$.

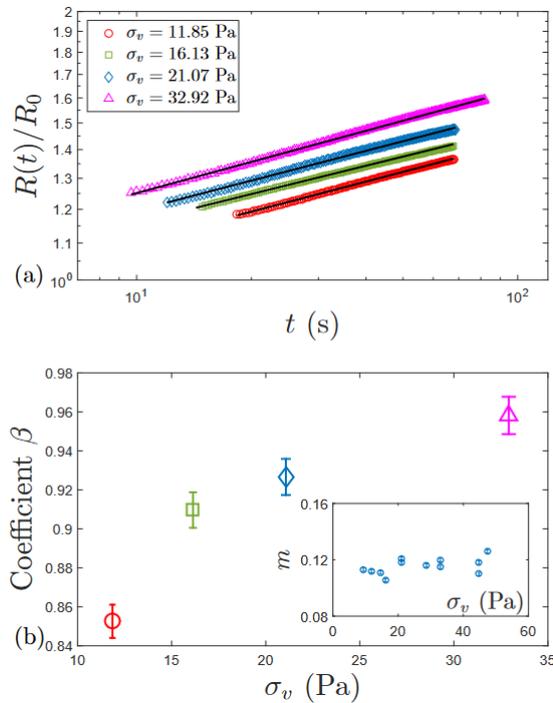


Figure 3.12 Pour une pâte granulaire de $d=50 \text{ }\mu\text{m}$ et $\eta_f=5.9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$: (a) Tracé Log-Log de l'évolution temporelle du rayon normalisé $R(t)/R_0$. Les données sont ajustées par l'équation 3.25 (ligne continue). (b) Évolution du coefficient β et de l'exposant m en fonction de la contrainte de vibrations σ_v . (Courbes extraites de [36]).

Selon la loi de Tanner [93], l'étalement gravitationnel d'une goutte newtonienne conduit à une évolution temporelle du rayon de la forme $R(t) \propto t^m$. Dans le cas de coordonnées sphériques, l'étalement d'une goutte newtonienne mène à une évolution temporelle de rayon R tel que [87] :

$$\frac{R(t)}{R(0)} = \beta t^m = \frac{0.894V^{1/3}}{R_0} \left(\frac{\rho g V^{1/3}}{3\eta} t \right)^m \quad (3.25)$$

où R_0 est le rayon initial à $t = 0$ s, $\rho = \Delta\rho$ est la densité de la pâte granulaire et $\eta = \eta_0$ est une viscosité de plateau qui est inversement proportionnelle au nombre de lubrification de Peclet $\eta_0 \propto Pe_{lub}^{-1}$ [48].

L'évolution temporelle de $R(t)/R(t_0)$ est tracé sur la Fig.3.12.a pour différentes contraintes de vibrations σ_v . Cette contrainte n'est autre que le paramètre de contrôle de vibration de cette étude $\sigma_v = (1/2)\rho_s A^2 (2\pi f)^2$. En effet, l'augmentation de la contrainte de vibrations σ_v , implique que le coefficient β augmente également (Fig.3.12.b), engendrant une réorganisation microscopique entre les particules permettant l'accélération de la dynamique d'étalement [36]. L'exposant m de l'équation 3.25, obtenu par ajustement des données, reste constant (Fig.3.12.b) quelque soit la contrainte de vibration appliquée, ce qui confirme que la pâte granulaire a un comportement d'un fluide newtonien sous vibrations [36].

A partir des valeurs de m et β , N. Gaudel et al ont pu remonter à la valeur de la viscosité de plateau à partir de l'équation 3.25 :

$$\eta_0 = \left(\frac{0.894V^{1/3}}{\eta R_0} \right)^{1/m} \frac{\Delta\rho g V^{1/3}}{3} \quad (3.26)$$

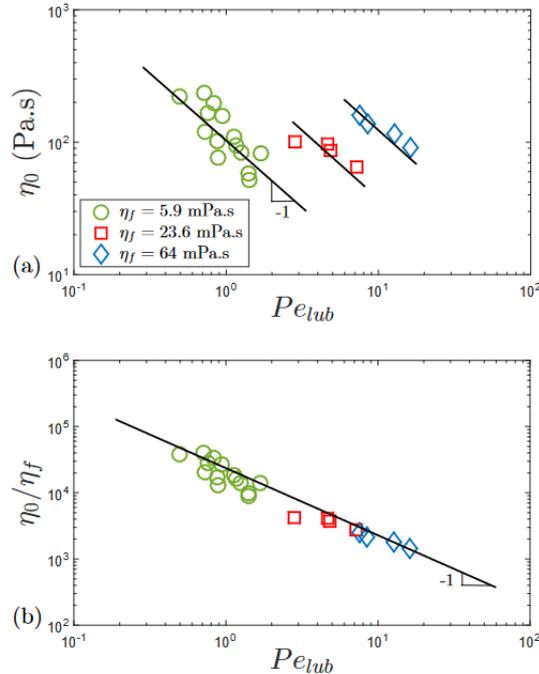


Figure 3.13 Pour différentes valeurs de la contrainte des vibrations σ_v , du diamètre des billes d et de la viscosité du fluide interstitiel η_f : (a) Tracé logarithmique de la viscosité η_0 en fonction du nombre Pe_{lub} . (b) Tracé logarithmique de η_0/η_f en fonction de Pe_{lub} . (Courbes extraites de [36]).

L'évolution de cette viscosité est tracée sur la Fig.3.13 en fonction du nombre de lubrification Peclet Pe_{lub} . Ce tracé montre, comme prévu, que la viscosité est inversement proportionnelle au nombre de Peclet quelque soit le diamètre des grains, la contrainte des vibrations, ce qui n'est pas le cas en changeant la viscosité du fluide interstitiel (Fig.3.13.a). Pour remédier à cela, la loi d'échelle suivante a été proposée, adimensionnant η_0 par la viscosité du fluide interstitiel η_f [36] :

$$\frac{\eta_0}{\eta_f} \propto Pe_{lub}^{-1} = \left(\frac{\eta_f A \omega}{\mu P_g d} \right)^{-1} \quad (3.27)$$

où d est le diamètre des grains, A l'amplitude des vibrations, P_g la pression granulaire, et μ est le coefficient de friction. Cette loi d'échelle prend en compte la dynamique d'étalement et décrit l'influence des différents paramètres d , η_f , σ_v sur l'écoulement d'une pâte granulaire.

CHAPITRE 4

OBJECTIFS DE LA THÈSE

Cette étude bibliographique met en évidence les difficultés rencontrées pour modéliser et prédire le comportement des dispersions granulaires. Malgré les avancées considérables, les propriétés physiques et mécaniques de ces matériaux sont loin d'être totalement comprises. Notamment, le lien entre les comportements non-newtoniens observés (seuil d'écoulement, contraintes, rhéoépaississement, rhéofluidification ...) et leur origine microscopique n'a pas été clairement établi.

L'objectif de la thèse sera de mettre en œuvre et d'approfondir les techniques expérimentales développées depuis de nombreuses années pour étudier l'étalement des milieux granulaires secs et mouillés sous l'effet des vibrations. À l'échelle microscopique, l'objectif sera d'identifier les paramètres caractéristiques des microprocessus et les interactions entre les phases (particule-particule, particule-fluide et les deux avec des parois) lors de l'étalement de ces matériaux en lien avec leur rhéologie. Cela permettra d'identifier les mécanismes relatifs à l'effet des vibrations sur le taux cisaillement, le transport des particules et la dissipation d'énergie afin de fournir les paramètres pouvant être utilisés dans des modèles physiques à l'échelle macroscopique. Ces modèles seront ensuite testés afin d'optimiser des propriétés d'étalement de dispersions granulaires ayant une formulation contrôlée.

Nous tenterons de répondre aux questions suivantes : Quels sont les paramètres physiques qui contrôlent la rhéologie de ces milieux ? Quelle est l'influence des vibrations sur le comportement rhéologique des grains ? Quelles sont les origines physiques des comportements macroscopiques observés ? Comment bougent les grains les uns par rapport aux autres lors de l'étalement d'une dispersion granulaire ? Peut-on relier les propriétés macroscopiques de l'étalement à la friction et au blocage sous vibrations ?

Deuxième partie

Étalement d'un tas granulaire sec

CHAPITRE 5

ÉTALEMENT D'UN TAS GRANULAIRE SEC À MASSE CONSTANTE

Sommaire

5.1	Dispositif expérimental	41
5.2	Protocole et outils de mesure	44
5.3	Résultats et discussion	46
5.3.1	Morphologie du tas	47
5.3.2	Effet des vibrations	49
	Conclusion	62

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la dynamique d'étalement de poudres sèches avant d'étudier dans la suite de nos travaux l'influence d'un fluide interstitiel. Le but est de comprendre l'influence des vibrations sur l'étalement d'une dispersion granulaire sèche, et si ces vibrations affectent la rhéologie du milieu étudié avant d'ajouter un fluide interstitiel. Dans un premier temps, nous allons décrire dans ce chapitre le dispositif expérimental conçu pour cette étude, les outils de mesures développés pour la réalisation des expériences, ainsi que les méthodes utilisées pour suivre et analyser l'étalement.

Nous allons ensuite discuter des différents résultats obtenus avec ce dispositif, en analysant et en interprétant les différentes données. Nous allons répondre aux questions suivantes : Comment les vibrations influencent l'étalement d'un tas granulaire? Est-ce que la morphologie de ce tas est influencée par les vibrations, et peut-elle être représentée par une solution invariante d'échelle? Est-ce possible de remonter à la viscosité de cette dispersion granulaire à partir des lois proposées dans la littérature?

5.1 Dispositif expérimental

Afin de caractériser la dynamique d'étalement d'une dispersion granulaire, nous avons mis en place un dispositif expérimental présenté sur la Fig.5.1. Il est composé principalement d'une plaque horizontale rugueuse sur laquelle repose un tas de billes de verre sphériques quasi-monodisperse de diamètre moyen $d_1 = 500 \pm 100 \mu\text{m}$ dont la distribution granulométrique est présentée sur la Fig.5.2. Cette plaque a bien évidemment des dimensions nettement supérieures au rayon du tas pour éviter tout débordement, et sa rugosité est assurée en collant des billes de verre sphériques noires teintées de diamètre $d_2 = 1.5 \text{ mm}$ sur un ruban adhésif double face.

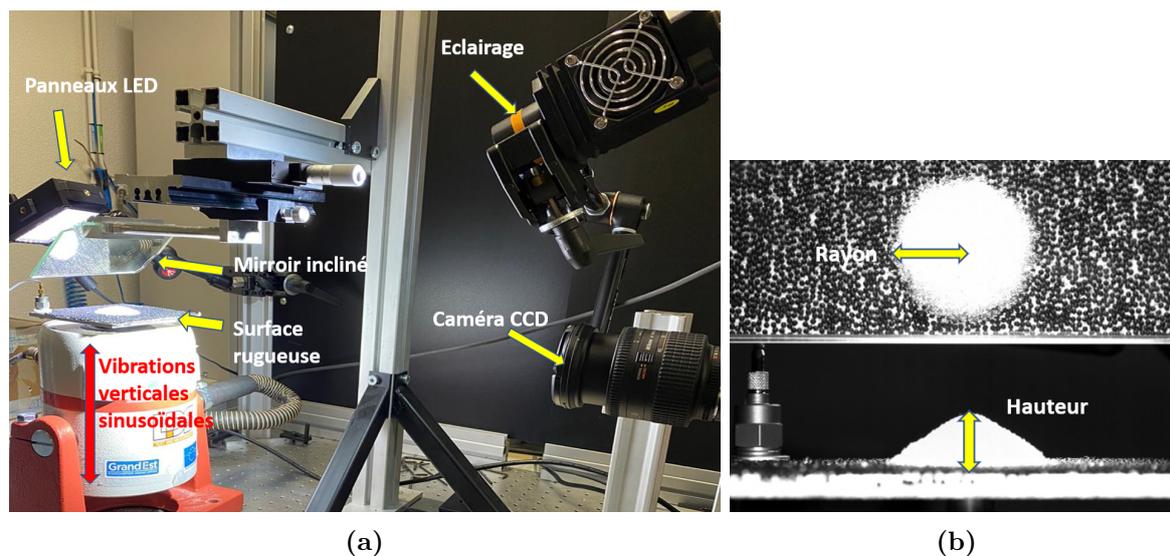


Figure 5.1 (a) Un tas granulaire est placé sur une plaque de plexiglas rugueuse, liée à un pot vibrant assurant des vibrations verticales sinusoïdales, par une boucle fermée grâce à un amplificateur et un contrôleur. L'expérience est enregistrée par une caméra CCD qui filme simultanément le tas sur le coté et par le haut grâce à un miroir amovible orienté à 45° de la plaque. Des panneaux LEDs et un éclairage sont mis en place afin d'avoir un contraste rendant possible l'extraction de données. (b) Visualisation de l'étalement du tas granulaire.

La plaque est placée sur un pot vibrant (LDS V406) assurant des vibrations verticales sinusoïdales qui sont contrôlées par un système d'asservissement en boucle fermée (voir Fig.5.3). Cela assure a priori que l'excitation correspond à la consigne, ce qui a été vérifié dans la suite. Le signal qui produit les vibrations est créé par le contrôleur LDS, qui peut être configuré sur un ordinateur à l'aide d'un logiciel dédié, et connecté à un amplificateur pour alimenter le pot vibrant. Un accéléromètre permet de mesurer l'accélération de la plaque. Ces informations sont transmises au logiciel qui contrôle le pot vibrant, créant ainsi une boucle de rétroaction qui permet de contrôler l'accélération imposée au système.

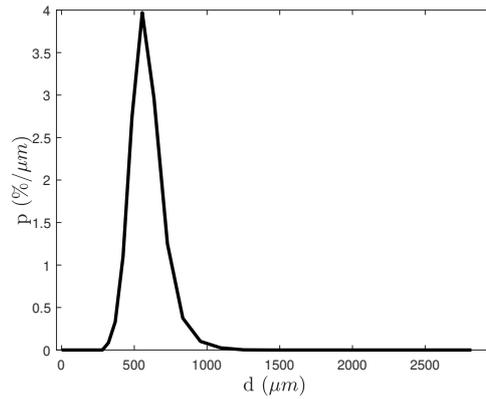


Figure 5.2 Fonction de densité de probabilité en diamètre pour un échantillon de billes de verre $d = 400-600 \mu\text{m}$.

Pour cette étude, l'amplitude A et la fréquence f sont respectivement variées dans un intervalle de $100-420 \mu\text{m}$ et $30-50 \text{ Hz}$. L'intervalle de fréquence et d'amplitude a été choisi de telle sorte que nous respectons la gamme accessible du pot vibrant, et que nous restions dans un écoulement assurant une transition solide-liquide tout en évitant de rentrer dans une phase gazeuse.

La réponse à la consigne donnée au pot vibrant a été vérifiée en suivant le mouvement sinusoïdal d'une séquence d'images en utilisant Fiji [90], un logiciel libre et open source de traitement et d'analyse d'images. Cette vérification est réalisée en filmant une séquence d'images du tas sous vibrations pour quelques secondes. L'idée est d'avoir suffisamment d'images par seconde pour capturer le mouvement sinusoïdal du tas, d'où la nécessité de choisir une fréquence d'acquisition qui n'est pas multiple de la fréquence des vibrations. Cette séquence d'images est binarisée grâce à un seuil, afin de distinguer le tas granulaire. Le traitement d'images des expériences est plus détaillé dans la suite du chapitre. Grâce à l'option "Analyze particles" sur Fiji [90], nous retrouvons l'évolution temporelle sinusoïdale du centre de masse du tas granulaire comme le montre la Fig.5.4a. La transformée de Fourier est appliquée par la suite sur ce signal afin de vérifier si la consigne imposée en amplitude et en fréquence est bien retrouvée. Un exemple d'une consigne de fréquence 45 Hz et d'amplitude $100 \mu\text{m}$ est représenté sur la Fig.5.4b, nous remarquons que le pic atteint bien la consigne d'entrée pour une fréquence de 45.13 Hz et d'amplitude $95 \mu\text{m}$.

Nous suivons l'étalement grâce à une caméra CCD haute résolution (MotionBLITZ "EoSens mini"), placée dans le même axe horizontal que le tas (Fig.5.1), qui filme directement l'évolution de la hauteur. En ce qui concerne le rayon, il est filmé grâce à un miroir amovible que nous avons incliné de 45° par rapport à la plaque. La Fig.5.8a donne un aperçu de l'évolution temporelle, lors de l'étalement sous vibrations, de $h(t)$ et $R(t)$ qui est la hauteur au centre du tas et son rayon respectivement. Pour éviter les effets de flou ou de mouvement indésirables dans les images, il est préférable que la fréquence d'acquisition de la caméra soit un multiple entier de la fréquence des vibrations. Cela permet de synchroniser les deux fréquences et de capturer des images à des moments précis du cycle de vibration.

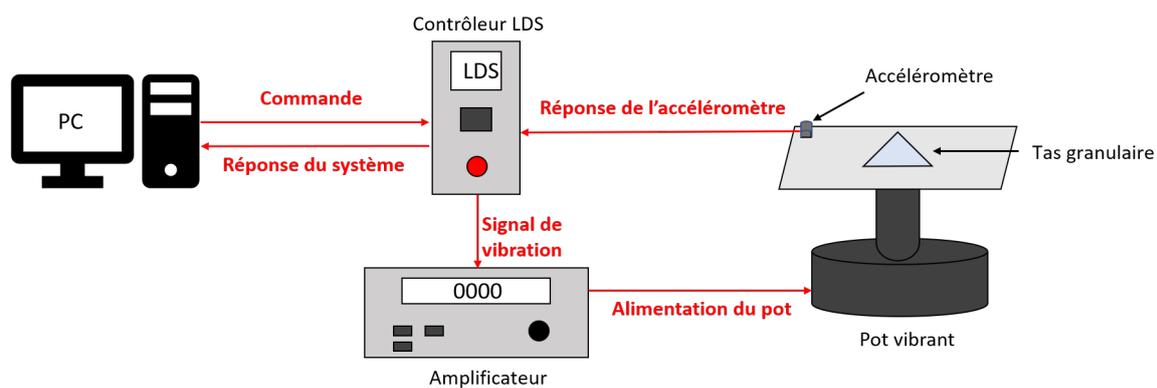
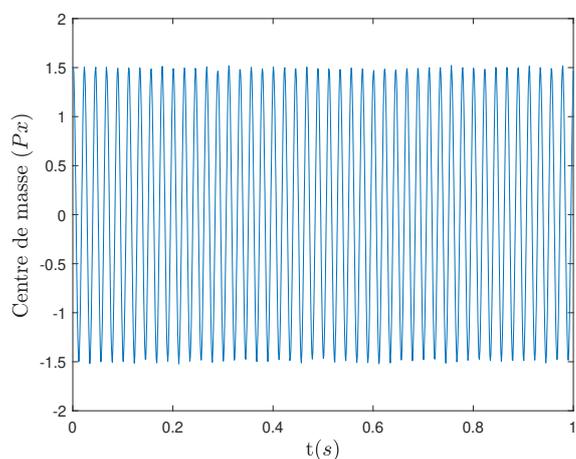
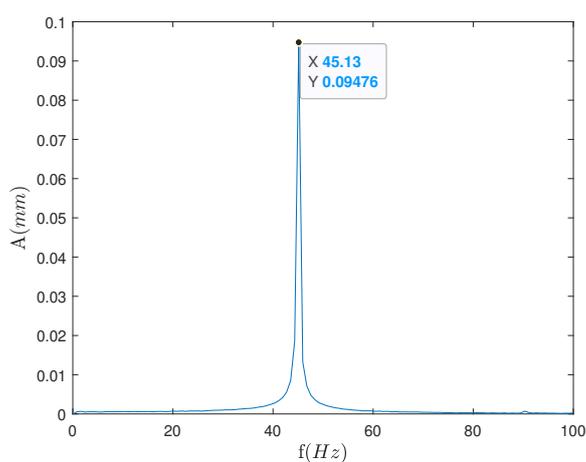


Figure 5.3 Schéma de principe de la boucle de rétroaction contrôlant les vibrations : nous rentrons sur l'ordinateur un type de vibrations (forme, fréquence, amplitude...) et le contrôleur LDS crée un signal de vibration qui est ensuite amplifié pour alimenter le pot. L'accélération des vibrations engendrée par le pot est mesurée par l'accéléromètre et transmise au contrôleur LDS qui modifie le signal en conséquence pour respecter la consigne imposée [83].



(a)



(b)

Figure 5.4 (a) Vérification du mouvement sinusoïdal du tas grâce à la transformée de Fourier. (b) Vérification de la consigne du pot vibrant pour une fréquence de 45 Hz et une amplitude de 100 μm .

5.2 Protocole et outils de mesure

Afin de pouvoir comparer les différentes expériences qui seront effectuées sur le banc expérimental, il faut veiller à avoir une préparation initiale reproductible du tas granulaire. Pour ceci les expériences ont été réalisées deux à trois fois. Cela permet de vérifier la reproductibilité des résultats et de quantifier la variabilité inhérente du système.

La première étape consiste à mesurer une masse initiale fixe de $m = 10$ g des billes de verre de diamètre d_1 avant chaque expérience. La deuxième étape est de verser cette masse de billes dans un entonnoir fixé verticalement et préalablement au centre de la plaque rectangulaire. Finalement, l'entonnoir est retiré délicatement et lentement vers le haut afin de former un cône de manière reproductible. Il est impossible d'avoir exactement la même hauteur initiale du tas pour chaque expérience, mais la forme conique initiale du tas est toujours la même. La reproductibilité d'une forme initiale exacte à une hauteur et un rayon identiques n'est pas décisive, vu que celle-ci a peu d'importance sur l'étalement aux temps longs. Le protocole est illustré dans la Fig.5.5. Les vibrations sont ensuite appliquées afin de déclencher l'étalement du tas.

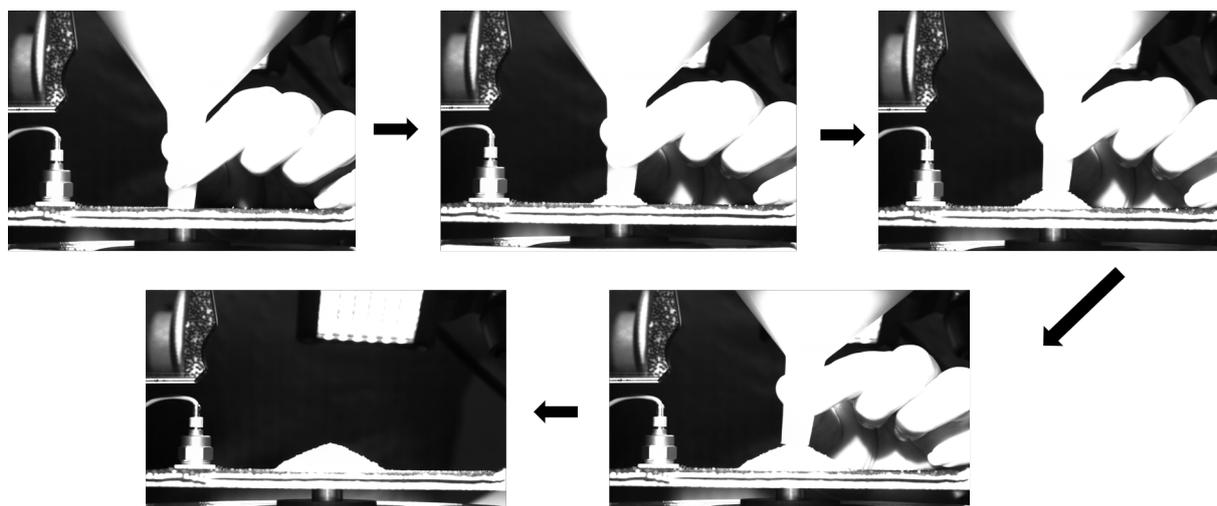


Figure 5.5 Protocole expérimental du dépôt du milieu granulaire grâce à un entonnoir afin de retrouver une condition initiale reproductible du tas granulaire.

Les images enregistrées par la caméra sont traitées sur le logiciel Fiji "ImageJ" [90]. Il faut toujours vérifier avant chaque enregistrement que la plaque est bien droite à l'aide d'une option de quadrillage sur le logiciel d'enregistrement "MotionBlitz". Nous avons écrit un programme sur ImageJ permettant d'extraire le contour du tas sur les vues latérales et surplombante (Fig.5.8a). Nous demandons au logiciel d'ouvrir l'image brute, de la rogner selon la zone d'intérêt, et de la binariser grâce à un seuil adéquat choisi manuellement pour chaque expérience. La commande "remove outliers" permet ensuite d'éliminer les parties parasites influençant le traitement. Une fois ces étapes réussies, la commande "Find edges" permet de détecter et de sélectionner que le contour du tas (Fig.5.8a). Finalement, l'option "Extract x and y coordinates", proposée par le logiciel ImageJ [90], permet de tirer du contour sélectionné précédemment les coordonnées x et y qui seront sauvegardées dans des fichiers uniques pour chaque image. Ces fichiers sont

implémentés par la suite sur le logiciel Matlab afin de nous aider à extraire le profil, la hauteur au centre et le rayon du tas granulaire.

Les mesures sont converties de px (pixels), en mm grâce à un calibrage antérieur à l'aide d'une règle placée au centre de la plaque, puis enregistrées. En itérant sur les images, nous obtenons donc l'évolution du contour qui nous servira à obtenir le rayon et la hauteur du tas en fonction du temps (voir Fig.5.8a).

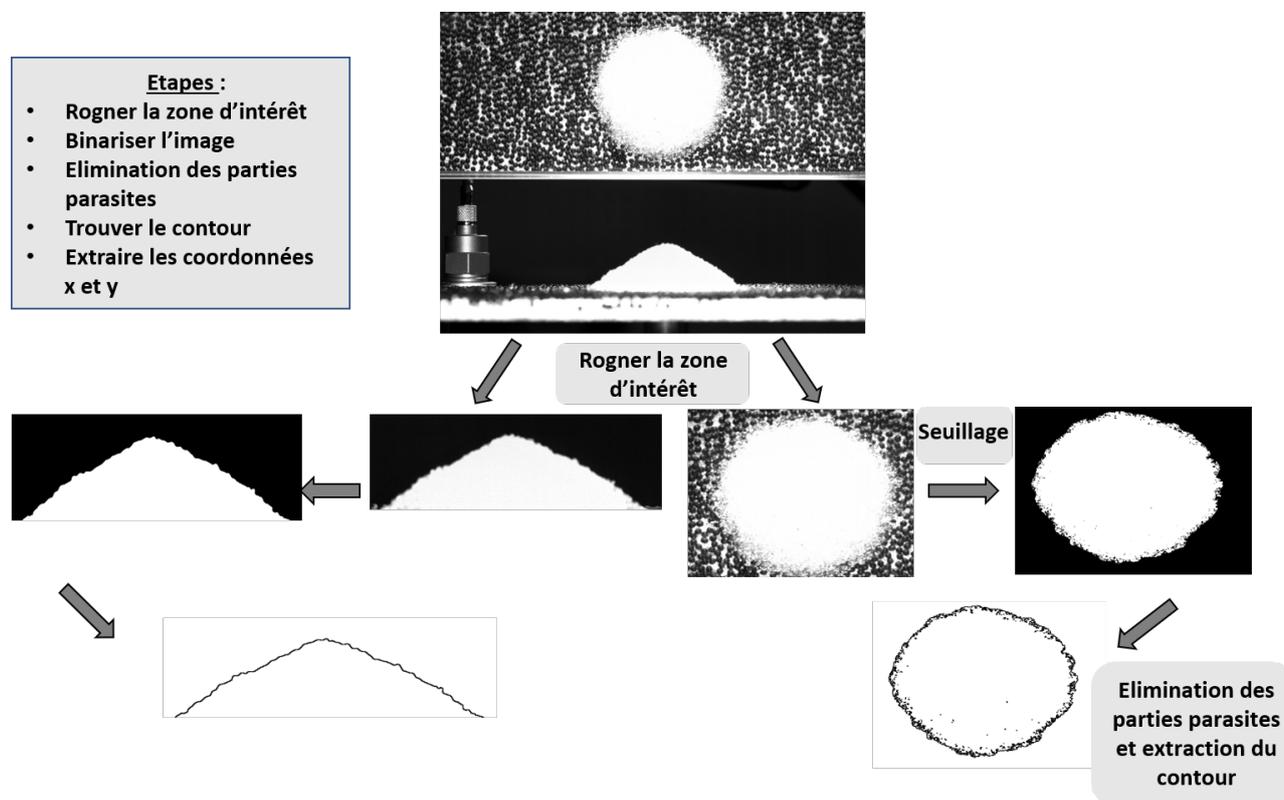


Figure 5.6 Illustration des différentes étapes réalisées par le logiciel Fiji [90] pour obtenir la variation de la hauteur et du rayon dans le temps. Les étapes consistent à ouvrir l'image brute sur le logiciel, rogner la zone d'intérêt, binariser l'image rognée grâce à un seuil adéquat, éliminer les parties parasites, détecter le contour du tas et finalement l'extraction des coordonnées x et y .

Après l'extraction des coordonnées x et y du tas granulaire grâce à Fiji [90], les données sont importées et traitées par la suite sur le logiciel Matlab[73]. Les traitements réalisés nous permettent d'extraire le rayon de l'empilement au contact avec le plan vibrant et la hauteur en son centre. En ce qui concerne la hauteur $h(t)$, Matlab retrouve tout simplement la coordonnée y maximum en itérant pour chaque image afin de tracer son évolution dans le temps.

Le rayon, d'une autre part, ne pouvait pas être extrait directement des coordonnées comme la hauteur. Après avoir extrait les coordonnées $x_c y_c$ du contour du tas sur le plan horizontal, nous avons mis en place une fonction Matlab permettant de superposer les coordonnées $x_c y_c$ du tas aux coordonnées $x_c y_c$ d'un cercle théorique. L'idée est de minimiser l'erreur entre ces deux coordonnées afin d'obtenir une superposition de deux cercles pour chaque images. Et c'est ainsi qu'en itérant sur chaque fichier correspondant aux images expérimentales, nous retrouvons l'évolution du rayon $R(t)$ en fonction du temps. L'intérêt de cette méthode de traitement est de réussir à capturer l'évolution du rayon même quand l'image du tas sur le miroir est coupée

ou ne forme plus un cercle entier. La Fig.5.7 montre une superposition entre les coordonnées $x_c y_c$ expérimentales et les coordonnées $x_c y_c$ théoriques à $t = 140$ s.

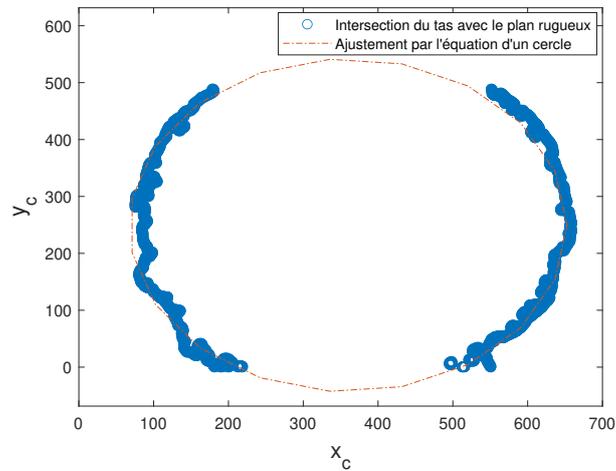


Figure 5.7 Profil du tas sur le plan horizontal après 140s d'étalement de billes de verre $d = 400-600$ μm .

5.3 Résultats et discussion

Dans cette partie, nous allons présenter les différents résultats obtenus pour ce chapitre. Nous allons discuter l'influence des vibrations sur la forme et le volume du tas granulaire. Nous aborderons comment remonter à la rhéologie d'un tas granulaire à partir de lois empiriques de la littérature. Ensuite, nous discuterons les différents régimes existants lors de l'étalement d'un tas granulaire sous vibrations. Nous allons voir également l'influence des vibrations sur la viscosité apparente du tas et comment calculer celle-ci.

5.3.1 Morphologie du tas

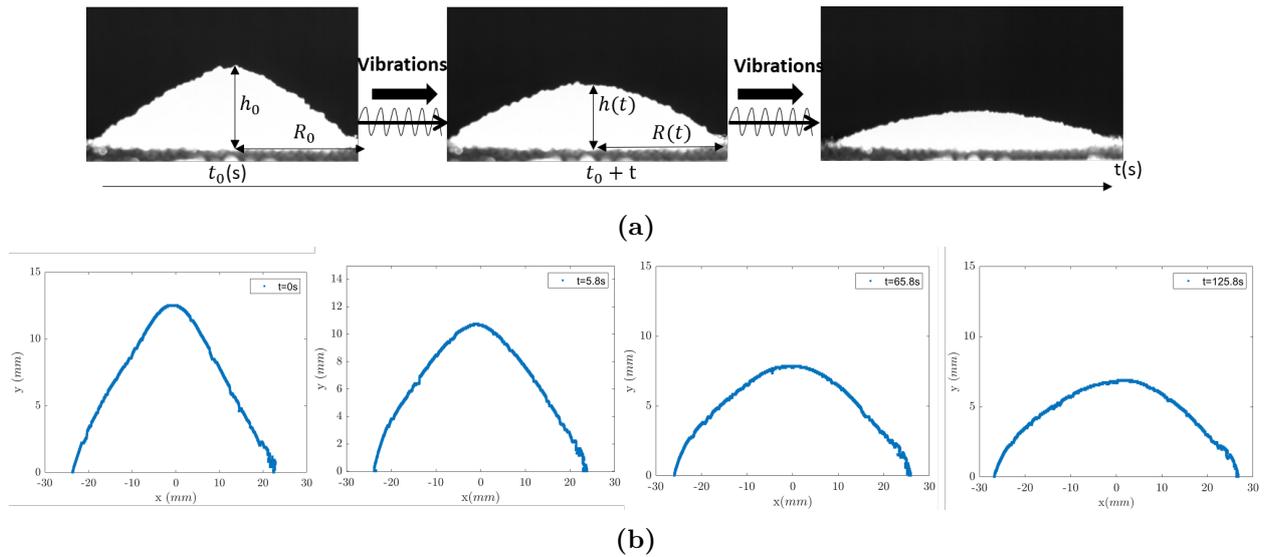


Figure 5.8 (a) Aperçu de l'évolution de la hauteur $h(t)$ et du rayon $R(t)$ sous vibrations. h_0 et R_0 sont les valeurs initiales de la hauteur et du rayon respectivement. (b) La forme du tas à différents instants t de l'étalement. Lors de l'application des vibrations, le tas granulaire passe d'une forme conique à $t = 0$ s et $t = 5.8$ s à une forme de calotte sphérique au cours du temps ($t = 65.8$ s et $t = 125.8$ s).

En déposant le tas granulaire, selon le protocole décrit dans la partie précédente, nous remarquons que l'état initial du tas prend la forme d'un cône granulaire de rayon R_0 et de hauteur h_0 à $t = 0$ s. En appliquant les vibrations, et après un court régime transitoire de quelques secondes, le sommet du cône s'élargit et s'aplatit pour former une calotte sphérique à $t = 125.8$ s comme présenté dans la Fig.5.8a.

Ce régime transitoire est lié à l'effondrement soudain du tas sous vibrations. En effet, avant l'application des vibrations, les grains sont au repos occupant chacune une position initiale dans le tas, et lors de l'application des vibrations, une réorganisation soudaine a lieu à l'échelle du grain déclenchant l'effondrement du tas. Celui-ci nécessite quelques secondes pour retrouver son équilibre sous vibrations ce qui constitue la fin du régime transitoire aux temps courts, d'où le changement de la morphologie d'un tas conique vers une calotte sphérique (Fig.5.8b).

Une étude similaire sous vibrations horizontales a été établie par Khefif et al [56], confirmant ce transitoire observé dans nos expériences. Ces travaux ont mis en évidence deux régimes, le premier est le régime d'écoulement dense ou "compactage" où le tas de grains est dense avec un front d'écoulement presque vertical, caractérisé par une faible vitesse d'écoulement. Le deuxième régime est le régime d'écoulement dilué où le tas se propage plus rapidement et avec une forme plus étalée comme nous le remarquons pour $t = 65.8$ s et 125.8 s sur la Fig.5.8b.

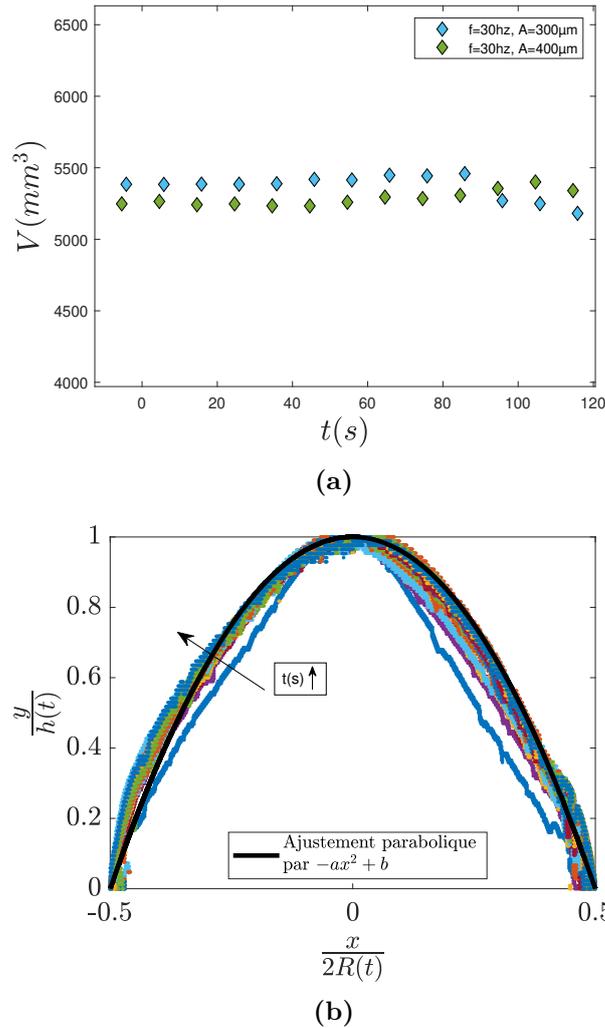


Figure 5.9 Pour $f = 30$ Hz et $d_1 = 400\text{-}600$ μm , (a) Conservation du volume du tas granulaire. (b) Profils adimensionnés du tas à différents instants t . La ligne noire continue représente un tracé parabolique basé sur les travaux de Sanchez et al [88].

La Fig.5.9b présente l'évolution constante du volume du tas granulaire au cours du temps pour deux vibrations données. La conservation du volume du tas indique que le volume total des grains reste relativement constant au cours du processus, ce qui signifie qu'il n'y a pas de compaction ou de dilatation significative du tas. Dans la littérature [88], l'étalement de la matière granulaire adopte un profil parabolique auto-similaire aux temps longs où les conditions initiales convergent vers une solution auto-similaire [88].

La conservation de la forme de l'empilement est alors vérifiée sur la Fig.5.9a, qui représente les coordonnées x et y adimensionnées respectivement par le rayon et la hauteur du tas à différents instants t . Nous observons que la forme de l'empilement devient auto-similaire aux temps longs suggérant une solution invariante d'échelle. Nos données expérimentales sont en accord avec les travaux numériques de Sanchez et al [88] sur l'étalement de milieux granulaires secs.

5.3.2 Effet des vibrations

Afin de comprendre la dynamique d'étalement d'un tas granulaire, il est primordial de quantifier la dynamique d'étalement en fonction de l'intensité des vibrations. Pour cela, nous avons réalisé plusieurs expériences d'étalements du tas granulaire en faisant varier l'amplitude A et la fréquence f des vibrations. En changeant les couples (A, f) , il apparaît que le paramètre de contrôle des vibrations est alors l'accélération relative adimensionnelle des vibrations, définie par $\Gamma = A(2\pi f)^2/g$, avec g l'accélération de la pesanteur. Le choix de ce paramètre sera mis en évidence dans la suite.

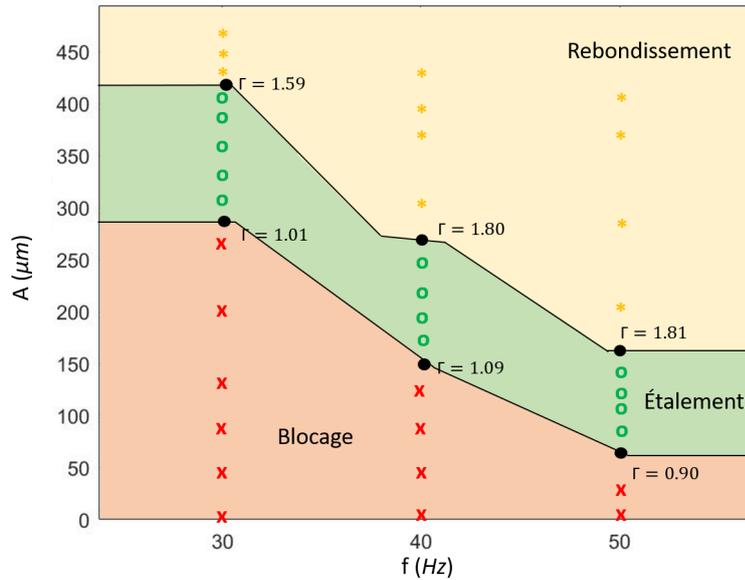


Figure 5.10 Diagramme de phase de l'étalement pour des billes de verre $d = 400-600 \mu\text{m}$: La zone en rouge correspond au cas où l'étalement est bloqué. La zone en vert correspond à la transition solide/liquide où le tas granulaire s'étale sous vibrations. La zone jaune correspond à la transition liquide-gaz où les grains rebondissent sur le plan. Les points (croix, cercles et étoiles) correspondent aux mesures effectuées pour déterminer la limite entre le blocage, l'étalement et le rebondissement. Les expériences ont été réalisées trois fois afin de déterminer ces différentes transitions.

Comme décrit précédemment, l'amplitude A et la fréquence f sont respectivement variées dans la gamme de $100-420 \mu\text{m}$ et $30-50 \text{ Hz}$. Cette gamme a été choisie en effectuant plusieurs expériences et en s'assurant que la condition d'axisymétrie du tas était vérifiée.

En effet, comme le montre la Fig.5.10, il existe trois intervalles d'amplitudes pour chaque fréquence. Nous notons le passage d'un état bloqué (en rouge), vers un état d'étalement et d'écoulement (en vert), arrivant ainsi à un état de rebond des grains provoquant leur envol à hautes vibrations (en jaune) caractérisant la phase gazeuse de l'étalement [104]. La phase gazeuse n'est pas étudiée dans nos travaux. Ce type de diagramme est typique d'une transition de Jamming (blocage), avec une transition solide/liquide dépendante des vibrations. Ces différentes transitions se font à des seuils critiques de vibration. Ces seuils sont caractérisés par une vibration critique Γ_c (points noirs), valeur minimale nécessaire pour réaliser la transition d'un état à un autre. Par exemple, lorsque la vibration atteint un seuil critique, le tas granulaire

peut passer d'un état solide à un état liquide suite à une vibration critique moyenne $\Gamma_c \sim 1.01$ (voir Fig.5.10). D'un autre côté, la transition étalement/rebondissement a lieu à une vibration critique moyenne d'un ordre de grandeur de $\Gamma_c \sim 1.74$.

La Fig.5.11 présente l'évolution temporelle de la hauteur et du rayon à différentes amplitudes, une fréquence fixe de $f = 30$ Hz et $d_1 = 400-600$ μm . Le rayon $R(t)$ et la hauteur $h(t)$ ont été adimensionnés par leurs valeurs initiales à $t = 0$ s afin d'isoler l'effet des vibrations. En augmentant l'intensité des vibrations, nous observons que la dynamique d'étalement s'accélère [39] [49]. Ceci peut être expliqué par le fait que les vibrations se propagent dans le tas, induisant la relaxation de la structure interne du tas et engendrant une agitation des grains.

En effet, lorsque des vibrations sont appliquées à un tas granulaire, les particules se déplacent les unes par rapport aux autres, et cela crée une agitation thermique qui est similaire à l'agitation moléculaire dans un gaz. Les particules dissipent de l'énergie sous forme de frottements, de collisions et de déformations. Cette dissipation d'énergie augmente la température locale du tas granulaire, créant ainsi une température granulaire. Cette température est d'autant plus importante que les vibrations augmentent, augmentant alors la fréquence des réarrangements à l'échelle des particules, et éliminant le seuil apparent responsable du blocage du tas au repos. Elle est à l'origine également de cette transition solide/liquide appelée fluidification. Nous remarquons également que, pour une valeur donnée d'accélération Γ , une évolution rapide et soudaine de la hauteur et du rayon ont lieu aux temps courts (Fig.5.13). Ceci est dû aux tout premiers instants de la transition de la forme conique du tas à la calotte sphérique.

Il est à noter que l'évolution de la hauteur et du rayon aux temps longs (supérieur à 150s dans nos expériences) ne sont pas étudiées due à la perte d'axisymétrie pour les faibles épaisseurs.

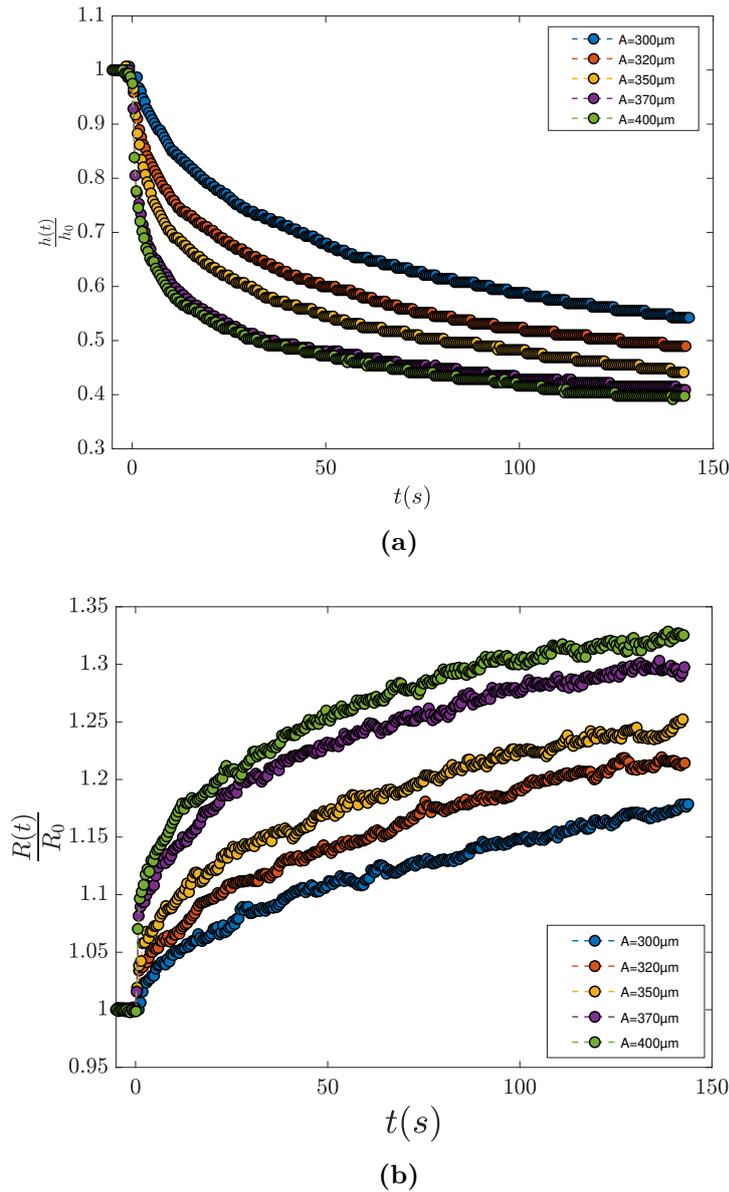


Figure 5.11 (a) Évolution temporelle de la hauteur pour différentes amplitudes et une fréquence $f = 30$ Hz. (b) Évolution temporelle du rayon sous différentes amplitudes et une fréquence $f = 30$ Hz.

Comme discuté précédemment dans la [section 3.3](#), une goutte newtonienne déposée sur une surface horizontale lisse et propre s'étale très lentement selon une loi temporelle appelée loi d'étalement de Tanner [88] :

$$R(t) \propto t^m \quad (5.1)$$

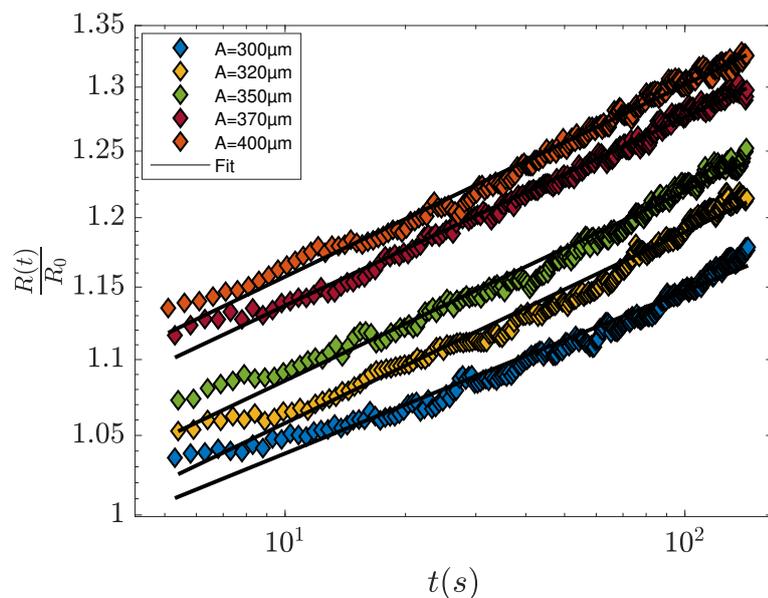
Dans le cas de coordonnées sphériques, l'étalement d'une goutte newtonienne mène à une évolution temporelle de rayon tel que [87] :

$$\frac{R(t)}{R_0} = \beta t^m = \frac{0.894V^{1/3}}{R_0} \left(\frac{\rho g V^{1/3}}{3\eta} t \right)^m \quad (5.2)$$

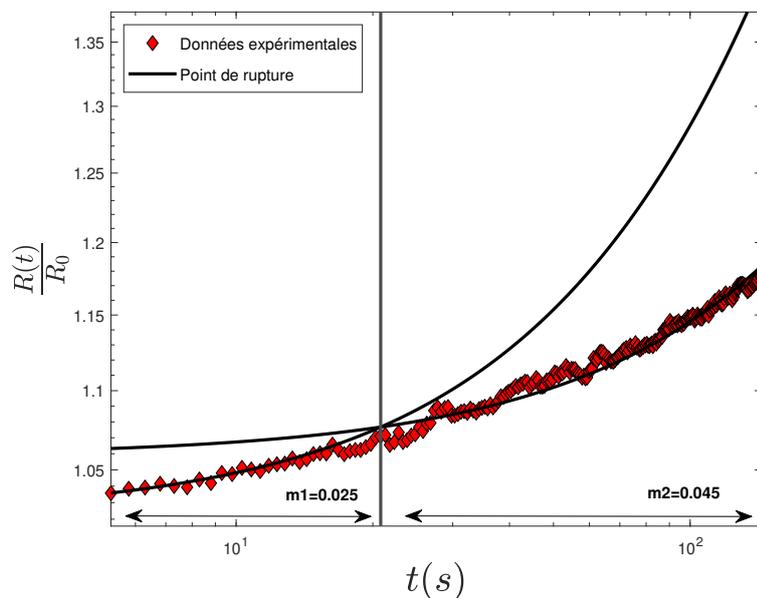
avec V le volume du tas, ρ la masse volumique des billes de verre ($\rho = 2500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$), η la viscosité apparente, β un coefficient qui dépend des propriétés géométrique et de la viscosité du tas, et m l'exposant de la fonction puissance.

En échelle logarithmique, comme le montre la [Fig.5.12 a](#), l'évolution temporelle du rayon présente un changement de pente du à la réponse transitoire du tas aux temps courts. Il a été nécessaire alors d'identifier la position de la rupture de pente afin d'ajuster les données par une loi de puissance ([Fig.5.12b](#)).

Ceci a été réalisé en programmant un code Matlab permettant de scanner les points expérimentaux de chaque courbe, jusqu'à ce que nous observions une rupture de pente. Cette dernière va représenter par la suite, le seuil pour lequel nous diviserons en deux parties le tracé logarithmique de toutes nos expériences. Cette rupture de pente a été testé également pour l'évolution de la hauteur sur la [Fig.5.13](#) qui montre cette même transition au même point qui est d'un ordre $t \sim 20s$. Ceci met en évidence les deux régimes observés précédemment. Un premier régime sur des temps courts déclenché par l'effondrement soudain du tas granulaire lors de l'application des vibrations. Et un deuxième régime lié à l'étalement sur des temps longs ([Fig.5.12a](#)).



(a)



(b)

Figure 5.12 Évolution de $R(t)/R_0$ au cours du temps pour une fréquence $f = 30$ Hz. (a) Représentation semi-logarithmique et ajustement par une loi de puissance $R(t) \propto t^m$ en fonction du temps mettant en évidence l'existence de deux régimes. (b) Identification du point de transition entre les deux régimes et ajustement de $R(t)/R_0$ par une loi de puissance $R(t) \propto t^m$ dans chacun des deux régimes.

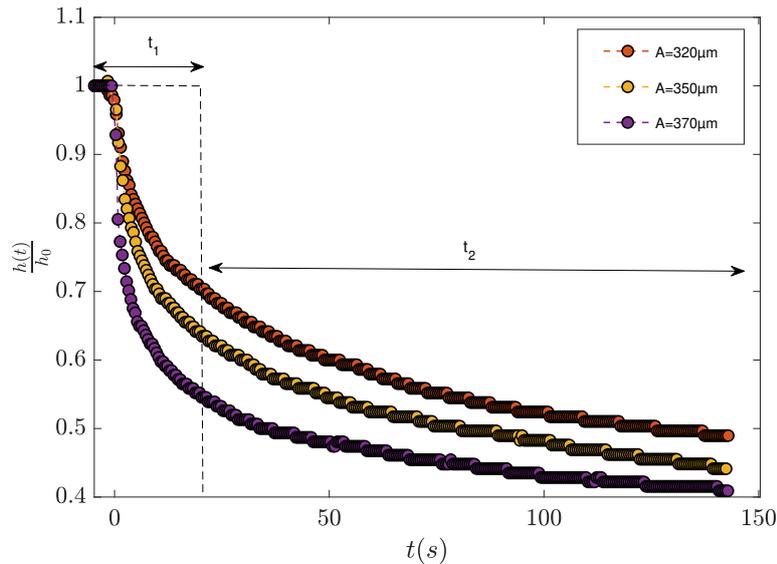


Figure 5.13 Mise en évidence du point de transition entre les deux régimes pour l'évolution de $h(t)/h_0$ en fonction du temps.

Dans cette étude, nous nous intéressons uniquement aux paramètres d'ajustement du deuxième régime (m_2, β_2), vu que c'est celui qui représente l'étalement. En ajustant nos données expérimentaux avec la loi de Tanner nous obtenons l'évolution des coefficients m et β sur la Fig.5.16 en fonction de l'amplitude.

Comme le montre la Fig.5.16b l'exposant m est constant dans ce second régime et vaut $m_2 = 0.045 \pm 0.005$ quelque soit la vibration appliquée. Cette valeur est proche à celle trouvée dans de nombreuses études en cas d'étalements gravitationnels [92][62]. Nous montrons ainsi que l'exposant de la loi de puissance qui décrit l'étalement d'un milieu granulaire sec ne dépend ni de la fréquence ni de l'amplitude des vibrations appliquées. Les mécanismes physiques en jeu lors de la relaxation du tas semblent être intrinsèque au matériau granulaire considéré. Les vibrations semblent accélérer les mécanismes de réorganisation, mais elles n'en modifient pas fondamentalement la nature, comparées au cas où ces derniers sont générés par l'écoulement gravitaire lui-même en l'absence de vibrations.

Il est également important de noter que cet exposant est plus faible que celui trouvé par Gaudel et al.[36] pour le cas d'une dispersion saturée où $m_2 \approx 1/8$ correspondant à un comportement proche de celui d'un fluide newtonien. Il semble donc que la présence d'un fluide interstitiel visqueux facilite l'étalement en mobilisant les forces de lubrification et en diminuant la friction contrairement au cas sec.

Le coefficient β est extrait sur la Fig.5.14a. Celui-ci augmente en fonction des vibrations et dépend à la fois de la fréquence et de l'amplitude de ces dernières. Nous observons que ce paramètre augmente avec l'intensité des vibrations. Afin de trouver le paramètre de contrôle associée aux vibrations, nous avons testé dans un premier temps, la contrainte de vibrations $\sigma_v = \frac{1}{2}\rho A^2(2\pi f)^2$ précédemment introduite dans les études de Gaudel et al.[36] pour caractériser la rhéologie de suspensions granulaires vibrées.

Comme le montre la Fig.5.15, il apparaît que ce paramètre en lien avec l'énergie cinétique

volumique injectée dans le milieu, n'est pas le bon paramètre de contrôle de l'étalement. Le paramètre de contrôle des vibrations est dans notre cas l'accélération relative des vibrations définie par :

$$\Gamma = A(2\pi f)^2/g \quad (5.3)$$

Ceci a été mis en évidence sur la figure Fig.5.16a où est représentée l'évolution de β en fonction de l'accélération Γ . Ce paramètre permet de réduire les données expérimentales à une seule courbe maîtresse et d'obtenir une vision globale et cohérente du système étudié en terme de paramètre de contrôle. L'accélération des vibrations semble être le bon paramètre de contrôle également dans une étude de Gaudel et al[37] traitant les avalanches sèches sous vibrations verticales en plan incliné.

En revanche, une autre étude réalisé par le même auteur[36] sur l'étalement des pâtes granulaires sous vibrations montre que le paramètre de contrôle semble être dans ce cas la contrainte des vibrations σ_v . Cette différence peut être due à la présence d'un fluide interstitiel qui favorise l'apparition d'effets de lubrification pilotés par la vitesse relative des grains entrant en interaction au contraire du cas sec où l'inertie semble dominée.

En effet, Gaudel et al[36] ont utilisé une pâte granulaire saturé au lieu d'un tas granulaire constitué de billes sèches, et il semble que la présence du fluide interstitiel engendre des phénomènes de dissipations qui modifient la dépendance en fréquence du paramètre de contrôle de l'étalement. La friction entre les particules sèches du tas peut influencer également le paramètre de contrôle, ce qui est le cas de l'écoulement d'une avalanche le long d'un plan incliné qui est en grande partie contrôlé par la friction entre les particules[37].

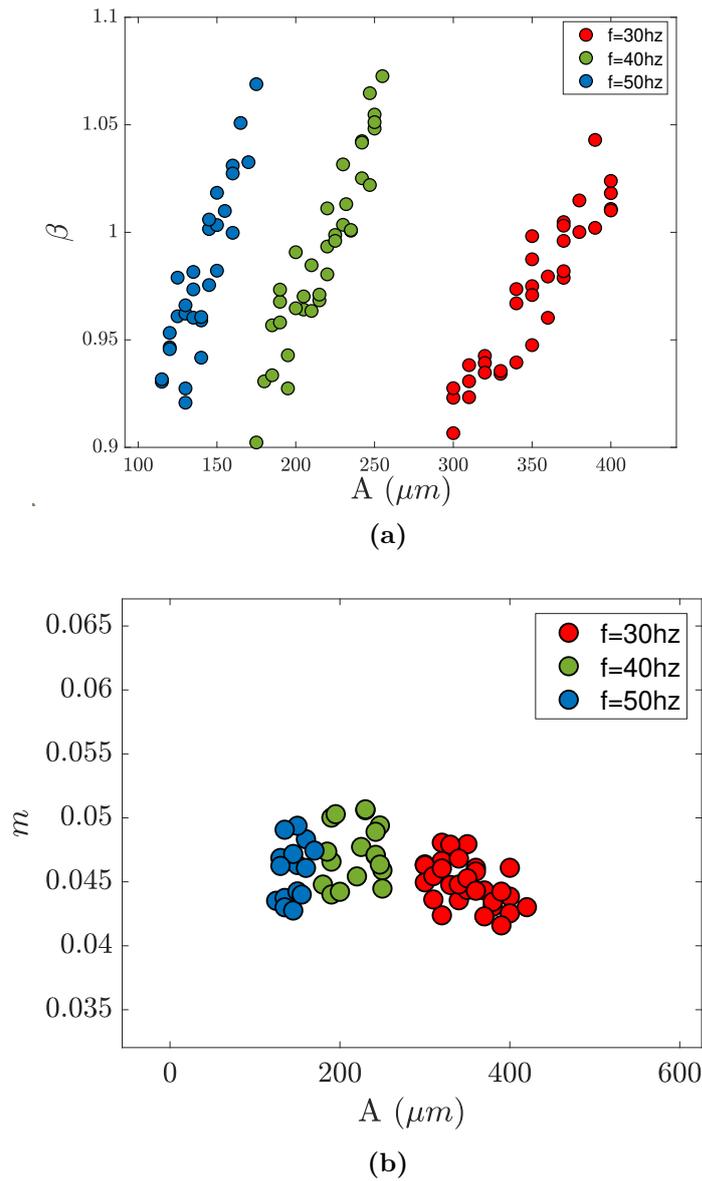


Figure 5.14 Extraction du coefficient β et l'exposant m de la loi de Tanner $\frac{R(t)}{R_0} = \beta t^m$ par ajustement des courbes d'étalement : (a) Évolution du coefficient β en fonction de différentes amplitudes et fréquences. (b) Évolution de l'exposant m en fonction de différentes amplitudes et fréquences.

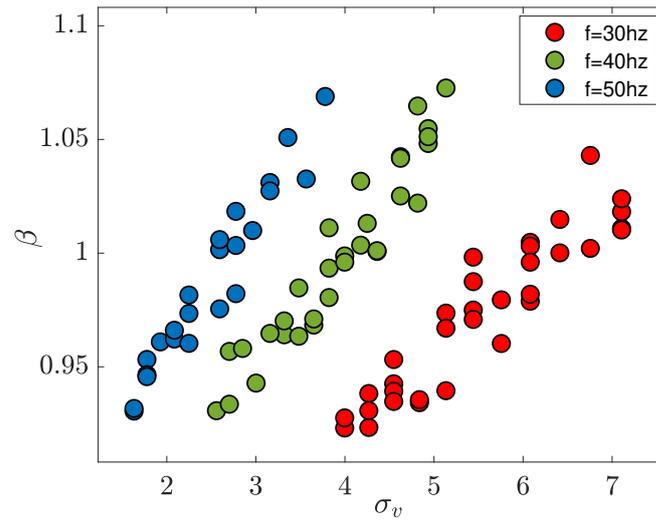


Figure 5.15 Extraction du coefficient β en fonction de la contrainte des vibrations σ_v .

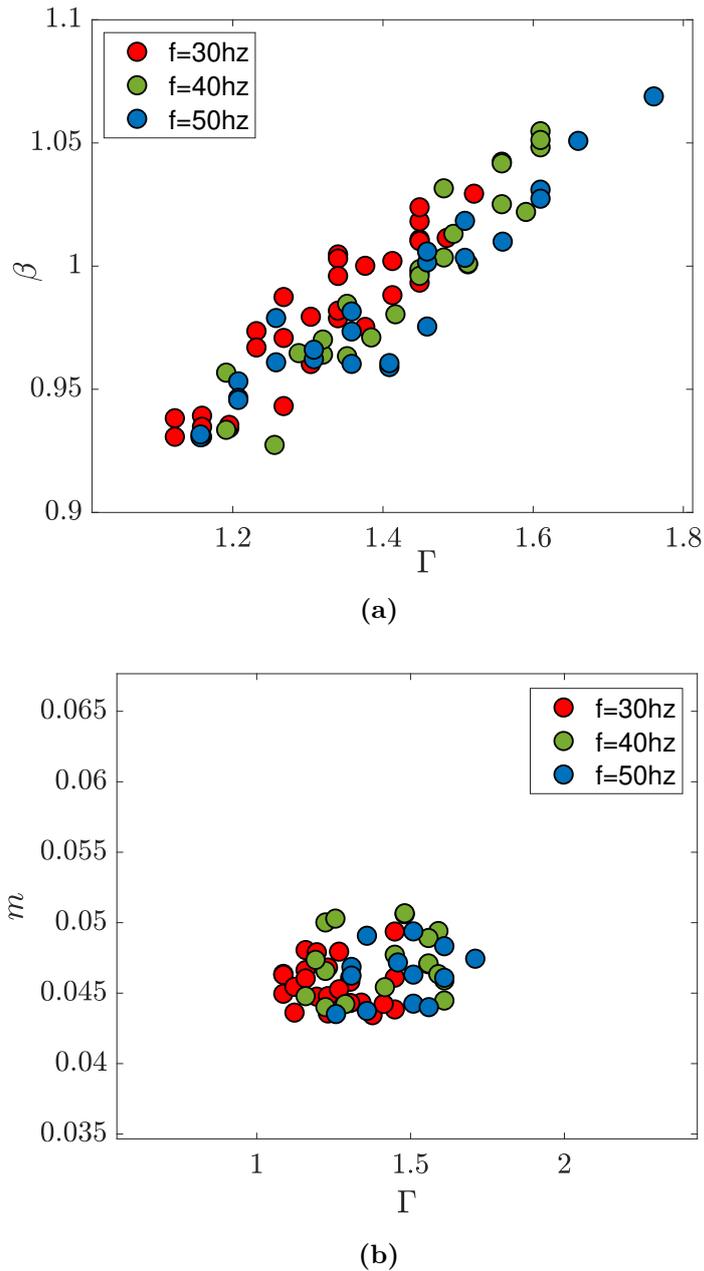


Figure 5.16 Extraction du coefficient β et l'exposant m de la loi de Tanner $\frac{R(t)}{R_0} = \beta t^m$ (a) Évolution du coefficient β en fonction de l'accélération Γ . (b) Évolution de l'exposant m en fonction de l'accélération Γ .

Comme nous avons abordé dans la section précédente, l'existence de deux régimes régissant l'étalement d'un tas granulaire a été mis en évidence par Khefif et al [56] en simulation DEM suggérant un premier régime super-diffusif aux premiers stades de l'étalement, suivi d'un deuxième régime sous-diffusif asymptotique. Ces travaux sont basées sur le modèle diffusif de Sanchez et al (5.4) concernant l'étalement d'un tas granulaire sur une surface solide sous vibrations horizontales comme le montre la Fig.5.17a :

$$R^3(t) - R^3(0) \sim t \quad (5.4)$$

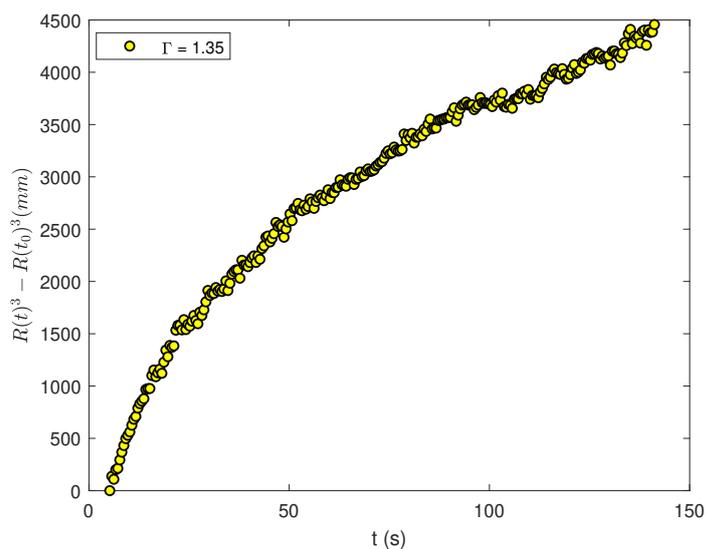
Kheffif et al [56] ont adapté le modèle (5.4) afin de prouver numériquement l'existence de deux régimes d'étalement lors de l'écoulement d'un tas granulaire sur une surface solide sous vibrations horizontales. Ils ont révélé que la dynamique d'étalement est sub-diffusive et obéit à la loi d'échelle suivante :

$$R(t) - R(t_0) \sim a_k t^{n_k, m_k} \quad (5.5)$$

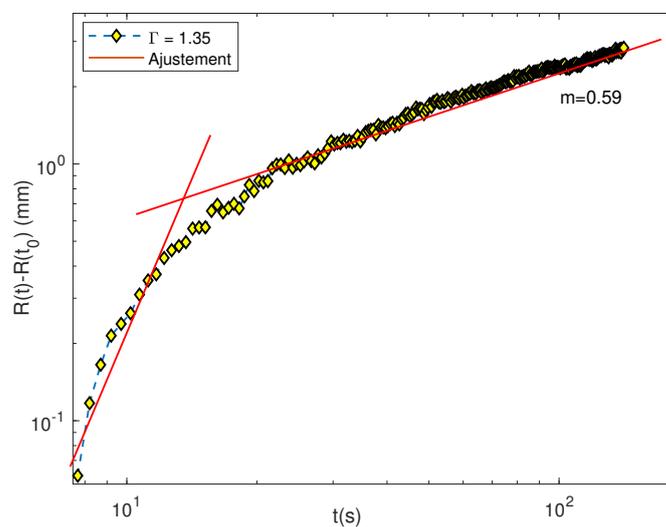
où R est la rayon du tas, a_k un coefficient qui dépend des propriétés géométriques, n_k et m_k des paramètres d'ajustement représentant respectivement les exposants du premier et deuxième régime. En utilisant ce modèle sur nos données expérimentales, nous retrouvons quasiment une courbe avec la même tendance (voir Fig.5.17), représentant deux régimes. Un exemple d'extraction de l'exposant m_k représentant le deuxième régime est illustré sur la Fig.5.17b. Nous avons extrait cet exposant pour l'ensemble des expériences sur la Fig.5.18a, afin d'avoir une valeur moyenne comparable aux études de Kheffif et al[56]. Nous avons trouvé un exposant d'ordre de grandeur $m_k = 0.5715$ contre une valeur moyenne de 0.47 trouvé par Kheffif et al [56].

Cette petite différence dans les exposants peut être expliquée par la nature des vibrations appliquées, il faut noter qu'ils ont utilisé des vibrations horizontales au lieu de vibrations verticales comme c'est de notre étude. En effet, les vibrations horizontales peuvent faciliter l'écoulement latéral et la fluidisation des particules, ce qui peut rendre le tas plus mobile. Alors que les vibrations verticales peuvent favoriser l'écoulement vertical et donc la compaction aux temps courts.

Nous avons tracé sur la Fig.5.18b l'évolution du coefficient a_k qui augmente en fonction de l'accélération Γ . Nous avons ajusté cette évolution par l'équation $a_k = c\Gamma + d$, où nous avons trouvé $c = 0.552$ et $d = -0.4815$. Pour $a_k = 0$, nous retrouvons une accélération d'un ordre de grandeur de $\Gamma = 0.872$. Cette valeur est en accord avec le diagramme de phase établi précédemment sur la Fig.5.10 dans lequel la transition solide/liquide n'a lieu qu'à partir d'une accélération critique moyenne de l'ordre de $\Gamma_c = 1$.



(a)



(b)

Figure 5.17 (a) Évolution de $R(t)^3 - R(t_0)^3$ en fonction du temps l'étalement. (b) Tracé logarithmique du Rayon en fonction du temps selon le modèle de Khefif et al [56] pour une accélération $\Gamma = 1.35$, suggérant l'existence de deux régimes d'étalement.

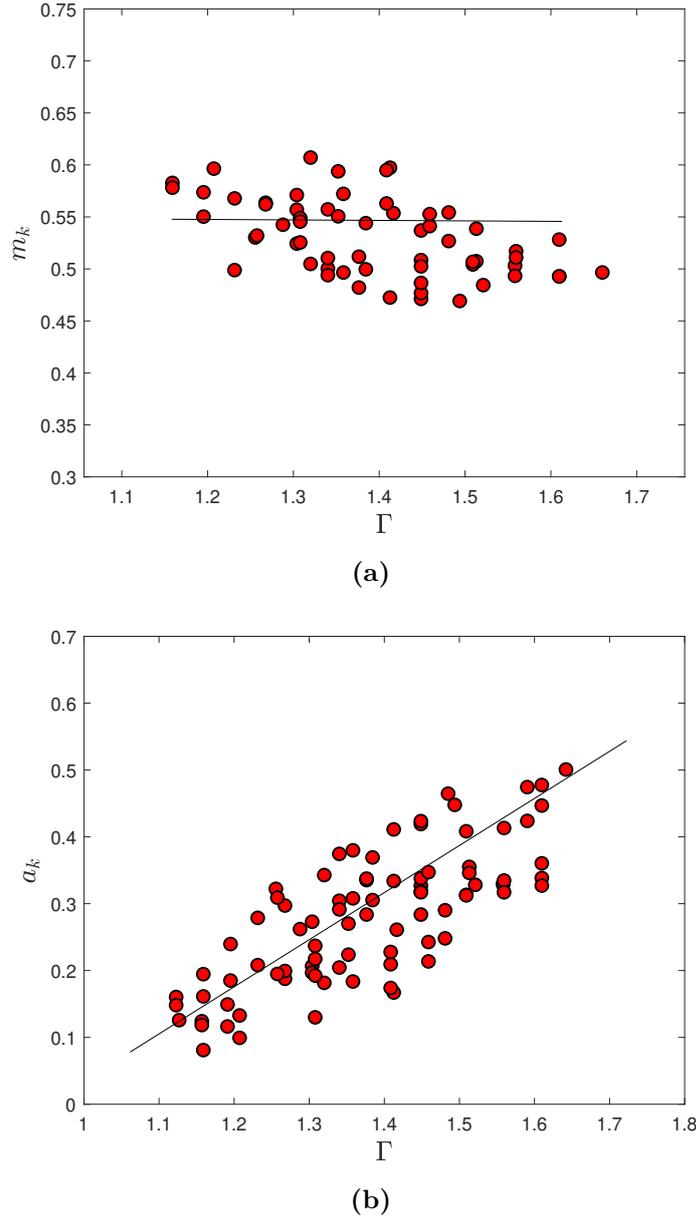


Figure 5.18 (a) Extraction de l'exposant m_k en fonction de l'accélération Γ selon le modèle de Khefif et al [56]. La courbe noire représente la moyenne de l'exposant tel que $m_k = 0.5510$. (b) Extraction du coefficient a_k en fonction de l'accélération Γ selon le modèle de Khefif et al [56]. La courbe noire représente un ajustement pat $a_k = c\Gamma + d$ où $c = 0.552$ et $d = -0.4815$.

Les coefficients m et β extraits sur la Fig.5.16 nous permettent de remonter par analyse dimensionnelle et analogie avec la loi de Tanner 5.2 à une viscosité apparente du tas granulaire tel que :

$$\begin{cases} \beta t^m &= \frac{0.894V^{1/3}}{R_0} \left(\frac{\rho g V^{1/3}}{3\eta} t \right)^m \\ \eta &= \eta_0 = \left(\frac{0.849V^{1/3}}{\beta R_0} \right)^{1/m} \frac{\Delta\rho g V^{1/3}}{3} \end{cases} \quad (5.6)$$

où V est le volume du tas, ρ est la masse volumique des billes de verre $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$, η est la viscosité apparente, β un coefficient et m l'exposant de la fonction puissance. La viscosité

apparente est une mesure de la résistance d'un matériau à l'écoulement, et elle est souvent utilisée pour caractériser le comportement rhéologique d'un tas granulaire. Les vibrations peuvent donc modifier cette résistance au mouvement en modifiant la géométrie du réseau de particules, et cela en générant des forces de frottement entre les particules ou en modifiant la répartition des forces de contact entre les particules.

Il est important de noter que les effets des vibrations sur la viscosité apparente peuvent dépendre de plusieurs facteurs, tels que l'amplitude et la fréquence des vibrations, la taille et la forme des particules, et la force gravitationnelle. Dans ce cas là, nous proposons donc de définir une viscosité de référence regroupant la pression granulaire P_g , le diamètre des particules d , et la pesanteur g telle que :

$$\begin{cases} \eta_{ref} = P_g \sqrt{\frac{d}{g}} \\ P_g = \rho \phi g h_0 \end{cases} \quad (5.7)$$

L'évolution de cette viscosité η_0/η_{ref} est tracée sur la Fig.5.19 en fonction du paramètre de vibrations Γ et regroupe toutes nos expériences quelque soit l'amplitude et la fréquence. Malgré la faible gamme de Γ explorée, nous observons un regroupement de nos données expérimentales sur une seule courbe maîtresse, suggérant que l'étalement est contrôlé par une baisse de la viscosité apparente induite par les vibrations. Ces données ont été ajustée par une exponentielle $\eta_0/\eta_{ref} \sim \exp(-\Gamma/\Gamma_0)$ comme le montre la Fig.5.19. Ceci suggère une dépendance exponentielle de la viscosité à travers un processus d'activation des contraintes.

Nous retenons de la Fig.5.19 que les vibrations peuvent aider à briser les contacts entre les particules en supprimant la contrainte seuil, chose qui implique la diminution de la viscosité apparente du tas granulaire et facilite son étalement.

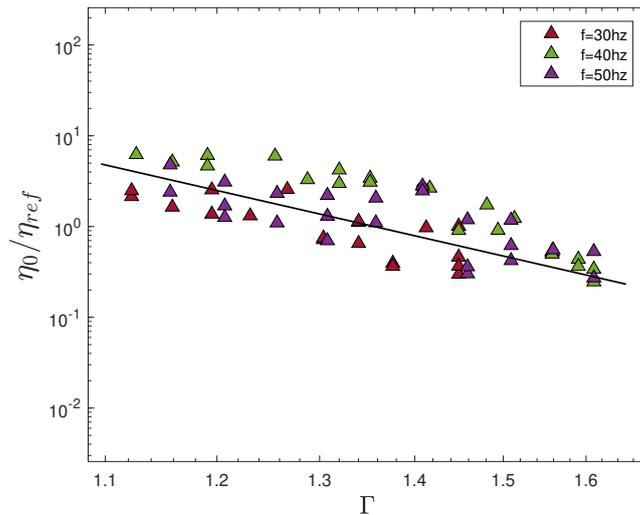


Figure 5.19 Tracé semi-logarithmique de la viscosité adimensionnée η_0/η_{ref} en fonction de l'accélération adimensionnée ajustée par une exponentielle $\eta_0/\eta_{ref} \sim \exp(-\Gamma/\Gamma_0)$ où $\Gamma_0 = 1.2352$.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'étalement libre d'un tas granulaire à masse constante sous vibrations sur une surface solide rugueuse. Nous avons montré que la forme de l'empilement devient auto-similaire aux temps longs. Nous avons observé également qu'en appliquant les vibrations, le sommet conique du tas granulaire s'élargit après un court régime transitoire de quelques secondes, et s'aplatit pour former une calotte sphérique.

Cette transition remarquable résulte de l'effondrement soudain du tas granulaire sous l'influence des vibrations. Ceci nous a permis d'identifier deux régimes d'étalement : un premier régime sur des temps courts déclenché par l'effondrement soudain du tas granulaire lors de l'application des vibrations, et un deuxième régime lié à l'étalement sur des temps longs.

Nous avons montré également que l'application des vibrations permet la suppression de la contrainte seuil et fait apparaître un régime apparent en loi de puissance tel que :

$$\frac{R(t)}{R_0} \sim \beta t^m \quad (5.8)$$

Un résultat remarquable est que l'exposant observé ne dépend pas de l'intensité des vibrations, ce qui traduit une universalité dans les mécanismes de relaxation du tas.

Nous observons que les vibrations modifient la cinétique de réorganisation à travers une diminution de la viscosité apparente qui est contrôlée par l'accélération Γ . L'accélération induite par les vibrations change la dynamique du réseau de contact à travers des réorganisations à l'échelle du grain qui modifient en retour la rhéologie apparente du tas granulaire et son étalement.

Ces résultats montrent bien que les vibrations ne sont pas simplement un facteur externe perturbateur, mais qu'elles influencent profondément les propriétés intrinsèques du matériau lui-même.

Les résultats présentés dans ce chapitre permettent d'obtenir une première approximation du comportement des tas granulaires secs et de leur étalement mais ne permettent pas de rendre compte de la phase initiale de l'étalement, ni de l'arrêt qui semble faire intervenir de façon complexe le rôle de la friction à la paroi pour des tas très minces.

CHAPITRE 6

ÉTALEMENT D'UN TAS GRANULAIRE SEC À MASSE VARIABLE

Sommaire

6.1	Dispositif expérimental	64
	Protocole et outils de mesure	66
6.2	Résultats et discussion	68
	Influence de la taille des particules	81
	Influence la rugosité	83
	Conclusion	84

Ce chapitre introduit un nouveau dispositif expérimental qui vient compléter l'étude précédente sur l'étalement libre d'un tas granulaire sec en isolant la friction inter-granulaire. Ce dispositif est caractérisé par une base en forme de disque de rayon fixe, et se concentre sur l'écoulement d'un tas granulaire dont la masse m diminue au cours du temps sous l'effet des vibrations. Dans la suite de ce chapitre, nous ferons référence à ce dispositif comme un "tas granulaire ouvert", afin de le distinguer du tas granulaire à masse fixe étudié précédemment. Dans la première configuration la base mobile est en contact avec le fond rugueux qui contrôle l'étalement alors que dans la seconde, l'étalement se fait sur un fond de dimension fixe et nous sondons alors exclusivement la friction intergranulaire du bulk.

6.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué d'un tas de billes de verre qui repose sur une surface rugueuse circulaire imprimée (3D) dont le diamètre est $D = 3$ cm. L'influence de la rugosité λ de la surface sur laquelle repose le tas est étudiée grâce à plusieurs disques de rugosités différentes produit par impression 3D pour $\lambda=1, 1.5, 2$ mm. Les billes utilisées dans cette étude sont des

billes de verre sphériques non-cohésives ($\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$) de différentes tailles $d = 400\text{-}600 \text{ }\mu\text{m}$, $200\text{-}300 \text{ }\mu\text{m}$, $90\text{-}150 \text{ }\mu\text{m}$ et $0\text{-}50 \text{ }\mu\text{m}$, afin d'étudier l'influence de la taille sur la dynamique d'écoulement. La distribution granulométrique de ces billes est représentée sur la Fig.6.4.

Cette surface circulaire est placée directement sur un pot vibratoire assurant des vibrations verticales sinusoïdales. Le fonctionnement du système de transmission des vibrations est identique à celui présenté en Fig.5.3. Nous imposons la forme sinusoïdale, la fréquence f et l'amplitude A du signal vibratoire sur l'ordinateur, et le contrôleur LDS crée un signal de vibration qui est ensuite amplifié pour alimenter le pot. L'accélération des vibrations engendrée par le pot est mesurée par l'accéléromètre et transmise au contrôleur LDS qui modifie le signal en conséquence pour respecter la consigne imposée (voir Fig.5.3). Le suivi de la consigne est vérifiée encore une fois, comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédent.

Chaque mesure est réalisée trois fois afin de vérifier leur reproductibilité et leur variabilité en lien avec l'état initial. Pour cette étude, l'amplitude A et la fréquence f varient respectivement dans un intervalle de $30\text{-}280 \text{ }\mu\text{m}$ et $30\text{-}60 \text{ Hz}$. Le paramètre de contrôle lié aux vibrations est défini par la contrainte mécanique de vibrations : $\sigma_v = (1/2)\rho A^2(2\pi f)^2$, où ρ est la densité des billes de verre, f la fréquence, et A l'amplitude. Le choix de ce paramètre sera discuté dans la suite du chapitre.

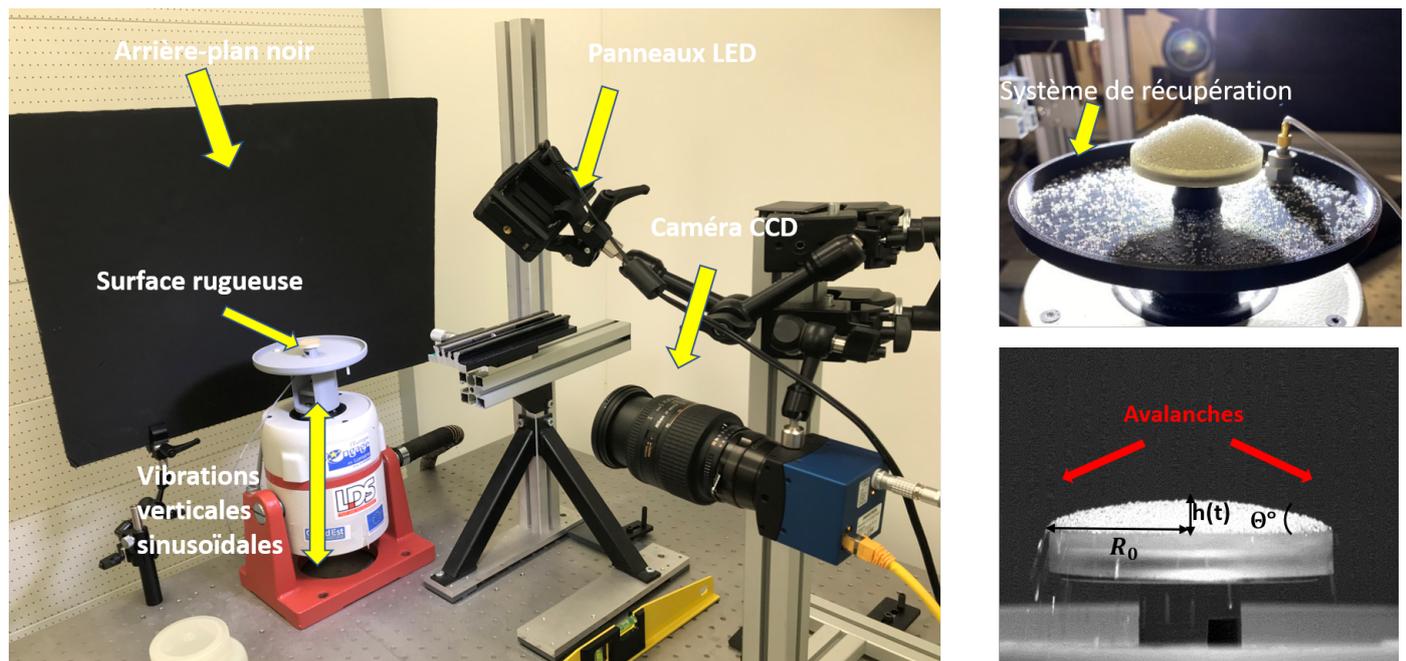


Figure 6.1 Le tas granulaire est placé sur un disque de surface rugueuse, lié à un pot vibratoire assurant des vibrations verticales sinusoïdales, par une boucle fermée grâce à un amplificateur et un contrôleur. L'expérience est enregistrée par une caméra CCD haute résolution qui mesure la hauteur et l'angle de talus. Des panneaux LEDs sont mis en place afin d'avoir un contraste rendant possible l'extraction de données.

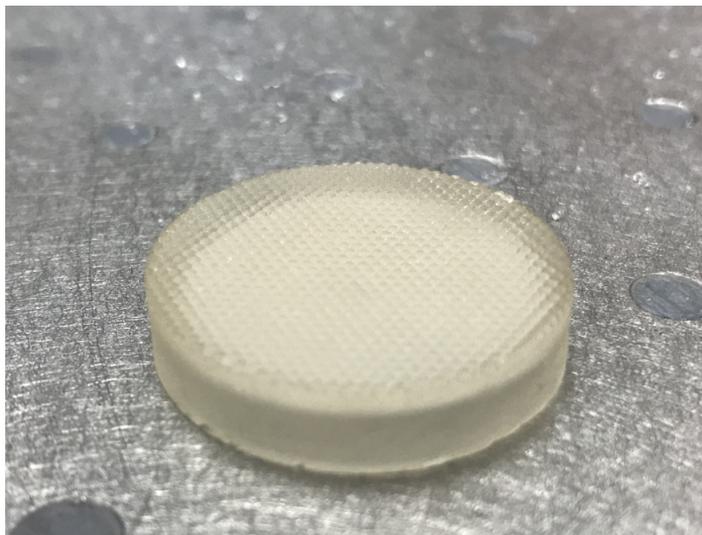


Figure 6.2 Image de la surface rugueuse de $D = 3$ cm et $\lambda = 1.5$ mm.

Protocole et outils de mesure

Le protocole suivant est utilisé afin d'assurer une condition initiale la plus reproductible possible : nous versons les billes de verre dans un entonnoir préalablement posé au centre de la surface circulaire. La masse versée n'étant pas fixe, nous versons suffisamment de grains de telle sorte que nous formions un tas dont la base occupe toute la surface du disque. L'entonnoir est ensuite délicatement retiré, et l'écoulement est déclenché naturellement sous vibrations. Les grains tombés sont récupérés directement par un système de récupération fixé sous le disque comme le présente la Fig.6.1. Nous avons également testé un deuxième protocole qui consiste à lancer les vibrations en premier, placer l'entonnoir au centre du disque, puis verser les grains sous vibrations afin de former un tas granulaire qui s'écoule en même temps. L'idée est de comparer si les deux protocoles influençaient différemment l'étalement aux temps longs. Ces deux protocoles ont été traités et comparés dans la Fig.6.10 et donnent le même résultat.

Afin de décrire quantitativement la dynamique d'avalanche (Fig.6.1), l'écoulement du tas granulaire est filmé par une caméra CCD haute définition en utilisant le logiciel d'enregistrement "MotionBlitz". Le logiciel Fiji, utilisé précédemment [90] pour traiter les images enregistrées, permet d'extraire les coordonnées x et y en px (pixels) du contour du tas granulaire dans chaque image du film de l'étalement. Nous obtenons ainsi l'évolution du contour du tas en fonction du temps. La Fig.6.1 montre brièvement un aperçu des étapes de traitement sur le logiciel Fiji. Ces coordonnées sont ensuite traitées sur le logiciel Matlab afin d'obtenir une évolution temporelle de la hauteur $h(t)$ et de l'angle de talus θ du tas. La hauteur $h(t)$ est obtenue à partir de la valeur maximale de l'ordonnée y du profil latéral du tas, l'angle effectif apparent θ est alors donné directement par $\tan(\theta) = \frac{h(t)}{R_0}$, où R_0 est le rayon fixé par la surface rugueuse. Cet angle est un paramètre permettant de quantifier l'effet de la friction induite par les vibrations sur l'écoulement d'un tas granulaire.

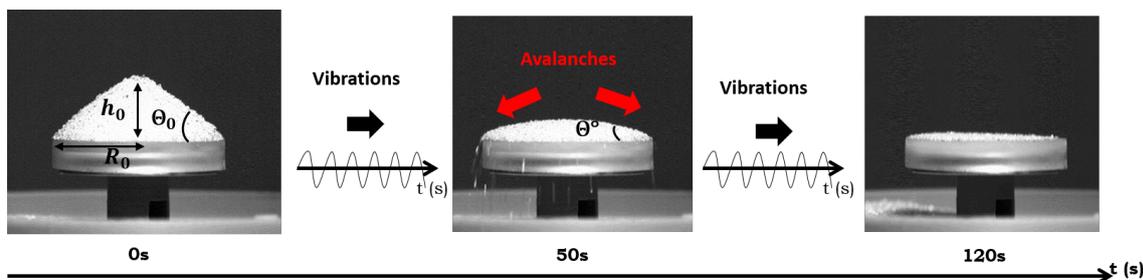


Figure 6.3 Aperçu de l'évolution de la hauteur et de l'angle de talus du tas granulaire pour $f = 40$ Hz et $A = 180 \mu\text{m}$. h_0 et R_0 sont respectivement la hauteur et le rayon initiales du tas.

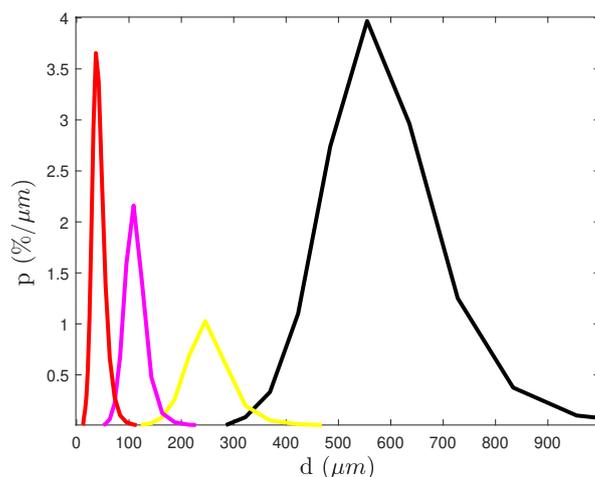


Figure 6.4 Fonction de densité de probabilité en diamètre pour différents échantillons de billes de verre.

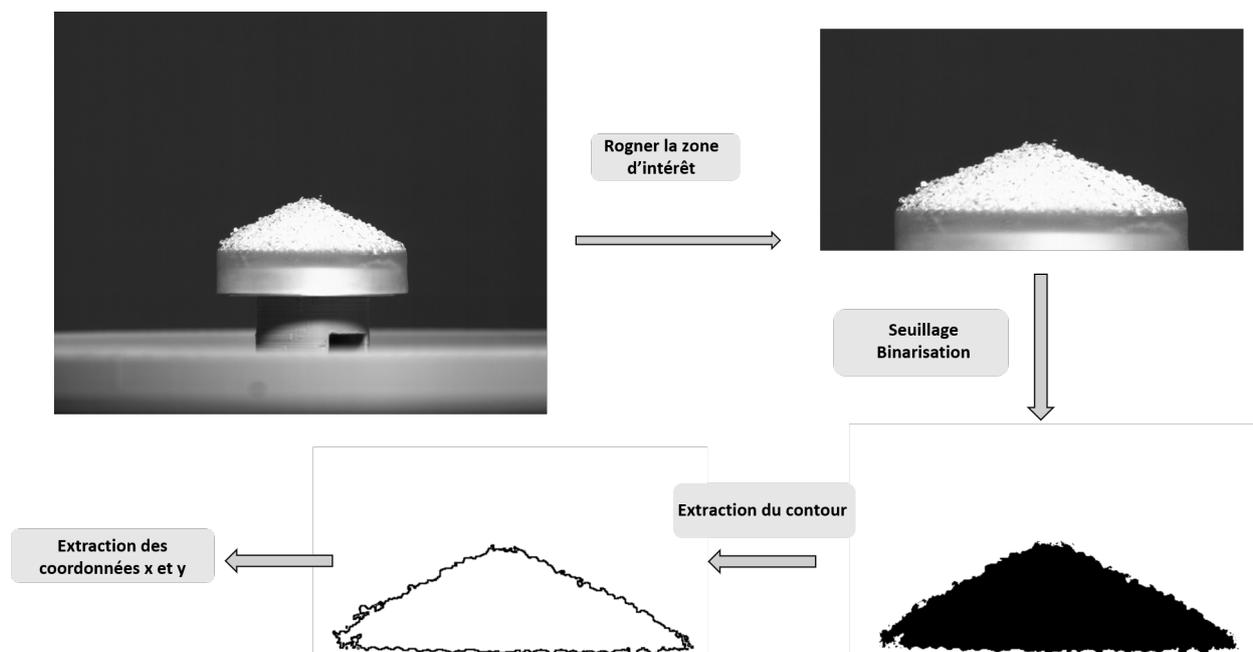


Figure 6.5 Illustration des différentes étapes réalisées par le logiciel Fiji [90] pour obtenir la variation temporelle de la hauteur. Les étapes consistent à ouvrir l'image brute sur le logiciel, rogner la zone d'intérêt, binariser l'image rognée grâce à un seuil adéquat, éliminer les parties parasites, détecter le contour du tas et finalement l'extraction des coordonnées x et y .

6.2 Résultats et discussion

L'une des caractéristiques les plus intéressantes des milieux granulaires est leur capacité à passer d'un état solide à un état liquide. Nous avons discuté ce phénomène dans le chapitre précédent, en illustrant cette transition par un diagramme (Fig.5.10). Nous allons reproduire ce diagramme pour l'étalement ouvert en variant l'amplitude et la fréquence pour chaque expérience. La Fig.6.6 représente le diagramme en question, dans lequel nous notons le passage d'un état bloqué (en rouge) vers une transition solide-liquide (en vert). La partie jaune représente une transition liquide-gaz, où les particules sont tellement excitées à hautes vibrations qu'elles se séparent de la surface du tas. En appliquant de grandes valeurs de vibrations, les particules à la surface ont une vitesse fluctuante plus importante et échappent au tas granulaire comme le montre le schéma Fig.6.7. Ces particules ont une température granulaire plus élevée, et font partie à ce que nous appelons un gaz granulaire [104]. Cette température granulaire est définie dans le chapitre précédent comme une énergie dissipée à l'intérieur du système granulaire sous vibrations. Ces différentes transitions nécessitent généralement une vibration critique σ_c (point noir). Le choix de ce paramètre de contrôle est mis en évidence sur la Fig.6.15. Par exemple, lorsque la vibration atteint un seuil critique, le tas granulaire peut passer d'un état solide à un état liquide suite à une vibration critique $\sigma_c \sim 0.2$ (voir Fig.6.6). Dans cette étude, nous nous sommes intéressés qu'à la transition solide-liquide, représentée en vert dans la Fig.6.6.

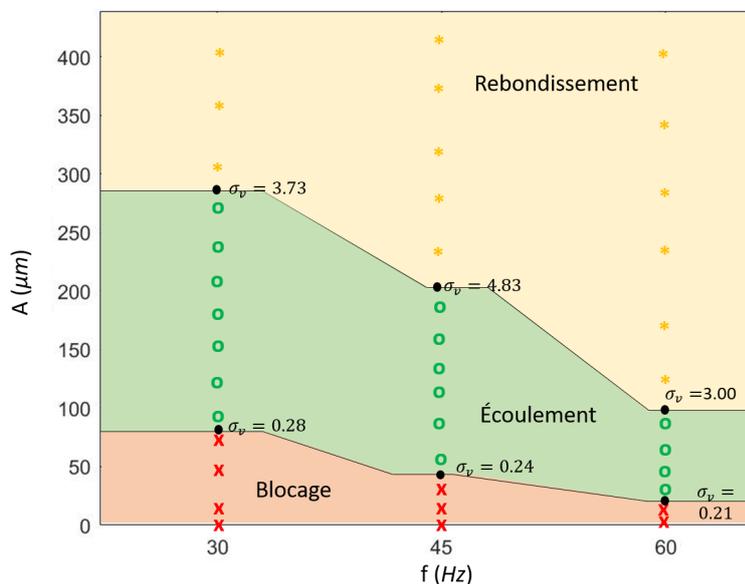


Figure 6.6 Diagramme de phase de l'étalement : La zone en rouge correspond au cas où l'on a un étalement bloqué. La zone en vert correspond à la transition solide/liquide où le tas granulaire s'étale sous vibrations. La zone jaune correspond à la transition liquide-gaz où les grains rebondissent sur le plan. Les points (croix, cercles et étoiles) correspondent aux mesures effectuées pour déterminer la limite entre le blocage, l'étalement et le rebondissement.

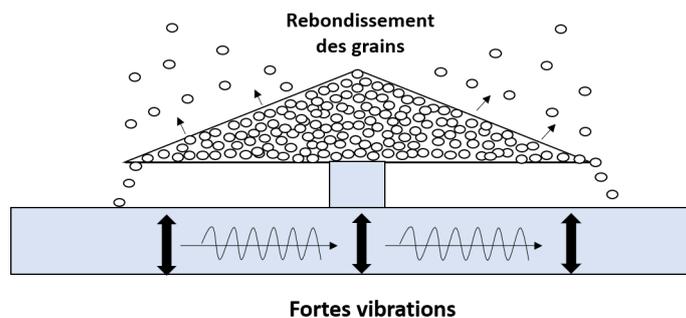


Figure 6.7 Schéma illustrant la transition liquide-gaz dans laquelle les vibrations sont tellement fortes qu'elles engendrent des rebondissement des particules.

Un tas granulaire, initialement compacté et au repos, peut subir une transition vers un état plus fluide et mobile lorsqu'il est soumis à des vibrations. Ces vibrations, comme nous l'avons expliqué dans la section 5.3.1, entraînent souvent des changements de forme à cause de la redistribution des particules.

Le profil du tas ouvert est tracé dans la Fig.6.8. L'évolution de cette forme est similaire à celle observé dans le chapitre précédent. Une fois le tas posé, celui-ci prend initialement la forme d'un cône. Les particules ont tendance à se compacter et à trouver un équilibre mécanique lorsqu'elles sont déposées. En effet, au fur et à mesure que de nouvelles particules sont ajoutées au sommet du tas, elles exercent une pression sur les particules situées en dessous, ce qui engendre une compaction. Ce phénomène conduit à la formation d'un cône qui répartit la charge de manière équilibrée.

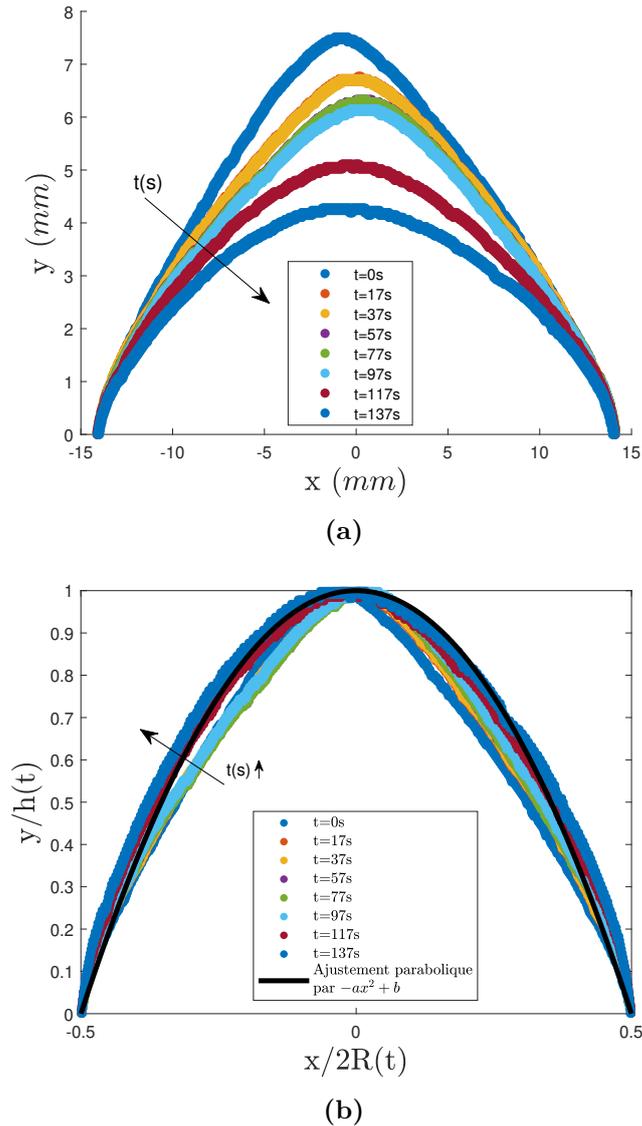


Figure 6.8 (a) Profils du tas granulaire à différents instants t pour $f=30$ Hz, $A = 150 \mu\text{m}$ et $d = 400\text{--}600 \mu\text{m}$. (b) Profils adimensionnés du tas à différents instants t pour $f = 30\text{Hz}$, $A = 150 \mu\text{m}$ et $d = 400\text{--}600 \mu\text{m}$. La ligne noire continue représente un tracé parabolique des données expérimentales de Sanchez et al. [88].

Une fois les vibrations appliquées, nous remarquons une transition de cette forme conique vers une calotte sphérique au centre aplati (voir Fig.6.3). Cette transition peut être observée avec l'évolution du profil du tas granulaire entre l'état initial $t = 0\text{s}$ et à l'instant $t = 137\text{s}$ sur la Fig.6.8a.

Cet aplatissement au centre est dû à un phénomène de diffusion induit par l'agitation granulaire. En effet, le mouvement aléatoire des particules sous vibrations favorise la redistribution des particules et entraîne une diffusion de la matière à travers le tas. Au fil du temps, cette diffusion induite par l'agitation granulaire peut conduire à une répartition plus uniforme des particules, ce qui se traduit par une forme de tas plus proche d'une calotte sphérique.

Comme discuté dans la section 5.3.1, lorsque la matière granulaire s'étale, elle développe un

profil parabolique qui présente une propriété d'auto-similarité aux temps longs. Cela signifie que, malgré les conditions initiales spécifiques, le système converge vers une solution qui exhibe une similitude à différentes échelles. Cette propriété est similaire à celle observée dans le cas de la diffusion moléculaire, où les distributions gaussiennes convergent également vers des formes similaires à mesure que le temps évolue.

$$\tan(\theta) = \frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{N}\|} = \mu \quad (6.1)$$

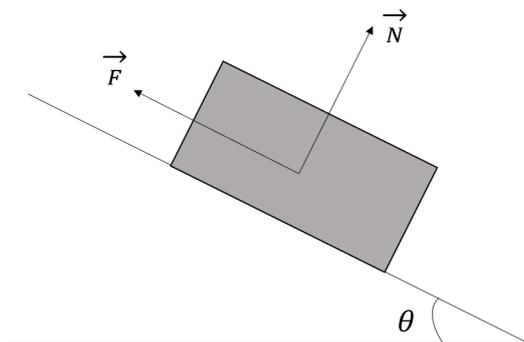


Figure 6.9 Analogie avec la loi de Coulomb [45] [99].

En utilisant une analogie avec la loi de frottement de Coulomb, nous pouvons considérer que l'angle de repos des particules granulaires est lié à leur frottement interne. La loi de frottement de Coulomb énonce que la force de frottement statique entre deux surfaces en contact est proportionnelle à la force normale exercée sur ces surfaces, avec un coefficient de frottement statique. Un angle de repos plus élevé indique donc un frottement interne plus important, ce qui rend les particules plus résistantes au glissement [45] [99]. Plus précisément, si le frottement interne entre les particules est élevé, les particules auront tendance à se bloquer les unes aux autres et à former une structure plus stable, ce qui se traduit par un angle de repos plus important. En revanche, si le frottement interne est faible, les particules auront plus de facilité à se déplacer les unes par rapport aux autres, ce qui se traduit par un angle de repos plus faible.

La Fig.6.11a montre l'évolution de l'écoulement en traçant l'angle de repos $\tan(\theta)$ en fonction du volume perdu à plusieurs instants pour une vibration donnée. Ce volume est obtenu en calculant la différence entre le volume initiale du tas V_i et le volume mesuré à chaque instant $V(t)$ sous vibrations. En augmentant l'amplitude, les vibrations déclenchent des avalanches qui relaxent le tas vers des angles de repos plus faibles et un volume perdu plus important. Dans les premiers instants la mise en écoulement, l'angle du tas diminue rapidement et finit par atteindre un plateau constant. Ce plateau peut être expliqué par la composante gravitationnelle qui diminue avec l'écoulement, et la composante normale qui augmente chose qui engendre une résistance et une baisse de la vitesse de l'avalanche au cours du temps.

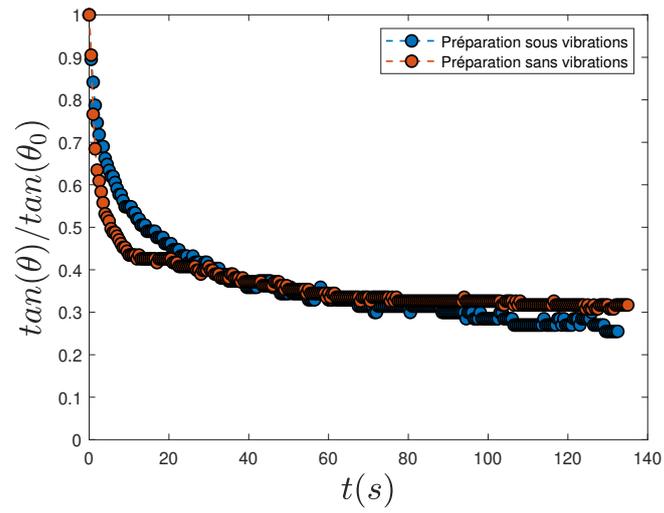
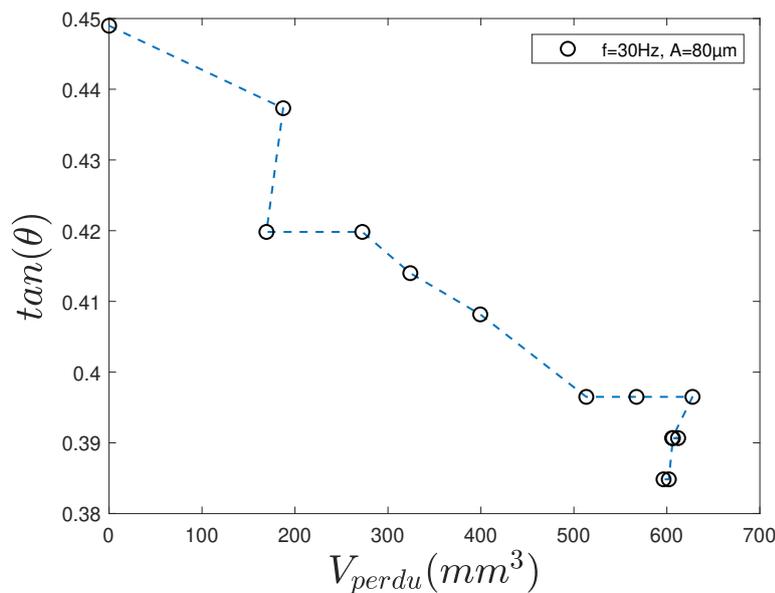
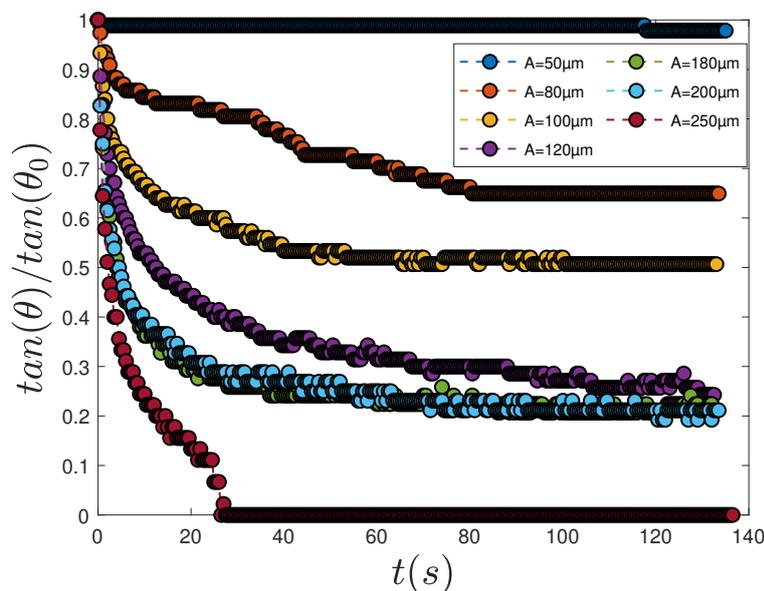


Figure 6.10 Comparaison de deux méthodes de préparation distinctes du tas granulaire pour $A = 120 \mu\text{m}$, $f = 30 \text{ Hz}$, et $d = 400\text{--}600 \mu\text{m}$. Les deux protocoles sont décrits dans la section 6.1.



(a)



(b)

Figure 6.11 (a) Évolution de $\tan(\theta)$ en fonction du volume perdu du tas granulaire pour $A=80 \mu\text{m}$ $f = 30 \text{ Hz}$, et $d = 400\text{--}600 \mu\text{m}$. (b) Évolution de $\tan(\theta)/\tan(\theta_0)$ en fonction du temps pour plusieurs amplitudes, $f = 30 \text{ Hz}$, et $d = 400\text{--}600 \mu\text{m}$.

Pour de faibles contraintes de vibrations, l'énergie fournie au tas n'est pas suffisante pour briser les chaînes de forces d'où un blocage de l'écoulement. En d'autres termes, les vibrations sont suffisamment faibles pour ne pas perturber de manière significative la configuration des grains au repos. Si nous augmentons l'énergie de vibration, les ondes de vibrations ne sont pas complètement amorties lorsqu'elles atteignent la surface libre, et conduisent à une fluidisation que de quelques couches superficielles situées au voisinage de la surface du tas [58]. Ceci peut être observé sur la Fig.6.12 qui représente une amplitude $A = 60 \mu\text{m}$ et une fréquence $f = 30 \text{ Hz}$.

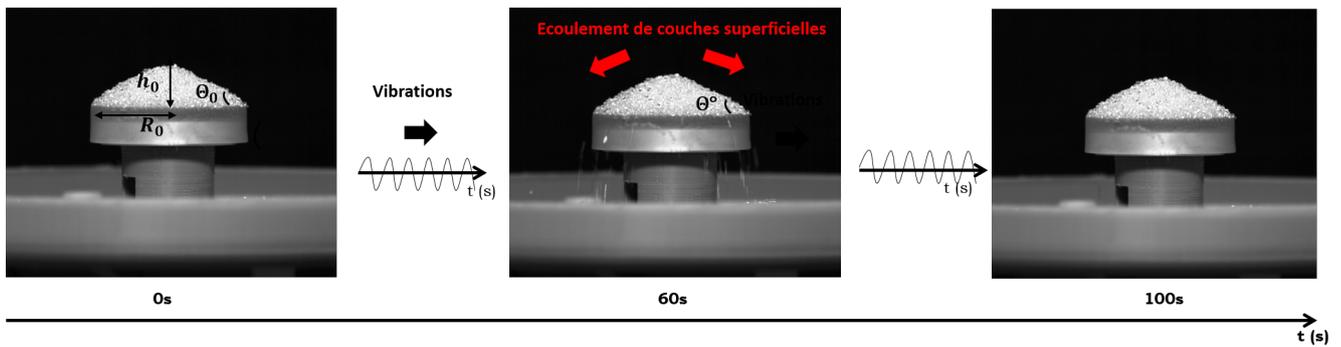


Figure 6.12 Exemple d'une vibration faible permettant la fluidisation de quelques couches superficielles situées au voisinage de la surface du tas pour $A = 60 \mu\text{m}$, $f = 30 \text{ Hz}$ et $d = 400\text{-}600 \mu\text{m}$.

L'amplitude des vibrations a généralement un effet monotone sur l'écoulement d'un tas granulaire comme le montre la Fig.6.13a, ce qui signifie que l'augmentation de l'amplitude des vibrations entraîne des changements cohérents et prévisibles dans le comportement du tas granulaire.

D'une autre part, nous remarquons que cet effet monotone ne s'applique pas à la fréquence sur la Fig.6.13b. Nous remarquons pour les fréquences ($f = 30,35,40 \text{ Hz}$) une diminution de la viscosité apparente du système et une diminution de l'angle de repos. En augmentant la fréquence des vibrations au-delà des 40 Hz, nous constatons que l'influence de la fréquence sur l'écoulement du tas n'est plus monotone.

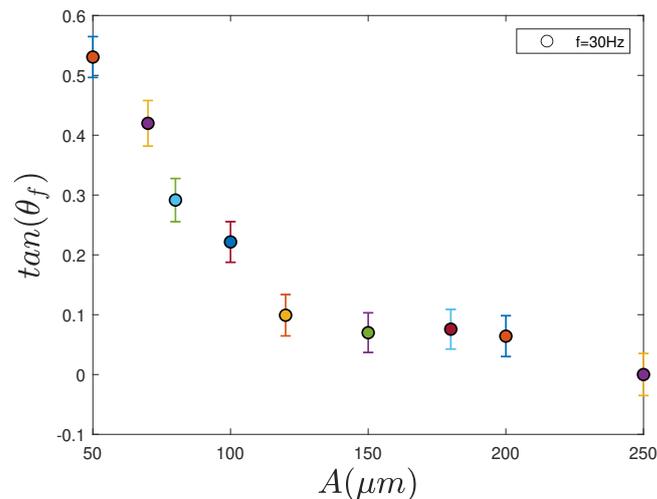
En effet, il a été observé dans la littérature[32][42][103] qu'il existe certaines plages de fréquences de vibrations pouvant bloquer ou ralentir l'avalanche d'un tas granulaire. Cela se produit lorsque la fréquence d'excitation est en résonance avec les caractéristiques du système. Ceci peut entraîner des réponses amplifiées ou des fluctuations significatives de l'avalanche, ce qui augmente les forces de cohésion et les contraintes internes du tas. Cela rend plus difficile la rupture des chaînes de forces entre les grains et l'initiation de l'avalanche.

En effet, en augmentant la fréquence progressivement, le mouvement de la surface vibré est accélérée causant un rebondissement du tas granulaire sous vibrations [83]. Nous avons alors une opposition entre le mouvement de la surface vibrante qui monte, et le mouvement des particules qui gardent leur inertie et descendent sous l'effet de la gravité. Ceci conduit à la compression des particules et génère un choc dissipatif engendrant un ralentissement des grains. Les forces d'inertie et de dissipation sont alors rééquilibrées, la viscosité du système est rétablie et la consolidation est retrouvée [42][104]. En augmentant encore plus la fréquence, le système sort de sa plage de fréquence de résonance, les vibrations deviennent suffisamment fortes pour surmonter l'effet d'inertie, permettant à nouveau la fluidification de l'avalanche.

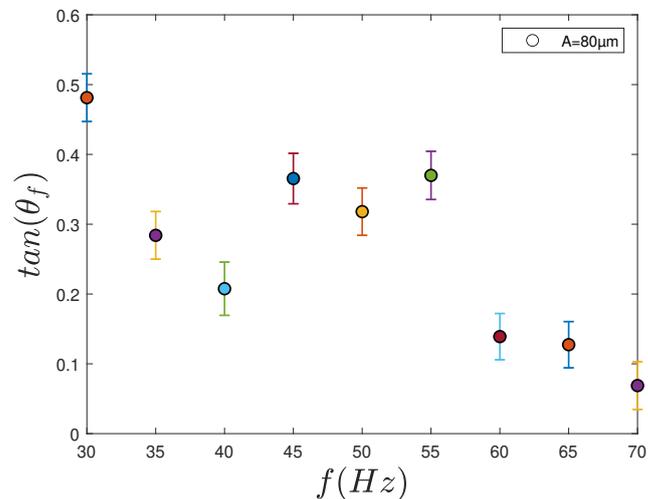
Dans la Fig.6.14, nous sommes passés d'une surface circulaire de $D = 3\text{cm}$ à $D = 5\text{cm}$ afin de changer l'inertie du tas granulaire pour voir si la gamme de fréquence en question trouvée précédemment changeait. Nous avons constaté que la gamme de fréquence a été diminuée d'environ 5 Hz, l'avalanche est ralenti cette fois-ci à 40 Hz au lieu de 45 Hz. Nous avons mis en place un disque plus grand de 10 cm afin de continuer à suivre notre piste. Malheureusement,

la sensibilité de l'étalement aux défaut d'horizontalité et de surface de la base augmente avec son rayon. Celui-ci était trop grand pour conserver une axisymétrie satisfaisante de l'avalanche.

A.Gnoli et al [42] ont détecté un comportement non-monotone similaire avec la fréquence. Ils ont étudié la fluidification d'un matériau granulaire soumis à des vibrations mécaniques et mis en écoulement par la rotation d'un vane dans le milieu granulaire. Comme le couple exercé par le moteur électrique sur le vane était constant, la vitesse angulaire ω du vane donnait une indication indirecte de l'évolution de la viscosité. Ils ont constaté qu'en augmentant les valeurs de la fréquence, la vitesse angulaire diminuait, signalant une viscosité croissante conduisant à un système plus ou moins bloqué (jammed system).



(a)



(b)

Figure 6.13 (a) Évolution de l'angle final de repos en fonction de l'amplitude pour $d=400-600 \mu\text{m}$ et $D=3 \text{ cm}$. (b) Évolution de l'angle final de repos en fonction de la fréquence pour $d=400-600 \mu\text{m}$ et $D=3 \text{ cm}$.

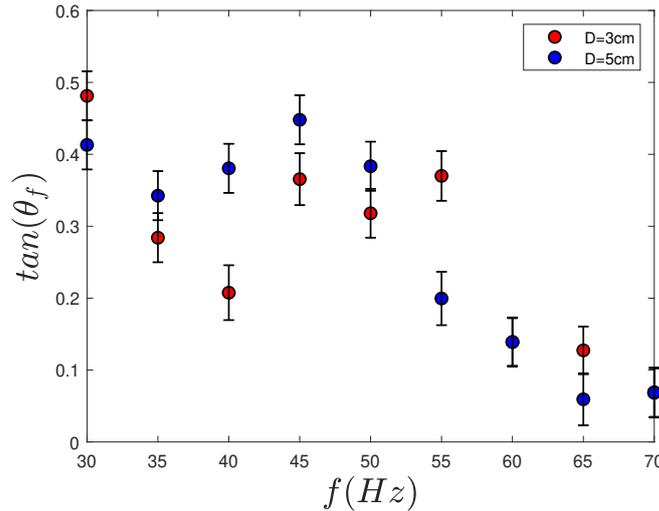


Figure 6.14 Évolution de l'angle final de repos en fonction de la fréquence pour $A = 80 \mu\text{m}$, $d = 400\text{-}600 \mu\text{m}$ et $D = 3, 5 \text{ cm}$.

Avec l'amplitude et la fréquence des vibrations, nous pouvons définir deux paramètres (vitesse Af et accélération Af^2). Nous cherchons à savoir si l'un d'eux gouverne la dynamique des dispersions granulaires. Après avoir essayé plusieurs combinaisons de paramètres, il semble que l'écoulement est entièrement contrôlé par la vitesse des vibrations et non pas par l'accélération contrairement à la configuration étudiée précédemment. Ceci a été testé pour plusieurs amplitudes, fréquences et tailles de grains, comme le montre l'apparition d'une courbe maîtresse sur les Fig.6.15, contrairement à la Fig.6.16 qui montre une grande dispersion des données chose qui confirme que l'accélération n'est pas le bon paramètre de contrôle dans ce cas.

La Fig.6.15 représente l'évolution de l'angle de talus final en fonction du paramètre de vibrations qui est la contrainte des vibrations. Nous remarquons que nos données expérimentales suivent une seule courbe maîtresse globalement décroissante malgré une petite dispersion. Comme vu précédemment, l'influence de la fréquence n'est pas monotone sur $\tan(\theta)$ à une amplitude fixe. Cette non-monotonie, combinée au fait que $\sigma_v \propto (Af)^2$, explique la dispersion observée dans la courbe.

Nous remarquons également dans la Fig.6.15 que pour $\sigma_v = 0$, nous retrouvons un angle de repos de l'ordre $\text{atan}(0.55) \sim 28.8^\circ$. Cette valeur correspond à l'angle de la préparation initiale. Pour les grandes valeurs de σ_v , $\tan(\theta_f)$ tend vers une valeur limite quand $\sigma_v \rightarrow \infty$. Cette valeur limite est de l'ordre de $\text{atan}(0.1) \sim 5^\circ$ et correspond à des couches très minces où les grains sont bloqués dans les rugosités du fond. Les vibrations ne sont alors pas suffisantes pour extraire les grains de ces rugosités.

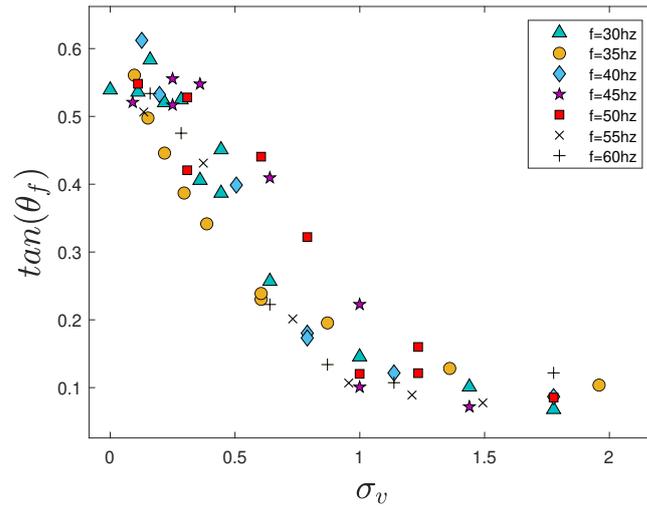


Figure 6.15 Évolution de l'angle final de talus en fonction du paramètre de contrôle σ_v des vibrations pour $d = 400-600 \mu\text{m}$ et plusieurs fréquences et amplitudes.

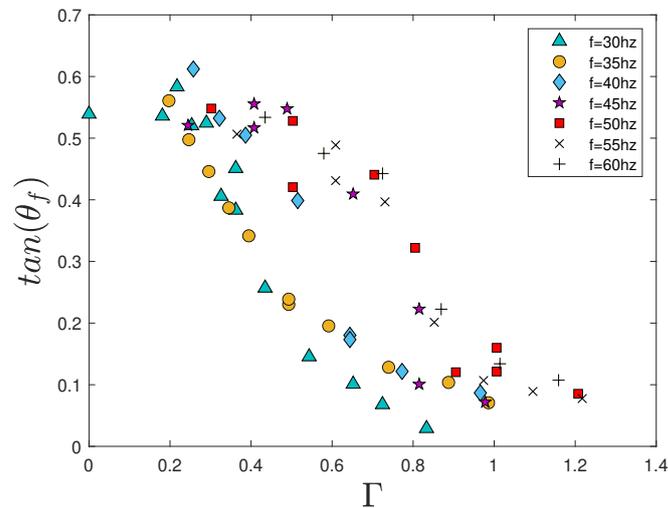


Figure 6.16 Évolution de l'angle final de talus en fonction de l'accélération Γ pour $d = 400-600 \mu\text{m}$ et plusieurs fréquences et amplitudes.

Zhu et al [104] ont réalisé une étude similaire relative à la transition liquide-gaz, dans laquelle ils étudient la relaxation structurelle et la dynamique d'avalanche d'un tas de particules sous vibrations verticales sinusoïdales. Les auteurs mettent en évidence l'importance des forces de frottement, des interactions interparticulaires et de la redistribution des contraintes dans l'écoulement d'une avalanche à très hautes vibrations et en phase gazeuse.

Ils ont constaté que l'évolution temporelle de l'angle de repos du tas peut être ajusté par une fonction exponentielle. Ce modèle est basé sur l'idée que la probabilité d'occurrence d'une avalanche décroît de manière exponentielle avec sa taille ou sa durée. En effet, l'idée derrière cette modélisation est que lorsqu'une avalanche a lieu, la quantité de matériau en mouvement décroît exponentiellement en fonction du temps. Nous obtenons alors un ajustement

de l'évolution temporelle de l'angle de talus tracé sur la figure 6.17(Gauche) par l'équation suivante :

$$\tan(\theta) = (\tan(\theta_0) - \tan(\theta_f))e^{-t/\tau} + \tan(\theta_f) \quad (6.2)$$

τ est le temps caractéristique de l'étalement du tas, $\tan(\theta_f)$ est la valeur finale atteinte par l'angle de repos issue de l'ajustement, et θ_0 est la valeur de l'angle de repos initiale donné par la préparation initiale.

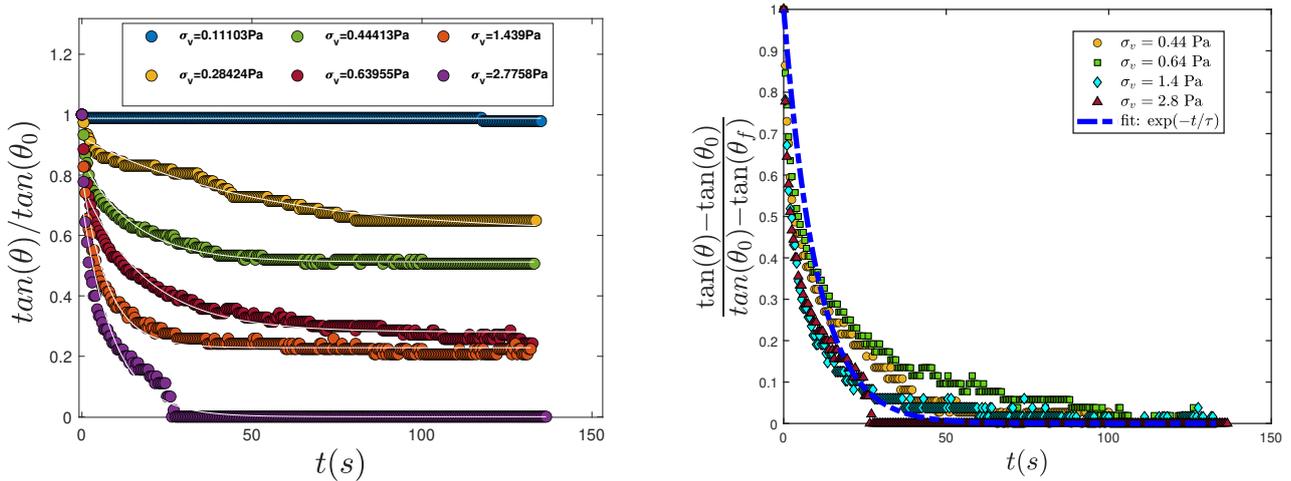


Figure 6.17 (Gauche) Évolution de l'angle de talus adimensionné par l'angle initial θ_0 en fonction du temps pour différents σ_v . La ligne blanche est l'ajustement par l'équation 6.2. (Droite) Évolution temporelle de l'angle de repos normalisé, $(\tan(\theta) - \tan(\theta_0))/(\tan(\theta_0) - \tan(\theta_f))$, pour $d = 400-600 \mu\text{m}$, et différentes valeurs de σ_v . La ligne bleue est un ajustement exponentiel par $y = \exp(-t/\tau)$, avec $\tau = 10$ s.

La Fig.6.18 montre l'évolution du temps caractéristique τ en fonction de la contrainte de vibrations issu des ajustements par la fonction 6.2. Le temps caractéristique τ extrait a une valeur moyenne $\tau = 10$ s qui ne dépend pas des vibrations en accord avec la figure 6.17 (Droite) où est représenté l'ajustement exponentiel de l'angle de repos normalisé et réduit par $\tan(\theta_0)$ et $\tan(\theta_f)$ mesurés expérimentalement pour chaque expérience. Ce résultat suggère que le processus de relaxation du tas est directement contrôlé par la gravité et par la friction grain-grain. Les vibrations semblent permettre de casser les contacts entre les grains mais l'écoulement qui en résulte est lui indépendant du niveau de vibration du moins dans la gamme de σ_v explorée dans cette étude.

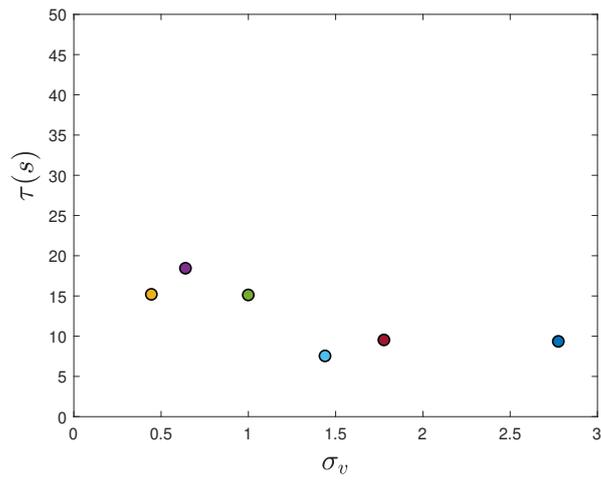
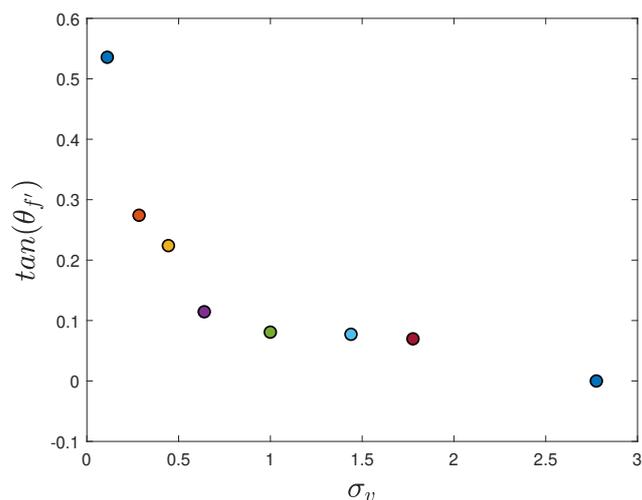
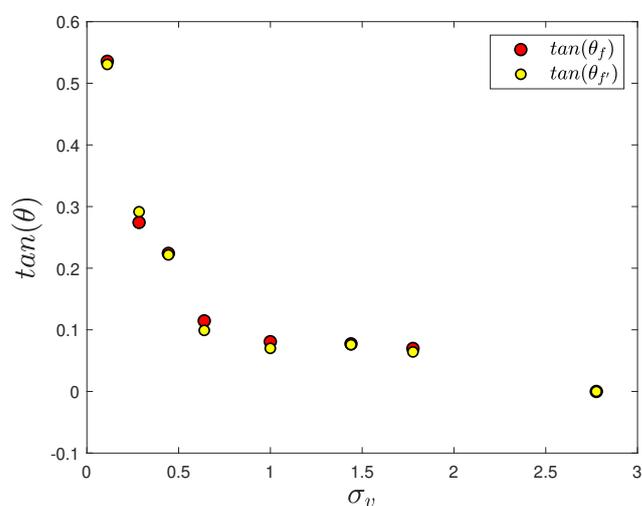


Figure 6.18 Évolution du temps caractéristique τ de l'avalanche en fonction de σ_v pour $d = 400-600$ μm .



(a)



(b)

Figure 6.19 (a) Évolution de l'angle final de repos $\tan(\theta_{f'})$ fourni par le modèle en fonction de σ_v pour $d = 400-600 \mu\text{m}$. (b) Comparaison de l'évolution de $\tan(\theta_{f'})$ fourni par le modèle et $\tan(\theta_f)$ obtenu par les expériences.

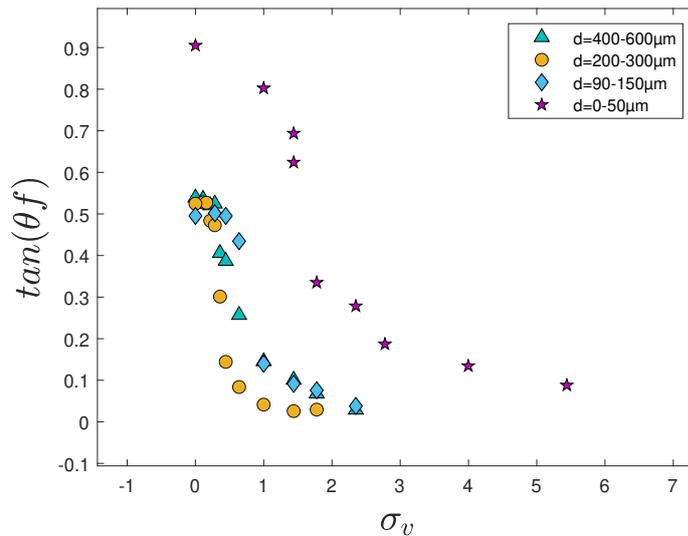
Grâce au chapitre précédent et aux travaux de Gaudel et al [38], nous avons montré que l'application des vibrations permettait de baisser le coefficient de friction apparent. Ceci peut être observée dans l'évolution de la valeur finale atteinte par l'angle de repos $\tan(\theta_f)$ dans la Fig.6.19a. Celui-ci diminue jusqu'à atteindre une valeur finale faible. Cela signifie que les vibrations ont tendance à réduire la contrainte seuil jusqu'à la supprimer complètement au-delà d'une amplitude critique.

Influence de la taille des particules

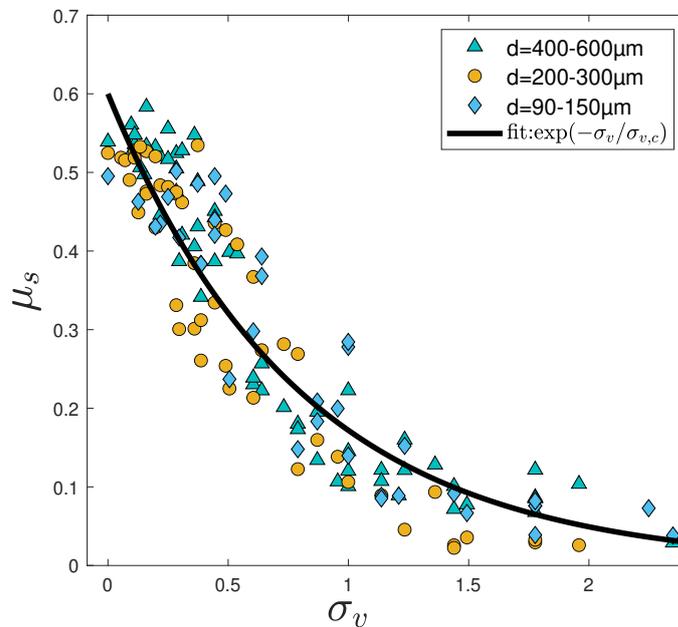
L'influence de la taille des particules formant le tas granulaire est étudiée également en utilisant quatre tailles de grains : $d = 400\text{-}500\ \mu\text{m}$, $200\text{-}300\ \mu\text{m}$, $90\text{-}150\ \mu\text{m}$ et $0\text{-}50\ \mu\text{m}$. L'évolution de l'angle de repos final en fonction du paramètre de contrôle est présentée sur la [Fig.6.20a](#) pour une fréquence de 30 Hz. Pour les trois premières tailles de billes $d = 400\text{-}500\ \mu\text{m}$, $200\text{-}300\ \mu\text{m}$, $90\text{-}150\ \mu\text{m}$, la différence n'est pas significative et la variation de la taille n'influence pas l'écoulement. L'importance relative de leur poids et de l'inertie par rapport aux autres forces, comme celles de cohésion est grande. De ce fait, les forces de cohésion entre les particules et les résistances internes sont moins importantes par rapport à l'effet de la gravité, ce qui diminue l'impact de la taille des particules sur l'écoulement du tas granulaire.

En revanche, en diminuant la taille des particules à $0\text{-}50\ \mu\text{m}$ la dynamique d'étalement devient plus lente et la mise en écoulement nécessite de plus fortes amplitudes de vibration pour vaincre la cohésion induite par les forces de Van der Waals (voir [Fig.6.20a](#)). Cette cohésion peut être mise en évidence en repérant sur la [Fig.6.20a](#), $\tan(\theta_f)$ à $\sigma_v=0$ qui correspond à $\text{atan}(0.9) = 41^\circ$ pour $d = 0\text{-}50\ \mu\text{m}$. Cette valeur montre bien que le milieu est cohésif, comparé aux valeurs plus faibles trouvées pour les plus grandes tailles et qui correspondent à des angles de $\text{atan}(0.6) = 30^\circ$.

En plus de la cohésion, la faible masse de ces particules rend le système de plus en plus dissipatif et les petites amplitudes se retrouvent incapables de briser les chaînes de forces du tas granulaire [104].



(a)



(b)

Figure 6.20 (a) Évolution de l'angle de repos final en fonction de σ_v pour $f = 30$ Hz et plusieurs tailles de particules. (b) Évolution du coefficient de friction μ_s assimilé à l'angle de repos final en fonction de σ_v pour plusieurs tailles de particules et différentes fréquences et amplitudes. Les données sont ajustées par une fonction exponentielle de la forme $\mu_s = \mu_0 \exp(-\sigma_v/\sigma_{v,c})$ avec $\mu_0=0.6$ et $\sigma_{v,c}=0.8$.

Pour les particules les plus grosses, l'ensemble des données sont regroupées sur la figure 6.20 où l'angle final $\tan(\theta_f)$ est assimilé à un coefficient de friction effectif μ_s et où $\mu_0 = \tan(\theta_0)$. Les données sont alors ajustées par une loi exponentielle $\mu_s = \mu_0 \exp(-\sigma_v/\sigma_{v,c})$ permettant d'extraire une intensité de vibration caractéristique $\sigma_{v,c} = 0.8$. Cette valeur ne semble pas dépendre de la taille des particules et dépend donc de façon intrinsèque des matériaux en présence et en particulier des coefficients de glissement et de roulement des particules entre elles et avec le fond.

Influence la rugosité

L'influence de la rugosité du plateau a été étudié aussi, et ceci en fixant la taille des particules à $d = 400-600 \mu\text{m}$ et en utilisant trois tailles 1, 1.5 et 2 mm pour les billes constituant le fond. La rugosité est appliquée à la surface non seulement pour étudier son influence, mais aussi pour éviter les effets de glissement et de roulement des particules sur cette dernière[86].

L'évolution de l'angle de repos en fonction de la contrainte des vibrations pour différentes rugosités est représentée sur la Fig.6.21.

L'évolution de l'angle de repos est toujours la même peu importe la rugosité, chose qui veut dire que la rugosité du plateau ne joue pas un rôle primordial dans la dynamique d'étalement du tas granulaire dans cette configuration. Ceci peut être dû au choix de la gamme de rugosité choisie, ce qui est le cas dans les travaux de Lajeunesse et al [57] où l'effet de rugosité n'avait pas d'importance sur l'étalement du tas granulaire. En effet, il est important de noter que l'absence d'une influence de la rugosité dans une plage particulière ne signifie pas nécessairement qu'il n'y a pas d'influence en général. Cependant, nous pouvons supposer que les mécanismes de réorganisation ont principalement lieu au voisinage de la surface du tas à travers l'érosion.

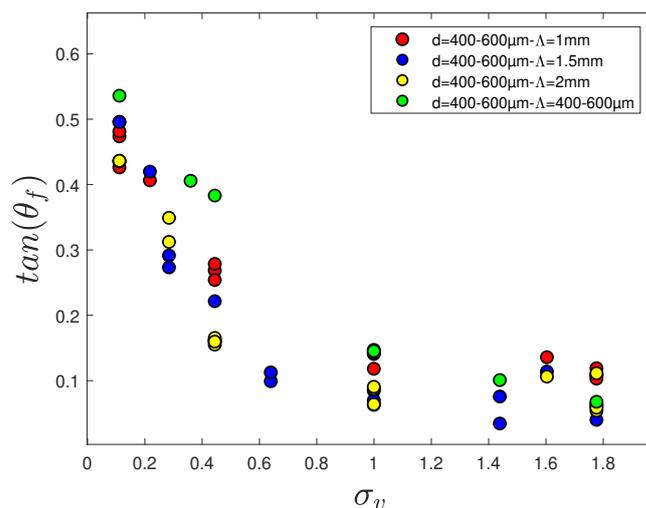


Figure 6.21 Évolution de l'angle de repos en fonction de σ_v pour $d = 400-600 \mu\text{m}$ et différentes rugosités λ .

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'écoulement d'un tas granulaire à masse variable sous vibrations à travers l'évolution de son angle de repos.

En comparaison avec la configuration du chapitre précédent, celle-ci permet de sonder la friction dans le volume du matériau en limitant l'influence du fond sur le mécanisme d'étalement.

Par analogie avec la loi de Coulomb, l'angle de repos des tas granulaires peut être lié à leur frottement interne. Une valeur plus élevée de cet angle indique un frottement interne plus important, ce qui rend les particules plus résistantes au glissement. Nous avons étudié la façon dont cette friction interne évoluait avec l'application de vibrations.

De façon assez étonnante, nous avons mis en évidence que le paramètre de contrôle n'était plus l'accélération relative des vibrations Γ mais la contrainte de vibration σ_v relative à l'énergie cinétique volumique injectée dans l'empilement. De plus, la friction interne associée à l'angle du tas relaxé tend à diminuer de façon exponentielle avec σ_v faisant apparaître une contrainte de vibration critique $\sigma_{v,c}$ ne dépendant ni de la taille des particules ni de la rugosité.

Bien que les vibrations modifient de façon drastique la friction apparente, le régime transitoire associé à la relaxation du tas vers son état final présente un comportement exponentiel avec un temps caractéristique ne dépendant pas des vibrations tel que :

$$\tan(\theta) = (\tan(\theta_0) - \tan(\theta_{f'}))e^{-t/\tau} + \tan(\theta_{f'}) \quad (6.3)$$

Cela suggère, en accord avec les résultats du chapitre précédent, que les vibrations modifient la valeur de la contrainte seuil permettant une ouverture des contacts frictionnels mais que la dynamique de réorganisation est contrôlée par la gravité.

CHAPITRE 7

OUVERTURE À LA MODÉLISATION DE L'ÉTALEMENT D'UN TAS GRANULAIRE SEC

Sommaire

7.1 Modèles BCRE et BDG	85
7.2 Hypothèses et simplifications	87
7.3 Prédiction et discussion	90

Dans ce chapitre, nous introduisons des pistes d'interprétation et de modélisation des étalements granulaires dans le cadre de modèles d'érosion-déposition (BCRE et BDG) initialement introduits par Bouchaud et al. [14]. L'objectif n'est pas ici de présenter une résolution complète des systèmes d'équation mais plutôt de discuter de la capacité de ces modèles à prédire l'étalement sous vibrations dans un cadre approché et moyennant un certain nombre d'hypothèses qui seront discutées.

7.1 Modèles BCRE et BDG

Le modèle BCRE (Phenomenological Continuum Model for Surface Dynamics) est un modèle phénoménologique continu utilisé pour décrire la dynamique de la surface d'un tas granulaire. Il tire son nom des principaux chercheurs qui ont contribué à son développement : Ralph Bagnold, Charles Coulomb et Alan Richardson. Il se base sur une approche de continuum, ce qui signifie qu'il considère le matériau granulaire comme un fluide dense continu, plutôt que de traiter individuellement chaque particule [5][55]. Le modèle BCRE traduit la dynamique interconnectée de deux phases : la phase mobile (représentant une avalanche granulaire) et la phase statique (représentant le lit granulaire statique sous-jacent). L'hypothèse principale du

modèle BCRE est que le taux local d'échange de masse entre les phases mobile et statique dépend linéairement de la différence entre l'inclinaison locale de la surface du lit statique, θ_l , et l'angle neutre, θ_n , souvent assimilé à l'angle de repos, θ_f , pour des raisons de simplification. Dans ce cadre, lorsque l'angle d'inclinaison est supérieur à θ_f , l'érosion domine sur le dépôt. Inversement, lorsque l'angle est plus petit, le dépôt l'emporte sur l'érosion.

Afin d'appréhender les phénomènes d'érosion et de dépôt dans les écoulements granulaires, il est important de comprendre l'interaction entre les phases mobiles et statiques. Contrairement aux écoulements sur une base rigide où le cisaillement est réparti dans l'ensemble du système, les écoulements sur des lits érodables présentent un cisaillement localisé dans une région étroite près de l'interface du lit. La complexité de ces écoulements provient du fait que la frontière entre les phases mobiles et statique n'est pas fixée par un opérateur externe, mais ajustée par le système lui-même. Le modèle phénoménologique BCRE se concentre sur deux variables interconnectées : la hauteur de la couche statique notée $h(x, t)$ et l'épaisseur de la couche mobile notée $R(x, t)$ (voir Fig. 7.1), où x et t représentent les coordonnées spatiales et temporelles, respectivement. On suppose que $h(x, t)$ et $R(x, t)$ sont régis en 1D par un système d'équations couplées :

$$\frac{\partial R(x, t)}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) R(x, t) = D \Delta R(x, t) + \Gamma_e \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = -\Gamma_e \quad (7.2)$$

où v est la vitesse moyenne des grains mobiles, D est le coefficient de diffusion, et Γ_e est le taux d'échange entre les phases statiques et fluides. Dans cette description, la phase granulaire mobile est supposée incompressible de sorte que l'équation 7.2 assure la conservation de la masse.

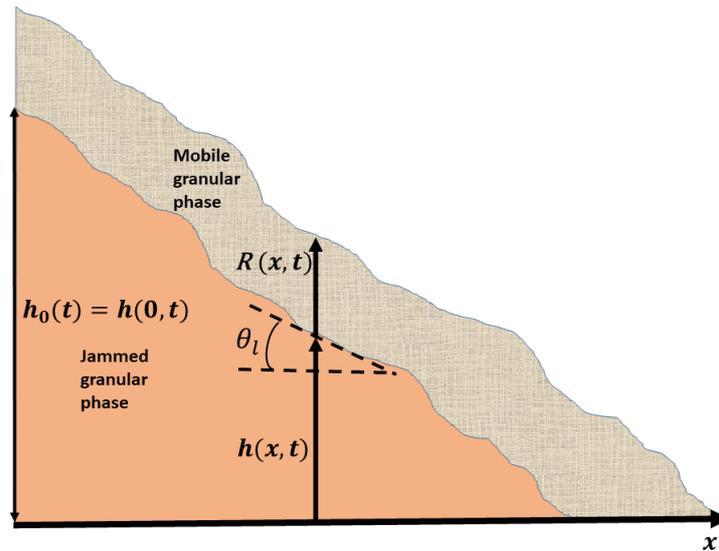


Figure 7.1 Schéma représentant une pente granulaire avec une couche statique surmontée d'une couche en écoulement. $h(x, t)$ et $R(x, t)$ sont respectivement la hauteur de la couche statique et l'épaisseur de la couche mobile, à la position x et au temps t . L'angle local θ_l est défini comme la pente locale de la couche statique telle que $\tan \theta_l = \partial h / \partial x$.

Le processus qui doit être spécifié est le transfert de masse entre les deux phases, Γ_e . L'unicité et la simplicité du modèle résident dans l'hypothèse que le taux d'échange est directement proportionnel à l'épaisseur de la phase mobile, R , et à l'écart de la pente locale du lit statique par rapport à une pente critique, représentée par :

$$\Gamma_e(x, t) = \gamma R(x, t)(\tan(\theta_l) - \tan(\theta_n)) \quad (7.3)$$

où l'angle critique θ_n correspond à l'angle neutre. Lorsque $\theta_l > \theta_n$ (ou $\theta_l < \theta_n$), on observe une érosion (ou une accrétion) notable. Lorsque $\theta_l = \theta_n$, l'érosion et l'accrétion s'équilibrent précisément, ce qui se traduit par un taux d'échange nul. Le coefficient γ représente la fréquence de collision typique entre un grain en mouvement et la couche statique. Dans le modèle BCRE, le terme d'échange est proportionnel à l'épaisseur de la phase de roulement (voir l'équation 7.6), ce qui est valable pour une faible épaisseur de la phase de roulement (quelques grains). Pour des épaisseurs plus importantes, Boutreux et al. [16] ont suggéré que l'épaisseur influençant la partie statique sature à une valeur R_c . Ce modèle dit BDG est une extension du modèle BCRE pour des épaisseurs de phase roulante a priori supérieures à quelques tailles de grains.

Aradian et al. [6] ont montré que les modèles BCRE et BDG sont équivalents à une description de Saint-Venant de l'écoulement à condition que le profil de vitesse soit respectivement constant ou linéaire, et qu'une force de frottement de Coulomb avec un coefficient de frottement constant soit appliquée à l'interface solide-liquide. Le terme de diffusion dans les équations BCRE et BDG n'a pas de contrepartie dans une description de Saint-Venant qui ne conserve que les termes d'ordre supérieur, mais peut raisonnablement être associé qualitativement aux fluctuations du mouvement des particules. Notre objectif est de discuter la capacité de ces modèles à prédire l'étalement de milieux granulaires en présence de vibrations dans un contexte simplifié et d'ordres de grandeur.

7.2 Hypothèses et simplifications

La généralisation 3D et la résolution complète du système d'équation 7.2 en coordonnées sphériques ou cylindriques est un problème complexe que nous ne chercherons pas à résoudre dans la suite. Nous supposerons que les mécanismes physiques d'érosion-déposition mis en jeu sont assez généraux pour pouvoir travailler en 1D avec l'hypothèse d'une axisymétrie du tas granulaire. L'objectif est d'identifier comment l'application de vibrations peut être prise en compte dans ces approches BCRE et BDG.

Dans une première approche nous supposerons que les effets de diffusion sont négligeables au regard des temps d'écoulements mis en jeu et que les vibrations ont pour principal effet de modifier la valeur de l'angle caractéristique $\tan(\theta_n)$. Nous supposerons également que la pente reste uniforme à chaque instant tel que $\tan(\theta_l) = \tan(\theta)$ où $\tan(\theta)$ est l'angle macroscopique apparent du tas comme introduit dans les chapitres précédents. Le système d'équations BCRE devient alors :

$$\frac{\partial R(x, t)}{\partial t} = V \frac{\partial R(x, t)}{\partial x} + \Gamma_e \quad (7.4)$$

$$\frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = -\Gamma_e \quad (7.5)$$

$$\Gamma_e(x, t) = \gamma R(x, t)(\tan(\theta) - \tan(\theta_n)) \quad (7.6)$$

Cas du tas à masse variable

En introduisant R_{max} l'épaisseur maximale de la phase roulante le long de la pente, on peut alors raisonnablement approximer le gradient de $R(x, t)$ par :

$$\frac{\partial R(x, t)}{\partial x} \sim \frac{R_{max}}{R_0} \quad (7.7)$$

où R_0 est le rayon du tas (fixe dans le cas de l'expérience d'écoulement sur un tas à masse variable). En supposant que la vitesse des grains dépend du taux d'érosion et de leur taille tel que $V \sim \gamma d$, on obtient alors :

$$V \frac{\partial R(x, t)}{\partial x} \ll \Gamma_e \quad (7.8)$$

Avec ces hypothèses, l'équation se réduit alors à une équation d'évolution sur R_{max} tel que :

$$\frac{\partial R_{max}}{\partial t} = \gamma R_{max} \left(\frac{h_0(t)}{R_0} - \tan(\theta_n) \right) \quad (7.9)$$

où $h_0(t)$ est la hauteur au centre du tas. Le fait que la hauteur évolue au cours du temps à cause de la non conservation de la masse impose d'adjoindre une condition sur le flux massique, $Q_m \sim \rho V R_{max} R_0$ tel que :

$$\frac{\partial h_0(t)}{\partial t} \sim V \frac{R_{max}}{R_0} \quad (7.10)$$

En combinant les Eq. 7.9 et 7.10, le modèle BCRE se réduit à :

$$\frac{\partial^2 h_0(t)}{\partial t^2} = \gamma \frac{\partial h_0(t)}{\partial t} \left(\frac{h_0(t)}{R_0} - \tan(\theta_n) \right) \quad (7.11)$$

A ce modèle, il faut adjoindre des conditions initiales sur le tas avant le déclenchement des vibrations :

$$h_0(t \rightarrow -\infty) = \mu_0 R_0 \quad (7.12)$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial t}(t \rightarrow -\infty) = 0 \quad (7.13)$$

où $\mu_0 = \tan(\theta_0)$ est le coefficient de friction statique sans vibrations. Afin d'essayer de prendre en compte les effets transitoires au démarrage des vibrations (phase initiale de compaction), nous avons dans certains cas, malgré le caractère incompressible du modèle et dans l'objectif de comparer expériences et modèle, imposé une vitesse initiale non nulle v_0 à l'instant initial

$t = 0$.

Il est possible d'utiliser les mêmes hypothèses pour prédire l'évolution de la hauteur $h_0(t)$ pour la version dite saturée du modèle BDG. La version originale du modèle BDG qui prend en compte la transition entre les écoulements fins et épais est très complexe et ne sera pas abordée ici. Dans cette version saturée, le taux d'échange Γ_e est supposé indépendant de l'épaisseur de la phase roulante tel que :

$$\Gamma_e = V_{up} \left(\frac{h_0(t)}{R_0} - \tan(\theta_n) \right) \quad (7.14)$$

où V_{up} est une constante qui ne dépend pas de l'épaisseur de la phase roulante. L'équation 7.9 est alors remplacée par :

$$\frac{\partial R_{max}}{\partial t} = V_{up} \left(\frac{h_0(t)}{R_0} - \tan(\theta_n) \right) \quad (7.15)$$

Cas du tas à masse constante

Le passage du cas précédent au cas de l'étalement à masse constante d'un tas correspond au fait que le rayon du tas R_0 du cas précédent dépend maintenant du temps au cours de l'étalement. Les hypothèses et approximations précédentes restent valables en remplaçant R_0 par un rayon $s(t)$ du tas qui dépend du temps. Contrairement au cas précédent, la conservation de la masse implique que le flux RV de l'espèce roulante doit correspondre à l'augmentation d'espèce solide à la base du tas. On peut donc supposer raisonnablement qu'à la base du tas :

$$V \frac{\partial R}{\partial x} \sim \frac{h_0(t)}{s(t)} \frac{\partial s(t)}{\partial t} \quad (7.16)$$

La formulation BCRC prend alors la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(h_0(t) \frac{\partial s(t)}{\partial t} \right) = \gamma h_0(t) \frac{\partial s(t)}{\partial t} \left(\frac{h_0(t)}{s(t)} - \tan(\theta_n) \right) \quad (7.17)$$

avec les conditions initiales associées suivantes :

$$s(t \rightarrow -\infty) = s_0 \quad (7.18)$$

$$\frac{\partial s(t)}{\partial t} (t \rightarrow -\infty) = 0 \quad (7.19)$$

où s_0 est le rayon initial du tas granulaire avant application des vibrations tel que la conservation de la masse totale soit assurée par $h_0(t)s^2(t) = s_0^2 h_0(0)$.

L'équation 7.17 prend la forme suivante dans le cas où $h_0(t)$ est une constante indépendante du temps :

$$\frac{\partial^2 s(t)}{\partial t^2} = \gamma \frac{\partial s(t)}{\partial t} \left(\frac{h_0}{s(t)} - \tan(\theta_n) \right) \quad (7.20)$$

Cette équation n'est autre que la formulation initiale de Boutreux et De Gennes pour l'évolution

de la largeur d'une marche granulaire se relaxant sous l'effet de la gravité (marche du Sinaï).

7.3 Prédiction et discussion

Cas du tas à masse variable

L'équation 7.11 fait intervenir deux paramètres indépendants : d'une part le paramètre γ qui fixe l'échelle de temps de la relaxation et d'autre part $\tan(\theta_n)$ associée au seuil d'érosion-déposition. L'adimensionnement de cette équation en posant $h_0^*(t) = h_0(t)/R_0$ et $t^* = \gamma t$ conduit à l'équation suivante qui ne fait intervenir qu'un seul paramètre $\tan(\theta_n)$ de façon explicite :

$$\frac{\partial^2 h_0^*}{\partial t^{*2}} = \frac{\partial h_0^*}{\partial t^*} (h_0^* - \tan(\theta_n)) \quad (7.21)$$

D'après les observations expérimentales, les vibrations modifient principalement la valeur de l'angle final d'équilibre du tas et assez peu la dynamique de relaxation vers ce dernier, cela suggère que $\tan(\theta_n)$ devrait dépendre des vibrations contrairement à γ .

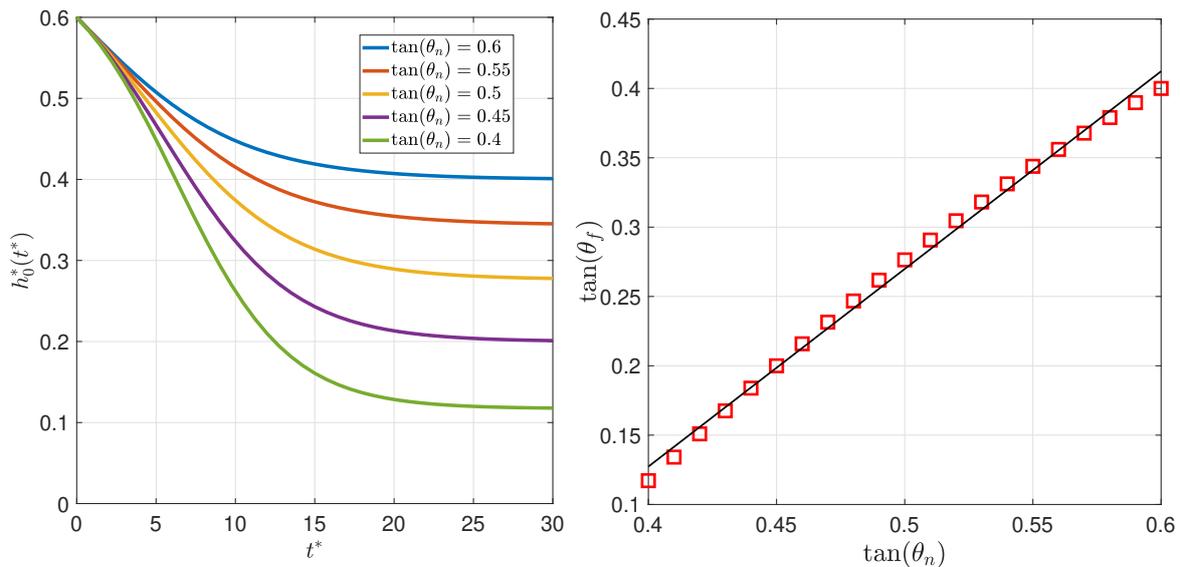


Figure 7.2 (Gauche) Prédiction de la version simplifiée du modèle BCRE donné par l'équation 7.21 pour l'érosion d'un tas soumis à des vibrations ($v_0 = 0.02$). (Droite) Évolution de l'angle final $\tan(\theta_f)$ prédit par le modèle en fonction de la valeur de l'angle neutre $\tan(\theta_n)$, et ajustement linéaire.

La Fig.7.2(Gauche) met en évidence l'existence d'un état final contrôlé par la valeur de l'angle neutre pour un γ fixé. Une hypothèse serait donc que les vibrations modifient la valeur de l'angle neutre en modifiant les conditions d'équilibre de l'érosion et de la déposition à la surface du tas qui auraient pour conséquence de modifier l'angle final d'équilibre sous l'effet de l'inertie. L'évolution de $\tan(\theta_f)$ est donnée sur la Fig.7.2(Droite) en fonction de $\tan(\theta_n)$. Nous observons que $\tan(\theta_f)$ dépend quasi-linéairement de $\tan(\theta_n)$ en accord avec l'idée précédente.

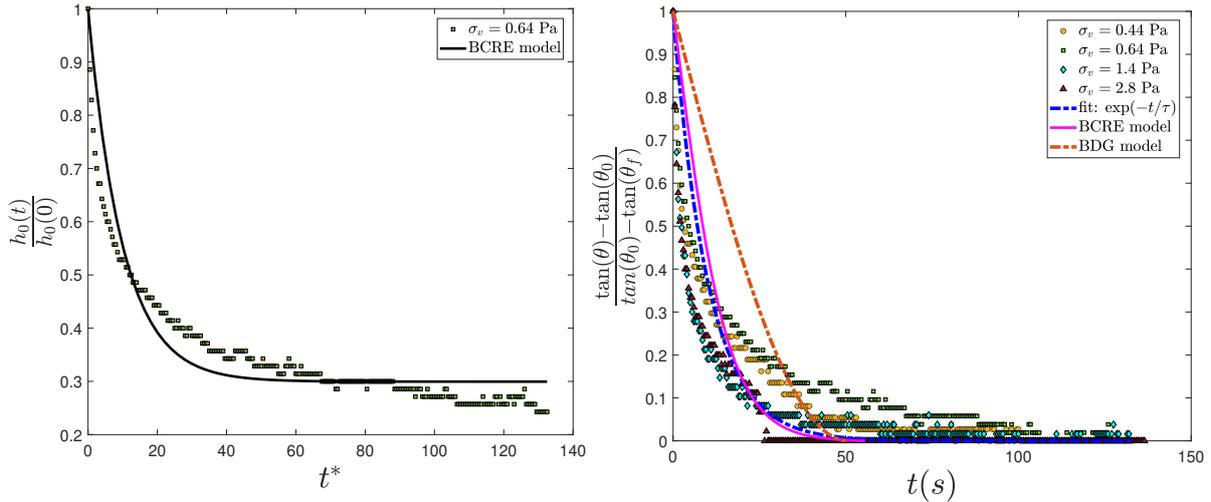


Figure 7.3 (Gauche) Ajustement des données expérimentales par le modèle BCRE simplifié pour l'érosion d'un tas soumis à des vibrations ($\sigma_v = 0.64$ Pa, $\tan(\theta_n) = 0.39$). (Droite) Évolution de l'angle réduit et normalisé au cours du temps pour l'ensemble des données expérimentales, et leur ajustement par les différents modèles.

La comparaison avec les résultats expérimentaux est présentée à titre d'exemple pour $\sigma_v = 0.64$ Pa sur la Fig.7.3(Gauche). Nous voyons que même si l'ajustement est loin d'être parfait, le modèle BCRE capte une partie de la physique de la relaxation du tas. Il surestime légèrement l'angle final et capte difficilement la dynamique aux temps courts. La Fig.7.3(Droite) présente l'ajustement moyen des modèles sur l'ensemble des données expérimentales centrées et réduites. Le modèle BDG capte très mal la dynamique au contraire du modèle BCRE qui est très proche de l'ajustement exponentiel proposé précédemment. Il faut noter que ces différences significatives ne sont pas étonnantes au regard des hypothèses fortes utilisées pour simplifier les différents modèles. D'une part, nous avons supposé que la pente reste uniforme au cours du temps (approche macroscopique) tout en négligeant la diffusion dont les vibrations pourraient être le moteur. D'autre part, nous observons expérimentalement aux temps courts une première phase de compaction du tas qui ne peut pas être prise en compte directement par le modèle de par sa nature incompressible.

Cas du tas à masse constante

Sur la base des hypothèses précédentes nous proposons ici de discuter les premiers résultats relatifs à l'étalement d'un tas granulaire sec à masse constante. La différence par rapport au cas précédent réside principalement dans la réécriture de la condition de conservation de la masse et des conditions aux limites à la base du tas.

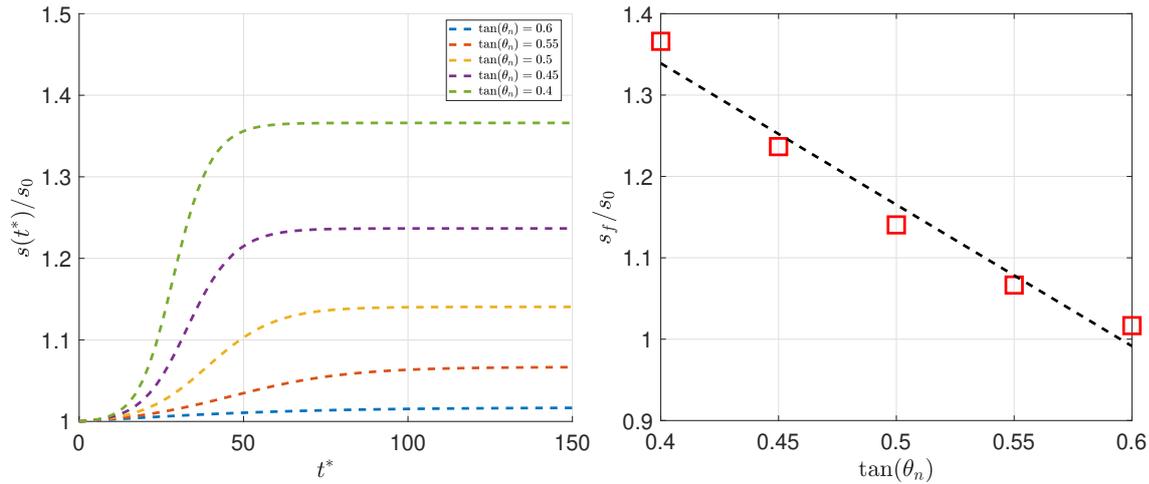


Figure 7.4 (Gauche) Prédictions de la version simplifiée du modèle BCRE donné par l'équation 7.20 pour l'étalement d'un tas soumis à des vibrations ($v_0 = 0.006$). (Droite) Évolution du rayon final normalisé par le rayon initial s_f/s_0 prédit par le modèle en fonction de la valeur de l'angle neutre $\tan(\theta_n)$, et ajustement linéaire.

Nous observons à l'image du cas précédent que l'étalement final du tas décroît avec l'angle neutre. Cela suggère qu'une augmentation des vibrations a pour conséquence, dans le cadre de ce modèle, de diminuer l'angle neutre et donc de diminuer l'angle final du tas, c'est à dire d'augmenter l'étalement. Tout comme le cas précédent, les résultats doivent être pris avec précautions au regard notamment de la sensibilité de la dynamique à la valeur de la vitesse initiale v_0 . En particulier, la phase initiale de l'étalement associée au transitoire observé sur la figure 5.11b ainsi que la difficulté d'obtenir avec précision la position d'arrêt de l'écoulement aux temps longs rend la comparaison modèle-expérience très délicate.

Pour conclure, les premières pistes de modélisation présentées dans ce chapitre suggèrent la possibilité de modéliser l'influence des vibrations en supposant qu'elles ont pour principal effet de diminuer le seuil d'écoulement et donc de modifier l'équilibre entre la déposition et l'érosion. La conséquence directe est l'obtention d'un angle de repos qui diminue fortement avec les vibrations et une dynamique qui en dépend relativement peu. Une ouverture intéressante mais complexe et en dehors des objectifs de cette thèse serait de prendre en compte le terme diffusif dans le système précédent en le modélisant à partir de la théorie cinétique pour proposer une dépendance de ce dernier avec l'intensité des vibrations. Cette approche unifiée permettrait d'interpréter l'effet des vibrations à la fois en tant que terme source d'agitation (effet sur le seuil) mais également comme paramètre de structure modifiant les processus de transport au sein du tas (influence de la diffusion sur la rhéologie).

Troisième partie

Étalement d'une pâte granulaire

CHAPITRE 8

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE L'ÉTALEMENT D'UNE PÂTE GRANULAIRE

Sommaire

8.1	Dispositif expérimental	95
8.1.1	Les techniques iso-indice et fluorescence induite par laser	98
8.2	Résultats et discussion	102
	En l'absence des vibrations ($\sigma_v = 0$)	103
	En présence des vibrations ($\sigma_v \neq 0$)	105
	Effet du fluide interstitiel sur le comportement rhéologique d'une suspension granulaire	106
	Effet de la dilatance	108
	Effet de la taille des particules	114
8.3	Ouverture sur la dynamique d'étalement d'une colonne de pâte granulaire	117
8.4	Dispositif expérimental	117
8.5	Résultats et discussion	119
	Conclusion	125

Après avoir étudié l'écoulement des grains secs, nous nous tournons désormais vers un aspect différent de la rhéologie des matériaux granulaires. Ce chapitre aborde spécifiquement les pâtes granulaires, où les grains sont en interaction avec un fluide interstitiel. Suivre le mouvement des particules à l'échelle microscopique dans un tas granulaire sec peut être difficile en raison de l'opacité du matériau et de la complexité des interactions entre les particules. L'ajout d'un fluide interstitiel et d'un colorant peut être une approche pratique pour visualiser et étudier le comportement des particules.

L'objectif de cette transition est de comprendre comment l'ajout de ce fluide interstitiel affecte les propriétés d'écoulement des suspensions granulaires ainsi que les interactions granulaires entre les particules. Nous nous penchons également sur des aspects tels que la viscosité du fluide, la taille des billes, ainsi que l'effet des vibrations. Un autre aspect que nous abordons dans cette transition est la notion de dilatance, un phénomène fondamental dans les systèmes granulaires. Nous nous penchons sur la manière dont le changement de la fraction volumique peut influencer les propriétés d'écoulement de ces suspensions.

Comment la dilatance des grains influence la viscosité apparente de la suspension ? La viscosité du fluide interstitiel a-t-elle une influence sur la viscosité apparente du mélange ? Les vibrations influencent-t-elles l'écoulement des suspensions ?

L'objectif principal de cette étude est de créer un lien solide entre les mesures rhéométriques apparentes et les propriétés d'étalement observées dans les pâtes granulaires. Dans le domaine de la rhéologie des milieux granulaires, il est crucial de comprendre comment les caractéristiques rhéologiques se traduisent par des comportements macroscopiques, tels que l'étalement d'un tas granulaire.

L'étude rhéologique que nous allons effectuer consiste à soumettre les échantillons à un cisaillement au sein d'une cellule de mesure, analogue à une configuration de cellule de Couette. Cette méthode nous permettra d'explorer les propriétés de la pâte granulaire sous différentes conditions.

8.1 Dispositif expérimental

Dans cette section, nous expliquons le fonctionnement du rhéomètre à poudre ([Fig.8.1](#)) utilisé pour déterminer le comportement rhéologique de la matière en grains sans et avec vibrations. De plus, nous expliquons également les mesures rhéométriques que nous avons réalisées pour sonder le comportement macroscopique, ainsi que les approches que nous avons adoptées telles que les techniques couplées iso-indice et fluorescence induite par laser afin de sonder les propriétés internes des échantillons.

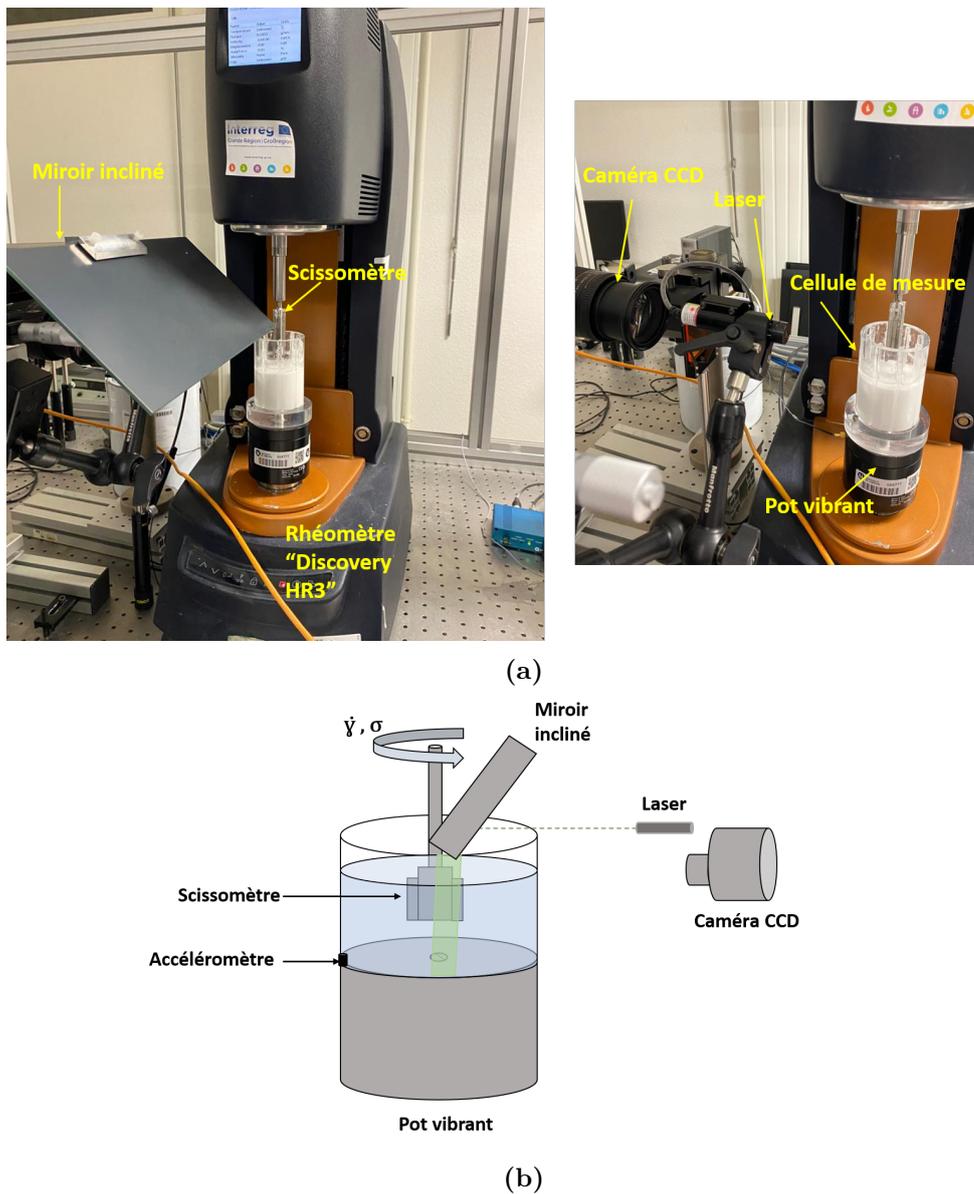


Figure 8.1 (a) Dispositif expérimental : une suspension granulaire est placée sur un pot vibrant appliquant des vibrations verticales sinusoïdale. Un faisceau laser est dirigé vers un miroir incliné, où il est réfléchi de manière à former une nappe lumineuse dans l'échantillon. Ce dernier est placé sur un rhéomètre permettant la mesure et l'étude rhéologiques. (b) Schéma du dispositif expérimental d'une suspension granulaire en géométrie de type Couette sous vibrations. La zone verte représente la nappe générée par le laser.

Le rhéomètre à poudres a déjà permis de caractériser un grand nombre de milieux granulaires secs ou saturés [48] [66] [71] [72]. C'est un rhéomètre capable de générer une agitation granulaire au sein des échantillons en les soumettant à des vibrations verticales. L'énergie mécanique injectée dans le système remplace l'énergie thermique brownienne dans ces milieux, ce qui améliore la reproductibilité de ces mesures [48].

Le rhéomètre à poudres permet de caractériser le comportement mécanique de poudres dans différentes configurations [29], il permet de caractériser une multitude de milieux granulaires secs de nature diverse tels que des poudres laitières, du ciment ou des particules imprégnées [66].

L'appareil de mesure en question est un rhéomètre classique à contrainte imposée, de type

"Discovery HR3". L'échantillon est placé dans une cellule de mesure cylindrique de rayon $R_c = 25$ mm, munie de chicanes de largeur $l_{ch} = 5$ mm qui privilégient le non-glissement à la paroi [23] et définissent le cylindre externe de rayon $R_e = R_c - l_{ch} = 20$ mm.

La mesure est effectuée grâce à un scissomètre à 4 pâles, nommée "vane", de hauteur $h_v = 50$ mm qui décrit un cylindre fictif de rayon $R_i = 7.5$ mm lorsqu'il est mis en rotation autour de son axe. L'échantillon étudié est alors cisailé entre un cylindre intérieur mobile et un cylindre externe fixe, assimilable à une cellule de Couette d'entrefer. Le cylindre intérieur est mis en mouvement sous l'action d'un couple constant T et l'appareil mesure la vitesse angulaire de rotation de ce dernier $\dot{\theta}$, ou inversement.

L'échantillon est soumis à des vibrations verticales grâce à un mini pot vibrant électromagnétique. Un système de boucle de rétroaction permet l'asservissement des vibrations grâce à un contrôleur lié à un amplificateur et à un accéléromètre fixé à la base de la cellule. Le système d'asservissement est le même que celui de la première partie dans la section 5.1.

En effet, le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et la contrainte de cisaillement σ sont reliés au couple T et l'angle angulaire de rotation θ par des constantes d'étalonnage $K_{\dot{\gamma}}$ et K_{σ} tel que :

$$\dot{\gamma} = K_{\dot{\gamma}}\dot{\theta}, \quad \sigma = K_{\sigma}T \quad (8.1)$$

Afin de déterminer l'expression de ces constantes, il faut considérer un système de coordonnées cylindriques $(\vec{e}_r, \vec{e}_{\theta}, \vec{e}_z)$. En l'absence de gradient de pression axial et pour des raisons de symétrie, la vitesse d'écoulement est donnée par : $\vec{v} = v_{\theta}(r)\vec{e}_{\theta}$.

Les constantes d'étalonnage sont alors déterminées par résolution de l'équation de conservation de mouvement avec les conditions limites suivantes $v_{\theta}(r = R_i) = \dot{\theta}R_i$ et $v_{\theta}(r = R_e) = 0$. La contrainte et le taux de déformation sont reliés par une loi de comportement type loi Ostwald [48] définie par $\sigma = k\dot{\gamma}^n$, où k est l'indice de consistance et n l'indice d'écoulement.

La résolution du problème donne les expressions des constantes $K_{\dot{\gamma}}$ et K_{σ} suivantes :

$$K_{\dot{\gamma}} = \left(\frac{2}{n}\right) \frac{(R_e/r)^{2/n}}{(R_e/R_i)^{2/n} - 1}, \quad K_{\sigma} = \frac{1}{2\pi h_v r^2} \quad (8.2)$$

où r est représentant de la position radiale dans l'entrefer. Cependant la valeur de n reste inconnue et elle dépend du fluide.

Aït Kadi et al [1] ont montré qu'il existait une région étroite autour d'une position r^* dans l'entrefer pour laquelle $K_{\dot{\gamma}}$ est indépendante de n (Fig.8.2.a). La valeur de r^* peut être alors déterminée analytiquement en considérant l'intersection des courbes $K_{\dot{\gamma}}(r, n)$ et $K_{\dot{\gamma}}(r, n')$, où $n = 1$ et $n' = 0.5$ qui sont deux valeurs extrêmes d'indice d'écoulement :

$$r^* = \left(\frac{n' (R_e/R_i)^{2/n'} - 1}{n (R_e/R_i)^{2/n} - 1} R_e^{2/n-2/n'} \right)^{(2/n-2/n')^{-1}} \quad (8.3)$$

Dans la région au voisinage de r^*/R_e , l'échantillon sera toujours cisailé pour n'importe quel indice n (Fig.8.2). Les grandeurs rhéologiques données par le rhéomètre sont alors calculées en

$r = r^*$ à partir des mesures expérimentales du couple T et de la vitesse angulaire de rotation θ .

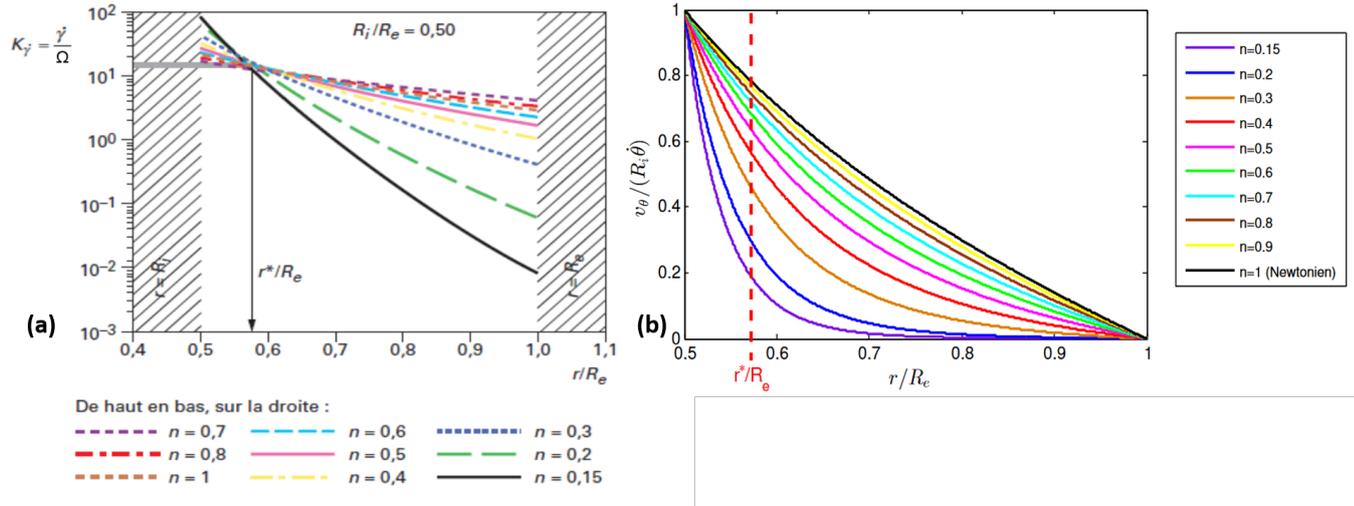


Figure 8.2 (a) Constante d'étalonnage K_γ , d'après Choplin et al [20], en fonction de la position dans le gap r pour différentes valeurs de l'indice n . (b) Profils des vitesses théoriques adimensionnés $v_\theta / R_i \dot{\theta}$ en fonction de la position dans le gap r/R_e [48]

8.1.1 Les techniques iso-indice et fluorescence induite par laser

Afin de visualiser le changement de structure à l'intérieur de l'échantillon granulaire, nous avons utilisé la technique iso-indice couplée à la fluorescence. La technique iso-indice consiste à immerger des particules dans un liquide ayant le même indice optique rendant le milieu translucide. En effet, les indices optiques de réfraction des matériaux utilisées ont déjà été vérifiés, par Gaudel et al [39] dans une étude précédente, à l'aide d'un réfractomètre manuel (Mettler Toledo, type RE30GS).

Afin de visualiser l'intérieur de l'échantillon, nous avons utilisé la technique de fluorescence induite par laser PLIF (Planar Laser Induced Fluorescence). Celle-ci consiste en l'émission spontanée de photons par les molécules d'un colorant, le pyrromethene dans cette étude, à la suite de l'absorption d'un rayonnement d'une nappe laser. Le colorant fluorescent doit avoir un pic d'absorption du même ordre que la longueur d'onde du laser utilisé, et ré-émettre à une longueur d'onde supérieure. Les ré-émissions sont conservées en ajoutant un filtre optique.

La lumière fluorescente du liquide peut être détectée par une caméra, et une image typique de la caméra montrera les particules comme des tâches sombres dans une coupe transversale claire et bien définie du matériau [30][102].

Cette suspension granulaire est composée de billes mono-disperses de PMMA, polyméthylmétaacrylate (GoodFellow), de diamètre moyen $d = 600 \mu\text{m}$, d'indice optique $n_D = 1.49$ et de densité $\rho_p = 1180 \text{ kg.m}^{-3}$, immergées dans du Triton x100 (Fisher Scientific) de même indice optique n_D , de densité $\rho_f = 1070 \text{ kg.m}^{-3}$ et de viscosité $\eta = 0.27 \text{ Pa.s}$. Le triton x100 a été mélangé avec du pyrromethene, un colorant assurant la fluorescence du liquide.

PMMA	Triton x100	Fluorescent
$n_D = 1.49$	$n_D = 1.49$	
$\rho_p = 1180 \text{ kg.m}^{-3}$	$\rho_f = 1070 \text{ kg.m}^{-3}$	Pyrromethene
$d = 600 \text{ }\mu\text{m}$	$\eta = 0.27 \text{ Pa.s}$	

Table 8.1 Présentation des propriétés de la suspension granulaire étudiée : type de billes, fluide interstitiel et colorant fluorescent.

Avant de décrire la préparation des échantillons, revenons à la définition de la fraction volumique. Dans la section 1.1, la fraction volumique ϕ est définie par le rapport entre le volume occupé par l'ensemble des grains V_p sur le volume total du milieu $V_T = V_p + V_f$:

$$\phi = \frac{V_p}{V_p + V_f} = \frac{m_p/\rho_p}{m_p/\rho_p + m_f/\rho_f} \quad (8.4)$$

avec V_f et m_f le volume et la masse du fluide interstitiel de masse volumique ρ_f , m_p la masse des particules de masse volumique ρ_p . Le volume du fluide est tel que ϕ soit compris entre 0.51 et 0.61

Dans un premier temps, nous ajoutons une petite quantité de pyrromethene sous sa forme poudreuse à une masse de tritonx100 de $m_{triton} \sim 55g$. Ce mélange est chauffée afin de diminuer sa viscosité, pour que le colorant fluorescent soit dissout dedans. La solution est alors filtrée pour enlever les restes de poudre. Nous plaçons ensuite le mélange liquide dans la cellule de mesure. Une masse totale de $m_{PMMA} \sim 65g$ de billes de PMMA (polymethylmetacrylate) est ensuite saupoudrée graduellement dans la cellule afin d'éviter la formation des bulles d'air lors de la sédimentation. L'échantillon peut être placé dans une cloche à vide afin d'enlever les éventuelles bulles d'air. Les quantités des composants de l'échantillon sont choisies de telle sorte que les billes soient toujours immergées dans un surnageant permettant la dilatance du mélange dans nos expériences. Une fois l'échantillon d'une hauteur initiale h_0 finalisé, la cellule de mesure est placée dans le rhéomètre, puis le vane est plongé à l'intérieur de l'échantillon.

Des vibrations sont appliquées pendant quelques minutes afin d'être dans la partie logarithmique de la phase de compaction, ce qui assure un instant initial reproductible. Les expériences ont été faites pour un taux de cisaillement imposé $\dot{\gamma}$ entre 10^{-3} et 10 en prenant 10 points par décade. Le but est de varier la fraction volumique de l'échantillon et voir son effet sur la dilatance des particules ainsi que la viscosité.

Nous illuminons alors le milieu avec une nappe laser verte (Coherent Inc.), de longueur d'onde $\lambda = 518 \text{ nm}$ et d'une puissance maximale de $P = 36 \text{ mW}$. Un miroir incliné à 45° de la cellule de mesure est placé juste à coté du vane afin de couvrir toute la zone affichée en vert sur la Fig.8.1b. Ce miroir permet à une caméra CCD haute fréquence (MotionBLITZ "EoSens mini") placée derrière un filtre optique passe-haut, de récupérer uniquement la lumière ré-émise par fluorescence, provenant de la phase liquide. Un aperçu issu de la caméra est représenté sur la Fig.8.3. Cet aperçu représente deux coupes, la première où le miroir est placé devant le vane visualisant toute la face de l'échantillon. Cette coupe offre une vue globale de l'échantillon, mais ne fournit pas de détails approfondis. Alors que la deuxième coupe est prise avec le miroir placé

au même niveau du vane mais cette fois-ci, elle se concentre que sur la moitié de l'échantillon. Cette coupe permet d'obtenir une meilleure résolution et des détails plus fins au niveau du vane et de la paroi. Nous avons donc choisi de travailler avec la deuxième coupe transversale et centrale. Un schéma explicatif des deux configurations est présentée dans la Fig.8.4.

Après avoir effectué quelques expériences sur l'échantillon initiale à hauteur de surnageant h_0 (Fig.8.5) permettant de s'assurer que le protocole est bien reproductible, nous retirons la cellule de mesure du rhéomètre afin de diminuer la hauteur du fluide interstitiel. Ceci est réalisé grâce à une pipette prélevant le liquide qui est pesé par la suite sur une balance. L'échantillon est ensuite placé sur le rhéomètre en ré-applicant le même protocole cité dessus. Cette opération qui consiste à diminuer le volume du fluide interstitiel est répétée à plusieurs reprises jusqu'à ce que le mélange soit saturé. Ainsi nous modifions la fraction volumique apparente macroscopique de l'écoulement. Il est à noter que de par le caractère gravitationnel de ces suspensions, cette fraction volumique apparente ne correspond pas forcément (sauf à haut cisaillement) à la fraction volumique locale.

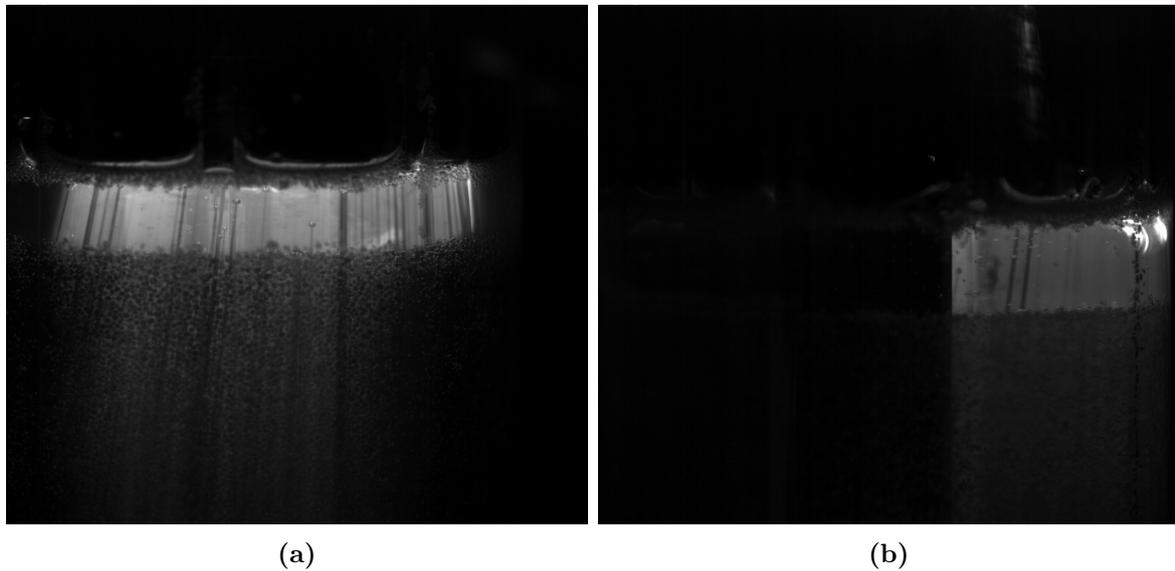


Figure 8.3 (a) Exemple d'une image brute récupérée par la caméra de l'échantillon où le miroir est placé devant le vane. (b) Exemple d'une image brute récupérée par la caméra de l'échantillon où le miroir est placé au même niveau que le vane.

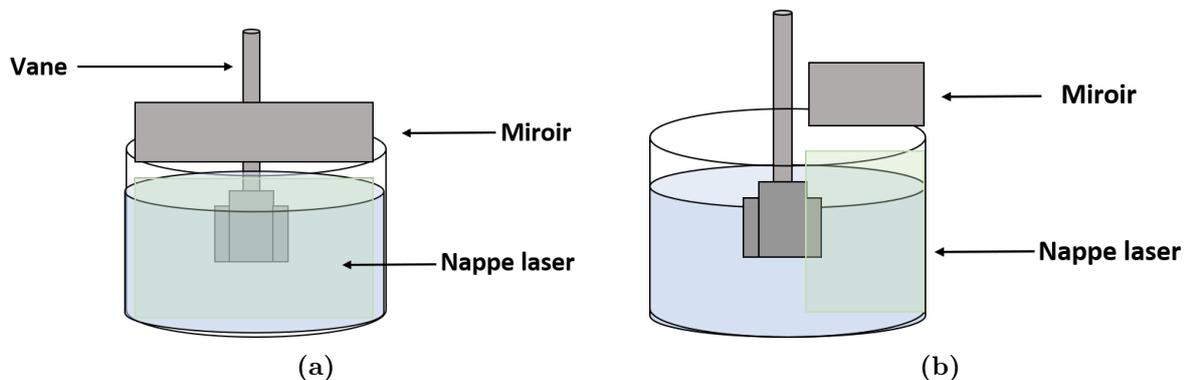


Figure 8.4 (a) Schéma du dispositif où le miroir est placé devant le vane. (b) Schéma du dispositif où le miroir est placé au même niveau que le vane.



Figure 8.5 Aperçu de la diminution de la hauteur du liquide surnageant grâce à une pipette afin de changer la fraction volumique de l'échantillon. h_0 est la hauteur du surnageant de la fraction volumique initiale, pour une coupe de caméra centrale et transversale.

Nous avons également testé d'autres suspensions dans le but de varier la taille des particules, ainsi que la viscosité du fluide. Afin de varier la viscosité comme le montre le tableau 8.2, nous avons fixé la taille des particules à $d = 600 \mu\text{m}$ et nous avons remplacé le triton x100 ($\eta = 0.27 \text{ Pa.s}$) par de l'emkarox dilué dans l'eau ($\eta = 0.49 \text{ Pa.s}$), ainsi que par de l'eau pure ($\eta = 10^{-3} \text{ Pa.s}$). Dans un second temps, l'influence de la taille des particules (tableau 8.3) a été étudiée en fixant la viscosité du liquide à celle de l'eau, puis nous avons varié la taille des billes de PMMA en choisissant différentes tailles de particules $d = 45, 85, 600 \mu\text{m}$. Plus la taille des particules est faible, plus le milieu est absorbant rendant la visualisation d'autant plus délicate entraînant des effets de diffraction rendant le milieu opaque. Nous nous sommes donc intéressés dans ce cas précis uniquement à la rhéométrie sans observer l'intérieur de l'échantillon.

Fluide interstitiel	Particules
Triton x100 $\eta = 0.27 \text{ Pa.s}$	PMMA $d = 600 \mu\text{m}$
Eau $\eta = 10^{-3} \text{ Pa.s}$	
Emkarox $\eta = 0.49 \text{ Pa.s}$	

Table 8.2 Présentation des propriétés des suspensions utilisées pour étudier l'influence de la viscosité du fluide interstitiel.

Fluide interstitiel	Particules
Eau $\eta = 10^{-3} \text{ Pa.s}$	$d = 600 \mu\text{m}$
	$d = 85 \mu\text{m}$
	$d = 45 \mu\text{m}$

Table 8.3 Présentation des propriétés des suspensions utilisées pour étudier l'influence de la taille des particules.

8.2 Résultats et discussion

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la réponse rhéologique des suspensions granulaires en l'absence et en présence des vibrations. L'objectif est de mesurer la viscosité effective de cisaillement de la suspension vibrée.

L'évolution de la viscosité η et de la contrainte de cisaillement σ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, pour une fraction $\phi = 0.61$, sans vibrations ainsi que pour plusieurs amplitudes et une fréquence fixe de $f = 30$ Hz, est représentée sur la [Fig.8.6](#). Lorsque les suspensions sont soumises à des vibrations, nous définissons deux régimes. Un régime intermédiaire ($10^{-2} < \dot{\gamma} < 1$), dans lequel la viscosité diminue avec le taux de cisaillement. Et un deuxième régime aux valeurs élevées de taux de cisaillement ($\dot{\gamma} > 1$), où toutes les courbes convergent vers une seule ligne maîtresse peu importe la vibration appliquée.

Un autre régime peut être défini également aux plus faibles taux de cisaillement ($\dot{\gamma} < 10^{-2}$) qui se distingue par l'apparition d'une viscosité de plateau.

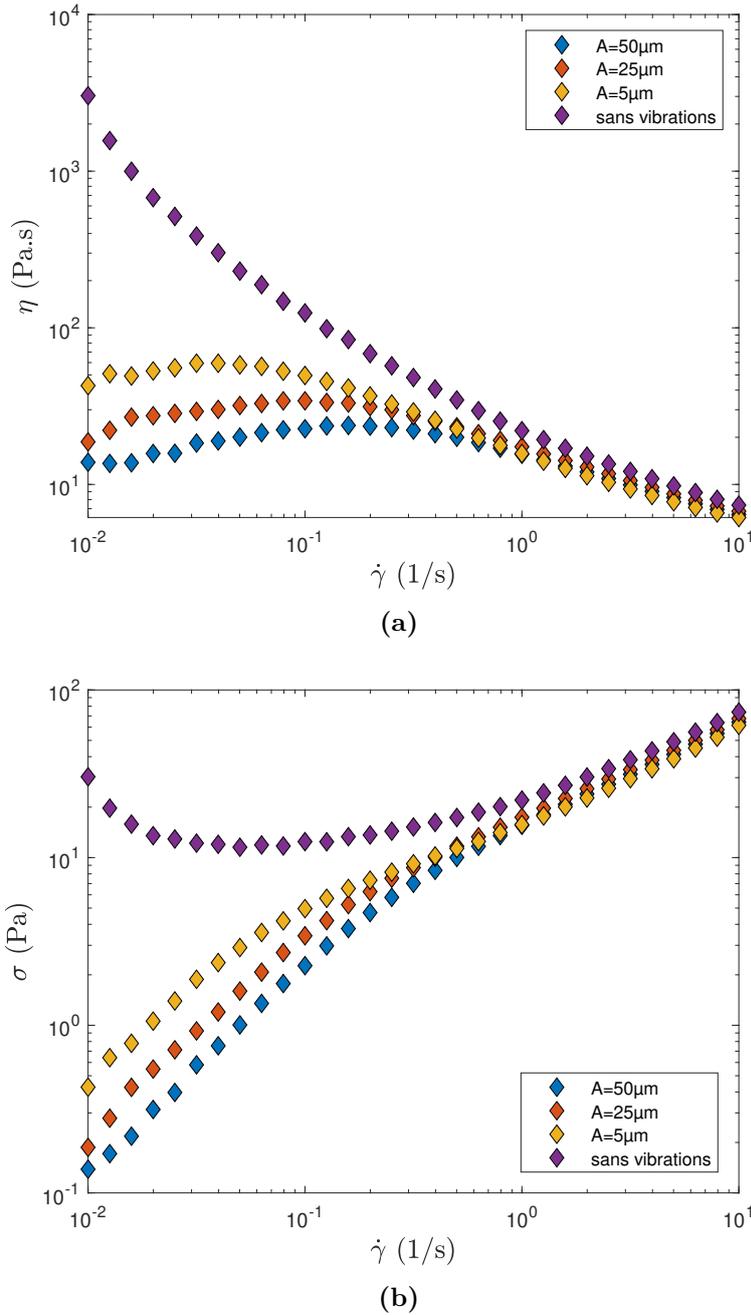


Figure 8.6 (a) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour différentes valeurs de contrainte de vibrations σ_v et $\phi = 0.61$ pour un mélange de billes de PMMA immergées dans du tritonx100. (b) Évolution de la contrainte de cisaillement σ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour différentes valeurs de contrainte de vibrations σ_v et $\phi = 0.61$ pour un mélange de billes de PMMA immergées dans du tritonx100.

En l'absence des vibrations ($\sigma_v = 0$)

En l'absence des vibrations, nous retrouvons le comportement d'un fluide à seuil observé dans la littérature [67][82] et expliqué dans la section 2.1. Le système nécessite un certain seuil de contrainte pour qu'il commence à s'écouler. Avant que cet écoulement ne débute, nous observons la présence d'un plateau de viscosité, dans lequel la suspension présente une certaine résistance à la déformation même à des niveaux de contrainte relativement faibles comme le montre la

Fig.8.7. Ce seuil de contrainte n'est autre que la contrainte frictionnelle σ_f .

Hanotin et al [48] ont montré que ce comportement est caractéristique d'une instabilité, celle du stick-slip. C'est un phénomène qui est souvent observé dans les systèmes soumis à des forces de frottement, où il y a une alternance entre des phases de glissement (stick) et des phases d'arrêt (slip). Dans ce cas, les bandes de cisaillement agissent alors comme des surfaces de glissement.

La loi de Coulomb qui est souvent utilisée pour décrire le frottement entre deux surfaces solides, peut être appliquée également pour modéliser le comportement des bandes de cisaillement afin d'avoir une estimation de cette contrainte frictionnelle σ_f . Selon cette loi, la force de frottement entre deux surfaces est proportionnelle à la force normale les pressant l'une contre l'autre, et est également influencée par le coefficient de frottement. La loi de Coulomb est défini alors par : $\sigma_f = \mu P_g$ avec μ le coefficient de friction et P_g la pression granulaire moyenne donnée par :

$$P_g = \Delta\rho\phi g\bar{h} \quad (8.5)$$

avec $\Delta\rho = \rho_p - \rho_f = 110 \text{ kg.m}^{-3}$ la différence de masse volumique entre les particules (PMMA, $\rho_p = 1180 \text{ kg.m}^{-3}$) et le fluide (tritonx100, $\rho_f = 1070 \text{ kg.m}^{-3}$), g la constante gravitationnelle, ϕ la fraction volumique et \bar{h} la hauteur moyenne de l'empilement. Dans le cas présent, nous avons $\phi = 0.61$, $\mu = 0.4 \pm 0.1$, $\bar{h} = 0.0489 \text{ m}$, ce qui donne $\sigma_f \sim 9 \text{ Pa}$.

La courbe de la Fig.8.6 (sans vibrations) peut être ajustée par la loi de Hershel-Buckley [89]. Cette loi établit une relation entre la contrainte de cisaillement σ et le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, et est généralement exprimée sous la forme d'une loi de puissance :

$$\sigma = \sigma_f + k\dot{\gamma}^n \quad (8.6)$$

avec $n = 0.84$, $k = 8.77$ et $\sigma_f = 13.65 \text{ Pa}$. Cette valeur expérimentale de la contrainte frictionnelle σ_f est en accord avec la valeur théorique d'environ $\sigma_f \sim 9 \text{ Pa}$.

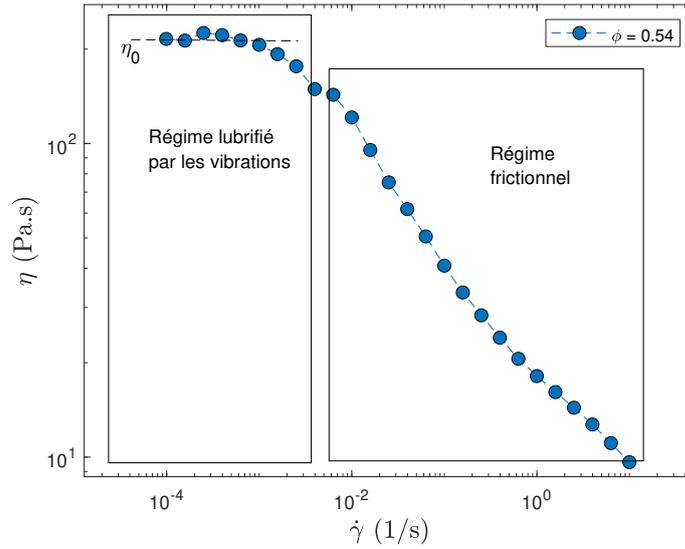


Figure 8.7 Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et mise en évidence d'un plateau de viscosité η_0 à bas cisaillement pour des billes de PMMA de 600 μm immergées dans du tritonx100.

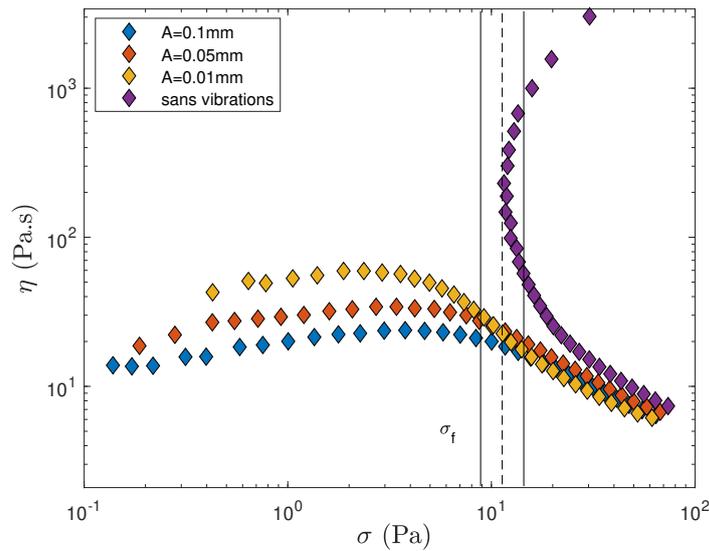


Figure 8.8 Viscosité η_f en fonction de la contrainte de cisaillement σ pour différentes valeurs de contrainte de vibrations σ_v pour des billes de PMMA de 600 μm immergées dans du tritonx100 ($\phi = 0.61$).

En présence des vibrations ($\sigma_v \neq 0$)

La Fig.8.8 montre l'évolution de la viscosité η en fonction de la contrainte de cisaillement σ pour une suspension de billes de PMMA de 600 μm , et met en évidence l'existence d'une transition de régime à $\sigma = \sigma_f$, avec σ_f la contrainte frictionnelle entre un régime dominé par les vibrations ($\sigma < \sigma_f$) et un régime dominé par l'écoulement ($\sigma > \sigma_f$) [31][48]. Dans le cas d'une rhéométrie classique et pour de faibles valeurs de gradient de vitesse, quelques études [39][47][49] ont montré que l'application des vibrations à des suspensions granulaires permet la

suppression de la contrainte seuil et l'apparition d'un plateau de viscosité.

- Pour $\sigma < \sigma_f$: l'effet des vibrations prédomine l'écoulement, en supprimant la contrainte seuil du système et font apparaître un plateau newtonien de viscosité η_0 . Cette dernière dépend de l'énergie fournie au système, telle que η_0 diminue quand σ_v augmente. D'un point de vue macroscopique, les vibrations entraînent une transition du système d'un état "frictionnel" à un état "visqueux". Les particules glissent les unes par rapport aux autres de manière fluide, similaire à un fluide visqueux. Cela se produit lorsque les forces de frottement entre les particules sont relativement faibles et que les particules peuvent se déplacer facilement. Cela signifie que les propriétés globales du milieu granulaire évoluent en fonction de l'intensité des vibrations. L'énergie mécanique injectée dans le système engendre alors une mobilité des particules et ces dernières sont d'autant plus agitées que l'énergie est grande, ce qui implique une chute de la viscosité.
- Pour $\sigma > \sigma_f$: en revanche, lorsque la contrainte frictionnelle devient plus importante, l'effet des vibrations devient moins important par rapport aux interactions entre les particules, conduisant à un régime d'écoulement dominé par l'écoulement interne du milieu granulaire. En effet, lorsque la contrainte frictionnelle prédomine, les particules ont tendance à s'agréger et à former des structures plus solides. Les vibrations peuvent alors avoir moins d'impact sur la mobilité et la fluidité de la suspension, car les forces de contact entre les particules sont plus fortes et limitent les mouvements individuels. Donc toutes les courbes réalisées à différentes vibrations sont confondues avec celle réalisée sans vibrations. Le système présente alors un comportement frictionnel, indépendamment de la contrainte de vibration appliquée.

Effet du fluide interstitiel sur le comportement rhéologique d'une suspension granulaire

Nous remarquons cette transition bas-haut cisaillement plus clairement dans la Fig.8.9, où nous avons tracé les courbes d'écoulement pour différentes valeurs de viscosité du fluide interstitiel. Nous remarquons que toutes les courbes se croisent en un point critique $\dot{\gamma}_c$ à partir duquel le comportement de la suspension s'inverse, pour une même valeur de viscosité que nous avons nommé η_c .

Pour $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$, la viscosité de la suspension diminue quand celle du fluide interstitiel augmente contrairement à $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ où ce comportement s'inverse. A partir de la Fig.8.9, nous avons $\eta_c = 21 \text{ s}^{-1}$ pour une valeur de $\dot{\gamma}_c = 0.7 \text{ Pa.s}$. Les deux quantités sont reliées par une contrainte de cisaillement critique qui n'est autre que la contrainte frictionnelle par $\sigma_f = \eta_c \dot{\gamma}_c$, ce qui donne une valeur de $\sigma_f = 14.7 \text{ Pa}$ qui est en accord avec les valeurs trouvées précédemment. Ce comportement est observé en absence de vibrations et suggère un rôle du cisaillement sur la structuration de la suspension dépendant elle-même de la viscosité du fluide.

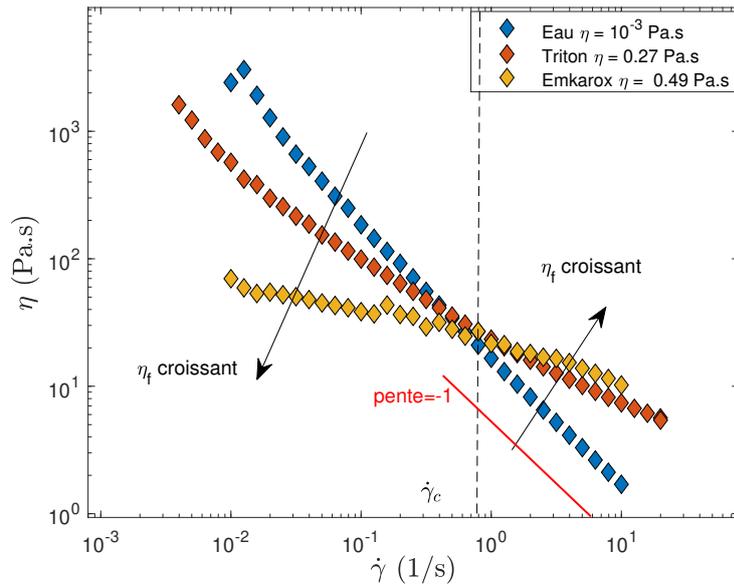
Ce comportement provient des forces présentes lors du cisaillement, notamment les forces hydrodynamiques entre les particules et le fluide interstitiel, les interactions de contacts lubrifiés entre les particules, ainsi que les interactions de contact frictionnelles [64].

La prédominance de l'une de ces forces par rapport aux autres est liée à la nature du mouvement des grains, qui diffère selon la sollicitation prédominante, c'est-à-dire les vibrations ou le cisaillement.

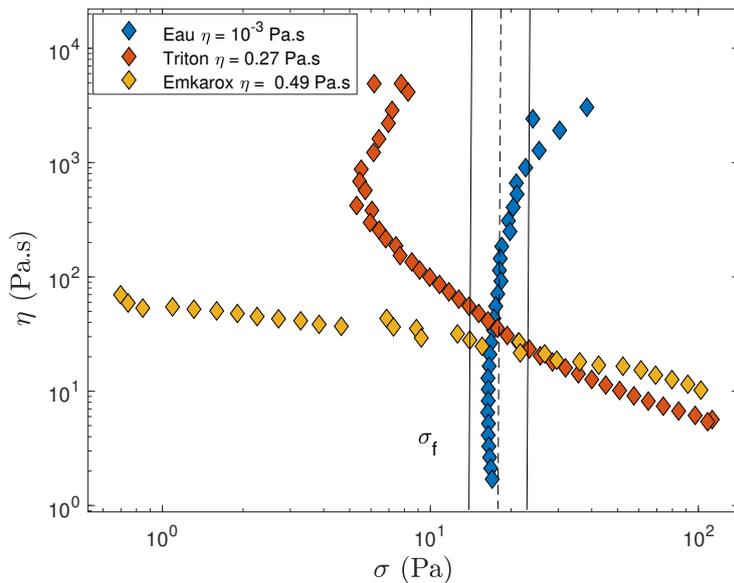
Pour $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ lorsque la viscosité du fluide interstitiel augmente au début, la viscosité apparente de la suspension granulaire diminue. Cela peut sembler paradoxal, mais cela peut être expliqué par le fait que le fluide interstitiel plus visqueux peut mieux lubrifier les particules, réduisant ainsi les interactions et la friction entre elles. Les particules sont donc séparées par une fine couche de fluide et elles interagissent par des contacts lubrifiés. Cette force de lubrification agit pour repousser les particules les unes des autres, ce qui peut contribuer à réduire les interactions et la friction entre les particules. Pour qu'il y ait contact alors entre les particules, une force supplémentaire doit être présente pour contrer cet effet répulsif, qui n'est autre que la pression granulaire P_g . Ce régime à bas cisaillement serait donc contrôlé par une compétition entre les forces de lubrification et les forces frictionnelles, ce qui entraîne une diminution de la viscosité apparente de la suspension.

Pour $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ au delà du taux de cisaillement critique $\dot{\gamma}_c$, la distance entre les particules augmente, créant ainsi des espaces interstitiels plus importants, ce qui entraîne une diminution des interactions de contacts lubrifiés entre les particules. En conséquence, les interactions hydrodynamiques entre le fluide interstitiel et les particules deviennent plus importantes que les interactions de contacts lubrifiés. À ce stade, le comportement s'inverse, et la suspension se comporte davantage comme un matériau visqueux avec une viscosité apparente plus élevée. Le régime à haut cisaillement sera donc contrôlé par une compétition entre dissipation visqueuse et force frictionnelle.

$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_c$ correspond alors au point de transition entre un régime à bas cisaillement dominé par les forces visqueuses, et un régime à haut cisaillement dominé par la dissipation visqueuse. Le point de transition peut alors être considéré comme un point d'équilibre entre la force de lubrification, la force frictionnelle et la force visqueuse.



(a)



(b)

Figure 8.9 (a) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ sans vibrations pour des billes PMMA de $600 \mu\text{m}$, différentes viscosités de fluide interstitiel. (b) Évolution de la viscosité η en fonction de la contrainte de cisaillement σ sans vibrations pour des billes PMMA de $600 \mu\text{m}$, différentes viscosités de fluide interstitiel.

Effet de la dilatance

Le principe de dilatance de Reynolds stipule qu'un milieu granulaire compacte ne peut se déformer qu'en augmentant son volume. Afin de se déplacer, les grains ont besoin de s'éloigner mutuellement pour échapper aux confinements imposés par leurs voisins. Cette séparation aboutit à une augmentation du volume de l'ensemble de l'empilement, permettant ainsi aux grains de se déplacer plus librement. Lorsque la dilatance se produit, elle peut influencer le comportement de l'écoulement du milieu granulaire. Afin d'observer ce phénomène, nous avons

augmenté la fraction volumique apparente ϕ en réduisant la hauteur du surnageant au fur et à mesure tout en mesurant la viscosité apparente.

Pour une fraction initiale de $\phi = 0.54$ (Fig.8.10), la viscosité apparente η diminue en fonction du taux de cisaillement sans changement brusque comme observé précédemment. Pour cette fraction, le phénomène de dilatance se produit comme le montre la Fig.8.11, où les billes se déplacent en haut sans atteindre la surface du surnageant. En conséquence, les billes ne sont pas complètement bloquées et pressées contre la surface du mélange, chose qui n'influence pas de manière significative l'évolution de la viscosité apparente du mélange.

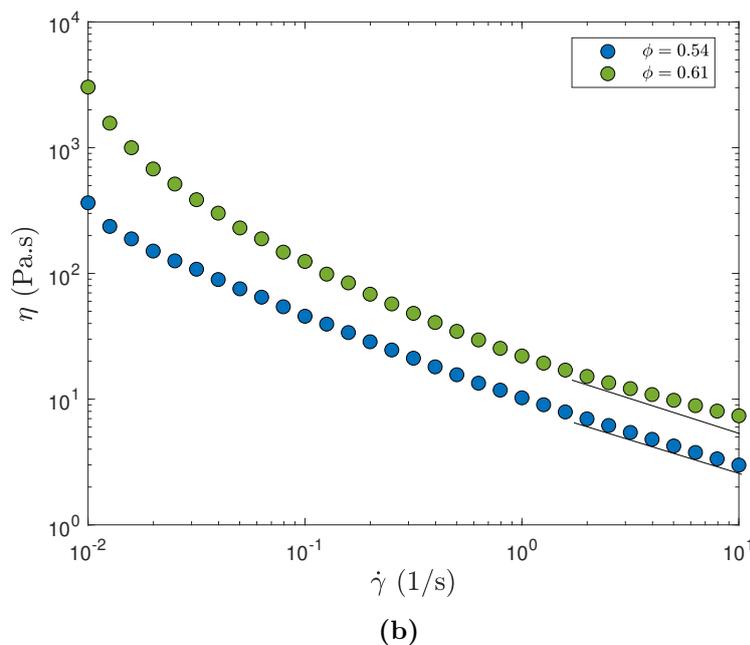
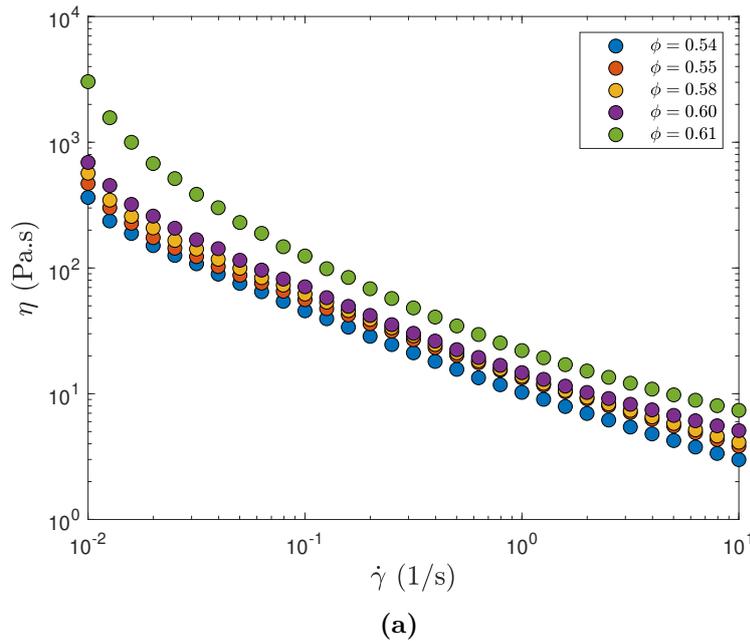


Figure 8.10 (a) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour différentes fractions volumiques ϕ . (b) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour deux fractions volumiques $\phi = 0.54, 0.61$.

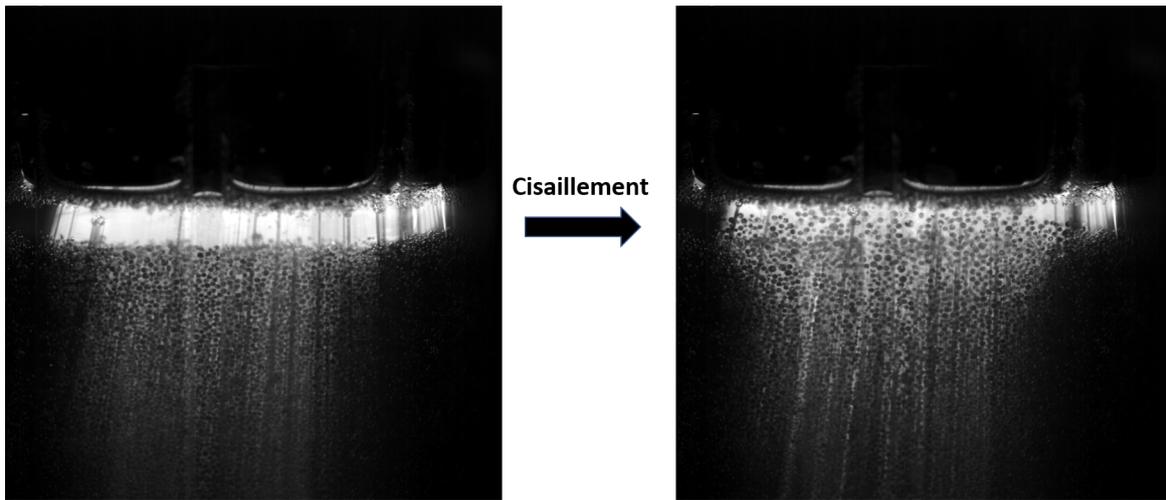


Figure 8.11 Aperçu d'une coupe globale de l'effet de la dilatance pour des billes PMMA de $600 \mu\text{m}$ immergées dans du tritonx100 pour $\phi = 0.54$. La première image est prise pour $\dot{\gamma} = 0.012 \text{ s}^{-1}$ et la deuxième pour $\dot{\gamma} = 5.011 \text{ s}^{-1}$.

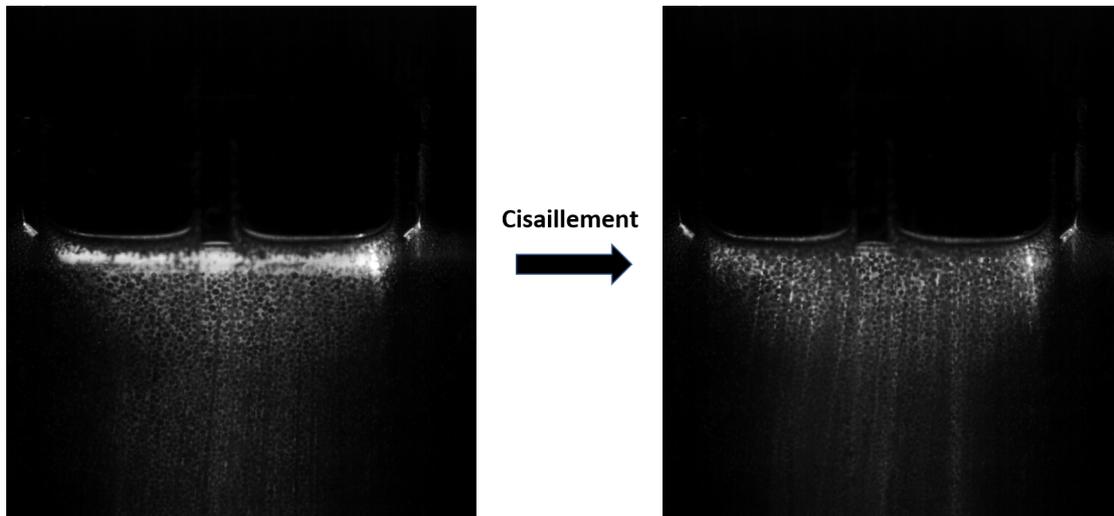


Figure 8.12 Aperçu d'une coupe globale de l'effet de la dilatance pour des billes PMMA de $600 \mu\text{m}$ immergées dans du triton x100 pour $\phi = 0.58$. La première image est prise pour $\dot{\gamma} = 0.012 \text{ s}^{-1}$ et la deuxième pour $\dot{\gamma} = 5.011 \text{ s}^{-1}$.

En augmentant au fur et à mesure la fraction apparente ϕ et ceci en baissant la hauteur du liquide à l'aide d'une pipette comme expliqué précédemment, les particules commencent à atteindre plus rapidement la surface du surnageant et à occuper plus de volume sous l'effet de la dilatance comme le montre la Fig.8.12. Pour une fraction $\phi = 0.61$, nous remarquons alors un changement de la tendance de la courbe par une sorte de divergence de la viscosité à bas et haut cisaillement. A bas cisaillement, nous remarquons que la viscosité η augmente de manière significative vu que la suspension est devenue très dense. À des niveaux élevés de cisaillement, nous constatons un début de divergence de la courbe, se produisant à partir d'un taux de cisaillement moyen de $\dot{\gamma} = 1.5 \text{ s}^{-1}$. Cela signifie que la diminution de la viscosité est entrain de ralentir.

Afin de mieux visualiser ce début de divergence, nous avons sélectionné la première et dernière fraction de la Fig.8.10a sur la Fig.8.10b. À mesure que les billes s'approchent plus facilement de la surface, elles rencontrent une résistance due à la tension de surface (Fig.8.13). Cette résistance ralentit leur mouvement et contribue à freiner légèrement l'évolution de la viscosité apparente du mélange ce qui fait apparaître cette divergence de la courbe à haut cisaillement $\dot{\gamma}$. Ce phénomène peut être comparé à une friction, où le mouvement des particules est quelque peu entravé par les frottements entre les particules et le fluide. Cette instabilité de cisaillement est d'autant plus prononcée que la concentration en particule est grande et que le système est confiné. La surface libre empêche alors le système de se dilater et entraîne l'apparition de bandes de cisaillement.

Nous avons caractérisé l'évolution de la dilatance du mélange par l'extraction de la position des particules mobiles (voir Fig.8.14) au fil du temps sous cisaillement comme le montre la Fig.8.15.

Cette extraction a été faite en utilisant une coupe centrale transversale (voir Fig.8.16) comme mentionnée précédemment. Les particules à l'intérieur de l'échantillon ne se déplacent pas brusquement vers le haut. Au lieu de cela, elles ont tendance à se propager de manière progressive et horizontale au fil du temps et de la force de cisaillement. Cette propagation horizontale de la dilatance signifie que l'augmentation du volume se propage progressivement à travers le mélange à mesure que le cisaillement augmente.

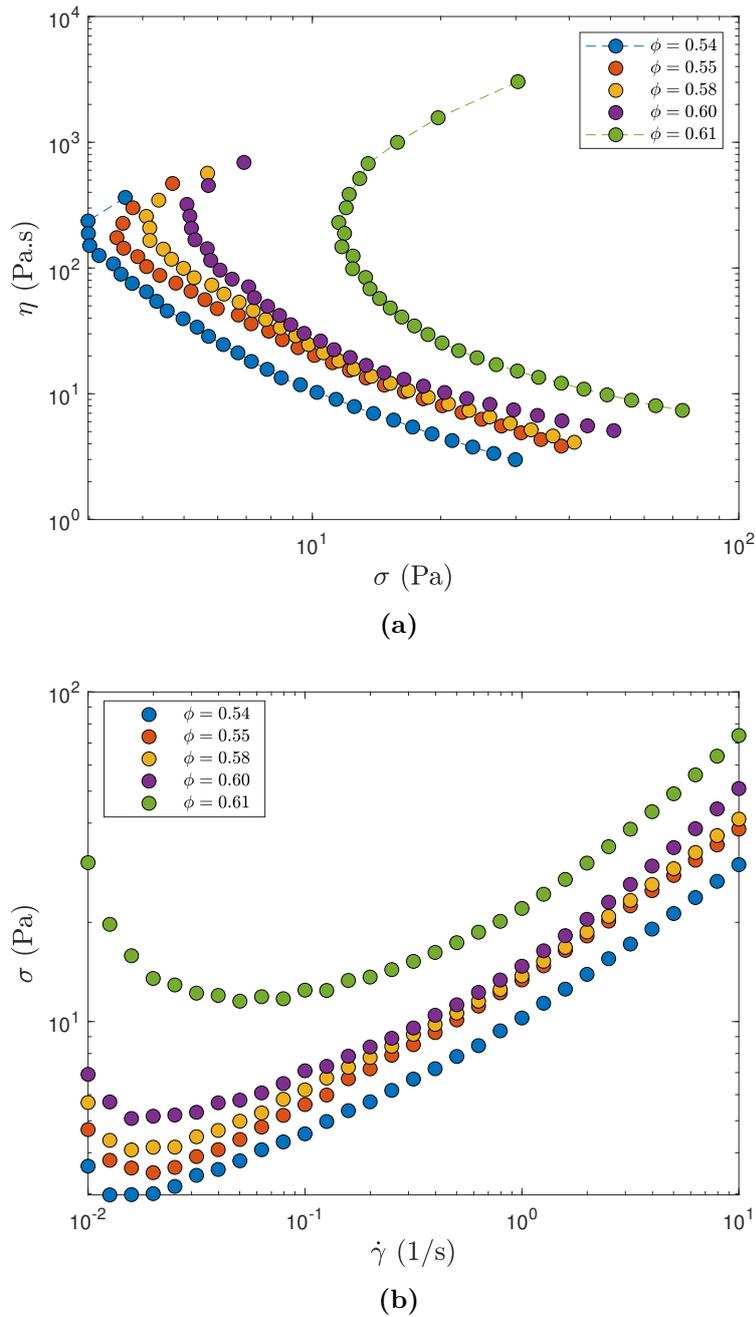


Figure 8.13 (a) Évolution de la viscosité η en fonction de la contrainte de cisaillement σ pour différentes fractions volumiques ϕ . (b) Évolution de la contrainte de cisaillement σ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour différentes fractions volumiques ϕ .

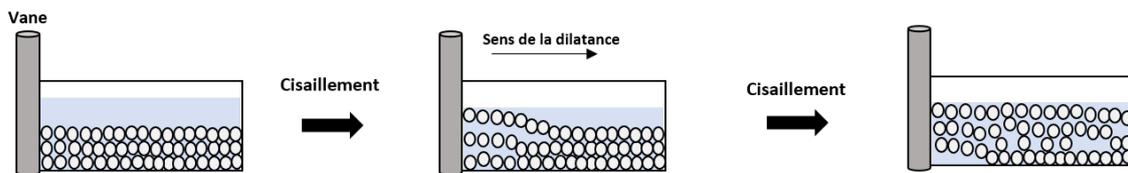


Figure 8.14 Schéma illustrant la dilatance et l'expansion des particules horizontalement.

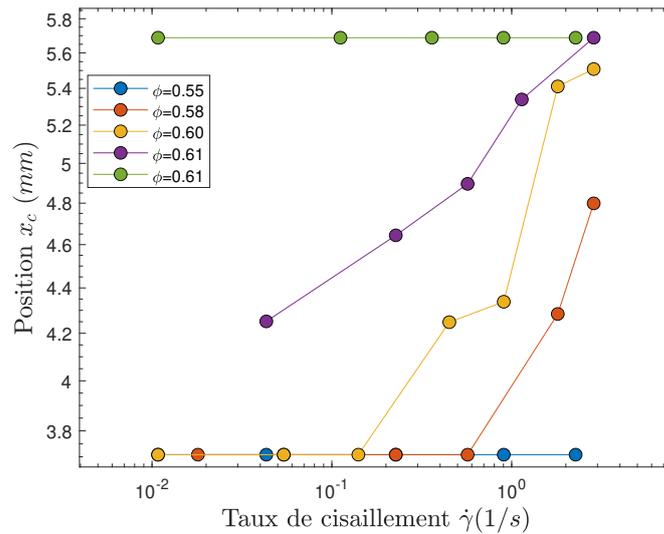


Figure 8.15 Évolution de la position x_c en fonction du taux de cisaillement sans vibrations pour différentes fractions volumiques. Cette position se propage de manière progressive et horizontale au fil du temps et du cisaillement. En augmentant la fraction, la position initiale de x_c ne reste plus la même vu que nous nous approchons d'une pâte saturée, et donc les particules occupent de plus en plus la zone proche du vane représentant la position initiale.

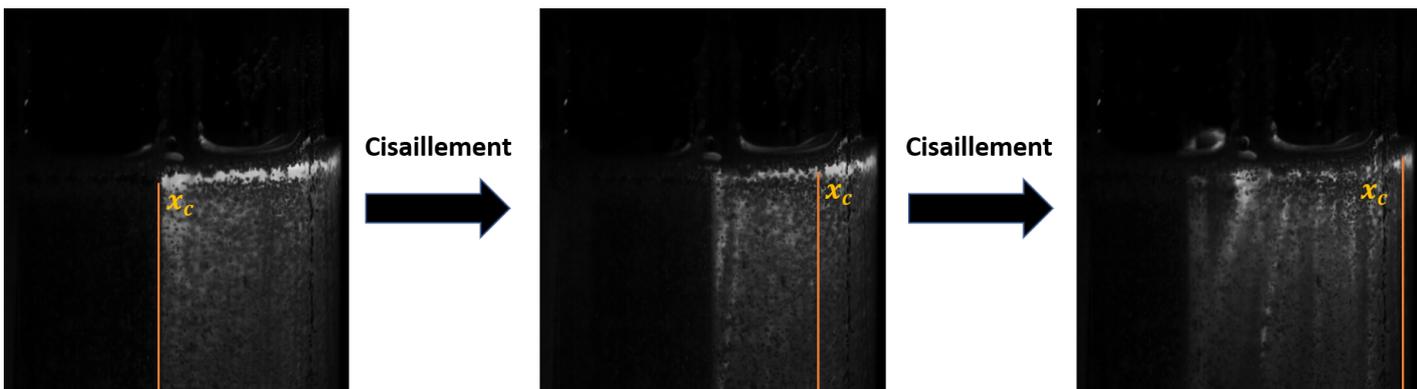


Figure 8.16 Aperçu de la dilatance du mélange et de la position x_c particules sous une coupe centrale et transversale.

Cependant, à mesure que le taux de cisaillement augmente encore plus, le comportement des particules peut devenir instable, conduisant à des ruptures et des fractures au sein du mélange comme le montre la Fig.8.17. Cette instabilité peut altérer la capacité d'observation et d'analyse des images.

En effet, nous avons essayé d'aller au delà des taux de cisaillement étudiés afin de capter plus longtemps l'effet de la dilatance sur la viscosité, mais nous avons remarqué que si le taux de cisaillement est augmenté au-delà d'un certain seuil, cela peut entraîner parfois le renversement du mélange rendant difficile l'observation des changements liés à la dilatance. D'autre part, si la fraction volumique de l'échantillon est augmentée de manière significative sous cisaillement, comme le montre la Fig.8.17, cela peut influencer les interactions entre les particules et engendrer une fracturation du mélange. La fracturation dans les suspensions granulaires est un phénomène qui se produit lorsque la contrainte appliquée dépasse la résistance

mécanique des liaisons entre les particules, ce qui entraîne une séparation des particules et la formation de vides dans le milieu.

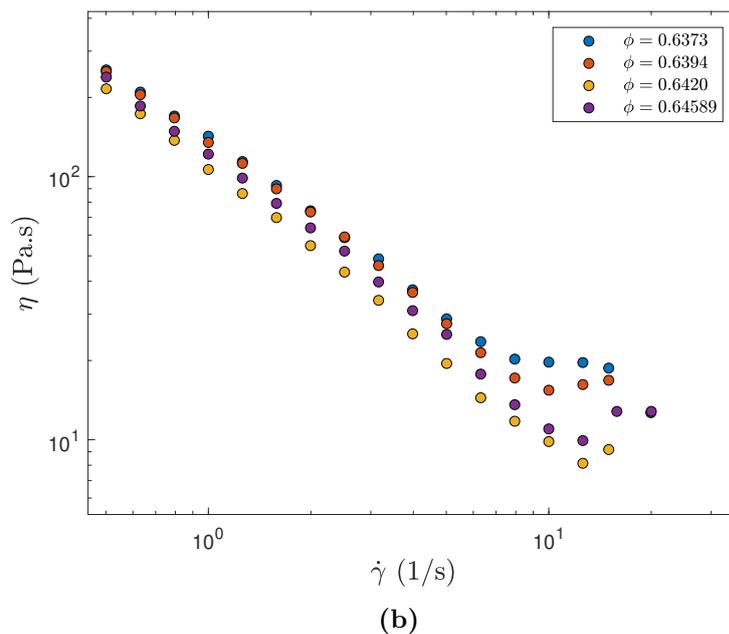
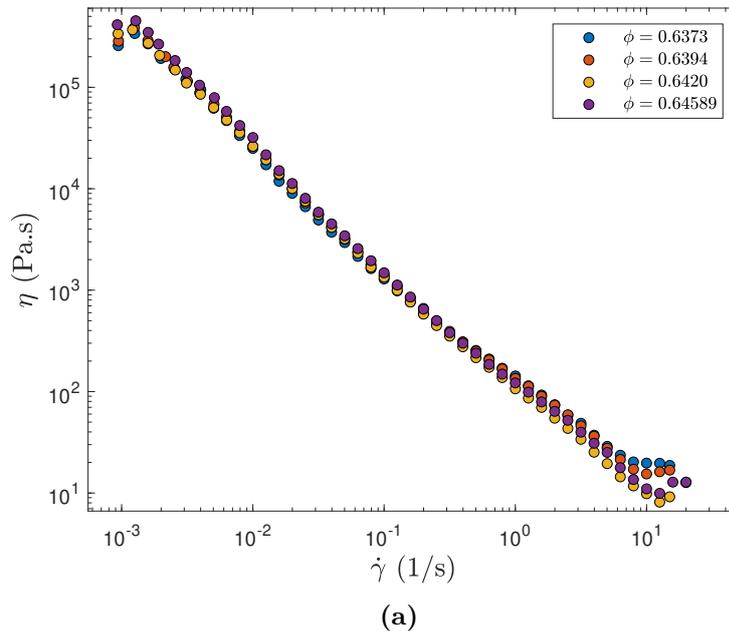


Figure 8.17 (a) Évolution de la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour des fractions volumiques importantes montrant une fracturation du mélange à haut cisaillement. (b) Zoom sur la fracturation du mélange à haut cisaillement.

Effet de la taille des particules

L'influence de la taille des particules a été étudiée pour trois tailles différentes $d = 45, 85, 600 \mu\text{m}$. Ces billes ont été mélangées avec de l'eau pour former une fraction volumique de $\phi = 0.58$ pour chaque taille de particules. Nous avons opté pour l'utilisation de l'eau comme fluide interstitiel en raison de sa faible viscosité et du temps de sédimentation relativement court par

rapport aux particules que nous utilisons. Dans un premier temps, nous avons cisailé comme précédemment de 10^{-2} s^{-1} jusqu'à 10 s^{-1} comme le montre la Fig.8.18a.

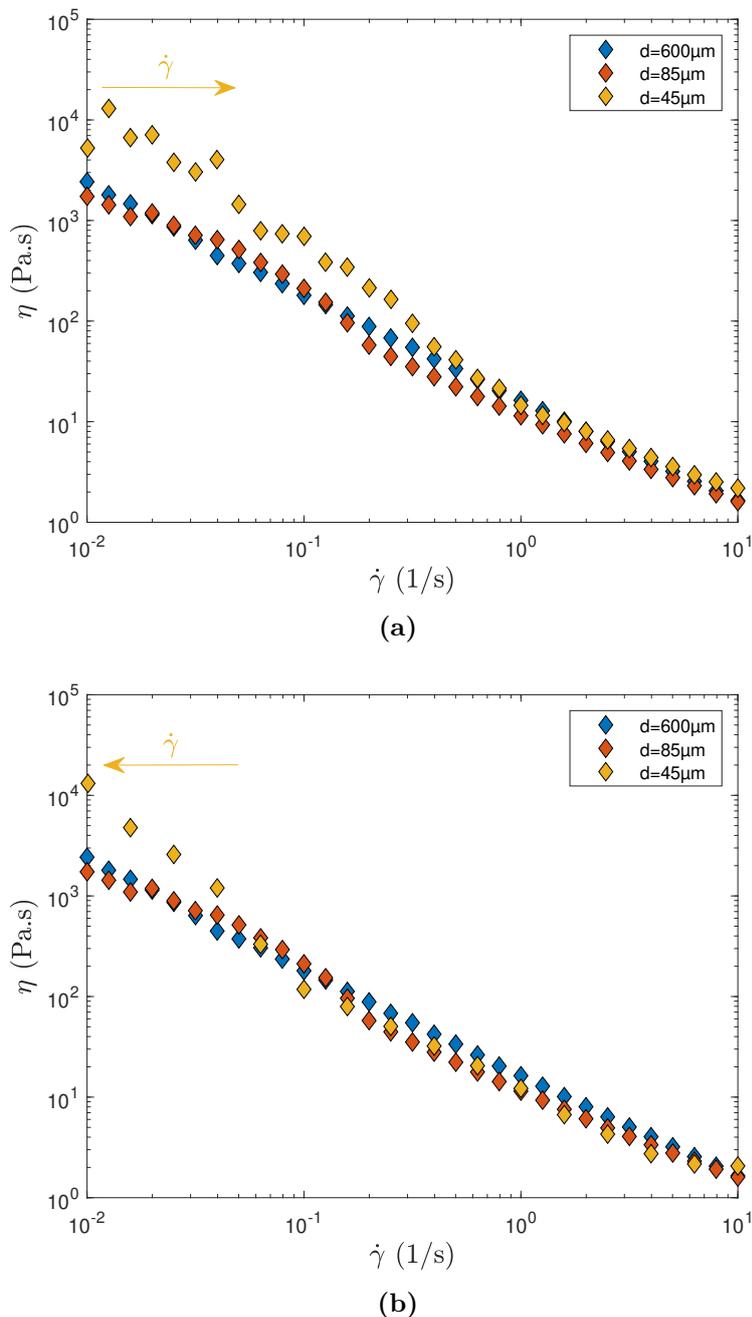


Figure 8.18 (a) Évolution de la viscosité apparente η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ de 10^{-2} à 10 pour différentes tailles de billes de PMMA. (b) Évolution de la viscosité apparente η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ de 10 à 10^{-2} pour différentes tailles de billes de PMMA.

Nous remarquons que les billes de $45 \mu\text{m}$ ont une viscosité plus importante au début du cisaillement que les billes de 85 et $600 \mu\text{m}$. Les petites billes ont tendance à s'agglomérer plus étroitement et à former des structures compactes, en particulier lorsqu'elles sont mélangées avec de l'eau. Ces structures peuvent entraver l'écoulement initial en résistant au cisaillement, ce qui se traduit par une viscosité plus élevée. Elles ont tendance à se rapprocher davantage les unes des autres, ce qui augmente les interactions entre elles. Ces interactions accrues rendent plus

difficile le déplacement relatif des grains lors d'un cisaillement, ce qui entraîne une augmentation de la viscosité apparente du milieu.

Nous avons ensuite inversé l'ordre du cisaillement sur la Fig.8.18b de 10 jusqu'à $10^{-2}(1/s)$ afin de vérifier si ce phénomène est bien reproductible et s'il n'est pas lié aux conditions initiales du mélange engendrées par la compaction des billes au repos. Nous avons obtenu alors le même résultat, où la viscosité des billes plus petites est plus importante au début du cisaillement confirmant que celles-ci sont plus susceptibles à s'agglomérer à bas cisaillement.

Nous remarquons également que peu importe l'ordre de cisaillement appliqué, les effets liés à la taille des particules deviennent moins prédominants par rapport à l'effet global du cisaillement intense lorsque le taux de cisaillement atteint un niveau élevé. Les courbes de comportement des suspensions à différentes tailles de particules commencent alors à se rapprocher et à se superposer. En d'autres termes, à haut cisaillement, les propriétés du mélange ne deviennent plus dépendantes de l'organisation globale des particules et de leur capacité à former des structures de manière cohérente.

8.3 Ouverture sur la dynamique d'étalement d'une colonne de pâte granulaire

Nous présentons ici une piste vers une ouverture sur la dynamique d'étalement d'une pâte granulaire. La rotation du vane dans le rhéomètre peut créer des mouvements globaux qui rendent difficile la visualisation précise du mouvement individuel des particules, même avec des techniques comme la méthode iso-indice. En revanche, en utilisant une colonne granulaire en 2D qui s'étale, le suivi des particules devient possible grâce à cette méthode. Afin de caractériser ceci, nous avons mis en place un dispositif étudiant l'étalement d'une colonne granulaire (2D). En utilisant un modèle en 2D, nous pouvons réduire la complexité du problème tout en maintenant des similitudes essentielles avec des systèmes en trois dimensions (3D).

8.4 Dispositif expérimental

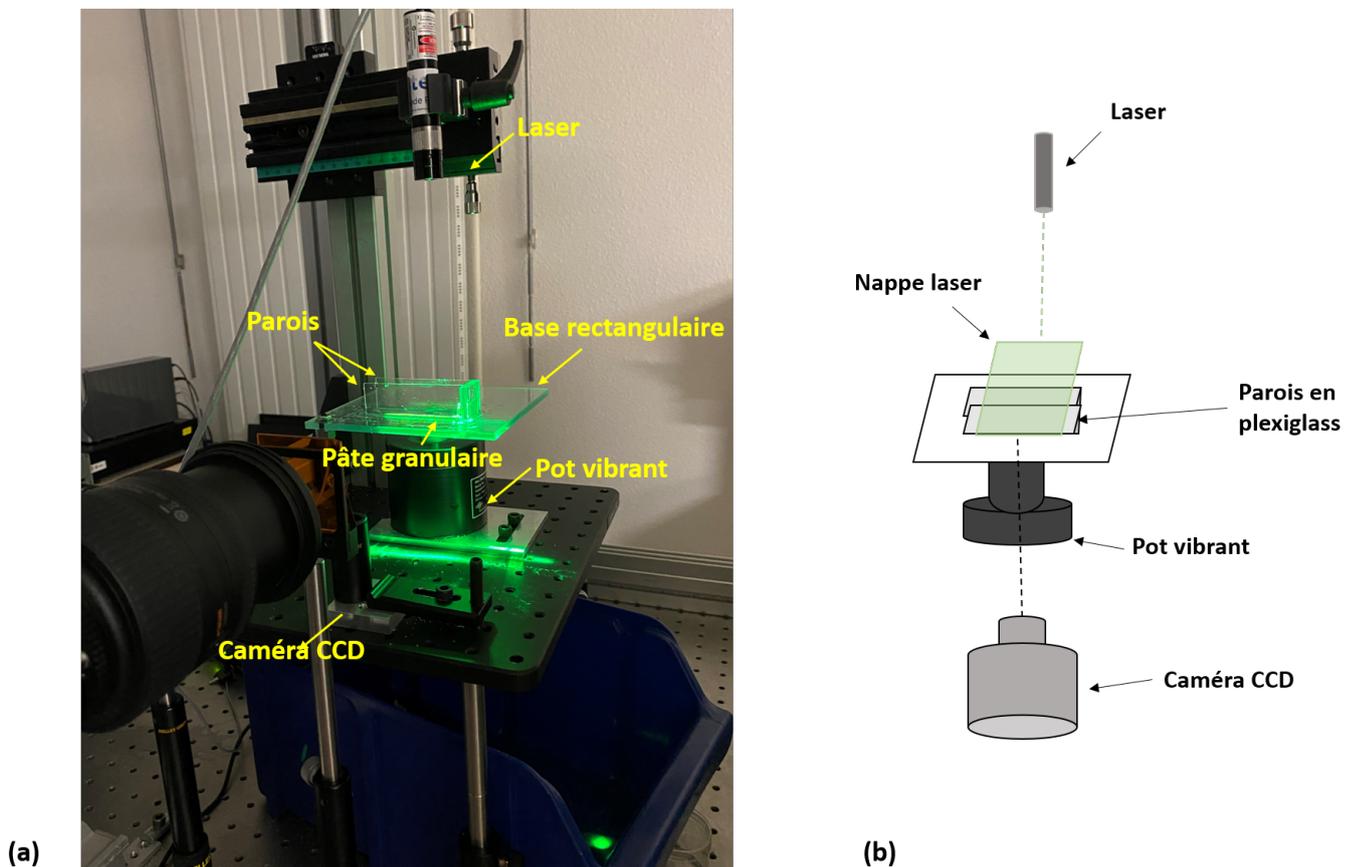


Figure 8.19 (a) Dispositif expérimental de l'étalement d'une colonne de pâte granulaire. (b) Schéma du dispositif.

Le dispositif expérimental, ainsi qu'un schéma explicatif sont présentés dans la Fig.8.19. Une pâte granulaire, composée de triton x100 ($\rho_f = 1070 \text{ kg.m}^{-3}$) mélangé avec des billes de PMMA de $d = 600 \text{ }\mu\text{m}$, est placée entre deux parois verticales en plexiglass. Le triton est mélangé à l'avance avec du pyrromethene, afin de rendre la pâte transparente. Cette pâte est ensuite

confinée grâce à une raclette comme le montre la Fig.8.20, afin de former une colonne granulaire. Nous vibrons la pâte pendant quelques secondes afin de faire sortir le surplus de liquide et obtenir un mélange saturé. Ce surplus est éliminé au fur et à mesure grâce à un coton-tige et les vibrations sont arrêtés. Nous rajoutons ensuite, grâce à une pipette, quelques gouttes de tritonx100 préalablement mélangé avec du pyrromethene afin de former une fine couche de film précurseur transparente. Une fois que cette couche du triton s'est diffusée de manière uniforme et homogène, nous retirons délicatement la raclette confinant la colonne granulaire qui se retrouve initialement en équilibre. Un laser est mis en place afin d'illuminer l'intérieur de la pâte avec une nappe laser de longueur d'onde $\lambda = 526$ nm et d'une puissance maximale de $P = 75$ mW. La Fig.8.21 représente un aperçu du résultat obtenu. Des vibrations verticales sinusoïdales sont ensuite appliquées grâce à un pot vibrant contrôlé par un système d'asservissement en boucle fermée (voir la section 5.1). Une caméra CCD haute fréquence (MotionBLITZ "EoSens mini") permet de filmer l'étalement de la colonne granulaire sous vibrations.

Le traitement des images est ensuite réalisé grâce ImageJ [90]. Nous avons écrit un programme sur ce logiciel permettant d'extraire l'évolution de la migration des particules dans la fine couche de triton lors de l'étalement de la colonne granulaire, comme le montre la Fig.8.22. Nous demandons au logiciel d'ouvrir l'image brute, de la rogner selon la zone d'intérêt qui est dans ce cas la fine couche liquide du triton dans laquelle les particules migrent. Nous binarisons ensuite l'image grâce à un seuil adéquat choisi manuellement pour chaque expérience. La commande "remove outliers" permet ensuite d'éliminer les parties parasites influençant le traitement. Une fois ces étapes réussies, l'option "Extract x and y coordinates", proposée par le logiciel ImageJ [90], permet de tirer les coordonnées x et y des contours qui seront sauvegardées dans des fichiers uniques pour chaque image. Les mesures sont converties de px (pixels) en mm grâce à une calibration antérieure à l'aide d'une règle placée devant la colonne granulaire, puis enregistrées. Ces fichiers sont implémentés par la suite sur le logiciel Matlab afin de nous aider à extraire le profil de la colonne granulaire, ainsi que l'évolution du front dans la fine couche de triton.

Une fois les données implémentées sur Matlab, ce dernier retrouve les coordonnées (x, y) de l'évolution du front des particules dans le film précurseur et repère un minimum et un maximum de x de l'évolution de ce front pour une distance fixe pour chaque image afin de pouvoir suivre l'évolution des particules. La position représentant l'évolution de la migration des particules au fur et à mesure en fonction du temps est appelée alors $x_p(t)$.

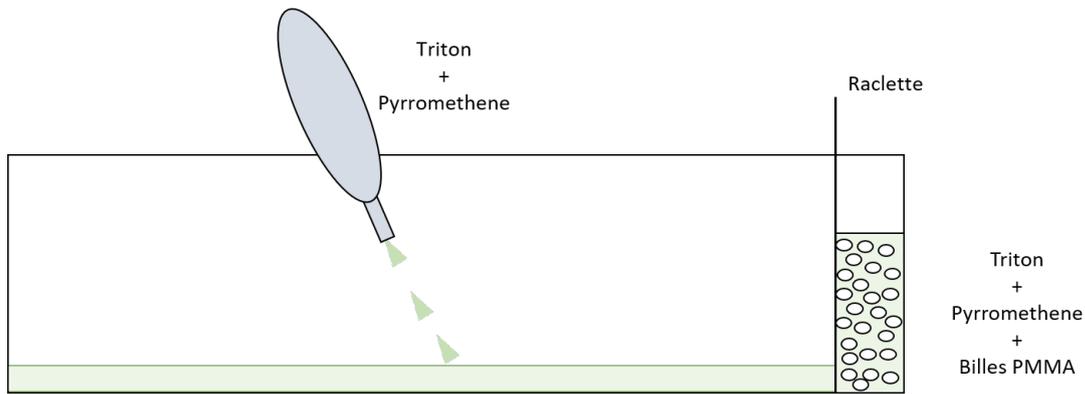


Figure 8.20 Schéma explicatif de la préparation de la colonne granulaire. Pendant que la pâte granulaire saturé est confinée grâce à une raclette, nous ajoutons quelques gouttes de triton mélangé avec du pyrromethene afin de former une couche mince de liquide qui permettra par la suite l'étalement de la colonne granulaire.



Figure 8.21 Aperçu de la colonne granulaire sous une nappe laser à $t = 0s$.

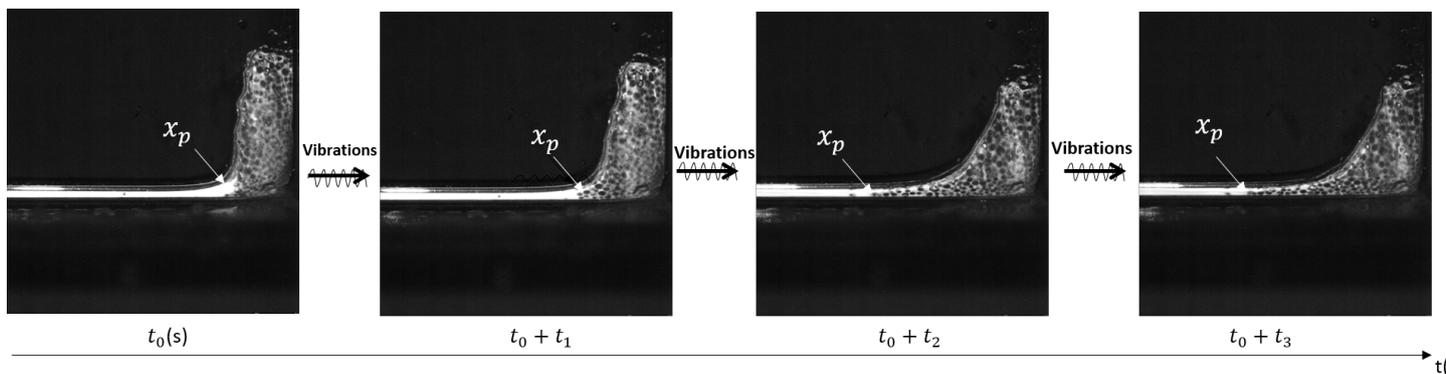


Figure 8.22 Aperçu de l'évolution de l'étalement de la colonne granulaire pour une amplitude $A = 150 \mu m$ et une fréquence de $f = 50 \text{ Hz}$. x_p est la position des particules.

8.5 Résultats et discussion

La colonne granulaire est confinée au début grâce à une raclette, ce qui exerçait une certaine pression sur la pâte. Cette pression initiale renforce les forces de cohésion entre les particules. Ces forces peuvent résulter de liaisons capillaires ou de l'adhésion des particules entre elles à travers le liquide, et donc elles maintiennent les particules groupées et empêchent la pâte de

s'écouler librement, d'où sa forme rectangulaire initiale comme le montre la Fig.8.23. Lorsque le liquide est éliminé à l'aide d'un coton-tige, cela se fait de manière progressive et donc la pâte est saturée en liquide de manière uniforme, sans générer de contraintes importantes entre les particules. En retirant ensuite la raclette, la colonne granulaire maintient son équilibre même après être entrée en contact avec le film précurseur. En effet, la surface libre du film génère une tension superficielle qui agit pour maintenir la forme du ménisque. Cette tension superficielle contribue à empêcher le liquide de pénétrer profondément dans la colonne granulaire, créant ainsi une interface stable entre la colonne granulaire et le film précurseur.

Lorsque des vibrations sont appliquées à la colonne, elles introduisent une perturbation dans cet équilibre. Ces vibrations peuvent briser les contacts entre les particules, ce qui permet à la colonne de commencer à s'étaler. De plus, les vibrations peuvent provoquer un déplacement du fluide interstitiel vers la couche mince, entraînant ainsi la migration des particules de la pâte dans cette zone. Le résultat de ce déséquilibre se traduit par un changement du profil de la colonne granulaire comme le montre la Fig.8.24.

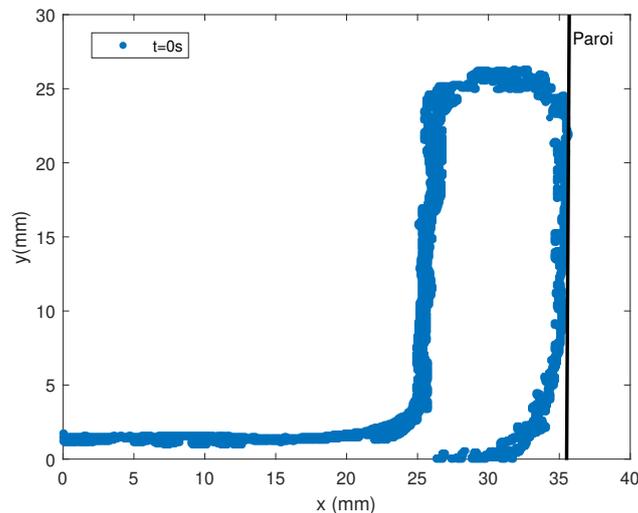


Figure 8.23 Profil de la colonne granulaire pour une fréquence de $f = 50$ Hz et une amplitude de $A = 150 \mu\text{m}$ à $t = 0\text{s}$.

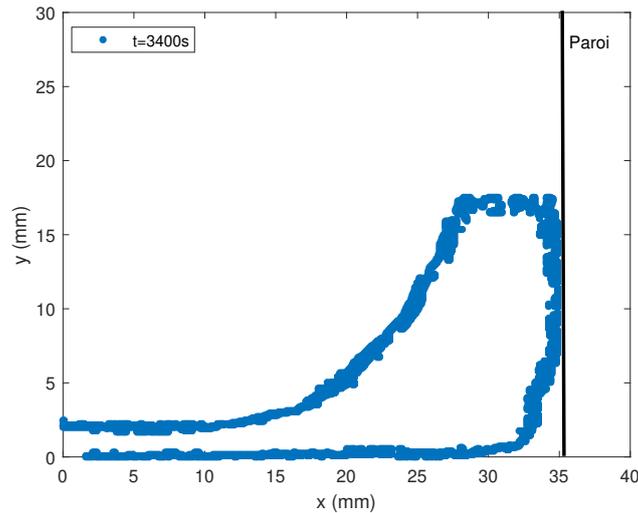


Figure 8.24 Profil de la colonne granulaire pour une fréquence de $f = 50$ Hz et une amplitude de $A = 150 \mu\text{m}$ à $t = 3400$ s.

L'effet des vibrations peut être observé sur la [Fig.8.25](#) et [Fig.8.26](#) où est tracée l'évolution de la position des particules en fonction du temps pour différentes amplitudes et fréquences. Comme vu précédemment, nous avons fixé la position x_p des particules en un minimum et un maximum. Les particules migrent vers le minimum de (x) en fonction des vibrations. Donc plus nous augmentons les vibrations, plus les particules se rapprochent du $\min(x)$ que nous avons fixé, chose qui donne une évolution décroissante ([Fig.8.27](#)).

Sous l'effet des vibrations, les particules à l'intérieur de la colonne, en réponse aux forces oscillatoires, commencent à se déplacer. Elles peuvent effectuer des mouvements verticaux ou latéraux en réponse aux variations de l'énergie cinétique induites par les vibrations. En augmentant l'amplitude ou la fréquence des vibrations, l'énergie cinétique transmise aux particules augmente également. Cela signifie que les particules ont plus d'énergie pour surmonter les forces capillaires qui les maintiennent en place. Avec l'augmentation de l'énergie cinétique, les particules peuvent migrer sur de plus grandes distances. Nous observons également que le déplacement du front de l'empilement présente une vitesse quasiment constante aux temps longs. Cette vitesse ne dépend pas significativement de la vibration. Ce résultat va dans les sens des observations réalisées dans la partie précédente où les vibrations tendent principalement à modifier le seuil de l'écoulement.

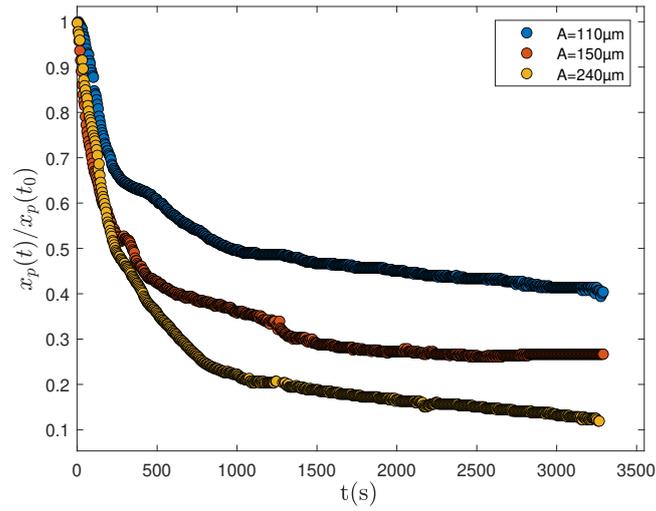


Figure 8.25 Évolution temporelle de la migration des particules de la pâte granulaire dans le film précurseur pour différentes amplitudes et une fréquence fixe de $f = 50$ Hz.

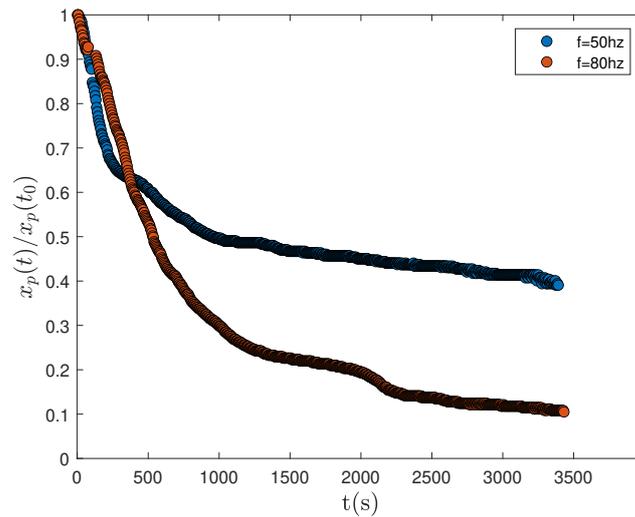


Figure 8.26 Évolution temporelle de la migration des particules de la pâte granulaire dans le film précurseur pour différentes fréquences et une amplitude fixe de $A = 110 \mu\text{m}$.

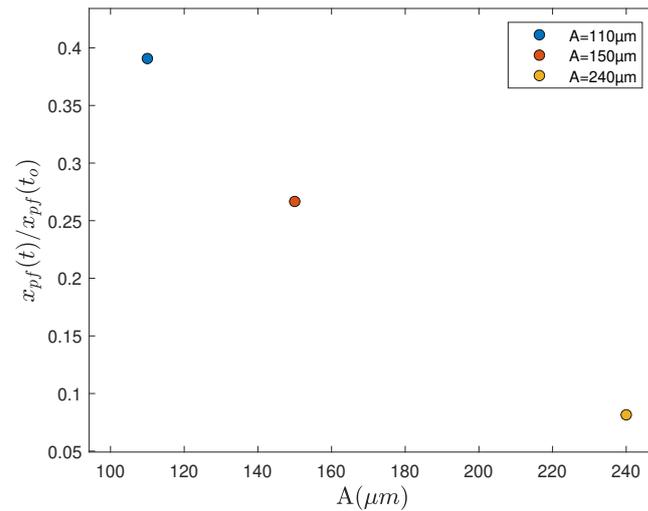


Figure 8.27 Évolution temporelle de la position finale $x_{pf}(t)/x_{pf}(t_0)$ de la migration des particules de la pâte granulaire dans le film précurseur pour différentes amplitudes et une fréquence fixe de $f = 50$ Hz.

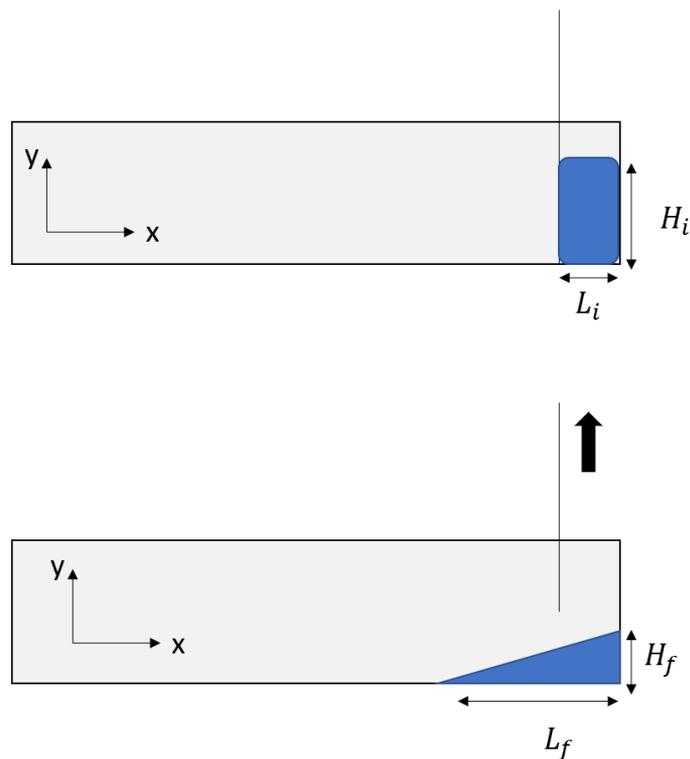


Figure 8.28 Schéma de l'installation expérimentale : Une colonne granulaire saturée de tritonx100, définie par sa longueur initiale L_i et sa hauteur initiale H_i , initialement située du côté droit d'une raclette coulissante, est libérée dans l'air et finit par former un dépôt caractérisé par une longueur d'étalement finale L_f et une hauteur finale H_f .

Lorsque la colonne granulaire est confinée, elle se caractérise par une longueur initiale L_i et une hauteur initiale H_i comme le montre la Fig.8.28. Ces conditions initiales sont utilisées pour calculer le rapport $a = \frac{H_i}{L_i}$. Une fois dé-confinée, celle-ci commence à s'étaler puis s'arrête pour former une longueur finale L_f et une hauteur finale H_f . Une caractéristique

remarquable de l'effondrement granulaire est que les échelles de longueur du dépôt final dépendent principalement du rapport d'aspect initial a [94]. Ce rapport a entre la hauteur initiale et la longueur initiale d'une colonne de pâte granulaire est un paramètre important pour caractériser son étalement. Ce rapport, vu précédemment, dans la section 3.3 est souvent utilisé pour évaluer la capacité d'une colonne de pâte granulaire à se propager latéralement lorsqu'elle est soumise à des forces d'étalement ou à des vibrations.

Les colonnes initialement plus hautes par rapport à leur longueur initiale ont tendance à montrer un étalement plus significatif, tandis que les colonnes initialement plus courtes et plus larges ont un étalement plus limité [15].

En d'autres termes, en formant une colonne plus haute par rapport à sa longueur initiale, l'étalement final de la colonne sera plus significatif par rapport à sa taille de départ.

La Fig.8.29 montre la gamme étudiée du rapport a et son rapport correspondant de la longueur finale sur la longueur initiale pour plusieurs vibrations. Le rapport a , dans cette étude, couvre une gamme allant de 0.7 jusqu'à 3.

Nous avons ensuite tracé l'évolution de la longueur L de la colonne granulaire en fonction du temps pour différentes amplitudes et une fréquence fixe de $f = 50$ Hz sur la Fig.8.30.

La migration des particules dans le fluide précurseur peut être augmentée également grâce à l'effet des vibrations. Nous observons, dans la Fig.8.30, qu'en augmentant les vibrations, la longueur L_f de la colonne granulaire augmente au cours du temps, et ceci en favorisant le glissement et la redistribution des particules au sein du film précurseur, ainsi qu'en baissant la viscosité apparente de la pâte comme démontré précédemment.

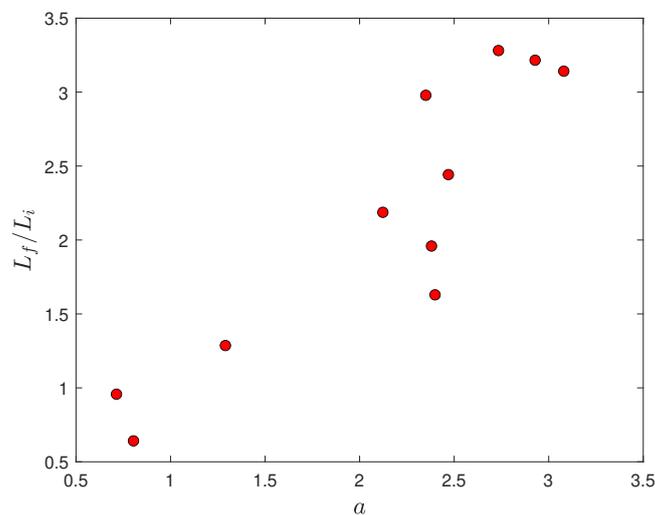


Figure 8.29 Le rapport de la longueur finale sur la longueur initiale de la colonne granulaire L_f/L_i en fonction de rapport a pour différentes vibrations.

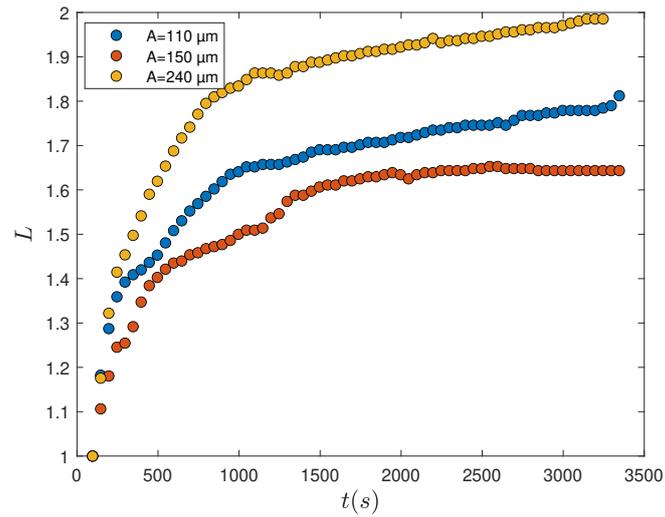


Figure 8.30 Évolution de la longueur de la colonne granulaire L en fonction du temps pour différentes amplitudes et une fréquence fixe de $f = 50$ Hz.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés, dans un premier temps, à la réponse rhéologique des suspensions granulaires en l'absence et en présence des vibrations. Nous avons montré que, dans une suspension granulaire sans vibrations, la contrainte frictionnelle est un facteur déterminant du comportement du système. Si les forces de frottement sont faibles, le comportement sera visqueux, tandis que si les forces de frottement sont élevées, le comportement sera frictionnel avec des mouvements discontinus et des zones de blocage. Les vibrations font en effet apparaître un plateau newtonien de viscosité η_0 pour des contraintes de cisaillement inférieures à la contrainte frictionnelle. Ce plateau correspond à une plage de contraintes de cisaillement relativement faibles, où la viscosité reste presque constante malgré l'augmentation de la contrainte.

Nous avons également étudié, dans un second temps, l'influence du phénomène de dilatance des particules dans le surnageant d'une suspension granulaire. Nous avons montré qu'en diminuant le surnageant d'une suspension granulaire, les particules se dilatent en touchant plus rapidement la surface du surnageant, ce qui permet d'augmenter la densité apparente du mélange granulaire. Cela conduit à une augmentation de la pression granulaire et à une modification des interactions entre les particules. Cette augmentation de la pression granulaire peut ralentir la diminution de la viscosité sous cisaillement. Bien que l'étude de la dilatance soit cruciale pour la compréhension des propriétés rhéologiques des matériaux granulaires, elle est confrontée à des défis liés aux taux de cisaillement élevés et à l'effet de fracturation.

Nous nous sommes penchés également sur des aspects tels que l'influence de la viscosité du fluide et de la taille des billes sur l'écoulement d'une suspension granulaire. Nous avons montré qu'en changeant la viscosité du fluide interstitiel, les viscosités apparentes des différentes suspensions se croisent en un point critique $\dot{\gamma}_c$ à partir duquel le comportement de la suspension s'inverse, pour une même valeur de viscosité que nous avons nommé η_c . Ce point critique $\dot{\gamma}_c$ correspond à la transition entre un régime à bas cisaillement dominé par les forces de lubrification entre les particules, et un régime à haut cisaillement dominé par la dissipation visqueuse entre les particules et le fluide interstitiel. Nous avons démontré également que les petites billes ont tendance à se compacter à bas cisaillement. Ceci engendre une résistance à la force de cisaillement, ce qui se manifeste par une augmentation de la viscosité du système. En augmentant le cisaillement, les effets liés à la taille des particules deviennent moins prédominants par rapport à l'effet global du cisaillement.

Nous avons ensuite conclu le chapitre par une ouverture sur l'étalement d'une colonne de pâte granulaire sous vibrations. Les vibrations peuvent influencer l'étalement de la colonne granulaire en modifiant sa viscosité apparente et en favorisant le glissement et la redistribution des particules chose qui permet d'accélérer la migration des particules dans le liquide précurseur. Avec l'augmentation de l'énergie cinétique, les particules peuvent migrer sur de plus grandes distances. Nous observons deux régimes : un régime aux temps courts correspondant à l'effondrement de la colonne dont la durée dépend fortement des vibrations et un régime aux temps longs où la vitesse est quasiment constante au cours du temps et peu dépendante de la vibration. Le rapport d'aspect a est un paramètre important à considérer lors de l'étude de l'étalement des colonnes granulaire.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Cette thèse porte sur l'étalement des milieux granulaires sous vibrations. Ce travail s'inscrit dans la continuité de nombreuses études sur la rhéologie des écoulements granulaires vibrés et l'étalement des milieux granulaires sous vibrations.

La première partie de ce travail porte sur l'étalement des milieux granulaires secs. Nous avons étudié, dans un premier temps, l'étalement libre d'un tas granulaire à masse fixe sur une surface solide rugueuse sous vibrations. Ce dispositif permet de sonder la friction et la résistance dans le bulk. Nous avons montré que la forme de l'empilement devient parabolique et auto-similaire aux temps longs. Nous avons également montré que l'application des vibrations permet la suppression de la contrainte seuil et fait apparaître un régime d'étalement en loi de puissance $\frac{R(t)}{R_0} = \beta t^m$. Nous avons montré que les vibrations augmentent la dynamique d'étalement, contrôlée par l'accélération des vibrations, à travers des réorganisations de particules à l'échelle microscopique.

L'exposant observé ne dépend pas de l'intensité des vibrations, ce qui traduit une universalité dans les mécanismes de relaxation du tas. La valeur très faible de cet exposant indique un comportement non-newtonien lors de l'étalement du tas granulaire, contrairement aux étalements de pâtes granulaires vu dans la littérature. Ceci montre que le fluide interstitiel entraîne les particules vers un comportement newtonien global.

Dans un second temps, nous avons isolé la friction entre les particules et la surface rugueuse en fixant le diamètre du fond. Nous avons étudié l'étalement d'un tas granulaire à masse variable sous vibrations à travers son angle de repos. L'angle de repos des tas granulaires est lié à leur frottement interne par analogie avec la loi de Coulomb. Un angle de repos plus élevé indique donc un frottement interne plus important, les particules étant plus résistantes au glissement. Nous avons aussi établi que l'évolution temporelle de l'angle de repos du tas granulaire peut être ajustée par une fonction exponentielle de la forme :

$$\tan(\theta) = (\tan(\theta_0) - \tan(\theta_{f'})) \exp(-t/\tau) + \tan(\theta_{f'}) \quad (8.7)$$

Nous avons étudié également l'influence de la taille des particules, ainsi que la rugosité de la base sur l'écoulement de l'avalanche granulaire. Dans notre configuration, nous avons montré que la rugosité de la base ne joue pas un rôle primordial dans la dynamique d'étalement du tas granulaire. Il est important de ne pas conclure que cette influence est complètement absente quelque soit la plage de rugosité étudiée. Contrairement au chapitre précédent, nous avons mis en évidence que le paramètre de contrôle n'est plus l'accélération relative des vibrations Γ , mais la contrainte de vibration σ_v relative à l'énergie cinétique volumique injectée dans l'empilement. Ceci suggère qu'en isolant la friction inter-granulaire, nous avons tendance à changer la dynamique d'étalement. De plus, la friction interne associée à l'angle du tas relaxé tend à diminuer de façon exponentielle avec σ_v faisant apparaître une contrainte de vibration critique $\sigma_{v,c}$ ne dépendant ni de la taille des particules ni de la rugosité de la base.

La deuxième partie de ce travail porte sur l'étalement des pâtes granulaires sous vibrations. Suivre le mouvement des particules à l'échelle microscopique dans un tas granulaire sec peut être difficile en raison de l'opacité du matériau et de la complexité des interactions entre les particules. L'ajout d'un fluide interstitiel et d'un colorant peut être une approche pratique pour visualiser et étudier le comportement des particules. Ceci a été réalisé au début à travers une étude rhéologique qui consiste à soumettre différents échantillons à un cisaillement au sein d'une cellule de mesure, analogue à une configuration de cellule de Couette. Cette méthode nous a permis d'explorer les propriétés de la pâte granulaire sous différentes conditions. Dans une suspension granulaire sans vibrations, la contrainte de frottement joue un rôle fondamental dans le comportement du système. Lorsque les forces de frottement sont faibles, le comportement est visqueux, tandis qu'en présence de forces de frottement élevées, le système adopte un comportement frictionnel.

Nous avons montré que les vibrations font apparaître un plateau newtonien de viscosité η_0 pour des contraintes de cisaillement inférieures à la contrainte frictionnelle. Ce plateau correspond à une plage de contraintes de cisaillement relativement faibles, où la viscosité reste presque constante malgré l'augmentation de la contrainte.

Nous avons exploré aussi l'effet de la dilatance des grains dans le surnageant d'une suspension granulaire lors d'un cisaillement. En diminuant le surnageant d'une pâte granulaire, la densité apparente du mélange granulaire est augmentée, ce qui conduit à une augmentation de la pression granulaire et à une modification des interactions entre les particules. Cette augmentation de la pression granulaire peut ralentir la diminution de la viscosité sous cisaillement.

Ce chapitre s'ouvre sur une piste d'étalement d'une colonne de pâte granulaire sous vibrations. Nous avons montré que les vibrations peuvent influencer l'étalement de la colonne granulaire en modifiant sa viscosité apparente et en favorisant le glissement et la redistribution des particules, ce qui permet d'accélérer leur migration dans le liquide précurseur.

L'ensemble de ces travaux suggère que lors de l'étalement d'un milieu granulaire, les vibrations modifient principalement le seuil de mise en écoulement. Elles permettent de diminuer voire d'annuler la contrainte seuil qui dépend de la friction. Les premières pistes de modélisation évoquées montrent que l'effet des vibrations est principalement à prendre en compte à travers le coefficient de friction statique. Nous avons montré que ce coefficient semble diminuer exponentiellement avec l'intensité des vibrations. Une fois l'écoulement déclenché, les temps de réorganisations induits par la gravité deviennent rapidement petits devant les temps de réorganisations induits par les vibrations. Le régime devient alors frictionnel. Il est contrôlé par les forces de frottement ou par la dissipation visqueuse dans le cas où un fluide interstitiel est présent. Ce régime à grand taux de déformation devant la fréquence de réorganisation induite par les vibrations ne dépend alors plus que des caractéristiques des matériaux en présence (nature des surfaces, compacité, taille des particules, viscosité du fluide interstitiel).

Perspectives

Nous proposons ici quelques pistes de réflexion sur les perspectives ouvertes par ce travail de thèse.

Il serait intéressant de compléter et approfondir l'étude numérique de l'étalement du tas granulaire à masse variable présentée en Annexe A, afin d'avoir accès aux propriétés microscopiques de la dynamique d'étalement. Cela permettrait de faire le lien entre le comportement à l'échelle des particules et le comportement macroscopique observé expérimentalement dans ce travail de thèse.

Une étude numérique sur la dilatance des grains lors de l'application d'un cisaillement serait également une piste à explorer afin de voir s'il est possible d'aller au-delà des limitations discutées précédemment.

En ce qui concerne l'ouverture sur l'étalement d'une colonne de pâte granulaire, il serait judicieux d'explorer l'influence de l'épaisseur du fluide précurseur sur la migration des particules de la colonne granulaire. Il conviendrait d'étudier également l'influence de la viscosité du fluide interstitiel, ainsi que la taille des particules sur l'étalement de la colonne.

ANNEXE A

OUVERTURE SUR L'ÉTUDE NUMÉRIQUE DE L'ÉTALEMENT GRANULAIRE

Le grand nombre de particules que contient un milieu granulaire, et les différentes interactions présentes entre chaque particule rend toute modélisation du comportement macroscopique des granulaires difficile voir impossible. Ce comportement peut cependant être extrait à partir de simulations numériques basées sur des approches discrètes [83]. La modélisation en terme de loi d'écoulement ou de comportement continue présente l'intérêt de permettre l'utilisation de codes similaires à ceux utilisés en mécanique des fluides pour la résolution des équations de Navier-Stokes. Cela étant, à ce jour seules les approches discrètes permettent une véritable prédiction de l'écoulement à la fois locale et globale.

Dans cette thèse, nous effectuerons des simulations par éléments discrets (DEM) dont le principe est expliqué ci-dessous. Ces simulations ont été réalisés par Fabian Krull de l'Université de Kaiserslautern, chargé de la partie numérique, afin de nous mieux rapprocher du comportement réel du milieu granulaire étudié.

A.1 Simulations numériques en DEM

La méthode de dynamique moléculaire fut initialement développée pour réaliser des simulations dans le régime liquide et gazeux en analysant le mouvement individuel des molécules du matériau. Ce n'est que plus tard, qu'elle fut adaptée aux milieux granulaires par Cundall et Strack [24]. Elle a été appliquée avec un grand succès dans de nombreuses disciplines comprenant le génie civil et le génie de procédés.

Cette méthode numérique considère chaque particule comme une sphère déformable interagissant avec les autres par l'intermédiaire de forces de différentes natures. Les interactions entre particules sont modélisées et dépendent du cas étudié. Ainsi, nous pouvons par exemple citer les forces de contact élastique ou la friction. Plus le modèle numérique est complexe, plus

il peut prendre en compte des interactions de natures différentes entre les particules. Les forces extérieures à la particule sont essentiellement la gravitation et les forces dues aux contacts particule-particule et particule-paroi [96]. Les trajectoires des particules individuelles sont alors calculées en résolvant les équations du mouvement pour chaque pas de temps.

La DEM est une méthode très efficace permettant de simuler un système de particules discrètes de différentes géométries (taille, forme, etc.) et de différentes propriétés physiques (rugosité, masse, densité, etc.) [96]. La Fig.A.1 présente des exemples de simulation de milieux granulaires par DEM sous plusieurs formes et géométries.

Cependant, comme toute méthode numérique, la DEM a aussi ses limitations. Le temps de calcul exigé pour la simulation du mouvement d'un certain nombre de particules, même restreint, reste la principale limitation de cette méthode numérique. En effet, cette limitation est engendré par la lourdeur des tâches de détection et de résolution de contact existant entre les particules [96][95].

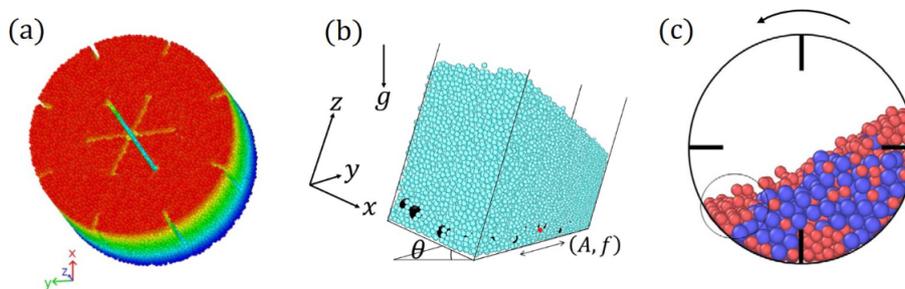


Figure A.1 Exemples de simulations d'écoulements d'un milieu granulaire par DEM (a) dans une cellule de Couette cylindrique, (b) sur un plan incliné vibré, (c) dans un tambour tournant. (Images extraites de [68] et [37]).

A.1.1 Algorithme et initialisation

Le principe de base de la DEM est de simuler le mouvement et les contacts de chaque particule du milieu. Ceci est fait selon les étapes suivantes [83] :

- Définition de la géométrie : création de la géométrie du problème tout en la divisant sur un maillage plus ou moins fin.
- Initialisation des grains : lors de cette étape nous fournissons à chaque particule i un rayon R_i , une masse m_i , une position (x_i, y_i, z_i) , un moment d'inertie I_i , une vitesse de rotation ω_i et une vitesse V_{Ti} initiales dans chaque coordonnée de l'espace.
- Recherche des voisins : pour chaque particule, l'algorithme détermine les parois et les voisins proches.
- Calcul des forces : l'algorithme calcule les forces agissant sur chaque particule (gravité, frottement, chocs, cohésion, ...)
- Calcul des déplacements : intégration des équations du mouvement de manière simultanée pour toute l'assemblée des particules.
- Boucle temporelle : le calcul est remis à jour et répété jusqu'à ce que le temps de simulation

escompté soit atteint.

Le calcul des forces qui s'exercent entre les particules passe d'abord par une recherche des contacts. Dans nos simulations, le calcul des forces a été réalisé grâce au logiciel LIGGGHTS, une version dérivée du logiciel de simulation moléculaire LAMMPS pour les matériaux granulaires. Pour simuler les forces sur LIGGGHTS, nous utilisons le modèle de Hertz-Mindlin-Tsuji [35]. Ce modèle combine la théorie de contact développé par Hertz [50][78], le modèle de contact normal sans glissement développé par Mindlin [76], ainsi que la partie tangentielle de la force de contact proposée par Tsuji [97]. Le principe de ce modèle consiste à simuler le contact entre deux particules par un jeu de ressorts amortis.

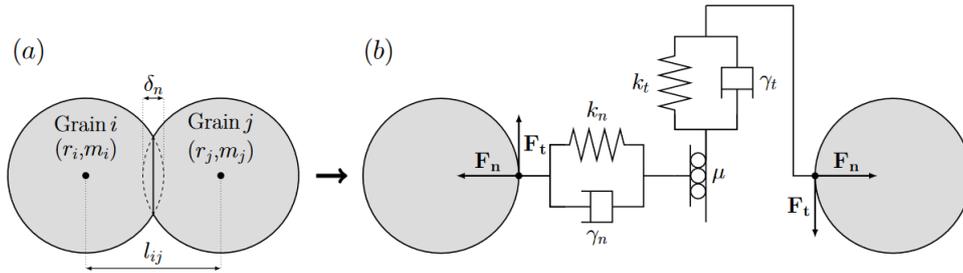


Figure A.2 Modélisation numérique du contact entre deux grains : (a) contact et déformation de deux particules *i* et *j* lors d'une collision. (b) Modélisation de ce contact par deux ressorts amortis dont les raideurs sont respectivement k_n et k_t . (Images extraites de [83]).

Afin de décrire ce modèle, considérons deux particules *i* et *j* comme présenté dans la Fig.A.2, dont le contact est modélisé par deux ressorts amortis. Les ressorts dont les raideurs sont respectivement k_n et k_t rendent compte de la répulsion élastique \vec{F}_n et du frottement \vec{F}_t , alors que l'amortissement dont les coefficients sont γ_n et γ_t représente la dissipation d'énergie lors du choc.

Lorsque la distance entre ces deux particules est inférieur à la somme de leurs rayons $l_{ij} < r_i + r_j$, la force de contact \vec{F}_c est donnée par la somme des forces normale \vec{F}_n et tangentielle \vec{F}_t (voir Fig.A.2) :

$$\begin{cases} \vec{F}_c &= \vec{F}_n + \vec{F}_t \\ \vec{F}_n &= (k_n \delta_n - \gamma_n v_n) \vec{n} \\ \vec{F}_t &= (k_t \delta_t - \gamma_t v_t) \vec{t} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

où k_n et k_t sont les coefficients de raideurs normal et tangentiel, γ_n et γ_t les coefficients d'amortissement normal et tangentiel, δ_t le déplacement tangentiel entre les deux particules, $\delta_n = l_{ij} - r_i - r_j$ la superposition des particules, v_n et v_t les composantes de la vitesse relative et μ le coefficient de friction [83]. Cette force de contact dépend fortement des propriétés des particules et des phénomènes microscopique à l'échelle du grain [83]. Les termes d'amortissement $\gamma_{n/t} v_{n/t}$ correspondent à la perte d'énergie lors du choc élastique entre les particules, alors que les termes $k_{n/t} \delta_{n/t}$ rendent compte de l'écrasement et du frottement des particules l'une contre l'autre.

Les coefficients de raideur k et d'amortissement γ dépendent des propriétés physiques des particules et sont donnés par :

$$k_n = \frac{4}{3}E^* \sqrt{r^* \delta_n} \quad , \quad \gamma_n = -2\frac{5}{6}\beta \sqrt{S_n^*} \quad (\text{A.2})$$

$$k_t = 8G^* \sqrt{r^* \delta_t} \quad , \quad \gamma_t = -2\frac{5}{6}\beta \sqrt{S_t^*} \quad (\text{A.3})$$

où E^* est le module d'Young effectif, r^* le rayon effectif, m^* la masse effective, G^* le module de cisaillement effectif, S_n et S_t les paramètres d'amortissement et β le taux d'amortissement. Les valeurs effectives sont calculés à partir des propriétés des particules selon les relations suivantes :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - v_i^2}{E_i} + \frac{1 - v_j^2}{E_j} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{1}{G^*} = \frac{2(2 - v_i^2)(1 + v_i)}{E_i} + \frac{2(2 - v_j^2)(1 + v_j)}{E_j} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{1}{r^*} = \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j}, \quad \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \quad (\text{A.6})$$

où $E_{i/j}$ sont les modules d'Young des particules, $r_{i/j}$ leurs rayons, $m_{i/j}$ leurs masses et $v_{i/j}$ leurs coefficients de Poisson. Finalement, les paramètres ainsi que le taux d'amortissement sont définis comme suivant :

$$S_n = 2E^* \sqrt{r^* \delta_n}, \quad S_t = 8G^* \sqrt{r^* \delta_t} \quad (\text{A.7})$$

$$\beta = \frac{\ln(e)}{\sqrt{\ln^2(e) + \pi^2}} \quad (\text{A.8})$$

où e le coefficient de restitution. Dans ce modèle, nous différencions les chocs particule-particule et particule-paroi, d'où la présence de deux coefficients de restitution et friction. Les propriétés physiques des particules que nous avons implémentés dans les simulations sont alors données dans la table [A.1](#) :

Paramètre	Surface	Particule
Module d'Young (MPa)	10	630
Coefficient de Poisson	0.2	0.25
Coefficient de restitution	0.9	0.92
Coefficient de glissement	0.4	0.4
Coefficient de résistance au roulement	0.25	0.25

Table A.1 Propriétés de contact des particules et des parois utilisées lors des simulations. Le module de Young est réduit d'un facteur de 100 par rapport aux propriétés physiques pour augmenter l'intervalle de temps de DEM. Les frottements de glissement et de roulement sont élevés en raison de la non-idéalité des particules sphériques.

A.2 Étude DEM de l'étalement d'un tas granulaire

A.2.1 Géométrie du système

Afin de se rapprocher des conditions expérimentales, l'empilement initial des particules est obtenu en faisant tomber les grains dans un cylindre virtuel surplombant le disque de la base du tas. Le cylindre est ensuite retiré à faible vitesse. Cela permet d'obtenir un tas dont l'empilement aléatoire et la compaction sont proches de ce que l'on obtient expérimentalement en déposant les grains avec un entonnoir. L'étalement rejoint alors rapidement un régime d'écoulement comparable aux expériences permettant la confrontation des résultats numériques et expérimentaux sur une période de temps la plus longue possible. Ce protocole est illustré sur la [Fig.A.4](#). Dans la suite, nous considérons la configuration correspondant à un tas de billes de diamètre $d = 400\text{-}600 \mu\text{m}$ sur une base de 3 cm de diamètre et de rugosité $\lambda = 1.5 \text{ mm}$.

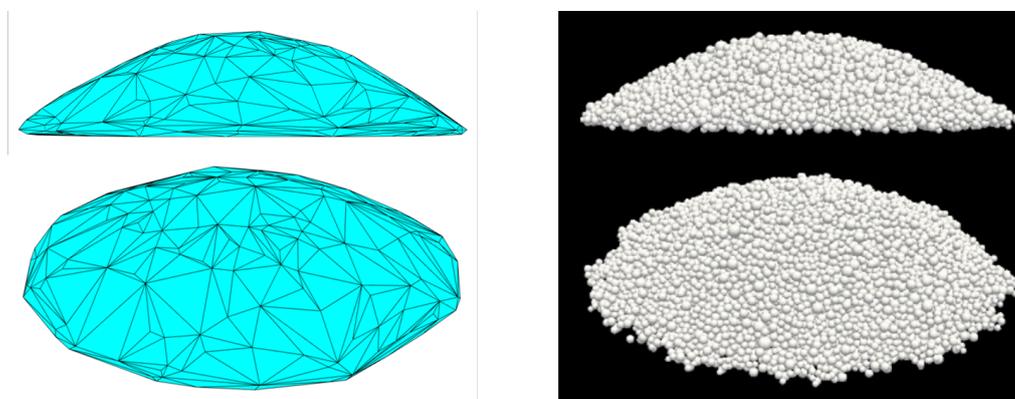


Figure A.3 Visualisation et maillage du tas granulaire.

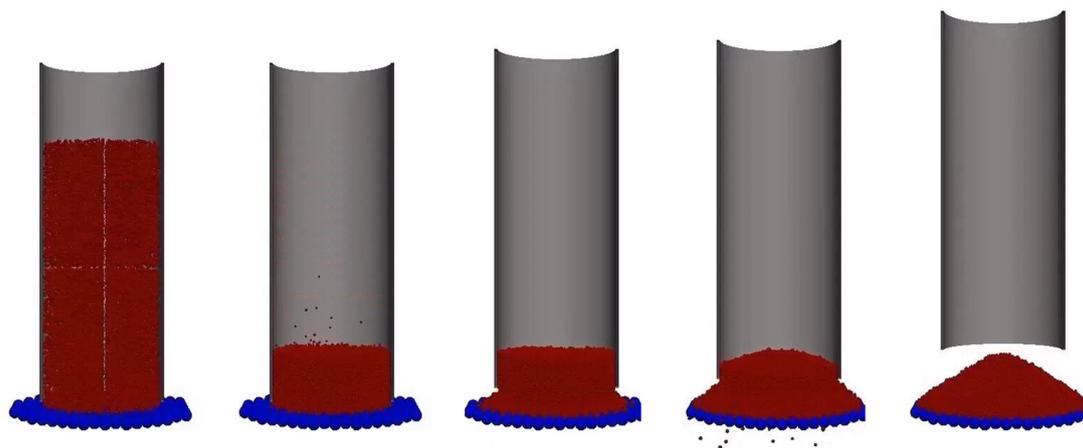
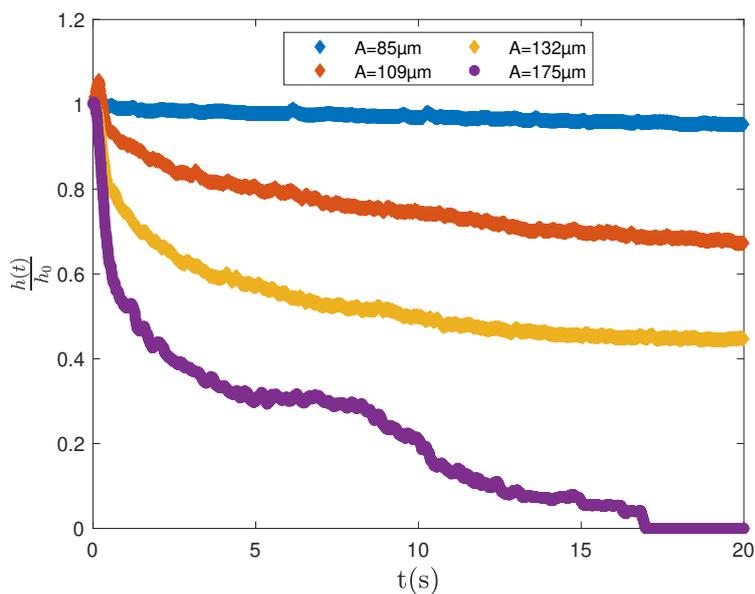
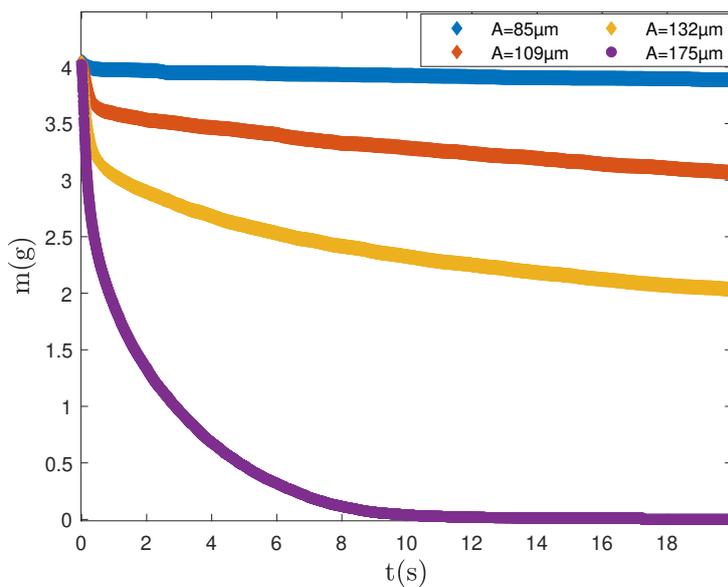


Figure A.4 Dépôt des grains pour l'obtention de la condition initiale du tas granulaire.

A.2.2 Résultats et discussion



(a)



(b)

Figure A.5 Étalement obtenu par DEM en fonction du temps pour différentes amplitudes de vibrations et une fréquence de $f = 50$ Hz. (a) Évolution de la hauteur normalisée par sa valeur initiale. (b) Évolution de la masse du tas granulaire.

La Fig.A.5 montre l'évolution de la hauteur du tas granulaire ainsi que sa masse m pour différentes amplitudes $A = 85, 109, 132, 175 \mu\text{m}$ et une fréquence fixe $f = 50$ Hz. Comme observé dans les expériences, nous avons constaté qu'en augmentant l'amplitude des vibrations appliquées au tas granulaire, la dynamique de l'écoulement est notablement accélérée. L'amplitude de vibration critique déclenchant l'écoulement (unjamming) en simulation est de $A = 85 \mu\text{m}$ comme le montre la Fig.A.5. L'expérience donne $A = 30 \mu\text{m}$ comme le montre le diagramme de phase vu précédemment Fig.6.6.

L'amplitude critique déclenchant l'écoulement est plus importante dans les simulations DEM car le modèle numérique est plus dissipatif que le système réel. Le module de Young et les coefficients d'amortissement introduit dans la simulation ne sont pas ceux des grains de verre. Ces différences de paramètres permettent de conserver la stabilité numérique et de ne pas trop réduire le pas de temps.

Cependant, les tendances générales et les comportements fondamentaux du tas granulaire sous l'influence des vibrations sont en accord avec l'expérience comme les montre la Fig.A.6, dans laquelle nous avons confronté les résultats obtenus numériquement avec ceux issus de nos expérimentations, matérialisant ainsi une démarche comparative au sein de nos figures. Cette démarche vise à renforcer la crédibilité de notre étude en établissant une corrélation entre les données obtenues par simulation et celles observées dans des conditions réelles.

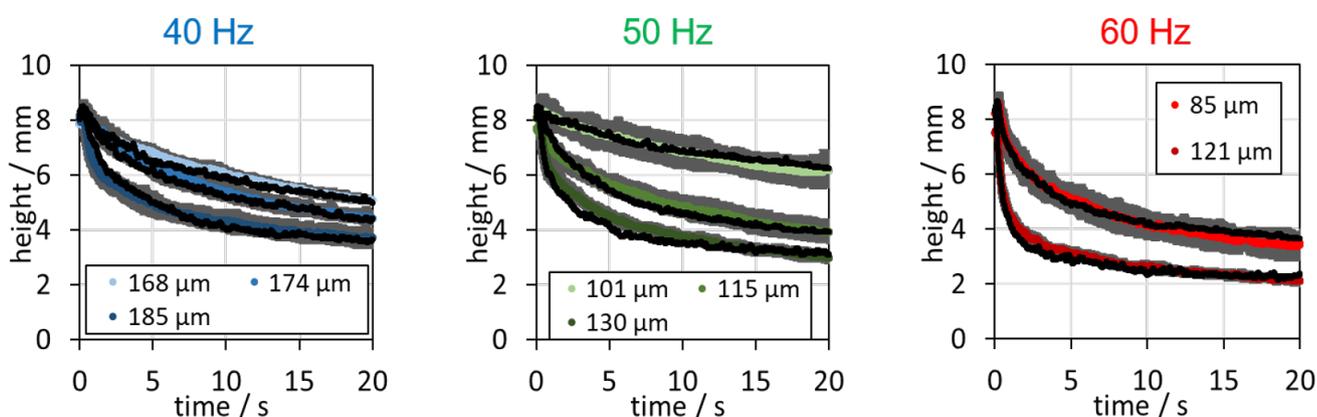


Figure A.6 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux.

Les simulations nous permettent d'accéder à des informations locales à l'échelle de la particule et à l'intérieur du tas Fig.A.7 pour mettre en évidence les mécanismes sous-jacents qui gouvernent l'étalement du milieu granulaire. Obtenir ce type d'informations expérimentalement demanderait des moyens d'investigation expérimentaux très importants comme la tomographie à rayons X. Même dans ce cas se poserait la question de la résolution temporelle des mesures. Dans le cadre de ce travail, la métrologie expérimentale que nous avons mis en place ne permet que d'accéder à des informations globales et à la surface extérieure du tas.

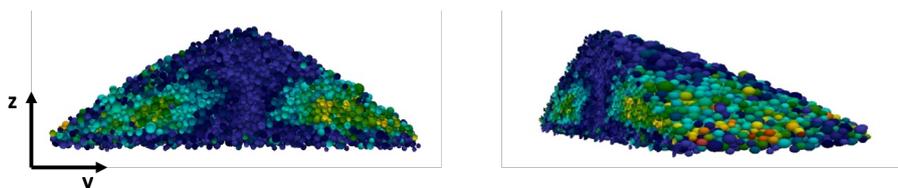


Figure A.7 Exemple d'une coupe du tas granulaire.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Abdellatif Aït-Kadi, Philippe Marchal, Lionel Choplin, Anne-Sophie Chrissemant, and Mosto Bousmina. Quantitative analysis of mixer-type rheometers using the couette analogy. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 80(6) :1166–1174, 2002.
- [2] Fethi Aloui. *Etude de contrôle des écoulements*. PhD thesis, Université de Toulouse, 2010.
- [3] Amaco. Physique du château de sable. <https://amaco.org/physique-du-chateau-de-sable/>.
- [4] Bruno Andreotti, Yoël Forterre, and Olivier Pouliquen. *Les milieux granulaires-entre fluide et solide : Entre fluide et solide*. EDP sciences, 2012.
- [5] Achod Aradian, Élie Raphaël, and Pierre-Gilles de Gennes. Surface flows of granular materials : a short introduction to some recent models. *Comptes Rendus Physique*, 3(2) :187–196, 2002.
- [6] Achod Aradian, Élie Raphaël, and Pierre-Gilles de Gennes. Surface flows of granular materials : a short introduction to some recent models. *Comptes Rendus Physique*, 3(2) :187–196, 2002.
- [7] Howard A Barnes, John Fletcher Hutton, and Kenneth Walters. *An introduction to rheology*, volume 3. Elsevier, 1989.
- [8] Robert P Behringer. Jamming in granular materials. *Comptes Rendus Physique*, 16(1) :10–25, 2015.
- [9] Arnaud Benedetti. *Écoulement des milieux granulaires cohésifs soumis à des vibrations*. PhD thesis, Aix-Marseille, 2012.
- [10] Daniel Beysens. L’effet des vibrations sur la matière inhomogène : quelques études en apesanteur. *Comptes Rendus Mécanique*, 332(5-6) :457–465, 2004.
- [11] Daniel Bonn, Jens Eggers, Joseph Indekeu, Jacques Meunier, and Etienne Rolley. Wetting and spreading. *Reviews of modern physics*, 81(2) :739, 2009.
- [12] Georges Bossis, Yan Grasselli, Alain Cifreio, and Olga Volkova. Percolation d’agrégats de particules et blocage d’écoulement de suspensions très concentrées. In *colloque annuel du GDR CNRS MFA 2799*, pages 67–68, 2018.
- [13] Dieter Bothe and Jan Prüss. L_p-theory for a class of non-newtonian fluids. *SIAM*

- Journal on Mathematical Analysis*, 39(2) :379–421, 2007.
- [14] J-P Bouchaud, Michael E Cates, J Ravi Prakash, and Sam F Edwards. A model for the dynamics of sandpile surfaces. *Journal de Physique I*, 4(10) :1383–1410, 1994.
- [15] Alexis Bougouin, Laurent Lacaze, and Thomas Bonometti. Collapse of a liquid-saturated granular column on a horizontal plane. *Physical Review Fluids*, 4(12) :124306, 2019.
- [16] Thomas Boutreux, Elie Raphaël, and Pierre-Gilles de Gennes. Surface flows of granular materials : A modified picture for thick avalanches. *Phys. Rev. E*, 58(0) :4692–4700, 1998.
- [17] François Boyer, Elisabeth Guazzelli, and Olivier Pouliquen. Rhéologie de suspensions concentrées à pression imposée : un pont entre les suspensions et les écoulements granulaires. In *CFM 2011-20ème Congrès Français de Mécanique*. AFM, Maison de la Mécanique, 39/41 rue Louis Blanc-92400 Courbevoie, 2011.
- [18] C Cassar, M Nicolas, and O Pouliquen. Submarine granular flows down inclined planes. *Physics of fluids*, 17(10) :103301, 2005.
- [19] AM Cazabat and MA Cohen Stuart. Dynamics of wetting : effects of surface roughness. *The Journal of Physical Chemistry*, 90(22) :5845–5849, 1986.
- [20] Lionel CHOPLIN, Philippe MARCHAL, Christophe BARAVIAN, and Dominique LANGEVIN. Rhéologie et produits formulés complexes. *Techniques de l'ingénieur*, 2010.
- [21] Doina Cioranescu. Quelques exemples de fluides newtoniens généralisés. *Mathematical topics in fluid mechanics*, 274 :1–31, 1992.
- [22] Philippe Coussot. *Rheometry of pastes, suspensions, and granular materials : applications in industry and environment*. John Wiley & Sons, 2005.
- [23] Philippe Coussot and Ch Ancey. Rheophysical classification of concentrated suspensions and granular pastes. *Physical Review E*, 59(4) :4445, 1999.
- [24] Peter A Cundall and Otto DL Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *geotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [25] Frédéric Da Cruz, Sacha Emam, Michaël Prochnow, Jean-Noël Roux, and François Chevoir. Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(2) :021309, 2005.
- [26] LOMA (CNRS/Université de Bordeaux). 'l'étalement languide des gouttes critiques'. <https://www.inc.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/letalement-languide-des-gouttes-critiques>, January 2023.
- [27] Sébastien Kiesgen De Richter. *Étude de l'organisation des réarrangements d'un milieu granulaire sous sollicitations mécaniques*. PhD thesis, Université de Rennes, 2009.
- [28] Université Nice Sophia Antipolis Département de Physique. "la théorie du mouillage". <http://physique.unice.fr/sem6/2020-2021/Capillarite/Mouillage.html/>.
- [29] Centre SPIN – Génie des Procédés. 'rhéomètre à poudres'. <https://www.mines-stetienne.fr/spin-fr/ressources/caracterisation/powder-rheometer/>.
- [30] Joshua A Dijksman, Frank Rietz, Kinga A Lórinicz, Martin Van Hecke, and Wolfgang Losert. Invited article : Refractive index matched scanning of dense granular materials. *Review of Scientific Instruments*, 83(1) :011301, 2012.

- [31] Joshua A Dijkstra, Elie Wandersman, Steven Slotterback, Christian R Berardi, William Derek Updegraff, Martin Van Hecke, and Wolfgang Losert. From frictional to viscous behavior : Three-dimensional imaging and rheology of gravitational suspensions. *Physical Review E*, 82(6) :060301, 2010.
- [32] Jianping Du, Chuanping Liu, Chengcheng Wang, Ping Wu, Yulong Ding, and Li Wang. Discharge of granular materials in a hemispherical bottom silo under vertical vibration. *Powder technology*, 372 :128–135, 2020.
- [33] Jacques Duran. *Sands, powders, and grains : an introduction to the physics of granular materials*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [34] P Evesque. Quelques aspects de la dynamique des milieux granulaires. *Poudres & grains*, 13(4) :40–73, 2002.
- [35] Lennart Fries, Sergiy Antonyuk, Stefan Heinrich, and Stefan Palzer. Dem-cfd modeling of a fluidized bed spray granulator. *Chemical Engineering Science*, 66(11) :2340–2355, 2011.
- [36] Naïma Gaudel and Sébastien Kiesgen de Richter. Gravitational spreading of granular paste droplets induced by mechanical vibrations. *Soft Matter*, 14(46) :9445–9450, 2018.
- [37] Naïma Gaudel and Sébastien Kiesgen De Richter. Effect of vibrations on granular material flows down an inclined plane using dem simulations. *Powder Technology*, 346 :256–264, 2019.
- [38] Naïma Gaudel, Sébastien Kiesgen de Richter, Nicolas Louvet, Mathieu Jenny, and Salaheddine Skali-Lami. Granular avalanches down inclined and vibrated planes. *Physical Review E*, 94(3) :032904, 2016.
- [39] Naïma Gaudel, Sébastien Kiesgen de Richter, Nicolas Louvet, Mathieu Jenny, and Salaheddine Skali-Lami. Bulk and local rheology in a dense and vibrated granular suspension. *Physical Review E*, 96(6) :062905, 2017.
- [40] David Gelard, Laetitia Fontaine, Romain Anger, Yehdih OM Abdelhay, Jean-Paul Laurent, Christian Olagnon, Hugo Houben, and Henri Van Damme. Le rôle de l’eau dans la cohésion et l’adhésion du matériau terre : Une question d’équilibre. In *Terra 2008 : The 10th International Conference on the Study and Conservation of Earthen Architectural Heritage*, page 266. Getty Publications, 2011.
- [41] Patrick Gilliéron. Contrôle des écoulements appliqué a l’automobile. état de l’art. *Mécanique & industries*, 3(6) :515–524, 2002.
- [42] A Gnoli, L De Arcangelis, F Giacco, E Lippiello, M Pica Ciamarra, A Puglisi, and A Sarracino. Controlled viscosity in dense granular materials. *Physical Review Letters*, 120(13) :138001, 2018.
- [43] Elisabeth Guazzelli. Rhéologie des fluides complexes. *cel.hal.science*, 2001.
- [44] Patrick Guiraud. ‘vibration des bétons’. <https://www.infociments.fr/betons/vibration-des-betons>, April 2018.
- [45] Étienne Guyon and Jean-Paul Troadec. *Du sac de billes au tas de sable*. Odile Jacob, 1994.

- [46] Nadjibou Abdoulaye Hama. *Comportement mécanique des sols granulaires et critères de stabilité : Application à l'érosion interne*. PhD thesis, Normandie Université, 2016.
- [47] C Hanotin, S Kiesgen de Richter, LJ Michot, and Ph Marchal. Viscoelasticity of vibrated granular suspensions. *Journal of Rheology*, 59(1) :253–273, 2015.
- [48] Caroline Hanotin. *Rhéophysique des suspensions granulaires vibrées*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2014.
- [49] Caroline Hanotin, S Kiesgen De Richter, Philippe Marchal, Laurent J Michot, and Christophe Baravian. Vibration-induced liquefaction of granular suspensions. *Physical review letters*, 108(19) :198301, 2012.
- [50] Heinrich Hertz. Ueber die berührung fester elastischer körper. *De Gruyter*, 1882.
- [51] ML Hunt, RC Weathers, AT Lee, CE Brennen, and CR Wassgren. Effects of horizontal vibration on hopper flows of granular materials. *Physics of fluids*, 11(1) :68–75, 1999.
- [52] Ivan Iordanoff and MM Khonsari. Granular lubrication : toward an understanding of the transition between kinetic and quasi-fluid regime. *J. Trib.*, 126(1) :137–145, 2004.
- [53] Heinrich M Jaeger, Sidney R Nagel, and Robert P Behringer. Granular solids, liquids, and gases. *Reviews of modern physics*, 68(4) :1259, 1996.
- [54] Ken Kamrin and Georg Koval. Nonlocal constitutive relation for steady granular flow. *Physical review letters*, 108(17) :178301, 2012.
- [55] DV Khakhar, Ashish V Orpe, Peter Andresén, and JM Ottino. Surface flow of granular materials : model and experiments in heap formation. *Journal of Fluid Mechanics*, 441 :255–264, 2001.
- [56] Sidi Mohammed Khefif, Alexandre Valance, and Fouzia Ould-Kaddour. Spreading of a granular droplet under horizontal vibrations. *Physical Review E*, 97(6) :062903, 2018.
- [57] E Lajeunesse, A Mangeney-Castelnau, and JP Vilotte. Spreading of a granular mass on a horizontal plane. *Physics of fluids*, 16(7) :2371–2381, 2004.
- [58] J Lanier. Mécanique des milieux granulaires. *Hermes Sci. Publs*, 2001.
- [59] Frederic Lechenault. *La transition de " Jamming " dans un milieu granulaire bidimensionnel : statique et dynamique d'un système athermique modèle*. PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2007.
- [60] L Leger and JF Joanny. Liquid spreading. *Reports on Progress in Physics*, 55(4) :431, 1992.
- [61] P Levinson, AM Cazabat, MA Cohen Stuart, F Heslot, and S Nicolet. The spreading of macroscopic droplets. *Revue de physique appliquée*, 23(6) :1009–1016, 1988.
- [62] Zhan-Peng Liang, Xiao-Dong Wang, Duu-Jong Lee, Xiao-Feng Peng, and Ay Su. Spreading dynamics of power-law fluid droplets. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 21(46) :464117, 2009.
- [63] Andrea J Liu and Sidney R Nagel. Jamming is not just cool any more. *Nature*, 396(6706) :21–22, 1998.
- [64] H Lombois, D Lootens, JL Halary, P Hébraud, P Colombet, E Lécolier, and H Van Damme. Sur le rôle ambigu de la lubrification dans la rhéologie des pâtes

- granulaires. *Rhéologie*, 7 :11–21, 2005.
- [65] Stefan Luding. Collisions & contacts between two particles. In *Physics of dry granular media*, pages 285–304. Springer, 1998.
- [66] Luis F Madariaga, Philippe Marchal, Christophe Castel, Eric Favre, and Lionel Choplin. Characterization of impregnated particles via powder rheology. *Powder technology*, 196(2) :222–228, 2009.
- [67] Mathilde Maillard. *Étalements de fluides à seuil*. PhD thesis, Paris Est, 2015.
- [68] Riccardo Maione, Sébastien Kiesgen De Richter, Guillaïn Mauviel, and Gabriel Wild. Dem investigation of granular flow and binary mixture segregation in a rotating tumbler : Influence of particle shape and internal baffles. *Powder Technology*, 286 :732–739, 2015.
- [69] Hernán A Makse, David L Johnson, and Lawrence M Schwartz. Packing of compressible granular materials. *Physical review letters*, 84(18) :4160, 2000.
- [70] Ph Marchal, Caroline Hanotin, LJ Michot, and S Kiesgen de Richter. Two-state model to describe the rheological behavior of vibrated granular matter. *Physical Review E*, 88(1) :012207, 2013.
- [71] Ph Marchal, N Smirani, and L Choplin. Rheology of dense-phase vibrated powders and molecular analogies. *Journal of Rheology*, 53(1) :1–29, 2009.
- [72] Philippe Marchal. *Viscoélasticité des milieux granulaires denses*. PhD thesis, Université de Lorraine (Nancy), 2013.
- [73] Starting Matlab. Matlab. *The MathWorks, Natick, MA*, 2012.
- [74] Milica Medved. Connections between response modes in a horizontally driven granular material. *Physical Review E*, 65(2) :021305, 2002.
- [75] GDR MiDi. On dense granular flows. *The European Physical Journal E*, 14(4) :341–365, 2004.
- [76] Raymond D Mindlin and HERBERT Deresiewicz. Elastic spheres in contact under varying oblique forces. *The american society of mechanical engineers*, 1953.
- [77] Guilhem Mollon. Mécanique des matériaux granulaires. *Course material, Département Génie Mécanique et Développement, INSA de Lyon*, 2015.
- [78] Susendar Muthukumar and Reginald DesRoches. A hertz contact model with non-linear damping for pounding simulation. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 35(7) :811–828, 2006.
- [79] Sébastien Nadler, Olivier Bonnefoy, J-M Chaix, G Thomas, and J-L Gelet. Parametric study of horizontally vibrated grain packings : comparison between discrete element method and experimental results. *The European Physical Journal E*, 34(7) :66, 2011.
- [80] Edmund R Nowak, James B Knight, Eli Ben-Naim, Heinrich M Jaeger, and Sidney R Nagel. Density fluctuations in vibrated granular materials. *Physical Review E*, 57(2) :1971, 1998.
- [81] Léa Ordener. “slump, cône d’abrams : les contrôles qualité sur béton frais”. <https://www.concretedispatch.eu/blog/controles-qualite-beton-frais-slump-abrams/>, July 2021.

- [82] Guillaume Ovarlez. Caractérisation rhéologique des fluides à seuil. *Rhéologie*, 20 :28–43, 2011.
- [83] Arthur Pascot. *Rhéologie et propriétés de vidange de milieux granulaires modèles : application à l'écoulement en silo : Rheology and draining properties of model granular materials : Application to silo flow*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2020.
- [84] Olivier POULIQUEN, Fahrang Radjaï, and François NICOT. *Déstabilisation gravitaire d'un ma-tériau granulaire immergé*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2012.
- [85] Salima Rafaï, Daniel Bonn, and Arezki Boudaoud. Spreading of non-newtonian fluids on hydrophilic surfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, 513 :77–85, 2004.
- [86] Brenda Remy, Thomas M Canty, Johannes G Khinast, and Benjamin J Glasser. Experiments and simulations of cohesionless particles with varying roughness in a bladed mixer. *Chemical Engineering Science*, 65(16) :4557–4571, 2010.
- [87] Thibault Roques-Carmes, Vincent Mathieu, and Alexandra Gigante. Experimental contribution to the understanding of the dynamics of spreading of newtonian fluids : Effect of volume, viscosity and surfactant. *Journal of colloid and interface science*, 344(1) :180–197, 2010.
- [88] Iván Sánchez, Franck Raynaud, José Lanuza, Bruno Andreotti, Eric Clément, and Igor S Aranson. Spreading of a granular droplet. *Physical Review E*, 76(6) :060301, 2007.
- [89] Pierre Saramito. A new elastoviscoplastic model based on the herschel–bulkley viscoplastic model. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 158(1-3) :154–161, 2009.
- [90] Johannes Schindelin, Ignacio Arganda-Carreras, Erwin Frise, Verena Kaynig, Mark Longair, Tobias Pietzsch, Stephan Preibisch, Curtis Rueden, Stephan Saalfeld, Benjamin Schmid, et al. Fiji : an open-source platform for biological-image analysis. *Nature methods*, 9(7) :676–682, 2012.
- [91] Paul Schuhmacher. *Rhéologie des écoulements granulaires : variables internes et effets d'échelle*. PhD thesis, Université de Montpellier, 2016.
- [92] VM Starov, AN Tyatyushkin, MG Velarde, and SA Zhdanov. Spreading of non-newtonian liquids over solid substrates. *Journal of colloid and interface science*, 257(2) :284–290, 2003.
- [93] LH Tanner. The spreading of silicone oil drops on horizontal surfaces. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 12(9) :1473, 1979.
- [94] Erica L Thompson and Herbert E Huppert. Granular column collapses : further experimental results. *Journal of Fluid Mechanics*, 575 :177–186, 2007.
- [95] Brahim Trabelsi and Maher Moakher. An efficient algorithm for discrete element simulation of granular mixing of ellipsoidal grains. In *Proceedings of the First Euromediterranean Symposium on Advances in Geomaterials and Structures, Tunisia*, pages 77–81, 2006.
- [96] Brahima TRABELSI, Mahera MOAKHER, Cendrineb GATUMEL, and Henrib BERTHIAUX. Mélange de milieux granulaires : Couplage méthode des éléments discrets ellipsoïdaux et chaîne de markov. In *SFGP 2009-12ème Congrès de la Société Française de*

-
- Génie des Procédés*, pages 6–p. SOCIETE FRANCAISE DE GENIE DES PROCEDES, 2009.
- [97] Yutaka Tsuji, Toshitsugu Tanaka, and T Ishida. Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe. *Powder technology*, 71(3) :239–250, 1992.
- [98] Loïc Vanel. *Etude expérimentale de l'équilibre mécanique d'un milieu granulaire : exemples du silo et du tas de sable*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 1999.
- [99] Bernard Walliser, Denis Zwirn, and Hervé Zwirn. Le raisonnement par analogie considéré comme un schéma d'inférence. *Dialogue : Canadian Philosophical Review/Revue canadienne de philosophie*, 61(2) :225–248, 2022.
- [100] Y Wang and K Hutter. Granular material theories revisited. In *Geomorphological fluid mechanics*, pages 79–107. Springer, 2001.
- [101] Carl R Wassgren, Melany L Hunt, PJ Freese, J Palamara, and CE Brennen. Effects of vertical vibration on hopper flows of granular material. *Physics of Fluids*, 14(10) :3439–3448, 2002.
- [102] Sébastien Wiederseiner, Nicolas Andreini, Gaël Epely-Chauvin, and Christophe Ancey. Refractive-index and density matching in concentrated particle suspensions : a review. *Experiments in fluids*, 50 :1183–1206, 2011.
- [103] Rachele Zaccherini, Andrea Colombi, Antonio Palermo, Vasilis K Dertimanis, Alessandro Marzani, Henrik R Thomsen, Bozidar Stojadinovic, and Eleni N Chatzi. Locally resonant metasurfaces for shear waves in granular media. *Physical Review Applied*, 13(3) :034055, 2020.
- [104] Lizhuo Zhu, Haifeng Lu, Xiaolei Guo, and Haifeng Liu. Structural relaxation and avalanche dynamics of particle piles under vertical vibration. *Particuology*, 68 :65–74, 2022.

Résumé

Ce travail porte sur l'étalement des milieux granulaires sous vibrations. La dynamique des milieux granulaires est complexe et diversifiée, suscitant un intérêt croissant dans la recherche en raison de leur présence fréquente dans la nature et l'industrie. Comprendre la manière dont ils se transportent, se stockent et se mélangent est essentiel pour les optimiser, ce qui exige une compréhension approfondie de leur comportement rhéologique.

La première partie de ce travail porte sur l'étalement des milieux granulaires secs. Nous avons étudié, dans un premier temps, l'étalement libre d'un tas granulaire à masse fixe sur une surface solide rugueuse sous vibrations. Nous avons montré que la forme de l'empilement devient auto-similaire aux temps longs suggérant une solution parabolique. Nous avons également démontré que l'application des vibrations à un milieu granulaire peut réduire la viscosité en permettant un meilleur étalement des particules entre elles. Cette viscosité dépend alors des propriétés du système, et est contrôlée par la pression granulaire, la taille des particules, la force gravitationnelle et l'accélération des vibrations. Dans un second temps, nous avons étudié l'étalement d'un tas granulaire à masse variable sous vibrations. Nous avons montré qu'il existe certaines plages de fréquences de vibrations pouvant bloquer ou ralentir l'avalanche d'un tas granulaire, lorsque la fréquence d'excitation est en résonance avec les caractéristiques du système. L'angle de repos des tas granulaires est lié à leur frottement interne. Un angle de repos plus élevé indique un frottement interne plus important, ce qui rend les particules plus résistantes au glissement.

La deuxième partie porte sur l'étalement des pâtes granulaires sous vibrations à travers une étude rhéologique qui consiste à soumettre différents échantillons à un cisaillement au sein d'une cellule de mesure, analogue à une configuration de cellule de Couette. Cette méthode nous a permis d'explorer les propriétés de la pâte granulaire sous différentes conditions. Cette partie s'ouvre sur une piste d'étalement d'une colonne granulaire sous vibrations.

Mots clés : mécanique des fluides, rhéologie, matériaux granulaires, vibrations, avalanche granulaire

Abstract

This work focuses on the spreading of granular materials under vibrations. The dynamics of granular materials is complex and diverse, sparking growing interest in research due to their frequent occurrence in nature and industry. Understanding how they are transported, stored, and mixed is essential for optimization, requiring a deep understanding of their rheological behavior.

The first part of this work deals with the spreading of dry granular materials. Initially, we studied the free spreading of a fixed-mass granular pile on a rough solid surface under vibrations. We demonstrated that the shape of the pile becomes self-similar at long times, suggesting a parabolic solution. Then, we investigated the spreading of a variable-mass granular pile under vibrations. We showed that there are certain frequency ranges of vibrations that can block or slow down the avalanche of a granular pile when the excitation frequency is in resonance

with system characteristics. A higher angle of repose indicates higher internal friction, making particles more resistant to slipping. The application of vibrations to a granular medium can reduce viscosity by allowing better particle spreading. This viscosity then depends on system properties and is controlled by granular pressure, particle size, gravitational force, and vibration acceleration.

The second part focuses on the spreading of granular pastes under vibrations through a rheological study that involves subjecting different samples to shear within a measurement cell, similar to a Couette cell configuration. This method allowed us to explore the properties of granular paste under various conditions. This section opens up to the possibility of studying the spreading of a granular column under vibrations.

Keywords : fluid mechanics, rheology, granular materials, vibrations, granular avalanche

